



答案及解析

模块一 | 数与式

▼ 命题点一 实数及其运算

1. D 2. D 3. D 4. C 5. B 6. D 7. A

8. -6 9. 7 2 021

$$\begin{aligned}
 10. \text{【解】} (1) \text{原式} &= \frac{1}{4} \times (20 - 1) \times (20 + 1) \\
 &= \frac{1}{4} \times (20^2 - 1^2) \\
 &= \frac{1}{4} \times (400 - 1) \\
 &= \frac{399}{4}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{原式} &= 2\,021 \times (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\
 &= 2\,021 \times [(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2] \\
 &= 2\,021 \times (3 - 2) \\
 &= 2\,021.
 \end{aligned}$$

▼ 命题点二 整式的运算

1. B 2. D 3. A 4. A 5. C 6. C 7. C

8. 6 9. -7 10. 48

$$11. \text{【解】} (1) \text{根据题意知 } AC = (m + 1) - (9 - 4m) = 5m - 8.$$

$$(2) \text{根据题意知 } AB = 2m - 1, \text{ 所以 } 2m - 1 = 5, \text{ 解得 } m = 3,$$

$$\text{所以 } BC = (2 - m) - (9 - 4m) = 3m - 7 = 3 \times 3 - 7 = 2, \text{ 即 } BC = 2.$$

$$12. \text{【解】} (1) A + B = x^2 + 2x - 2x + 2 = x^2 + 2.$$

$$(2) \text{① 设 } \blacksquare = m, \text{ 依题意, 得 } 2^2 + 2 \times 2 + 2m + 2 = 18, \text{ 解得 } m = 4, \text{ 即原题中 } \blacksquare \text{ 是 } 4.$$

$$\text{② } \because A + B = 18, \therefore A, B, a \text{ 的和不为负数时, 有 } A + B + a \geq 0,$$

$$\text{即 } 18 + a \geq 0, \text{ 解得 } a \geq -18, \therefore a \text{ 的最小值为 } -18.$$

▼ 命题点三 整式运算的几何意义

1. A 2. D 3. C 4. C 5. D 6. 7

$$7. \text{【解】} (1) S_1 = (m - 5)(m - 1) = m^2 - m - 5m + 5 =$$



$$m^2 - 6m + 5;$$

$$S_2 = (m - 4)(m - 2) = m^2 - 2m - 4m + 8 = m^2 - 6m + 8.$$

$$(2) <$$

$$(3) \text{ 甲、乙两个长方形的周长之和为 } 2(m - 1 + m - 5) + 2(m - 4 + m - 2) = 8m - 24,$$

$$\therefore \text{该正方形的边长为 } (8m - 24) \div 4 = 2m - 6,$$

$$\therefore \text{该正方形的面积为 } (2m - 6)^2 = 4m^2 - 24m + 36.$$

$$\text{答: 该正方形的面积为 } 4m^2 - 24m + 36.$$

▼命题点四 分式的化简求值

1. C 2. B 3. A 4. C 5. C 6. B 7. A 8. C

9. (1) $a + 1$ (2) 1

$$\begin{aligned} 10. \text{【解】原式} &= \frac{m(m+1)}{(m-1)^2} \div \left[\frac{2m}{m(m-1)} - \frac{m-1}{m(m-1)} \right] \\ &= \frac{m(m+1)}{(m-1)^2} \div \frac{m+1}{m(m-1)} \\ &= \frac{m(m+1)}{(m-1)^2} \cdot \frac{m(m-1)}{m+1} \\ &= \frac{m^2}{m-1}. \end{aligned}$$

$\therefore m$ 满足使关于 x 的二次三项式 $x^2 - (m - 1)x + 1$ 是完全平方式,

$\therefore m - 1 = \pm 2, \therefore m_1 = 3, m_2 = -1$ (不合题意, 舍去), $\therefore m = 3$.

$$\text{当 } m = 3 \text{ 时, 原式} = \frac{9}{3-1} = \frac{9}{2}.$$

11. 【解】(1) 当 $m > 0$ 时, $A - B \geq 0$. 理由如下:

$$\begin{aligned} \text{由题意, 得 } A - B &= \frac{m+1}{2} - \frac{2m}{m+1} = \frac{(m+1)^2 - 4m}{2(m+1)} = \\ &= \frac{(m-1)^2}{2(m+1)}. \end{aligned}$$

$$\therefore m > 0, \therefore m + 1 > 0, \therefore 2(m + 1) > 0.$$

$$\therefore (m - 1)^2 \geq 0, \therefore \frac{(m - 1)^2}{2(m + 1)} \geq 0, \therefore A - B \geq 0.$$

$$(2) \therefore y = \frac{2}{A} + B, \therefore y = \frac{4}{m+1} + \frac{2m}{m+1} = \frac{2m+4}{m+1}.$$

$$\therefore y = 3, \therefore \frac{2m+4}{m+1} = 3, \text{解得 } m = 1.$$

检验: 当 $m = 1$ 时, $m + 1 = 2 \neq 0$, $\therefore m = 1$ 是方程的解, $\therefore m$ 的值为 1.

▼命题点五 规律探究

1. B 2. A 3. A 4. B 5. B 6. C 7. D 8. D

9. C 10. A



11. $5 \times 7 + 1 = 36 = 6^2$ (答案不唯一,符合规律即可)

12. $16 - 3n + 1$ 13. $0 - 1$ 14. $(180n)^\circ$

15. $\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})^{2020}$ 16. 3^{2020}

17. 【解】(1) \because 任意相邻的四个小桶内放置的小球数之和相等, $\therefore 5 + 2 + 3 + 4 = 3 + 4 + x + y$, $\therefore x + y = 7$.

(2) $\because 5 + 2 + 3 + 4 = 14$, \therefore 每相邻四个小桶内放置的小球数之和为 14.

当 $n = 30$ 时, $30 \div 4 = 7 \cdots 2$, \therefore 当 $n = 30$ 时, 这些小桶内所放置的小球数之和是 $14 \times 7 + 5 + 2 = 105$.

(3) 由题意可知, 装有“3 个球”的小桶序号分别是 3, 7, 11, \cdots , \therefore 装有“3 个球”的小桶序号为 $4k - 1$ (k 为正整数).

18. 【解】(1) 6 5 (2) $5n - 3$

(3) 嘉嘉的说法不正确. 理由如下:

若 $x \div 5$ 的商为 a , 余数为 b , 当 $b = 0$ 时, 则 x 在第 a 行, 第 5 列; 当 $b \neq 0$ 时, 则 x 在第 $(a + 1)$ 行, 第 b 列.



模块二 | 方程(组)与不等式(组)

▼ 命题点一 等式的性质与不等式的性质

1. D 2. D 3. A 4. C 5. C 6. D 7. B

8. $a > 1$ 9. 16

10. 【解】(1) 由 $2a - 3x + 1 = 0$, 得 $a = \frac{3x-1}{2}$,

由 $3b - 2x - 16 = 0$, 得 $b = \frac{2x+16}{3}$.

(2) $\because a \leq 4 < b, \therefore \frac{3x-1}{2} \leq 4, \frac{2x+16}{3} > 4$,

解得 $-2 < x \leq 3$.

11. 【解】(1) $\because A = 2x^2y + 8y, B = 8xy$,

$\therefore A - B = 2x^2y + 8y - 8xy = 2y(x^2 - 4x + 4) = 2y(x-2)^2$.

$\because A > B, \therefore A - B > 0$, 即 $2y(x-2)^2 > 0$.

$\because (x-2)^2 \geq 0, \therefore y > 0$.

(2) $\because a, b, c$ 为三角形的三边长, $\therefore a < c + b, a + b > c, \therefore a^2 + c^2 - b^2 - 2ac = (a-c)^2 - b^2 = (a-c-b)(a-c+b) < 0$,

$\therefore a^2 + c^2 - b^2 < 2ac$.

▼ 命题点二 解方程(组)和不等式(组)

1. A 2. B 3. D 4. A 5. A 6. D 7. A 8. D

9. B 10. D 11. C 12. B

13. -1 14. 2 15. -5 16. $x \leq 2$

17. 【解】(1) 根据题中的新定义, 得 $(-2) \otimes 3 + 4 \oplus (-2) = (-2) + 3 + 4 - (-2) = 7$.

(2) 根据题中的新定义, 得 $a^2b \otimes 3ab + 5a^2b \oplus 4ab = a^2b + 3ab + 5a^2b - 4ab = 6a^2b - ab$.

(3) 由 $2x \otimes 1 = -(x-2) \oplus 4$,

可得 $2x + 1 = -(x-2) - 4$,

整理, 得 $3x = -3$, 解得 $x = -1$.

18. 【解】(1) 分式的基本性质.

(2) 方程两边同乘 $(x-3)$, 得 $x-2-2(x-3) = 10-3x$.

去括号, 得 $x-2-2x+6 = 10-3x$.

移项, 得 $x-2x+3x = 10-6+2$.

合并同类项, 得 $2x = 6$.

系数化为 1, 得 $x = 3$.



检验:当 $x=3$ 时, $x-3=0$,

$\therefore x=3$ 是原分式方程的增根, \therefore 原分式方程无解.

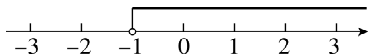
19. 【解】(1) $\because a \oplus b = a(a-b) + 1$,

$$\therefore (-2) \oplus 3 = -2(-2-3) + 1 = 10 + 1 = 11.$$

$$(2) \because 3 \oplus x < 13, \therefore 3(3-x) + 1 < 13,$$

$$\therefore 9 - 3x + 1 < 13, \therefore -3x < 3, \text{解得 } x > -1.$$

在数轴上表示如下:



20. 【解】(1) $\because x^2 - 5x = 6, \therefore x^2 - 5x - 6 = 0$,

$$\therefore (x+1)(x-6) = 0, \therefore x+1=0 \text{ 或 } x-6=0, \text{解得}$$

$$x_1 = -1, x_2 = 6.$$

故答案为②④①③.

$$(2) \because (x+3)(x-1) = 12, \therefore x^2 + 2x - 15 = 0,$$

$$\therefore (x+5)(x-3) = 0, \therefore x+5=0 \text{ 或 } x-3=0,$$

$$\text{解得 } x_1 = -5, x_2 = 3.$$

21. 【解】 \because 方程有两个相等的实数根,

$$\therefore (a+2)^2 - 4 \times 1 \times \left(-\frac{1}{4}a + 7\right) = 0,$$

$$\therefore a^2 + 5a - 24 = 0, \text{解得 } a_1 = -8, a_2 = 3.$$

$$\because a \text{ 是正数}, \therefore a = 3.$$

在等腰 $\triangle ABC$ 中, ①当 $b=5$ 为底边长时, $a=c=$

$3, \therefore \triangle ABC$ 的周长为 $3+3+5=11$; ②当 $b=5$ 为腰

长时, $c=b=5, a=3, \therefore \triangle ABC$ 的周长为 $5+5+3=13$.

综上, $\triangle ABC$ 的周长为 11 或 13.

▼ 命题点三 方程(组)和不等式(组)的实际应用

1. C 2. C 3. B 4. B 5. A 6. C 7. D

8. 9 9. 40

10. 【解】(1) 设甲、乙两车每趟的运费分别为 m 元, n 元.

$$\text{由题意, 得 } \begin{cases} m-n=200, \\ 12(m+n)=4\ 800, \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} m=300, \\ n=100. \end{cases}$$

答: 甲、乙两车每趟的运费分别为 300 元、100 元.

(2) 设单独租用甲车运完此堆垃圾需要 a 趟.

$$\text{由题意, 得 } 12\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2a}\right) = 1, \text{解得 } a = 18.$$

经检验, $a=18$ 是原方程的解.

答: 单独租用甲车运完此堆垃圾需要 18 趟.

$$(3) \text{①由题意, 得 } \frac{x}{18} + \frac{y}{36} = 1,$$

$$\therefore \text{当 } x=10 \text{ 时, } y=16; \text{当 } y=10 \text{ 时, } x=13.$$

故答案为 16, 13.

$$\text{②} \because \frac{x}{18} + \frac{y}{36} = 1, \therefore 2x + y = 36, \text{即 } y = 36 - 2x (0 <$$



$x < 18$, 且 x 为整数).

$$(4) \textcircled{1} w = 300x + 100y = 300x + 100(36 - 2x) = 100x + 3600 (0 < x < 18, \text{ 且 } x \text{ 为整数}).$$

②由题意, 得 $100x + 3600 \leq 4000$, $\therefore x \leq 4$.

