2023 年河南省普通高中招生考试 数学押题卷（四）

参考答案及评分标准

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	D	B	D	C	A	B	A	C

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

11. 0（答案不唯一）

12. $-2<x\leqslant 1$

13. 10

14. $\frac{2\pi}{3}$

15. $\frac{3}{5}$

三、解答题（本大题共 8 个小题，共 75 分）

16.【解】（1）原式 $=4-1-2\sqrt{2}$

$=3-2\sqrt{2}$.　　（5 分）

（2）原式 $=\frac{x-2}{x+1}\div\left[1-\frac{2x+5}{(x+1)^2}\right]$

$=\frac{x-2}{x+1}\div\left[\frac{x^2+2x+1}{(x+1)^2}-\frac{2x+5}{(x+1)^2}\right]$

$=\frac{x-2}{x+1}\div\left[\frac{x^2+2x+1-2x-5}{(x+1)^2}\right]$

$=\frac{x-2}{x+1}\div\frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)^2}$

$=\frac{x-2}{x+1}\cdot\frac{(x+1)^2}{(x+2)(x-2)}$

$=\frac{x+1}{x+2}$.　　（5 分）

17.（1）20　2　0.30　　（3 分）

解析 被抽取的学生总数为 $3\div0.15=20$，$a=20\times0.10=2$. C 组频数为 $20-3-5-4-2=6$，所以 $b=6\div20=0.30$.

【解】（2）他说得不对. 理由如下：　　（4 分）

由频数分布表可知所抽取学生成绩的中位数落在 C 组，∴ 中位数不低于 70 分，即有一半的学生的成绩在 70 分及 70 分以上.

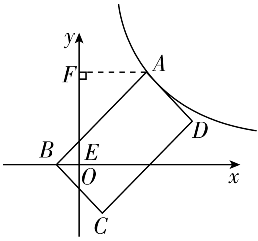
因为该同学测试成绩为 65 分，低于 70 分，所以一半多的学生都考得比他好，故他说得不对.

（6 分）

(3)所抽取学生的成绩大于等于 85 分的共有 2+2=4(人),所以可估计该校八年级 300 名学生此次测试成绩为优秀的人数是$\frac{4}{20}\times300=60$.

答:估计该校八年级此次测试成绩为优秀的人数是 60.　　(9 分)

18.【解】(1)如图,过点 A 作 $AF\perp y$ 轴于点 F,则 $AF/\!/x$ 轴,$\therefore\triangle BOE\backsim\triangle AFE$.



$\because B(-1,0),E(0,1)$,

$\therefore OB=OE=1$,$\therefore BE=\sqrt{2}$.

又$\because AB=4\sqrt{2}$,$\therefore AE=3\sqrt{2}$,$\therefore\frac{BO}{AF}=\frac{EO}{EF}=\frac{BE}{AE}=\frac{1}{3}$,

$\therefore AF=EF=3$,$\therefore A(3,4)$.

把点 $A(3,4)$代入 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$,得 $k=12$,$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{12}{x}$.　　(4 分)

(2)$AG/\!/BD$. 理由如下:　　(5 分)

$\because$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AC=BD$,$\therefore OA=OD$,$\therefore\angle OAD=\angle ODA$.

又由对称性可知 AD 平分$\angle OAG$,

$\therefore\angle OAD=\angle DAG$,$\therefore\angle ODA=\angle DAG$,

$\therefore AG/\!/BD$.　　(9 分)

19.【解】(1)$a=\frac{45.2^\circ+44.8^\circ}{2}=45^\circ$,

$b=\frac{7.5+7.3}{2}=7.4(\mathrm{m})$.

多次测量的原因是多次测量求平均值可以减少测量误差,提高结果的准确率.　　(4 分)

(2)设塔高 $AB=x$ m. $\because CD=1.5$,$\therefore BE=CD=1.5$,则 $AE=AB-BE=x-1.5$.

