2022 年河南省普通高中招生考试数学预测卷(六)

快速对答案

1. D **2**. C **3**. C **4**. D **5**. A **6**. C **7**. A **8**. D

9. D **10**. A **11**. -2 **12**. $125°$ **13**. 75 **14**. $\frac{4\pi}{3}-2\sqrt{3}$

15. $\sqrt{5}-1$ **16**. 见解析 **17**. 见解析 **18**. (1)2 000 $108°$ (2)见解析 (3)$\frac{1}{6}$

19. (1)$k=32$ (2)$E(8,4)$ **20**. D 码头到 AB 的距离约为 572 米,小船航行的路程 CD 约为 143 米

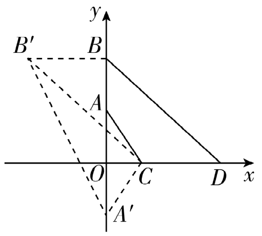
21. (1)A 型 200 元,B 型 80 元 (2)A 型 33 台,B 型 67 台,最大总利润为 11 960 元

22. (1)①$y=-x^2+4x-4$ ②$(1,-1)$或$(3,-1)$ (2)$m\leqslant-\frac{3}{4}$

23. (1)$\sqrt{7}$ (2)$5\sqrt{3}$ (3)$\angle DNM=120°$,是定值,证明见解析

重点题目解析

9. D 【解析】如图,平移 CD 使点 D 落在点 B 处,点 C 的对应点为 B',连接 $B'C$,则四边形 $CDBB'$ 为平行四边形,$\therefore B'C=BD$. $\because CD=3$,$B(0,4)$,$\therefore$ 点 $B'(-3,4)$. 作点 A 关于 x 轴的对称点 A',连接 $A'C$,$A'B'$,则 $AC+BD=A'C+B'C$,当点 A',C,B' 在同一条直线上时,$AC+BD$ 最小,等于 $A'B'$ 的长度. $\because A(0,2)$,$\therefore A'(0,-2)$,则 $AC+BD$ 的最小值为 $A'B'=\sqrt{(-3)^2+(4+2)^2}=3\sqrt{5}$. 故选 D.



10. A 【解析】如图 1,当点 D 在 AB 上时,由题意易知 $DE\perp BC$.

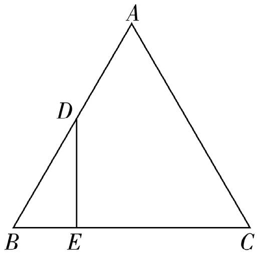


图 1

当 $x=0$ 时,$BD=BE=0$,则 $y=0$.

当 $0<x\leqslant 2$ 时,$\because$ $\triangle ABC$ 是等边三角形,$\therefore$ $\angle B=60^\circ$,$\therefore$ $\sin 60^\circ=\dfrac{DE}{DB}$,$\therefore$ $DE=DB\cdot\sin 60^\circ=2x\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}x(0<x\leqslant 2)$. $\because$ $BE=x$,$\therefore$ $S_{\triangle BDE}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}x\cdot x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2(0<x\leqslant 2)$,该函数是二次函数,且图象开口向上.

如图 2,当 D 在 AC 上时,连接 BD,易知 $DE\perp BC$.

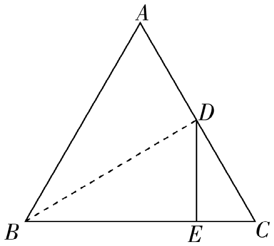


图 2

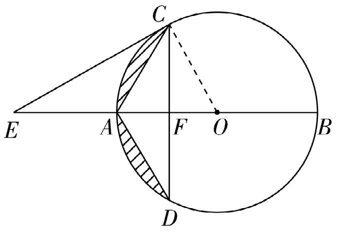
当 $2<x<4$ 时,$\because$ $DC=8-2x$,$\angle C=60^\circ$,$\sin 60^\circ=\dfrac{DE}{CD}$,$\therefore$ $DE=CD\cdot\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(8-2x)(2<x<4)$,

$\therefore$ $S_{\triangle BDE}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}(8-2x)x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2+2\sqrt{3}x(2<x<4)$,该函数是二次函数,且图象开口向下.

