2023 年河南省普通高中招生考试 数学押题卷（六）

参考答案及评分标准

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	B	D	A	C	B	A	C	D

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

11. $y=2x+1$（答案不唯一）

12. $-2\leqslant x<1$

13. $\frac{1}{6}$

14. $\frac{2\pi}{3}$

15. 3

三、解答题（本大题共 8 个小题，共 75 分）

16.【解】(1) $\sqrt[3]{64}+3^{-1}-\sqrt{\frac{1}{4}}$

$=4+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$

$=\frac{23}{6}.$ （5 分）

(2) $\left(\frac{2}{a+1}-1\right)\div\frac{a^2-2a+1}{a+1}$

$=\frac{-(a-1)}{a+1}\cdot\frac{a+1}{(a-1)^2}$

$=\frac{1}{1-a}.$ （5 分）

17. (1) 41　40，41 （4 分）

解析 根据题意得 $\frac{2+0+m+6}{25}\times100\%=56\%$，解得 $m=6$；$\frac{n+3+1+1}{25}\times100\%=36\%$，解得 $n=4$. ∵ 共有 25 个数据，∴ 一分钟仰卧起坐测试成绩的中位数是从大到小排列后的第 13 个数据，众数为出现次数最多的数据，∴ 中位数是 41，众数为 40，41.

【解】(2) ∵ **一分钟仰卧起坐测试成绩的中位数是从大到小排列后的第** 13 **个数据，是** 41，∴ **一分钟仰卧起坐个数为** 41 **的至少有** $13-(4+3+1+1)=4$**（名）同学**，∴ **最多有** $6-4=2$**（名）同学的一分钟仰卧起坐个数被统计错了，此时众数变为**

40.　　(7 分)

(3) 由(1)可知 25 名同学中一分钟仰卧起坐测试成绩达到优秀的人数为 9，∴ 估计初三年级学生一分钟仰卧起坐测试成绩达到优秀的总人数是 $\frac{9}{25}\times450=162$.　　(9 分)

18.【解】(1) 在 Rt△ABC 中，∵ $\angle BAC=30°$，$AB=4$，

∴ $BC=AB\cdot\sin 30°=2$，$AC=AB\cdot\cos 30°=2\sqrt{3}$.

(2 分)

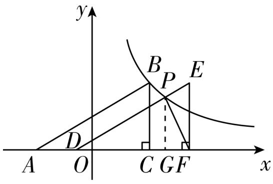
∵ O 为 AC 的中点，∴ $OC=\sqrt{3}$，∴ $B(\sqrt{3},2)$.

将点 $B(\sqrt{3},2)$ 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$，得

$k=2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$，　　(3 分)

∴ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{2\sqrt{3}}{x}(x>0)$.　(4 分)

(2) 如图，过点 P 作 $PG\perp DF$，垂足为 G.



由平移性质得 $\angle FDE=30°$，$DF=AC=2\sqrt{3}$.

∵ $PF\perp DE$，$PG\perp DF$，∴ $DP=DF\cdot\cos 30°=3$，

∴ $PG=PD\cdot\sin 30°=\frac{3}{2}$，

∴ $DG=\frac{PG}{\tan 30°}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.　　(6 分)

∵ 点 P 在反比例函数 $y=\frac{2\sqrt{3}}{x}(x>0)$ 的图象上，

∴ $OG\cdot PG=2\sqrt{3}$，∴ $OG=2\sqrt{3}\div\frac{3}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

∴ $OD=DG-OG=\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

∵ $AO=CO=\sqrt{3}$，∴ $AD=AO-DO=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$，

∴ Rt△ABC 平移的距离为 $\frac{5\sqrt{3}}{6}$.　　(9 分)

19.【解】(1) 设 $PB=x$ 米，则 $AP=(10+x)$ 米.

∵ $\angle PBM=60°$，∴ $PM=\sqrt{3}x$ 米.

