2022 年河南省普通高中招生考试数学预测卷(八)

快速对答案

1. B　**2**. A　**3**. D　**4**. C　**5**. D　**6**. C　**7**. B　**8**. D

9. A　**10**. A　**11**. $y=-x$(答案不唯一)　**12**. $x\geqslant 1$ 且 $x\neq 4$　**13**. $\frac{1}{4}$　**14**. $(11\pi+2)$ cm

15. $\left(\frac{4\sqrt{13}}{13}+2,\frac{6\sqrt{13}}{13}+3\right)$

16. 见解析

17. (1)88　(2)该学生所在年级是八年级,理由见解析　(3)196名　**18**. 6.0 米

19. (1)见解析　(2)①30°　②$2\sqrt{2}-2$

20. (1)A 款上衣卖出 500 件,B 款上衣卖出 200 件　(2)61 元

21. (1)$y=\frac{4}{x}$　(2)可以. 长为 $3+\sqrt{5}$,宽为 $3-\sqrt{5}$　(3) 长为 3,宽为 2

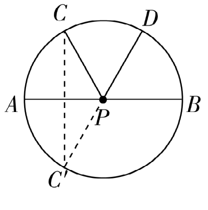
22. (1)$y=-x^2+2x+3$　(2)$y=-(x+2)^2+4$ 或 $y=-(x-2)^2+4$　(3)$x>\frac{1}{2}$

23. (1)$BD=AD+\sqrt{2}DC$,理由见解析

(2)$BD=AD+\sqrt{3}DC$,理由见解析　(3)$\frac{AD}{CD}=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

重点题目解析

9. A　【解析】如图,作点 C 关于 AB 的对称点 C',连接 $C'D$,交 AB 于点 P,此时 $PC+PD$ 最小.



$\because$ 点 C,D 为$\overset{\frown}{AB}$的三等分点,$\therefore$ $\overset{\frown}{CD}$所对圆心角为 60°,$\therefore \angle CC'D=30°$. $\because$ 点 C,C' 关于 AB 对称,$\therefore PC=PC'$,$\therefore \angle C'CP=\angle CC'D=30°$,$\therefore \angle CPD=60°$,$\therefore$ 此时点 P 与圆心重合,$PC+PD$ 的最小值为直径,即为 6,$\therefore$ 半径为 3. 故选 A.

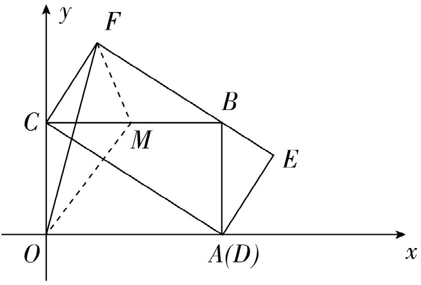
10. A　【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD /\!/ BC$, $\therefore \angle BAD + \angle ABC = 180°$, $\angle AEB = \angle CBE$. 又$\because \angle BAD = 120°$, $\therefore \angle ABC = 60°$. 由作图可知, BE 平分 $\angle ABC$, $\therefore \angle ABE = \angle EBC = \angle AEB = 30°$, $\therefore AB = AE$. $\because$ 点 G 在 AE 的垂直平分线上, $\therefore GA = GE$, $\therefore \angle GAE = \angle GEA = 30°$, $\therefore \angle AGB = 60°$, $\therefore \angle BAG = 90°$. 设 $GE = AG = a$, 则易得 $AE = AB = \sqrt{3}a$, $BG = 2a$, $BE = 3a$, $\therefore \dfrac{EG}{BE} = \dfrac{1}{3}$. 故选 A.

14. $(11\pi + 2)$ cm **【解析】**由题图可知,阴影部分的周长 = 以 AB 为直径的圆周长 + 以 AD 为直径的圆周长 + 以 BD 为直径的半圆周长 + AC.

$\because C, D$ 是AB的三等分点,且 $AB = 6$ cm, $\therefore AC = CD = BD = 2$ cm, $\therefore$ 阴影部分周长为 $6\pi + 4\pi + \pi + 2 = (11\pi + 2)$ cm,故答案为 $(11\pi + 2)$ cm.

15. $\left(\dfrac{4\sqrt{13}}{13} + 2, \dfrac{6\sqrt{13}}{13} + 3\right)$ **【解析】**当点 D 与点 A 重合时,如图.