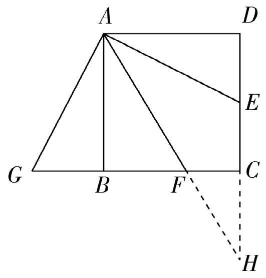
当 $x=4$ 时,易知 $y=0$. 故选 A.

14. $\dfrac{4\pi}{3}-2\sqrt{3}$ **【解析】**如图,连接 OC. $\because$ 直径 AB 垂直于弦 CD,CA 平分 $\angle ECD$,$AC=AE=2$,$\therefore$ $\angle AFC=90^\circ$,$\angle E=\angle ECA=\angle ACD$,$AC=AD$. $\because$ $\angle ECA+\angle E=\angle CAO$,$\therefore$ $\angle CAO+\angle ACD=2\angle E+\angle ACD=3\angle ACD=90^\circ$,$\therefore$ $\angle ACD=30^\circ$,$\angle CAO=60^\circ$. 又$\because$ $AO=CO$,$\therefore$ $\triangle OAC$ 是等边三角形,$\therefore$ $OA=AC=2$,$CF=\sqrt{3}$,$\angle AOC=60^\circ$,

$\therefore S_{扇形AOC}=\frac{60\cdot\pi\cdot 2^2}{360}=\frac{2\pi}{3}$，$S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\cdot AO\cdot CF=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$，$\therefore S_{阴影}=2(S_{扇形AOC}-S_{\triangle AOC})=\frac{4\pi}{3}-2\sqrt{3}$.



15. $\sqrt{5}-1$ 【解析】如图，延长 AF 交 DC 的延长线于点 H.



由题意得，四边形 $ABCD$ 是正方形，$DC=ED+EC=2$. 在 $Rt\triangle ADE$ 中，由勾股定理得 $AE=\sqrt{5}$.

$\because AF$ 平分 $\angle BAE$，$\therefore\angle BAF=\angle EAF$.

$\because AB\parallel CD$，$\therefore\angle BAF=\angle H$，

$\therefore\angle EAF=\angle H$，$\therefore EH=AE$，

$\therefore CH=EH-CE=\sqrt{5}-1$.

$\because AB\parallel CD$，$\therefore\triangle ABF\backsim\triangle HCF$，$\therefore\frac{BF}{CF}=\frac{BA}{CH}=\frac{2}{\sqrt{5}-1}$，

$\therefore CF=\frac{\sqrt{5}-1}{2}BF$.

又$\because BF+CF=2$，$\therefore\frac{\sqrt{5}-1}{2}BF+BF=2$，解得 $BF=\sqrt{5}-1$.

16.【解】原式 $=\left(\frac{x}{x-1}-1\right)\div\frac{x(x-1)}{x^2-2x+1}=\frac{x-x+1}{x-1}\cdot\frac{(x-1)^2}{x(x-1)}=\frac{1}{x-1}\cdot\frac{(x-1)^2}{x(x-1)}=\frac{1}{x}$. （5 分）

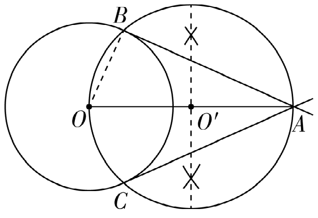
$\because x-1\neq 0$ 且 $x\neq 0$，$\therefore x\neq 1$ 且 $x\neq 0$，

$\therefore -1\leqslant x\leqslant 3$ 中使得原分式有意义的整数 x 为 $-1,2,3$. （8 分）

当 $x=-1$ 时,原式 $=\frac{1}{-1}=-1$. (10 分)

(任选 $-1,2,3$ 中任意一个值代入化简后的式子即可)

17.【解】作图如下:



(5 分)

证明:如图,连接 OB.

$\because$ 由题意知 OA 为 $\odot O'$ 的直径,

$\therefore \angle ABO=90^\circ$,$\therefore OB\perp AB$.