∵ $PN=MN$，∴ $PN=\frac{\sqrt{3}}{2}x$ 米.

在 Rt△APN 中，$\angle PAN=25°$，

$\therefore \tan 25°=\dfrac{PN}{PA}$，即$\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}x}{10+x}\approx 0.47$，（5 分）

解得 $x\approx 11.9$，

$\therefore MP=\sqrt{3}x\approx 21$ 米.

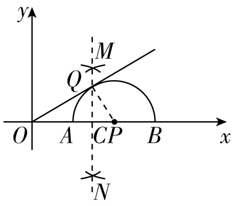
答：文治阁的高度 MP 约为 21 米.（7 分）

（2）多次测量求平均值（答案不唯一，合理即可）.（9 分）

20.【解】（1）解方程 $x^2-8x+12=0$，得 $x_1=2$，$x_2=6$.

$\because$ 点 A 在点 B 的左侧，$\therefore OA=2$，$OB=6$，$\therefore AB=OB-OA=4$，$\therefore PB=2$，$\therefore$ 半圆 P 的半径为 2.（3 分）

（2）如图，作线段 AP 的垂直平分线 MN，交 AB 于点 C，交半圆于点 Q，作直线 OQ，直线 OQ 即为所求.



（5 分）

证明：如图，连接 PQ.

$\because MN$ 为线段 AP 的垂直平分线，$AP=PQ=2$，

$\therefore AC=PC=1$，$\angle OCQ=\angle PCQ=90°$.

在 $\text{Rt}\triangle PCQ$ 中，由勾股定理得 $CQ=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$.

$\because OC=OA+AC=3$，$\therefore \dfrac{QC}{OC}=\dfrac{PC}{QC}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

$\because \angle OCQ=\angle PCQ$，$\therefore \triangle OCQ\backsim\triangle QCP$，

$\therefore \angle OQC=\angle CPQ$，$\therefore \angle OQC+\angle PQC=\angle CPQ+\angle PQC=90°$，即 $\angle OQP=90°$.

又 $\because PQ$ 为半径，$\therefore$ 直线 OQ 为半圆 P 的切线.（7 分）

（3）由（2）知 $OC=3$，$CQ=\sqrt{3}$，$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(3,\sqrt{3})$.（9 分）

21.【解】（1）由题意可得，当 $0\leqslant x\leqslant 15$ 时，$y=950$；

当 $15<x\leqslant 30$ 时，$y=950-10(x-15)=-10x+1\ 100$.

综上可得，y 与 x 之间的关系式为

$$y=\begin{cases}950(0\leqslant x\leqslant 15),\\-10x+1\ 100(15<x\leqslant 30).\end{cases}$$（4 分）

（2）由题意可得，当 $0\leqslant x\leqslant 15$ 时，$w=950x-4\ 000-600x=350x-4\ 000$.

$\because 350>0$，$\therefore w$ 随 x 的增大而增大，

∴ 当 $x=15$ 时,w 取得最大值,此时 $w=350\times15-4\ 000=1\ 250$;

当 $15<x\leqslant30$ 时,

$w=(-10x+1\ 100)x-4\ 000-600x=-10x^2+500x-4\ 000=-10(x-25)^2+2\ 250.$

∵ $-10<0$,∴ 当 $x=25$ 时,w 取得最大值,此时 $w=2\ 250$.

∵ $2\ 250>1\ 250$,∴ 旅行社带团的人数为 25 时,旅行社所获利润 w(元)最大,最大利润是 2 250 元.