在 Rt$\triangle AEC$ 中,$\because\angle ACE=41^\circ$,$\therefore\tan41^\circ=\frac{AE}{EC}=\frac{x-1.5}{EC}$,$\therefore EC=\frac{x-1.5}{\tan41^\circ}$.

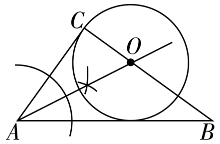
在 Rt$\triangle AEM$ 中,$\because\angle AME=45^\circ$,$\therefore\tan45^\circ=\frac{AE}{EM}=\frac{x-1.5}{EM}$,$\therefore EM=\frac{x-1.5}{\tan45^\circ}$.　　(6 分)

又$\because EC-EM=MC=ND$,$\therefore\frac{x-1.5}{\tan41^\circ}-\frac{x-1.5}{\tan45^\circ}=7.4$,

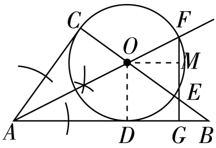
即$\frac{x-1.5}{0.87}-(x-1.5)=7.4$,解得 $x\approx51$.　　(8 分)

答:文峰塔的高度约为 51 m.　　(9 分)

20.【解】(1)如图(1)所示,$\odot O$ 即为所作.


图(1)　　(2 分)

(2)如图(2),连接 OD. $\because AB$ 是 $\odot O$ 的切线,切点为 D, $\therefore \angle ODG=90°$. 过点 O 作 $OM\perp FG$ 交 FG 于点 M,


图(2)

$\therefore \angle GMO=90°, FM=ME=\frac{1}{2}EF=2$.　　(4 分)

$\because FG\perp AB$, $\therefore \angle DGM=90°$, $\therefore$ 四边形 $ODGM$ 是矩形, $\therefore OM=DG=4$.　　(5 分)

在 $Rt\triangle OFM$ 中,由勾股定理可得 $OF=2\sqrt{5}$,即 $\odot O$ 的半径 r 为 $2\sqrt{5}$.　　(6 分)

$\because OM/\!/AB$, $\therefore \triangle OFM\backsim\triangle AOD$, $\therefore \frac{OM}{AD}=\frac{FM}{OD}$,即 $\frac{4}{AD}=\frac{2}{2\sqrt{5}}$, $\therefore AD=4\sqrt{5}$.　　(8 分)

又$\because AC, AD$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore AC=AD=4\sqrt{5}$.

(9 分)

21.【解】(1)设 A 种菊花每盆 x 元,则 B 种菊花每盆 $(x-2)$ 元.

根据题意得 $\frac{560}{x-2}-\frac{600}{x}=10$,解得 $x_1=10, x_2=-12$.

经检验, $x_1=10, x_2=-12$ 都是原分式方程的解.

$\because x_2=-12<0$,不合题意,舍去, $\therefore x=10$,即 A 种菊花每盆 10 元,B 种菊花每盆 $10-2=8$(元).

答:A 种菊花每盆 10 元,B 种菊花每盆 8 元.

(3 分)

(2)①单独去甲基地购买:

当 $0<m\leqslant 10$ 时, $y_{甲}=10m+8(120-m)=2m+960$.

(4 分)

当 $10<m<120$ 时, $y_{甲}=10\times 10+0.7\times 10(m-10)+8\times(120-m)=-m+990$,

$\therefore y_{甲}=\begin{cases}2m+960(0<m\leqslant 10),\\-m+990(10<m<120).\end{cases}$

单独去乙基地购买: $y_{乙}=0.9[10m+8(120-m)]=1.8m+864(0<m<120)$.　　(6 分)

②当 $0<m\leqslant 10$ 时,去甲基地购买两种菊花都不打折,去乙基地购买两种菊花都打折, $\therefore$ 去乙基

地购买更划算.

当 $10<m<120$ 时:

当 $y_{甲}>y_{乙}$ 时,$-m+990>1.8m+864$,解得 $m<45$.