又$\because OB$ 为 $\odot O$ 的半径,

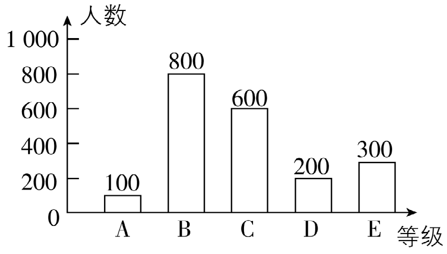
$\therefore$ 直线 AB 为 $\odot O$ 的切线,同理,直线 AC 也为 $\odot O$ 的切线. (9 分)

18. (1)2 000　108° (4 分)

【解析】抽取的学生总数是 $\frac{800}{40\%}=2\ 000$,C 等级对应的学生有 $2\ 000-100-800-200-300=600$(人),$\therefore$ C 等级对应的扇形圆心角的度数是 $360^\circ\times\frac{600}{2\ 000}=108^\circ$.

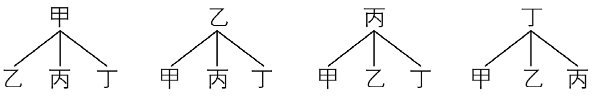
【解】(2)由(1)得 C 等级对应的学生有 600 人.

补全条形统计图如下:



(6 分)

(3)4 名同学分别记为甲、乙、丙、丁,且小明和小丽分别为甲和乙. 画树状图如下:



共有 12 种等可能的情况,其中甲和乙(即小明和小丽)两名学生同时被选中的情况有 2 种,

$\therefore P$(小明和小丽同时被抽到)$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$. (9 分)

19.【解】(1)∵ 点 $A(4,8)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，∴ $8=\frac{k}{4}$，解得 $k=32$. (3 分)

(2)如图，作 $EG\perp BC$ 于 G.

∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形，∴ $\angle ABC=90°$.

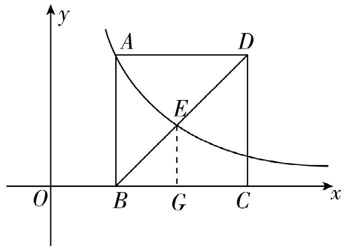
∵ $\angle ABD=45°$，∴ $\angle CBD=45°$，∴ $EG=BG$.

设 $EG=a$，则 $OG=4+a$，∴ 点 E 的坐标为$(4+a,a)$. (6 分)

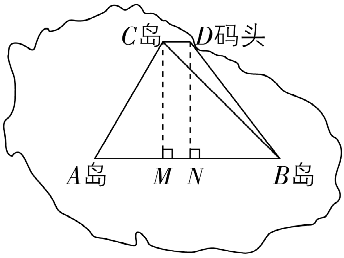
∵ 点 E 在反比例函数 $y=\frac{32}{x}(x>0)$ 的图象上，

∴ $(4+a)\times a=32$，

整理，得 $a^2+4a-32=0$，解得 $a_1=-8$(舍去)，$a_2=4$，∴ E 点坐标为$(8,4)$. (9 分)



20.【解】如图，分别过点 C，D 作 $CM\perp AB$ 于 M，$DN\perp AB$ 于 N，则四边形$CDNM$是矩形，∴ $CM=DN$，$CD=MN$.



在 Rt△ACM 和 Rt△BMC 中，$\angle CAB=60°$，$\angle CBA=45°$，

∴ $CM=\sqrt{3}AM$，$CM=BM$.

∵ $AB=900$ 米，

∴ $\sqrt{3}AM+AM=900$， (4 分)

∴ $AM=(450\sqrt{3}-450)$米，$CM=DN=BM=1\ 350-450\sqrt{3}\approx572$(米).

在 Rt△BDN 中，$\angle DBA=53°$，

$\tan 53°=\frac{DN}{BN}=\frac{1\ 350-450\sqrt{3}}{BN}\approx\frac{4}{3}$， (7 分)

∴ $BN=\frac{2\ 025-675\sqrt{3}}{2}$米，∴ $CD=MN=BM-BN\approx143$ 米.

