

2022 年河南省普通高中 招生考试数学预测卷(一)



快速对答案

1. B 2. D 3. A 4. C 5. B 6. B 7. C 8. B
9. B 10. A 11. 0 12. $2(6+x) = 10 + (8-x)$
13. $\frac{1}{3}$ 14. $\frac{4\pi}{9} + 4$ 15. 3 16. (1) $1 \leq x < 2$ (2) $-a$
17. (1) 20 40 (2) 108° 补全频数分布直方图见
解析 (3) 210 所 18. 24.9 米 19. (1) $y = -\frac{3}{x}$
(2) $y_a < y_b$ 20. (1) 4 米 (2) $\frac{\sqrt{190}}{5}$ 米
21. (1) A 型 480 元, B 型 600 元 (2) 见解析
22. (1) $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 3$, 顶点坐标为
 $(-\frac{5}{2}, \frac{1}{8})$ (2) $-3 \leq x_Q \leq -2$
23. (1) SSS 同位角相等, 两直线平行 (2) 见解析
(3) $2\sqrt{13}$ 或 $2\sqrt{43}$



重点题目解析

9. B 【解析】由题图可知, $MQ = 4$. 当 $t = 1$ 时, $y = \frac{3}{2}$, 此时 $EQ = 1$, $MF = k$, 过点 F 向 MQ 作垂线, 交 MQ 于点 G , 则 $S_{\triangle MEF} = \frac{1}{2} \times (4-1) \cdot GF = \frac{3}{2}$,
 $\therefore GF = 1$. $\because MP = k \cdot MQ$, $FG \parallel QP$, $\therefore MF = k \cdot MG = k$, $\therefore MG = 1$, 则 $\angle GMF = \angle GFM = 45^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle MGF$ 中, 由勾股定理得 $MF = k = \sqrt{2}$, 则矩形 $MNPQ$ 为正方形, $MP = 4\sqrt{2}$.
 \therefore 当 $t = 6$ 时, 点 E 在 MP 上, 点 F 在 PN 上, 此时过点 F 向 MP 作垂线, 交 MP 于点 H .
在正方形 $MNPQ$ 中, $\angle FPM = 45^\circ$, 则 $\triangle FPH$ 为等腰直角三角形,
 $FP = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, $ME = 6 - 4 = 2$,
 $\therefore FH = HP = 2$, \therefore 此时 $S_{\triangle MEF} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$,
即当 $t = 6$ 时, $y = 2$.
故选 B.

10. A 【解析】 $\because A(0, \sqrt{3})$, $C(3, 0)$, $\angle ABC = 60^\circ$,

$$\angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore BO = 1, \text{ 则 } BC = 4.$$

$$\text{在 Rt} \triangle AOC \text{ 中, } AO = \sqrt{3}, OC = 3,$$

$$\therefore \angle ACO = 30^\circ, AC = 2\sqrt{3}.$$

\because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 点 P 为 AD 边中点, $\triangle APM$ 是等腰三角形且 $AM = PM$,

$$\therefore \angle CAD = \angle ACO = 30^\circ, AP = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC = 2.$$

$$\text{又} \because \text{易得 } AP = \sqrt{3}AM,$$

$$\therefore AM = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore MC = 2\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

根据 $\triangle MQC$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 可分以下两种情况讨论:

$$\textcircled{1} \text{ 当 } \triangle MQC \sim \triangle ABC \text{ 时, 则 } \frac{MC}{AC} = \frac{CQ}{BC},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{CQ}{4}, \text{ 解得 } CQ = \frac{8}{3},$$

$$\therefore OQ = \frac{1}{3}, \text{ 则 } Q\left(\frac{1}{3}, 0\right);$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } \triangle QMC \sim \triangle ABC \text{ 时, 则 } \frac{MC}{BC} = \frac{CQ}{AC},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{4} = \frac{CQ}{2\sqrt{3}}, \text{ 解得 } CQ = 2,$$

$$\therefore OQ = 1, \text{ 则 } Q(1, 0).$$

综上所述, 点 Q 的坐标为 $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ 或 $(1, 0)$. 故选 A.

$$14. \frac{4\pi}{9} + 4 \quad \text{【解析】} \because \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle ABC,$$