$\therefore$ 当 $10<m<45$ 时,去乙基地购买更划算;

当 $y_{甲}=y_{乙}$ 时,$-m+990=1.8m+864$,解得 $m=45$.

$\therefore$ 当 $m=45$ 时,去甲、乙基地购买一样划算;

当 $y_{甲}<y_{乙}$ 时,$-m+990<1.8m+864$,解得 $m>45$.

$\therefore$ 当 $45<m<120$ 时,去甲基地购买更划算.

(8 分)

综上所述,当购买 A 种菊花数量不超过 45 盆时,去乙基地购买更划算;当购买 A 种菊花数量等于 45 盆时,去甲、乙基地购买一样划算;当购买 A 种菊花数量大于 45 盆且小于 120 盆时,去甲基地购买更划算. (9 分)

22.【解】(1)$\because$ 直线 BC 的解析式为 $y=kx-3$,

$\therefore C(0,-3)$.

$\because A(-1,0)$,抛物线的对称轴为直线 $l:x=1$,

$\therefore B(3,0)$,

$\therefore$ 设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$.

将 $C(0,-3)$ 代入,得 $-3a=-3$,解得 $a=1$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$. (2 分)

(2)$\because$ 点 M 在直线 l 上,$\therefore$ 设 $M(1,m)$.

$\because A(-1,0)$,$C(0,-3)$,$\therefore MA=\sqrt{4+m^2}$,$MC=\sqrt{1+(m+3)^2}=\sqrt{m^2+6m+10}$,$AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

$\because \triangle MAC$ 是以 AC 为腰的等腰三角形,

$\therefore$ 分两种情况讨论:

①当 $MA=AC$ 时,$4+m^2=10$,解得 $m=\pm\sqrt{6}$,

$\therefore M(1,\sqrt{6})$ 或 $(1,-\sqrt{6})$.

②当 $MC=AC$ 时,$m^2+6m+10=10$,解得 $m=0$ 或 -6.

$\because A(-1,0)$,$C(0,-3)$,

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y=-3x-3$,$\therefore$ 当 $x=1$ 时,$y=-6$,$\therefore$ 当 $m=-6$ 时,点 M 在直线 AC 上,不能组成三角形,$\therefore m=-6$ 不符合题意,

$\therefore MC=AC$ 时,点 M 的坐标为 $(1,0)$.

综上所述,点 M 的坐标为 $(1,\sqrt{6})$ 或 $(1,-\sqrt{6})$ 或 $(1,0)$. (6 分)

(3)将 $B(3,0)$ 代入 $y=kx-3$,得 $k=1$,

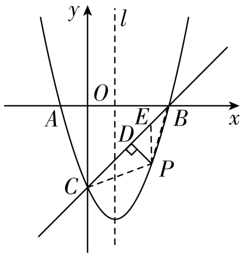
$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=x-3$.

$\because B(3,0)$,$C(0,-3)$,$\therefore BC=3\sqrt{2}$.

$\because$ 点 P 是抛物线上位于直线 BC 下方的一动点，

$\therefore$ 设 $P(n,n^2-2n-3)(0<n<3)$.

如图，连接 PB，PC，过点 P 作 $PE/\!/y$ 轴，交 BC 于点 E，则 $E(n,n-3)$，$\therefore PE=n-3-(n^2-2n-3)=-n^2+3n$，$\therefore S_{\triangle PBC}=\dfrac{PE\cdot OB}{2}=$



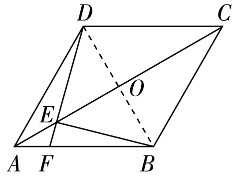
$-\dfrac{3}{2}(n^2-3n)$，$\therefore PD=\dfrac{2S_{\triangle PBC}}{BC}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}(n^2-3n)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(n-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{9\sqrt{2}}{8}$，