$\because S_{矩形CDEF} = 2S_{\triangle CBD} = 12$, $S_{矩形OABC} = 2S_{\triangle CBD}$, $\therefore S_{矩形OABC} = 12$.

$\because C$ 点坐标为 $(0, 3)$, $\therefore OC = 3$, $\therefore OA = 4$.

$\because \angle CFB = 90°$, C, B 均为定点,

$\therefore F$ 在以 BC 为直径的圆上,取 BC 的中点 M,连接 FM, OM,则 $MF = \dfrac{1}{2}BC = 2$, $OM = \sqrt{OC^2 + CM^2} = \sqrt{13}$,

当点 O, M, F 三点共线时, OF 有最大值,为 $\sqrt{13} + 2$.

设点 F 的横坐标为 $2x$,则易得纵坐标为 $3x$,

$\therefore (2x)^2 + (3x)^2 = (\sqrt{13} + 2)^2$,

解得 $x = \dfrac{\sqrt{13}(\sqrt{13} + 2)}{13} = 1 + \dfrac{2\sqrt{13}}{13}$(负值已舍去), $\therefore 2x = \dfrac{4\sqrt{13}}{13} + 2$, $3x = \dfrac{6\sqrt{13}}{13} + 3$,

$\therefore$ 点 $F\left(\dfrac{4\sqrt{13}}{13}+2,\dfrac{6\sqrt{13}}{13}+3\right)$. 故答案为$\left(\dfrac{4\sqrt{13}}{13}+2,\dfrac{6\sqrt{13}}{13}+3\right)$.

16.【解】$\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-4}\div\left(\dfrac{x-2}{x+2}-x+2\right)$

$=\dfrac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)}\div\dfrac{x-2-(x+2)(x-2)}{x+2}$

$=\dfrac{x-2}{x+2}\cdot\dfrac{x+2}{-(x-2)(x+1)}$

$=-\dfrac{1}{x+1}$. (5 分)

满足 $-\sqrt{5}<x<\sqrt{5}$ 的整数有 $-2,-1,0,1,2$.

$\because x^2-4\neq0, x+1\neq0$, $\therefore x$ 不能为 $-2,-1,2$,

$\therefore$ 当$x=0$ 时,原式 $=-1$;当 $x=1$ 时,原式 $=-\dfrac{1}{2}$.

($x=0$ 和 $x=1$ 代入一个即可) (10 分)

17. (1)88 (3 分)

【解析】由题中信息可得 $n=(88+88)\div2=88$,故答案为 88.

【解】(2)该学生所在年级是八年级,理由:$\because$ 七年级学生成绩的中位数是 88 分,$87<88$,$\therefore$ 如果该学生在七年级,排名是后 10 名,不合题意.

$\because$ 八年级学生成绩的中位数是 85 分,$85<87$,

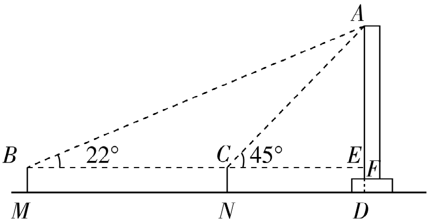
$\therefore$ 如果该学生在八年级,排名是前 10 名,符合题意. (6 分)

(3)$280\times\dfrac{8+6}{20}=196$(名).

答:估计七年级成绩为优秀的学生约有 196 名.

(9 分)

18.【解】如图,过 A 作 $AD\perp MN$,交 MN 的延长线于 D,交 BC 的延长线于 E,与最高一阶台阶交于点 F.



易知四边形 $BMNC$,四边形 $BMDE$ 是矩形,

$\therefore BC=MN=7.5$ 米,$DE=CN=BM=1.6$ 米.

(4 分)

$\because$ 共三阶台阶,每阶高 0.2 米,

$\therefore DF=3\times0.2=0.6$(米),$\therefore EF=1.6-0.6=1$(米).

$\because \angle AEC=90°$，$\angle ACE=45°$，$\therefore \triangle ACE$ 是等腰直角三角形，$\therefore CE=AE$. 设 $AE=CE=x$ 米，$\therefore BE=(7.5+x)$ 米. $\because \angle ABE=22°$，$\therefore \tan 22°=\frac{AE}{BE}\approx 0.40$，即 $\frac{x}{x+7.5}\approx 0.4$，解得 $x=5$， (7 分)

$\therefore AF=AE+EF=5+1=6.0$（米）.

