答案及解析

选填题组

▼选填题组（一）

1. A　2. B　3. A　4. A　5. C　6. A　7. B　8. C

9. D　【解析】∵ 点 B 的坐标为$(3,0)$，把三角形 OAB 沿 x 轴向右平移 2 个单位长度得到三角形 CDE，

∴ $BE=2$，$BC=3-2=1$.

∵ 阴影部分是三角形，且与三角形 DBE 等高，三角形 DBE 的面积为 3，

∴ 阴影部分的面积为 $3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$. 故选 D.

10. B　【解析】∵ $B(4,0)$，$C(5,\sqrt{3})$，

∴ $BC=\sqrt{(5-4)^2+(\sqrt{3})^2}=2$.

∵ 四边形 $AOBC$ 为平行四边形，

∴ $OA=BC=2$.

由作法得 MN 垂直平分 OA，

∴ $OE=1$，$\angle OEF=90°$.

∵ $\angle AOB=60°$，∴ $OF=2OE=2$，

∴ F 点坐标为$(2,0)$. 故选 B.

11. -1　**12.** $y=-x+1$（答案不唯一）　**13.** $\frac{1}{2}$

14. $\frac{2}{3}\pi$　【解析】∵ Rt△ABC 内接于⊙O，BC 是直径，

∴ $\angle BAC=90°$. ∵ $\angle ABC=30°$，$AC=2$，

∴ $BC=2AC$. ∵ $CD=CA$，∴ $BC=2CD$，

∴ $CD=CO$.

连接 OD，则 $CO=DO=CD=AC$，

∴ △COD 是等边三角形，

∴ $\angle COD=\angle CDO=60°$.

∵ P 是线段 BC 上的动点，∴ 当 A，P，D 共线时，$PA+PD$的值最小，如图，

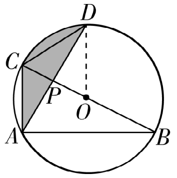
此时 $\angle CAD=\angle CDA=\frac{1}{2}\angle COD=30°$，

∴ $\angle ADO=30°$.

在$\triangle APC$和$\triangle DPO$中，$\begin{cases}\angle CAP=\angle PDO,\\ \angle APC=\angle DPO,\\ AC=OD,\end{cases}$

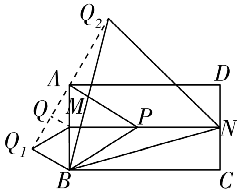
$\therefore \triangle APC\cong\triangle DPO(\mathrm{AAS})$，

$\therefore S_{阴影}=S_{扇形COD}=\dfrac{60\pi\times2^2}{360}=\dfrac{2}{3}\pi$. 故答案为$\dfrac{2}{3}\pi$.



15. $\dfrac{1}{2}$　**【解析】**如图，由题意可知，当点P与点M重合时，以BP为边所作的等边三角形为$\triangle BMQ_1$；当BP等于BA时，所作的等边三角形为$\triangle BPA$；当点P运动到点N时，以BP为边所作的等边三角形为$\triangle BNQ_2$.

$\therefore$点P在线段MN上运动时，以BP为边的等边三角形BPQ的顶点Q的轨迹是线段Q_1Q_2. 当$MQ\perp Q_1Q_2$时，QM的值最小.



$\because$四边形$ABCD$是矩形，$AB=2$，$AD=2\sqrt{3}$，M是AB边的中点，

$\therefore AM=BM=1$. $\because \triangle BMQ_1$是等边三角形，

$\therefore MQ_1=AM=BM=1$，$\angle BMQ_1=60°$，

$\therefore \angle Q_1MA=120°$，

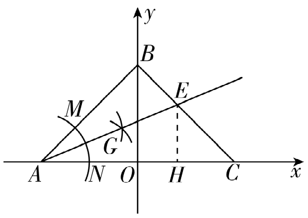
$\therefore \angle MQ_1Q=\dfrac{1}{2}(180°-\angle Q_1MA)=30°$.

又$\because MQ\perp Q_1Q_2$，$\therefore MQ=\dfrac{1}{2}$. 故答案为$\dfrac{1}{2}$.

▼选填题组（二）

1. C　2. C　3. B　4. B　5. C　6. C　7. A　8. D

9. C　【解析】如图，过点 E 作 $EH\perp AC$ 于点 H.



由题意知，AE 是 $\angle CAB$ 的平分线，$\angle ABC=90°$，

则 $EH=EB$. 又∵ $AE=AE$，∴ $\text{Rt}\triangle ABE\cong\text{Rt}\triangle AHE$

(HL)，∴ $AB=AH$.

∵ $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，$\angle ABC=90°$，

∴ $\angle ACB=45°$，

∴ $\triangle EHC$ 为等腰直角三角形，

∴ $EH=HC$.

∵ $A(-2,0)$，$B(0,2)$，

∴ $OA=OB=OC=2$，

∴ $AB=2\sqrt{2}$，∴ $AH=2\sqrt{2}$.

∵ $OH=OC-CH=2-CH$，

$AH=AC-CH=4-CH$，

∴ $4-CH=2\sqrt{2}$，∴ $CH=4-2\sqrt{2}$，

∴ $OH=2-CH=2-(4-2\sqrt{2})=2\sqrt{2}-2$.

∴ 点 E 的坐标为 $(2\sqrt{2}-2,4-2\sqrt{2})$. 故选 C.

10. D　【解析】∵ $\triangle ABC$，$\triangle ADE$ 为等边三角形，

∴ $\angle B=\angle ADE=\angle C=60°$.

∵ $\angle ADC=\angle ADE+\angle CDE=\angle B+\angle BAD$，

∴ $\angle CDE=\angle BAD$，

∴ $\triangle ABD\backsim\triangle DCF$，∴ $\dfrac{AB}{CD}=\dfrac{BD}{CF}$.

设 $AB=BC=a$. ∵ $BD=x$，$CF=y$，

∴ $\dfrac{a}{a-x}=\dfrac{x}{y}$，即 $y=\dfrac{x}{a}(a-x)=-\dfrac{1}{a}x^2+x$.

∴ 当 $x=\dfrac{a}{2}$ 时，y 取得最大值，为 $\dfrac{a}{4}$，

∴ $\dfrac{a}{4}=\dfrac{3}{2}$，则 $a=6$，∴ 等边三角形 ABC 的面积为

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=9\sqrt{3}$. 故选 D.

11. $x\geqslant 7$

12. $y_2 < y_3 < y_1$

13. $x(x-12)=864$

14. 7 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $ACED$ 都是平行四边形,

$\therefore AD=BC=CE, AB // CD, AC // DE, AC=DE$,

$\therefore \triangle BCP \backsim \triangle BEM, \triangle ABP \backsim \triangle CQP \backsim \triangle DQM$,

$\therefore CP:EM=BC:BE=1:2$.

∵ 点 M 为 DE 的中点,

$\therefore CP:DM=1:2$,

$\therefore CP:AC=CP:DE=1:4$,则 $CP:AP=1:3$.

$\because S_{\triangle ABC}=6, \therefore S_{\triangle ABP}=\frac{3}{4}S_{\triangle ABC}=\frac{9}{2}$,

$\therefore S_{\triangle PCQ}=\frac{1}{9}S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}$.

$\because CP:DM=1:2$,

$\therefore S_{\triangle DQM}=4S_{\triangle PCQ}=2$,

$\therefore S_{阴影}=S_{\triangle ABP}+S_{\triangle PCQ}+S_{\triangle DQM}=7$. 故答案为 7.

15. $\frac{5}{2}$ 或 1 【解析】分两种情况讨论:如图 1,当 $\angle DPF=90°$时,过点 O 作 $OH \perp AD$ 于 H.

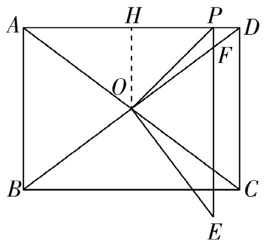


图 1

∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore BO=OD, \angle BAD=90°=\angle OHD, AD=BC=8$,

$\therefore OH // AB$,

$\therefore \triangle DHO \backsim \triangle DAB$,

$\therefore \frac{OH}{AB}=\frac{HD}{AD}=\frac{OD}{BD}=\frac{1}{2}$,

$\therefore OH=\frac{1}{2}AB=3, HD=\frac{1}{2}AD=4$.