$\angle A = 40^\circ, \angle ABC = 120^\circ, \therefore \angle C = 20^\circ$. 由题可知 $BD = DE, D$ 为 BC 的中点, $BC = 4, \therefore DB = DC = DE = 2, \therefore \angle DEC = \angle C = 20^\circ, \therefore \angle BDE = \angle DEC + \angle C = 40^\circ, \therefore$ 扇形 BDE 的周长为

$$\frac{40\pi \times 2}{180} + 4 = \frac{4\pi}{9} + 4, \text{ 故答案为 } \frac{4\pi}{9} + 4.$$

$$15. 3 \quad \text{【解析】连接 } AD, \text{ 设 } OA \text{ 与 } CD \text{ 相交于点 } N.$$

$$\because \angle AOB = \angle COD = 90^\circ, \angle B = \angle OCD,$$

$$\therefore \triangle DOC \sim \triangle AOB,$$

$$\therefore \angle ODC = \angle OAC.$$

$$\because \angle DNO = \angle ANC,$$

$$\therefore \triangle DON \sim \triangle ACN,$$

$$\therefore \frac{DN}{AN} = \frac{ON}{CN}.$$

$$\because \angle DNA = \angle ONC,$$

$$\therefore \triangle DAN \sim \triangle OCN,$$

$$\therefore \angle DAN = \angle OCN.$$

$$\because \text{在 Rt} \triangle ODC \text{ 中, } \angle DCO + \angle ODC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAN + \angle BAO = 90^\circ, \text{ 即 } \angle DAC = 90^\circ.$$

\because 点 M 是 DC 的中点,

$$\therefore AM = \frac{1}{2}DC.$$

$$\text{又} \because \triangle DOC \sim \triangle AOB,$$

$$\therefore \frac{DC}{AB} = \frac{OC}{OB},$$

\therefore 当 $OC \perp AB$ 时, OC 最短, 此时 DC 最短, 线段 AM 取得最小值.

$$\text{当 } OC \perp AB \text{ 时, } \frac{1}{2}OC \cdot AB = \frac{1}{2}OA \cdot OB. \because OA = 6,$$

$$AB = 8,$$

$$\therefore \text{由勾股定理得 } OB = 2\sqrt{7},$$

$$\therefore OC = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{3\sqrt{7}}{2}.$$

$$\therefore \frac{DC}{AB} = \frac{OC}{OB}, \text{ 即 } \frac{DC}{8} = \frac{\frac{3\sqrt{7}}{2}}{2\sqrt{7}},$$

$$\text{解得 } DC = 6,$$

$$\therefore AM = \frac{1}{2} \times 6 = 3. \text{ 故答案为 } 3.$$

$$16. \text{【解】} (1) \begin{cases} 2x - 1 < 3, & \text{①} \\ -x + 2 \leq 1. & \text{②} \end{cases} \text{由不等式①, 得 } x < 2,$$

$$\text{由不等式②, 得 } x \geq 1.$$

$$\text{所以不等式组的解集为 } 1 \leq x < 2. \quad (5 \text{ 分})$$

$$(2) \text{原式} = \frac{a(a-1)}{(a-1)(a+1)} \div \frac{a-(a+1)}{a+1}$$

$$= \frac{a}{a+1} \div \frac{-1}{a+1}$$

$$= -a. \quad (10 \text{ 分})$$

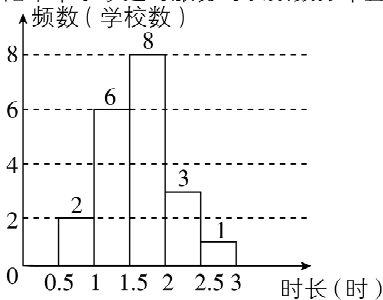
$$17. (1) 20 \quad 40 \quad (3 \text{ 分})$$

【解析】 $2 \div 10\% = 20$ (所), $8 \div 20 \times 100\% = 40\%$, 即 $m = 40$.

【解】(2) $20 - 2 - 8 - 3 - 1 = 6$ (所), 则 B 组扇形圆心角的度数为 $360^\circ \times \frac{6}{20} = 108^\circ$. (4 分)

补全频数分布直方图如图:

洛阳市中小学延时服务时长频数分布直方图



(6 分)

(3) $300 \times \frac{6+8}{20} = 210$ (所).

答: 延时服务在最佳时长的学校约有 210 所.

(9 分)

18. 【解】延长 CD 交 MN 于点 E , 则 $\angle CEM = 90^\circ$, $CE \parallel AN$, 易得四边形 $ABDC$ 和四边形 $ANEC$ 均为矩形.

由题意可知 $AC = BD = EN = 2$ 米, $AB = CD$, $AN = CE$.

在 $\text{Rt} \triangle EMC$ 中, $ME = 40 - 2 = 38$ (米), $\angle MCE = 30^\circ$, $\tan 30^\circ = \frac{ME}{EC}$, 即 $EC = \frac{ME}{\tan 30^\circ} = 38 \times \sqrt{3} \approx 65.74$ (米). (4 分)

在 $\text{Rt} \triangle EMD$ 中, $\angle MDE = 43^\circ$,

$\tan 43^\circ = \frac{ME}{ED}$, 即 $ED = \frac{ME}{\tan 43^\circ} \approx \frac{38}{0.93} \approx 40.86$ (米). (7 分)

$\therefore AB = CD = EC - ED \approx 65.74 - 40.86 \approx 24.9$ (米).