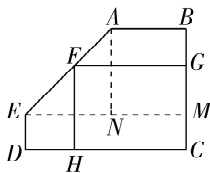
答: 甲车最多需运 4 趟.

11. 【解】(1) 过点 E, A 分别作 $EM \perp$

BC 于 M , 作 $AN \perp EM$ 于点 N , 如

图. 则易得 $\angle EAN = \angle AEN =$

45° , $\therefore AN = EN$.



由题意可得四边形 $ABMN$ 、四边形 $CDEM$ 均为矩形, $\therefore MN = AB, EM = CD$,

$$\therefore EN = EM - MN = DC - AB = 10 - 4 = 6 \text{ (m)},$$

$$\therefore AN = 6 \text{ m}, \therefore S_{\text{五边形}ABCDE} = S_{\text{梯形}ABME} + S_{\text{矩形}EMCD} =$$

$$\frac{1}{2} \times (4 + 10) \times 6 + 2 \times 10 = 62 \text{ (m}^2\text{)}.$$

(2) 设 $BG = x \text{ m}$, 则 $FG = (4 + x) \text{ m}$, $CG = (8 - x) \text{ m}$. 根据题意, 得 $(4 + x)(8 - x) = 35$, 解得 $x_1 = 1, x_2 = 3$.

答: BG 的长为 1 m 或 3 m.

(3) 设 $BG = y \text{ m}$, 则 $0 < y < 6$. 由题意, 得 $200(4 + y)(8 - y) + 100[62 - (4 + y)(8 - y)] = 7300$.

$$\text{化简, 得 } y^2 - 4y - 21 = 0,$$

解得 $y_1 = 7, y_2 = -3$, 均不符合题意,

\therefore 投资 7300 元不能完成地面铺设.



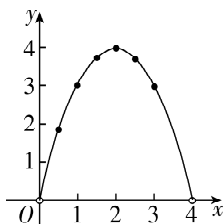
模块三 | 函数

▼ 命题点一 函数初步

1. D 2. C 3. B 4. B 5. B 6. $y = 1.2x + 3.4$

7. (1) $-x^2 + 4x$ (2) $0 < x < 4$ (3) 1.75

(4)【解】函数图象如图所示：



▼ 命题点二 一次函数的图象与性质

1. B 2. B 3. B 4. D 5. C

6.【解】(1) ① $\because a = 2, \therefore A(2, 2), B(4, 2), \therefore AB = 2.$

\because 直线 $y = kx - 2$ 与 y 轴相交于 C 点, $\therefore C(0, -2),$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \times [2 - (-2)] = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4.$$

② 当直线 $y = kx - 2$ 经过点 $A(2, 2)$ 时, 有 $2k - 2 = 2$, 解得 $k = 2$;

当直线 $y = kx - 2$ 经过点 $B(4, 2)$ 时, 有 $4k - 2 = 2$, 解得 $k = 1.$

\therefore 若点 A 和点 B 在直线 $y = kx - 2$ 的两侧, k 的取值范围为 $1 < k < 2.$

(2) 由题意可知直线 AB 的解析式为 $y = a$, 当 $k = 2$ 时, 直线的解析式为 $y = 2x - 2$,

$$\text{联立得 } 2x - 2 = a, \text{ 解得 } x = \frac{a+2}{2}, \therefore D\left(\frac{a+2}{2}, a\right),$$

$$\therefore 2 < \frac{a+2}{2} < a+2, \text{ 解得 } a > 2.$$

$$\text{又 } \because AD < 3, \therefore \frac{a+2}{2} - 2 < 3, \text{ 解得 } a < 8,$$

$\therefore a$ 的取值范围为 $2 < a < 8.$

7.【解】(1) 将 $C(4, 2)$ 代入 $y = kx - 1$, 得 $2 = 4k - 1$, 解得 $k = \frac{3}{4}.$

设直线 l_1 的函数解析式为 $y = mx + n (m \neq 0)$, 将

$$A(6, 0), C(4, 2) \text{ 代入 } y = mx + n, \text{ 得 } \begin{cases} 6m + n = 0, \\ 4m + n = 2, \end{cases} \text{ 解}$$



得 $\begin{cases} m = -1, \\ n = 6, \end{cases} \therefore \text{直线 } l_1 \text{ 的函数解析式为 } y = -x + 6.$

(2) 在直线 $l_2: y = \frac{3}{4}x - 1$ 中, 当 $y = 0$ 时, $\frac{3}{4}x - 1 =$

0 , 解得 $x = \frac{4}{3}$, \therefore 点 B 的坐标为 $(\frac{4}{3}, 0)$,

$$\therefore AB = 6 - \frac{4}{3} = \frac{14}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot y_C = \frac{1}{2} \times \frac{14}{3} \times 2 = \frac{14}{3}.$$

(3) ① 当 $x = 0$ 时, $y = \frac{3}{4}x - 1 = -1$, $y = -x + 6 = 6$,

$\therefore M, N$ 都在 y 轴右侧时, a 的取值范围为 $-1 < a < 6$.

② 当 $y = a$ 时, $\frac{3}{4}x - 1 = a$, 解得 $x = \frac{4}{3}a + \frac{4}{3}$,

\therefore 点 N 的坐标为 $(\frac{4}{3}a + \frac{4}{3}, a)$;

当 $y = a$ 时, $-x + 6 = a$, 解得 $x = 6 - a$,

\therefore 点 M 的坐标为 $(6 - a, a)$.

$$\therefore MN = \left| 6 - a - \frac{4}{3}a - \frac{4}{3} \right| = \left| \frac{14}{3} - \frac{7}{3}a \right|.$$

\therefore 四边形 $MNDE$ 为正方形, $\therefore \left| \frac{14}{3} - \frac{7}{3}a \right| = |a|$,

解得 $a_1 = \frac{7}{5}$, $a_2 = \frac{7}{2}$, $\therefore a$ 的值为 $\frac{7}{5}$ 或 $\frac{7}{2}$.

▼ 命题点三 一次函数实际应用题

1. (1) 720

【解】(2) 由点 B 的纵坐标为 0 , 可得甲、乙两车之间的距离为 0 ,

故题图中点 B 的实际意义为行驶 4 小时时两车相遇.

(3) 慢车速度为 $720 \div 12 = 60$ (km/h), 快车速度为 $720 \div 4 - 60 = 120$ (km/h).

(4) $720 \div 120 = 6$ (h), $6 - 4 = 2$ (h), $2 \times (120 + 60) = 360$ (km), 故 $C(6, 360)$.

设线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

把 $C(6, 360)$, $B(4, 0)$ 代入, 得 $\begin{cases} 6k + b = 360, \\ 4k + b = 0, \end{cases}$ 解得

$$\begin{cases} k = 180, \\ b = -720, \end{cases} \therefore y = 180x - 720 (4 \leq x \leq 6).$$

2. (1) $(x - 40)$ 【解析】 \therefore 从乙超市送往 A 小区的生鲜食品为 x kg, A 小区急需生鲜食品 240 kg, \therefore 甲超市运往 A 小区的生鲜食品是 $(240 - x)$ kg, 而甲超市现



存生鲜食品的质量是 200 kg , \therefore 甲超市运往 B 小区的生鲜食品的质量是 $[200 - (240 - x)] = (x - 40)\text{ kg}$.

【解】(2) 当甲、乙两家超市配送费相等时, 可得 $0.2(240 - x) + 0.25(x - 40) = 0.15x + 0.18(300 - x)$, 解得 $x = 200$.

答: 当甲、乙两家超市配送费相等时, x 的值是 200.

(3) 由题意, 得 $y = 0.2(240 - x) + 0.25(x - 40) + 0.15x + 0.18(300 - x)$,

整理, 得 $y = 0.02x + 92$, $\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y = 0.02x + 92$,

自变量 x 的取值范围是 $40 \leq x \leq 240$.

3. 【解】(1) 设每名工人每个月加工 A 型零件 x 个或 B 型零件 y 个.

根据题意, 得
$$\begin{cases} 25x + 20y = 5\,400, \\ 20x + 10y = 4\,200, \end{cases}$$
 解得
$$\begin{cases} x = 200, \\ y = 20. \end{cases}$$

答: 每名工人每个月加工 A 型零件 200 个或 B 型零件 20 个.

(2) 已知加工 A 型零件的工人有 a 人, 则加工 B 型零件的工人有 $(80 - a)$ 人.

根据题意, 得 $w = 200a + 20(80 - a) = 180a + 1\,600$ ($0 \leq a \leq 80$).

(3) 根据题意, 得
$$\begin{cases} 200a \leq 5 \times 20 \times (80 - a), \\ 200a \geq 4\,200, \end{cases}$$

解得 $21 \leq a \leq 26 \frac{2}{3}$.

$\therefore a$ 为整数, $\therefore a$ 的最小值为 21, 最大值为 26.

$\therefore w = 180a + 1\,600$ 且 $180 > 0$, $\therefore w$ 随 a 的增大而增大,

当 $a = 21$ 时, $w = 180 \times 21 + 1\,600 = 5\,380$;

当 $a = 26$ 时, $w = 180 \times 26 + 1\,600 = 6\,280$.

\therefore 5 月份该车间加工零件的数量 w 的范围为 $5\,380 \leq w \leq 6\,280$.

4. (1) 36 【解析】水箱 A 的容积为 $3 \times 2 \times 6 = 36(\text{dm}^3)$.

【解】(2) 根据题意, 得 $y_A = \frac{6t}{2 \times 3} = t$ ($0 \leq t \leq 6$);

$y_B = 6 - \frac{6t}{2 \times 5} = -0.6t + 6$ ($0 \leq t \leq 6$).

(3) 当水箱 A 与水箱 B 中的水的体积相等时, $y_B = \frac{1}{2} \times 6 = 3$, 即 $-0.6t + 6 = 3$, 解得 $t = 5$.

当 $t = 5$ 时, $y_A = t = 5$, $\therefore y_A - y_B = 5 - 3 = 2$.

答: 当水箱 A 与水箱 B 中的水的体积相等时, 两水箱中水位的高度差为 2 dm.



5.【解】(1) 设每台 A 型打印机的销售利润为 x 元, 每台 B 型打印机的销售利润为 y 元.

$$\text{根据题意, 得 } \begin{cases} 5x + 10y = 2\,000, \\ 10x + 5y = 1\,600, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 80, \\ y = 160. \end{cases}$$

答: 每台 A 型打印机的销售利润为 80 元, 每台 B 型打印机的销售利润为 160 元.

(2) 由题意, 得 $w = 80a + (100 - a) \times 160 = -80a + 16\,000$.

$\because -80 < 0, \therefore w$ 随 a 的增大而减小.

$$\therefore a \geq \frac{100 - a}{2}, \therefore a \geq \frac{100}{3}.$$

$\because a$ 是正整数, \therefore 当 $a = 34$ 时, w 最大, 此时 $100 - a = 66$, \therefore 当商店购进 A 型打印机 34 台, B 型打印机 66 台时, 才能使销售总利润最大.

(3) 由题意, 得 $w = (80 + m)a + (100 - a) \times 160 = (m - 80)a + 16\,000$.

$$\therefore \frac{100}{3} \leq a \leq 50,$$

\therefore ①当 $m - 80 > 0$, 即 $m > 80$ 时, w 随 a 的增大而增大, \therefore 当 $a = 50$ 时, w 有最大值为 $50m + 12\,000 > 16\,000$, 此时 $100 - a = 50$;

②当 $m - 80 < 0$, 即 $m < 80$ 时, w 随 a 的增大而减小, \therefore 当 $a = 34$ 时, w 有最大值为 $34m + 13\,280 < 16\,000$, 此时 $100 - a = 66$;

③当 $m - 80 = 0$, 即 $m = 80$ 时, $w = 16\,000$.

综上所述, 商店销售这 100 台打印机所获总利润最大的进货方案为 A 型和 B 型打印机都进 50 台.

