2022 年河南省普通高中招生考试数学预测卷(七)

快速对答案

1. D **2**. C **3**. C **4**. B **5**. B **6**. D **7**. B **8**. B

9. D **10**. C **11**. 4 **12**. $y=-x-2$(答案不唯一)

13. $\frac{1}{8}$ **14**. $4+\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{4\pi}{3}$ **15**. $\frac{9}{4}$或 4

16. (1)$\begin{cases}x=\frac{6a+1}{4},\\ y=\frac{2a+11}{4}\end{cases}$ (2)见解析

17. (1)36 16 (2)见解析 (3)448 人

18. 3.8 m

19. (1)30° (2)$400\sqrt{3}$ cm²

20. (1)食品有 440 箱,矿泉水有 240 箱 (2)见解析 (3)租用 A 种货车 6 辆,B 种货车 10 辆,总租金最少,最少租金是 12 000 元

21. (1)$C(-2,2)$ (2)不变,理由见解析

(3)(2,0)或(−2,0)或$(2+2\sqrt{2},0)$

22. (1)见解析 (2)是,定点为(1,0)和(0,4)

(3)$0<k<30$

23. (1)见解析 (2)4 (3)2 或$\frac{13}{4}$或 3

重点题目解析

14. $4+\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{4\pi}{3}$ 【解析】连接 OM. 因为$\overset{\frown}{AQ}=2\overset{\frown}{BQ}$,所以$\angle BOQ=30°$, $\angle AOQ=60°$. 因为 MN 与$\overset{\frown}{CD}$相切,所以 $OP\perp MN$. 因为 $OP=2\sqrt{2}$,所以 $PN=\frac{2\sqrt{6}}{3}$. 又因为扇形 AOB 半径为 4,扇形 COD 半径为 $2\sqrt{2}$,所以易得$\triangle MOP$ 为等腰直角三角形,则$\angle AOM=15°$, $S_{阴影}=S_{扇形AOM}+S_{\triangle MOP}+S_{\triangle OPN}-S_{扇形COD}=\frac{15}{360}\times\pi\times4^2+2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times\frac{1}{2}+2\sqrt{2}\times\frac{2\sqrt{6}}{3}\times\frac{1}{2}-\frac{90}{360}\times\pi\times(2\sqrt{2})^2=4+\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{4\pi}{3}$.

15. $\frac{9}{4}$或 4 【解析】如图,连接 AC, BD 交于点 O,以点 E 为圆心,AE 长为半径画弧. ∵ $AE=BE$,∴ 所画弧一定经过点 B. ∵ 点E 为定点,且始终有

$AE=A'E$，$\therefore A'$的轨迹在以 E 为圆心，以 EA 为半径的圆上，$\therefore AE=A'E=BE=\frac{1}{2}AB=3$.

①当 A'在 AC 上时，如图 1，连接 OE，过 A'作 AD 的垂线，垂足为 M，MA'的延长线交 OE 于 N，则 $AM=NE$.

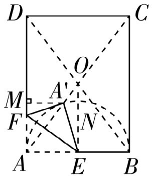


图 1

易得$\triangle CDA\backsim\triangle A'MA$. 设 $A'M=x$，则 $AM=NE=\frac{4}{3}x$，$A'N=3-x$. 在 Rt$\triangle A'NE$ 中，由勾股定理可得$(3-x)^2+\left(\frac{4}{3}x\right)^2=3^2$，解得$x_1=\frac{54}{25}$，$x_2=0$(舍去). $\because$ 易得$\triangle A'NE\backsim\triangle FMA'$，$\therefore \frac{A'M}{NE}=\frac{A'F}{A'E}$，即

$$\frac{\frac{54}{25}}{\frac{4}{3}\times\frac{54}{25}}=\frac{A'F}{3}$$，$\therefore A'F=\frac{9}{4}$，$\therefore AF=\frac{9}{4}$.

②当 A'在 BD 上时，如图 2，作 $A'M\perp AD$ 于 M，$A'N\perp AB$ 于 N.

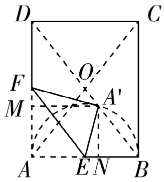


图 2

同理易得$\triangle DMA'\backsim\triangle DAB$，$\triangle FMA'\backsim\triangle ENA'$. 设 $EN=y$，则 $AN=A'M=3+y$，$DM=\frac{4(3+y)}{3}$，

$\therefore AM=AD-DM=8-\frac{4(3+y)}{3}=A'N$.

在 Rt$\triangle A'NE$ 中，$y^2+\left[8-\frac{4(3+y)}{3}\right]^2=3^2$，解得

$y_1=\frac{21}{25}$，$y_2=3$(舍去).