由对称性可知$\angle APO=\angle EPO=45°$.

又$\because OH \perp AD$,

$\therefore \angle OPH=\angle HOP=45°, \therefore OH=HP=3$,

$\therefore PD=HD-HP=1$.

如图 2,当$\angle PFD=90°$时,

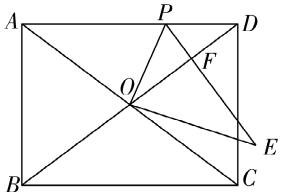


图 2

$\because AB=6, BC=8$,

$\therefore BD=AC=\sqrt{36+64}=10.$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore OA=OC=OB=OD=5$,

$\therefore \angle DAO=\angle ODA.$

由对称性可知 $AO=EO=5, \angle PEO=\angle DAO=\angle ADO.$

又$\because \angle OFE=\angle BAD=90°$,

$\therefore \triangle OFE \backsim \triangle BAD$,

$\therefore \dfrac{OF}{AB}=\dfrac{OE}{BD}$, 即 $\dfrac{OF}{6}=\dfrac{5}{10}$,

$\therefore OF=3, \therefore DF=2.$

$\because \angle PFD=\angle BAD, \angle PDF=\angle ADB$,

$\therefore \triangle PFD \backsim \triangle BAD$,

$\therefore \dfrac{PD}{BD}=\dfrac{DF}{AD}$, 即 $\dfrac{PD}{10}=\dfrac{2}{8}$,

$\therefore PD=\dfrac{5}{2}.$

综上所述, PD 的长为 $\dfrac{5}{2}$ 或 1. 故答案为 $\dfrac{5}{2}$ 或 1.

▼选填题组（三）

1. B　2. B　3. C　4. B　5. B　6. D　7. A　8. D

9. C　【解析】由作图过程可知，AE 垂直平分 CD，

$\therefore CE=DE.$

$\because \angle BAC=90°, AB=4, AC=3,$

$\therefore BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5.$

$\because \frac{1}{2}BC\cdot AE=\frac{1}{2}AB\cdot AC,$

$\therefore AE=\frac{12}{5},$

$\therefore CE=\sqrt{AC^2-AE^2}=\sqrt{3^2-\left(\frac{12}{5}\right)^2}=\frac{9}{5},$

$\therefore BD=BC-2CE=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5},$

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD\cdot AE=\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}\times\frac{12}{5}=\frac{42}{25}$. 故选 C.

10. C　【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB=BC=CD=10, \angle C=\angle ABF=90°.$

$\because$ 点 F 是 BC 的中点，CD 与 y 轴交于点 E，$C(5,10)$，

$\therefore CE=BF=5,$

$\therefore \triangle ABF\cong\triangle BCE(\mathrm{SAS}),$

$\therefore \angle BAF=\angle CBE.$

$\because \angle BAF+\angle BFA=90°,$

$\therefore \angle FBG+\angle BFG=90°,$

$\therefore \angle BGF=90°,$

$\therefore BE\perp AF.$

$\because AF=\sqrt{AB^2+BF^2}=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5},$

$\therefore BG=\frac{AB\cdot BF}{AF}=2\sqrt{5}.$

过 G 作 $GH\perp AB$ 于 H，

$\therefore \angle BHG=\angle AGB=90°.$

$\because \angle HBG=\angle ABG,$

$\therefore \triangle ABG\backsim\triangle GBH,$

$\therefore \frac{BG}{AB}=\frac{BH}{BG},$

$\therefore BG^2=BH\cdot AB,$

$\therefore BH=\frac{(2\sqrt{5})^2}{10}=2,$

$\therefore OH=OB-BH=3, HG=\sqrt{BG^2-BH^2}=4,$

$\therefore G(3,4)$.

$\because$ 将正方形 $ABCD$ 绕点 O 顺时针旋转,每次旋转 $90°$,

$\therefore$ 第 1 次旋转后对应的 G 点的坐标为 $(4,-3)$,第 2 次旋转后对应的 G 点的坐标为 $(-3,-4)$,第 3 次旋转后对应的 G 点的坐标为 $(-4,3)$,第 4 次旋转后对应的 G 点的坐标为 $(3,4)$.

$\because 2\,021=4\times505+1$,每旋转 4 次为一个循环,

$\therefore$ 第 2 021 次旋转结束时,点 G 的坐标与第 1 次旋转后所对应的坐标相同,即 $(4,-3)$. 故选 C.

11. $-2-2\sqrt{2}$　**12.** 1　**13.** $\frac{1}{4}$

14. $30°$或 $60°$　【解析】①当 A'落在线段 BC 的上方时,易知点 A'在 AB 上,如图 1.

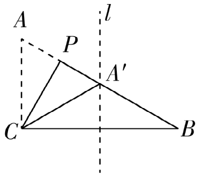


图 1

$\because l$ 是 BC 的垂直平分线,$\therefore A'C=A'B$,

$\therefore \angle A'CB=\angle B=30°$,

$\therefore \angle ACA'=90°-30°=60°$,

$\therefore$ 由折叠得 $\angle ACP=\frac{1}{2}\angle ACA'=30°$.

②当 A'落在线段 BC 的下方时,易知点 P 在 BC 的垂直平分线上,如图 2.

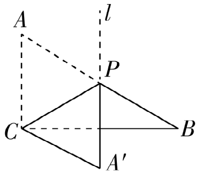


图 2

$\because l$ 是 BC 的垂直平分线,$\therefore PC=PB$,

$\therefore \angle PCB=\angle B=30°$,

$\therefore \angle ACP=90°-30°=60°$.

综上,$\angle ACP$ 的度数是 $30°$或 $60°$. 故答案为 $30°$或 $60°$.

15. $\frac{1}{3}\pi$　【解析】$\because$ 菱形 $ABCD$ 中,$\angle A=30°$,$AB=2$,

$\therefore BC=AB=2$,$\angle BCD=\angle A=30°$.

$\because$ 点 C 关于 BM 的对称点为 N,

$\therefore \angle BNM = \angle BCM = 30°$.

$\because MN \perp CD$,

$\therefore \angle CMN = 90°$.

由题意易知 BM 所在直线平分$\angle NMC$，$\therefore$ 由三角形外角的性质易得$\angle NBM = 15°$，则$\angle NBC = 30°$，

$\therefore$ 劣弧 NC 的长为$\frac{30\pi \times 2}{180} = \frac{1}{3}\pi$. 故答案为$\frac{1}{3}\pi$.

▼选填题组（四）

1. B　2. C　3. B　4. D　5. D　6. A　7. C　8. C

9. C　【解析】①当点 N 在 CP 上时，

$\because P$ 为 BC 的中点，$BC=4\ \text{cm}$，

$\therefore CP=2\ \text{cm}$.

$\because PN=3x\leqslant CP$，$\therefore 0\leqslant x\leqslant\dfrac{2}{3}$.

又$\because MD=2x$，

$\therefore y=\dfrac{1}{2}MD\cdot DC=4x\left(0\leqslant x\leqslant\dfrac{2}{3}\right)$.

②当点 N 在 CD 上时，$2<3x<6$，解得$\dfrac{2}{3}<x<2$.

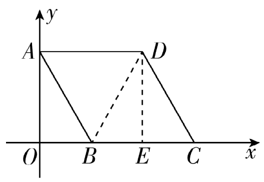
$\because DN=DC-(3x-2)=6-3x$，$MD=2x$，

$\therefore y=\dfrac{1}{2}MD\cdot DN=\dfrac{1}{2}\times 2x(6-3x)=-3x^2+6x\left(\dfrac{2}{3}<x<2\right)$.

当 $x=2$ 时，M 到达点 A，N 到达点 D，M，N 两点停止运动，此时 $y=0$.

