

2022 年河北省初中毕业生升学 文化课考试数学预测卷(一)



快速对答案

1. A 2. A 3. B 4. C 5. A 6. D 7. B 8. A

9. C 10. A 11. A 12. C 13. B 14. D 15. B

16. D 17. $6\sqrt{3}$ 18. -1 0 19. $\frac{5}{2}$

20. (1) 1 (2) x 的值为 $\frac{1}{6}$ 或 6

21. (1) 1 (2) 存在, $m = \pm 1$

22. (1) 200 20 (2) $x = 50, y = 90$ (3) $\frac{9}{20}$,
45 000 人

23. (1) 见解析 (2) $\angle BDA = 100^\circ$ (3) $CF = CD$

24. (1) $\angle ABE = \alpha + \beta$ (2) $C(2, 3), F(0, 4)$

$$(3) \begin{cases} x - y = -1, \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

25. (1) $B(-6, 0)$ (2) $y = \frac{\sqrt{3}}{6}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - 2\sqrt{3}$

$$(3) M\left(2, \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$$

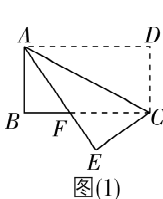
26. (1) $\sqrt{41} - 3$ (2) $\frac{2\pi}{3}$ (3) $3 - \sqrt{3}$ 或 $3 + \sqrt{3}$



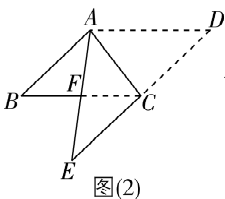
重点题目解析

15. B 【解析】A 选项, 如图(1), $\because \angle B = 90^\circ$, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, \therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore AD \parallel BC$, $\therefore \angle DAC = \angle ACB$. 由折叠知 $\angle DAC = \angle CAE$, $\therefore \angle ACF = \angle CAF$, $\therefore AF = CF$. 设 $AF = CF = x$, 则 $BF = 8 - x$. 在 $\text{Rt} \triangle ABF$ 中, $AF^2 = AB^2 + BF^2$, $\therefore x^2 = 6^2 + (8 - x)^2$, 解得 $x = \frac{25}{4}$. $\because AE = AD = 8$, $\therefore EF = AE - AF = 8 - \frac{25}{4} = \frac{7}{4}$, 故选项 A 的说法正确; B 选项, 在折叠过程中, $CE = DC = AB$, $BC = AE = AD$. $\because AF = CF$, $\therefore BF = EF$, $\therefore \triangle ABF \cong \triangle CEF$, $\therefore \triangle ABF$ 与 $\triangle EFC$ 的周长相等, 故选项 B 的说法不正确; C 选项, 如图(2), 当 $BF = CF$ 时, $\because AF = CF = BF$, $\therefore \angle BAC = 90^\circ$, $\therefore AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$, $\therefore S_{\text{平行四边形}ABCD} = AB \cdot AC = 6 \times 2\sqrt{7} = 12\sqrt{7}$, 故选项 C 的说法正确; D 选项, 如图(3), 连接 BE , 当

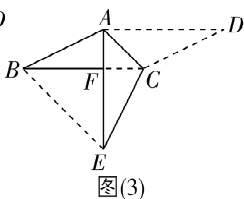
$AE \perp BC$ 时, $AB \neq AC$, 则四边形 $ABEC$ 一定不是菱形, 故选项 D 的说法正确. 故选 B.



图(1)



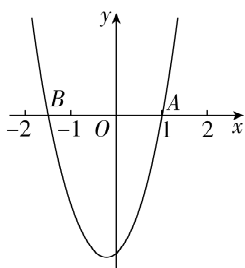
图(2)



图(3)

16. D 【解析】 $\because a + b + c = 0, \therefore$ 该函数图象一定经过点 $(1, 0)$. 对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 有最小值, 即 $-\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}, \therefore a = b. \because a > b > c, \therefore$ 问题(1)不正确. 设该抛物线与 x 轴的交点为 $A(1, 0), B(x_1, 0)$, 需分两种情况进行讨论:

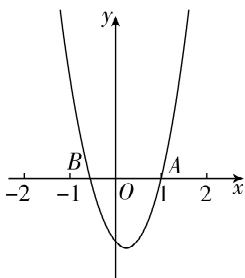
i) 当 $a > 0, b > 0, c < 0$ 时, 抛物线的对称轴在 y 轴的左侧, 如图(1). $\because a + b + c = 0, \therefore a + b = -c$. 当 $x = -1$ 时, $y = a - b + c = a - b - a - b = -2b < 0$; 当 $x = -2$ 时, $y = 4a - 2b + c =$



图(1)

$4a - 2b - a - b = 3a - 3b = 3(a - b) > 0. \because A(1, 0), \therefore AB < 3, \therefore$ 当满足 $am^2 + bm + c < 0$ 时, 即当 $x = m$ 时, $y < 0$, 此时 $-2 < m < 1$. 当 $x = m + 3$ 时, $m + 3 > 1, \therefore y > 0, \therefore a(m + 3)^2 + b(m + 3) + c > 0$.

