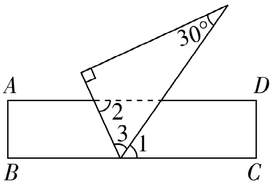
模块四 | 三角形

▼考点 14　角、相交线与平行线

1. B　【解析】$\because AB // CD$，$\therefore \angle BEF+\angle DFE=180°$. $\because \angle 1+\angle 2=110°$，$\therefore \angle GEF+\angle GFE=180°-110°=70°$.

2. A　【解析】如图. $\because \angle 3=60°$，$\angle 1=55°$，$\therefore \angle 1+\angle 3=115°$. $\because AD // BC$，$\therefore \angle 1+\angle 3+\angle 2=180°$，$\therefore \angle 2=180°-(\angle 1+\angle 3)=180°-115°=65°$.



3. A　【解析】$\because AB // CD$，$\therefore \angle GEB=\angle 1=42°$. $\because EF$ 为 $\angle GEB$ 的平分线，$\therefore \angle FEB=\frac{1}{2}\angle GEB=21°$，$\therefore \angle 2=180°-\angle FEB=159°$.

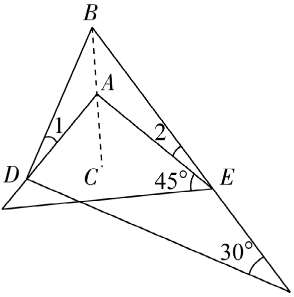
4. 假　【解析】$\because$ 64 的平方根为 ± 8，$\therefore$ 命题“64 的平方根为 8”是假命题.

5. 1　-1　0（答案不唯一）　【解析】当 $a=1$，$b=-1$，$c=0$ 时，$1>-1$，而 $1\times 0=0\times(-1)$，$\therefore$ 命题“若 $a>b$，则 $ac>bc$”是假命题（答案不唯一）.

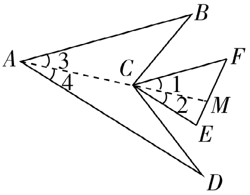
▼考点 15　三角形及其性质

1. C　【解析】设第三根小棒的长度为 x cm. 由题意，得 $7-4<x<7+4$，解得 $3<x<11$. 故可选长度为 5 cm的小棒.

2. B　【解析】如图，连接 BA 并延长到 C. $\because \angle DAC$ 是 $\triangle ABD$ 的外角，$\angle EAC$ 是 $\triangle ABE$ 的外角，$\therefore \angle DAC=\angle 1+\angle ABD$，$\angle EAC=\angle 2+\angle ABE$，$\therefore \angle DAE=\angle 1+\angle 2+\angle DBE$，$\therefore \angle 1+\angle 2=90^\circ-60^\circ=30^\circ$.



（第 2 题图）

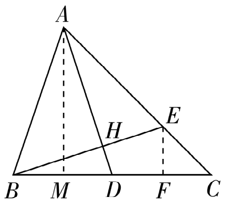


（第 3 题图）

3. B　【解析】如图，连接 AC 并延长交 EF 于点 M. $\because AB /\!/ CF$，$\therefore \angle 3=\angle 1$. $\because AD /\!/ CE$，$\therefore \angle 2=\angle 4$，$\therefore \angle BAD=\angle 3+\angle 4=\angle 1+\angle 2=\angle FCE$. $\because \angle FCE=180^\circ-\angle E-\angle F=180^\circ-80^\circ-50^\circ=50^\circ$，$\therefore \angle BAD=\angle FCE=50^\circ$.

4. 40°　【解析】$\because \angle ADC$ 是三角形 ABD 的外角，$\angle AED$ 是$\triangle EC$ 的一个外角，$\therefore \angle ADC=\angle BAD+\angle B=\angle ADE+\angle EDC$，$\angle AED=\angle EDC+\angle C$. $\because \angle CDE=20^\circ$，$\therefore \angle B+\angle BAD=\angle ADE+20^\circ$，$\angle AED=\angle C+20^\circ$. $\because AB=AC$，D，E 分别在 BC，AC 上，$AD=AE$，$\therefore \angle B=\angle C$，$\angle ADE=\angle AED=\angle C+20^\circ$，$\therefore \angle C+\angle BAD=\angle C+20^\circ+20^\circ$，$\therefore \angle BAD=40^\circ$.

▼考点 16　等腰三角形与直角三角形



1. A　【解析】如图，过点 A 作 $AM\perp BD$ 于点 M，过点 E 作 $EF\perp BC$ 于点 F. $\because AB=AD$，$AM\perp BC$，$\therefore \angle BAM=\angle DAM$，$BM=DM$. $\because BH\perp AD$，$\therefore \angle HBD+\angle HDB=90°$. 又 $\because \angle HDB+\angle MAD=90°$，$\therefore \angle HBD=\angle MAD$，$\therefore \angle HBD=\angle BAM=\angle MAD$. $\because \angle C=45°$，$\therefore \angle MAC=\angle FEC=45°$. $\because \angle AEB=\angle C+\angle EBC=45°+\angle EBC$，$\angle BAC=\angle MAC+\angle BAM=45°+\angle BAM$，$\therefore \angle AEB=\angle BAC$，$\therefore AB=BE$. 在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle BEF$ 中，$\begin{cases}\angle AMB=\angle EFB,\\ \angle BAM=\angle EBF,\\ AB=BE,\end{cases}$ $\therefore \triangle ABM\cong\triangle BEF$ (AAS)，$\therefore EF=BM=1$，$\therefore CE=\sqrt{2}EF=\sqrt{2}$.

2. 35　【解析】$\because EB=EC$，$\angle BEC=40°$，$\therefore \angle B=\angle ECB=\dfrac{180°-\angle BEC}{2}=\dfrac{180°-40°}{2}=70°$. $\because \angle AEB=70°$，$\angle BEC=40°$，$\therefore \angle AEC=\angle AEB+\angle BEC=70°+40°=110°$. $\because EA=EC$，$\therefore \angle ECA=\angle A=\dfrac{180°-\angle AEC}{2}=\dfrac{180°-110°}{2}=35°$，$\therefore \angle ACB=\angle ECB-\angle ECA=70°-35°=35°$.

3. C　【解析】$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，$\therefore \angle ABD=\angle C$，$AB=BC$. 在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCE$ 中，$\begin{cases}AB=BC,\\ \angle ABD=\angle C,\\ BD=CE,\end{cases}$ $\therefore \triangle ABD\cong\triangle BCE$ (SAS)，$\therefore \angle BAD=\angle CBE$. $\because \angle ABE+\angle EBC=60°$，$\therefore \angle ABE+\angle BAD=60°$，$\therefore \angle APE=\angle ABE+\angle BAD=60°$.

4. 75　【解析】$\because \angle ACB=90°$，$CE=AC$，$\therefore \angle CAE=\angle AEC=45°$. $\because \angle BAE=15°$，$\therefore \angle CAB=60°$，$\therefore \angle B=30°$. $\because \angle ACB=90°$，O 为 AB 的中点，$\therefore CO=BO=AO=\dfrac{1}{2}AB$，$\therefore \triangle AOC$ 是等边三角形，$\angle OCB=\angle B=30°$，$\therefore AC=OC=CE$，$\therefore \angle COE=\angle CEO=\dfrac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$.

5. (1)【证明】$\because AB=AC$，$\therefore \angle B=\angle C$.

$\because FE\perp BC$，$\therefore \angle F+\angle C=90°$，$\angle BDE+\angle B=90°$，

$\therefore \angle F=\angle BDE$.

$\because \angle BDE=\angle FDA$，$\therefore \angle F=\angle FDA$，

$\therefore AF=AD$，$\therefore \triangle ADF$ 是等腰三角形.

(2)【解】$\because DE\perp BC$，$\therefore \angle DEB=90°$.

$\because \angle B=60°$，$BD=4$，$\therefore BE=\frac{1}{2}BD=2$.

$\because AB=AC$，$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore BC=AB=AD+BD=6$，$\therefore EC=BC-BE=4$.

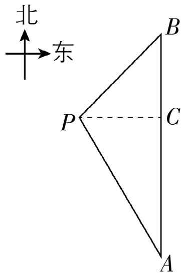
6. C 【解析】$\because a:b=3:4$，$b=8$，$\therefore a=6$. $\because$ 在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$.

7. C 【解析】$\because AB=8$，$BC=10$，$AC=6$，$\therefore 6^2+8^2=10^2$，$\therefore \triangle ABC$是直角三角形，$\angle BAC=90°$，则由面积公式知 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{1}{2}BC\cdot AD$，$\therefore AD=4.8$.

