

# 2022 年河南省普通高中 招生考试数学预测卷(五)

## 快速对答案

1. A 2. B 3. B 4. B 5. C 6. A 7. B 8. B

9. C 10. D 11. -5 12. 2 13.  $\frac{1}{3}$  14.  $\pi + 2$

15.  $4 - 2\sqrt{3}$  或  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  16.  $6\sqrt{6}$  17. (1) 75 80 80

(2) 200 (3) 见解析

18. (1) 56.9 m (2) 1.02 m, 建议见解析

19. (1) 见解析 (2)  $\frac{8}{3}$

20. (1) 280  $(300 + 20x)$  (2) 定价为 55 元或 60 元或 70 元; 不是每日最大利润, 每日最大利润为 6 250 元

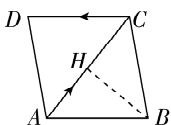
21. (1)  $y = x + 5$   $y = -\frac{4}{x}$  (2)  $S = -\frac{1}{2}\left(n + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{8}, 2 \leq S \leq \frac{25}{8}$

22. (1) 4 3 (2) 见解析 (3) 见解析

23. (1)  $PC \perp OA$  于  $D, PE \perp OB$  于  $E$   $PD = PE$  证明见解析 (2)  $PC = PD$ ; 四边形  $OCPD$  的面积为  $\frac{1}{2}OP^2$ , 证明见解析 (3)  $\angle AOB$  和  $\angle CPD$  互补, 证

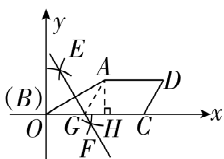
## 重点题目解析

**9. C** 【解析】由图象知,  $AC = 10, CD = 2a$ , 即菱形的边长为  $2a$ . 由题意得, 当点  $C, E$  重合时,  $\triangle ABE$  的面积为  $4a$ . 如图, 过点  $B$  作  $BH \perp AC$  于点  $H$ , 则  $CH = AH = \frac{1}{2}AC = 5$ , 则  $BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{4a^2 - 25}$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{1}{2} \times AC \times BH = \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{4a^2 - 25} = 4a$ , 解得  $a = \frac{25\sqrt{21}}{42}$  (负值已舍去), 故选 C.



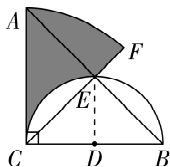
**10. D** 【解析】如图, 连接  $AG$ , 过点  $A$  作  $AH \perp OC$  于

点  $H$ .  $\because G(2,0), \therefore OG=2$ .



由题意可得  $EF$  为线段  $AB$  的垂直平分线,  
 $\therefore \angle BAG = \angle ABC = 30^\circ, AG = OG = 2, \therefore \angle AGC = 60^\circ$ .  
 $\because \angle BCD = 120^\circ, \therefore \angle AGC + \angle BCD = 180^\circ,$   
 $\therefore AG \parallel CD$ . 又  $\because AG = OG = CD = 2, \therefore$  四边形  $ADCG$  为平行四边形,  
 $\therefore AD = CG = OC - OG = 5 - 2 = 3$ . 在  $\text{Rt} \triangle AHG$  中,  $AH = AG \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3},$   
 $GH = AG \cdot \cos 60^\circ = 1, \therefore$  点  $D$  的纵坐标为  $\sqrt{3}$ , 横坐标为  $2 + 1 + 3 = 6, \therefore$  点  $D$  的坐标为  $(6, \sqrt{3})$ .

**14.  $\pi + 2$  【解析】** 如图所示, 连接  $DE$ .



在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ, AC = BC = 4,$   
 $\therefore \angle CAB = \angle CBA = 45^\circ$ .

$\because BC$  是直径,  $\therefore \angle CEB = 90^\circ, \therefore \angle ACF = \angle ECB = 45^\circ$ .

$\because D$  为  $BC$  的中点,  $AC = BC = 4, \therefore CD = DB = ED = 2, \therefore DE \perp BC, \therefore \angle CDE = 90^\circ,$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}CAF} - (S_{\text{扇形}DCE} - S_{\triangle CDE}) = \frac{45\pi \times 4^2}{360} - \left( \frac{90\pi \times 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \right) = \pi + 2.$$

**15.  $4 - 2\sqrt{3}$  或  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  【解析】**  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,  $\therefore AB = BC = CD = AD = 2$ .

①当  $AD = B'D$  时, 如图 1.