$\therefore$ 当 $n=\dfrac{3}{2}$ 时，PD 的长有最大值，最大值为 $\dfrac{9\sqrt{2}}{8}$，

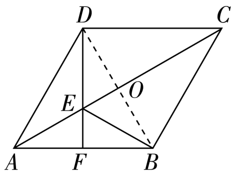
此时点 P 的坐标为 $\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{15}{4}\right)$.　　（10 分）

23. (1) $BE=DE$　$DF\perp AB$　　（2 分）

解析 如图(1)，连接 BD 交 AC 于点 O. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore BO=DO$. 又 $\because BE=DE$，$OE=OE$，$\therefore \triangle BEO\cong\triangle DEO$(SSS)，$\therefore \angle BEC=\angle DEC$. 又 $\because BE=DE$，$EC=EC$，$\therefore \triangle BEC\cong\triangle DEC$(SAS)，$\therefore BC=DC$，$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形. 当点 F 是 AB 的中点时，如图(2). $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore BC=AB=8$. $\because BD\perp AC$，$\therefore \angle AOB=90°$. 又 $\because AC=8\sqrt{3}$，$\therefore AO=\dfrac{1}{2}AC=4\sqrt{3}$，$\therefore$ 在 Rt$\triangle ABO$ 中，$\sin\angle ABO=\dfrac{AO}{AB}=\dfrac{4\sqrt{3}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore \angle ABO=60°$. 又 $\because AB=AD$，$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形. 又 $\because$ 点 F 是 AB 的中点，$\therefore DF\perp AB$.



图(1)



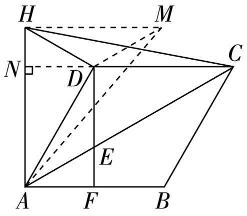
图(2)

【解】(2) 当点 H 在直线 CD 的上方时，如图(3). 把线段 DH 绕点 D 顺时针旋转 $120°$ 得线段 DM，连接 HM，AM，过点 D 作 $DN\perp AH$ 于点 N，$\therefore \angle MDH=120°$，$DM=DH$，$\therefore \angle DHM=30°$. 又 $\because \angle DHA=60°$，$\therefore \angle MHA=90°$. 由(1)知 $AD=CD$，$\angle ADC=120°$，$\therefore \angle ADC+\angle MDC=\angle MDH+\angle MDC$，即 $\angle ADM=\angle CDH$. 又 $\because DM=DH$，

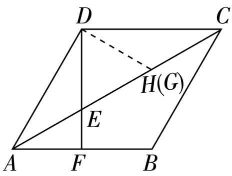
$\therefore \triangle ADM \cong \triangle CDH(\mathrm{SAS})$，$\therefore CH=AM$. 由(1)知 $DF\perp AB$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ADF$ 中，$\angle DAF=60°$，$AF=4$，$AD=8$，$\therefore DF=4\sqrt{3}$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AF/\!/CD$，$\therefore \triangle AFE\backsim\triangle CDE$，$\therefore \frac{EF}{DE}=\frac{AF}{CD}=\frac{1}{2}$，$\therefore DE=\frac{2}{3}DF=\frac{8\sqrt{3}}{3}$，$\therefore DH=DM=DE=\frac{8\sqrt{3}}{3}$，$\therefore MH=8$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle DHN$ 中，$\because \angle DNH=90°$，$\angle DHA=60°$，$\therefore \angle NDH=30°$，$\therefore HN=\frac{1}{2}DH=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$DN=4$. 又 $\because AD=8$，$\therefore$ 易得 $AN=4\sqrt{3}$，$\therefore AH=\frac{4\sqrt{3}}{3}+4\sqrt{3}=\frac{16\sqrt{3}}{3}$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle AMH$ 中，$AM^2=AH^2+MH^2=\left(\frac{16\sqrt{3}}{3}\right)^2+8^2$，$\therefore AM=\frac{8\sqrt{21}}{3}$，$\therefore CH=AM=\frac{8\sqrt{21}}{3}$. （6 分）