8. (1)正方形　(2)$\frac{24}{7}$　【解析】(1)$\because \triangle BDF$ 是直角三角形，$\therefore FD\perp BC$，$\angle CDF=\angle DFE=90°$. 又$\because \angle ACB=90°$，由折叠可得 $\angle DFE=90°$，$\therefore \angle CDF=\angle DFE=\angle ACB=90°$，$\therefore$ 四边形 $DCEF$ 是矩形. 由折叠的性质可得 $CD=DF$，$\therefore$ 四边形 $DCEF$ 是正方形. 故答案为正方形.

(2)在 $\mathrm{Rt}\triangle ACB$ 中，由勾股定理得 $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$. 设 $CD=x$，则 $DF=x$，$BD=8-x$. $\because \angle B=\angle B$，$\angle BDF=\angle BCA=90°$，$\therefore \triangle BDF\backsim\triangle BCA$，$\therefore \frac{BD}{BC}=\frac{DF}{AC}$，即$\frac{8-x}{8}=\frac{x}{6}$，解得 $x=\frac{24}{7}$，$\therefore CD=\frac{24}{7}$. 故答案为$\frac{24}{7}$.

9.【解】(1)如图，作 $PC\perp AB$ 于 C，则 $\angle PCA=\angle PCB=90°$.



由题意得 $PA=120$ 海里，$\angle A=30°$，$\angle BPC=45°$，

$\therefore PC=\frac{1}{2}PA=60$ 海里，$\triangle BCP$ 是等腰直角三角形，

$\therefore BC=PC=60$ 海里，$PB=\sqrt{PC^2+BC^2}=60\sqrt{2}$ 海里.

答：收到求救讯息时事故渔船 P 与救助船 B 之间的距离为 $60\sqrt{2}$ 海里.

(2)$\because PA=120$ 海里，$PB=60\sqrt{2}$ 海里，救助船 A，B 分别以 40 海里/时、30 海里/时的速度同时出发，

$\therefore$ 救助船 A 所用的时间为$\frac{120}{40}=3$(时)，

救助船 B 所用的时间为$\frac{60\sqrt{2}}{30}=2\sqrt{2}$(时).

$\because 3>2\sqrt{2}$,$\therefore$ 救助船 B 先到达.

▼考点17　全等三角形

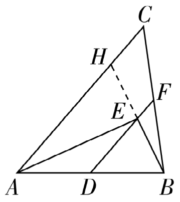
1. D　【解析】∵ $AB=AD$，$AC=AE$，$BC=DE$，∴ $\triangle ABC\cong\triangle ADE$（SSS）．A，B，C 选项都不符合题意．

2. B　【解析】∵ $BE=CF$，∴ $BE+EF=CF+EF$，∴ $BF=CE$．选项 A，在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCE$ 中，$\begin{cases}\angle B=\angle C,\\ \angle A=\angle D,\\ BF=CE,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABF\cong\triangle DCE$（AAS），故本选项不符合题意；选项 B，根据 $AF=DE$，$\angle B=\angle C$ 和 $BF=CE$ 不能推出 $\triangle ABF\cong\triangle DCE$，故本选项符合题意；选项 C，∵ 在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCE$ 中，$\begin{cases}AB=DC,\\ \angle B=\angle C,\\ BF=CE,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABF\cong\triangle DCE$（SAS），故本选项不符合题意；选项 D，∵ 在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCE$ 中，$\begin{cases}\angle B=\angle C,\\ BF=CE,\\ \angle AFB=\angle DEC,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABF\cong\triangle DCE$（ASA），故本选项不符合题意．

3. B　【解析】∵ $AC=DB$，∴ $AD=CB$．∵ $AE\parallel BF$，∴ $\angle A=\angle B$．选项 A，添加 $AE=BF$，根据 SAS 即可证明 $\triangle AED\cong\triangle BFC$，不符合题意；选项 B，添加 $ED=CF$，不能证明 $\triangle AED\cong\triangle BFC$，符合题意；选项 C，添加 $\angle E=\angle F$，根据 AAS 即可证明 $\triangle AED\cong\triangle BFC$，不符合题意；选项 D，添加 $ED\parallel CF$，得出 $\angle EDC=\angle FCD$，根据 ASA 即可证明 $\triangle AED\cong\triangle BFC$，不符合题意．

4. D　【解析】在 Rt $\triangle OMP$ 和 Rt $\triangle ONP$ 中，$\begin{cases}OM=ON,\\ OP=OP,\end{cases}$ ∴ Rt$\triangle OMP\cong$ Rt $\triangle ONP$（HL），∴ $\angle MOP=\angle NOP$，∴ OP 是 $\angle AOB$ 的平分线．

5. C　【解析】如图，延长 BE 交 AC 于 H．∵ AE 平分 $\angle BAC$，$\angle AEB=90°$，∴ $\angle HAE=\angle BAE$，$\angle AEH=\angle AEB=90°$．在 $\triangle HAE$ 和 $\triangle BAE$ 中，



$\begin{cases}\angle HAE=\angle BAE,\\ AE=AE,\\ \angle AEH=\angle AEB,\end{cases}$ ∴ $\triangle HAE\cong\triangle BAE$（ASA），∴ $AH=AB=6$，$HE=BE$．∵ $HE=BE$，$AD=DB$，∴ $DF\parallel AC$．又∵ $HE=BE$，∴ $HC=2EF=2$，∴ $AC=AH+HC=8$．

6. SAS 【解析】$\because AB \perp CF$, $AB // DE$, $\therefore \angle ABC = \angle DEF = 90°$. $\because CE = FB$, $\therefore CB = EF$. 又$\because AB = DE$, $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$(SAS).

7.【证明】$\because \angle BAC = 90°$, $CE \perp AE$, $BD \perp AE$,

$\therefore \angle ABD + \angle BAD = 90°$, $\angle BAD + \angle DAC = 90°$, $\angle ADB = \angle AEC = 90°$, $\therefore \angle ABD = \angle DAC$.

在$\triangle ABD$和$\triangle CAE$中,$\begin{cases} \angle ABD = \angle EAC, \\ \angle BDA = \angle E, \\ AB = AC, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE$(AAS), $\therefore BD = AE$, $AD = EC$.

$\because AE = AD + DE$, $\therefore BD = EC + ED$.

▼考点 18　相似三角形

1. A　【解析】∵ 点 C 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AC<BC$，∴ $BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB=2(\sqrt{5}-1)$，则 $AC=4-2(\sqrt{5}-1)=6-2\sqrt{5}$. 故选 A.

2. C　【解析】∵ $AB/\!/CD/\!/EF$，∴ $\frac{AC}{CE}=\frac{BD}{DF}$，$\frac{AC}{AE}=\frac{BD}{BF}$，∴ $AC\cdot DF=BD\cdot CE$，$AC\cdot BF=BD\cdot AE$. 故选 C.

3. $\frac{8}{5}$　【解析】∵ $\frac{a-b}{b}=\frac{3}{5}$，∴ $5(a-b)=3b$，∴ $5a=8b$，∴ $\frac{a}{b}=\frac{8}{5}$.

4. B　【解析】∵ $S_{\triangle ADC}:S_{\triangle BDC}=5:4$，∴ $S_{\triangle BCD}:S_{\triangle ABC}=4:9$. ∵ $\angle A=\angle BCD$，$\angle ABC=\angle CBD$，∴ $\triangle ABC\backsim\triangle CBD$，∴ $\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{CD}{AC}\right)^2=\frac{4}{9}$，∴ $\frac{4}{AC}=\frac{2}{3}$，∴ $AC=6$.

5. A　【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AD/\!/BC$，$AD=BC$，∴ $\triangle AEF\backsim\triangle CBF$. ∵ $AE:AD=2:3$，∴ $\frac{AE}{BC}=\frac{AF}{CF}=\frac{EF}{BF}=\frac{2}{3}$，∴ $S_{\triangle BCF}=\frac{3}{2}S_1$，∴ $S_{\square ABCD}=2\left(S_1+\frac{3}{2}S_1\right)=5S_1$，$S_{\triangle AEF}=\frac{2}{3}S_1$，∴ $S_2=\frac{1}{2}S_{\square ABCD}-S_{\triangle AEF}=\frac{11}{6}S_1$，∴ $S_1:S_2=6:11$.

