2023 年河南省普通高中招生考试
数学押题卷（二）

参考答案及评分标准

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	C	D	B	A	D	C	B	A

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

11. 3(答案不唯一)

12. $-2\leqslant x<1$

13. $72.5°$

14. $\dfrac{4\pi}{3}$

15. 6 或 $2\sqrt{7}$

三、解答题(本大题共 8 个小题,共 75 分)

16.【解】(1)原式 $=2+2\sqrt{2}-1$

$=1+2\sqrt{2}$.　　(5 分)

(2)原式 $=\dfrac{1}{(a+1)(a-1)}\div\dfrac{a-1+1}{a-1}$

$=\dfrac{1}{(a+1)(a-1)}\cdot\dfrac{a-1}{a}$

$=\dfrac{1}{a^2+a}$.　　(5 分)

17. (1)89　88　85　　(3 分)

【解】(2)估计七、八年级学生此次竞赛成绩在 85 分及 85 分以上的一共有 $\dfrac{9}{10}\times200+\dfrac{8}{10}\times200=340$(名).　　(7 分)

(3)八年级的成绩更好. 理由如下:　　(8 分)

在七、八年级成绩平均分相同的情况下,八年级成绩的中位数和众数均高于七年级,所以八年级的成绩更好.(理由合理即可)　　(9 分)

18.【解】延长 BE 交 DC 于点 F,则 $BF\perp CD$. 由题意可得,$\angle CEF=45°$,$\angle CBF=25°$,$BE=29$ 米.

易证四边形 $ABFD$ 为矩形,$\therefore AB=DF=30$ 米.

在 Rt△CEF 中,$\angle CEF=45°$,$\therefore EF=CF$.

在 Rt△CBF 中,$\angle CBF=25°$,$\therefore \tan25°=\dfrac{CF}{BF}\approx0.47$,则 $\dfrac{CF}{29+CF}\approx0.47$,　　(7 分)

解得 $CF\approx25.72$,

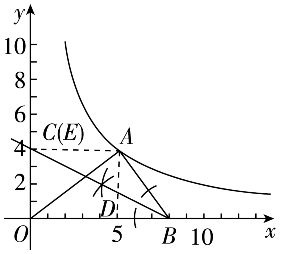
$\therefore CD=DF+CF=55.72\approx55.7$ 米.

答:钟楼的高度 CD 约为 55.7 米. (9 分)

19.【解】(1)$\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过点 $A(5,4)$,$\therefore k=5\times4=20$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y=\frac{20}{x}(x>0)$. (4 分)

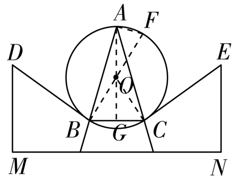
(2)如图所示.



(6 分)

(3)如图,过点 A 作 $AD\perp x$ 轴于点 D. $\because A(5,4)$,$B(8,0)$,$\therefore AD=4$,$BD=3$,$\therefore$ 由勾股定理得 $AB=5$. 过点 A 作 $AE\perp y$ 轴交 BC 于点 E,则 $AE/\!/OB$. $\because BE$ 平分 $\angle ABO$,$\therefore \angle OBC=\angle ABC$. $\because AE/\!/OB$,$\therefore \angle AEB=\angle OBE=\angle ABE$,$\therefore AE=AB=5$. $\because$ 点 A 横坐标为 5,$\therefore$ 点 E 与点 C 重合,在 y 轴上,$\therefore AC=5$,$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times5\times4=10$. (9 分)

20. (1)【证明】如图,连接 BO 并延长交圆 O 于点 F,连接 AF,则 $\angle BAF=90^\circ$,$\therefore \angle ABF+\angle BFA=90^\circ$.
$\because DB$ 是圆 O 的切线,$\therefore OB\perp DB$,则 $\angle DBF=\angle DBA+\angle ABF=90^\circ$,$\therefore \angle DBA=\angle AFB$.
$\because \angle ACB$ 与 $\angle AFB$ 为弧 AB 所对的圆周角,
$\therefore \angle AFB=\angle ACB$,$\therefore \angle DBA=\angle ACB$. (5 分)



(2)【解】如图,过点 A 作 $AG\perp BC$ 于点 G,连接 OC. $\because AB=AC$,$AG\perp BC$,$BC=6$,$OB=OC$,
$\therefore BG=GC=3$,$\angle BOG=\angle COG$.
$\because \angle BAC$ 是弧 BC 所对的圆周角,
$\therefore \angle BOC=2\angle BAC$,$\therefore \angle BOG=\angle BAC$.
$\because \tan\angle BAC=\frac{3}{4}$,$\therefore \tan\angle BOG=\frac{BG}{OG}=\frac{3}{4}$,
$\therefore OG=4$. 由勾股定理得 $OB=OA=5$,$\therefore AG=5+4=9$,则点 A 到 BC 的距离为 9. (9 分)

21.【解】(1)$\because$ 线下销售:标价为 5 元/千克,九折出售,$\therefore y_1=5\times0.9x=4.5x$.