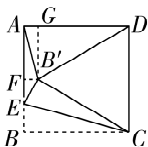


图 1

由折叠的性质得  $B'C = BC$ ,

$\therefore B'D = B'C = CD = 2, \therefore \triangle CDB'$  是等边三角形,  
 $\therefore \angle B'DC = 60^\circ, \therefore \angle ADB' = 30^\circ$ .

过  $B'$  作  $B'G \perp AD$  于  $G, B'F \perp AB$  于  $F$ , 则四边形  $AGB'F$  为矩形,

$$\therefore AF = B'G = \frac{1}{2} \times 2 = 1, DG = \sqrt{3},$$

$$\therefore AG = FB' = 2 - \sqrt{3}.$$

$\because BE = B'E, EF = 1 - BE, \therefore$  在  $\text{Rt} \triangle FEB'$  中,  
 $B'F^2 + EF^2 = B'E^2$ , 即  $(2 - \sqrt{3})^2 + (1 - BE)^2 =$   
 $BE^2, \therefore BE = 4 - 2\sqrt{3}.$

②当  $AB' = B'D$  时, 如图 2, 则  $B'$  在  $AD$  的垂直平分线上,

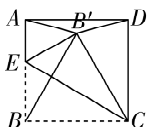


图 2

$\therefore B'$  在  $BC$  的垂直平分线上,  $\therefore BB' = CB'.$

由折叠的性质得  $B'C = BC, \angle BCE = \angle B'CE,$

$\therefore \triangle BB'C$  是等边三角形,  $\therefore \angle BCE = 30^\circ,$

$$\therefore BE = \frac{\sqrt{3}}{3} BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

③当  $AB' = AD$  时, 易知  $A$  与  $E$  重合,  $B'$  与  $D$  重合, 不符合题意, 舍去. 综上所述,  $BE$  的长为  $4 - 2\sqrt{3}$  或  $\frac{2\sqrt{3}}{3}.$

$$\begin{aligned} 16. \text{【解】原式} &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4x^2 + 9y^2 - 18y^2 + 18xy \\ &= 6xy. \end{aligned} \quad (6 \text{ 分})$$

$$\text{当 } x = \sqrt{3}, y = \sqrt{2} \text{ 时, 原式} = 6 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{6}. \quad (10 \text{ 分})$$

$$17. (1) 75 \quad 80 \quad 80 \quad (3 \text{ 分})$$

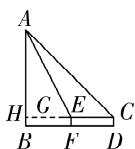
【解析】将抽取的 20 名小学教师的成绩从小到大排列后, 位于中间的是 70 分和 80 分, 所以中位数为  $\frac{70+80}{2} = 75$  (分), 则  $a = 75$ . 同理可知  $b = 80$ . 被抽取的初中教师中, 得 80 分的人数最多, 所以  $c = 80$ .

$$\text{【解】(2) 估计该市小学、初中这两类学校的 800 名教师中, 竞赛成绩达到 90 分及以上的人数为} \quad (7 \text{ 分})$$

$$800 \times \frac{5+5}{40} = 200.$$

(3) 两类学校教师成绩的平均数相同, 但初中教师成绩的众数和中位数比小学教师的大, 且合格率比小学教师的高, 因此初中教师成绩更优异.  
 (答案合理即可) (9 分)

$$18. \text{【解】(1) 如图, 延长 } CE \text{ 交 } AB \text{ 于 } H.$$



由题意得, 四边形  $HBFE$  和四边形  $EFDC$  均为矩形.

在  $\text{Rt}\triangle ACH$  中,  $\because \angle ACH = 45^\circ$ ,  $\therefore \triangle ACH$  是等腰直角三角形,

$$\therefore AH = CH.$$

设  $EH = x$  m.  $\because EC = 27$ ,  $\therefore AH = CH = x + 27$ .

在  $\text{Rt}\triangle AEH$  中,  $\because \angle AEH = 63^\circ$ ,  $\therefore \tan \angle AEH = \frac{AH}{EH} =$

$$\frac{x + 27}{x} \approx 1.96,$$

解得  $x \approx 28.13$ ,  $\therefore AB = AH + BH = AH + CD \approx 56.9$  m. (6 分)

(2) 误差为  $56.9 - 55.88 = 1.02$  (m). (7 分)

建议多次测量, 取测量数据的平均值 (答案不唯一, 合理即可). (9 分)

19. (1) 【证明】连接  $OD$ .

$\because D$  是弧  $BC$  的中点,  $\therefore \angle BAD = \angle EAD$ .