答: 凉亭 A, B 之间的距离约为 24.9 米. (9 分)

19. 【解】(1) 由题意可知, 直线 $y = -1$ 与反比例函数图象相交于点 B , 则 B 点坐标为 $(3, -1)$.

\therefore 点 B 在反比例函数图象上,

$\therefore k = 3 \times (-1) = -3$. (3 分)

即反比例函数解析式为 $y = -\frac{3}{x}$. (5 分)

(2) 由图象可知, $y_a < y_b$. (9 分)

20. 【解】(1) 如图 1, 连接 MO 并延长交 AB 于点 E ,

交 $\odot O$ 于点 F .

由题意可知, ME 垂直平分 AB , $EF=1$ 米,

$\therefore AE=BE=2$ 米.

设 $\odot O$ 半径为 r 米,则 $OE=OF-EF=(r-1)$ 米.

在 $\text{Rt}\triangle OAE$ 中,由勾股定理得 $AO^2=AE^2+OE^2$,

即 $r^2=2^2+(r-1)^2$,解得 $r=\frac{5}{2}$, (3分)

$\therefore ME=MF-EF=5-1=4$ (米). (4分)

即圆上点到水面 AB 的最大距离为4米.

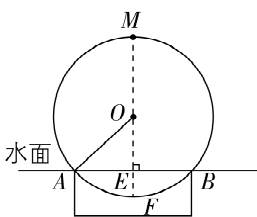


图 1

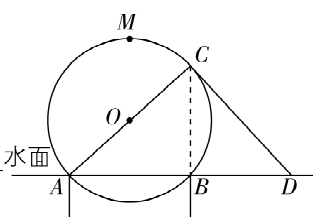


图 2

(2)如图2,连接 BC .

由题意可知, AC 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ABC=90^\circ$.

$\because CD$ 为 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle ACD=90^\circ$,

$\therefore \angle ACB+\angle BCD=\angle CAB+\angle ACB$,

$\therefore \angle BCD=\angle CAB$.

$\because \angle ABC=\angle CBD=90^\circ$,

$\therefore \triangle CDB\sim\triangle ACB$, (6分)

$\therefore \frac{BC}{AB}=\frac{BD}{BC}$,即 $BC^2=AB\cdot BD$,

$\therefore BC^2=14.4$. (8分)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,由勾股定理得

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\frac{2\sqrt{190}}{5}$ 米, $\therefore \odot O$ 的半径为

$\frac{\sqrt{190}}{5}$ 米. (9分)

21.【解】(1)设A型抽水机的单价为 x 元,B型抽水机的单价为 y 元.

由题意可知, $\begin{cases} 5x+2y=3\ 600, \\ 2x+3y=2\ 760, \end{cases}$ (2分)

解得 $\begin{cases} x=480, \\ y=600. \end{cases}$

答:该商店A型抽水机的单价为480元,B型抽

水泵的单价为 600 元. (4 分)

(2) 设购买 A 型抽水泵 m 台, 则购买 B 型抽水泵 $(6-m)$ 台.

由题意得 $m \leq 2(6-m)$,

解得 $m \leq 4$. (6 分)

设购买这两种型号抽水泵的总费用为 W 元, 则

$$W = (480 - 40)m + 600 \times 0.8(6 - m) = 2880 - 40m. \quad (8 \text{ 分})$$

$\because -40 < 0, \therefore W$ 随 m 的增大而减小,

\therefore 当 $m = 4$ 时, 总费用最低, 此时 $6 - m = 2$,

$$W_{\text{最小}} = 2880 - 40 \times 4 = 2720 \text{ (元)}.$$

答: 购买 A 型抽水泵 4 台, B 型抽水泵 2 台时, 总费用最低, 最低为 2720 元. (9 分)

22. 【解】(1) 将 $P(-2, 0)$ 代入 $y = mx^2 + 5mx - 3$, 得 $0 = 4m - 10m - 3$,

$$\text{解得 } m = -\frac{1}{2}. \quad (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{新抛物线的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 3, \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{顶点坐标为 } \left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{8}\right). \quad (5 \text{ 分})$$