综上所述，能大致刻画 y 与 x 的函数关系的图象是选项 C. 故选 C.

10. C　【解析】如图，连接 DB，过点 D 作 $DE\perp BC$ 于点 E.



$\because D$ 在 AB 的垂直平分线上，

$\therefore DA=DB$.

$\because$ 在菱形 $ABCD$ 中，$AB=AD=BC=CD$，

$\therefore \triangle ABD$ 和$\triangle BCD$ 是等边三角形，

$\therefore \angle DAB=60°$，$\therefore \angle BAO=30°$.

$\because OA=3$，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中，

$OB=\sqrt{3}$，$AB=2\sqrt{3}=BC$.

$\because DE\perp BC$，$\therefore$ 易得 $BE=\dfrac{1}{2}BC=\sqrt{3}$，$DE=3$，

$\therefore$ 点 D 的坐标为$(2\sqrt{3},3)$.

$\because 360°\div 45°=8$(秒)，$70\div 8=8\cdots\cdots 6$，$45°\times 6=270°$，

$\therefore$ 第 70 秒时点 D 在第四象限，此时点 D 对应的坐标为 $(3, -2\sqrt{3})$. 故选 C.

11. $x \leqslant 3$ 且 $x \neq 0$　**12.** $=$　**13.** $<$

14. $\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$　**【解析】** 如图，作点 A 关于 OC 的对称点 A'.

$\because OC \perp AB$，AB 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore$ 点 A' 与点 B 重合. 连接 $A'D$ 交 OC 于点 P，连接 OD，AD，此时 $PA+PD$ 最小，最小值为 BD 的长.

$\because \overset{\frown}{AD}=2\overset{\frown}{CD}$，$\angle AOC=90°$，$\therefore \angle AOD=60°$.

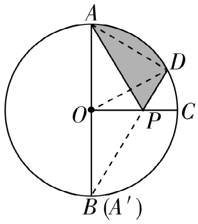
$\because OA=OD$，$\therefore \triangle AOD$ 为等边三角形.

$\because AB=2$，$\therefore AD=AO=\frac{1}{2}AB=1$.

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，$\therefore \angle ADB=90°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABD$ 中，

$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$. $\therefore$ 阴影部分周长的最小值为 $\sqrt{3}+\frac{60\pi \times 1}{180}=\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$.



15. $\frac{7}{8}$ 或 $\frac{4}{3}$　**【解析】** 设 $BE=x$，则 $EC=4-x$.

由翻折得 $EC'=EC=4-x$. 当 $AE=EC'$ 时，$AE=4-x$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore \angle B=90°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，由勾股定理得 $3^2+x^2=(4-x)^2$，

解得 $x=\frac{7}{8}$.

当 $AE=AC'$ 时，过点 A 作 $AH \perp EC'$ 于 H.

$\because EF \perp AE$，$\therefore \angle AEF=\angle AEC'+\angle FEC'=90°$，$\angle BEA+\angle FEC=90°$.

$\because \triangle ECF$ 沿 EF 翻折得 $\triangle EC'F$，

$\therefore \angle FEC'=\angle FEC$，$\therefore \angle AEB=\angle AEH$.

$\because \angle B=\angle AHE=90°$，$AE=AE$，

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AHE(\mathrm{AAS})$，$\therefore BE=HE=x$.

$\because AE=AC'$，$\therefore EC'=2EH$，

即 $4-x=2x$，解得 $x=\frac{4}{3}$.

综上所述，$BE=\frac{7}{8}$或$\frac{4}{3}$. 故答案为$\frac{7}{8}$或$\frac{4}{3}$.

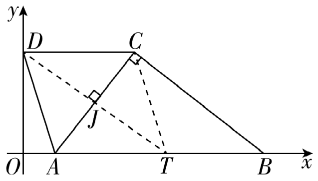
▼选填题组（五）

1. B　2. B　3. D　4. D　5. A　6. A　7. A　8. C

9. B　【解析】由题图 2 可知，$AB=a$ cm，$BC=4$ cm，当点 P 运动到点 B 时，$\triangle APC$ 的面积为 6 cm^2，

$\therefore \frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC=6$，即$\frac{1}{2}\cdot a\cdot 4=6$，解得 $a=3$. 即 AB 的长为 3 cm. 故选 B.

10. A　【解析】如图，过点 D 作 $DT\perp AC$ 交 AC 于 J，交 AB 于 T，连接 CT.



$\because AD=DC=5, DJ\perp AC$，

$\therefore AJ=JC=\frac{1}{2}AC=3$，

$\therefore DJ=\sqrt{AD^2-AJ^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

$\because CD/\!/AT$，

$\therefore \angle DCJ=\angle TAJ$.

$\because \angle DJC=\angle TJA$，

$\therefore \triangle DCJ\cong\triangle TAJ(\mathrm{ASA})$，

$\therefore AT=CD=5, JT=DJ=4$.

$\because \angle AJT=\angle ACB=90°$，$\therefore JT/\!/BC$.

$\because AJ=JC$，$\therefore AT=TB=5$，$\therefore AB=10$.

设 $OA=x$. $\because OD^2=AD^2-OA^2=DT^2-OT^2$，

$\therefore 5^2-x^2=8^2-(x+5)^2$，解得 $x=1.4$.

$\therefore OB=OA+AB=1.4+10=11.4$.

$\because$ 将四边形 $ABCD$ 向左平移 m 个单位后，点 B 恰好和原点 O 重合，

$\therefore m=OB=11.4$. 故选 A.

11. 7　**12.** $-1\leqslant x<2$　**13.** $<$

14. $\frac{1}{2}\pi$　【解析】在$\triangle ABD$ 与$\triangle CBD$ 中，$\begin{cases}AB=CB,\\AD=CD,\\BD=BD,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle CBD(\mathrm{SSS})$，

$\therefore \angle ABD=\angle CBD=30°$，$\angle ADB=\angle CDB$，

$\therefore \angle ABC=60°$. $\because AB=BC$，$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore \angle BAC=\angle ACB=60°$，$\therefore \angle BCD=\angle ACB+\angle ACD=90°$. $\because AD=CD$，$\angle ADB=\angle CDB$，

$\therefore BD \perp AC$，且 $AO = CO$.

在 $Rt\triangle BCD$ 中，$\because \angle CBD = 30°$，

$\therefore BD = 2CD = 2$.

在 $Rt\triangle COD$ 中，$\because \angle ACD = 30°$，

$\therefore OD = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}$，

$\therefore OB = BD - OD = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$，

$\therefore \overset{\frown}{EF}$的长为$\frac{60\pi \cdot \frac{3}{2}}{180} = \frac{1}{2}\pi$. 故答案为$\frac{1}{2}\pi$.

15. $\sqrt{2}$或$2\sqrt{2}$　**【解析】**当 $CE \perp AB$ 时，如图 1，

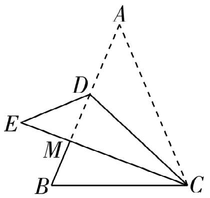


图 1

设 $CE \perp AB$ 于 M，则 $\angle AMC = \angle BMC = 90°$. $\because$ 在 $Rt\triangle AMC$ 中，$\angle A = 45°$，

$\therefore$ 由折叠得 $\angle ACD = \angle DCE = \frac{1}{2}(180° - \angle A - \angle AMC) = 22.5°$.

$\because \triangle ABC$ 为等腰三角形，且 $\angle A$ 为顶角，

$\therefore \angle B = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - \angle A) = 67.5°$，

$\therefore \angle BCM = 22.5°$，

$\therefore \angle BCM = \angle DCM$.

在$\triangle BCM$ 和$\triangle DCM$ 中，$\begin{cases} \angle BMC = \angle DMC = 90°, \\ CM = CM, \\ \angle BCM = \angle DCM, \end{cases}$

$\therefore \triangle BCM \cong \triangle DCM(ASA)$，

$\therefore BM = DM$.

由折叠得 $\angle E = \angle A = 45°$，$AD = DE$，

$\therefore \triangle MDE$ 是等腰直角三角形，

$\therefore DM = EM$.