∵ 线上销售：标价为 6 元/千克，八折出售，如果一次购买超过 10 千克，超过部分打七折，

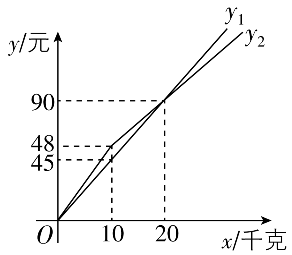
∴ 当 $0<x\leqslant10$ 时，$y_2=6\times0.8x=4.8x$；当 $x>10$ 时，$y_2=4.8\times10+6\times0.7\times(x-10)=4.2x+6$，

∴ $y_2=\begin{cases}4.8x(0<x\leqslant10),\\4.2x+6(x>10).\end{cases}$　　（4 分）

（2）令 $4.5x-(4.2x+6)=0$，解得 $x=20$.

当 $x=20$ 时，$y_1=y_2=90$.

y_2 关于 x 的函数图象如图所示.



两图象交点(20,90)表示当购买 20 千克该农产品时，线下购买和线上购买所需费用均为 90 元.

（7 分）

（3）当 $x=15$ 时，$y_1=4.5x=4.5\times15=67.5$；

当 $x=15$ 时，$y_2=4.2x+6=4.2\times15+6=69$.

∵ $67.5<69$，∴ 刘阿姨应选择线下购买该农产品.

（9 分）

22.【解】（1）设 OA 所在直线的解析式为 $y=kx(k\neq0)$. ∵ 点 $A\left(7,\frac{7}{2}\right)$ 在 OA 上，∴ $k=\frac{1}{2}$，∴ $y=\frac{1}{2}x$.

由题意可知抛物线顶点的横坐标为 $7-3=4$.

当 $x=4$ 时，$y=\frac{1}{2}x=2$，则抛物线顶点的纵坐标为 $2+6=8$，∴ 抛物线的顶点坐标为(4,8).

设抛物线的解析式为 $y=a(x-4)^2+8$.

把点 $A\left(7,\frac{7}{2}\right)$ 代入抛物线解析式得，$a=-\frac{1}{2}$，

∴ 抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+8=-\frac{1}{2}x^2+4x$.　　（5 分）

（2）设小军双脚所站位置为 P 点，过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴，交抛物线于 Q 点. 设点 P 横坐标为 m，则点 $P\left(m,\frac{1}{2}m\right)$，点 $Q\left(m,-\frac{1}{2}m^2+4m\right)$.

令 $PQ=1.5$，即 $-\frac{1}{2}m^2+4m-\frac{1}{2}m=1.5$，解得 $m=\frac{7\pm\sqrt{37}}{2}$. $7-\frac{7-\sqrt{37}}{2}=\frac{7+\sqrt{37}}{2}$(m)，$7-\frac{7+\sqrt{37}}{2}=$

$\frac{7-\sqrt{37}}{2}$(m).

故当沙包恰好经过小军头顶时,他与抛掷点 A 的水平距离为$\frac{7+\sqrt{37}}{2}$ m 或$\frac{7-\sqrt{37}}{2}$ m.　　(10 分)

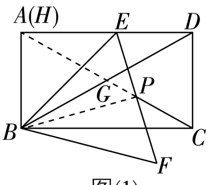
23. (1)$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　$30°$　　(4 分)

