2023 年河南省普通高中招生考试
数学押题卷(五)

参考答案及评分标准

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	D	C	A	B	A	D	B	C

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

11. $-2\sqrt{3}$

12. $y=-x+1$(答案不唯一)

13. 62. 71

14. $\dfrac{2\pi}{3}$

15. $\dfrac{2}{3}$或$\dfrac{8-2\sqrt{7}}{3}$

三、解答题(本大题共 8 个小题,共 75 分)

16.【解】(1)原式$=1+(-2)^2-1+2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+(1-\sqrt{2})$

$=1+4-1+\sqrt{2}+1-\sqrt{2}$

$=5.$　　(5 分)

(2)原式$=\dfrac{(3+a)(3-a)}{a}\div\dfrac{a^2-6a+9}{a}+\dfrac{a}{a-3}$

$=\dfrac{(3+a)(3-a)}{a}\cdot\dfrac{a}{(a-3)^2}+\dfrac{a}{a-3}$

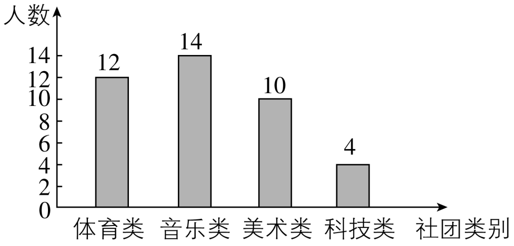
$=-\dfrac{a+3}{a-3}+\dfrac{a}{a-3}$

$=-\dfrac{3}{a-3}.$　　(5 分)

17. (1)40　　(2 分)

解析 所抽取的学生总人数为 $12\div30\%=40$.

【解】(2)准备参加美术类社团的学生人数为 $40-12-14-4=10$,补全条形统计图如下:



(4 分)

美术类所对应的扇形圆心角度数为 $360°\times\dfrac{10}{40}=90°$.　　(6 分)

(3) $2\ 800\times\frac{12+10}{40}=1\ 540$.

答:该校准备参加体育类和美术类社团的学生总人数大约为 1 540.　(9 分)

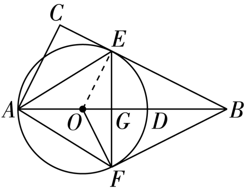
18. (1)①【证明】如图(1),连接 OE,则 $OE=OF$,

$\therefore \angle OEF=\angle OFE$.

$\because AD$ 是⊙O 的直径,$EF\perp AD$,$\therefore EG=FG$,

$\therefore BE=BF$,

$\therefore \angle BEF=\angle BFE$,



图(1)

$\therefore \angle OFB=\angle OEB$.

$\because BC$ 是⊙O 的切线,$\therefore \angle OEB=90°$,

$\therefore \angle OFB=90°$.

$\because OF$ 为半径,$\therefore BF$ 是⊙O 的切线.　(4 分)

②30°　(6 分)

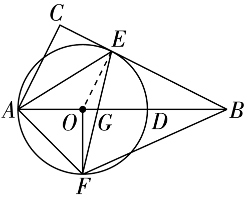
解析 $\because$ 四边形 $AEBF$ 是菱形,$\therefore AE=BE$,$\therefore \angle EAB=\angle EBA$. $\because \angle EOB=2\angle EAB$,$\angle OEB=90°$,$\therefore \angle EOB+\angle EBA=90°$,$\therefore 3\angle EBA=90°$,$\therefore \angle ABC=\angle EBA=30°$.

(2)【解】如图(2),连接 OE,则 $OE=OF$,

$\therefore \angle OEF=\angle OFE$.

设⊙O 的半径为 r.

$\because BE$ 是⊙O 的切线,



图(2)

$\therefore \angle OEB=90°$,$\therefore BE^2+OE^2=BO^2$,

$\therefore 4^2+r^2=(2+r)^2$,解得 $r=3$,

$\therefore OE=3$,$OB=5$.　(7 分)

$\because \angle OEB=90°$,$\therefore \angle OEF+\angle BEG=90°$.

$\because OF\perp AB$,$\therefore \angle OFE+\angle OGF=90°$.

