

# 2022 年安徽省初中 学业水平考试 数学预测卷(八)

## 快速对答案

1. C 2. C 3. D 4. D 5. B 6. B 7. A 8. C  
9. C 10. A 11.  $x < 5$  12.  $mn\left(\frac{1}{2} + n\right)\left(\frac{1}{2} - n\right)$   
13. 150 14. 9 : 8 15. -1 16. (1) 见解析  
(2) 见解析 (3) 27 17. 牛的主人、马的主人、羊的  
主人各需赔偿禾苗主人  $\frac{20}{7}$  斗粟、 $\frac{10}{7}$  斗粟、 $\frac{5}{7}$  斗粟  
18.  $6(\sqrt{3} + 1)$  米 19. (1)  $\sqrt{11 - 2\sqrt{30}}$   $\sqrt{6} - \sqrt{5}$   
(2)  $\sqrt{2n + 1 - 2\sqrt{n^2 + n}}$   $\sqrt{n + 1} - \sqrt{n}$  (3)  $\sqrt{2023} - 1$   
20. (1) 证明见解析 (2)  $\sqrt{2}$   
21. (1) 500 名 补全条形统计图见解析 (2) 1 875  
(3)  $\frac{2}{3}$  22. (1) 2 米 (2) 小路的宽为 1 米时, 修建  
小路和绿化的总造价最低, 最低总造价为 184 428 元  
23. (1)  $EF = \frac{1}{2}BC$  (2) 成立 理由见解析  
(3)  $EF = \frac{1}{2}BC$  证明见解析

## 全解全析

1. C 【解析】 $-\frac{1}{2}$  的相反数为  $\frac{1}{2}$ . 故选 C.  
2. C 【解析】A 选项,  $m^2 \cdot m^3 = m^5$ , 原式计算错误,  
故不符合题意; B 选项,  $(m^3)^3 = m^9$ , 原式计算错  
误, 故不符合题意; C 选项, 计算正确, 故符合题  
意; D 选项,  $m^3$  与  $m^4$  不是同类项, 无法合并, 原式  
计算错误, 故不符合题意. 故选 C.  
3. D 【解析】6 102. 7 万用科学记数法表示为  
 $6.102 \times 10^7$ . 故选 D.  
4. D 【解析】根据三视图可知, D 选项中正方体的  
摆放与之对应. 故选 D.  
5. B 【解析】将这组数据(除  $k$  外)按从小到大排列  
为 20, 21, 34, 38, 50. 因为这组数据的中位数为  
32, 所以  $k$  在 21 到 34 之间, 中位数为  $k$  与 34 的平  
均数, 所以  $\frac{k + 34}{2} = 32$ , 所以  $k = 30$ . 故选 B  
6. B 【解析】由已知得  $(-2)^2 - 4(m - 1) > 0$  且  
 $m - 1 \neq 0$ , 解得  $m < 2$  且  $m \neq 1$ . 故选 B.