▼ 命题点四 反比例函数的图象与性质

1. A 2. B 3. B 4. B 5. D 6. A 7. $(-3, -4)$

8. (1) 3 12 (2, 0) 【解析】 \because 一次函数 $y = \frac{3}{2}x - 3$

的图象经过点 $A(4, n)$, $\therefore n = \frac{3}{2} \times 4 - 3 = 3$, $\therefore A(4, 3)$.

\because 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, $\therefore k = 4 \times 3 =$

12. 在一次函数 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 中, 令 $y = 0$, 则 $\frac{3}{2}x - 3 = 0$, 解得 $x = 2$, $\therefore B(2, 0)$.

(2) $x \leq -4$ 或 $x > 0$ 【解析】把 $y = -3$ 代入 $y = \frac{12}{x}$,

解得 $x = -4$, 由图象可知, 当 $y \geq -3$ 时, 自变量 x 的取值范围是 $x \leq -4$ 或 $x > 0$.

(3)【解】存在. 理由如下: 如图, 作点 $B(2, 0)$ 关于 y



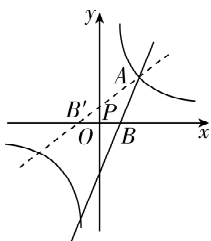
轴的对称点 B' , 则 B' 的坐标为 $(-2, 0)$.

设直线 AB' 的解析式为 $y = ax + b$ ($a \neq 0$), 把 $A(4, 3), B'(-2, 0)$

代入, 得 $\begin{cases} 4a + b = 3, \\ -2a + b = 0, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a = \frac{1}{2}, \\ b = 1, \end{cases} \therefore$ 直线 AB' 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$,

\therefore 直线 AB' 与 y 轴的交点为 $P(0, 1)$, 此时 $PA + PB$ 的值最小.



▼ 命题点五 反比例函数实际应用题

1. 【解】(1) 设 v 与 t 的函数关系式为 $v = \frac{k}{t}$, 将 $(5,$

$120)$ 代入 $v = \frac{k}{t}$, 得 $120 = \frac{k}{5}$, 解得 $k = 600$,

$\therefore v$ 与 t 的函数关系式为 $v = \frac{600}{t} (5 \leq t \leq 10)$.

(2) ① 当 $t = \frac{20}{3}$ (8 时到 14 时 40 分) 时, $v = \frac{600}{t} =$

$600 \div \frac{20}{3} = 90$;

当 $t = \frac{15}{2}$ (8 时到 15 时 30 分) 时, $v = \frac{600}{t} = 600 \div$

$\frac{15}{2} = 80$.

\therefore 客车行驶的平均速度 v 的范围为 $80 \leq v \leq 90$.

② 不能. 理由如下:

当天 12 时 30 分到达时, $t = 4.5$, 而 $5 \leq t \leq 10$,

故客车不能在当天 12 时 30 分前到达乙地.

2. 【解】(1) 观察图象, 可知当 $x = 7$ 时, $y = 100$.

当 $0 \leq x \leq 7$ 时, 设 y 关于 x 的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 把 $(0, 30), (7, 100)$ 代入, 得

$\begin{cases} b = 30, \\ 7k + b = 100, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 10, \\ b = 30. \end{cases}$

即当 $0 \leq x \leq 7$ 时, y 关于 x 的函数关系式为 $y = 10x + 30$.

当 $x > 7$ 时, 设 $y = \frac{a}{x}$, 把 $(7, 100)$ 代入得 $100 = \frac{a}{7}$,

解得 $a = 700$.

即当 $x > 7$ 时, y 关于 x 的函数关系式为 $y = \frac{700}{x}$,

当 $y = 30$ 时, $x = \frac{70}{3}$.



$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 之间的函数关系式为 } y = \begin{cases} 10x + 30 (0 \leq x \leq 7), \\ \frac{700}{x} (7 < x \leq \frac{70}{3}) \end{cases}$$

y 与 x 之间的函数关系式每 $\frac{70}{3}$ min 重复出现一次.

(2) 将 $y = 50$ 代入 $y = 10x + 30$, 得 $x = 2$.

将 $y = 50$ 代入 $y = \frac{700}{x}$, 得 $x = 14$.

$\therefore 14 - 2 = 12$ (min), $\frac{70}{3} - 12 = \frac{34}{3}$ (min), \therefore 怡萱同学

想喝不低于 50°C 的水, 她最多需要等待 $\frac{34}{3}$ min.

3. 【解】(1) 由题意, 得 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 49 - (x - 1) = 50 - x$.

(2) 设基本价为 b 万元.

①第 1 场 ~ 第 20 场, 设 p 与 x 的函数关系式为 $p = ax + b$ ($a \neq 0$).

$$\text{依题意, 得 } \begin{cases} 3a + b = 10.6, \\ 10a + b = 12, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = \frac{1}{5}, \\ b = 10, \end{cases}$$

$$\therefore p = \frac{1}{5}x + 10.$$

当 $p = 13$ 时, $\frac{1}{5}x + 10 = 13$, 解得 $x = 15$.

②第 21 场 ~ 第 40 场, 设 p 与 x 的函数关系式为 $p = \frac{m}{x} + b$ ($m \neq 0$), 即 $p = \frac{m}{x} + 10$.

依题意, 得 $14.2 = \frac{m}{25} + 10$, 解得 $m = 105$,

$$\therefore p = \frac{105}{x} + 10.$$

当 $p = 13$ 时, $\frac{105}{x} + 10 = 13$, 解得 $x = 35$.

故当产品销售单价为 13 万元时, 销售场次是第 15 场或第 35 场.

(3) 设每场获得的利润为 w 万元.

$$\begin{aligned} \text{①当 } 1 \leq x \leq 20 \text{ 时, } w &= \left(\frac{1}{5}x + 10 - 10 \right) (50 - x) = \\ &= -\frac{1}{5}x^2 + 10x = -\frac{1}{5}(x - 25)^2 + 125. \end{aligned}$$

\therefore 在对称轴的左侧, w 随 x 的增大而增大,

\therefore 当 $x = 20$ 时, w 最大, 最大值为 $-\frac{1}{5}(20 - 25)^2 + 125 = 120$ (万元);

$$\text{②当 } 21 \leq x \leq 40 \text{ 时, } w = \left(\frac{105}{x} + 10 - 10 \right) (50 - x) =$$



$$\frac{5250}{x} - 105.$$

$\therefore w$ 随 x 的增大而减小, \therefore 当 $x = 21$ 时, w 最大, 最大值为 $\frac{5250}{21} - 105 = 145$ (万元).

$\therefore 120 < 145$, \therefore 在这 40 场产品促销会中, 第 21 场获得的利润最大, 最大利润为 145 万元.

▼命题点六 二次函数的图象与性质

1. D 2. D 3. C 4. D 5. C 6. C 7. D

8. (1) (2, 2) 【解析】当 $t = 1$ 时, $x = 2$, \therefore 直线 l 的解析式为 $x = 2$, 把 $x = 2, t = 1$ 代入抛物线 L 的解析式, 得 $y = -(2-1)^2 + 1 + 2 = 2$, $\therefore Q$ 点的坐标为 (2, 2).

【解】(2) $\because P, Q$ 两点重合, \therefore 直线 l 与抛物线 L 交于 x 轴, \therefore 交点为 $(2t, 0)$, $\therefore -(2t-t)^2 + t + 2 = 0$, 解得 $t = 2$ 或 $t = -1$.

(3) \because 抛物线 $L: y = -(x-t)^2 + t + 2$, \therefore 抛物线 L 的顶点坐标为 $(t, t+2)$. 当 Q 点达到最高时, 则直线 l 与抛物线 L 交于顶点, $\therefore 2t = t$, 解得 $t = 0$, \therefore 抛物线 L 的解析式为 $y = -x^2 + 2$.

(4) $1 \leq t \leq 2$ 时, 分三种情况讨论:

当 $t = 1$ 时, 抛物线 L 的解析式为 $y = -(x-1)^2 + 3$,

令 $y = 0$, 则 $-(x-1)^2 + 3 = 0$, 解得 $x = 1 \pm \sqrt{3}$,

\therefore “可点”在 x 轴上有 3 个, 抛物线 L 上有 3 个, 共有 6 个;

当 $t = 2$ 时, 抛物线 L 的解析式为 $y = -(x-2)^2 + 4$,

令 $y = 0$, 则 $-(x-2)^2 + 4 = 0$, 解得 $x = 0$ 或 4,

\therefore “可点”在 x 轴上有 5 个, 抛物线 L 上有 3 个, 共有 8 个;

当 $1 < t < 2$ 时, 抛物线 L 与 x 轴交点的横坐标在 $1 - \sqrt{3}$ 和 4 之间, 当抛物线 L 过点 (3, 0) 时, “可点”在 x 轴上有 4 个, 抛物线 L 上有 3 个, 共有 7 个.

综上所述, “可点”的个数为 6 或 7 或 8.

▼命题点七 二次函数实际应用题

1. 【解】(1) 由题意知, 抛物线顶点坐标为 (10, 150), \therefore 设 0 ~ 10 分钟内, y 与 x 的函数解析式为 $y = a(x-10)^2 + 150$ ($a \neq 0$), 将 (0, 50) 代入上式, 得 $a(0-10)^2 + 150 = 50$, 解得 $a = -1$, $\therefore y = -(x-10)^2 + 150 = -x^2 + 20x + 50$, 此时 $a = -1, b = 20, c = 50$.

(2) \because 共设两个检测岗, 每岗每分钟可让检测完毕

的 5 个居民离开, \therefore 每分钟可检测 10 人.

设第 x 分钟后等候检测的居民人数为 z , 则 $z = -x^2 + 20x + 50 - 10x = -x^2 + 10x + 50$.

① $z = -x^2 + 10x + 50$ 可整理为 $z = -(x-5)^2 + 75$.

$\therefore -1 < 0$, \therefore 抛物线开口向下, 函数有最大值,

\therefore 当 $x=5$ 时, z 有最大值, 最大值为 75,

\therefore 检测开始后, 第 5 分钟后等候检测的居民人数最多, 为 75 人.

② 根据题意, 得 $-x^2 + 10x + 50 = 0$. 解得 $x_1 = 5 + 5\sqrt{3}$, $x_2 = 5 - 5\sqrt{3}$ (舍去), \therefore 检测开始后, 第 $(5 + 5\sqrt{3})$ 分钟后等候检测的居民人数为 0.

2. 【解】(1) 设 $p = kx + b$ ($k \neq 0$), 将 $x=5$, $p=248$ 和 $x=7$, $p=264$ 分别代入解析式, 得 $\begin{cases} 5k + b = 248, \\ 7k + b = 264, \end{cases}$ 解得

$$\begin{cases} k = 8, \\ b = 208, \end{cases} \therefore p = 8x + 208.$$

(2) 依题意, 得 $8x + 208 = x^2 - 4x + 100$.

整理, 得 $x^2 - 12x - 108 = 0$,

解得 $x_1 = 18$, $x_2 = -6$ (不合题意, 舍去).

答: 保存第 18 天时, 该商品不赚也不亏.

(3) 设每件商品所获利润为 w 元.

依题意, 得 $w = 8x + 208 - (x^2 - 4x + 100) = -x^2 + 12x + 108 = -(x-6)^2 + 144$.

$\therefore -1 < 0$, \therefore 当 $x=6$ 时, w 有最大值为 144,

$\therefore p = 8x + 208 = 8 \times 6 + 208 = 256$.

答: 该商品在第 6 天卖出, 每件商品能获得最大利润, 此时每件商品的售价为 256 元.

3. 【解】(1) 选用② $y = ax^2 - 0.5x + c$ ($a > 0$) 最合理. 理由如下:

由 $(1, 1.5)$, $(2, 2.5)$, $(3, 4.5)$, $(4, 7.5)$, $(5, 11.5)$

可知, x 每增大 1 个单位, y 的变化不均匀,

\therefore 不能选用① $y = x + b$,

故应选用② $y = ax^2 - 0.5x + c$ ($a > 0$) 模型.

(2) 把 $(1, 1.5)$, $(2, 2.5)$ 代入 $y = ax^2 - 0.5x + c$

$$(a > 0) \text{ 得 } \begin{cases} a - 0.5 + c = 1.5, \\ 4a - 1 + c = 2.5, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = 0.5, \\ c = 1.5, \end{cases}$$

$\therefore y = 0.5x^2 - 0.5x + 1.5$.