$\because OD = OA$ ,  $\therefore \angle OAD = \angle ODA$ ,  $\therefore \angle ODA = \angle EAD$ ,  
 $\therefore OD \parallel AE$ . (2 分)

$\because DE \perp AE$ ,  $\therefore DE \perp OD$ . 又  $\because OD$  是半圆  $O$  的半径,  $\therefore DE$  是半圆  $O$  的切线. (4 分)

(2) 【解】 $\because D$  是弧  $BC$  的中点,  $\therefore CD = BD = \frac{5}{2}$ .

在  $\text{Rt}\triangle CDE$  中,  $DE = 2$ ,  $CD = \frac{5}{2}$ ,  $DE^2 + CE^2 = CD^2$ , 则  $CE = \frac{3}{2}$ .

$\because AB$  为半圆  $O$  的直径,  $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ , 则  $\angle DAB + \angle DBA = 90^\circ$ .

$\because$  四边形  $ABDC$  内接于  $\odot O$ ,  $\therefore \angle ACD + \angle DBA = 180^\circ$ .

$\because \angle ACD + \angle ECD = 180^\circ$ ,  $\therefore \angle ECD = \angle DBA$ .

(7 分)

$\because \angle CDE + \angle ECD = 90^\circ$ ,  $\angle DBA + \angle DAB = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle CDE = \angle DAB$ .

$\because$  由 (1) 知  $\angle BAD = \angle EAD$ ,  $\therefore \angle CDE = \angle EAD$ ,

$\therefore \triangle CDE \sim \triangle DAE$ ,  $\therefore \frac{CE}{ED} = \frac{ED}{AE}$ ,  $\therefore AE = \frac{8}{3}$ . (9 分)

20. (1) 280 (300 + 20x) (4 分)

【解析】涨价 2 元时,每日的销售量为  $300 - 10 \times 2 = 280$  (件); 降价  $x$  元时,每日的销售量为  $(300 + 20x)$  件.

(2)【解】当按原价售卖时,每日卖 300 件时,利润为  $300 \times (60 - 40) = 6\,000$  (元),  $\therefore$  定价为 60 元时,每日可获得 6 000 元利润;

当涨价时,设涨了  $m$  元. 由题意可得  $(20 + m) \cdot (300 - 10m) = 6\,000$ , 解得  $m_1 = 0$  (舍去),  $m_2 = 10$ . 这时定价为  $60 + 10 = 70$  (元);

当降价时,设降了  $n$  元. 由题意可得  $(20 - n) \cdot (300 + 20n) = 6\,000$ , 解得  $n_1 = 0$  (舍去),  $n_2 = 5$ . 这时定价为  $60 - 5 = 55$  (元).

综上,定价为 55 元或 60 元或 70 元时,每日可获得 6 000 元利润. (7 分)

6 000 元不是每日最大利润,每日最大利润为 6 250 元. (9 分)

涨价时,设每日利润为  $w_1$  元,则  $w_1 = (20 + m) \cdot (300 - 10m)$ , 易得  $w_{1\text{最大}} = 6\,250$ ; 降价时,设每日最大利润为  $w_2$  元,则  $w_2 = (20 - n) \cdot (300 + 20n)$ , 易得  $w_{2\text{最大}} = 6\,125$ ,  $\therefore$  6 000 元不是每日最大利润,每日最大利润为 6 250 元.

21. (1)  $y = x + 5$      $y = -\frac{4}{x}$  (4 分)

【解析】将点  $B(-4, 1)$  代入  $y = x + b$ , 解得  $b = 5$ ,  $\therefore$  一次函数的解析式为  $y = x + 5$ ; 将点  $B(-4, 1)$  代入  $y = \frac{k}{x}$ , 解得  $k = -4$ ,  $\therefore$  反比例函数的解析式为  $y = -\frac{4}{x}$ .

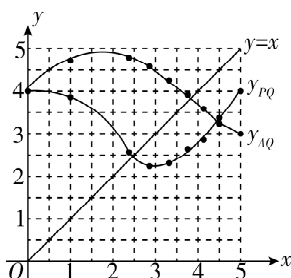
(2)【解】 $\because$  点  $A(m, 4)$  在  $y = -\frac{4}{x} (x < 0)$  的图象上,  $\therefore -\frac{4}{m} = 4$ , 解得  $m = -1$ ,  $\therefore A(-1, 4)$ . (6 分)

由点  $P$  是线段  $AB$  上一点, 可得点  $P(n, n + 5)$ , 且  $-4 \leq n \leq -1$ , 则  $S = \frac{1}{2} OD \cdot PD = \frac{1}{2} (-n) \cdot (n + 5) = -\frac{1}{2} \left( n + \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{25}{8}$ ,  $\therefore n = -\frac{5}{2}$  时,  $S_{\text{最大}} = \frac{25}{8}$ ; 当  $n = -4$  或  $-1$  时,  $S_{\text{最小}} = 2$ ,  $\therefore 2 \leq S \leq \frac{25}{8}$ . (9 分)