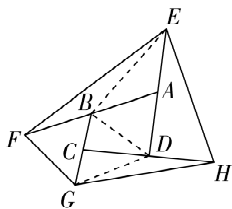
- 7. A 【解析】**连接  $OA, AC$ . 由已知可得  $BC$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle BAC = 90^\circ$ .  $\because AB = \frac{1}{2}BC = 1, \therefore OC = 1, \angle BCA = 30^\circ$ .  $\because OA = OC, \therefore \angle OAC = \angle OCA = 30^\circ, \angle AOC = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ, \therefore$  劣弧  $\widehat{AC}$  的长为  $\frac{120 \times \pi \times 1}{180} = \frac{2\pi}{3}$ .
- 8. C 【解析】**将  $\triangle ABD, \triangle CBD$  分别沿  $AB, CB$  向外翻折, 则  $\triangle ABM \cong \triangle ABD, \triangle CBN \cong \triangle CBD$ .  $\because \triangle ABD \cong \triangle ABM, \therefore AD = AM, \angle ABD = \angle ABM, \angle BAD = \angle BAM = 90^\circ, \therefore$  点  $M$  在直线  $AC$  上.  $\because \triangle CBD \cong \triangle CBN, \therefore CD = CN, \angle DCB = \angle NCB = 45^\circ, \therefore \angle MCN = 90^\circ, \therefore \triangle MCN$  为直角三角形. 过点  $D$  作  $DE \perp BC$ , 垂足为  $E$ .  $\because BD$  平分  $\angle ABC, \therefore DA = DE, BE = BA = 2$ . 令  $AD = AM = x$ , 则  $CD = CN = 2 - x, DE = x, MC = 2 + x$ .  $\because \angle ACB = 45^\circ, \therefore \triangle DEC$  为等腰直角三角形,  $\therefore x^2 + x^2 = (2 - x)^2$ , 解得  $x = 2\sqrt{2} - 2, \therefore MC = 2\sqrt{2}, NC = 4 - 2\sqrt{2}, \therefore MN^2 = MC^2 + NC^2 = 32 - 16\sqrt{2}, \therefore MN^2$  的值为  $32 - 16\sqrt{2}$ . 故选 C.
- 9. C 【解析】**将  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{9}{a+b+c}$  变形为  $\frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{9}{a+b+c}, (bc+ac+ab)(a+b+c) = 9abc$ , 整理得  $(a-b)^2c + (a-c)^2b + (b-c)^2a = 0$ . 又因为  $a, b, c$  为正数, 所以  $a-b = a-c = b-c = 0$ , 所以  $a = b = c$ , 所以该三角形一定是等边三角形. 故选 C.
- 10. A 【解析】** $\because$  抛物线  $y = (x+m)^2 - 2$  的对称轴为直线  $x = -m, \therefore$  ①当抛物线对称轴右侧部分过  $A$  点时, 将  $A$  点坐标  $(0, 2)$  代入  $y = (x+m)^2 - 2$ , 得  $m = \pm 2$ , 当  $m = 2$  时抛物线对称轴右侧部分过点  $A$ ; 当抛物线对称轴右侧部分过  $C$  点时, 将  $C$  点坐标  $(2, 0)$  代入  $y = (x+m)^2 - 2$ , 得  $m = \pm\sqrt{2} - 2$ , 当  $m = \sqrt{2} - 2$  时抛物线对称轴右侧部分过点  $C$ , 即当  $\sqrt{2} - 2 \leq m \leq 2$  时, 抛物线对称轴右侧部分与正方形有交点; ②当抛物线对称轴左侧部分过  $O$  点时, 将  $(0, 0)$  代入  $y = (x+m)^2 - 2$ , 得  $m = \pm\sqrt{2}$ , 当  $m = -\sqrt{2}$  时抛物线对称轴左侧部分过点  $O$ ; 当抛物线对称轴左侧部分过  $B$  点

时,将  $B$  点坐标  $(2,2)$  代入  $y = (x + m)^2 - 2$ , 得  $m = 0$  或  $-4$ , 当  $m = -4$  时抛物线对称轴左侧部分过点  $B$ , 即当  $-4 \leq m \leq -\sqrt{2}$  时, 抛物线对称轴左侧部分与正方形有交点. 综合所述,  $\sqrt{2} - 2 \leq m \leq 2$  或  $-4 \leq m \leq -\sqrt{2}$ , 故选 A.

11.  $x < 5$  【解析】 $2 - x > -3$ ,  $-x > -5$ ,  $x < 5$ .

12.  $mn\left(\frac{1}{2} + n\right)\left(\frac{1}{2} - n\right)$  【解析】原式  $= mn\left(\frac{1}{4} - n^2\right) = mn\left(\frac{1}{2} + n\right)\left(\frac{1}{2} - n\right)$ .

13. 150 【解析】如图, 连接  $BD, BE, DG$ . 因为  $A, B, C, D$  分别为  $ED, AF, BG, CH$  的中点, 所以可得  $\triangle ABE$ ,  $\triangle BFE$ ,  $\triangle ABD$  面积相等, 所



以  $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\triangle AFE}$ . 同理可得  $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}S_{\triangle CHG}$ , 所以四边形  $ABCD$  面积为  $\triangle AEF$  与  $\triangle CGH$  面积之和的一半, 同理可得四边形  $ABCD$  面积是  $\triangle BFG$  与  $\triangle DEH$  面积之和的一半, 所以四边形  $EFGH$  面积是四边形  $ABCD$  面积的 5 倍, 即  $30 \times 5 = 150$ .