$\because \angle OEF=\angle OFE$,$\therefore \angle BEG=\angle OGF$.

$\because \angle BGE=\angle OGF$,$\therefore \angle BEG=\angle BGE$,

$\therefore BG=BE=4$.

$\because OB=5$,$\therefore OG=OB-BG=1$.　(9 分)

19.【解】(1)设 A 种菊花的单价是 x 元/盆,则 B 种菊花的单价是 $1.25x$ 元/盆.

根据题意得 $500x+400\times1.25x=4\ 000$,　(2 分)

解得 $x=4$,则 $1.25x=5$.

答:A 种菊花的单价是 4 元/盆,B 种菊花的单价是 5 元/盆.　(3 分)

(2)设购买 A 种菊花 a 盆,则购买 B 种菊花 $(100-a)$ 盆. 根据题意得

$\begin{cases}0\leqslant a\leqslant 25,\\ 4a+5(100-a)\leqslant 480,\end{cases}$ 解得 $20\leqslant a\leqslant 25$.　(5 分)

$\because a$ 为正整数，$\therefore a$ 的值可取 20，21，22，23，24，25，$\therefore$ 共有 6 种购买方案. （6 分）

（3）设总费用为 w 元，则 $w=4a+5(100-a)=-a+500$.

$\because -1<0$，$\therefore w$ 随 a 的增大而减小. （8 分）

由（2）知 a 的值可取 20，21，22，23，24，25，

$\therefore$ 当 $a=25$ 时，w 最小，最小值为 $-25+500=475$.

答：购买 A 种菊花 25 盆时总费用最低，最低费用是 475 元. （9 分）

20.【解】（1）$\because$ 反比例函数图象经过点 $D(m,m)$ 和 $C(2m,m-1)$，$\therefore m^2=2m(m-1)$，解得 $m_1=2$，$m_2=0$（舍去），（2 分）

$\therefore k=m^2=4$. （4 分）

（2）过点 C 作 $CE\perp x$ 轴于 E，则 $\angle CEA=\angle AOB=90°$.

由（1）知，点 C 的坐标为 $(4,1)$，

$\therefore CE=1$，$OE=4$. （5 分）

令 AB 的中点为 M，AC 的中点为 N.

$\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AB=AC$，$\angle BAC=90°$，

$\therefore \angle CAE+\angle BAO=\angle ABO+\angle BAO=90°$，

$\therefore \angle CAE=\angle ABO$，$\therefore \triangle CAE\cong\triangle ABO$，

$\therefore OA=CE=1$，$OB=AE=3$，$\therefore A(1,0)$，$B(0,3)$，

$\therefore AB$ 的中点 M 的坐标为 $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$，$AC$ 的中点 N 的坐标为 $\left(\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)$. （7 分）

①当反比例函数图象经过点 M 时，$\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}+n\right)=4$，解得 $n=\frac{13}{6}$；

②当反比例函数图象经过点 N 时，$\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}+n\right)=4$，解得 $n=\frac{11}{2}$.

综上，n 的值为 $\frac{13}{6}$ 或 $\frac{11}{2}$. （9 分）

21.【解】（1）$\because AC\perp CB$，$\therefore \sin\angle ABC=\frac{AC}{AB}$，$\cos\angle ABC=\frac{BC}{AB}$. $\because AB=200$，$\angle ABC=24°$，$\therefore AC=200\sin 24°\approx 200\times0.41=82$，$BC=200\cos 24°\approx 200\times0.91=182$. （3 分）

$\because AD=12$，$\therefore DC=70$.

$\because i=DC:CE=0.25$，$\therefore CE=280$，（5 分）

$\therefore BE=CE-CB=98(\mathrm{m})<100\ \mathrm{m}$.

答：不影响修建停车场.（6 分）

（2）由（1）得 Rt$\triangle DCE$ 中，$DC=70$，$CE=280$，

$\therefore DE=\sqrt{DC^2+CE^2}=\sqrt{70^2+280^2}=70\sqrt{17}\approx70\times4.12\approx288(\mathrm{m})$.