(3) 能. 理由如下:

由 (2) 知, $y = 0.5x^2 - 0.5x + 1.5$,

当 $x=6$ 时, $y = 0.5 \times 36 - 0.5 \times 6 + 1.5 = 16.5$.

$\therefore 16.5 > 16$, \therefore 甲农户 2021 年度的纯收入能满足购买农机设备的资金需求.



4. 【解】(1) 由题意, 得 $A\left(-4, -4 + \frac{20}{9}\right)$, $O(0, 0)$, $B(3, -1)$, 设抛物线解析式为 $y = ax^2$, 代入 A 点坐标解得 $a = -\frac{1}{9}$, \therefore 篮球运行轨迹的抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{9}x^2$.

(2) 把 $x = 3$ 代入 $y = -\frac{1}{9}x^2$, 得 $y = -1$,

即 B 点在抛物线上, \therefore 一定能投中.

(3) 由题意, 得 $-4 + 3.19 = -0.81$, 将 $y = -0.81$ 代入 $y = -\frac{1}{9}x^2$, 解得 $x = -2.7$ 或 $x = 2.7$ (舍去), $4 - 2.7 = 1.3$,

\therefore 只有在甲身前 1.3 米以内盖帽才能成功.

5. 【解】(1) $S = (2a + b)(2a - b) - 4(a - b)^2 = 4a^2 - b^2 - 4a^2 + 8ab - 4b^2 = -5b^2 + 8ab$.

故答案为 $-5b^2 + 8ab$.

(2) $\because 3^{3b-a} = 1$, $\therefore 3b - a = 0$.

解方程组 $\begin{cases} 3b - a = 0, \\ a + b = 20, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} a = 15, \\ b = 5, \end{cases}$

则 $S = -5 \times 5^2 + 8 \times 15 \times 5 = 475$.

(3) $\because a + b = 20$, $\therefore a = 20 - b$,

$\therefore S = -5b^2 + 8ab = -5b^2 + 8b(20 - b) = -13b^2 + 160b = -13\left(b - \frac{80}{13}\right)^2 + \frac{6400}{13}$.

$\because -13 < 0$, \therefore 当 $b = \frac{80}{13}$ 时, S 有最大值, 最大值是 $\frac{6400}{13}$, 此时 $a = \frac{180}{13}$.

▼ 命题点八 函数综合问题

1. B 2. B 3. D 4. B 5. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 【解】(1) 将点 $A(-2, -2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k = 4$, 即

$y = \frac{4}{x}$. 将 $B(1, a)$ 代入 $y = \frac{4}{x}$, 得 $a = 4$, 即 $B(1, 4)$.

设直线 AB 的解析式为 $y = mx + n$ ($m \neq 0$),

将 $A(-2, -2)$, $B(1, 4)$ 代入 $y = mx + n$, 得

$\begin{cases} -2 = -2m + n, \\ 4 = m + n, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m = 2 \\ n = 2, \end{cases}$

\therefore 直线 AB 的解析式为 $y = 2x + 2$.

(2) $\because A(-2, -2)$, $B(1, 4)$,

$\therefore AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (-2-4)^2} = 3\sqrt{5}$.



$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times CD = \frac{1}{2} \times BC \times 3,$$

$$\therefore CD = \frac{BC \times 3}{AB} = \frac{4 \times 3}{3\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}.$$

7. 【解】(1) \because 一次函数 $y = x + 5$ 的图象与反比例函数

$y = \frac{k}{x}$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 的图象相交于 $A(-1, m)$,

\therefore 把 $A(-1, m)$ 代入 $y = x + 5$, 得 $m = 4$,

$\therefore A(-1, 4)$, $\therefore k = -1 \times 4 = -4$, \therefore 反比例函数解

析式为 $y = -\frac{4}{x}$.

(2) 将一次函数 $y = x + 5$ 的图象沿 y 轴向下平移 b 个单位 ($b > 0$) 得 $y = x + 5 - b$.

\therefore 平移后的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象有且只

有一个交点, $\therefore x + 5 - b = -\frac{4}{x}$, $\therefore x^2 + (5 - b)x + 4 = 0$, $\therefore \Delta = (5 - b)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$, 解得 $b = 9$ 或 1 .

8. 【解】(1) 在 $y = kx + 2$ 中, 令 $x = 0$, 得 $y = 2$,

\therefore 点 D 的坐标为 $(0, 2)$.

(2) $\because AP \parallel OD$, $\therefore \angle CDO = \angle CPA$, $\angle COD = \angle CAP$,

$\therefore \text{Rt} \triangle PAC \sim \text{Rt} \triangle DOC$, $\therefore \frac{OD}{AP} = \frac{OC}{AC}$.

$\because \frac{OC}{OA} = \frac{1}{2}$, $\therefore \frac{OC}{AC} = \frac{1}{3}$, $\therefore \frac{OD}{AP} = \frac{OC}{AC} = \frac{1}{3}$, $\therefore AP = 6$,

$\therefore BD = 6 - 2 = 4$. 由 $S_{\triangle PBD} = \frac{1}{2} BP \cdot BD = 4$, 可得 $BP = 2$, $\therefore P(2, 6)$.

把 $P(2, 6)$ 分别代入 $y = kx + 2$ 与 $y = \frac{m}{x}$ ($x > 0$) 可得

一次函数解析式为 $y = 2x + 2$, 反比例函数解析式为

$y = \frac{12}{x}$ ($x > 0$).

(3) 由图象可得一次函数的值大于反比例函数的值时 x 的取值范围是 $x > 2$.

9. 【解】(1) 将点 $(-1, 0)$, $(0, -3)$ 分别代入 $y = ax^2 -$

$2ax + c$ ($a > 0$), 得 $\begin{cases} c = -3, \\ 3a + c = 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = 1, \\ c = -3, \end{cases}$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$.

(2) 对于直线 $y = x - 6$, 当 $x = 0$ 时, $y = -6$, 当 $y = 0$ 时, $x = 6$,

$\therefore A(6, 0)$, $B(0, -6)$.

如图, 过点 P 作 x 轴的垂线交直线 AB 于点 D . 设 $P(x, x^2 - 2x - 3)$, 则 $D(x, x - 6)$, $\therefore PD = x^2 - 2x - 3$

$$-(x-6) = x^2 - 3x + 3,$$

$$\therefore S_{\triangle PAB} = S_{\triangle PBD} + S_{\triangle PAD} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot$$

$$PD + \frac{1}{2} \cdot (6-x) \cdot PD = 3(x^2 -$$

$$3x + 3) = 3\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}.$$

$\therefore 3 > 0, \therefore$ 当 $x = \frac{3}{2}$ 时, $S_{\triangle PAB}$ 有最小值,

\therefore 当 $\triangle PAB$ 的面积最小时, 点 P 的横坐标为 $\frac{3}{2}$.

(3) 由题意可设 $E(m, m^2 - 2m - 3), F(m, m - 6)$,

$$\therefore EF = m^2 - 2m - 3 - (m - 6) = m^2 - 3m + 3.$$

由抛物线解析式 $y = x^2 - 2x - 3$ 可知抛物线的对称轴为直线 $x = 1$.

$\therefore \triangle CEF$ 是以点 E 或点 F 为直角顶点的等腰直角三角形, 点 C 在抛物线对称轴上,

\therefore 点 C 的横坐标为 1, $m \neq 1$.

当点 E 为直角顶点时, $CE = EF, C(1, m^2 - 2m - 3)$,

$$\therefore CE = |m - 1|, \therefore |m - 1| = m^2 - 3m + 3, \text{解得 } m = 2,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的纵坐标为 } 2^2 - 2 \times 2 - 3 = -3;$$

当点 F 为直角顶点时, $CF = EF, C(1, m - 6)$,

$$\therefore CF = |m - 1|, \therefore |m - 1| = m^2 - 3m + 3, \text{解得 } m = 2,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的纵坐标为 } 2 - 6 = -4.$$

综上所述, 点 C 的纵坐标为 -3 或 -4 .

▼ 命题点九 函数图象与几何问题的综合

1. A 2. C 3. D 4. 12 $2\sqrt{6}$ 5. $\frac{5}{4}$ $\frac{2n-1}{4}$

6. 【解】(1) 把点 $A(2, a)$ 代入反比例函数 $y = \frac{8}{x} (x >$

$$0), \text{得 } a = \frac{8}{2} = 4, \therefore \text{点 } A(2, 4).$$

把点 $A(2, 4)$ 代入 $y = kx + 1$, 得 $4 = 2k + 1$, 解得 $k =$

$$\frac{3}{2}, \therefore \text{一次函数的解析式为 } y = \frac{3}{2}x + 1.$$

(2) $\because BD = 10, \therefore D$ 的纵坐标为 10.

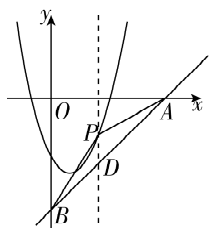
$$\text{把 } y = 10 \text{ 代入 } y = \frac{3}{2}x + 1, \text{得 } x = 6, \therefore OB = 6.$$

$$\text{把 } x = 6 \text{ 代入 } y = \frac{8}{x}, \text{得 } y = \frac{4}{3}, \text{即 } BC = \frac{4}{3},$$

$$\therefore CD = BD - BC = 10 - \frac{4}{3} = \frac{26}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times \frac{26}{3} \times (6 - 2) = \frac{52}{3}.$$

7. (1) (6, 4) 【解析】 $\because AC \parallel x$ 轴, $CD \perp x$ 轴, $A(0,$





4), $\therefore OA = CD = 4$, 把 $y = 4$ 代入 $y = \frac{2}{3}x$, 得 $x = 6$,

$\therefore C(6, 4)$. 故答案为 $(6, 4)$.

(2) $0 \leq PD < 2$ 【解析】 \because 直线 l 的解析式中 y 随 x 的增大而减小, \therefore 点 P 在线段 CD 上, 且纵坐标小于 2, $\therefore 0 \leq PD < 2$. 故答案为 $0 \leq PD < 2$.

(3) 【解】由题意, 得 $OA = 4, AC = 6, AB = 2$.

当 $\triangle ABP \sim \triangle AOC$ 时, $\frac{AB}{AO} = \frac{AP}{AC}$, 即 $\frac{2}{4} = \frac{AP}{6}$,

$\therefore AP = 3, \therefore P(3, 4)$.

设直线 l 的解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$, 把 $B(0, 2)$,

$P(3, 4)$ 代入, 得 $\begin{cases} 3k + b = 4, \\ b = 2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = \frac{2}{3}, \\ b = 2, \end{cases}$

\therefore 直线 l 的解析式为 $y = \frac{2}{3}x + 2$.

当 $\triangle ABP \sim \triangle ACO$ 时, $\frac{AB}{AC} = \frac{AP}{AO}$, 即 $\frac{2}{6} = \frac{AP}{4}$,

$\therefore AP = \frac{4}{3}, \therefore P\left(\frac{4}{3}, 4\right)$.

设直线 l 的解析式为 $y = mx + n (m \neq 0)$, 把 $B(0,$

$2), P\left(\frac{4}{3}, 4\right)$ 代入, 得 $\begin{cases} \frac{4}{3}m + n = 4, \\ n = 2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m = \frac{3}{2}, \\ n = 2, \end{cases}$

\therefore 直线 l 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x + 2$.

综上所述, 当 $\triangle ABP$ 与 $\triangle AOC$ 相似时, 直线 l 的解

析式为 $y = \frac{2}{3}x + 2$ 或 $y = \frac{3}{2}x + 2$.

8. 【解】(1) 令 $y = -\frac{3}{4}x + 3 = 0$, 得 $x = 4$, 即点 $C(4, 0)$.

令 $x = 0$, 得 $y = 3$, 即点 $B(0, 3)$, 则抛物线 $y = ax^2 +$

$\frac{3}{4}x + c = ax^2 + \frac{3}{4}x + 3$.

将点 C 坐标代入上式, 得 $16a + 3 + 3 = 0$, 解得 $a =$

$-\frac{3}{8}, \therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$.