14.  $9 : 8$  【解析】因为  $AB : CE = 3 : 1$ ,  $CE \parallel AB$ , 所以  $\triangle ABF \sim \triangle ECF$ , 相似比为  $3 : 1$ . 根据相似三角形面积比等于相似比的平方可知  $S_{\triangle ABF} : S_{\triangle ECF} = 9 : 1$ . 因为  $CE \parallel AB$ , 所以  $\triangle ACE$  和  $\triangle BCE$  同底等高, 所以  $S_{\triangle ACE} = S_{\triangle BCE}$ , 所以  $S_{\triangle ACF} = S_{\triangle BEF}$ . 又因为  $S_{\triangle ACB} = S_{\triangle DCB}$ , 所以  $S_{\triangle AFB} = S_{\text{四边形} DCFE}$ , 所以  $S_{\triangle AFB} : S_{\triangle DCE} = S_{\triangle AFB} : (S_{\text{四边形} DCFE} - S_{\triangle CFE})$ . 设  $S_{\triangle ABF} = 9x$ ,  $S_{\triangle CFE} = x$ , 则  $S_{\text{四边形} DCFE} - S_{\triangle CFE} = 8x$ , 所以  $S_{\triangle AFB} : S_{\triangle DCE} = 9 : 8$ .

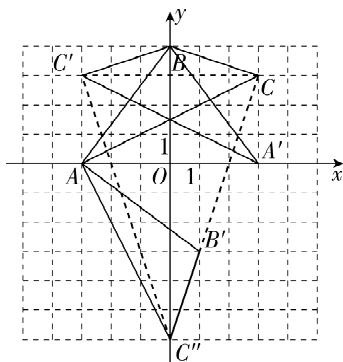
15. 【解】原式  $= -1 + 2(\sqrt{2} - 1) + 4 \times \frac{1}{2} - 2\sqrt{2}$   
 $= -1 + 2\sqrt{2} - 2 + 2 - 2\sqrt{2}$  (4 分)  
 $= -1$ . (8 分)

16. 【解】(1) 如图,  $\triangle A'BC'$  即为所作. (2 分)

(2) 如图,  $\triangle AB'C''$  即为所作. (5 分)

(3) 如图, 连接  $C'C, C''C, C'C''$ .

$S_{\triangle CC'C''} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ . (8 分)



17. 【解】设牛的主人应赔偿  $x$  斗粟.

由题意可知马的主人应赔偿  $\frac{1}{2}x$  斗粟, 羊的主人

应赔偿  $\frac{1}{4}x$  斗粟, (2 分)

则  $x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = 5$ , (4 分)

解得  $x = \frac{20}{7}$ , 则  $\frac{1}{2}x = \frac{10}{7}$ ,  $\frac{1}{4}x = \frac{5}{7}$ . (7 分)

答: 牛的主人、马的主人、羊的主人各需赔偿禾苗

主人  $\frac{20}{7}$  斗粟、 $\frac{10}{7}$  斗粟、 $\frac{5}{7}$  斗粟. (8 分)

18. 【解】大楼  $AC$  每层高 3 米, 小红家与小明家楼层相差 4, 可得  $EF = 12$  米. 设  $DC = x$  米. 因为  $\angle FDC = \angle DFC = 45^\circ$ , 所以  $FC = DC = x$  米.

(2 分)

在  $\text{Rt} \triangle ADC$  中,  $\angle EDC = 60^\circ$ , 所以  $\tan \angle EDC =$

$$\frac{EC}{DC} = \frac{EF + FC}{DC} = \sqrt{3}, \quad (5 \text{ 分})$$

所以  $12 + x = \sqrt{3}x$ , 解得  $x = 6(\sqrt{3} + 1)$ . (7 分)

答:  $DC$  长为  $6(\sqrt{3} + 1)$  米. (8 分)

19. (1)  $\sqrt{11 - 2\sqrt{30}} \quad \sqrt{6} - \sqrt{5}$  (3 分)

(2)  $\sqrt{2n + 1 - 2\sqrt{n^2 + n}} \quad \sqrt{n + 1} - \sqrt{n}$  (6 分)

【解析】(1) 第 1 个等式:  $a_1 = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} =$

$$\sqrt{2 + 1 - 2\sqrt{2 \times 1}} = \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{1})^2} = \sqrt{2} - 1;$$