ii) 当 $a > 0, b < 0, c < 0$ 时, 抛物线的对称轴在 y 轴的右侧, 如图(2). $\because a + b + c = 0, \therefore a = -b - c$. 当 $x = -1$ 时, $y = a - b + c = -b - c - b + c = -2b > 0, \therefore AB < 2, \therefore$ 当 $am^2 + bm + c < 0$ 时,



图(2)

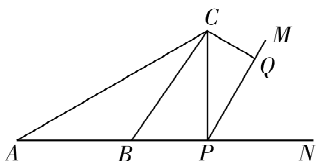
即当 $x = m$ 时, $y < 0$, 此时 $-1 < m < 1$. 当 $x = m + 3$ 时, $m + 3 > 2, \therefore y > 0, \therefore a(m + 3)^2 + b(m + 3) + c > 0$. 综上所述, $a(m + 3)^2 + b(m + 3) + c > 0$, 故问题(2)的答案是 $>$. 故选 D.

19. $\frac{5}{2}$ 【解析】由题意

可知, 当 CQ 最小时,

$CP \perp AN, CQ \perp PM$,

如图. \because 在 $\text{Rt} \triangle APC$ 中, $AC = 10, \angle BAC = 30^\circ$,



$\therefore PC = 5$. \because 在 $\text{Rt} \triangle CPQ$ 中, $\angle CPM = 30^\circ$,

$\therefore CQ = \frac{1}{2}CP = \frac{5}{2}$, $\therefore CQ$ 长度的最小值是 $\frac{5}{2}$.

20. 【解】(1) 原式 $= 2^{-4} \times (-4)^2 = \frac{1}{2^4} \times 16 = \frac{1}{16} \times$

$16 = 1$. (4 分)

(2) 若 $x > 1$, 则原式变为 $x - 3 = 3$, 解得 $x = 6$;

若 $x \leq 1$, 则原式变为 $\frac{1}{x} - 3 = 3$, 解得 $x = \frac{1}{6}$. 经检

验, $x = \frac{1}{6}$ 是原分式方程的解.

综上, x 的值为 6 或 $\frac{1}{6}$. (8 分)

21. 【解】(1) $(a + 2b)^2 + (2a + b)(2a - b) - 4b(a + b) = a^2 + 4ab + 4b^2 + 4a^2 - b^2 - 4ab - 4b^2 = 5a^2 - b^2$.

把 $a = 1, b = -2$ 代入, 得原式 $= 5 - 4 = 1$. (5 分)

(2) 存在. 由 (1) 得原式 $= 5a^2 - b^2$.

若 $b = 2am$, 则原式 $= 5a^2 - (2am)^2 = (5 - 4m^2)a^2$.

当 $5 - 4m^2 = 1$ 时, 解得 $m = \pm 1$, 所以存在实数 m , 使得 $(a + 2b)^2 + (2a + b)(2a - b) - 4b(a + b)$ 能化简成 a^2 , 此时 $m = \pm 1$. (9 分)

22. 【解】(1) 因为 $20 \div 10\% = 200$ (人), $40 \div 200 = 20\%$, 所以随机抽取的收看者人数为 200, $m = 20$.

故答案为 200, 20. (4 分)

(2) $x = 200 \times 25\% = 50, y = 200 - (50 + 40 + 20) = 90$. (6 分)

(3) 从收看人群中任抽取一人, 其中利用投影收看的概率是 $\frac{90}{200} = \frac{9}{20}$.

若这次活动中有 100 000 人收看大会实况, 利用投影收看的大约有 $100\,000 \times \frac{9}{20} = 45\,000$ (人).

(9 分)

23. (1) 【证明】 $\because CD$ 平分 $\angle ACB$, $\therefore \angle ACD = \angle BCD$,

$$\therefore \text{在 } \triangle ADC \text{ 和 } \triangle BDC \text{ 中, } \begin{cases} AC = BC, \\ \angle ACD = \angle BCD, \\ CD = CD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCD$ (SAS). (3 分)

【解】(2) $\because \triangle ACD \cong \triangle BCD$,

$\therefore \angle CAD = \angle CBD = 15^\circ, \angle BCD = \angle ACD = 35^\circ, AD = BD, \therefore \angle DAB = \angle DBA$.

$$\therefore \triangle ADO \sim \triangle ABD,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AO}{AD}, \text{ 即 } \frac{4}{x+2} = \frac{2}{4}, \text{ 解得 } x=6,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (-6, 0). \quad (3 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 由 } (1) \text{ 得, 在 } \text{Rt} \triangle AOD \text{ 中, } OD = \sqrt{AD^2 - OA^2} = 2\sqrt{3}, \therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (0, -2\sqrt{3}).$$

$$\text{又} \because \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (-6, 0), \therefore \text{根据点 } B, D \text{ 的坐标可得直线 } BD \text{ 的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - 2\sqrt{3}.$$

$$\text{由题意得, } \odot A \text{ 与 } x \text{ 轴的交点分别为 } E(-2, 0), F(6, 0),$$

$$\text{则抛物线的对称轴为过点 } A \text{ 的直线 } x=2.$$

$$\therefore \text{抛物线的顶点在直线 } BD \text{ 上, } \therefore \text{当 } x=2 \text{ 时, } y = -\frac{\sqrt{3}}{3} \times 2 - 2\sqrt{3} = -\frac{8\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{抛物线的顶点坐标为 } \left(2, -\frac{8\sqrt{3}}{3}\right).$$