6. $\frac{1}{9}$　【解析】∵ $AD\perp BC$ 于 D，$CE\perp AB$ 于 E，∴ $\angle CEB=\angle ADB=90°$. ∵ $\angle B=\angle B$，∴ $\triangle CBE\backsim\triangle ABD$，∴ $\frac{BE}{BC}=\frac{BD}{AB}$，∴ $\triangle BDE\backsim\triangle BAC$，∴ $\frac{DE}{AC}=\frac{BD}{AB}$，$\angle BED=\angle ACB=\angle B$，∴ $BD=DE$. ∵ $AB=AC=3$，$BC=2$，$AD\perp BC$，∴ $\angle BAD=\angle CAD$，$BD=CD=1$，∴ $\frac{DE}{AC}=\frac{1}{3}$. ∵ $\triangle CBE\backsim\triangle ABD$，∴ $\angle BAD=\angle BCE$，∴ $\angle BCE=\angle CAD$. ∵ $\angle BEC=90°$，$BD=CD$，∴ $DE=CD$，∴ $\angle DCE=\angle CED$，∴ $\angle CED=\angle CAP$. ∵ $\angle EPD=\angle CPA$，∴ $\triangle PED\backsim\triangle PAC$，∴ $S_{\triangle PDE}:S_{\triangle PAC}=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$.

7.【解】(1) $\triangle ADQ\backsim\triangle EPD$. 证明如下：

∵ $PE\perp DQ$，∴ $\angle DEP=\angle A=90°$.

∵ $\angle ADC=90°$，∴ $\angle ADQ+\angle EDP=90°$.

∵ $\angle EDP+\angle DPE=90°$，∴ $\angle ADQ=\angle DPE$，

∴ $\triangle ADQ\backsim\triangle EPD$.

(2) ∵ $AB=4$，点 Q 为 AB 的中点，∴ $AQ=BQ=2$，

$\therefore DQ=\sqrt{AD^2+AQ^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

$\because \angle PEQ=\angle A=90°$,

$\therefore$ 若以点 P,E,Q 为顶点的$\triangle PEQ$ 与$\triangle ADQ$ 相似，有两种情况：

①当$\triangle ADQ\backsim\triangle EPQ$ 时，$\frac{AD}{AQ}=\frac{PE}{EQ}=2$.

设 $EQ=x$，则 $EP=2x$，则 $DE=2\sqrt{5}-x$.

由(1)知$\triangle ADQ\backsim\triangle EPD$，$\therefore \frac{EP}{AD}=\frac{DE}{AQ}$，

$\therefore \frac{2x}{4}=\frac{2\sqrt{5}-x}{2}$，$\therefore x=\sqrt{5}$，$\therefore DP=\sqrt{DE^2+EP^2}=5$；

②当$\triangle ADQ\backsim\triangle EQP$ 时，$\frac{AD}{AQ}=\frac{EQ}{EP}=2$.

设 $EP=a$，则 $EQ=2a$，同理可得$\frac{2\sqrt{5}-2a}{a}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

$\therefore a=\frac{4}{5}\sqrt{5}$，

$DP=\sqrt{DE^2+EP^2}=\sqrt{\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\sqrt{5}\right)^2}=2$.

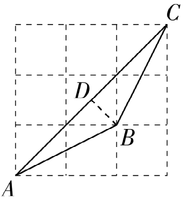
综上，DP 的长为 5 或 2.

▼考点 19　解直角三角形及其应用

1. B 【解析】原式 $=5\times\frac{1}{2}+2\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-(\sqrt{3})^2=\frac{1}{2}$.

2. C 【解析】$\because \cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore \angle A=30^\circ$，$\angle C=30^\circ$，$\therefore \angle B=120^\circ$.

3. B 【解析】过点 B 作 $BD\perp AC$ 于点 D，如图. 根据图可知 $AC=3\sqrt{2}$，$AB=BC=\sqrt{5}$，$\therefore D$ 是 AC 的中点，$\therefore AD=\frac{1}{2}AC=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$\therefore BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore \sin\angle BAC=\frac{DB}{AB}=\frac{\sqrt{10}}{10}$.



4. 8 【解析】$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\cos B=\frac{3}{5}$，$AB=10$，$\therefore BC=AB\cos B=6$，$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=8$.

5. $\frac{1}{2}$ 【解析】作 $AH\perp x$ 轴于 H. $\because A(2,1)$，$\therefore H(2,0)$，$AH=1$，$OH=2$，$\therefore \tan\alpha=\frac{AH}{OH}=\frac{1}{2}$.

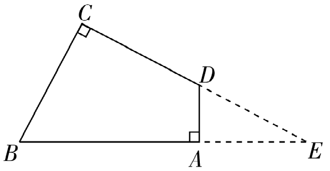
6.【解】(1)延长 CD，BA 相交于点 E，如图(1).

$\because DC\perp BC$ 于点 C，$\therefore \angle BCE=90^\circ$.

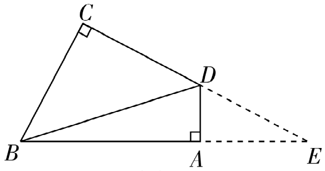
$\because \tan B=\frac{4}{3}$，$\tan B=\frac{CE}{BC}$，$\therefore \frac{CE}{BC}=\frac{4}{3}$.

设 $CE=4k$，则 $BC=3k$，$\therefore BE=\sqrt{CE^2+BC^2}=\sqrt{(4k)^2+(3k)^2}=5k$，

$\therefore \cos B=\frac{BC}{BE}=\frac{3}{5}$，$\sin B=\frac{CE}{BE}=\frac{4}{5}$.



图(1)



图(2)

(2)如图(2). $\because DA\perp BA$ 于点 A，$\therefore \angle DAE=90^\circ$，$\angle E+\angle ADE=90^\circ$.

$\because DC\perp BC$ 于点 C，

$\therefore \angle C=90^\circ$，$\angle E+\angle CBE=90^\circ$，

$\therefore \angle ADE=\angle CBE$，$\therefore \cos\angle ADE=\cos\angle CBE=\frac{3}{5}$.

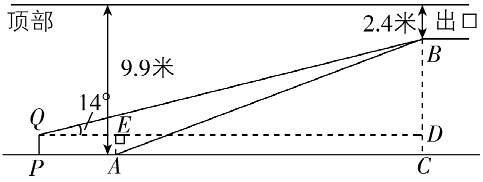
$\because \cos\angle ADE=\frac{AD}{DE}$，$\therefore \frac{AD}{DE}=\frac{3}{5}$.

$\because AD=3$，$\therefore DE=5$，$\therefore CE=CD+DE=7+5=12$.

$\because \tan\angle CBE=\frac{4}{3}\frac{CE}{BC}$，$\therefore BC=9$，

$\therefore BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{9^2+7^2}=\sqrt{130}$.

7.【解】如图，作 $BC\perp PA$ 交 PA 的延长线于点 C，作 $QD/\!/PC$ 交 BC 于点 D，过点 A 作 $AE\perp QD$ 于点 E.



由题意可得 $BC=9.9-2.4=7.5$（米），$QP=DC=1.5$ 米，$\angle BQD=14°$，则 $BD=BC-DC=7.5-1.5=6$（米）.

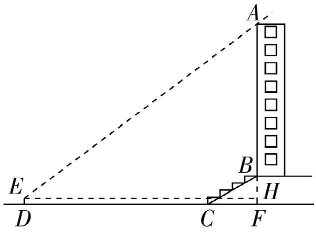
$\because \tan\angle BQD=\frac{BD}{QD}$，$\therefore \tan 14°=\frac{6}{6+ED}$，即 $0.25=\frac{6}{6+ED}$，解得 $ED=18$，$\therefore AC=ED=18$ 米.

$\because BC=7.5$ 米，$\therefore \tan\angle BAC=\frac{BC}{AC}=\frac{7.5}{18}=\frac{5}{12}$，即电梯 AB 的坡度是 $5:12$.

$\because BC=7.5$ 米，$AC=18$ 米，$\angle BCA=90°$，$\therefore AB=\sqrt{7.5^2+18^2}=19.5$（米），

即电梯 AB 的坡度是 $5:12$，长度是 19.5 米.

8.【解】如图，延长 AB 交直线 DC 于点 F，过点 E 作 $EH\perp AF$，垂足为点 H. $\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle BCF$ 中，$\frac{BF}{CF}=i=1:\sqrt{3}$，$\therefore$ 设 $BF=k$，则 $CF=\sqrt{3}k$，$BC=2k$.



$\because BC=12$ 米，$\therefore k=6$ 米，$\therefore BF=6$，$CF=6\sqrt{3}$ 米.

$\because DF=DC+CF$，$\therefore DF=(40+6\sqrt{3})$ 米.

$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle AEH$ 中，$\tan\angle AEH=\frac{AH}{EH}$，

$\therefore AH=(40+6\sqrt{3})\times\tan 37°\approx 37.785$ 米.

$\because BH=BF-FH$，$\therefore BH=6-1.5=4.5$ 米.

$\because AB=AH-HB$，$\therefore AB=37.785-4.5\approx 33.3$（米）.

答：大楼 AB 的高度约为 33.3 米.