(9 分)

22.【解】(1)∵ 抛物线 $y=ax^2+bx$ 的顶点坐标为$(2,-4)$,且过点 $B(4,0)$,

∴ $\begin{cases}4a+2b=-4,\\16a+4b=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=-4,\end{cases}$

∴ 抛物线解析式为 $y=x^2-4x$. (4 分)

(2)联立抛物线与直线解析式得 $\begin{cases}y=x^2-4x,\\y=x-4,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=1,\\y=-3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=4,\\y=0,\end{cases}$

∴ 点 C 坐标为$(1,-3)$,∴ 不等式 $ax^2+bx<x-4$ 的解集为 $1<x<4$,∴ 不等式 $ax^2+(b-1)x+4<0$ 的解集为 $1<x<4$. (8 分)

(3)$-4\leqslant y_P\leqslant0$ 且 $y_P\neq-3$. (10 分)

∵ 抛物线 $y=x^2-4x$ 的顶点坐标为$(2,-4)$,且直线 $y=x-4$ 与 y 轴的交点为 $A(0,-4)$,∴ 当线段 AP 位于初始位置时,线段 AP 与抛物线只有一个交点.

当线段 AP 平移至点 A 与点 C 重合时,线段 AP 与抛物线有两个交点.

当线段 AP 平移至点 A 与点 B 重合时,线段 AP 与抛物线只有一个交点.

综上,点 P 的纵坐标 y_P 的取值范围是$-4\leqslant y_P\leqslant0$ 且 $y_P\neq-3$.

23. (1)$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　30 (2 分)

解析 连接 AE,∵ $AB=AC=4$,$\angle BAC=120°$,点 E 是 BC 的中点,∴ $AE\perp BC$,$\angle B=\angle C=30°$,∴ $\angle BEA=90°$,∴ $AE=\dfrac{1}{2}AB=2$,由勾股定理得 $BE=2\sqrt{3}$. ∵ 点 D 是 AC 的中点,∴ $AD=CD=\dfrac{1}{2}AC=2$,∴ $\dfrac{AD}{BE}=\dfrac{2}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. 由题图可得直线 AD,

BE 所夹锐角为 $\angle C$，$\therefore$ 直线 AD，BE 所夹锐角为 $30°$.

【解】(2) 成立.　　(3 分)

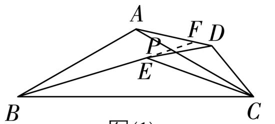
理由：如图(1)，延长 BE 交 AC 于点 P，交 AD 于点 F，由(1)知，$CD=2$，$CE=2\sqrt{3}$，$\therefore BC=2CE=4\sqrt{3}$，$\therefore \frac{CD}{CE}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\frac{AC}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore \frac{CD}{CE}=\frac{AC}{BC}$.

由旋转知，$\angle ACB=\angle DCE=30°$，

$\therefore \angle ACD=\angle BCE$，$\therefore \triangle ACD \backsim \triangle BCE$，

$\therefore \frac{AD}{BE}=\frac{AC}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\angle CAD=\angle CBE$.

由三角形外角性质可知 $\angle APB=\angle CAD+\angle AFB=\angle CBE+\angle ACB$，$\therefore \angle AFB=\angle ACB=30°$.　　(8 分)



图(1)

(3) $\sqrt{39}+\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{39}-\sqrt{3}$.　　(10 分)

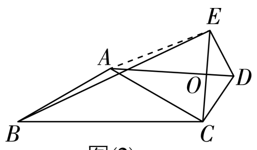
当点 D 在直线 BC 上方时，如图(2)，连接 AE，设 AD 与 CE 交于点 O，则 $AD\perp CE$.

$\because \angle DCE=30°$，$\therefore DO=\frac{1}{2}CD=1$，

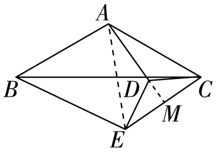
$\therefore CO=\sqrt{3}DO=\sqrt{3}$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOC$ 中，$AC=4$，根据勾股定理，得 $AO=\sqrt{AC^2-CO^2}=\sqrt{13}$，$\therefore AD=AO+DO=\sqrt{13}+1$.