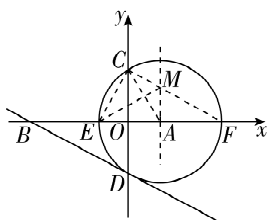
$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = a(x-2)^2 - \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore \text{抛物线过点 } E(-2, 0), \therefore 0 = a(-2-2)^2 - \frac{8\sqrt{3}}{3}, \text{ 解得 } a = \frac{\sqrt{3}}{6},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{6}(x-2)^2 - \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - 2\sqrt{3}. \quad (8 \text{ 分})$$

$$(3) \text{ 点 } M \text{ 的坐标为 } \left(2, \frac{4\sqrt{3}}{3}\right). \quad (11 \text{ 分})$$

理由: 连接 EC , 由题意知, EC 的长度不变, 点 M 在 (2) 中抛物线的对称



图(2)

轴, 即直线 $x=2$ 上, 连接 CF 交对称轴于点 M , 连接 EM, AC , 此时 $\triangle ECM$ 的周长最小, 如图 (2) 所示.

$$\text{在 } \text{Rt} \triangle ACO \text{ 中, } OC = \sqrt{AC^2 - OA^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}, \therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (0, 2\sqrt{3}).$$

$$\text{设直线 } CF \text{ 的解析式为 } y = mx + n \ (m \neq 0), \text{ 将}$$

$$C(0, 2\sqrt{3}), F(6, 0) \text{ 代入得 } \begin{cases} n = 2\sqrt{3}, \\ 6m + n = 0, \end{cases} \text{ 解得}$$

$$\begin{cases} m = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \\ n = 2\sqrt{3}, \end{cases} \therefore \text{直线 } CF \text{ 的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3}.$$

当 $x=2$ 时, $y = -\frac{\sqrt{3}}{3} \times 2 + 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$,

故点 M 的坐标为 $(2, \frac{4\sqrt{3}}{3})$.

26. 【解】(1) PE 的最大值与最小值的差为 $\sqrt{41} - 3$.
(2 分)

理由: 当 P, E, O 三点共线时, PE 取得最小值.

由 $CO=4, OD=3$ 可得 $OE=5$, 故 PE 的最小值为 $5-2=3$;

当点 P 与点 A 重合时, PE 取得最大值, 即为 $\sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{(2+3)^2 + 4^2} = \sqrt{41}$.

$\therefore PE$ 的最大值与最小值的差为 $\sqrt{41} - 3$.

(2) 如图(1), 设半圆 O' 交 DE 于 M, N 两点, 过点 O' 作 $O'F \perp MN$ 于点 F , 连接 $O'M, O'N$. 由旋转知 $\angle ABD = \angle ABO = 90^\circ$,

又 $\because \angle D = \angle DFO' = 90^\circ$, \therefore 四边形 $O'FDB$ 是矩形,

$\therefore O'F = BD = OD - OB = 3 - 2 = 1$,

$\therefore \sin \angle O'MF = \frac{O'F}{O'M} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle O'MF = 30^\circ$, $\therefore MF = \frac{O'F}{\tan \angle O'MF} = \sqrt{3}$,

$\therefore MN = 2\sqrt{3}$.

$\because AB \parallel DE$, $\therefore \angle BO'M = \angle O'MF = 30^\circ$.

同理可得 $\angle AO'N = 30^\circ$,

\therefore 半圆 O' 与矩形 $ODEC$ 重叠部分的图形的弧长为 $\frac{60 \times 2\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$.
(6 分)

(3) 如图(2), 当点 Q 在 OC 的上方时, 连接 CQ, OQ .

$\because CQ$ 是半圆 O 的切线, Q 是切点,

$\therefore \angle OQC = 90^\circ$.

$\because OQ = 2, OC = 4$,

$\therefore CQ = \sqrt{OC^2 - OQ^2} = 2\sqrt{3}$,

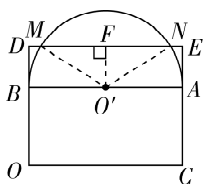
$\sin \angle OCQ = \frac{1}{2}$, $\therefore \angle OCQ = 30^\circ$.

过点 Q 作 $QG \parallel CE$ 交 OC 于点 G , 延长 GQ 交 DE 于点 H ,

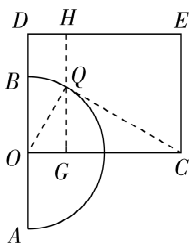
则四边形 $HECG$ 是矩形,

$\therefore HG = CE = OD = 3$.

\therefore 在 $Rt\triangle CQG$ 中, $\angle OCQ = 30^\circ, CQ = 2\sqrt{3}$,



图(1)



图(2)