当点 H 在直线 CD 的下方时，如图(4). $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB=8$，$AC=8\sqrt{3}$，且由(1)易得 $\angle ADC=120°$，$\therefore AD=CD=8$，$\therefore \angle BAD=60°$，$\angle DAC=\angle DCA=30°$. 又 $\because \angle AFD=90°$，$\therefore \angle ADF=30°$，$\therefore \angle CDE=120°-30°=90°$，$DE=AE$. 取 CE 的中点 G，连接 DG，$\therefore DG=EG=GC=\frac{1}{2}EC$，$\therefore \angle EDG=\angle DEG$. 又 $\because \angle DEG=30°+30°=60°$，$\therefore \angle EDG=60°$，$\therefore \triangle DGE$ 是等边三角形，$\therefore DE=DG$，$\angle DGA=60°$，$\therefore$ 点 G 与点 H 重合，$\therefore CH=EH=DE=AE=\frac{1}{3}AC=\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

综上所述，$CH=\frac{8\sqrt{21}}{3}$ 或 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. （8 分）



图(3)



图(4)

(3)点 H 到 AC 的距离是 1 或 3. （10 分）

如图(5)，当点 H 在点 B 上方时，连接 BD，DE，BH，CH. 由题意可知，$\triangle BCD$，$\triangle BEH$ 是等边三角形，$\therefore BC=BD$，$BH=BE$，$\angle CBD=\angle HBE=60°$，易得 $\angle CBH=\angle EBD$，$\therefore \triangle CBH\cong\triangle DBE$，$\therefore CH=DE$.

由(1)知 $BE=DE$，$\therefore BE=CH$.

$\because BE=HE$，$\therefore HE=CH$，$\therefore \triangle CHE$ 是等腰三角形.

$\because AB=CD=8$，$AC=8\sqrt{3}$，$FD=1$，$\therefore CF=8-1=7$，$CR=RD=4$，$RF=3$.

$\because$ 在菱形 $ABCD$ 中，$AB/\!/CD$，即 $BM/\!/RF$，BR 向左平移得 FM，即 $BR/\!/FM$. 又$\because R$ 为等边$\triangle BCD$ 边 CD 的中点，$\therefore BR\perp CD$，$\therefore$ 四边形 $BRFM$ 是矩形，$\therefore BM=RF=3$，$AM=8-3=5$. $\because \triangle AME\backsim\triangle CFE$，

$\therefore \dfrac{AM}{CF}=\dfrac{AE}{CE}=\dfrac{ME}{EF}$，即 $\dfrac{5}{7}=\dfrac{8\sqrt{3}-CE}{CE}=\dfrac{ME}{4\sqrt{3}-ME}$，

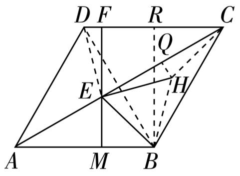
$\therefore CE=\dfrac{14\sqrt{3}}{3}$，$AE=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$，$ME=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BME$ 中，$BE^2=\left(\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2+3^2=\dfrac{52}{3}=HE^2$，

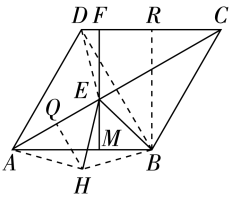
过点 H 作 $HQ\perp AC$ 于点 Q.

在 $\mathrm{Rt}\triangle HEQ$ 中，$EQ=\dfrac{1}{2}CE=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$，$HQ^2=HE^2-EQ^2=\dfrac{52}{3}-\left(\dfrac{7\sqrt{3}}{3}\right)^2$，$\therefore HQ=1$，

$\therefore$ 点 H 到 AC 的距离是 1.



图(5)



图(6)

如图(6)，当点 H 在点 B 下方时，连接 BD，DE，BH，AH.