(2) 设点 $E\left(x, -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3\right)$, 则点 $M\left(x, -\frac{3}{4}x +$

$3\right), \therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}EM \times OC = 2\left(-\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3 +$

$\frac{3}{4}x - 3\right) = -\frac{3}{4}x^2 + 3x = -\frac{3}{4}(x - 2)^2 + 3$.

$\because -\frac{3}{4} < 0, \therefore S_{\triangle BCE}$ 有最大值, 此时 $x = 2$, 故点

$M\left(2, \frac{3}{2}\right)$.



(3) 存在. 理由如下: 抛物线 $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$ 的

对称轴为直线 $x = -\frac{\frac{3}{4}}{2 \times \left(-\frac{3}{8}\right)} = 1$,

设点 $P(m, n)$, 点 $Q(1, s)$.

①当 AM 是平行四边形的一条边, 且点 P 在对称轴

的右侧时, \because 点 $C(4, 0)$, 抛物线 $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$

的对称轴为直线 $x = 1$, $\therefore A(-2, 0)$, \therefore 点 M 向左

平移 4 个单位向下平移 $\frac{3}{2}$ 个单位得到 A , 同理,

$P(m, n)$ 向左平移 4 个单位向下平移 $\frac{3}{2}$ 个单位得到

$Q(1, s)$, 即 $m - 4 = 1$, 解得 $m = 5$, 故点 $P\left(5, -\frac{21}{8}\right)$;

当点 P 在对称轴的左侧时, 可得点 $P\left(-3, -\frac{21}{8}\right)$;

②当 AM 是平行四边形的对角线时, AM 的中点坐

标为 $\left(0, \frac{3}{4}\right)$, 此坐标即为 PQ 的中点坐标, 即 $m +$

$1 = 0$, 解得 $m = -1$, 故点 $P\left(-1, \frac{15}{8}\right)$.

综上, 点 P 的坐标为 $\left(5, -\frac{21}{8}\right)$ 或 $\left(-3, -\frac{21}{8}\right)$

或 $\left(-1, \frac{15}{8}\right)$.

模块四 | 三角形

▼命题点一 三角形的高、中线、角平分线、中位线

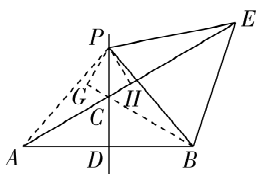
1. A 2. C 3. D 4. B 5. B 6. 24

7.【解】(1) \because 点 P 与点 C 重合, CD 是线段 AB 的垂直平分线, $\therefore PA = PB$, $\therefore \angle PAB = \angle PBA = 30^\circ$,
 $\therefore \angle BPE = \angle PAB + \angle PBA = 60^\circ$.

又 $\because PB = PE$, $\therefore \triangle BPE$ 为等边三角形,

$\therefore \angle CBE = 60^\circ$, $\therefore \angle ABE = \angle PBA + \angle CBE = 90^\circ$.

(2) 如图(1), 过 P 作 $PH \perp AE$ 于 H , 连接 BC , PA , 作 $PG \perp BC$ 交 BC 的延长线于 G .



图(1)

$\because CD$ 垂直平分 AB , $\therefore CA = CB$.

$\because \angle BAC = 30^\circ$, $\therefore \angle ACD = \angle BCD = 60^\circ$, $\therefore \angle GCP = \angle HCP = \angle BCE = \angle ACD = \angle BCD = 60^\circ$,

\therefore 易知 $PG = PH$, $CG = CH = \frac{1}{2}CP$, $CD = \frac{1}{2}AC$.

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle PGB$ 和 $\text{Rt}\triangle PHE$ 中, $\begin{cases} PB = PE, \\ PG = PH, \end{cases}$

$\therefore \text{Rt}\triangle PGB \cong \text{Rt}\triangle PHE$ (HL), $\therefore BG = EH$,

即 $CB + CG = CE - CH$, $\therefore CB + \frac{1}{2}CP = CE - \frac{1}{2}CP$,

即 $CB + CP = CE$.

又 $\because CB = AC$, $\therefore CP = PD - CD = PD - \frac{1}{2}AC$,

$\therefore AC + PD - \frac{1}{2}AC = CE$, 即 $PD + \frac{1}{2}AC = CE$.

(3) 当点 E 在 AC 的延长线上时, 如图(2), 过 P 作 $PH \perp AE$ 于 H , 连接 BC , 作 $PG \perp BC$ 交 BC 于 G , 此时易证 $\text{Rt}\triangle PGB \cong \text{Rt}\triangle PHE$ (HL), $\therefore BG = EH$, 即 $CB - CG = CE + CH$. 又 $\because CD$ 是 AB 的垂直平分线,

$\therefore AC = BC$, $\therefore \angle A = \angle ABC = 30^\circ$, \therefore 易知在 $\text{Rt}\triangle PCH$ 和 $\text{Rt}\triangle PCG$ 中, $\angle CPH = \angle CPG = 30^\circ$,

$\therefore CH = CG = \frac{1}{2}CP$, $\therefore CB - \frac{1}{2}CP = CE + \frac{1}{2}CP$, 即

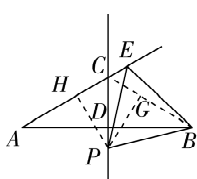
$CP = CB - CE = 6 - 2 = 4$.

又 \because 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\therefore CD = \frac{1}{2}AC = 3$,

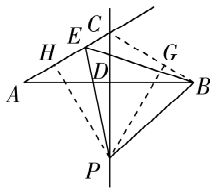
$\therefore PD = CP - CD = 4 - 3 = 1$.

当点 E 在 AC 上时,如图(3),同理可得, $PC = EC + BC = 8$, $\therefore PD = PC - CD = 8 - 3 = 5$.

故答案为 1 或 5.



图(2)



图(3)

▼命题点二 全等三角形的判定与性质

1. A 2. D 3. B

4. (1) 【证明】 $\because OA = OD, AC = DE, \therefore OC = OE.$

$$\therefore \text{在} \triangle AOE \text{ 和 } \triangle DOC \text{ 中, } \begin{cases} OA = OD, \\ \angle AOE = \angle DOC, \\ OE = OC, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle DOC \text{ (SAS)}, \therefore AE = CD.$$

(2)【解】 $\angle 2 = \angle 1 + \angle C$,理由:

由(1)知 $\triangle AOE \cong \triangle DOC$, $\therefore \angle C = \angle E$.

$$\therefore \angle 2 = \angle 1 + \angle E, \therefore \angle 2 = \angle 1 + \angle C.$$

5. (1)【证明】 $\because AB \parallel DE, \therefore \angle BAC = \angle D$.

又 $\because \angle B = \angle DCE = 90^\circ, AC = DE,$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCE \text{ (AAS)}.$$

(2) 【解】由(1)知 $\triangle ABC \cong \triangle DCE$, $\therefore CE = BC = 5$.

$$\therefore \angle ACE = \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AC^2 + CE^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13.$$

6. (1)【证明】 $\because PA \perp OM, PB \perp ON, OC$ 平分 $\angle MON$,

$$\therefore \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ, PA = PB.$$

在 $\text{Rt}\triangle OPA$ 和 $\text{Rt}\triangle OPB$ 中, $\therefore \begin{cases} OP = OP, \\ PA = PB, \end{cases}$

$$\therefore \text{Rt} \triangle OPA \cong \text{Rt} \triangle OPB \text{ (HL)}.$$

(2)【解】由(1)知 $\triangle OPA \cong \triangle OPB$,

$$\therefore \angle APE = \angle BPE.$$

在 $\triangle APE$ 和 $\triangle BPE$ 中, $\therefore \begin{cases} PA = PB, \\ \angle APE = \angle BPE, \\ PE = PE. \end{cases}$

$$\therefore \triangle APE \cong \triangle BPE \text{ (SAS)}, \therefore AE = BE, \therefore AE = \frac{1}{2}AB.$$
$$\therefore AB = 6, \therefore AE = 3.$$

▼命题点三 相似三角形的判定与性质

1. C 2. C 3. D 4. B 5. 4

6. (1) 【证明】 $\because DB$ 平分 $\angle ADC, \therefore \angle ADB = \angle CDB.$



又 $\because \angle ABD = \angle BCD = 90^\circ$, $\therefore \triangle ABD \sim \triangle BCD$,

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD}, \therefore BD^2 = AD \cdot CD.$$

(2)【解】 $\because BM \parallel CD$, $\therefore \angle MBD = \angle BDC$.

又 $\because \angle ADB = \angle CDB$, $\therefore \angle ADB = \angle MBD$,

$$\therefore BM = MD.$$

又 $\because \angle ABD = 90^\circ$, $\therefore \angle MAB = 90^\circ - \angle ADB$,
 $\angle MBA = 90^\circ - \angle MBD$,

$$\therefore \angle MAB = \angle MBA, \therefore BM = MD = AM = \frac{1}{2}AD = 4.$$

$$\because BD^2 = AD \cdot CD, CD = 6, AD = 8, \therefore BD^2 = 48,$$

$$\therefore BC^2 = BD^2 - CD^2 = 12, \therefore MC^2 = MB^2 + BC^2 = 28,$$

$$\therefore MC = 2\sqrt{7}.$$

$$\because BM \parallel CD, \therefore \triangle MNB \sim \triangle CND, \therefore \frac{BM}{CD} = \frac{MN}{CN} = \frac{4}{6} =$$

$$\frac{2}{3}, \therefore \frac{MN}{2\sqrt{7} - MN} = \frac{2}{3}, \therefore MN = \frac{4}{5}\sqrt{7}.$$

7. (1)【证明】 $\because \angle DPE = 60^\circ$, $\therefore \angle DPB + \angle EPC = 120^\circ$.

\because 等边三角形 ABC 的内角为 60° ,

$$\therefore \angle BDP + \angle DPB = 120^\circ, \therefore \angle BDP = \angle EPC.$$

$$\because \angle B = \angle C = 60^\circ, \therefore \triangle BDP \sim \triangle CPE.$$

【解】(2) $\because \triangle PDE$ 为等边三角形, $\therefore DP = EP$.

$$\because \triangle BDP \sim \triangle CPE, \therefore \triangle BDP \cong \triangle CPE,$$

$$\therefore BD = CP, BP = CE,$$

$$\therefore BD + CE = CP + BP = BC = 8.$$

$$(3) \because DE \parallel BC, \therefore \frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}, \therefore BD = CE.$$

$$\because \triangle BDP \sim \triangle CPE, \therefore \frac{BD}{CP} = \frac{BP}{CE}, \therefore \frac{BD}{8 - BP} = \frac{BP}{BD},$$

$$\therefore BD = \sqrt{BP(8 - BP)},$$

$$\therefore \text{当 } BP = \frac{0+8}{2} = 4 \text{ 时, } BD \text{ 最大, 最大值为}$$

$$\sqrt{4 \times (8 - 4)} = 4.$$

▼ 命题点四 解直角三角形及其应用

1. C 2. C 3. B 4. C 5. C 6. C 7. A

8. 30 9. 5 2

10. 【解】(1) $\because DE \perp AB$, $\therefore \angle BED = 90^\circ$.

$$\text{在 Rt} \triangle BED \text{ 中, } \therefore \cos \angle ABC = \frac{BE}{BD},$$



$$\therefore BE = \cos 45^\circ \cdot 3\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} = 3.$$

$$(2) \because \angle ABC = 45^\circ, \angle BED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle EBD = 45^\circ, \therefore BE = DE = 3.$$

$$\because \sin \angle DAB = \frac{DE}{AD} = \frac{3}{5}, \therefore AD = 5,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = 4.$$

$$\therefore AB = AE + BE = 4 + 3 = 7,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot DE = \frac{1}{2} \times 7 \times 3 = \frac{21}{2}.$$

$$\because AD \text{ 是 } BC \text{ 边上的中线}, \therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ABD} = \frac{21}{2}.$$

11. 【解】(1) 在 $\text{Rt} \triangle ABH$ 中, $\because \sin \angle BAH = \frac{BH}{AB},$

$$\therefore BH = c \cdot \sin \angle BAH.$$

在 $\text{Rt} \triangle BCH$ 中, $\because \sin C = \frac{BH}{BC}, \therefore BH = a \cdot \sin C.$

$$\therefore c \cdot \sin \angle BAH = a \cdot \sin C, \therefore \frac{a}{\sin \angle BAH} = \frac{c}{\sin C}.$$

同理可得 $\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin \angle ABD}.$

$$\therefore \frac{a}{\sin \angle BAH} = \frac{b}{\sin \angle ABD} = \frac{c}{\sin C}.$$

(2) 如图, 由题可知, $BC =$

$$60 \times \frac{1}{2} = 30 \text{ (海里)}, \angle 1 =$$

$$90^\circ - 76^\circ = 14^\circ, \angle 2 =$$

$$90^\circ - 32^\circ = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 14^\circ + 58^\circ = 72^\circ.$$

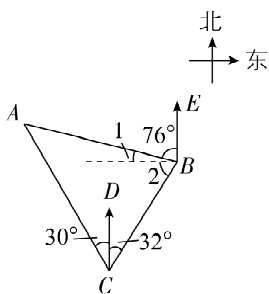
$$\because \angle ACB = 30^\circ + 32^\circ = 62^\circ, \therefore \angle A = 180^\circ - 62^\circ - 72^\circ = 46^\circ.$$

由(1)的结论可得 $\frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{BC}{\sin A},$

$$\therefore \frac{AB}{\sin 62^\circ} = \frac{BC}{\sin 46^\circ},$$

$$\therefore AB \approx \frac{30 \times 0.88}{0.72} \approx 36.7 \text{ (海里)}.$$

故此时货轮距灯塔 A 的距离 AB 约为 36.7 海里.