$\because \triangle FMA'\backsim\triangle ENA'$，$\therefore \frac{A'F}{A'E}=\frac{A'M}{A'N}$，即$\frac{A'F}{3}=$

$$\frac{3+\frac{21}{25}}{8-\frac{4\times\left(3+\frac{21}{25}\right)}{3}}$$，解得 $A'F=4$，$\therefore AF=4$. 综上，

AF 的长为$\frac{9}{4}$或 4.

16.【解】(1) $\begin{cases}x+y=2a+3, ①\\ 3x-y=4a-2. ②\end{cases}$

① + ②得 $4x=6a+1$, (3 分)

所以 $x=\dfrac{6a+1}{4}$,代入①得 $y=\dfrac{2a+11}{4}$.

所以 $\begin{cases}x=\dfrac{6a+1}{4},\\ y=\dfrac{2a+11}{4}.\end{cases}$ (5 分)

(2) 因为 $y>x>0$,所以 $\dfrac{2a+11}{4}>\dfrac{6a+1}{4}>0$,解得 $-\dfrac{1}{6}<a<\dfrac{5}{2}$.

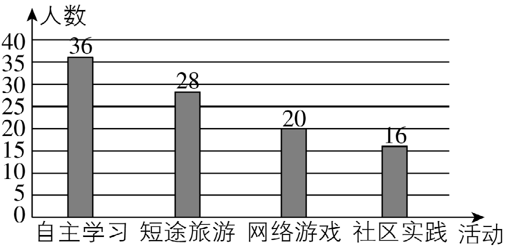
$\left(\dfrac{2}{a-1}-1\right)\div\dfrac{a^2-1}{a^2-2a+1}=\left(\dfrac{2}{a-1}-\dfrac{a-1}{a-1}\right)\times\dfrac{(a-1)^2}{(a+1)(a-1)}=\dfrac{3-a}{a-1}\times\dfrac{a-1}{a+1}=\dfrac{3-a}{a+1}$. (8 分)

因为 $a-1\neq0$ 且 $a+1\neq0$,所以 $a\neq1$ 且 $a\neq-1$,所以结合 a 的取值范围知 $a=0$ 或 $a=2$,当 $a=2$ 时,原式 $=\dfrac{3-2}{2+1}=\dfrac{1}{3}$;当 $a=0$ 时,原式 $=3$.($a=0$ 和 $a=2$ 代入一个即可) (10 分)

17. (1)36　16 (4 分)

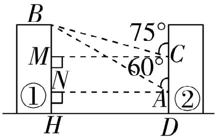
【解析】本次调查的学生有 $20\div20\%=100$(人),$\therefore$ 社区实践所占百分比为 $16\div100\times100\%=16\%$,$\therefore n=16$;自主学习所占百分比为 $36\div100\times100\%=36\%$,$\therefore m=36$.

【解】(2) 短途旅游的人数为 $100\times28\%=28$. 补全条形统计图如下: (7 分)



(3) 估计该校周末活动为“短途旅游”的学生有 $1\,600\times28\%=448$(人). (9 分)

18.【解】如图,分别过 C,A 作 BH 的垂线,垂足分别为 M,N,则 $CM=AN$.



设 $BH=x$ m,则 $BN=(x-1)$ m,$BM=(x-2.5)$ m.

在 Rt$\triangle BNA$ 中,$BN=x-1$,$\angle NBA=60°$,

$\therefore \tan 60° = \frac{AN}{BN} = \sqrt{3}$, $\therefore AN = \sqrt{3}(x-1)$.

在 Rt$\triangle BMC$ 中, $BM = x - 2.5$, $\angle MBC = 75°$,

$\therefore \tan 75° = \frac{CM}{BM} = \frac{\sqrt{3}(x-1)}{x-2.5} \approx 3.732$,

解得 $x \approx 3.8$.

答:①号塔高约为 3.8 m. (9 分)

19.【解】(1)由题意可知 $OA = 40$ cm, $AB = 40\sqrt{3}$ cm, $\angle OAB = \angle OCB = 90°$, 则 $\angle AOB = 60°$. $\because OA = OC$, $OB = OB$, $\therefore$ Rt$\triangle OAB \cong$ Rt$\triangle OCB$, $\therefore \angle COB = 60°$,

$\therefore \angle CDB = \frac{1}{2}\angle COB = 30°$. (4 分)

(2) $\because BC$ 长度不变, $\therefore$ 要使 $\triangle CDB$ 面积最大, 可使 BC 边上的高最大. 由题图可知点 D 运动至 CO 的延长线与 $\odot O$ 的交点时符合要求, (7 分)

此时 CD 为 $\odot O$ 的直径, 连接 AC, 则 $\angle CAD = 90°$,

易得此时 $AC = AB = BC = 40\sqrt{3}$, $\triangle ABC$ 的高为 60, $AD = 40$, $\therefore S_{\triangle DAB} = S_{\triangle CDA} + S_{\triangle ABC} - S_{\triangle CBD} = 40 \times 40\sqrt{3} \times \frac{1}{2} + 40\sqrt{3} \times 60 \times \frac{1}{2} - 80 \times 40\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 400\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$. (9 分)

20.【解】(1)设矿泉水有 x 箱, 则食品有 $(x+200)$ 箱. 依题意得 $x + 200 + x = 680$, 解得 $x = 240$,

$\therefore x + 200 = 440$.