由题意可知，$\triangle BAD$，$\triangle BEH$ 是等边三角形，由(1)可知 $\triangle BDE\cong\triangle BAH$，$\therefore$ 易推得 $HE=AH$，$\therefore \triangle AHE$ 是等腰三角形.

过点 H 作 $HQ\perp AC$ 于点 Q.

$\because AE=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$，$\therefore AH^2=HE^2=\dfrac{52}{3}$，$AQ=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$，$\therefore HQ=\sqrt{AH^2-AQ^2}=3$，即点 H 到 AC 的距离是 3.

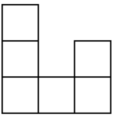
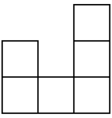
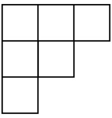
重点题目解析

1. A 解析 $-\dfrac{1}{3}$的绝对值是$\dfrac{1}{3}$，故选 A.

2. C 解析 47.74 亿用科学记数法表示为 4.774×10^9，故选 C.

3. D 解析 $(-a^2)^3=(-1)^3(a^2)^3=-a^6$，故 A 选项运算错误；$(a-2)^2=a^2-4a+4$，故 B 选项运算错

误;$3a$ 与 b 不是同类项,不能合并,故 C 选项运算错误;$2a^2\cdot(-a)=-2a^3$,故 D 选项运算正确. 故选 D.

4. B 解析 该立体图形的主视图为 ;左视图为 ;俯视图为 ,故选 B.

5. D 解析 这两组数据的中位数都是 $(12+15)\div 2=13.5$,没有变化. 这两组数据的众数都是 15,没有变化. 当一组数据中的一个数据变化时,平均数与方差均会变化. 故选 D.

6. C 解析 $\because AB/\!/DE$,$\therefore \angle ABE=\angle BED=45°$. 又 $\because \angle A=30°$,$\therefore \angle ABC=60°$,$\therefore \angle CBF=\angle ABC-\angle ABE=60°-45°=15°$,故选 C.

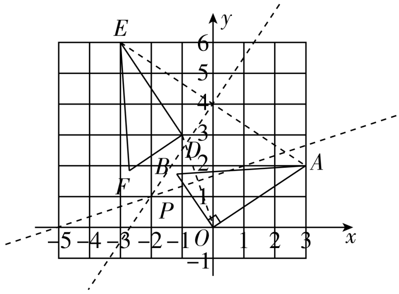
7. A 解析 由题图可知 $a>0,b>0$,$\therefore$ 方程 $ax^2-2x-b=0$ 是一元二次方程. $\because \Delta=4+4ab>0$,$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根,故选 A.

8. B 解析 根据题意得 $\begin{cases}2x+y=\dfrac{x}{2}+10\ 000,\\ x+2y=10\ 000-\dfrac{y}{2}.\end{cases}$

故选 B.

9. A 解析 如图,连接 DO,AE,分别作线段 DO,AE 的垂直平分线,两条垂直平分线的交点 P 即是旋转中心. $\because D(-1,3)$,$\therefore DO$ 所在直线的解析式为 $y=-3x$,DO 的中点为 $\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right)$,$\therefore$ 线段 DO 的垂直平分线的解析式为 $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}$. 同理得线段 AE 的垂直平分线的解析式为 $y=\dfrac{3}{2}x+4$. 联立两个解析式,得 $\begin{cases}y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3},\\ y=\dfrac{3}{2}x+4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-2,\\ y=1,\end{cases}$

$\therefore$ 旋转中心的坐标为 $(-2,1)$,故选 A.