模块五 | 四边形

▼ 命题点一 多边形的计算

1. B 2. D 3. A 4. C

5. C 6. 117° 7. 180° 8. 7 9. 36°

▼ 命题点二 (特殊) 平行四边形的性质

1. D 2. D 3. C 4. D 5. A 6. D 7. A 8. A

9. B 10. A 11. B 12. 4 13. $\sqrt{15} + 3$

14. $(-2.5, 2)$ 15. (1) $3\sqrt{2}$ (2) $DP = DQ$ (3) 18

16. (1)【证明】 $\because PQ$ 为线段 AC 的垂直平分线,
 $\therefore AD = CD$.

$\because CF \parallel AB, \therefore \angle EAC = \angle FCA, \angle CFD = \angle AED$.

在 $\triangle AED$ 与 $\triangle CFD$ 中,
$$\begin{cases} \angle EAC = \angle FCA, \\ \angle AED = \angle CFD, \\ AD = CD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFD (AAS)$.

(2)【证明】 $\because \triangle AED \cong \triangle CFD, \therefore AE = CF$.

$\because PQ$ 为线段 AC 的垂直平分线,

$\therefore EC = EA, FC = FA, \therefore EC = EA = FC = FA$,

\therefore 四边形 $AECF$ 为菱形.

(3)【解】 \because 四边形 $AECF$ 是菱形, $\therefore AC \perp EF$.

$\because ED = 6, AE = 10, \therefore EF = 2ED = 12, AD =$

$\sqrt{10^2 - 6^2} = 8, \therefore AC = 2AD = 16, \therefore$ 菱形 $AECF$ 的

面积为 $\frac{1}{2}AC \cdot EF = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96$.



模块六 | 圆

▼命题点一 圆的相关性质

1. C 2. D 3. A 4. A 5. A

6. (1) 7 (2) $\sqrt{21}$ 7. (1) 45 (2) $4\sqrt{2}$

8. (1) 【证明】 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle A = 90^\circ - \angle ABC.$$

$$\because CE \perp AB, \therefore \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECB = 90^\circ - \angle ABC, \therefore \angle ECB = \angle A.$$

又 $\because C$ 是 \widehat{BD} 的中点, $\therefore \widehat{CD} = \widehat{CB}, \therefore \angle DBC = \angle A,$

$$\therefore \angle ECB = \angle DBC, \therefore CF = BF.$$

(2) 【解】 $\because \widehat{CD} = \widehat{CB}, \therefore BC = CD = 6.$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ,$

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$\therefore \odot O$ 的半径为 5.

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CE = \frac{1}{2}BC \cdot AC,$$

$$\therefore CE = \frac{BC \cdot AC}{AB} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5}.$$

▼命题点二 三角形的内心与外心

1. C 2. C 3. C 4. D 5. B 6. A

7. 140° 8. $2\sqrt{10} - 2$

9. (1) 【证明】 $\because AD \parallel BE, \therefore \angle A = \angle B.$

$$\text{在 } \triangle ADC \text{ 和 } \triangle BCE \text{ 中, } \because \begin{cases} AD = BC, \\ \angle A = \angle B, \\ AC = BE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BCE (\text{SAS}), \therefore CD = CE.$$

【解】(2) 由 (1) 可知 $CD = CE, \therefore \angle CDE = \angle CED.$

由 (1) 可知 $\triangle ADC \cong \triangle BCE, \therefore \angle ACD = \angle BEC,$

$$\therefore \angle CDE + \angle ACD = \angle CED + \angle BEC,$$

$$\text{即 } \angle BFE = \angle BED,$$

$$\therefore BE = BF, \text{ 即 } BF = BE = AC = 2\sqrt{3}.$$

(3) $40^\circ < \alpha < 130^\circ$. 理由:

$\because \triangle CDE$ 的外心在该三角形的外部,

$\therefore \triangle CDE$ 是钝角三角形.

$$\because \angle CDE = \angle CED, \therefore 0^\circ < \angle CDE < 45^\circ.$$

$$\because AD \parallel BE, \therefore \angle ADE = \angle BED.$$



由(2)知 $\angle BFE = \angle BED$, $\therefore \angle ADE = \angle AFD = \angle BFE$,

$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha.$$

$$\because \angle AFD = \angle CDE + 25^\circ, \therefore \alpha + 2(\angle CDE + 25^\circ) = 180^\circ, \therefore \angle CDE = 65^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\therefore 0^\circ < 65^\circ - \frac{1}{2}\alpha < 45^\circ, \text{解得 } 40^\circ < \alpha < 130^\circ.$$

▼ 命题点三 弧长和扇形面积的计算

1. D 2. A 3. A 4. C 5. 4 6. $2\pi - 2\sqrt{3}$

7. π 3π 4039π

8. (1)【证明】 $\because \angle BCD = \angle ACE$, $\therefore \angle BCD - \angle ACD = \angle ACE - \angle ACD$, 即 $\angle BCA = \angle DCE$.

$$\text{在 } \triangle ACB \text{ 和 } \triangle ECD \text{ 中, } \because \begin{cases} CB = CD, \\ \angle BCA = \angle DCE, \\ CA = CE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle ECD (\text{SAS}).$$

(2)【解】① $\because BC = 2CE$, $BE = 6$, $\therefore CE = 2$, $BC = 4$.

$\because AD$ 是扇形 ACE 所在圆的切线, $\therefore \angle CAD = 90^\circ$,

$$\therefore \sin \angle ADC = \frac{AC}{CD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle ADC = 30^\circ, \therefore \angle ACD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA = \angle DCE = 60^\circ, \therefore \angle ACE = 120^\circ.$$

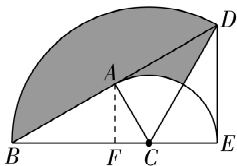
$$\therefore \widehat{AE} \text{ 的长为 } \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4\pi}{3}.$$

②如图, 过点 A 作 $AF \perp BC$ 于 F .

$$\because AC = 2, \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore AF = AC \cdot \sin \angle ACF = 2 \times$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$



$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } \frac{120\pi \times 4^2}{360} - \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{3} -$$

$$\frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{14\pi}{3} - 2\sqrt{3}.$$

▼ 命题点四 圆的综合题

1. (1)【证明】在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} BE = DE, \\ \angle AEB = \angle CED, \\ EA = CE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDE (\text{SAS}), \therefore AB = CD.$$

(2)【解】①当 $AE \perp BE$ 时, $S_{\triangle ABE}$ 取得最大值.



又 $\because BE = 2AE = 4, \therefore S_{\triangle ABE}$ 的最大值为 $\frac{1}{2} \times BE \times AE = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$. 在 $\text{Rt} \triangle ABE$ 中, $AB = \sqrt{BE^2 + AE^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}, \therefore CD = AB = 2\sqrt{5}$.

②当 AB 恰好与小半圆相切时, $AB \perp AE$.

在 $\text{Rt} \triangle ABE$ 中, $\because BE = 2AE = 4,$

$\therefore \angle ABE = 30^\circ, \therefore \angle BEA = 60^\circ, \therefore \angle AEM = 120^\circ,$

\therefore 弧 AM 的长为 $\frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4\pi}{3}$.

2. (1)【证明】 $\because AM \perp AB, OA$ 是半圆 O 的半径,

$\therefore BA$ 是半圆 O 的切线, 切点为 A .

又 $\because BE$ 与半圆 O 相切于点 $D, \therefore BA = BD$.

(2)【解】①点 F 在半圆 O 所在的圆上. 理由:

$\because \angle ABE = 60^\circ, \therefore \angle BEA = 30^\circ$.

由(1)易知 $\angle OBA = \angle OBE = \frac{1}{2} \angle ABE = 30^\circ,$

$\therefore \angle OBE = \angle OEB, \therefore OB = OE$.

又 $\because \angle AOB = \angle FOE, \angle A = \angle F = 90^\circ,$

$\therefore \triangle OBA \cong \triangle OFE (\text{AAS}), \therefore OF = OA,$

\therefore 点 F 在半圆 O 所在的圆上.

②连接 OD , 则 $OD \perp BE, \therefore \angle ODE = 90^\circ,$

$\therefore \angle DOE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

$\because OB = OE, \therefore DE = BD = AB = \sqrt{3}$.

$\because \angle OBA = 30^\circ, \therefore OD = OA = AB \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3} \times$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = 1, \therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle DOE} - S_{\text{扇形} COD} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 -$

$\frac{60\pi \times 1^2}{360} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$.

3. (1)【证明】 $\because O$ 为 AB 的中点, $\therefore OA = OB,$

$\therefore AC + CO = OD + BD$.

由题意可知 $CO = DO, \therefore AC = DB$.

又 $\because \angle A = \angle B, AE = BF,$

$\therefore \triangle CAE \cong \triangle DBF (\text{SAS}), \therefore EC = DF$.

【解】(2) 当 EC 与圆 O 相切时, 如

图所示, 则 $\angle OCE = \angle ACE = 90^\circ$.

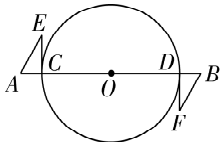
$\because \angle EAB = 60^\circ,$

$\therefore \cos \angle EAC = \frac{AC}{AE} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2},$

$\therefore AC = \frac{1}{2} AE = 1$.

由(1)知 $AC = BD, \therefore BD = 1,$

$\therefore CD = AB - AC - BD = 10 - 2 = 8,$





$$\therefore OC = OD = \frac{1}{2}CD = 4.$$

(3) $\because \triangle AEC$ 的外心在该三角形内部,

$\therefore \triangle AEC$ 是锐角三角形.

$$\therefore \angle EAB = 60^\circ, \therefore 30^\circ < \angle E < 90^\circ.$$

4. (1) 【证明】 $\because \alpha = 90^\circ, \angle AOB = 90^\circ,$

$$\therefore \angle AOP = \angle BOH.$$

$$\text{在 } \triangle AOP \text{ 和 } \triangle BOH \text{ 中, } \therefore \begin{cases} OA = OB, \\ \angle AOP = \angle BOH, \\ OP = OH, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOP \cong \triangle BOH (\text{SAS}), \therefore \angle OPA = \angle OHB.$$

$$\because AP \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线, 切点为 } P, \therefore \angle OPA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OHB = 90^\circ.$$

又 $\because OH$ 是 $\odot O$ 的半径, $\therefore BH$ 是 $\odot O$ 的切线.