22. (1) 4    3 (4 分)

【解析】当  $AP=0$  时, 点  $A, P$  重合,  $\therefore PQ=AQ=4\text{ cm}$ ; 当  $AP=5\text{ cm}$  时, 点  $B, P$  重合.  $\therefore AC=3\text{ cm}$ ,  $AB$  是直径,  $\therefore$  点  $C, Q$  重合,  $\therefore AQ=AC=3\text{ cm}$ .

【解】(2) 函数  $y_{AQ}, y_{PQ}$  的图象如图所示.



(8 分)

(3) 如图, 画出  $y=x$  的图象. 当  $AP \neq 0$  时, 在图象的三个交点处,  $\triangle APQ$  有两条边相等, 即  $\triangle APQ$  是等腰三角形, 这时  $AP$  的长度约为  $2.50\text{ cm}$  或  $3.78\text{ cm}$  或  $4.45\text{ cm}$ . (误差在  $0.20\text{ cm}$  内均可)

(10 分)

23. 【解】(1) 已知: 如题图 1,  $\angle AOC = \angle BOC$ ,  $P$  在  $OC$  上,  $PD \perp OA$  于  $D$ ,  $PE \perp OB$  于  $E$ .

求证:  $PD = PE$ . (2 分)

证明: 在  $\triangle OPD$  和  $\triangle OPE$  中,

$$\begin{cases} \angle POD = \angle POE, \\ \angle PDO = \angle PEO = 90^\circ, \\ OP = OP, \end{cases} \therefore \triangle OPD \cong \triangle OPE$$

(AAS),  $\therefore PD = PE$ . (3 分)

(2) 结论:  $PC = PD$ ; 四边形  $OCPD$  的面积为

$$\frac{1}{2}OP^2. \quad (4 \text{ 分})$$

证明: 如图 1, 过点  $P$  作  $PE \perp OA$  于  $E$ ,  $PF \perp OB$  于  $F$ ,

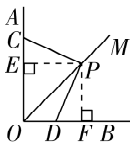


图 1

则  $\angle CEP = \angle DFP = 90^\circ$ .

$\therefore P$  在  $\angle AOB$  的平分线  $OM$  上,  $\therefore PE = PF$ .

$\therefore \angle AOB = \angle PFD = \angle PEO = 90^\circ$ ,

$\therefore$  四边形  $OEPF$  是正方形.

$\therefore$  四边形  $ODPC$  的内角和为  $360^\circ$ ,

$$\therefore \angle COD + \angle CPD + \angle OCP + \angle ODP = 360^\circ.$$

$$\because \angle AOB = \angle CPD = 90^\circ, \therefore \angle OCP + \angle ODP = 180^\circ. \because \angle PDF + \angle ODP = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OCP = \angle PDF, \therefore \triangle CEP \cong \triangle DFP,$$

$$\therefore CP = DP, S_{\triangle CEP} = S_{\triangle DFP},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}OCPD} = S_{\triangle CEP} + S_{\text{四边形}OEPD} = S_{\triangle DFP} +$$

$$S_{\text{四边形}OEPD} = S_{\text{正方形}OEPF} = \frac{1}{2}OP^2. \quad (6 \text{ 分})$$

$$(3) \angle AOB \text{ 和 } \angle CPD \text{ 互补.} \quad (7 \text{ 分})$$

证明:如图 2,作  $PE \perp OA$  于  $E$ ,  $PF \perp OB$  于  $F$ .

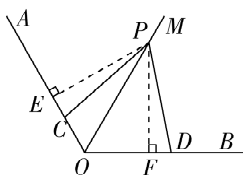


图 2

$$\because OM \text{ 平分 } \angle AOB, \therefore PE = PF. \text{ 又 } \because PC = PD,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle CEP \cong \text{Rt} \triangle DFP (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle CPE = \angle DPF, \therefore \angle CPE + \angle CPF = \angle DPF + \angle CPF, \text{ 即 } \angle EPF = \angle CPD.$$

$$\because \angle EPF + \angle OEP + \angle OFP + \angle AOB = 360^\circ,$$

$$\angle OEP = \angle OFP = 90^\circ, \therefore \angle EPF + \angle AOB =$$

$$\angle AOB + \angle CPD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB \text{ 和 } \angle CPD \text{ 互补.} \quad (10 \text{ 分})$$