答:食品有 440 箱, 矿泉水有 240 箱. (3 分)

(2)设租用 A 种货车 a 辆, 则租用 B 种货车 $(16-a)$ 辆.

由题意得 $\begin{cases} 40a + 20(16-a) \geqslant 440, \\ 10a + 20(16-a) \geqslant 240, \end{cases}$ 解得 $6 \leqslant a \leqslant 8$.

故有 3 种租车方案:方案一:租用 A 种货车 6 辆, B 种货车 10 辆;方案二:租用 A 种货车 7 辆, B 种货车 9 辆;方案三:租用 A 种货车 8 辆, B 种货车 8 辆. (7 分)

(3)设总租金为 W 元, 则 $W = 800a + 720(16-a) = 80a + 11\,520$. $\because 80 > 0$, $\therefore W$ 随 a 的增大而增大, $\therefore$ 当 $a = 6$, 即租用 A 种货车 6 辆, B 种货车 10 辆时, 总租金最少, 最少租金是 12 000 元.

(9 分)

21.【解】(1)如图 1, 当 $AB \perp l$ 时, 易证四边形 $AOBC$ 为正方形. $\because A(0,2)$, $\therefore C(-2,2)$. (2 分)

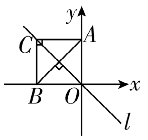


图 1

(2)不变，理由如下：

①当点 C 位于第二象限时，如图 2 所示.

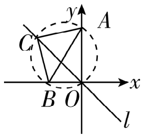


图 2

$\because$ $\angle ACB=\angle AOB=90°$，$\therefore$ A，O，B，C 四点共圆，$\therefore$ $\angle CAB=\angle COB$. 又$\because$ 直线 l 的解析式为 $y=-x$，$\therefore$ $\angle COB=45°$，$\therefore$ $\angle CAB=45°$. （5 分）

②当点 C 位于第四象限时，

同理可得$\angle CAB=\angle COB$.

又$\because$ 直线 l 的解析式为 $y=-x$，$\therefore$ $\angle COB=45°$，

$\therefore$ $\angle CAB=45°$.

$\therefore$ $\angle CAB$ 的大小不发生变化. （7 分）

(3)点 B 的坐标为$(2,0)$或$(-2,0)$或$(2+2\sqrt{2},0)$. （9 分）

如图 3，过点 B 作 $BH\perp CO$ 于 H.

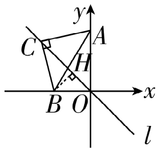


图 3

设 $OB=m$，$\therefore$ $BH=HO=\dfrac{\sqrt{2}}{2}m$. 由(2)可知$\angle CAB=45°$，$\therefore$ $AB=\sqrt{2}BC$，$\therefore$ $AB^2=2BC^2$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABO$ 中，$AB^2=m^2+2^2=m^2+4$，$\therefore$ $BC^2=\dfrac{AB^2}{2}=\dfrac{m^2+4}{2}$，$\therefore$ $BC=\sqrt{\dfrac{m^2+4}{2}}$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle CHB$ 中，$CH^2=BC^2-BH^2=\dfrac{m^2+4}{2}-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}m\right)^2=2$，$\therefore$ $CH=\sqrt{2}$，$\therefore$ $CO=CH+HO=\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}m$. 若$\triangle CBO$ 为等腰三角形，可分三种情况讨论：

①当 $CB=BO$ 时，$\sqrt{\dfrac{m^2+4}{2}}=m$，解得 $m=\pm2$；

②当 $CB=CO$ 时，$\sqrt{\dfrac{m^2+4}{2}}=\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}m$，解得 $m=$

0(舍去);

③当 $CO=BO$ 时,$\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}m=m$,解得 $m=2+2\sqrt{2}$.

综上所述,点 B 的坐标为 $(2,0)$ 或 $(-2,0)$ 或 $(2+2\sqrt{2},0)$.

22. (1)【证明】$[-(m+2)]^2-4(m-2)\times4=m^2+4m+4-16m+32=m^2-12m+36=(m-6)^2\geqslant0$,故该函数图象与 x 轴总有交点. (3 分)

【解】(2)是. 二次函数解析式可变为 $y=(x^2-x)m-2x^2-2x+4$. 令 $x^2-x=0$,则 $x=1$ 或 $x=0$.