答：D 码头到 AB 的距离约为 572 米，小船航行的

路程 CD 约为 143 米. (9 分)

21.【解】(1)设一台 A 型空气净化器的销售利润为 x 元,一台 B 型空气净化器的销售利润为 y 元.

根据题意得 $\begin{cases}5x+10y=1\ 800,\\10x+5y=2\ 400,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=200,\\y=80.\end{cases}$

答:一台 A 型空气净化器的销售利润为 200 元,一台 B 型空气净化器的销售利润为 80 元.

(4 分)

(2)设购进 A 型空气净化器 m 台,则购进 B 型空气净化器$(100-m)$台.

由题意得 $100-m\geqslant 2m$,解得 $m\leqslant\frac{100}{3}$.

设销售完这 100 台空气净化器后的总利润为 w 元.

根据题意得 $w=200m+80(100-m)=120m+8\ 000$. (7 分)

$\because 120>0$,$\therefore w$ 的值随着 m 的增大而增大.

$\because m\leqslant\frac{100}{3}$,且 m 为整数,

$\therefore$ 当 $m=33$ 时,w 取最大值,$w_{最大}=120\times 33+8\ 000=11\ 960$,此时 $100-m=67$.

答:为使该公司销售完这 100 台空气净化器后的总利润最大,应购进 A 型空气净化器 33 台,购进 B 型空气净化器 67 台,最大总利润为 11 960 元.

(9 分)

22.【解】(1)①$\because$ 抛物线 $y=mx^2-4mx+2m-2$ 的顶点在 x 轴上,

$\therefore m\neq 0$,且$(-4m)^2-4m(2m-2)=0$,

解得 $m_1=0$(舍去),$m_2=-1$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-x^2+4x-4$. (3 分)

②由①可得 $D(2,0)$.

当点 M 在点 D 左侧时,易知点 N 为抛物线与直线 $y=x-2$ 的交点,

$\therefore x-2=-x^2+4x-4$,

即 $x^2-3x+2=0$,

解得 $x_1=1$,$x_2=2$(舍去),

$\therefore N_1(1,-1)$;

当点 M 在点 D 右侧时,易知点 N 为抛物线与直

线 $y=-x+2$ 的交点，

$\therefore -x+2=-x^2+4x-4$，

即 $x^2-5x+6=0$，

解得 $x_1=3$，$x_2=2$（舍去），

$\therefore N_2(3,-1)$.

综上所述，点 N 的坐标为 $(1,-1)$ 或 $(3,-1)$.

（7 分）

(2) 对于任意的实数 m，都有 $2m>2m-2$，

即点 P 在点 G 的上方.

当 $x=1$ 时，$y=-m-2$. 设点 E 为 $(1,-m-2)$.

①当 $m>0$ 时，如图 1.

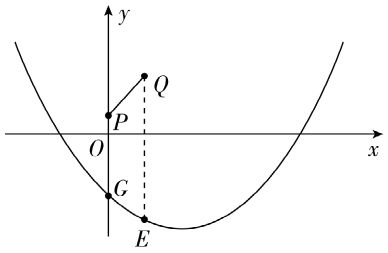


图 1

$\because y_Q=3m+1>0$，

$\therefore$ 点 Q 在点 E 的上方，由图象可知，此时抛物线与线段 PQ 无公共点.

②当 $m<0$ 时，如图 2. 当点 E 和点 Q 重合时，$3m+1=-m-2$，解得 $m=-\dfrac{3}{4}$，此时抛物线与线段 PQ 只有一个公共点，即点 Q.

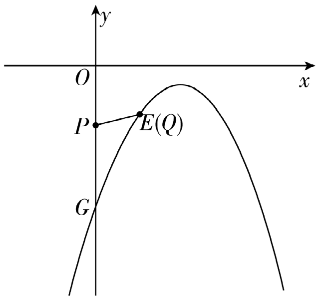


图 2

当 $3m+1>-m-2$，即 $-\dfrac{3}{4}<m<0$ 时，抛物线与线段 PQ 无公共点.

当 $3m+1<-m-2$，即 $m<-\dfrac{3}{4}$ 时，如图 3，此时点 Q 在点 E 的下方，结合图象可知抛物线与线段 PQ 只有一个公共点.

