

# 2022 年河北省初中毕业生升学 文化课考试数学预测卷(六)



## 快速对答案

1. B 2. A 3. D 4. C 5. A 6. A 7. D 8. C  
9. A 10. B 11. A 12. D 13. D 14. B 15. D  
16. D 17. 2 2 18. 2 021 2 022 19. (1)  $2\alpha$  (2)  $\frac{m}{2}$   
20. (1) 见解析 (2)  $x = -\frac{1}{2}$   
21. (1) 是 (2)  $\angle A + \angle B < \angle C$   
22. (1) 3 人 (2) 80.5 分 (3)  $\frac{7}{20}$   
23. (1)  $A'D = \sqrt{15} + \sqrt{3}$  (2)  $\triangle APB$  为直角三角形  
(3)  $DP$  的最大值为 6, 最小值为  $2\sqrt{7}$   
24. (1)  $A(1, -3), B(1, 2)$  (2) 存在,  $C$  点坐标为  
 $(-4, 2)$  或  $(-1.5, -0.5)$  (3)  $-1 \leq k \leq 4$  且  $k \neq 0$   
25. (1)  $t = \frac{1}{2}x - 4$  (2) 一次运输 24 吨蔬菜时, 总运  
费为 1 652 元 (3) 当  $x = 27$  时, 商店获得的总  
净利润最大, 最大总净利润为 8 977 元  
26. (1)  $\tan 22.5^\circ = \sqrt{2} - 1$  (2) ①  $\tan \angle FCD$  的值逐  
渐变小 ② 存在,  $AD = (8 - 4\sqrt{2})$  cm



## 重点题目解析

20. 【解】(1) 正确. 证明如下:

$$\because a \ast b = (a+1)(b+1) - 1 = ab + a + b, b \ast a = (b+1)(a+1) - 1 = ab + a + b, \therefore a \ast b = b \ast a, \\ \therefore \text{运算“} \ast \text{”满足交换律.}$$

结合律的证明如下:

$$\because (a \ast b) \ast c = (ab + a + b) \ast c = (ab + a + b)c + (ab + a + b) + c = abc + ac + ab + bc + a + b + c, \\ a \ast (b \ast c) = a \ast (bc + b + c) = a(bc + b + c) + (bc + b + c) + a = abc + ac + ab + bc + a + b + c, \\ \therefore (a \ast b) \ast c = a \ast (b \ast c),$$

$\therefore$  运算“ $\ast$ ”满足结合律. (6 分)

(2) 由  $(x \ast 2) \ast 1 = 2$ , 得  $2x + x + 2x + 2 + x + 2 +$

$$1 = 2, \text{解得 } x = -\frac{1}{2}. \quad (8 \text{ 分})$$

21. 【解】(1)  $\because \frac{a}{a-b+c} = \frac{\frac{1}{2}(a+b+c)}{c},$

$$\therefore ac = \frac{1}{2}(a+b+c)(a-b+c) = \frac{1}{2}[(a^2 + 2ac + c^2) - b^2],$$

$$\therefore 2ac = a^2 + 2ac + c^2 - b^2, \therefore a^2 + c^2 = b^2,$$

$\therefore \triangle ABC$  是直角三角形. (5分)

$$(2) \because \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } a=6, b=8, c=12, a^2 + b^2 = 100 = 10^2 < c^2,$$

$$\therefore \angle C > 90^\circ, \therefore \angle A + \angle B < 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B < \angle C. \quad (9分)$$

22. 【解】(1) 抽取的总人数为  $6 \div 30\% = 20$ ,

$$\text{由题意得成绩是 70 分的同学所占百分比为 } \alpha = 1 - 20\% - 15\% - 20\% - 30\% = 15\%,$$

$$\therefore \text{成绩是 70 分的同学有 } 20 \times 15\% = 3 \text{ (人)}.$$

(3分)