9.【解】$\because AB$ 垂直于桥面，$\therefore \angle AMC=\angle BMC=90°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AMC$ 中，$CM=60$ 米，$\angle ACM=30°$，$\tan\angle ACM=\frac{AM}{CM}$，$\therefore AM=CM\cdot\tan\angle ACM=60\times\frac{\sqrt{3}}{3}=20\sqrt{3}$（米）.

在 Rt△BMC 中，$CM=60$ 米，$\angle BCM=14°$，

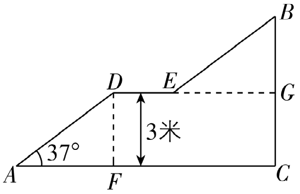
$\tan\angle BCM=\dfrac{BM}{CM}$，

$\therefore MB=CM\cdot\tan\angle BCM\approx 60\times 0.25=15$（米），

$\therefore AB=AM+MB=20\sqrt{3}+15\approx 50$（米）.

答：大桥主架在水面以上部分 AB 的高度约为 50 米.

10.【解】如图，过点 D，E 分别作 $DF\perp AC$，$EG\perp BC$，垂足分别为点 F，G.



在 Rt△ADF 中，$\angle A=37°$，$DF=3$ 米，

$\therefore \tan\angle A=\dfrac{DF}{AF}$，即 $\tan 37°=\dfrac{3}{AF}$，

$\therefore AF=\dfrac{3}{\tan 37°}\approx\dfrac{3}{0.75}=4$（米）.

$\because AD /\!/ BE$，$\therefore \angle BEG=\angle A=37°$.

在 Rt△BEG 中，$\angle BEG=37°$，$BG=BC-CG=6.6-3=3.6$（米），

$\therefore \tan\angle BEG=\dfrac{BG}{EG}$，即 $\tan 37°=\dfrac{3.6}{EG}$，

$\therefore EG=\dfrac{3.6}{\tan 37°}\approx\dfrac{3.6}{0.75}=4.8$（米），

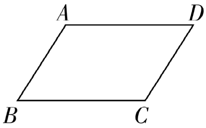
$\therefore DE=AC-EG-AF=11-4.8-4=2.2$（米）.

答：歇台 DE 的长为 2.2 米.

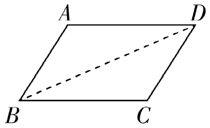
模块五 | 多边形与平行四边形

▼考点 20　平行四边形与多边形

1. B 【解析】①∵ $AB=CD$，$AD=BC$，∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故①能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形；②∵ $AB=CD$，$AD // BC$，∴ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形或平行四边形，故②不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形；③如图(1)，∵ $AB // CD$，∴ $\angle B+\angle C=180°$，$\angle A+\angle D=180°$. ∵ $\angle A=\angle C$，∴ $\angle B=\angle D$，∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故③能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形；④如图(2)，连接 BD. 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中，$AB=CD$，$BD=DB$，$\angle A=\angle C$，不能判定 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 全等，∴ 不能判定 $AD=BC$，∴ 不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 故选 B.



图(1)



图(2)

2. D 【解析】A 选项，∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AD // BC$，$AB // CD$，∴ $DE // BC$，$\angle ABD=\angle CDB$. ∵ $\angle ABD=\angle DCE$，∴ $\angle DCE=\angle CDB$，∴ $BD // CE$，∴ 四边形 $BCED$ 为平行四边形，故 A 不符合题意；B 选项，∵ $AE // BC$，∴ $\angle DEC+\angle BCE=\angle EDB+\angle DBC=180°$. ∵ $\angle AEC=\angle CBD$，∴ $\angle BDE=\angle BCE$，∴ 四边形 $BCED$ 为平行四边形，故 B 不符合题意；C 选项，∵ $DE // BC$，∴ $\angle DEF=\angle CBF$. 在 $\triangle DEF$ 与 $\triangle CBF$ 中，$\begin{cases}\angle DEF=\angle CBF,\\ \angle DFE=\angle CFB,\\ EF=BF,\end{cases}$ ∴ $\triangle DEF \cong \triangle CBF$(ASA)，∴ $DF=CF$. ∵ $EF=BF$，∴ 四边形 $BCED$ 为平行四边形，故 C 不符合题意；D 选项，∵ $AE // BC$，∴ $\angle AEB=\angle CBF$. ∵ $\angle AEB=\angle BCD$，∴ $\angle CBF=\angle BCD$，∴ $CF=BF$，同理，$EF=DF$，∴ 不能判定四边形 $BCED$ 为平行四边形，故 D 符合题意. 故选 D.

3. (1)【证明】∵ $\triangle ABC \cong \triangle ADE$，$AB=AC$，

∴ $AB=AC=AD=AE$，$\angle BAC=\angle DAE$，

∴ $\angle BAC+\angle CAD=\angle DAE+\angle CAD$，

即$\angle BAD=\angle CAE$.

在$\triangle BAD$和$\triangle CAE$中，$\begin{cases}AD=AE,\\\angle BAD=\angle CAE,\\AB=AC,\end{cases}$

$\therefore \triangle BAD\cong\triangle CAE(\text{SAS})$，$\therefore BD=CE$.

(2)【解】$\because \triangle ABC\cong\triangle ADE$，$\angle BAC=30°$，

$\therefore \angle BAC=\angle DAE=30°$.

$\because$ 四边形$ABFE$是平行四边形，

$\therefore AB/\!/CE$，$AB=EF$.

由(1)知$AB=AC=AE$.

$\because AB=2$，$\therefore AB=AC=AE=EF=2$.

过A作$AH\perp CE$于H.

$\because AB/\!/CE$，$\angle BAC=30°$，$\therefore \angle ACH=\angle BAC=30°$，

$\therefore$ 在$\text{Rt}\triangle ACH$中，$AH=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{1}{2}\times2=1$，

$\therefore CH=\sqrt{AC^2-AH^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.

$\because AC=AE$，$AH\perp CE$，$\therefore CE=2CH=2\sqrt{3}$，

$\therefore CF=CE-EF=2\sqrt{3}-2$.

4.【证明】(1)在▱$ABCD$中，$\because AB/\!/CD$，

$\therefore \angle GAE=\angle HCF$.

$\because AF=CE$，$\therefore AF-EF=CE-EF$，即$AE=CF$.

在$\triangle AGE$与$\triangle CHF$中，$\begin{cases}AG=CH,\\\angle GAE=\angle HCF,\\AE=CF,\end{cases}$

$\therefore \triangle AGE\cong\triangle CHF$，$\therefore GE=HF$，$\angle AEG=\angle CFH$，

$\therefore \angle GEO=\angle HFO$，$\therefore EG/\!/FH$.

(2)连接GF，EH.

由(1)证得$GE=HF$，$EG/\!/FH$，$\therefore$ 四边形$GFHE$是平行四边形，$\therefore GH$，EF互相平分.

5. (1)【证明】$\because$ 四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore OB=OD$.

在$\triangle BOE$和$\triangle DOF$中，$\begin{cases}OE=OF,\\\angle BOE=\angle DOF,\\BO=DO,\end{cases}$

$\therefore \triangle BOE\cong\triangle DOF(\text{SAS})$.

(2)【解】四边形$EBFD$是矩形. 理由：

由(1)知$OB=OD$，$OE=OF$，

$\therefore$ 四边形$EBFD$是平行四边形.

又$\because BD=EF$，$\therefore$ 平行四边形$EBFD$是矩形.

▼考点21　矩形、菱形与正方形

1. (1)【证明】$\because AE$ 平分 $\angle BAD$，$\angle BAD=90°$，

$\therefore \angle BAE=45°$，$\therefore \triangle ABE$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AB=BE$，$\angle AEB=45°$.

$\because AB=CD$，$\therefore BE=CD$.

$\because \angle CEF=\angle AEB=45°$，$\angle ECF=90°$，

$\therefore \triangle CEF$ 是等腰直角三角形.

$\because$ 点 G 为 EF 的中点，$\therefore CG=EG$，$\angle ECG=45°$，

$\therefore \angle BEG=\angle DCG=135°$.

在 $\triangle DCG$ 和 $\triangle BEG$ 中，$\begin{cases} CD=BE, \\ \angle DCG=\angle BEG, \\ CG=EG, \end{cases}$

$\therefore \triangle DCG\cong\triangle BEG$(SAS).

(2)【解】$\because \triangle DCG\cong\triangle BEG$，$\therefore \angle DGC=\angle BGE$，

$\therefore \angle BGD=\angle EGC=90°$.

$\because DG=BG$，$\therefore \angle BDG=45°$.

2. (1)【证明】$\because BE$，CF 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，$\therefore EF/\!/BC$ 且 $EF=\frac{1}{2}BC$.

$\because H$，I 分别是 BG，CG 的中点，

$\therefore HI$ 是 $\triangle BCG$ 的中位线，

$\therefore HI/\!/BC$ 且 $HI=\frac{1}{2}BC$，$\therefore EF/\!/HI$，$EF=HI$，

$\therefore$ 四边形 $EFHI$ 是平行四边形.