解析 连接 BP,BD. 由题意可知 $BE=BF$,$\angle EBF=60°$,$\therefore \triangle BEF$ 为等边三角形. $\because$ 点 P 为 EF 中点,$\therefore BP\perp EF$,$\angle PBE=\angle PBF=30°$,$\therefore$ 易得 $PE:BP:BE=1:\sqrt{3}:2$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,$BC=\sqrt{3}AB$,$\therefore AB=CD$,$\angle BCD=90°$,$\therefore BC=\sqrt{3}CD$. $\because \frac{BP}{PE}=\frac{BC}{CD}=\sqrt{3}$,$\angle BPE=\angle BCD=90°$,$\therefore \triangle BPE\backsim\triangle BCD$,$\therefore \frac{BE}{BD}=\frac{BP}{BC}$,$\angle PBE=\angle CBD=30°$,$\therefore \triangle EBD\backsim\triangle PBC$,$\therefore \frac{DE}{PC}=\frac{BE}{BP}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. $\because \angle PBF=\angle CBD=30°$,$\therefore B,P,D$ 三点共线. $\because AD/\!/BC$,$\therefore \angle PBF=\angle PDE$. $\because PE=PF$,$\angle DPE=\angle BPF$,$\therefore \triangle BPF\cong\triangle DPE$,$\therefore BP=PD$,即点 P 为矩形 $ABCD$ 对角线的交点,$\therefore A,P,C$ 三点共线. 连接 AP,则点 P 为 AC 中点,直线 DE 与直线 PC 相交所成的较小角为 $\angle DAC$,$\therefore$ 易得 $\angle DAC=30°$.

【解】(2)成立.　　(5 分)

证明如下:

如图(1),连接 BP. 由题意可知 $BE=BF$,$\angle EBF=60°$,$\therefore \triangle BEF$ 为等边三角形. $\because$ 点 P 为 EF 中点,$\therefore BP\perp EF$,$\angle PBE=\angle PBF=30°$,



图(1)

$PE:BP:BE=1:\sqrt{3}:2$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,$BC=\sqrt{3}AB$,$\therefore AB=CD$,$\angle BCD=90°$,$\therefore BC=\sqrt{3}CD$. $\because \frac{BP}{PE}=\frac{BC}{CD}=\sqrt{3}$,$\angle BPE=\angle BCD=90°$,$\therefore \triangle BPE\backsim\triangle BCD$,$\therefore \frac{BE}{BD}=\frac{BP}{BC}$,$\angle PBE=\angle CBD=30°$,$\therefore \angle EBD=\angle PBC$,$\therefore \triangle EBD\backsim\triangle PBC$,$\therefore \frac{DE}{PC}=\frac{BE}{BP}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,$\angle BDE=\angle BCP$. 延长 CP 与直线 DE 交于点 H,CH 与 BD 交于点 G. $\because \angle HGD=$

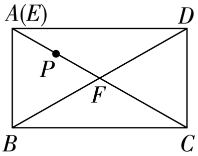
$\angle BGC$，$\therefore 180°-\angle HGD-\angle BDE=180°-\angle BGC-\angle BCP$，即$\angle CHD=\angle DBC=30°$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore$ 易得 $\angle CAD=\angle BDA=\angle DBC=\angle BCA=30°$，$\therefore$ 点 H 与点 A 重合. 故直线 DE 与直线 PC 相交所成的较小角的度数是 30°.（8 分）

（3）3.　　（10 分）

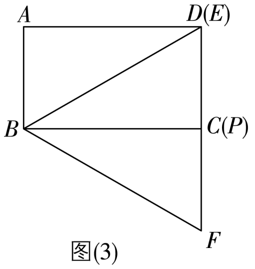
由（2）知，点 H 在直线 AD 上，$\angle CHD=\angle CAD=30°$，$\therefore$ 点 H 与点 A 始终重合. 又$\because$ 点 H 在 CP 的延长线上，$\therefore$ 点 P 在直线 AC 上移动.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，$\angle DAC=30°$，$AB=2$，$\therefore AC=2AB=4$. 如图（2），当点 E 与点 A 重合时，点 F 在 AC 中点处，$CF=2$. $\because$ 点 P 为 EF 中点，$\therefore PF=1$，$PC=3$.

如图（3），当点 E 与点 D 重合时，点 P 与点 C 重合. 故当点 E 从 A 移动到点 D 时，点 P 的运动路径为 PC，长度为 3.



图(2)



图(3)

重点题目解析

1. C 解析 $\sqrt{2}\approx1.414$，$\frac{3}{2}=1.5$，$\therefore -2<0<\sqrt{2}<\frac{3}{2}$，$\therefore$ 四个数中最大的是$\frac{3}{2}$，故选 C.