(2)  $\because$  成绩是 80 分的同学有 6 人, 且 80 分为这些成绩中的唯一众数,

$\therefore$  当 70 分的同学有 5 人时, 这些同学的平均成绩最大, 此时 60 分的同学有 2 人,

$$\therefore \text{这些同学的平均成绩的最大值为 } (20 \times 15\% \times 100 + 20 \times 20\% \times 90 + 20 \times 30\% \times 80 + 5 \times 70 + 2 \times 60) \div 20 = 80.5 \text{ (分)}.$$

(6分)

$$(3) \text{成绩高于 80 分的同学有 } 20 \times (15\% + 20\%) = 7 \text{ (人)},$$

$$\text{则抽到成绩高于 80 分的概率是 } \frac{7}{20}. \quad (9分)$$

23. 【解】(1) 如图(1), 过点  $P$  作  $PE \perp A'B$  于点  $E$ .

$\because A'D$  为弧  $OA$  的切线,

$$\therefore \angle PA'D = 90^\circ.$$

$\because \triangle A'BD$  是等边三角形,

$$\therefore \angle DA'B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle PA'B = 30^\circ.$$

$$\text{又 } \because A'P = OP = 2,$$

$\therefore$  在  $\text{Rt} \triangle A'PE$  中,  $A'E =$

$$\sqrt{3}, PE = 1.$$

$$\text{又 } \because \text{点 } P \text{ 在线段 } OB \text{ 上, } OP = 2, OP : PB = 1 : 2,$$

$$\therefore PB = 4, \therefore BE = \sqrt{PB^2 - PE^2} = \sqrt{15},$$

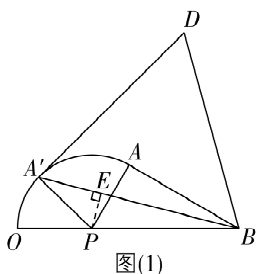
$$\therefore A'D = A'B = \sqrt{15} + \sqrt{3}. \text{ 故当 } A'D \text{ 与扇形 } OPA \text{ 的弧 } OA \text{ 相切时, } A'D = \sqrt{15} + \sqrt{3}. \quad (3分)$$

(2) 如图(2), 过点  $A$  作  $AF \perp PB$  于点  $F$ .

$$\because OP = AP = 2, OP : PB = 1 : 2, \angle OPA = 120^\circ,$$

$$\therefore PB = 4, \angle APF = 60^\circ,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt} \triangle APF \text{ 中, } PF = 1, AF = \sqrt{3}, \therefore BF = 3,$$



$$\therefore AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = 2\sqrt{3}.$$

$$\because 2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 4^2, \therefore$$

$$AP^2 + AB^2 = BP^2,$$

$\therefore \triangle APB$  为直角三角形.

(6 分)

(3)  $PD$  的最大值为 6, 最小值为  $2\sqrt{7}$ .

(9 分)

理由如下: 如图(3), 作  $A'C = A'P$ , 交弧  $OA$  于点  $C$ , 连接  $CP, BC$ .

在  $\triangle CA'P$  中,  $CA' = A'P$ ,

$A'P = CP, \therefore \triangle CA'P$  为等边三角形,

$\therefore \angle CA'P = 60^\circ$ .

$\because$  在等边三角形  $A'BD$  中,  $\angle DA'B = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle CA'P + \angle PA'B = \angle DA'B + \angle PA'B$ ,

即  $\angle CA'B = \angle DA'P$ .

又  $\because CA' = A'P, A'D = A'B, \therefore \triangle CA'B \cong \triangle PA'D$ ,

$\therefore DP = BC, \therefore$  当  $C$  点与  $O$  点重合时,  $BC$  有最大值为 6, 即  $DP$  的最大值为 6.

当  $A'$  点与  $A$  点重合时,  $BC$  有最小值, 即  $DP$  有最小值.

由(2)可知, 在  $\text{Rt}\triangle PAB$  中,  $\angle APB = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle ABP = 30^\circ$ .

又  $\because \angle DBA = 60^\circ, \therefore \angle DBP = 90^\circ$ ,

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle PBD$  中,  $DP = \sqrt{DB^2 + BP^2} = 2\sqrt{7}$ .

$\therefore DP$  的最小值为  $2\sqrt{7}$ .