(2)【解】当 AD 与 BC 满足 $AD\perp BC$ 时，四边形 $EFHI$ 是矩形. 理由如下：

同(1)得 FH 是 $\triangle ABG$ 的中位线，

$\therefore FH/\!/AG$，$FH=\frac{1}{2}AG$，$\therefore FH/\!/AD$.

$\because EF/\!/BC$，$AD\perp BC$，$\therefore EF\perp FH$，$\therefore \angle EFH=90°$.

$\because$ 四边形 $EFHI$ 是平行四边形，

$\therefore$ 四边形 $EFHI$ 是矩形.

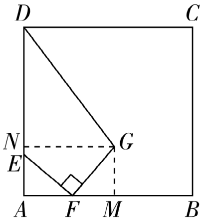
3.【证明】$\because AE/\!/CD$，$AC/\!/ED$，

$\therefore$ 四边形 $ACDE$ 是平行四边形.

$\because \angle ACB=90°$，D 为 AB 的中点，$\therefore CD=\frac{1}{2}AB=AD$.

$\because \angle ACB=90°$，$\angle B=30°$，$\therefore \angle CAB=60°$，

$\therefore \triangle ACD$ 为等边三角形，$\therefore AC=CD$，$\therefore$ 平行四边形 $ACDE$ 是菱形.



4. A 【解析】如图，过点 G 作 $GM\perp AB$ 于 M，作 $GN\perp AD$ 于 N. ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $\angle A=90°$. ∵ $GM\perp AB$，$GN\perp AD$，∴ $\angle FMG=\angle ANG=90°$，∴ 四边形 $AMGN$ 是矩形，∴ $MG=AN$，$AM=NG$，$\angle A=\angle FMG$. ∵ 线段 EF 绕点 F 顺时针旋转 $90°$得到线段 FG，∴ $EF=FG$，$\angle EFG=90°$，∴ $\angle EFA+\angle GFM=90°$. ∵ $\angle GFM+\angle FGM=90°$，∴ $\angle EFA=\angle FGM$. 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle MFG$ 中，$\begin{cases}\angle A=\angle FMG,\\ \angle EFA=\angle FGM,\\ EF=FG,\end{cases}$ ∴ $\triangle AEF\cong\triangle MFG$（AAS），∴ $AE=MF$，$AF=MG$. ∵ $AE=1$，∴ $MF=1$. 设 $AF=x$（$0\leqslant x\leqslant 4$），则 $MG=x$，$AM=x+1$，$AN=MG=x$，∴ $NG=x+1$. ∵ $AB=4$，∴ $DN=4-x$，∴ $DG=\sqrt{DN^2+NG^2}=\sqrt{(4-x)^2+(x+1)^2}=\sqrt{2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{2}}$，∴ 当 $x=\frac{3}{2}$ 时，DG 取最小值，最小值为 $\sqrt{\frac{25}{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

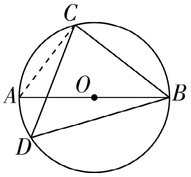
模块六 | 圆

▼考点22　圆的基本性质

1. B　【解析】$\because CD \perp AB$，CD 是直径，$\therefore AE = EB = \frac{1}{2}AB = 5$. 故选 B.

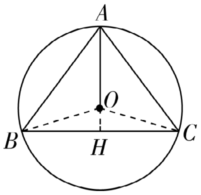
2. A　【解析】由圆周角定理得 $\angle BAD = \angle BCD = 25°$. $\because \angle ADC$是$\triangle ADE$ 的外角，$\angle E = 39°$，$\therefore \angle ADC = \angle BAD + \angle E = 25° + 39° = 64°$.

3. B　【解析】如图，连接 AC. $\because AB$是$\odot O$ 的直径，$\therefore \angle ACB = 90°$. $\because \angle ABC = 38°$，$\therefore \angle BAC = 90° - \angle ABC = 52°$，$\therefore \angle BDC = \angle BAC = 52°$.



4. B　【解析】连接 AD. $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，$\therefore \angle ADB = 90°$. $\because \angle ABD = 36°$，$\therefore \angle A = 90° - \angle ABD = 54°$，$\therefore \angle BCD = 180° - \angle A = 126°$.

5. (1)【证明】如图，连接 OB，OC.



$\because OA = OB = OC$，AO 平分$\angle BAC$，

$\therefore \angle OBA = \angle OCA = \angle BAO = \angle CAO$.

在$\triangle OAB$ 和$\triangle OAC$ 中，

$$\begin{cases} \angle OAB = \angle OAC, \\ \angle OBA = \angle OCA, \\ AO = AO, \end{cases}$$

$\therefore \triangle OAB \cong \triangle OAC$（AAS），$\therefore AB = AC$，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形.

(2)【解】如图，延长 AO 交 BC 于点 H.

$\because AH$ 平分$\angle BAC$，$AB = AC$，$\therefore AH \perp BC$，$BH = CH$.

设 $OH = b$，$BH = CH = a$. $\because BH^2 + OH^2 = OB^2$，$BH^2 + AH^2 = AB^2$，$OA = 4$，$AB = 6$，

$\therefore \begin{cases} a^2 + b^2 = 16, \\ a^2 + (b+4)^2 = 36, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = \dfrac{3\sqrt{7}}{2}, \\ b = \dfrac{1}{2}, \end{cases}$

$\therefore BC = 2a = 3\sqrt{7}$.

6. (1)【证明】$\because C$，D，B，F 四点共圆，

$\therefore \angle EFB = \angle CDB$，$\angle BCD = \angle DFB$.

$\because CD \perp OA$，$\therefore CH = DH$，$\therefore BC = BD$，

$\therefore \angle BCD = \angle CDB$，$\therefore \angle EFB = \angle DFB$，$\therefore FB$ 平分$\angle DFE$.

(2)【解】$\because$ 在$\triangle DFB$和$\triangle EFB$中,

$$\begin{cases} DF=EF, \\ \angle DFB=\angle EFB, \\ FB=FB, \end{cases}$$

$\therefore \triangle DFB\cong\triangle EFB$(SAS),$\therefore BD=BE$.

$\because BE=8$,$\therefore BD=8$.

$\because AB$为$\odot O$的直径,$CD\perp AB$,

$\therefore \angle DHB=\angle ADB=90°$.

$\because \angle DBH=\angle ABD$,$\therefore \triangle DHB\backsim\triangle ADB$,$\therefore \dfrac{BD}{AB}=\dfrac{BH}{BD}$.

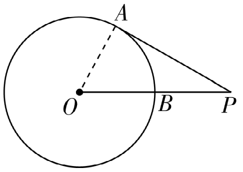
设$AH=x$. $\because \odot O$的半径为5,$BD=8$,

$\therefore AB=10$,$BH=10-x$,

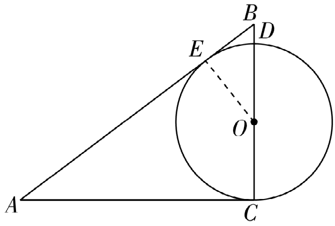
$\therefore \dfrac{8}{10}=\dfrac{10-x}{8}$,解得$x=\dfrac{18}{5}$,即$AH$的长是$\dfrac{18}{5}$.

▼考点 23　与圆有关的位置关系

1. A　【解析】如图,连接 OA. ∵ PA 为⊙O 的切线,∴ $\angle OAP=90°$. ∵ $\angle P=30°$, $OB=3$, ∴ $AO=3$, ∴ $OP=6$, ∴ $BP=6-3=3$.



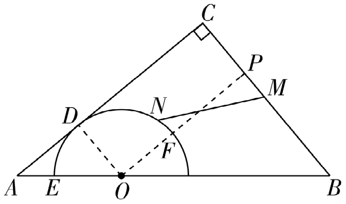
(第 1 题图)



(第 2 题图)

2. B　【解析】如图,连接 OE. 设 $OE=R$. 由勾股定理得 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$. ∵ AB 与⊙O 相切于 E, AC 与⊙O 相切于 C, ∴ $AE=AC=4$. ∵ $OE=OD=OC=R$, $AB=5$, $BC=3$, ∴ $BE=5-4=1$, $BO=3-R$. 由勾股定理得 $BE^2+OE^2=BO^2$, 即 $1^2+R^2=(3-R)^2$, 解得 $R=\frac{4}{3}$, 即 $OD=OC=\frac{4}{3}$, ∴ $BD=BC-OC-OD=3-\frac{4}{3}-\frac{4}{3}=\frac{1}{3}$.