设 $DM = x$，则 $BM = x$，$DE = \sqrt{2}x$，$\therefore AD = \sqrt{2}x$.

$\because AB = 2\sqrt{2} + 2$，

$\therefore 2x + \sqrt{2}x = 2\sqrt{2} + 2$，

解得 $x = \sqrt{2}$，

$\therefore BD=2x=2\sqrt{2}$.

当 $CE\perp AC$ 时,如图 2,

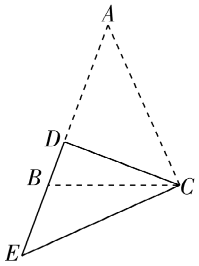


图 2

则 $\angle ACE=90°$,

$\therefore$ 由折叠得 $\angle ACD=\angle DCE=45°$.

又$\because \angle A=\angle E=45°$,

$AD=DE$,$\angle ADC=\angle EDC=90°$,则 A,B,D,E 四点共线,且 $\triangle ADC$,$\triangle DEC$,$\triangle ACE$ 都是等腰直角三角形.

$\because AB=AC=2\sqrt{2}+2$,$\therefore AD=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AC=2+\sqrt{2}$,

$\therefore BD=AB-AD=(2\sqrt{2}+2)-(2+\sqrt{2})=\sqrt{2}$.

综上,BD 的长为$\sqrt{2}$或 $2\sqrt{2}$. 故答案为$\sqrt{2}$或 $2\sqrt{2}$.

▼选填题组（六）

1. B　**2.** A　**3.** C　**4.** D　**5.** D　**6.** C　**7.** D　**8.** A

9. C　【解析】如图所示，过点 B,D 分别作直线 $y=2x+1$ 的平行线，分别交 AD,BC 于点 E,F.

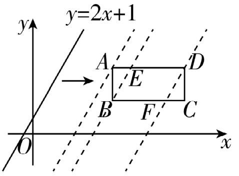
由图象和题意可得 $AE=4-3=1,CF=8-7=1$,

$BE=DF=\sqrt{5},BF=DE=7-4=3$,

则 $AB=\sqrt{BE^2-AE^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-1^2}=2$,

$\therefore BC=BF+CF=3+1=4$,

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 的面积为 $AB\cdot BC=2\times4=8$. 故选 C.



10. A　【解析】由作法得 OE 平分 $\angle AOC$,

则 $\angle AOF=\angle COF$.

$\because$ 四边形 $AOCD$ 为平行四边形，

$\therefore AD\parallel OC,\therefore \angle AFO=\angle COF$,

$\therefore \angle AOF=\angle AFO,\therefore OA=AF$.

设 AF 交 y 轴于 H，如图. $\because F(2,3)$,

$\therefore HF=2,OH=3$. 设 $A(t,3)$,

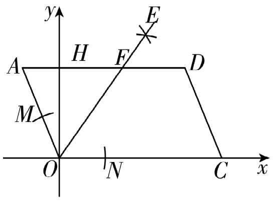
$\therefore AH=-t,AO=AF=-t+2$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle OAH$ 中，$AH^2+OH^2=OA^2$,

即 $(-t)^2+3^2=(-t+2)^2$,

解得 $t=-\dfrac{5}{4}$,

$\therefore A\left(-\dfrac{5}{4},3\right)$. 故选 A.



11. 2　**12.** $x<3$　**13.** 6

14. $2\sqrt{3}-\dfrac{2\pi}{3}$　【解析】如图，连接 PB,PC，作 $PF\perp BC$ 于 F.

$\because$ 由题意得 $PB=PC=BC=2$,

$\therefore \triangle PBC$ 为等边三角形，

$\therefore \angle PBC=60°,\therefore \angle PBA=30°$,

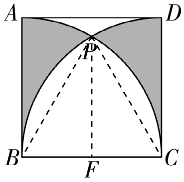
$\therefore BF=PB\cdot\cos 60°=\dfrac{1}{2}PB=1$,

$PF=PB\cdot\sin 60°=\sqrt{3}$,

$\therefore S_{阴影}=[S_{扇形ABP}-(S_{扇形BPC}-S_{\triangle BPC})]\times 2=$

$\left[\dfrac{30\pi\times 2^2}{360}-\left(\dfrac{60\pi\times 2^2}{360}-\dfrac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}\right)\right]\times 2=2\sqrt{3}-$

$\dfrac{2\pi}{3}$. 故答案为 $2\sqrt{3}-\dfrac{2\pi}{3}$.



15. $2\sqrt{13}$　**【解析】**如图,作 $QM\perp EF$ 于点 M,作$PN\perp EF$ 于点 N,作 $QH\perp PN$ 交 PN 的延长线于点 H,则易知 PN 为 $\triangle GDF$ 的中位线,QM 为 $\triangle ECF$ 的中位线.

$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 12,$BE=8$,$EF/\!/BC$,点 P,Q 分别为 DG,CE 的中点,

$\therefore DF=4$,$CF=8$,$EF=12$,

$\therefore MQ=\dfrac{1}{2}CF=4$,$PN=\dfrac{1}{2}DF=2$,$MF=\dfrac{1}{2}EF=6$.

$\because AB/\!/CD$,

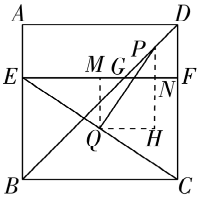
$\therefore \triangle EGB\backsim\triangle FGD$,$\therefore \dfrac{EG}{FG}=\dfrac{BE}{DF}$,

即$\dfrac{12-FG}{FG}=\dfrac{8}{4}$,解得 $FG=4$,

$\therefore FN=2$,$\therefore MN=6-2=4$,

$\therefore QH=4$. $\because PH=PN+NH=PN+QM=6$,

$\therefore PQ=\sqrt{PH^2+QH^2}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$. 故答案为 $2\sqrt{13}$.



选填题组（七）

1. C　2. B　3. B　4. C　5. B　6. A　7. D　8. D

9. A　【解析】由作法得 BD 平分 $\angle ABC$.

过 D 点作 $DE\perp AB$ 于 E，如图. $\because \angle C=90°$,

$\therefore DE=DC$.

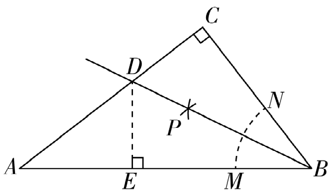
在 $Rt\triangle ABC$ 中，

$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

$\because S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=S_{\triangle ABC}$,

$\therefore \frac{1}{2}\times DE\times 10+\frac{1}{2}\times CD\times 6=\frac{1}{2}\times 6\times 8$,

即 $5CD+3CD=24$，$\therefore CD=3$. 故选 A.



10. D　【解析】设 $\triangle B_nA_nA_{n+1}$ 的边长为 a_n.

$\because$ 点 $B_1,B_2,B_3,\cdots$ 是直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x(x\geqslant 0)$ 上的点，

$\therefore$ 易得 $\angle A_nOB_n=30°$. 又$\because \triangle B_nA_nA_{n+1}$ 为等边三角形，

$\therefore \angle B_nA_nA_{n+1}=\angle A_nB_nA_{n+1}=60°$,

$\therefore \angle OB_nA_n=30°$，$\therefore \angle OB_nA_{n+1}=90°$,

$\therefore B_nB_{n+1}=OB_n=\sqrt{3}a_n$. $\because$ 点 A_1 的坐标为 $(1,0)$，

$\therefore a_1=1,a_2=1+1=2,a_3=1+a_1+a_2=4,a_4=1+a_1+a_2+a_3=8,\cdots$，$\therefore a_n=2^{n-1}$,

$\therefore B_{2\,019}B_{2\,020}=\sqrt{3}a_{2\,019}=\sqrt{3}\times 2^{2\,018}=2^{2\,018}\sqrt{3}$. 故选 D.

11. 4　**12.** $a<6$　**13.** $\frac{1}{6}$

14. $(2\pi-2\sqrt{3})$　【解析】过 A 作 $AD\perp BC$ 于 D，如图.