10. C 【解析】直线 $l: y=2x+2$ 与 y 轴的交点为 $A(0,2)$，与 x 轴的交点为 $D(-1,0)$，可知 $OA=2, OD=1$. ∵ 正方形 $OABC$ 的边长为 2，∴ 当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，易证 $AE=x, AF=2x$，∴ $y=x^2$；当 $1<x\leqslant 2$ 时，$AE=x$，$\triangle AEF$ 的 AE 边上的高为 2，∴ $y=x$；当 $2<x\leqslant 3$ 时，$OF=x-1, FC=3-x$，易证 $CE=6-2x, BE=2x-4$，∴ $S_{\triangle AOF}=x-1, S_{\triangle FCE}=(3-x)^2, S_{\triangle ABE}=2x-4$，∴ $y=S_{正方形OABC}-S_{\triangle AOF}-S_{\triangle FCE}-S_{\triangle ABE}=-x^2+3x$. 对比四个选项，只有 C 选项中的图象符合题意. 故选 C.

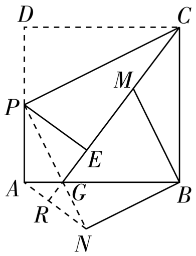
11. 0（答案不唯一） 【解析】因为 $x+1\geqslant 0$，且 $x-1\neq 0$，所以 $x\geqslant -1$ 且 $x\neq 1$，所以 x 的值可以取 0，答案不唯一.

12. $-2<x\leqslant 1$ 【解析】由 $3x-1\leqslant 2$，得 $x\leqslant 1$. 由 $\dfrac{x}{2}+1>0$，得 $x>-2$，所以不等式组的解集为 $-2<x\leqslant 1$.

13. 10 【解析】设从乙袋子取出的白球的个数为 x. 根据题意得 $\dfrac{20-x}{20+5+4}\geqslant \dfrac{1}{3}$，解得 $x\leqslant 10\dfrac{1}{3}$. ∵ x 取整数，∴ x 的最大值是 10，则从乙袋子取出的白球的个数最多为 10.

14. $\dfrac{2\pi}{3}$ 【解析】∵ $AB=1, BC=2, \angle ABC=90°$，∴ $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$. ∵ $S_{\triangle AEF}=S_{\triangle ABC}$，∴ $S_{阴影}=S_{扇形ACF}+S_{\triangle AEF}-S_{\triangle ABC}-S_{扇形ABE}=S_{扇形ACF}-S_{扇形ABE}=\dfrac{60\pi\times(\sqrt{5})^2}{360}-\dfrac{60\pi\times 1^2}{360}=\dfrac{2\pi}{3}$.

15. $\dfrac{3}{5}$ 【解析】如图，连接 AN，延长 CG 交 AN 于点 R. 当点 M 与点 C 重合时，点 N 与点 A 重合，∴ 当点 M 在线段 CG 上运动时，点 N 在直线 AN 上运动，



∴ 当 $GN\perp AN$ 时 GN 最小. ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $AB=BC$. 又∵ $BM=BN, \angle ABC=\angle MBN=90°$，∴ $\angle MBC=\angle ABN$，∴ $\triangle ABN\cong\triangle CBM$，∴ $\angle BCM=\angle BAN$. ∵ $\angle BGC=\angle AGR$，∴ $\angle ARG=\angle ABC=90°$，∴ $GR\perp AN$，∴ GR 的长就是 GN 的最小值. 连接 PG. 由折叠可知 $CE=CD=AB=4$. ∵ 点 P 是边 AD 的中点，∴ $AP=PD=PE=2$. 又 ∵ $PG=PG, \angle PAG=\angle PEG=90°$，∴ $\triangle PAG\cong$

$\triangle PEG$，$\therefore AG=EG$. 设 $AG=EG=x$，则 $BG=4-x$，$CG=4+x$. 在 Rt$\triangle BCG$ 中，由勾股定理可得 $(4+x)^2=4^2+(4-x)^2$，解得 $x=1$，$\therefore AG=EG=1$，$BG=3$，$CG=5$. 又$\because \triangle ARG \backsim \triangle CBG$，$\therefore \dfrac{AG}{CG}=\dfrac{GR}{BG}$，即 $\dfrac{1}{5}=\dfrac{GR}{3}$，$\therefore GR=\dfrac{3}{5}$，$\therefore GN$ 的最小值为$\dfrac{3}{5}$.