综上,  $DP$  的最大值为 6, 最小值为  $2\sqrt{7}$ .

24. 【解】(1) 直线  $y = x + 2$  关于  $x$

轴对称的图象如图(1)所示,

其函数解析式为  $y = -x - 2$ .

$\because$  点  $A(m, -3)$  是直线  $y = -x - 2$  上一点,

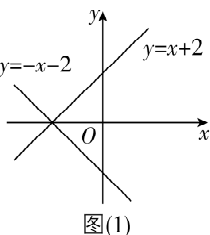
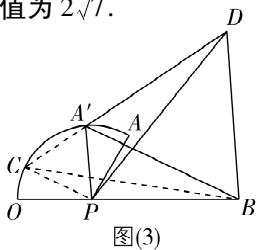
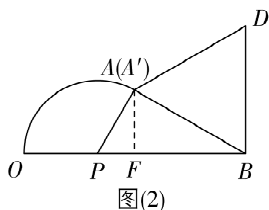
$\therefore -3 = -m - 2$ , 解得  $m = 1$ ,

$\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(1, -3)$ ,

$\therefore$  点  $A$  向上平移 5 个单位长度得到的点  $B$  的坐标为  $(1, 2)$ . 故点  $A$  坐标为  $(1, -3)$ , 点  $B$  坐标为  $(1, 2)$ . (2 分)

(2) 存在, 理由如下:

① 当  $\angle B = 90^\circ$  时, 如图(2). 则  $\triangle ABC$  是以  $\angle B$  为顶角的等腰直角三角形.



$\because AB \parallel y$  轴,  $AB \perp BC$ ,

$\therefore BC \parallel x$  轴.

$\because$  点  $A$  向上平移 5 个单位长度得到点  $B$ ,  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形,

$\therefore AB = BC = 5$ .

又 $\because$  点  $B$  坐标为  $(1, 2)$ ,  $\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(-4, 2)$ .

(5 分)

②当  $\angle ACB = 90^\circ$  时, 作  $CG \perp AB$  于  $G$ , 如图(3).

则  $\triangle ABC$  是以  $\angle ACB$  为顶角的等腰直角三角形,

$\therefore G$  为  $AB$  中点.

$\because$  点  $A$  的坐标为  $(1, -3)$ ,

点  $B$  的坐标为  $(1, 2)$ ,

$\therefore$  点  $G$  的坐标为  $(1, -0.5)$ .

$\because$  点  $C$  在直线  $y = -x - 2$  上,

$\therefore$  令  $-0.5 = -x - 2$ , 解得  $x = -1.5$ ,

$\therefore C$  点坐标为  $(-1.5, -0.5)$ .

综上, 在直线  $y = x + 2$  关于  $x$  轴对称的图象上存在一点  $C$ , 使得  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形,  $C$  点坐标为  $(-4, 2)$  或  $(-1.5, -0.5)$ .

(8 分)

(3)  $-1 \leq k \leq 4$  且  $k \neq 0$ .

(10 分)

理由如下: 当直线  $y = kx - 2$  过点  $A(1, -3)$  时, 得  $-3 = k - 2$ , 解得  $k = -1$ .

当直线  $y = kx - 2$  过点  $B(1, 2)$  时, 得  $2 = k - 2$ , 解得  $k = 4$ .

$\therefore$  当  $-1 \leq k \leq 4$  且  $k \neq 0$  时, 一次函数  $y = kx - 2$  的图象与线段  $AB$  存在公共点.

25. 【解】(1) 由题意, 得  $t = 6 + \frac{x-20}{2} \times 1 = \frac{1}{2}x - 4$ ,

$\therefore t = \frac{1}{2}x - 4$ . (2 分)

(2) 由题意, 得  $y = 500 + 6x \cdot t = 500 + 6x \cdot$

$\left(\frac{1}{2}x - 4\right) = 3x^2 - 24x + 500$ ,

$\therefore y = 3x^2 - 24x + 500 (20 \leq x \leq 30)$ . (4 分)

当  $y = 1\ 652$  时,  $3x^2 - 24x + 500 = 1\ 652$ ,

解得  $x_1 = 24, x_2 = -16$  (舍去),  $\therefore x = 24$ .