【解】(2) 如图, 过点 B 作 $\odot O$

的切线 BC, BD , 切点分别为 $C,$

D , 连接 OC, OD , 则有 $OC \perp BC,$

$OD \perp BD.$

$$\therefore OC = 2, OB = 4,$$

$$\therefore \cos \angle BOC = \frac{OC}{OB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \therefore \angle BOC = 60^\circ.$$

同理, $\angle BOD = 60^\circ.$

当点 H 与点 C 重合时, 由(1)知 $\alpha = 90^\circ, \therefore \angle POC =$

$$90^\circ, \therefore \text{点 } H \text{ 运动路径的长为 } \frac{90\pi \times 2}{180} = \pi;$$

当点 H 与点 D 重合时, $\alpha = \angle POC + \angle BOC +$

$$\angle BOD = 90^\circ + 2 \times 60^\circ = 210^\circ,$$

$$\therefore \text{点 } H \text{ 运动路径的长为 } \frac{210\pi \times 2}{180} = \frac{7\pi}{3}.$$

\therefore 当 BH 与 $\odot O$ 相切时, 旋转角 $\alpha = 90^\circ$ 或 210° , 点

$$H \text{ 运动路径的长为 } \pi \text{ 或 } \frac{7\pi}{3}.$$

(3) 当 $\triangle AHB$ 面积最大时, 点 H 到 AB 的距离为

$2\sqrt{2} + 2$. 理由:

设 h 为点 H 到 AB 的距离. $\because S_{\triangle AHB} = \frac{1}{2}AB \cdot h, \therefore$ 当

h 最大时, $\triangle AHB$ 的面积最大. 作 $ON \perp AB$ 于点 N .

在 $\text{Rt} \triangle ONB$ 中, $\because AO = BO = 4, \angle AOB = 90^\circ,$

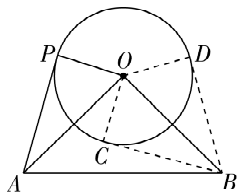
$$\therefore \angle BON = \angle OBN = 45^\circ,$$

$$\therefore ON = 4 \cdot \cos 45^\circ = 2\sqrt{2}, \therefore h_{\text{最小}} = ON - 2 =$$

$$2\sqrt{2} - 2, h_{\text{最大}} = ON + 2 = 2\sqrt{2} + 2.$$

\therefore 当 $\triangle AHB$ 面积最大时, 点 H 到 AB 的距离为

$$2\sqrt{2} + 2.$$



模块七 | 图形的变化

▼命题点一 尺规作图

1. D 2. C 3. A 4. A 5. D 6. D

7. (1) $OP \parallel AB$ (2) $45^\circ + \frac{1}{2}\alpha$

▼命题点二 几何图形的动态变化

1. (1)【证明】① $\because \beta = \alpha$, 即 $\angle ACA_1 = \angle BDB_1$,
 $\angle ACA_1 + \angle A_1CD = \angle BDB_1 + \angle B_1DC = 180^\circ$,
 $\therefore \angle A_1CD = \angle B_1DC$.

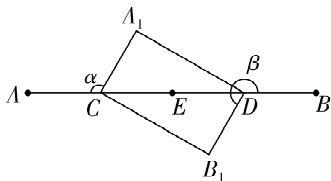
由题意可知 $A_1C = AC = BD = B_1D$.

又 $\because CD = DC$, $\therefore \triangle A_1CD \cong \triangle B_1DC$ (SAS).

② $\because \triangle A_1CD \cong \triangle B_1DC$, $\therefore \angle A_1DC = \angle B_1CD$,
 $\therefore FC = FD$, $\therefore \triangle FCD$ 为等腰三角形.

(2)【解】根据题意, 若

$\beta = 2\alpha$, 当 $\triangle A_1CD \cong \triangle B_1DC$ 时, 如图,



$\therefore \angle A_1CD = \angle B_1DC$,

$\therefore 180^\circ - \alpha = \beta - 180^\circ$.

$\because \beta = 2\alpha$, $\therefore 180^\circ - \alpha = 2\alpha - 180^\circ$, $\therefore \alpha = 120^\circ$.

故答案为 120° .

2. (1)【证明】由题意, 得 $\angle BEF = \angle DEF$.

\because 四边形 $ABCD$ 为长方形, $\therefore DE \parallel BF$,

$\therefore \angle BFE = \angle DEF$, $\therefore \angle BEF = \angle BFE$,

$\therefore BE = BF$.

【解】(2) \because 四边形 $ABCD$ 为长方形, $\therefore \angle ABF = 90^\circ$.

$\because \angle ABE = 18^\circ$, $\therefore \angle EBF = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$.

又 $\because BE = BF$, $\therefore \angle BFE = \frac{1}{2}(180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$.

(3) 设 $AE = x$, 则 $BE = DE = 8 - x$.

由勾股定理, 得 $(8 - x)^2 = 4^2 + x^2$, 解得 $x = 3$,

即 AE 的长为 3.

3. (1)【证明】 $\because AB = AC$, $\therefore \angle B = \angle C$.

$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\therefore \angle AEF = \angle B$.

$\because \angle AEF + \angle CEM = \angle AEC = \angle B + \angle BAE$,

$\therefore \angle CEM = \angle BAE$, $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECM$.

【解】(2) ①当 $DE \perp BC$ 时, $\because AB = AC$,

$\therefore \angle BAE = \angle EAM$.

$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\therefore \angle B = \angle DEF$,



$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle AEM, \therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AE}{AM}, \angle AME = \angle AEB = 90^\circ.$$

$$\because AB = AC = 5, DE \perp BC, BC = 6,$$

$$\therefore BE = EC = \frac{1}{2}BC = 3.$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle ABE \text{ 中}, AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore \frac{5}{4} = \frac{4}{AM}, \therefore AM = \frac{16}{5},$$

$$\therefore CM = AC - AM = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5}.$$

$$\textcircled{2} \text{ 在 Rt } \triangle AEM \text{ 中}, EM = \sqrt{AE^2 - AM^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{16}{5}\right)^2} = \frac{12}{5},$$

$$\therefore S_{\triangle AEM} = \frac{1}{2}AM \cdot EM = \frac{1}{2} \times \frac{16}{5} \times \frac{12}{5} = \frac{96}{25},$$

即两个三角形的重叠部分的面积为 $\frac{96}{25}$.

(3) 当 $AE = EM$ 时, $\triangle ABE \cong \triangle ECM$.

$$\therefore CE = AB = 5, \therefore BE = BC - EC = 6 - 5 = 1;$$

当 $AM = EM$ 时, $\angle MAE = \angle MEA$.

由 (1) 知 $\angle BAE = \angle CEM$, $\therefore \angle MAE + \angle BAE = \angle MEC + \angle MEA$, 即 $\angle CAB = \angle CEA$.

$$\because \angle C = \angle C, \therefore \triangle CAE \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{CE}{AC} = \frac{AC}{CB}, \therefore CE = \frac{AC^2}{CB} = \frac{25}{6}, \therefore BE = BC - EC = 6 -$$

$$\frac{25}{6} = \frac{11}{6};$$

当 $AE = AM$ 时, 点 E 与点 B 重合, 即 BE 不存在.

综上, $BE = 1$ 或 $\frac{11}{6}$.

4. (1) ①【证明】 $\because \triangle ABC$ 绕点 A 旋转一定的角度 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 得到 $\triangle AB'C'$,

$$\therefore AB = AB', AC = AC', \angle BAC = \angle B'AC' = 120^\circ,$$

$$\therefore AB = AB' = AC = AC', \angle BAB' = \angle CAC'.$$

$$\therefore \triangle ABB' \cong \triangle ACC' \text{ (SAS)}, \therefore BB' = CC'.$$

②【解】 $\because B'C' \perp AC, AB' = AC', \therefore \angle B'AD = \angle C'AD = 60^\circ, \therefore \angle BAB' = 60^\circ,$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 走过的路径长为 } \frac{60\pi \times 4}{180} = \frac{4\pi}{3}.$$

故答案为 $\frac{4\pi}{3}$.

(2)【解】 $\because AB = AB' = AC = AC',$



$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \angle AB'C' = \angle AC'B' = 30^\circ.$$

$$\because a = 90^\circ, \therefore \angle BAE = \angle C'AF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AFC = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AC'F \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AE = AF, \therefore B'E = CF.$$

$$\because \angle B'EP = \angle AEB = \angle AFC' = \angle CFP = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AEP = \angle AFP = 120^\circ.$$

$$\text{由 } \alpha = 90^\circ \text{ 可知, } \angle B'PE = \angle CPF = 90^\circ = \angle BPC'.$$

$$\text{又 } \because \angle AB'C' = \angle C, B'E = CF,$$

$$\therefore \triangle B'EP \cong \triangle CFP \text{ (AAS)}, \therefore EP = PF.$$

$$\text{又 } \because \angle AEP = \angle AFP = 120^\circ, AE = AF,$$

$$\therefore \triangle APE \cong \triangle APF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle APF = \angle APB = \frac{1}{2} \angle BPC' = 45^\circ.$$

5. 【解】(1) 点 P 在 MN 中点处. 理由:

$$\because a \parallel b, \therefore \angle 1 = \angle PNE.$$

又 $\because \angle MPD = \angle NPE, \therefore$ 当 $MP = NP$ 时, $\triangle MPD \cong \triangle NPE$, 即点 P 在 MN 中点处.

$$(2) \textcircled{1} \text{ 当 } PN = PE \text{ 时, } \therefore \angle 1 = \angle PNE = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle PNE = \angle PEN = 70^\circ, \therefore \alpha = 180^\circ - \angle PNE - \angle PEN = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 40^\circ;$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } EP = EN \text{ 时, } \alpha = \angle PNE = \angle 1 = 70^\circ;$$

$$\textcircled{3} \text{ 当 } NP = NE \text{ 时, } \angle PEN = \alpha, \text{ 此时 } 2\alpha = 180^\circ - \angle PNE = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

$$\therefore \alpha = \angle PEN = 55^\circ;$$

$$\textcircled{4} \text{ 当 } D \text{ 点在 } M \text{ 点右侧时, } 2\alpha = 180^\circ - (180^\circ - 70^\circ), \therefore \alpha = 35^\circ.$$

综上所述, α 的值是 40° 或 70° 或 55° 或 35° .

6. (1) 【解】如图, 过点 P 作 $PE \perp OA$ 于点 E .

$$\because PQ \parallel OA, PM \parallel OB,$$

\therefore 四边形 $OMPQ$ 为平行四边

形, $\therefore PM = OQ = 1, \angle PME =$

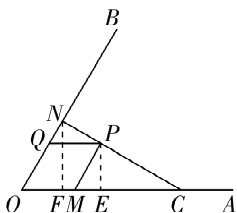
$$\angle AOB = 60^\circ, \therefore PE = PM \cdot$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad ME = PM \cdot$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \therefore CE = OC - OM - ME = 6 - 4 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

由勾股定理, 得 $CP = \sqrt{PE^2 + EC^2} = \sqrt{3}.$

(2) ①【证明】设 $OM = x, ON = y.$





\therefore 四边形 $OMPQ$ 为菱形, $\therefore OQ = QP = OM = x$,
 $NQ = ON - OQ = y - x$.

$\therefore PQ \parallel OA, \therefore \triangle NQP \sim \triangle NOC$,

$\therefore \frac{QP}{OC} = \frac{NQ}{ON}$, 即 $\frac{x}{6} = \frac{y-x}{y}, \therefore 6y - 6x = xy$,

两边都除以 $6xy$, 得 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$, 即 $\frac{1}{OM} - \frac{1}{ON} = \frac{1}{6}$,

$\therefore \frac{1}{OM} - \frac{1}{ON}$ 是定值.

②【解】如上图, 过点 N 作 $NF \perp OA$ 于点 F . 设 $OM = x$.

$\therefore PE \perp OC, \therefore S_1 = OM \cdot PE, S_2 = \frac{1}{2} OC \cdot NF$,

$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{x \cdot PE}{3NF}$.

$\therefore PM \parallel OB, \therefore \triangle CPM \sim \triangle CNO$,

$\therefore \frac{PE}{NF} = \frac{PM}{ON} = \frac{CM}{CO} = \frac{6-x}{6}$,

$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{x(6-x)}{18} = -\frac{1}{18}(x-3)^2 + \frac{1}{2}$.

$\therefore 0 < x < 6, \therefore 0 < \frac{S_1}{S_2} \leq \frac{1}{2}$.

7. (1)【证明】 $\therefore AB$ 是半圆 O 的直径,

$\therefore \angle ADB = \angle BCA = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 和 $\text{Rt}\triangle BCA$ 中, $\therefore \begin{cases} AB = AB, \\ AD = BC, \end{cases}$

$\therefore \text{Rt}\triangle CBA \cong \text{Rt}\triangle DAB$ (HL).