3. D　【解析】如图,设半圆 O 交 AB 于点 E, 半圆 O 与 AC 相切于点 D, 连接 OD, 过点 O 作 $OP\perp BC$, 垂足为 P, 交半圆 O 于 F, 此时垂线段 OP 最短, MN 的最小值即为 PF 的长. ∵ $AC=12$, $BC=9$, ∴ $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{12^2+9^2}=15$. ∵ $\angle OPB=90°$, ∴ $OP/\!/AC$, ∴ $\triangle OBP\backsim\triangle ABC$. ∵ 点 O 是 AB 的三等分点, ∴ $OB=\frac{2}{3}\times15=10$, $\frac{OP}{AC}=\frac{OB}{AB}=\frac{2}{3}$, ∴ $OP=8$. ∵ 半圆 O 与 AC 相切于点 D, ∴ $OD\perp AC$, ∴ $OD/\!/BC$, ∴ $\triangle AOD\backsim\triangle ABC$, ∴ $\frac{OD}{BC}=\frac{OA}{AB}=\frac{1}{3}$, ∴ $OD=3$, ∴ MN 最小值为 $PF=OP-OF=8-3=5$. 如图,当 N 与 E 重合, M 与 B 重合时, MN 的值最大, MN 最大值为 $OB+OE=10+3=13$, ∴ MN 的最大值与最小值的差是 $13-5=8$.



4. (1)【证明】∵ AB 是⊙O 的切线, ∴ $OA\perp AB$,

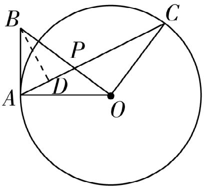
∴ $\angle BAP+\angle OAC=90°$.

∵ $OC\perp OB$, ∴ $\angle OPC+\angle OCA=90°$.

∵ $OA=OC$, ∴ $\angle OAC=\angle OCA$.

$\because \angle BPA=\angle OPC$，$\therefore \angle BAP=\angle BPA$，$\therefore BP=AB$.

(2)【解】如图，作 $BD\perp AP$ 于点 D.



$\because \odot O$ 的半径为 8，

$\therefore CO=OA=8$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle OAB$ 中，$AB=\sqrt{OB^2-OA^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$，

$\therefore BP=BA=6$，$\therefore OP=OB-BP=4$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle CPO$ 中，$OP=4$，$CO=8$，

$\therefore CP=\sqrt{OC^2+OP^2}=4\sqrt{5}$.

$\because BA=BP$，$BD\perp AP$，

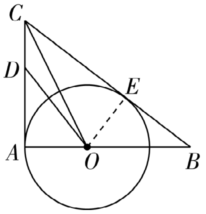
$\therefore AD=PD$，$\angle BDP=90^\circ=\angle COP$.

$\because \angle BPD=\angle CPO$，$\therefore \triangle BPD\backsim\triangle CPO$，

$\therefore \dfrac{BP}{CP}=\dfrac{PD}{PO}$，即$\dfrac{6}{4\sqrt{5}}=\dfrac{PD}{4}$，

解得 $PD=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$，$\therefore AP=\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$.

5. (1)【证明】过 O 作 $OE\perp BC$ 于 E，如图所示.



$\because \odot O$ 与 AC 相切于点 A，

$\therefore OA\perp AC$.

$\because CO$ 平分$\angle ACB$，$OE\perp BC$，

$\therefore OE=OA$，$\therefore BC$ 所在直线与$\odot O$ 相切.

(2)【解】$\because CD=1$，$AD=2$，$\therefore AC=CD+AD=3$.

$\because AC$，BC 是$\odot O$ 的切线，$\therefore EC=AC=3$.

在$\triangle OEB$ 和$\triangle OAD$ 中，$\begin{cases}\angle OEB=\angle OAD=90^\circ,\\ \angle B=\angle ODA,\\ OE=OA,\end{cases}$

$\therefore \triangle OEB\cong\triangle OAD(\mathrm{AAS})$，

$\therefore EB=AD=2$，$OB=OD$，$\therefore BC=EC+EB=5$，

$\therefore AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

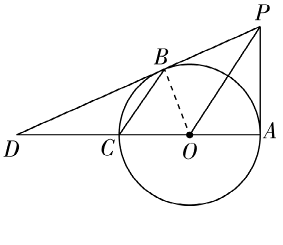
设 $OA=x$，则 $OD=OB=4-x$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOD$ 中，由勾股定理得 $x^2+2^2=(4-x)^2$，

解得 $x=\dfrac{3}{2}$，即$\odot O$ 的半径为$\dfrac{3}{2}$.

6. (1)【证明】如图，连接 OB.

$\because BC\parallel OP$，$\therefore \angle BCO=\angle POA$，$\angle CBO=\angle POB$.



又$\because OC=OB$，

$\therefore \angle BCO=\angle CBO$，

$\therefore \angle POB=\angle POA$.

在$\triangle POB$与$\triangle POA$中，$\begin{cases} OB = OA, \\ \angle POB = \angle POA, \\ PO = PO, \end{cases}$

$\therefore \triangle POB \cong \triangle POA$(SAS)，$\therefore \angle PBO = \angle PAO = 90°$.

又$\because OB$是$\odot O$的半径，$\therefore PB$是$\odot O$的切线.

(2)【解】$\because \triangle POB \cong \triangle POA$，$\therefore PB = PA$.

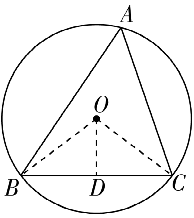
$\because BD = 2PA$，$\therefore BD = 2PB$.

$\because BC /\!/ OP$，$\therefore \triangle DBC \backsim \triangle DPO$，$\therefore \dfrac{BC}{PO} = \dfrac{BD}{PD} = \dfrac{2}{3}$，

$\therefore BC = \dfrac{2}{3}PO = \dfrac{2}{3} \times \sqrt{3^2 + 4^2} = \dfrac{10}{3}$.

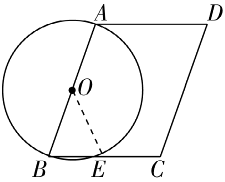
考点24　弧长、扇形面积的相关计算

1. B　【解析】如图，连接 OB，OC，过点 O 作 $OD\perp BC$ 于点 D.



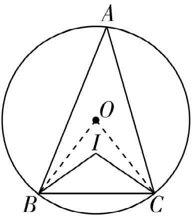
$\because \angle BAC=60°$，$\therefore \angle BOC=120°$. $\because OD\perp BC$，$BC=6$，$\therefore DB=DC=3$，$\angle BOD=60°$，$\therefore OB=\dfrac{BD}{\sin\angle BOD}=2\sqrt{3}$，$\therefore \overset{\frown}{BC}$长为$\dfrac{120\times\pi\times2\sqrt{3}}{180}=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$.

2. C　【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AB/\!/CD$，$\therefore \angle B+\angle C=180°$. $\because \angle C=110°$，$\therefore \angle B=70°$. $\because OB=OE$，$\therefore \angle B=\angle OEB$，$\therefore \angle OEB=70°$，$\therefore \angle AOE=\angle B+\angle OEB=70°+70°=140°$. $\because AB=2$，AB 为 $\odot O$ 的直径，$\therefore OA=OB=OE=1$，$\therefore \overset{\frown}{AE}$的长为$\dfrac{140\pi\times1}{180}=\dfrac{7\pi}{9}$.



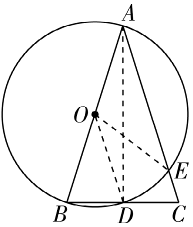
3. A　【解析】该圆锥的侧面展开图的弧长为 $2\pi\times10\div2=10\pi(\mathrm{cm})$，$\therefore$ 该圆锥的底面圆半径为$10\pi\div2\pi=5(\mathrm{cm})$.

4. $\dfrac{8}{9}\pi$　【解析】如图，连接 OB，OC.

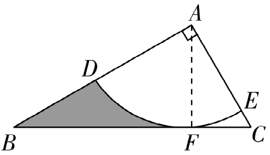


$\because \angle BIC=110°$，$\therefore \angle IBC+\angle ICB=180°-\angle BIC=70°$. $\because BI$，CI 分别为 $\angle ABC$，$\angle ACB$ 的平分线，$\therefore \angle IBC=\dfrac{1}{2}\angle ABC$，$\angle ICB=\dfrac{1}{2}\angle ACB$，$\therefore \angle ABC+\angle ACB=2\times(\angle IBC+\angle ICB)=140°$，$\therefore \angle A=180°-(\angle ABC+\angle ACB)=40°$，$\therefore \angle BOC=2\angle A=80°$，$\therefore$ 劣弧$\overset{\frown}{BC}$的长为$\dfrac{80\pi\times2}{180}=\dfrac{8}{9}\pi$.