答: 一次运输 24 吨蔬菜时, 总运费为 1 652 元.

(7 分)

(3) 由题意, 得运输  $x$  吨蔬菜, 路上延长的时间为

$\frac{1}{2}(x - 20)$  小时,

$$\therefore \text{每吨蔬菜的毛利润为 } 478 - 20 \times \frac{x-20}{2} =$$

$$(-10x + 678) \text{ 元},$$

$$\therefore w = (-10x + 678) \cdot x - y = -10x^2 + 678x - 3x^2 + 24x - 500 = -13x^2 + 702x - 500 = -13(x - 27)^2 + 8977.$$

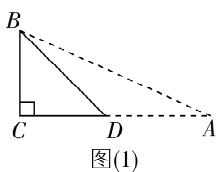
$\because -13 < 0$ ,  $\therefore$  当  $x = 27$  时,  $w$  有最大值, 最大值为 8 977,

$\therefore$  当  $x = 27$  时, 商店获得的总净利润最大, 最大总净利润为 8 977 元. (10 分)

26. 【解】(1) 如图(1), 延长  $CD$  到点  $A$ , 使  $AD = BD$ , 连接  $AB$ .

设  $BC = a (a > 0)$ .

$\because$  在  $\triangle BCD$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle BDC = 45^\circ$ ,  $\therefore \angle CBD = \angle BDC = 45^\circ$ ,



$$\therefore BC = CD = a, BD = \sqrt{2}a.$$

$$\because BD = AD, \therefore \angle A = \angle ABD.$$

$$\text{又} \because \angle BDC = \angle A + \angle ABD,$$

$$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BDC = \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ.$$

$$\text{又} \because CD = a, AD = BD = \sqrt{2}a, \therefore AC = (\sqrt{2} + 1)a.$$

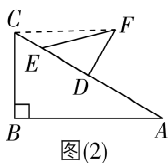
$$\because \text{在 Rt} \triangle ABC \text{ 中}, \tan A = \frac{BC}{AC},$$

$$\therefore \tan 22.5^\circ = \frac{a}{(\sqrt{2} + 1)a} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1. \quad (3 \text{ 分})$$

(2) ①如图(2), 连接  $CF$ .

在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\because \angle B = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $BC = 6 \text{ cm}$ ,

$$\therefore AC = 2BC = 12 \text{ cm}.$$



在  $\text{Rt} \triangle DEF$  中,  $\because \angle EDF = 90^\circ$ ,

$$\angle DEF = 45^\circ, DE = 4 \text{ cm},$$

$$\therefore \angle DFE = \angle DEF = 45^\circ, \therefore DF = DE = 4 \text{ cm}.$$

$$\text{在 Rt} \triangle CDF \text{ 中}, \tan \angle FCD = \frac{DF}{CD} = \frac{4}{CD}.$$

$\because$  当  $\triangle DEF$  沿  $CA$  方向移动时,  $CD$  的值逐渐变大,  $\therefore \tan \angle FCD$  的值逐渐变小. (8 分)

②存在. 理由如下:

当  $\triangle DEF$  沿  $CA$  方向移动时, 若  $\angle FCD = 22.5^\circ$ ,

$$\text{则在 Rt} \triangle CDF \text{ 中}, \tan \angle FCD = \tan 22.5^\circ = \frac{DF}{CD} =$$

$$\frac{4}{CD}. \text{ 由 (1) 可知, } \tan 22.5^\circ = \sqrt{2} - 1,$$

$$\therefore \frac{4}{CD} = \sqrt{2} - 1, \therefore CD = (4\sqrt{2} + 4) \text{ cm},$$

$$\therefore AD = AC - CD = 12 - (4\sqrt{2} + 4) = (8 - 4\sqrt{2}) \text{ cm},$$

$\therefore$  在  $\triangle DEF$  移动的过程中, 存在某个位置, 使得  $\angle FCD = 22.5^\circ$ , 此时  $AD = (8 - 4\sqrt{2}) \text{ cm}$ . (11 分)