答：改造后滑草道 DE 的长约为 288 m.（9 分）

22.【解】（1）$\because$ 直线 $y=kx-4$ 经过点 $B(-2,-6)$，

$\therefore -6=-2k-4$，解得 $k=1$，$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=x-4$.

$\because$ 当 $y=0$ 时，$x=4$，

$\therefore$ 点 A 的坐标为$(4,0)$.（2 分）

将点 A，B 的坐标代入抛物线解析式，得 $\begin{cases}-\frac{1}{2}\times16+4b+c=0,\\-\frac{1}{2}\times4-2b+c=-6,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=2,\\c=0,\end{cases}$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$.（4 分）

（2）由（1）知，$y=-\frac{1}{2}x^2+2x=-\frac{1}{2}(x-2)^2+2$，

$\therefore$ 当 $x<2$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x>2$ 时，y 随 x 的增大而减小. 当 $y=-\frac{5}{2}$ 时，$-\frac{1}{2}x^2+2x=-\frac{5}{2}$，解得 $x_1=-1$，$x_2=5$，（5 分）

$\therefore$ 当 $q<-\frac{5}{2}$ 时，$p<-1$ 或 $p>5$.（7 分）

（3）存在，点 N 的坐标为$(6,6)$或$(-6,-6)$或$(2,-6)$.（10 分）

设点 N 的坐标为(m,n)，而点 A，B，O 的坐标分别为$(4,0)$，$(-2,-6)$，$(0,0)$.

①当 AB 为平行四边形的边时，点 A 向左平移 6 个单位、向下平移 6 个单位得到点 B，同理点 $O(N)$ 向左平移 6 个单位、向下平移 6 个单位得到点 $N(O)$，即 $0\pm6=m$，$0\pm6=n$，解得 $m=n=\pm6$，故点 N 的坐标为$(6,6)$或$(-6,-6)$；

②当 AB 为平行四边形的对角线时，由中点公式得 $-2+4=m+0$，$-6+0=n+0$，解得 $m=2$，$n=-6$，故点 N 的坐标为$(2,-6)$.

23. 问题初现

等边（2 分）

解析 由旋转可得 $AM=AN$，$\angle MAN=60°$，$\therefore \triangle AMN$

是等边三角形.

深入探究

【解】如图(1),作 $AD\perp BC$ 于 D. $\because$ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,$\therefore BD=CD, AD=\frac{1}{2}BC$.

$\because BM:CM=1:2$,$\therefore BM:BC=1:3$,

$\therefore BM:BD=1:1.5$,$\therefore BM=2MD$. (4 分)

设 $MD=x$,则 $BM=2x$,$\therefore BD=CD=AD=3x$.

由旋转可知 $AM=AN$,$\angle MAN=90°$,$\therefore$ $\triangle AMN$ 为等腰直角三角形,$\therefore AM^2+AN^2=MN^2$.

$\because MN=2\sqrt{5}$,$AM=AN$,$\therefore 2AM^2=(2\sqrt{5})^2$,

$\therefore AM=\sqrt{10}$,$\therefore AD^2+MD^2=AM^2$,即 $x^2+(3x)^2=(\sqrt{10})^2$,解得 $x=1$, (7 分)

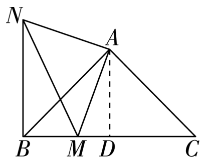
$\therefore AD=CD=3$,$\therefore AC=3\sqrt{2}$. (8 分)

类比拓展

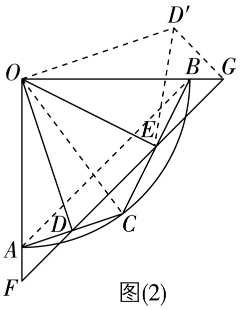
【解】$DE=5$. (10 分)

如图(2),连接 AB. $\because$ $OA=OB$,$\angle AOB=90°$,$\therefore$ $\angle OAB=\angle OBA=45°$. $\because$ $OD\perp AC$,$OE\perp BC$,$\therefore AD=DC$,$CE=BE$,即点 D,E 分别为 AC,BC 的中点,$\therefore$ DE 为$\triangle ABC$ 的中位线,$\therefore$ $DE/\!/AB$,即 $FG/\!/AB$,$\therefore$ $\angle OFG=\angle OAB=45°$,$\angle OGF=\angle OBA=45°$,即$\angle OFG=\angle OGF$,$\therefore$ $OF=OG$.