2. A 解析 1 300 亿 $=1\ 300\times10^8=1.3\times10^{11}$，故选 A.

3. C 解析 由正方体表面展开图的特征可得在原正方体中，与“党”字所在面相对的面上的汉字是“初”. 故选 C.

4. D 解析 A 选项，$(2a)^3=8a^3$，故原式运算错误；B 选项，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，故原式运算错误；C 选项，$2a^2\div2a^2=1$，故原式运算错误；D 选项，$2a\cdot3a^2=6a^3$，故原式运算正确. 故选 D.

5. B 解析 这天该文具店一共卖出 50 支自动铅笔，由扇形统计图可知单价为 5 元/支的卖出 $50\times20\%=10$（支），单价为 6 元/支的卖出 $50\times30\%=15$（支），单价为 8 元/支的卖出 $50\times40\%=20$（支），单价为 10 元/支的卖出 $50\times10\%=5$（支）. 将这 50 个数据按从小到大排序可知中间

两个数分别是 6 和 8，故中位数为 7，则这天该文具店销售自动铅笔的单价的中位数为 7 元/支. 故选 B.

6. A 解析 因为每次考试成绩的平均增长率为 x，且第一次模拟考试成绩为 480 分，所以第二次模拟考试成绩为 $480(1+x)$ 分，第三次模拟考试成绩为 $480(1+x)^2$ 分，故可列方程为 $480(1+x)^2=634$，故选 A.

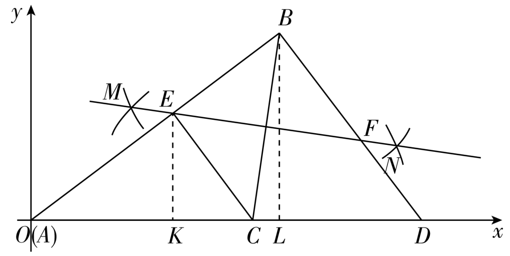
7. D 解析 A 选项，$\Delta=4-4\times1\times(-1)=8>0$，故该方程有两个不相等的实数根；B 选项，$\Delta=1-4\times1\times(-1)=5>0$，故该方程有两个不相等的实数根；C 选项，$\Delta=0$，故该方程有两个相等的实数根；D 选项，$\Delta=16-4\times4\times3=-32<0$，故该方程没有实数根，故选 D.

8. C 解析 四个座位分别记为 A，B，C，D，则 B，C 为中间两个座位. 列表如下：

张悦 \ 李阳	A	B	C	D
A		(A，B)	(A，C)	(A，D)
B	(B，A)		(B，C)	(B，D)
C	(C，A)	(C，B)		(C，D)
D	(D，A)	(D，B)	(D，C)	

共有 12 种等可能的情况，李阳和张悦恰好坐在中间两个座位的情况为 (B，C)，(C，B)，共 2 种，故李阳和张悦恰好坐在中间两个座位的概率为 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$. 故选 C.

9. B 解析 由作图步骤可知直线 MN 垂直平分线段 BC，$\therefore EC=EB$. 如图，分别过点 E，B 向 x 轴作垂线，交 x 轴于点 K，L，则 $EK/\!/BL$，$\therefore$ 易得 $\triangle AEK\backsim\triangle ABL$，$\therefore \frac{AK}{AL}=\frac{EK}{BL}=\frac{AE}{AB}$. $\because$ 点 C 坐标为 $(25,0)$，点 E 坐标为 $(16,12)$，$\therefore AK=16$，$EK=12$，$CK=25-16=9$，$\therefore$ 由勾股定理得 $AE=20$，$CE=15$，$\therefore EB=15$，$\therefore \frac{20}{20+15}=\frac{16}{AL}=\frac{12}{BL}$，$\therefore AL=28$，$BL=21$，$\therefore$ 点 B 坐标为 $(28,21)$. 故选 B.



10. A 解析 A 选项，若该气体的密度不大于 $2.5\ kg/m^3$，则容器的体积不小于 $4\ m^3$，故原说法错误. B 选项，设 $\rho=\frac{k}{V}(k\neq0)$. $\because A(4,2.5)$，$\therefore k=10$，$\therefore \rho=\frac{10}{V}$，故原说法正确. C 选项，当容器的体积为 $5\ m^3$ 时，气体密度为 $10\div5=2(kg/m^3)$，故原说法正确. D 选项，由图象可知气体密度随容器体积的增大而减小，故原说法正确. 故选 A.