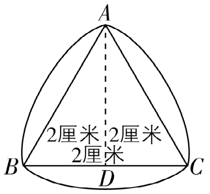
$\because AB=AC=BC=2$ 厘米，$\angle BAC=\angle ABC=\angle ACB=60°$,

$\therefore BD=CD=1$ 厘米，$\therefore AD=\sqrt{3}BD=\sqrt{3}$ 厘米，

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}BC\cdot AD=\sqrt{3}$ 平方厘米，

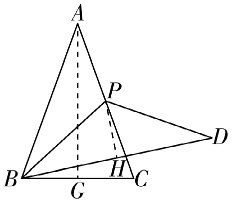
$S_{扇形BAC}=\frac{60\pi\times 2^2}{360}=\frac{2}{3}\pi$（平方厘米），

$\therefore$ 该“莱洛三角形”的面积为 $3\times\frac{2}{3}\pi-2\times\sqrt{3}=(2\pi-2\sqrt{3})$ 平方厘米. 故答案为 $(2\pi-2\sqrt{3})$.



15. $9\sqrt{3}$　【解析】$\because$ 将线段 BP 绕点 P 逆时针旋转 $120°$，得到线段 DP，

$\therefore BP=PD$，$\angle BPD=120°$，$\therefore \triangle BPD$ 是等腰三角形，$\angle PBD=30°$. 如图，过点 P 作 $PH\perp BD$ 于点 H，则 $BH=DH$.



$\because \cos\angle PBD=\cos 30°=\dfrac{BH}{BP}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore BH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}BP$，$\therefore BD=\sqrt{3}BP$，

$\therefore$ 当 BP 的长最大时，BD 的长取最大值，此时点 P 与点 A 重合，$BP=BA$.

过点 A 作 $AG\perp BC$ 于点 G.

$\because AB=AC$，$\therefore BG=\dfrac{1}{2}BC=3$. $\because \cos\angle ABC=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore \dfrac{BG}{AB}=\dfrac{1}{3}$，$\therefore AB=9$，$\therefore BD$ 长的最大值为 $9\sqrt{3}$. 故答案为 $9\sqrt{3}$.

解答题组

▼第 16－18 题　解答题组（一）

16.【解】$\left(\frac{2xy-y^2}{x+y}-x+y\right)\div\frac{x-2y}{x^2+2xy+y^2}$

$=\frac{2xy-y^2-(x-y)(x+y)}{x+y}\cdot\frac{(x+y)^2}{x-2y}$

$=\frac{2xy-y^2-x^2+y^2}{x+y}\cdot\frac{(x+y)^2}{x-2y}$

$=\frac{-x(x-2y)}{x+y}\cdot\frac{(x+y)^2}{x-2y}$

$=-x(x+y)$

$=-x^2-xy.$

$\because y=-4, x+y\neq0, x-2y\neq0,$

$\therefore x\neq4$ 且 $x\neq-8.$

又$\because$ 64 的平方根是 ±8，64 的立方根是 4，

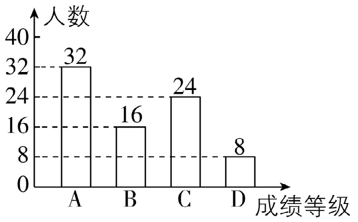
$\therefore x=8.$

原式 $=-8^2-8\times(-4)=-64+32=-32.$

17.【解】(1)$32\div40\%=80$(名)，故答案为 80.

(2)B 等级的学生有 $80\times20\%=16$(名).

补全条形统计图如下：



(3)D 等级所对应的扇形圆心角的度数为

$360°\times\frac{8}{80}=36°$. 故答案为 36.

(4)$2\ 000\times\frac{24}{80}=600$(名).

答：估计该校 2 000 名学生中有 600 名学生的成绩评定为 C 等级.

18.【解】(1)作 $DG\perp AC$ 于点 G，易知四边形 $GBNM$ 为矩形.

由题意可得 $\angle CDG=32°$，$\angle ADG=45°$，

$\therefore \angle ADG = \angle DAG = 45°$，$\therefore GD = GA$.

设 $CG = x$ 米，则 $AG = BC - BA - CG = 57.8 - 1.6 - x = (56.2 - x)$ 米，

$\therefore GD = (56.2 - x)$ 米. $\because \tan\angle CDG = \dfrac{CG}{GD}$，

$\therefore \tan 32° = \dfrac{x}{56.2 - x} \approx 0.625$，解得 $x \approx 21.62$，

$\therefore BG = BC - GC = 57.8 - 21.62 \approx 36.2$（米）.

$\therefore MN = BG = 36.2$ 米.

答：旅游服务中心的高度约为 36.2 米.

(2) 出现误差的主要原因有系统误差和随机误差，比如误读、误算、视差、刻度误差等. 避免或者减小误差可以通过多次测量，求平均值.

第 16－18 题　解答题组（二）

16.【解】(1) 原式 $=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-1-\sqrt{3}$

$=\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-1-\sqrt{3}$

$=-1.$

(2) 原式 $=\frac{2(x+y)}{x^2-y^2}-\frac{x(x-y)}{x^2-y^2}-\frac{2xy}{x^2-y^2}$

$=\frac{2(x+y)-x(x-y)-2xy}{x^2-y^2}$

$=\frac{2(x+y)-x(x+y)}{x^2-y^2}$

$=\frac{(2-x)(x+y)}{(x+y)(x-y)}$

$=\frac{2-x}{x-y}.$

当 $x=1.12$，$y=0.68$ 时，原式 $=\frac{2-1.12}{1.12-0.68}=2.$

17.【解】(1) 随机抽取的学生有 $8\div16\%=50$(名)，第 2 组学生有 $50\times24\%=12$(名)，因此 $a=12$. 故答案为 12.

(2)“$90\leqslant x\leqslant100$”这组数据中出现次数最多的是 96，

所以“$90\leqslant x\leqslant100$”这组数据的众数是 96 分. 故答案为 96.

(3) 第 3 组的频数 $b=50-8-12-10=20$，

随机抽取的这 n 名学生竞赛成绩的平均分是

$\frac{1}{50}\times(65\times8+75\times12+88\times20+95\times10)=82.6$(分). 故答案为 82.6.

(4) $1\ 200\times\frac{5}{50}=120$(名).

答：估计全校 1 200 名学生中获奖的人数为 120.

18.【解】(1) 不能. 理由：$\because 1\times1.5=1.5$，$2\times2.5=5$，$1.5\neq5$，

$\therefore$ 不能选用函数 $y=\frac{m}{x}(m>0)$ 进行模拟.

(2) 选用函数 $y=ax^2-0.5x+c(a>0)$ 最合理. 理由如下：

由 (1) 可知不能选用函数 $y=\frac{m}{x}(m>0)$.

由 $(1,1.5)$，$(2,2.5)$，$(3,4.5)$，$(4,7.5)$，$(5,11.5)$ 可知，x 每增大 1 个单位，y 的变化不均匀，

$\therefore$ 不能选用函数 $y=kx+b(k>0)$，

$\therefore$ 只能选用函数 $y=ax^2-0.5x+c(a>0)$ 模拟.

(3) 把 $(1,1.5)$，$(2,2.5)$ 代入 $y=ax^2-0.5x+c(a>0)$ 得 $\begin{cases} a-0.5+c=1.5, \\ 4a-1+c=2.5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=0.5, \\ c=1.5, \end{cases}$

$\therefore y=0.5x^2-0.5x+1.5$.

当 $x=6$ 时，$y=0.5\times36-0.5\times6+1.5=16.5$.

$\because 16.5>16$，

$\therefore$ 甲农户 2021 年度的纯收入能满足购买该农机设备的资金需求.