当 $x=1$ 时,$y=0$;

当 $x=0$ 时,$y=4$.

故该函数图象经过定点(1,0)和(0,4). (7 分)

(3)$\because$ 抛物线 $y=(m-2)x^2-(m+2)x+4(m\neq2)$ 的对称轴为直线 $x=-\frac{-(m+2)}{2(m-2)}=\frac{m+2}{2(m-2)}$,

$\therefore \frac{m+2}{2(m-2)}=-\frac{3}{2}$,解得 $m=1$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-x^2-3x+4$.

当 $-5<x<-4$ 时,对于 $y=-x^2-3x+4$,y 随着 x 的增大而增大,对于 $y=\frac{k}{x}(k>0,x<0)$,y 随着 x 的增大而减小, (8 分)

$\therefore$ 当 $x=-5$ 时,反比例函数图象在二次函数图象上方,得 $\frac{k}{-5}>-(-5)^2-3\times(-5)+4$,解得 $k<30$;当 $x=-4$ 时,二次函数图象在反比例函数图象上方,得 $-(-4)^2-3\times(-4)+4>\frac{k}{-4}$,解得 $k>0$.

所以 k 的取值范围为 $0<k<30$. (10 分)

23. 【解】(1)如图 1 所示,点 E 即为所求.(以线段 AB 为直径的圆与线段 CD 的交点,即线段 CD 的中点) (2 分)

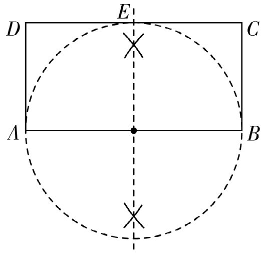


图 1

(2)边 CD 上 A,B 两点的勾股点的个数为 4.

(5 分)

$\because$ 矩形 $ABCD$ 中,$AB=3$,$BC=1$,$\therefore$ 线段 AB 的中点与点 C 之间的距离为$\sqrt{1^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{13}}{2}$.

$\because 1<\frac{3}{2}<\frac{\sqrt{13}}{2}$,$\therefore$ 以线段 AB 为直径的圆与线段 CD 有 2 个交点. 又$\because$ 点 C,D 为 A,B 两点的勾股点,$\therefore$ 边 CD 上 A,B 两点的勾股点的个数为 4.

(3)如图 2,过 M 作 $ME\perp AB$ 于 E,设 l 交 AB 于 Q. 由题意可知,矩形 $ABCD$ 中,$AB=12$,$BC=4$,$DP=4$,$DM=8$,$AN=5$,易得四边形 $DPQA$ 和四边形 $MCBE$ 是正方形,$DP=PM=MC=AD=PQ=ME=BC=AQ=QE=BE=4$,$\therefore QN=1$,$NE=3$,$\therefore$ 由勾股定理得 $MN=5$.

$\because$ 点 H 为 M,N 两点的勾股点,$\therefore \triangle HMN$ 是直角三角形.

①当 $\angle MHN=90°$ 时,设 $PH=m$,易得 $HM^2=m^2+16$,$HN^2=(4-m)^2+1$.

$\because$ 在 Rt$\triangle MHN$ 中,$HM^2+HN^2=MN^2$,$\therefore (4-m)^2+1+m^2+16=5^2$,解得 $m_1=m_2=2$,$\therefore PH=2$.

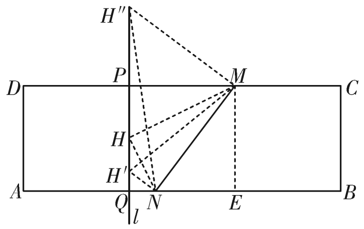


图 2

②当 $\angle H''MN=90°$ 时,设 $PH''=x$. 由勾股定理易得 $H''M^2=4^2+x^2$,$H''N^2=1+(4+x)^2$.

在 Rt$\triangle H''MN$ 中,$\because H''M^2+MN^2=H''N^2$,

$\therefore 1+(4+x)^2=4^2+x^2+5^2$,解得 $x=3$,$\therefore PH''=3$.

③当 $\angle H'NM=90°$ 时,设 $PH'=n$,$\therefore H'Q=4-n$. 由勾股定理易得 $H'N^2=(4-n)^2+1$,$H'M^2=n^2+16$.

在 Rt$\triangle H'MN$ 中,$\because H'N^2+MN^2=H'M^2$,

$\therefore n^2+16=(4-n)^2+1+25$,

解得 $n=\frac{13}{4}$,$\therefore PH'=\frac{13}{4}$.

综上,PH 的长为 2 或$\frac{13}{4}$或 3. (10 分)