由(2)知，$\frac{AD}{BE}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore BE=\sqrt{3}AD=\sqrt{39}+\sqrt{3}$；



图(2)



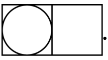
图(3)

当点 D 在直线 BC 下方时，如图(3)，连接 AE，延长 AD 交 CE 于点 M，则 $AM\perp EC$. 同理可得 $BE=\sqrt{3}AD=\sqrt{39}-\sqrt{3}$. 综上所述，线段 BE 的长为 $\sqrt{39}+\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{39}-\sqrt{3}$.

重点题目解析

1. B 解析 $\frac{2}{3}$的相反数是$-\frac{2}{3}$. 故选 B.

2. C 解析 $60\div 300\ 000\ 000=(6\times 10)\div(3\times 10^{8})=2\times 10^{-7}$(s)，故选 C.

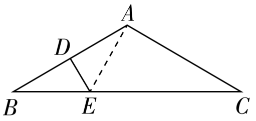
3. B 解析 该几何体的俯视图为. 故选 B.

4. D 解析 A 选项,$3m^6+m^6=4m^6$;B 选项,$(2m^3)^2=4m^6$;C 选项,$2m^5\cdot 2m=4m^6$;D 选项,$4m^{12}\div m^2=4m^{10}$. 由以上可得,D 选项中代数式的计算结果与其余代数式的计算结果不相等,故选 D.

5. A 解析 $\because \angle 1=68°$,$\therefore \angle AEF=112°$. $\because EP$ 平分 $\angle AEF$,$\therefore \angle AEP=\angle FEP=56°$. $\because AB/\!/CD$,$\therefore \angle 2=\angle AEP=56°$. 故选 A.

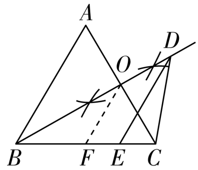
6. C 解析 $\because mx^2-4x=-2$,$\therefore mx^2-4x+2=0$. $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $mx^2-4x+2=0$ 有两个不相等的实数根,$\therefore \Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4m\times 2=16-8m>0$,且 $m\neq 0$,解得 $m<2$ 且 $m\neq 0$,$\therefore m$ 的值可以是 -1. 故选 C.

7. B 解析 连接 AE,如图. $\because AB=AC$,$\angle B=30°$,$\therefore \angle C=30°$,$\therefore \angle BAC=120°$. $\because$ 点 D 为 AB 中点,且 $DE\perp AB$,$\therefore AE=BE$,$\therefore \angle B=\angle BAE=30°$,$\therefore \angle CAE=120°-30°=90°$. 在 Rt$\triangle AEC$ 中,$\because \angle C=30°$,$AB=AC=3$,$\therefore CE=\dfrac{AC}{\cos 30°}=2\sqrt{3}$. 故选 B.

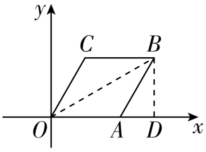


8. A 解析 当 $a\leqslant 89$ 时,最终得分为 $\dfrac{1}{4}(89+92+94+93)=92$(分);当 $89<a<95$ 时,最终得分为 $\dfrac{1}{4}(a+92+94+93)>92$ 分;当 $95\leqslant a\leqslant 100$ 时,最终得分为 $\dfrac{1}{4}(95+92+94+93)=93.5$(分)$>92$ 分. 故选 A.

9. C 解析 如图,取 BC 中点 F,连接 FO. 由作图知,直线 OD 为 AC 的垂直平分线,$\therefore AO=CO=4$,$\angle DOC=90°$,$\therefore OD=3$. $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,$\therefore$ 直线 OD 过点 B,$AB=AC=BC=8$,$\angle ACB=60°$,$\therefore BO=OC\cdot\tan 60°=4\sqrt{3}$,$\therefore BD=4\sqrt{3}+3$. $\because BF=CF$,$\therefore OF=\dfrac{1}{2}AB=4$,$OF/\!/AB$. $\because AB/\!/DE$,$\therefore OF/\!/DE$,$\therefore \triangle BOF\backsim\triangle BDE$,$\therefore \dfrac{BO}{BD}=\dfrac{OF}{DE}$,$\therefore \dfrac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}+3}=\dfrac{4}{DE}$,$\therefore DE=4+\sqrt{3}$. 故选 C.