▼第 16－18 题　解答题组（三）

16.【解】原式 $=4x^2-12xy+9y^2-(4x^2-y^2)+5xy-10y^2$

$=4x^2-12xy+9y^2-4x^2+y^2+5xy-10y^2$

$=-7xy.$

$\because \sqrt{x-\frac{1}{5}}+|y+3|=0$，$\therefore x-\frac{1}{5}=0$，$y+3=0$，

$\therefore x=\frac{1}{5}$，$y=-3$，

$\therefore$ 原式 $=-7\times\frac{1}{5}\times(-3)=\frac{21}{5}.$

17.【解】(1)七年级 20 名学生的成绩出现次数最多的是 7 分，因此众数是 7 分，即 $a=7.$

将八年级 20 名学生的成绩从小到大排列，处在中间位置的两个数的平均数为 $\frac{7+8}{2}=7.5$(分)，因此中位数是 7.5 分，即 $b=7.5.$

抽取的八年级 20 名学生的优秀率为 $\frac{5+2+3}{20}\times100\%=50\%$，即 $c=50.$

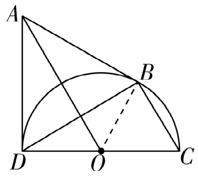
(2)八年级. 理由：八年级成绩的中位数、众数、优秀率均比七年级的高(答案合理即可).

(3) $600\times45\%+600\times50\%=570$(人).

答：估计七、八年级参加此次比赛成绩优秀的学生共有 570 人.

18.【解】(1)当 $BC/\!/AO$ 时，AB 是半圆 O 的切线.

理由如下：如图，连接 OB.



$\because AD$ 与半圆 O 相切于点 D，

$\therefore \angle ODA=90°.$

$\because OB=OC$，$\therefore \angle OBC=\angle OCB.$

当 $BC/\!/AO$ 时，$\angle OBC=\angle BOA$，$\angle OCB=\angle DOA$，

$\therefore \angle BOA=\angle DOA.$

在$\triangle ABO$ 和$\triangle ADO$ 中，$\begin{cases}OB=OD,\\ \angle BOA=\angle DOA,\\ OA=OA,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ADO$(SAS),

$\therefore \angle OBA = \angle ODA = 90°$,$\therefore AB \perp OB$.

又$\because OB$是半圆O的半径,

$\therefore AB$是半圆O的切线.

(2)当$\angle DAO = 45°$时,四边形$AOCB$是平行四边形. 理由如下:

设OA交BD于点E.

$\because \angle DAO = 45°$,$\angle ADO = 90°$,

$\therefore \angle DOA = 45°$,

$\therefore \angle DAO = \angle DOA$,

$\therefore AD = OD$.

$\because CD$是半圆O的直径,

$\therefore BD \perp BC$.

$\because BC /\!/ AO$,

$\therefore BD \perp AO$.

又$\because AD = OD$,

$\therefore AO = 2OE$.

$\because BC /\!/ AO$,$OC = OD$,$\therefore BE = DE$,

$\therefore BC = 2OE$,$\therefore AO = BC$.

又$\because BC /\!/ AO$,

$\therefore$四边形$AOCB$是平行四边形. 故答案为45.

▼第 19－21 题　解答题组（四）

19.【解】(1)∵ 斜坡 CD 的坡度 $i=1:1$，

$\therefore \tan\alpha=\dfrac{DH}{CH}=1$，$\therefore \alpha=45°$.

即斜坡 CD 的坡角 α 为 $45°$.

(2)此段大坝达到了安全要求. 理由如下：

由(1)可知，$CH=DH=10$ 米，$\alpha=45°$，

$\therefore \angle PCH=\angle PCD+\alpha=26°+45°=71°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle PCH$ 中，$\tan\angle PCH=\dfrac{PH}{CH}=\dfrac{PD+10}{10}\approx 2.90$，

解得 $PD=19.0$.

$\because 19.0>18$，

$\therefore$ 此段大坝达到了安全要求.

20.【解】(1)设 A 种纪念品的单价为 a 元，B 种纪念品的单价为 b 元.

由题意可得$\begin{cases}4a+5b=125,\\6a+2b=116,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=15,\\b=13.\end{cases}$

答：A 种纪念品的单价为 15 元，B 种纪念品的单价为 13 元.

(2)当购进 A 种纪念品 100 件，B 种纪念品 200 件时，所需费用最低.

理由：设购进 A 种纪念品 x 件，则购进 B 种纪念品 $(300-x)$ 件，所需费用为 w 元.

由题意可得

$w=(15-3)x+13(300-x)=-x+3\ 900$.

$\because -1<0$，

$\therefore w$ 随 x 的增大而减小.

$\because$ A 种纪念品的数量不超过 B 种纪念品的一半，

$\therefore x\leqslant\dfrac{1}{2}(300-x)$，解得 $x\leqslant 100$，

$\therefore$ 当 $x=100$ 时，w 取得最小值，此时 $300-x=200$，

即当购进 A 种纪念品 100 件，B 种纪念品 200 件时，所需费用最低.

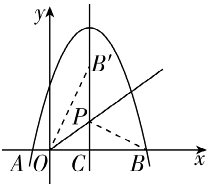
21.【解】(1)①抛物线 $y=-x^2+bx+5$ 的对称轴为直线 $x=-\dfrac{b}{2\times(-1)}=\dfrac{b}{2}=2$，

解得 $b=4$，

∴ 抛物线的解析式为 $y=-x^2+4x+5$.

②存在.

如图,若点 P 在 x 轴上方,点 B 关于 OP 的对称点 B'在对称轴上,连接 OB',PB,



则 $OB'=OB$,$PB'=PB$.

对于 $y=-x^2+4x+5$,令 $y=0$,

则 $-x^2+4x+5=0$,

解得 $x_1=-1$,$x_2=5$,∴ $A(-1,0)$,$B(5,0)$,

∴ $OB'=OB=5$,∴ $CB'=\sqrt{OB'^2-OC^2}=\sqrt{25-4}=\sqrt{21}$,∴ $B'(2,\sqrt{21})$.

设点 $P(2,m)$. 由 $PB'=PB$ 可得 $\sqrt{21}-m=\sqrt{m^2+(5-2)^2}$,解得 $m=\frac{2\sqrt{21}}{7}$,

∴ $P\left(2,\frac{2\sqrt{21}}{7}\right)$;

同理,当点 P 在 x 轴下方时,$P\left(2,-\frac{2\sqrt{21}}{7}\right)$.

综上所述,点 P 的坐标为$\left(2,\frac{2\sqrt{21}}{7}\right)$或$\left(2,-\frac{2\sqrt{21}}{7}\right)$.

(2) 抛物线 $y=-x^2+bx+5$ 的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2\times(-1)}=\frac{b}{2}$,当 $b\geqslant4$ 时,$x=\frac{b}{2}\geqslant2$.

∵ 抛物线开口向下,在对称轴左边,y 随 x 的增大而增大,∴ 当 $x=2$ 时,y 有最大值,即 $y=-4+2b+5=2b+1$,∴ $3\leqslant2b+1\leqslant15$,解得 $1\leqslant b\leqslant7$.

又∵ $b\geqslant4$,∴ $4\leqslant b\leqslant7$.

▼第 19－21 题　解答题组（五）

19.（1）【解】$\angle ABC=\angle EBC$. 理由如下：

如图 1，连接 OC.

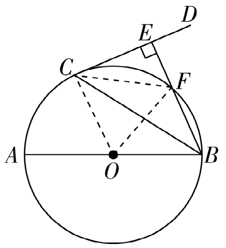


图 1

$\because CD$ 是$\odot O$ 的切线，$\therefore OC\perp CD$.

又$\because BE\perp CD$，$\therefore \angle BEC=90°$，

$\therefore \angle CEB+\angle OCE=180°$，

$\therefore BE/\!/OC$，$\therefore \angle EBC=\angle OCB$.

$\because OC=OB$，

$\therefore \angle ABC=\angle OCB$，$\therefore \angle ABC=\angle EBC$.

（2）①$4\sqrt{2}$　②2 或 6　【解析】①$\because$ 以 B,O,E,C 为顶点的四边形是正方形，

$\therefore \angle COB=90°$.

$\because OC=OB=4$，$\therefore BC=4\sqrt{2}$. 故答案为 $4\sqrt{2}$.