答：谢师亭的高度约为 6.0 米. (9 分)

19. (1)【证明】$\because PA,PB$ 分别切 $\odot O$ 于 A,B 两点，$\therefore OA\perp PA$，$OB\perp PB$，$\therefore \angle PAO=\angle PBO=90°$. $\because OA=OB$，$OP=OP$，$\therefore \mathrm{Rt}\triangle APO\cong \mathrm{Rt}\triangle BPO$，$\therefore \angle POA=\angle POB$. $\because OA=OC$，$\therefore \angle OAC=\angle OCA$. 又 $\because \angle BOA=2\angle POB=\angle OAC+\angle OCA$，$\therefore \angle BOP=\angle OCA$，$\therefore AC\parallel OP$. (3 分)

(2)①30° (6 分)

【解析】若四边形 $ADOC$ 为菱形，则 $AD=OD=OA$，

$\therefore \triangle ADO$ 为等边三角形，$\therefore \angle AOP=60°$. $\because \angle PAO=90°$，$\therefore \angle APO=30°$. 故答案为 30°.

②$2\sqrt{2}-2$ (9 分)

【解析】$\because PB,PA$ 与 $\odot O$ 相切，$\therefore PA=PB$. 若四边形 $APOC$ 为平行四边形，则 $OC=AP$. $\because OA=OB=OC$，$PA=PB$，$\therefore OA=AP=PB=OB$. $\because \angle PAO=90°$，$\therefore$ 四边形 $APBO$ 为正方形，$\therefore OP=\sqrt{2}OA=2\sqrt{2}$. $\because OD=2$，$\therefore PD=2\sqrt{2}-2$. 故答案为 $2\sqrt{2}-2$.

20.【解】(1) 设 A 款上衣卖出 x 件，B 款上衣卖出 $(700-x)$ 件. 可列方程 $(200-120)x+(280-150)(700-x)=66\ 000$，

解得 $x=500$，则 $700-x=200$.

答：A 款上衣卖出 500 件，B 款上衣卖出 200 件. (5 分)

(2) 设两款上衣都降价 a 元.

根据题意可列方程 $(200-120-a)(500+10a)+(280-150-a)\left(200+\frac{30}{2}a\right)=98\ 025$.

解得 $a=21$ 或 $a=61$.

$\because$ 公司要尽可能地增加销售量，$\therefore a=61$.

答：两款上衣每件都应降价 61 元. (9 分)

21. (1) $y=\frac{4}{x}$ (3 分)

【解析】由题意知，矩形的面积为 4，即 $xy=4$，所以满

足要求的点(x,y)在函数$y=\frac{4}{x}$的图象上.

【解】(2)可以.依题意可得$2(x+y)=12,xy=4$,所以$(6-x)x=4$,

解得$x_1=3+\sqrt{5},x_2=3-\sqrt{5}$,所以$x=3+\sqrt{5},y=3-\sqrt{5}$,即矩形的长为$3+\sqrt{5}$,宽为$3-\sqrt{5}$.

(7分)

(3)由题意可列方程$2(x+y)=10,xy=6$,可得方程组$\begin{cases}y=\frac{6}{x},\\y=-x+5,\end{cases}$ 画出函数$y=\frac{6}{x}$和$y=-x+5$的图象,可知两图象交点为$(2,3)$和$(3,2)$,所以矩形的长为3,宽为2.(画图略) (9分)

22.【解】(1)$\because$二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象的顶点坐标为$(1,4)$,$\therefore$该函数解析式为$y=a(x-1)^2+4$,且对称轴为直线$x=1$.$\because$函数图象与x轴交于A,B两点,且$AB=4$,$\therefore A(-1,0)$,$B(3,0)$.把点$A(-1,0)$代入$y=a(x-1)^2+4$,解得$a=-1$,$\therefore y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$. (3分)

(2)$\because$抛物线与x轴有两个交点,与y轴有一个交点,$\therefore$当抛物线经过原点时,与坐标轴有且只有两个交点,$\therefore$分为两种情况:①当抛物线沿x轴向左平移3个单位长度时,恰好经过原点,此时函数解析式为$y=-(x+2)^2+4$. (5分)