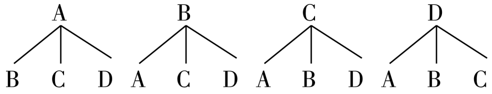
10. D 解析 连接 OB，过点 B 作 $BD\perp x$ 轴，垂足为 D，如图. ∵ 点 A 的坐标为 $(2,0)$，∴ $OA=2$. ∵ 四边形 $OABC$ 是菱形，$\angle AOC=60°$，∴ $AB=OC=OA=2$，$\angle BAD=60°$，∴ 在 $\mathrm{Rt}\triangle BAD$ 中，$AD=1$，∴ $BD=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，∴ $OD=3$，∴ 点 B 的坐标为 $(3,\sqrt{3})$. ∵ 菱形 $OABC$ 绕点 O 顺时针旋转，每次旋转 $45°$，∴ 发现每旋转 8 次为一个循环，∴ 点 B 与点 B_4 关于原点对称，∴ $B_4(-3,-\sqrt{3})$. ∵ $100\div 8=12\cdots\cdots 4$，∴ 点 B_{100} 与点 B_4 重合，∴ 点 B_{100} 的坐标为 $(-3,-\sqrt{3})$，故选 D.



11. $y=2x+1$（答案不唯一） 解析 设一次函数解析式为 $y=kx+b$，将 $(0,1)$ 代入 $y=kx+b$，得 $b=1$，当 $k>0$ 时，一次函数图象呈上升趋势，故 k 可以是 2，此时该一次函数的解析式为 $y=2x+1$. 故答案为 $y=2x+1$（答案不唯一）.

12. $-2\leqslant x<1$ 解析 $\begin{cases}\dfrac{1}{2}x+2\geqslant 1, ①\\ 2-x>1, ②\end{cases}$ 解不等式①得 $x\geqslant -2$，解不等式②得 $x<1$，故原不等式组的解集为 $-2\leqslant x<1$.

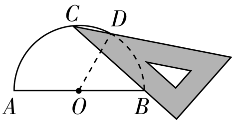
13. $\dfrac{1}{6}$ 解析 设四种特产“道口烧鸡”“信阳毛尖”“黄河鲤鱼”“新郑大枣”为 A，B，C，D，画树状图如图.



由树状图可知，共有 12 种等可能的结果，其中抽到“信阳毛尖”和“新郑大枣”的结果有 2 种，所以恰好抽到“信阳毛尖”和“新郑大枣”的概率为 $\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$. 故答案为 $\dfrac{1}{6}$.

14. $\dfrac{2\pi}{3}$ 解析 如图，连接 OD. ∵ $\angle BCD=30°$，

$\therefore \angle BOD = 2\angle BCD = 60°$. $\because OB = OD = \frac{1}{2}AB = 2$ cm，$\therefore$ 弧 BD 的长为 $\frac{60\pi\times2}{180} = \frac{2\pi}{3}$(cm). 故答案为 $\frac{2\pi}{3}$.



15. 3 解析 由折叠知，$\angle A'B'M = \angle ABM = 120°$. $\because MN /\!/ AB$，$\therefore MN /\!/ A'B'$，$\therefore \angle B'MN = \angle BMN = 60°$. $\because AD /\!/ BC$，$\therefore \angle BMN = \angle MND = 60°$，四边形 $ABMN$ 是平行四边形，$\therefore AB = MN = 3$. $\because$ 点 B 的对应点 B' 落在 AD 上，$\therefore \triangle B'MN$ 为等边三角形，$\therefore BM = MB' = MN = 3$.