5. 30°　【解析】如图，连接 AD. $\because AB$ 为$\odot O$ 的直径，$\therefore AD\perp BC$. $\because AB=AC=2$，$\therefore \angle CAD=\angle BAD$. 连接 OE，OD，设$\angle DOE=n°$. $\because$ 劣弧 DE 的长为$\dfrac{\pi}{6}$，$\therefore \dfrac{n\cdot\pi\times1}{180}=\dfrac{\pi}{6}$，$\therefore n=30$，$\therefore \angle DOE=30°$，$\therefore \angle CAD=15°$，$\therefore \angle BAC=2\angle CAD=30°$.



6. $6\sqrt{3}-2\pi$　【解析】如图，连接 AF. $\because$ 以点 A 为圆心的弧与 BC 相切于点 F，$\therefore AF\perp BC$，即$\angle AFC=90°$. $\because \angle BAC=90°$，



$BC=2AC$，$\therefore\ \angle B=30°$，$\therefore\ \angle C=60°$，$\angle BAF=60°$，$\therefore\ \angle CAF=30°$，$\therefore\ AC=2CF$. $\because\ CF=2$，$\therefore\ AC=4$，$\therefore\ BC=2AC=8$，$\therefore\ BF=BC-CF=8-2=6$. 在 $Rt\triangle AFC$ 中，由勾股定理得 $AF=\sqrt{AC^2-CF^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，$\therefore$ 阴影部分的面积 $S=S_{\triangle AFB}-S_{扇形DAF}=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}-\frac{60\pi\times(2\sqrt{3})^2}{360}=6\sqrt{3}-2\pi$. 故答案为 $6\sqrt{3}-2\pi$.

7.【解】(1)$\because$ 点 D 是 AB 的中点，PD 经过圆心，

$\therefore\ PD\perp AB$.

$\because\ \angle A=30°$，$\therefore\ \angle POC=\angle AOD=60°$，$OA=2OD$.

$\because\ OF=\frac{1}{2}OP$. $\because\ OA=OC$，$AD=BD$，$\therefore\ BC=2OD$，

$\therefore\ OA=BC=2$，$\therefore\ \odot O$ 的半径为 2，

$\therefore$ 劣弧 PC 的长为 $\frac{60\pi\times2}{180}=\frac{2}{3}\pi$.

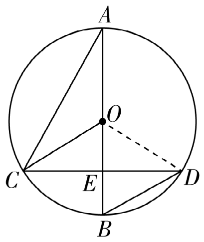
(2)$\because\ PF\perp AC$，$\therefore\ \angle OPF=30°$，$\therefore\ OF=\frac{1}{2}OP$，

$\therefore\ OF=1$，$\therefore\ PF=\sqrt{OP^2-OF^2}=\sqrt{3}$，$\therefore\ S_{阴影}=S_{扇形OPC}-S_{\triangle OPF}=\frac{60\pi\times2^2}{360}-\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\frac{2}{3}\pi-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

8. (1)**【证明】**$\because\ OC=OA$，$\therefore\ \angle A=\angle ACO$.

$\because\ \angle A=\angle CDB$，$\therefore\ \angle ACO=\angle CDB$.

(2)**【解】**连接 OD，如图.



设 $\odot O$ 的半径为 r.

$\because\ \odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD，$CD=6$，

$\therefore\ DE=\frac{1}{2}CD=3$，$AB\perp CD$.

在 $Rt\triangle OED$ 中，$OD^2=OE^2+DE^2$，

即 $r^2=(r-\sqrt{3})^2+3^2$，解得 $r=2\sqrt{3}$.

$\because\ \sin\angle DOE=\frac{DE}{OD}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

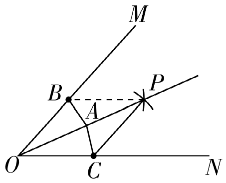
$\therefore\ \angle DOE=60°$，$\therefore\ \angle AOD=120°$，

$\therefore$ 劣弧 AD 的长为 $\frac{120\pi\times2\sqrt{3}}{180}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$.

模块七 | 图形的变化

考点25 尺规作图

1. (1)【解】如图所示：



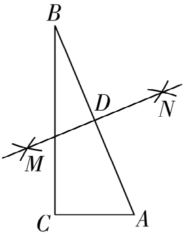
(2)【证明】由(1)知，OP 是 $\angle MON$ 的平分线，

$\therefore \angle POB=\angle POC$，

在 $\triangle ABO$ 与 $\triangle ACO$ 中，$\begin{cases} OB=OC, \\ \angle AOB=\angle AOC, \\ OA=OA, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABO\cong\triangle ACO(\mathrm{SAS})$，$\therefore AB=AC$.

2.【解】(1)如图所示，点 D 即为所作.



图(1)

(2)如图所示，连接 AE，CD.

$\because \angle C=90°$，$AC=CE$，

$\therefore \triangle ACE$ 为等腰直角三角形，

$\therefore \angle AEC=45°$.

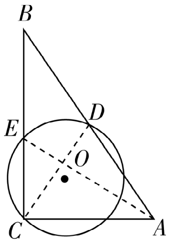
$\because$ 点 D 为 AB 的中点，

$\therefore CD=BD=AD$，

$\therefore \angle B=\angle BCD$.

$\because \angle ADC=\angle AEC=45°$，

$\therefore 2\angle B=45°$，$\therefore \angle B=22.5°$.



图(2)

▼考点 26　视图与投影

1. **C**　**【解析】**从左面看，是一个长方形，中间是一条实线，实线上下两侧各有一条虚线. 故选 C.

2. **C**　**【解析】**选项 A、选项 B、选项 D 中的几何体的俯视图都是矩形，而选项 C 中几何体的俯视图是同心圆，其中中间的小圆是虚线.

3. **A**　**【解析】**A 选项，主视图和左视图都为矩形，所以 A 选项符合题意；B 选项，主视图和左视图都为等腰三角形，所以 B 选项不符合题意；C 选项，主视图和左视图都为圆，所以 C 选项不符合题意；D 选项，主视图为矩形，左视图为三角形，所以D 选项不符合题意.

4. **B**　**【解析】**从左面看三棱柱得到的图形是一个矩形. 故选 B.

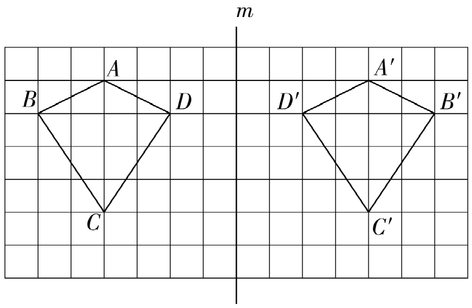
考点27　图形的对称、平移、旋转与位似

1. B　【解析】A 选项既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此选项不合题意；B 选项既是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项符合题意；C 选项是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；D 选项既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此选项不符合题意. 故选 B.

2. 18　【解析】连接 MD. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore \angle ADC=90°$. $\because AM=MC$，$\therefore MD=\frac{1}{2}AC=AM$，$\therefore \angle MAD=\angle ADM$. 设 $\angle DAF=x°$，则 $\angle DMC=\angle DAF+\angle ADM=2x°$. $\because MF=AB=CD=DF$，$\therefore \angle MDF=\angle DMF=2x°$. $\because DE\perp FC$，$\therefore \angle DAF+\angle ADE=90°$. 又 $\because \angle EDC+\angle ADE=90°$，$\therefore \angle EDC=\angle DAF=x°$，$\therefore \angle FDE=\angle EDC=x°$，$\therefore x+2x+x+x=90$，$\therefore x=18$，即 $\angle DAF=18°$.

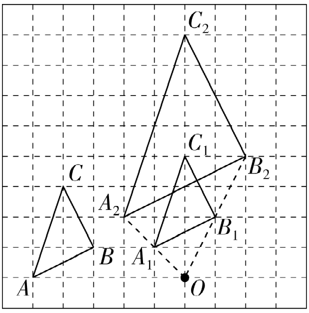
3. C　【解析】$\because \angle C=90°, AC=6, BC=8$，$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{36+64}=10$. $\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle AB'C'$，$\therefore AC=AC'=6, BC=B'C'=8$，$\angle C=\angle AC'B'=90°$，$\therefore BC'=4$，$\therefore B'B=\sqrt{C'B'^2+BC'^2}=\sqrt{16+64}=4\sqrt{5}$，$\therefore \sin\angle BB'C'=\frac{BC'}{BB'}=\frac{4}{4\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

4.【解】(1) 如图所示，四边形 $A'B'C'D'$ 即为所作.



(2) 四边形 $ABCD$ 的面积为 $S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times 4\times 1+\frac{1}{2}\times 4\times 3=8$.

5.【解】(1) 如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 为所作.