②当抛物线沿x轴向右平移1个单位长度时,恰好经过原点,此时函数解析式为$y=-(x-2)^2+4$.故抛物线的解析式为$y=-(x+2)^2+4$或$y=-(x-2)^2+4$. (7分)

(3)依题意知,自变量取$x+1$时的函数值小于自变量取x时的函数值.①当$x<x+1\leqslant 1$时,函数值y随x的增大而增大,与题意不符;②当$x<1<x+1$时,需满足$1-x<x+1-1$,故$\frac{1}{2}<x<1$;③当$1\leqslant x<x+1$时,函数值y随x的增大而减小,符合题意,此时$x\geqslant 1$.综上,自变量x的取值范围是$x>\frac{1}{2}$. (10分)

23.【解】(1)$BD=AD+\sqrt{2}DC$.理由如下:

如图1,在线段DB上截取$DF=DA$,连接AF.

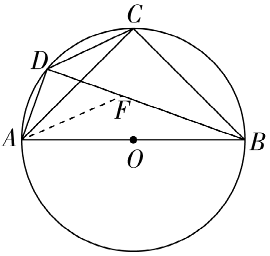


图 1

$\because \angle ACB = \angle ADB = 90°$，$DF = DA$，$AC = BC$，

$\therefore \triangle ADF$，$\triangle ACB$ 均为等腰直角三角形，

$\therefore \angle DAF = \angle CAB = 45°$，$AB = \sqrt{2}AC$，$AF = \sqrt{2}AD$，

$\therefore \angle DAC = \angle FAB$，$\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AF}{AD} = \sqrt{2}$，$\therefore \triangle DAC \backsim \triangle FAB$，$\therefore \angle ADC = \angle AFB$，$BF = \sqrt{2}DC$. $\because BD = DF + BF$，$DF = AD$，$\therefore BD = AD + \sqrt{2}DC$.（4 分）

（2）$BD = AD + \sqrt{3}DC$. 理由：如图 2，在线段 DB 上截取 $DF = DA$，连接 AF，过点 C 作 $CG \perp AB$ 于点 G.

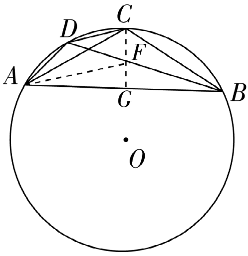


图 2

$\because \angle ACB = \angle ADB = 120°$，$DF = DA$，$AC = BC$，

$\therefore \triangle ADF$，$\triangle ACB$ 均为等腰三角形，$\therefore \angle DAF = \angle CAB = 30°$. $\because AC = BC$，$CG \perp AB$，$\angle CAB = 30°$，

$\therefore AB = 2AG = \sqrt{3}AC$. 同理可证 $AF = \sqrt{3}AD$.

$\because \angle DAF = \angle CAB$，$\therefore \angle DAC = \angle FAB$，$\therefore \triangle DAC \backsim \triangle FAB$，$\therefore \angle ADC = \angle AFB$，$BF = \sqrt{3}DC$.

$\because BD = DF + BF$，$DF = AD$，$\therefore BD = AD + \sqrt{3}DC$.

（7 分）

（3）$\dfrac{AD}{CD} = \dfrac{3 - \sqrt{3}}{2}$.（10 分）

如图 3，过点 C 作 $CH \perp BD$ 于点 H，在 BD 上截取 $BE = AD$，连接 CE.

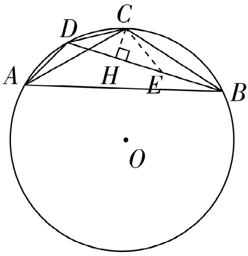


图 3

$\because \angle DAC = \angle CBD$，$CA = CB$，$DA = EB$，$\therefore \triangle DAC \cong \triangle EBC$，$\therefore CD = CE$，$\angle DCA = \angle ECB$，$\therefore \angle DCE = \angle ACB = 120°$，$\therefore \angle CED = \angle CDE = 30°$. 设 $CH = a$.

$\because CH \perp BD$，$\angle CED = 30°$，$\therefore CE = CD = 2a$，$HE = DH = \sqrt{3}a$.

$\because \tan\angle CBD = \frac{CH}{HB} = \frac{1}{3}$，$\therefore HB = 3a$，$\therefore BE = (3 - \sqrt{3})a$，$\therefore AD = BE = (3 - \sqrt{3})a$，$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$.