②当点 F 在直径 AB 上方时，连接 OF，CF，如图 1 所示.

$\because$ 以 B,O,F,C 为顶点的四边形是菱形，

$\therefore OC=CF=BF=OB=4$，

$\therefore OC=CF=OF=4$，

$\therefore \triangle OCF$ 是等边三角形，$\therefore \angle OCF=60°$.

由（1）可知$\angle CEB=\angle OCE=90°$，

$\therefore \angle ECF=30°$，

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ECF$ 中，$EF=\dfrac{1}{2}CF=2$，

$\therefore BE=BF+EF=4+2=6$.

当点 F 在直径 AB 下方时，如图 2 所示，连接 AC，OF，OC.

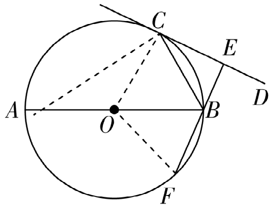


图 2

同理可得 $OC=OB=BC=4$，$\therefore\triangle OCB$ 是等边三角形，$\angle OCB=60°$，

$\therefore\angle BCE=30°$，

$\therefore$ 在 Rt$\triangle CBE$ 中，$BE=\dfrac{1}{2}CB=2$. 故答案为 2 或 6.

20.【解】(1) $\because OD=4$，$\tan\angle DCO=\dfrac{2}{3}=\dfrac{OD}{CO}$，

$\therefore\dfrac{4}{CO}=\dfrac{2}{3}$，$\therefore OC=6$，

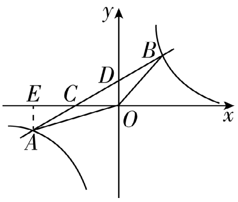
$\therefore D(0,4)$，$C(-6,0)$.

把 $D(0,4)$，$C(-6,0)$ 代入 $y=kx+b$ 中，得

$\begin{cases}b=4,\\-6k+b=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=\dfrac{2}{3},\\b=4,\end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=\dfrac{2}{3}x+4$.

如图，过 A 作 $AE\perp x$ 轴于 E.



$\because$ 点 C，D 是线段 AB 的三等分点，

$\therefore AC=CD=BD$.

在$\triangle AEC$ 和$\triangle DOC$ 中，$\begin{cases}\angle AEC=\angle COD=90°,\\\angle ECA=\angle OCD,\\AC=CD,\end{cases}$

$\therefore\triangle AEC\cong\triangle DOC$(AAS)，

$\therefore EC=OC=6$，$AE=OD=4$，$\therefore A(-12,-4)$.

$\because$ 反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$的图象过 A 点，

$\therefore m=-12\times(-4)=48$，

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{48}{x}$.

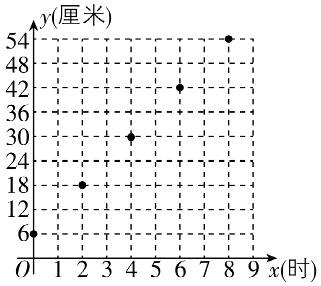
(2) 同(1)得 $B(6,8)$.

$$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle BOC}+S_{\triangle ACO}$$

$$=\frac{1}{2}OC\cdot|y_B|+\frac{1}{2}OC\cdot|y_A|$$

$$=\frac{1}{2}\times6\times8+\frac{1}{2}\times6\times4=36.$$

21.【解】【探索发现】①如图所示:



②观察上述各点的分布规律,可知它们在同一条直线上.

设这条直线所对应的函数解析式为 $y=kx+b$. 将 $(0,6)$,$(2,18)$代入,得

$\begin{cases}b=6,\\2k+b=18,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=6,\\b=6,\end{cases}$ $\therefore y=6x+6$.

【结论应用】应用上述发现的规律估算:

①$x=12$ 时,$y=6\times12+6=78$,

$\therefore$ 供水时间达到 12 小时时,箭尺的读数为 78 厘米.

②$y=90$ 时,$6x+6=90$,解得 $x=14$,

$\therefore$ 供水时间为 14 小时.

$\because$ 本次实验记录的开始时间是上午 8:00,

$8+14=22$,

$\therefore$ 当箭尺读数为 90 厘米时是 22 点钟.

▼第 19－21 题　解答题组（六）

19.【解】(1)将 $B(4,1)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $1=\frac{k}{4}$，

$\therefore k=4$，$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.

将 $B(4,1)$ 代入 $y=mx+5$，得 $1=4m+5$，

$\therefore m=-1$，$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=-x+5$.

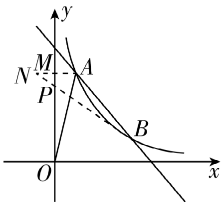
(2)在 $y=\frac{4}{x}$ 中，令 $x=1$，解得 $y=4$，$\therefore A(1,4)$，

$\therefore S=\frac{1}{2}\times1\times4=2$.

(3)如图，作点 A 关于 y 轴的对称点 N，则 $N(-1,4)$，连接 BN 交 y 轴于点 P，点 P 即为所求.

设直线 BN 的解析式为 $y=ax+b$. 将 $(-1,4)$，$(4,1)$ 代入，得 $\begin{cases}4a+b=1,\\-a+b=4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-\frac{3}{5},\\b=\frac{17}{5},\end{cases}$

$\therefore y=-\frac{3}{5}x+\frac{17}{5}$，$\therefore P\left(0,\frac{17}{5}\right)$.



20.【解】(1)设每支 A 种型号的毛笔 x 元，每支 B 种型号的毛笔 y 元.

由题意得 $\begin{cases}3x+y=22,\\2x+3y=24,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=6,\\y=4.\end{cases}$

答：每支 A 种型号的毛笔 6 元，每支 B 种型号的毛笔 4 元.

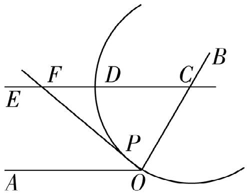
(2)设购买 a 支 A 种型号的毛笔，则购买 $(80-a)$ 支 B 种型号的毛笔.

由题意得 $6a+4(80-a)\leqslant420$，

解得 $a\leqslant50$.

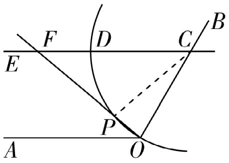
答：最多可以购买 50 支 A 种型号的毛笔.

21.【解】补充题图 2 如图所示：



已知:答案为 $PF=OC$.

证明:如图,连接 PC.



$\because CE /\!/ OA$,$\therefore \angle AOF=\angle PFC$.

$\because CP=OC$,$PF=OC$,

$\therefore CP=PF$,

$\therefore \angle PFC=\angle PCF$.

$\because \angle CPO$ 是$\triangle FPC$ 的外角,

$\therefore \angle CPO=\angle PFC+\angle PCF=2\angle AOF$.

$\because CP=OC$,

$\therefore \angle CPO=\angle COP$,

$\therefore \angle COP=2\angle AOF$.

$\because \angle AOF+\angle COP=\angle AOB$,

$\therefore \angle AOF=\frac{1}{3}\angle AOB$.

▼第 22 －23 题　解答题组（七）

22.【解】(1)$\because \angle A=90^\circ$，$\angle B=30^\circ$，$\therefore \angle C=60^\circ$，

$\therefore \dfrac{AB}{AC}=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$.

$\because D$，E 分别为 AB，AC 的中点，$\therefore AD=DB$，$AE=EC$，

$\therefore DE/\!/BC$，

$\therefore \dfrac{AD}{AE}=\dfrac{AB}{AC}=\sqrt{3}$，$\therefore \dfrac{BD}{CE}=\dfrac{AD}{AE}=\sqrt{3}$.

故答案为 $DE/\!/BC$，$\sqrt{3}$.

(2)不变.

理由：由旋转得 $\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAE$.

由(1)知 $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AD}{AE}=\sqrt{3}$，

$\therefore \triangle BAD\backsim\triangle CAE$，$\therefore \dfrac{BD}{EC}=\dfrac{AB}{AC}=\sqrt{3}$.