（2）如图，①连接 OA_1 并延长至点 A_2，使$\frac{OA_2}{OA_1}=2$；

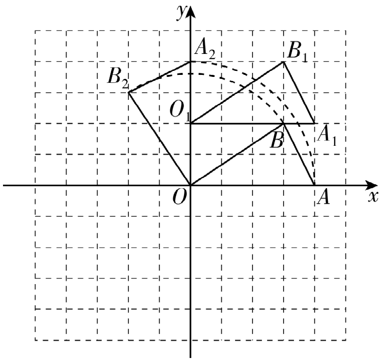
连接 OB_1 并延长至点 B_2，使$\frac{OB_2}{OB_1}=2$；

连接 OC_1 并延长至点 C_2，使$\frac{OC_2}{OC_1}=2$；

②顺次连接 A_2B_2，B_2C_2，C_2A_2，则$\triangle A_2B_2C_2$ 为所作.

6.【解】（1）$\triangle A_1O_1B_1$ 如图所示.

（2）$\triangle A_2OB_2$ 如图所示.



（3）由题意得 $OA=4$，由勾股定理得 $OB=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

$S_{AB边扫过的面积}=S_{扇形AOA_2}-S_{扇形BOB_2}=\frac{90\cdot\pi\cdot 4^2}{360}-\frac{90\cdot\pi\cdot(\sqrt{13})^2}{360}=4\pi-\frac{13}{4}\pi=\frac{3}{4}\pi.$

故答案为$\frac{3}{4}\pi$.

模块八 | 统计与概率

▼考点28　统计

1. C　【解析】A 选项调查柳江流域水质情况,适合抽样调查,故本选项不合题意;B 选项了解全国中学生的心理健康状况,适合抽样调查,故本选项不合题意;C 选项了解全班学生的身高情况,适合普查,故本选项符合题意;D 选项调查春节联欢晚会收视率,适合抽样调查,故本选项不合题意. 故选 C.

2. B　【解析】A 选项总体是该校 4 000 名学生的体重,说法正确,故 A 不符合题意;B 选项个体是每一个学生的体重,原说法错误,故 B 符合题意;C 选项样本是抽取的 400 名学生的体重,说法正确,故 C 不符合题意;D 选项样本容量是 400,说法正确,故 D 不符合题意. 故选 B.

3. C　【解析】将这 5 个数据从小到大排列后处在第 3 位的数是 48,因此中位数是 48. 故选 C.

4. C　【解析】7 个数中 36.5,36.7 和 37.1 都出现了 2 次,次数最多,即众数为 36.5,36.7 和 37.1,故 A 选项不正确,不符合题意;将 7 个数按从小到大的顺序排列为 36.3,36.5,36.5,36.7,36.7,37.1,37.1,则中位数为 36.7,故 B 选项错误,不符合题意;$\bar{x}=\frac{1}{7}\times(36.3+36.5+36.5+36.7+36.7+37.1+37.1)=36.7$,$s^2=\frac{1}{7}[(36.3-36.7)^2+2\times(36.5-36.7)^2+2\times(36.7-36.7)^2+2\times(37.1-36.7)^2]=0.08$,故 C 选项正确,符合题意,故 D 选项错误,不符合题意.

5. B　【解析】A 选项 1 日 ~ 10 日,甲的步数逐天增加,故 A 中结论正确,不符合题意;B 选项 1 日 ~ 5 日,乙的步数逐天减少,6 日的步数比 5 日的步数多,故 B 中结论错误,符合题意;C 选项第 9 日,甲、乙两人的步数正好相等,故 C 中结论正确,不符合题意;D 选项第 11 日,甲的步数不一定比乙的步数多,故 D 中结论正确,不符合题意. 故选 B.

6. D　【解析】由条形图和扇形图可知喜欢蓝色的人数最少,有 5 人,占 10%,∴ 共有学生 5 ÷ 10% = 50(人),∴ 喜欢红色的有 50 × 28% = 14(人),∴ 喜欢红色和喜欢蓝色的一共有 14 + 5 = 19(人),∴ 喜

欢剩余两种颜色的共有 $50-19=31$(人),由条形图知喜欢其中一种颜色的有 16 人,喜欢另一种的有 15 人. 由柱的高度从高到低排列可得,第三条的人数为 14,∴“(　　)”应填的颜色是红. 故选 D.

7. C 【解析】该校来自城镇的初一学生所对应的扇形的圆心角为 $360°-90°-60°=210°$,∴该校初一学生在这三类不同地区的分布情况为 $90:60:210=3:2:7$,故①正确,不符合题意;若已知该校来自牧区的初一学生为 140 人,则初一学生总人数为 $140\div\frac{60}{360}=840$(人),故②错误,符合题意;$120\times\frac{90}{360}=30$(人),$120\times\frac{60}{360}=20$(人),$120\times\frac{210}{360}=70$(人),故③正确,不符合题意. 故判断错误的有 1 个.

8. D 【解析】∵抽取了 40 名学生进行了心理健康测试,测试结果为“健康”的有 32 人,∴测试结果为“健康”的频率是$\frac{32}{40}=\frac{4}{5}$.

9. B 【解析】八年级 1 班 20 名同学的定点投篮比赛成绩按照从小到大的顺序排列如下:3,3,5,5,5,5,6,6,6,7,7,7,7,7,7,8,8,8,9,9,所以这次比赛成绩的中位数是$\frac{7+7}{2}=7$,众数是 7.

10. C 【解析】由表格数据可知,成绩为 91 分,92 分的人数为 $50-(12+10+8+6+5+3+2+1)=3$,成绩为 100 分的人数最多,因此成绩的众数是 100 分,成绩从小到大排列后处在第 25,26 位的两个数都是 98 分,因此中位数是 98 分,因此中位数和众数与被遮盖的数据无关.

▼考点 29　概率

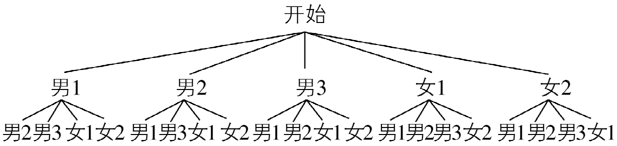
1. A　【解析】∵ 任意抛掷一次骰子共有 6 种等可能结果，其中点数为偶数的只有 3 种，∴ 点数为偶数的概率为$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

2. C　【解析】用列表法表示如下：

第 1 球 / 第 2 球	1	2	3	4	5
1		(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)
2	(1,2)		(3,2)	(4,2)	(5,2)
3	(1,3)	(2,3)		(4,3)	(5,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)		(5,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	

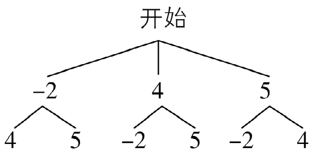
共有 20 种等可能出现的结果，其中两球上的数字都是奇数的有 6 种，所以从中随机一次摸出两个小球，小球上的数字都是奇数的概率为$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$.

3. C　【解析】将三名男工人分别记为男 1，男 2，男 3，两名女工人分别记为女 1，女 2. 画树状图如下：



共有 20 种等可能的结果，这两名工人恰好都是男工人的结果有 6 种，∴ 这两名工人恰好都是男工人的概率为$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$.

4. $\frac{1}{3}$　【解析】画树状图如下：



共有 6 种等可能的结果，它们是$(-2,4)$，$(-2,5)$，$(4,-2)$，$(4,5)$，$(5,-2)$，$(5,4)$，其中点 P 在第四象限的结果数为 2，即$(4,-2)$，$(5,-2)$，所以点 P 在第四象限的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

5.【解】(1) $a=35+15=50$，$b=60-40=20$，$c=150-105=45$. 故答案为 50，20，45.

(2) 七年级教师的接种率为 $30\div40\times100\%=75\%$，

八年级教师的接种率为 $35\div50\times100\%=70\%$，

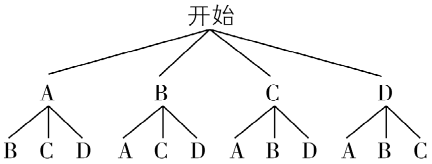
九年级教师的接种率为 $40 \div 60 \times 100\% \approx 67\%$.

$\because 75\% > 70\% > 67\%$,$\therefore$ 统计的教师中接种率最高的是七年级教师. 故答案为七.

(3)根据抽样结果估计未接种的教师约有 $8\ 000 \times \frac{45}{150} = 2\ 400$(人). 故答案为 2 400.

(4)把七年级的 1 名教师记为 A,八年级的 1 名教师记为 B,九年级的 2 名教师分别记为 C,D.

画树状图如下:



共有 12 种等可能的结果,选中的两名教师恰好不在同一年级的结果有 10 种,$\therefore$ 选中的两名教师恰好不在同一年级的概率为 $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.