第 2 个等式:  $a_2 = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{3 + 2 - 2\sqrt{3 \times 2}} =$

$$\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} - \sqrt{2};$$

第 3 个等式:  $a_3 = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} = \sqrt{4 + 3 - 2\sqrt{4 \times 3}} =$

$$\sqrt{(\sqrt{4} - \sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3};$$

第 4 个等式:  $a_4 = \sqrt{9 - 2\sqrt{20}} = \sqrt{5 + 4 - 2\sqrt{5 \times 4}} =$

$$\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{4})^2} = \sqrt{5} - 2,$$

所以第 5 个等式:  $a_5 = \sqrt{11 - 2\sqrt{30}} =$

$$\sqrt{6+5-2\sqrt{6\times 5}} = \sqrt{(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2} = \sqrt{6}-\sqrt{5}.$$

$$(2) \text{ 第 } n \text{ 个等式: } a_n = \sqrt{2n+1-2\sqrt{n^2+n}} = \sqrt{n+1+n-2\sqrt{(n+1)\times n}} = \sqrt{(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})^2} = \sqrt{n+1}-\sqrt{n}.$$

$$(3) \text{【解】} a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2\,022} = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2}+2-\sqrt{3}+\cdots + \sqrt{2\,023}-\sqrt{2\,022} = \sqrt{2\,023}-1. \quad (10 \text{ 分})$$

20. (1)【证明】 $\because$  正方形  $ABCD$ ,  $\therefore AD = DC$ ,  $\therefore$  劣弧  $AD$  与劣弧  $CD$  相等,  $\therefore \angle APE = \angle DPC$ .

又 $\because \angle PAE = \angle PDC$ ,  $\therefore \triangle PAE \sim \triangle PDC$ . (4 分)

(2)【解】由(1)可知  $\triangle PAE \sim \triangle PDC$ ,

$$\therefore \frac{PA}{PD} = \frac{AE}{DC} \quad \text{①} \quad (6 \text{ 分})$$

$\because AD = DC$ ,  $\therefore$  劣弧  $AD$  与劣弧  $CD$  相等,

$$\therefore \angle DPC = \angle DCE.$$

又 $\because \angle PDC = \angle CDE$ ,  $\therefore \triangle CDE \sim \triangle PDC$ ,

$$\therefore \frac{DC}{PD} = \frac{CE}{PC}, \therefore \frac{PC}{PD} = \frac{CE}{DC} \quad \text{②} \quad (8 \text{ 分})$$

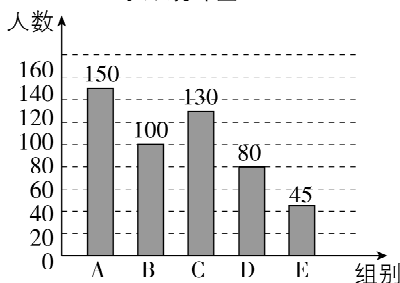
$$\text{①} + \text{②} \text{ 得 } \frac{PC+PA}{PD} = \frac{CE+AE}{DC} = \frac{AC}{DC} = \sqrt{2}. \quad (10 \text{ 分})$$

21. 【解】(1) A 组人数是 150, 对应的百分比是 30%, 总人数为  $150 \div 30\% = 500$ . (2 分)

答: 这次调查共抽取了 500 名学生.

C 组对应的百分比为 26%, 所以 C 组人数为  $500 \times 26\% = 130$ , 补全条形统计图如图所示. (4 分)

部分七年级学生近视情况  
条形统计图



(2) 全市学生人数约为  $500 \div 8\% = 6\,250$ , 其中 A 类占 30%, 则全市七年级学生近视度数小于 100 度的学生人数约为  $6\,250 \times 30\% = 1\,875$ . (8 分)

答: 该市七年级学生近视度数小于 100 度的学生人数约为 1 875.