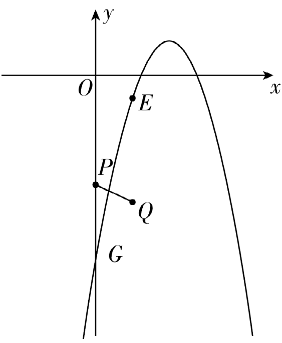


图 3

综上所述，满足条件的 m 的取值范围为 $m \leqslant -\frac{3}{4}$. (10 分)

23. (1)$\sqrt{7}$ (3 分)

【解析】如图 1，连接 BE，CF.

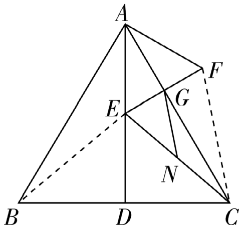


图 1

$\because$ $\triangle ABC$ 是等边三角形，$AD \perp BC$，$\therefore$ $AB = BC = AC = 8$，$BD = CD = 4$，$\angle BAD = \angle CAD = 30°$，

$\therefore$ $AD = \sqrt{3}BD = 4\sqrt{3}$.

$\because$ $AE = 2\sqrt{3}$，$\therefore$ $DE = AD - AE = 2\sqrt{3}$，$\therefore$ $BE = \sqrt{BD^2 + DE^2} = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7}$.

$\because$ $\triangle AEF$ 是等边三角形，$\therefore$ $\angle EAF = 60°$，$AE = AF$，

$\therefore$ $\angle EAG = \angle GAF = 30°$，$\therefore$ $EG = GF$，$\angle BAD = \angle CAD = \angle CAF$，

$\therefore$ $\triangle BAE \cong \triangle CAF$(SAS)，

$\therefore$ $CF = BE = 2\sqrt{7}$.

$\because$ $EN = CN$，$EG = FG$，$\therefore$ $GN = \frac{1}{2}CF = \sqrt{7}$.

【解】(2) 如图 2，取 AC 的中点 J，连接 BJ，JN.

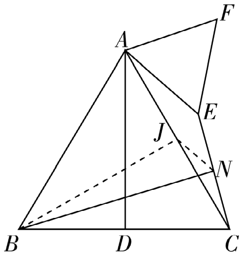


图 2

$\because$ $AJ = CJ$，$EN = NC$，$\therefore$ $JN = \frac{1}{2}AE = \sqrt{3}$.

$\because BJ = AD = 4\sqrt{3}$，$BJ - JN \leqslant BN \leqslant BJ + JN$，

$\therefore 3\sqrt{3} \leqslant BN \leqslant 5\sqrt{3}$，$\therefore$ 线段 BN 的最大值为 $5\sqrt{3}$.

（7 分）

（3）$\angle DNM = 120°$，是定值.（8 分）

证明：如图 3，连接 BE，CF.

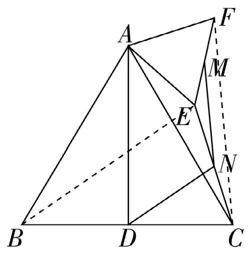


图 3

由题意易得 $\angle BAE = \angle CAF$，$\therefore$ 同（1）可证 $\triangle BAE \cong \triangle CAF$（SAS），$\therefore \angle ABE = \angle ACF$. $\because \angle ABC + \angle ACB = 60° + 60° = 120°$，$\therefore \angle EBC + \angle BCF = \angle ABC - \angle ABE + \angle ACB + \angle ACF = 120°$. $\because EN = NC$，$EM = MF$，$\therefore MN // CF$，$\therefore \angle ENM = \angle ECF$. $\because BD = DC$，$EN = NC$，$\therefore DN // BE$，$\therefore \angle CDN = \angle EBC$. $\because \angle END = \angle NDC + \angle NCD$，$\therefore \angle DNM = \angle DNE + \angle ENM = \angle NDC + \angle ACB + \angle ACN + \angle ECF = \angle EBC + \angle ACB + \angle ACF = \angle EBC + \angle BCF = 120°$.

（10 分）