(3)$BE=8$.

同(2)可得 $\triangle BAD\backsim\triangle CAE$，

$\therefore \angle ABD=\angle ACE$.

$\because \angle APB=\angle CPF$，

$\therefore \angle BAP=\angle CFP=90^\circ$，

$\therefore PF\perp EC$.

$\because F$ 为 EC 中点，$\therefore EF=CF$，$\therefore BF$ 垂直平分 CE，

$\therefore BE=BC$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$BC=\dfrac{AB}{\cos 30^\circ}=8$，$\therefore BE=8$.

23.【解】(1)由题意得 $-\dfrac{b}{2a}=1$.

把点 $A(2,0)$，$B\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$代入抛物线 $y=ax^2+bx+c$，得$\begin{cases}4a+2b+c=0,\\ a+b+c=\dfrac{1}{2},\\ -\dfrac{b}{2a}=1,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2},\\ b=1,\\ c=0,\end{cases}$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+x$.

(2)$\because$ 点 Q 纵坐标的取值范围为 $-\dfrac{3}{2}\leqslant y_Q\leqslant\dfrac{1}{4}$，

$\therefore$ 令 $y=-\frac{3}{2}$,即 $-\frac{1}{2}x^2+x=-\frac{3}{2}$,

解得 $x=-1$ 或 3. 令 $y=\frac{1}{4}$,即 $-\frac{1}{2}x^2+x=\frac{1}{4}$,

解得 $x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$或 $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\because m<n$,抛物线顶点的纵坐标为$\frac{1}{2}$,

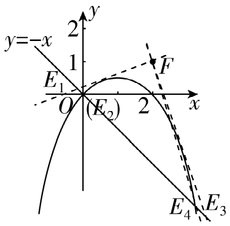
$\therefore m=-1, n=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$或 $m=1+\frac{\sqrt{2}}{2}, n=3$,

$\therefore m+n=-1+1-\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$或 $m+n=1+\frac{\sqrt{2}}{2}+3=4+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

综上所述,$m+n=-\frac{\sqrt{2}}{2}$或 $4+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(3)$\because$ 点 $E(p,-p)$,

$\therefore$ 点 E 在直线 $y=-x$ 上,如图所示.



设直线 EF 的解析式为 $y=kx+t(k\neq0)$.

把点 $F(2,1)$代入,得

$2k+t=1$,化简得 $t=1-2k$,

$\therefore$ 直线 EF 的解析式为 $y=kx+1-2k$.

由$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x^2+x, \\ y=kx+1-2k, \end{cases}$

得 $x^2+(2k-2)x+2-4k=0$.

$\because$ 抛物线与线段 EF 有一个交点,

$\therefore (2k-2)^2-4(2-4k)=0$,

解得 $k_1=-1-\sqrt{2}, k_2=-1+\sqrt{2}$.

当 $k=-1+\sqrt{2}$ 时,直线 EF 的解析式为 $y=(\sqrt{2}-1)x+3-2\sqrt{2}$.

由$\begin{cases} y=(\sqrt{2}-1)x+3-2\sqrt{2}, \\ y=-x, \end{cases}$

解得 $x_1=\frac{4-3\sqrt{2}}{2}$.

当 $k=-1-\sqrt{2}$ 时，直线 EF 的解析式为 $y=(-\sqrt{2}-1)x+3+2\sqrt{2}$.

由 $\begin{cases}y=(-\sqrt{2}-1)x+3+2\sqrt{2},\\ y=-x,\end{cases}$ 解得 $x_2=\frac{3\sqrt{2}+4}{2}$.

联立 $\begin{cases}y=-\frac{1}{2}x^2+x,\\ y=-x,\end{cases}$

解得 $x_3=0$，$x_4=4$.

$\therefore$ 结合图象可知，$p=\frac{4-3\sqrt{2}}{2}$ 或 $p=\frac{3\sqrt{2}+4}{2}$ 或 $0<p<4$.

▼第 22－23 题　解答题组（八）

22. (1)【解】抛物线 $y=ax^2+2ax-3$ 的对称轴为直线 $x=-1$.

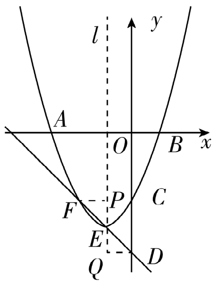
$\because AB=4$，点 A 在点 B 的左侧，

$\therefore A(-3,0)$，$B(1,0)$.

将 $B(1,0)$ 代入 $y=ax^2+2ax-3$，解得 $a=1$，

$\therefore y=x^2+2x-3$.

(2)【证明】如图，过 E 作直线 $l\perp x$ 轴，过 F 作 $FP\perp l$于点 P，过 D 作 $DQ\perp l$ 于点 Q.



$\because DE=EF$，$\therefore$ 易证 $\triangle DEQ\cong\triangle FEP$，$\therefore DQ=FP$，$PE=EQ$.

设 $E(z,z^2+2z-3)$，则 $F(2z,4z^2+4z-3)$.

$\because D(0,b)$，$PE=EQ$，

$\therefore b+(4z^2+4z-3)=2(z^2+2z-3)$，

$\therefore b=-3-2z^2$.

$\because z\neq0$，$\therefore b<-3$ 恒成立，

$\therefore$ 对于 $D(0,b)(b<-3)$，都存在过点 D 的直线交抛物线于 E，F 两点，使得 $DE=EF$.

(3)【解】原抛物线的顶点为$(-1,-4)$，则翻折后原顶点所对应的点为$(-1,2t+4)$. 当 $x=-4$ 时，$y=5$.

①当 $2t+4<5$，即$t<\dfrac{1}{2}$时，

此时 $m=5$，$n=t$，$\therefore m-n=5-t\leqslant6$，

$\therefore t\geqslant-1$，$\therefore -1\leqslant t<\dfrac{1}{2}$；

②当 $2t+4\geqslant5$，即 $t\geqslant\dfrac{1}{2}$时，

此时 $m=2t+4$，$n=t$，$\therefore m-n=t+4\leqslant6$，

$\therefore t\leqslant2$，$\therefore \dfrac{1}{2}\leqslant t\leqslant2$.

综上所述,t 的取值范围为 $-1\leqslant t\leqslant 2$.

23.【解】(1)$\because AB=AC$,$\angle BAC=90^\circ$,O 为 BC 边的中点,

$\therefore OA=OC=OB$,$AO\perp BC$,

$\therefore \angle AOC=\angle EOF=90^\circ$,

$\therefore \angle AOE=\angle COF$.

由旋转可得 $OA=OC=OE=OF$,

$\therefore \triangle AOE\cong\triangle COF(\mathrm{SAS})$,

$\therefore AE=CF$. 故答案为 $AE=CF$.

(2)结论成立. 证明:

$\because \angle BAC=90^\circ$,$O$ 为 BC 边的中点,

$\therefore OA=OC=OB$.

由旋转得 $\angle AOC=\angle EOF$,$OA=OE$,$OC=OF$,

$\therefore \angle AOE=\angle COF$,$OE=OF$,

$\therefore \triangle AOE\cong\triangle COF(\mathrm{SAS})$,

$\therefore AE=CF$.

(3)由旋转的性质可知 $OE=OA$,$OC=OF$,$\angle AOC=\angle EOF$,$\therefore \angle AOE=\angle COF$,$\dfrac{OA}{OC}=\dfrac{OE}{OF}$,

$\therefore \triangle AOE\backsim\triangle COF$,$\therefore \dfrac{AE}{CF}=\dfrac{OA}{OC}$.

$\because BC=6$,O 为 BC 边的中点,$\therefore OC=3$.

$\because CF=OA=5$,$\therefore \dfrac{AE}{5}=\dfrac{5}{3}$,$\therefore AE=\dfrac{25}{3}$.

$\because OA=OD$,$\therefore OE=OA=OD=5$,

$\therefore$ 易得 $\angle AED=90^\circ$,$AD=10$,

$\therefore DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{10^2-\left(\dfrac{25}{3}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{11}}{3}$.