(3) 设两名女生分别为女 1, 女 2, 两名男生分别为男 1, 男 2. 列表如下:

	女 1	女 2	男 1	男 2
女 1		(女 1, 女 2)	(女 1, 男 1)	(女 1, 男 2)
女 2	(女 2, 女 1)		(女 2, 男 1)	(女 2, 男 2)
男 1	(男 1, 女 1)	(男 1, 女 2)		(男 1, 男 2)
男 2	(男 2, 女 1)	(男 2, 女 2)	(男 2, 男 1)	

共有 12 种等可能的结果, 其中抽取的两人恰好是一男一女的结果有 8 种, (10 分)

所以  $P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ . (12 分)

22. 【解】(1) 设小路宽为  $a$  米, 则  $(60 - 2a)(40 - a) = 2128$ ,

整理, 得  $a^2 - 70a + 136 = 0$ , (2 分)

解得  $a_1 = 2, a_2 = 68$  (舍去). (4 分)

答: 小路宽为 2 米. (5 分)

(2) 设小路宽为  $x$  米, 总造价为  $w$  元, 则小路的面积为  $(-2x^2 + 140x)$  平方米, 绿化的面积为  $(2x^2 - 140x + 2400)$  平方米, (6 分)

所以  $w = 70(-2x^2 + 140x) + 64(2x^2 - 140x + 2400) + 30000$ ,

整理, 得  $w = -12x^2 + 840x + 183600 = -12(x - 35)^2 + 198300$ , (10 分)

所以当  $1 \leq x \leq 3$  时,  $w$  随  $x$  的增大而增大, 所以当  $x = 1$  时,  $w$  取最小值, 最小值为 184428 元.

答: 小路的宽为 1 米时, 修建小路和绿化的总造价最低, 最低总造价为 184428 元. (12 分)

23. 【解】(1) 如题图(1), 设  $EP = x$ .

$\because EF \parallel BC, \therefore \triangle AEP \sim \triangle ABD$ , (1 分)

$$\therefore \frac{EP}{BD} = \frac{AP}{AD}.$$

$\because AB = AC = 3, BC = 2, AD$  是  $BC$  边上的高,

$\therefore AP$  为  $EF$  边上的高,

$\therefore BD = 1, EF = 2x, \therefore AD = 2\sqrt{2}, \therefore \frac{x}{1} = \frac{AP}{2\sqrt{2}}$ , 解得

$$AP = 2\sqrt{2}x,$$

$$\therefore PD = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}x, \quad (2 \text{ 分})$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{四边形}EFGH} &= EF \cdot PD = 2x \cdot (2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}x) = \\ &= -4\sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{2}x = -4\sqrt{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \sqrt{2}, \end{aligned}$$

$\therefore$  当  $x = \frac{1}{2}$  时, 四边形  $EFGH$  面积最大, 所以

$$EF = 1, \text{ 所以 } EF = \frac{1}{2}BC. \quad (5 \text{ 分})$$

(2) 成立. (6 分)

理由如下: 设  $AD = a, BD = b, EP = x, PD = y$ .

$$\because EF \parallel BC, \therefore \triangle AEP \sim \triangle ABD, \quad (7 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{EP}{BD} = \frac{AP}{AD}, \therefore \frac{x}{b} = \frac{a-y}{a}, \therefore y = a - \frac{a}{b}x,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}EPDH} = xy = -\frac{a}{b}x^2 + ax = -\frac{a}{b}\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{ab}{4}. \quad (8 \text{ 分})$$

当  $x = \frac{b}{2}$  时, 四边形  $EPDH$  面积最大, 即  $EP =$

$$\frac{1}{2}BD. \text{ 同理可证 } FP = \frac{1}{2}DC,$$

$$\therefore EF = EP + FP = \frac{1}{2}BD + \frac{1}{2}DC = \frac{1}{2}BC,$$

$\therefore$  (1) 中的结论仍然成立. (10 分)

(3)  $EF = \frac{1}{2}BC$ . 证明如下: (12 分)

设  $EF = t, AD = m, BC = n$ .

$$\because EF \parallel BC, \therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC, \triangle AFP \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC} = \frac{AP}{AD}, \therefore \frac{t}{n} = \frac{m-PD}{m}, \therefore PD = m - \frac{m}{n}t,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}EFGH} = EF \cdot PD = -\frac{m}{n}t^2 + mt = -\frac{m}{n}\left(t - \frac{n}{2}\right)^2 + \frac{mn}{4}.$$

当  $t = \frac{n}{2}$  时, 四边形  $EFGH$  面积最大, 即  $EF = \frac{1}{2}BC$ .

(14 分)