(2) \because 点 Q 为抛物线 $y = mx^2 + 5mx - 3$ 上一动点,

$$\therefore \text{由 (1) 可知 } y_Q \leq \frac{1}{8}. \quad (6 \text{ 分})$$

\because 直线 $QA \perp x$ 轴, 交直线 $y = 2$ 于点 A ,

$$\therefore y_A = 2, \quad (7 \text{ 分})$$

$$\therefore QA = y_A - y_Q = 2 - y_Q.$$

又 $\because QA \leq 2$,

$$\therefore 2 - y_Q \leq 2, \text{ 即 } y_Q \geq 0,$$

$$\therefore 0 \leq y_Q \leq \frac{1}{8}. \quad (9 \text{ 分})$$

$$\text{当 } y_Q = 0 \text{ 时, } -\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 3 = 0, \text{ 解得 } x_1 = -3, \\ x_2 = -2,$$

$$\therefore \text{当 } 0 \leq y_Q \leq \frac{1}{8} \text{ 时, } -3 \leq x_Q \leq -2,$$

\therefore 若 $QA \leq 2$, 满足条件的点 Q 横坐标的取值范围是 $-3 \leq x_Q \leq -2$. (10 分)

23. (1) SSS 同位角相等, 两直线平行 (2 分)

【解】(2) 正确. 根据题意作图:

- ①以点 A 为圆心, OB 长度为半径画弧;
- ②以点 B 为圆心, OA 长度为半径画弧, 与①中的弧在 $\angle NOM$ 内部交于点 D ;
- ③作射线 AD 交 BC 于点 G , 连接 BD , 如图 1.

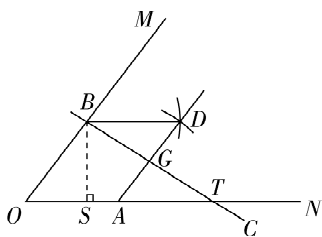


图 1

由作图可知, $AD = OB$, $OA = BD$,
 \therefore 四边形 $AOBD$ 为平行四边形,
 $\therefore OB \parallel AD$, 即 $AG \parallel OM$. (4 分)

过点 B 作 $BS \perp ON$ 于点 S , 如图 1.

$$\because \sin \angle MON = \frac{4}{5}, \text{ 且 } OB = 5,$$

$$\therefore BS = 4.$$

$$\text{又 } \because AG \parallel OM,$$

$$\therefore \triangle AGT \sim \triangle OBT,$$

$$\text{相似比为 } \frac{AT}{OT} = \frac{8-4}{8} = \frac{1}{2}, \quad (6 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{点 } G \text{ 到 } ON \text{ 的距离为 } \frac{1}{2} \times 4 = 2. \quad (8 \text{ 分})$$

$$(3) AH \text{ 的长度为 } 2\sqrt{13} \text{ 或 } 2\sqrt{43}. \quad (10 \text{ 分})$$

①当点 H 在 $\angle MON$ 内部时, 如图 2.

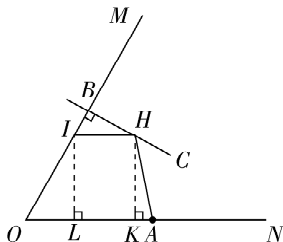


图 2

过点 H, I 分别作 $HK \perp ON$ 于点 K , $IL \perp ON$ 于点 L .

$$\because OA = 10, \frac{HI}{OA} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore HI = 4.$$

$$\because \angle NOM = 60^\circ, HI \parallel ON,$$

$$\therefore \angle BIH = \angle NOM = 60^\circ.$$

$$\text{又 } \because OB = 10, BC \perp OM,$$

$$\therefore BI = \frac{1}{2}HI = 2, \text{ 则 } IO = 10 - 2 = 8,$$

$$\therefore OL = \frac{1}{2}IO = 4, IL = \frac{\sqrt{3}}{2}IO = 4\sqrt{3}.$$

$$\because HK \perp ON, IL \perp ON, HI \parallel ON,$$

$$\therefore \text{四边形 } ILKH \text{ 为矩形},$$

$$\therefore LK = IH = 4, HK = IL = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore AK = 2,$$

$$\therefore \text{在 Rt } \triangle AHK \text{ 中, } AH = \sqrt{AK^2 + HK^2} = \sqrt{2^2 + (4\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{13}.$$

②当点 H 在 $\angle MON$ 外部时,如图 3,

$$\text{方法同①, } AH = \sqrt{AK^2 + HK^2} = \sqrt{8^2 + (6\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{43}.$$

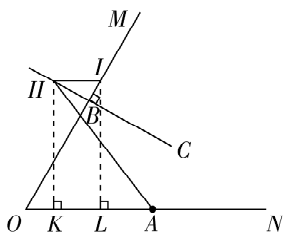


图 3

综上, AH 的长度为 $2\sqrt{13}$ 或 $2\sqrt{43}$.