11. 3(答案不唯一) 解析 若代数式 $\frac{\sqrt{x-1}}{2-x}$ 有意义，则 $x-1\geqslant0$，且 $2-x\neq0$，$\therefore x\geqslant1$ 且 $x\neq2$，$\therefore x$ 的值可取 3. 故答案为 3(答案不唯一).

12. $-2\leqslant x<1$ 解析 由 $\frac{x}{2}\geqslant-1$，得 $x\geqslant-2$；由 $3-x>2$，得 $x<1$，$\therefore$ 不等式组的解集为 $-2\leqslant x<1$.

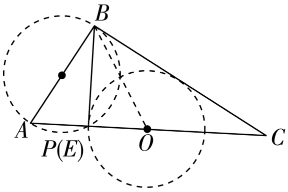
13. $72.5°$ 解析 $\because CD\perp DE$，$\therefore \angle CDE=90°$. $\because \angle BDE=55°$，$\therefore \angle BDC=35°$. 设 $\angle CDF=x$. $\because DF$ 平分 $\angle ADC$，$\therefore \angle ADF=\angle CDF=x$. $\because$ 点 D 在直线 AB 上，$\therefore \angle ADC+\angle BDC=180°$，即 $2x+35°=180°$，解得 $x=72.5°$，故答案为 $72.5°$.

14. $\frac{4\pi}{3}$ 解析 $\because \angle BAC=90°$，$\angle C=30°$，$AB=4$，$\therefore \angle B=60°$，$BC=8$. $\because AB=AD$，$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形，$\therefore BD=AB=DC=4$，$\angle BAD=60°$，$\therefore \angle DAE=30°$，$\therefore S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ADC}$，$\therefore S_{阴影}=S_{扇形BAD}-S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ADC}-S_{扇形DAE}=\frac{60}{360}\times16\pi-\frac{30}{360}\times16\pi=\frac{4\pi}{3}$. 故答案为 $\frac{4\pi}{3}$.

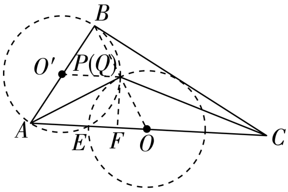
15. 6 或 $2\sqrt{7}$ 解析 $\because \angle ABC=90°$，$\angle BAC=60°$，$AB=4$，$\therefore AC=8$. $\because$ 点 O 为 AC 的中点，点 E 为 AO 的中点，$\therefore AO=OC=4$，$\therefore AE=OE=OP=2$. $\because$ 线段 OE 绕点 O 旋转到 OP，$\therefore$ 点 P 在以点 O 为圆心，OE 为半径的圆上. 若 $\angle APB=90°$，则点 P 在以 AB 为直径的圆上，故点 P 在两个圆的交点处. 当点 P 在如图(1)所示位置时，连接 BO. $\because AO=AB=4$，$\angle BAC=60°$，$\therefore \triangle ABO$ 为等边三角形. $\because E$ 为 AO 中点，$\therefore \angle AEB=90°$，此时点 P 与点 E 重合，$\therefore PC=EC=6$. 当点 P 在如图(2)所示位置时，连接 BO. $\because AB=AO=4$，$\angle BAC=60°$，$\therefore \triangle ABO$ 为等边三角形，$\therefore OB=4$，$\angle ABO=\angle AOB=60°$. 过点 A 作 $AQ\perp OB$，则 $\angle AQB=90°$，

$OQ=BQ=2$，$\therefore$ 点 Q 在⊙O 上. 设 AB 中点为 O'，连接 $O'Q$，则 O' 为以 AB 为直径的圆的圆心，$\therefore$ 在 $Rt\triangle ABQ$ 中，$O'Q=\frac{1}{2}AB=2$，$\therefore$ 点 Q 在⊙O' 上，$\therefore$ 点 Q 为⊙O'与⊙O 的交点，$\therefore$ 点 Q 与点 P 重合，$\therefore \angle POA=60°$. 过点 P 作 $PF\perp AC$ 于点 F，则$\angle OPF=30°$，$\therefore OF=1$，$PF=\sqrt{3}$，$\therefore CF=5$. 在 $Rt\triangle PFC$ 中，由勾股定理得 $PC=\sqrt{3+25}=2\sqrt{7}$.

综上所述，PC 的长为 6 或 $2\sqrt{7}$，故答案为 6 或 $2\sqrt{7}$.



图(1)



图(2)