【解】(2) 如图, $\therefore BE = BF$,

由 (1) 知 $BC \perp EF$,

$\therefore \angle CBF = \angle EBC$.

$\therefore \angle CBF = \angle DAC = 30^\circ$,

$\therefore \angle EBC = 30^\circ$,

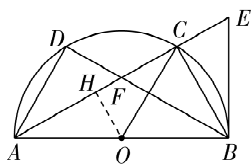
$\therefore \angle E = 90^\circ - \angle EBC = 60^\circ$.

$\therefore BE$ 是半圆 O 所在圆的切线, $\therefore \angle ABE = 90^\circ$,

$\therefore \angle E + \angle BAE = 90^\circ, \therefore \angle BAE = 90^\circ - \angle E = 30^\circ$,

$\therefore \angle COB = 2\angle BAE = 60^\circ$,

$\therefore S_{\text{扇形}COB} = \frac{60\pi \times 4^2}{360} = \frac{8\pi}{3}$.



(3) 如上图, 连接 OH . $\therefore H$ 为 AC 的中点, $OA = OC$,

$\therefore OH \perp AC, \therefore$ 点 H 在以 OA 为直径的圆上运动, 当点 C 在 B 点时, 点 H 与点 O 重合, 当点 C 在 A 点时, 点 H 与点 A 重合, \therefore 点 H 移动的路径长度是以 OA 为直径的圆的周长的一半, 即 $4\pi \times \frac{1}{2} = 2\pi$.



8.【解】(1) $\because \odot C$ 与 AD 相切, $\therefore CE \perp AD$,

$$\therefore \cos D = \frac{DE}{CD} = \frac{4}{5}.$$

$$\because CD = 5, \therefore DE = 4,$$

$$\therefore CE = \sqrt{CD^2 - DE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3.$$

故答案为 3.

(2) 如图(1), 作 $CH \perp EF$ 于 H .

$$\because \cos \angle CEF : \cos D =$$

$$5\sqrt{2} : 8, \cos D = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \cos \angle CEF = \frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore \angle CEF = 45^\circ.$$

$$\because CE = CF, \therefore \angle CEF = \angle CFE = 45^\circ, \therefore \angle ECF = 90^\circ.$$

$$\because \text{在 Rt} \triangle CHD \text{ 中}, CD = 5, \cos D = \frac{DH}{CD} = \frac{4}{5}, \therefore DH =$$

$$4, CH = 3,$$

$$\therefore EH = 3, CE = CF = 3\sqrt{2}, \therefore \text{扇形 } ECF \text{ 的面积为}$$

$$\frac{90\pi \times (3\sqrt{2})^2}{360} = \frac{9\pi}{2}.$$

$$\because DH = 4, EH = 3, BC = 8,$$

$$\therefore DE = 7, AE = AD - DE = BC - 7 = 8 - 7 = 1.$$

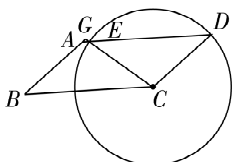
$$\because AB \parallel CD, \therefore \triangle GAE \sim \triangle CDE,$$

$$\therefore \frac{GE}{EC} = \frac{AE}{DE}, \text{ 即 } \frac{GE}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{7}, \text{ 解得 } GE = \frac{3\sqrt{2}}{7},$$

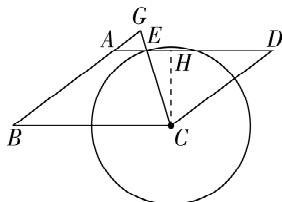
$$\therefore CG = CE + GE = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{7} = \frac{24\sqrt{2}}{7}.$$

(3) $\odot C$ 的半径为 5 或 $\sqrt{10}$. 理由: 分两种情况讨论:

①当 CE, DC 为等腰三角形的腰时, 如图(2), 则 $CE = CD = 5$;



图(2)



图(3)

②当 DE, DC 为等腰三角形的腰时, 如图(3), 过点 C 作 $CH \perp AD$ 于 H .

$$\because \cos D = \frac{DH}{CD} = \frac{4}{5}, CD = 5,$$

$$\therefore DH = 4, \therefore CH = 3.$$



$$\therefore DE = DC, \therefore DE = 5, \therefore EH = DE - DH = 5 - 4 = 1,$$

$$\therefore CE = \sqrt{CH^2 + EH^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

$$\therefore \odot C \text{ 的半径为 } 5 \text{ 或 } \sqrt{10}.$$



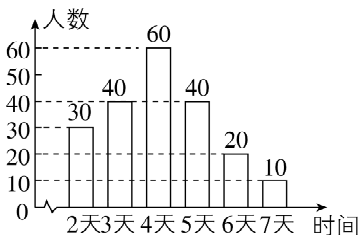
模块八 | 统计与概率

▼命题点一 中位数、众数、平均数和方差

1. C 2. D 3. A 4. A 5. C 6. B 7. D 8. 乙

9. (1) 20% 【解析】 $a = 100\% - (15\% + 20\% + 30\% + 10\% + 5\%) = 20\%$.

(2)【解】∵被调查的总人数为 $30 \div 15\% = 200$,
∴3天的人数为 $200 \times 20\% = 40$, 5天的人数为
 $200 \times 20\% = 40$, 7天的人数为 $200 \times 5\% = 10$. 补全
条形统计图如下:



(3) 4 4 【解析】众数是 4 天, 中位数为 $(4 + 4) \div 2 = 4$ (天).

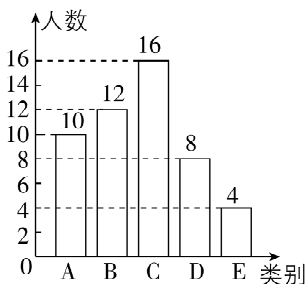
(4)【解】估计该市初二学生每学期参加综合实践
活动的平均天数约是 $2 \times 15\% + 3 \times 20\% + 4 \times$
 $30\% + 5 \times 20\% + 6 \times 10\% + 7 \times 5\% \approx 4$.

▼命题点二 统计图(表)的分析与应用

1. C 2. D 3. C 4. D 5. B 6. D 7. A 8. 8

9.【解】(1) $\because 10 \div 20\% = 50$, \therefore 本次共调查了 50 名学
生, \therefore B 类别的学生人数为 $50 \times 24\% = 12$, \therefore D 类
别的学生人数为 $50 - 10 - 12 - 16 - 4 = 8$. 故答案
为 50.

补全的条形统计图如下:



(2) $\because 16 \div 50 \times 100\% = 32\%$, \therefore 扇形统计图中 m 的
值是 32.



$\therefore 8 \div 50 \times 100\% = 16\%$, $360 \times 16\% = 57.6^\circ$, \therefore D 类别所对应的扇形圆心角的度数是 57.6 度. 故答案为 $32, 57.6$.

$$(3) 800 \times (1 - 20\% - 24\%) = 448 (\text{名}).$$

答: 估计该校有 448 名学生寒假在家做家务的总时间不低于 20 小时.

10. 【解】(1) 由题意, 得 $1 + 9 + 5 + 5 + 2 + 9 + 6 + m = 40$, 解得 $m = 3$.

甲组成绩一共有 20 个数据, 从小到大排列后中间的数为 8 和 9 , 则中位数为 $\frac{8+9}{2} = 8.5$ (分),

乙组成绩中出现次数最多的为 8 分, 则众数为 8 分. 故答案为 $3, 8.5, 8$.

$$(2) \bar{x}_Z = \frac{2 \times 7 + 9 \times 8 + 6 \times 9 + 3 \times 10}{2 + 9 + 6 + 3} = 8.5 (\text{分}),$$

$$s_Z^2 = [2 \times (7 - 8.5)^2 + 9 \times (8 - 8.5)^2 + 6 \times (9 - 8.5)^2 + 3 \times (10 - 8.5)^2] \div 20 = 0.75.$$

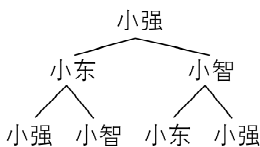
$\therefore s_Z^2 < s_{\text{甲}}^2$, \therefore 乙组的成绩更加稳定.

▼ 命题点三 概率的分析与计算

1. A 2. A 3. C 4. B 5. B 6. A 7. C 8. A

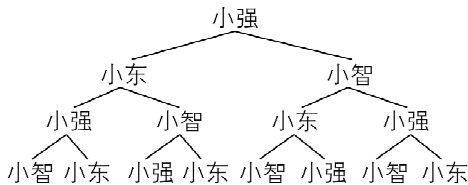
9. $\frac{3}{4}$

10. 【解】(1) 画树状图如下:



共有 4 种等可能的结果, 其中踢两次后, 足球到小智处的结果有 1 种, 则踢两次后, 足球到小智处的概率是 $\frac{1}{4}$.

(2) 应该从小强开始踢. 画树状图如下:



从小强开始踢, $P(\text{踢到小强处}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. 同理,

若从小东开始踢, $P(\text{踢到小强处}) = \frac{3}{8}$, 若从小智

开始踢, $P(\text{踢到小强处}) = \frac{3}{8}$. $\frac{1}{4} < \frac{3}{8}$, 故应该从



小强开始踢.

11. 【解】(1) 从甲袋任意摸出一个小球共有 4 种等可能的结果, 其中小球上的数字使代数式 $x^2 - 7x + 10$ 的值为 0 的有 2, 5 这两种结果, \therefore 小球上的数字使代数式 $x^2 - 7x + 10$ 的值为 0 的概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

(2) 列表如下:

琪琪 乐乐	2	3	4	5
3	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)
4	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)
5	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)

由表知, 共有 12 种等可能的结果, 其中 m, n 都是方程 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 的解的有 (2, 5), (5, 5) 这 2 种结果, m, n 都不是方程 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 的解的有 (3, 4), (4, 3), (3, 3), (4, 4) 这 4 种结果, \therefore 琪琪获胜的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, 乐乐获胜的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, \therefore 乐乐获胜的概率大.

12. 【解】(1) \because 一个不透明的文具袋中, 装有型号完全相同的 3 支红笔和 2 支黑笔, \therefore 若小明先取笔, 他能取出红笔的概率为 $\frac{3}{2+3} = \frac{3}{5}$.

(2) 将 3 支红笔分别记为红 1, 红 2, 红 3, 2 支黑笔分别记为黑 1, 黑 2, 列表如下:

	红 1	红 2	红 3	黑 1	黑 2
红 1		(红 1, 红 2)	(红 1, 红 3)	(红 1, 黑 1)	(红 1, 黑 2)
红 2	(红 2, 红 1)		(红 2, 红 3)	(红 2, 黑 1)	(红 2, 黑 2)
红 3	(红 3, 红 1)	(红 3, 红 2)		(红 3, 黑 1)	(红 3, 黑 2)
黑 1	(黑 1, 红 1)	(黑 1, 红 2)	(黑 1, 红 3)		(黑 1, 黑 2)
黑 2	(黑 2, 红 1)	(黑 2, 红 2)	(黑 2, 红 3)	(黑 2, 黑 1)	

共 20 种等可能的情况, 其中颜色相同的有 8 种, 则小明获胜的概率为 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$, 小军获胜的概率为



$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

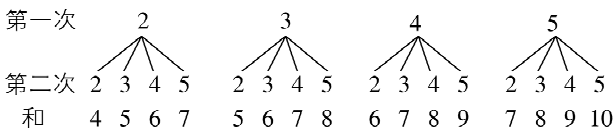
$\therefore \frac{2}{5} < \frac{3}{5}$, \therefore 这个游戏不公平, 对小军有利.

13. (1) $\frac{1}{4}$ 【解析】随机摸球一次, 共有 4 种等可能

的结果, 使棋子跳到点 E 处的数字是 4, 共 1 种,

\therefore 棋子跳到点 E 处的概率是 $\frac{1}{4}$, 故答案为 $\frac{1}{4}$.

(2) 【解】画树状图如下:



共有 16 种等可能的结果, 棋子最终跳动到点 C 处 (和为 8) 的结果有 3 种,

\therefore 棋子最终跳到点 C 处的概率为 $\frac{3}{16}$.