将$\triangle OFD$ 绕点 O 逆时针旋转 $90°$得到$\triangle OGD'$,则$\triangle OGD'\cong\triangle OFD$,$\therefore$ $GD'=FD=3$,$\angle OGD'=\angle F=45°$,$\angle D'OG=\angle DOF$,$\therefore$ $\angle EGD'=90°$. 连接 $D'E$. $\because$ $EG=4$,$\therefore$ $D'E=5$. 连接 OC,则 $OA=OC=OB$. $\because$ D,E 分别是 AC,BC 的中点,$\therefore$ $\angle AOD=\angle COD$,$\angle BOE=\angle COE$,$\therefore$ $\angle DOE=45°$,$\angle AOD+\angle BOE=45°$,$\therefore$ $\angle D'OG+\angle BOE=45°$,$\therefore$ $\angle D'OE=\angle DOE=45°$,$\therefore$ $\triangle ODE\cong\triangle OD'E$,$\therefore$ $DE=D'E=5$.



图(1)



图(2)

重点题目解析

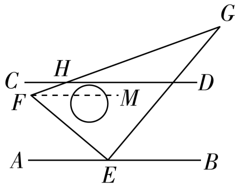
1. C 解析 $-\frac{1}{2\ 023}$的相反数为$\frac{1}{2\ 023}$,故选 C.

2. A 解析 480 亿$=48\ 000\ 000\ 000=4.8\times10^{10}$,故

选 A.

3. D 解析 $\because$ 几何体的主视图和左视图都是等腰三角形，$\therefore$ 此几何体为锥体. 又 $\because$ 俯视图为圆，$\therefore$ 此几何体是圆锥. 故选 D.

4. C 解析 如图，过 F 作 $FM /\!/ AB$，则 $\angle AEF=\angle EFM$. 由 $AB /\!/ CD$ 可知 $FM /\!/ CD$，所以 $\angle CHF=\angle HFM$. 由题知 $\angle EFG=90°-30°=60°$，所以 $\angle AEF+\angle CHF=\angle EFM+\angle HFM=\angle EFG=60°$. 因为 $\angle CHF=20°$，所以 $\angle AEF=40°$. 故选 C.

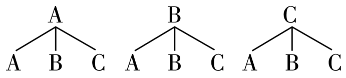


5. A 解析 $6a^2\div\dfrac{3}{a}=6a^2\cdot\dfrac{a}{3}=2a^3$，故 A 选项运算正确；$a^2\cdot 2a^3=2a^5$，故 B 选项运算错误；$(2m-1)^2=4m^2-4m+1$，故 C 选项运算错误；$a^2$ 与 $2a$ 不是同类项，不能合并，故 D 选项运算错误. 故选 A.

6. B 解析 由菱形的对角线互相垂直平分，可得 $OA=4$，$OB=3$，$OA\perp OB$，由勾股定理得 $AB=5$. 由 $OE\perp AB$，得 $OA\times OB=AB\times OE$，即 $4\times3=5OE$，解得 $OE=2.4$. 故选 B.

7. A 解析 由题可知 $x(x+m)+2x-(x+m)=3$，整理得 $x^2+(m+1)x-(m+3)=0$，$\therefore \Delta=(m+1)^2+4(m+3)=m^2+6m+9+4=(m+3)^2+4>0$，所以方程有两个不相等的实数根. 故选 A.

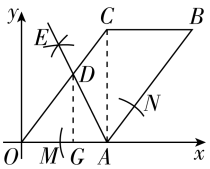
8. D 解析 画树状图如图.



由树状图可知共有 9 种等可能的结果，其中小明和小亮同时抽到 B：“天眼之父”南仁东的结果有 1 种，故小明和小亮同时抽到 B：“天眼之父”南仁东的概率为 $\dfrac{1}{9}$. 故选 D.

9. B 解析 由题图(1)可知 $I=\dfrac{U}{R}$，所以 $U=IR$. 因为电路中的电压不变，所以 $2m=(2-0.5)(m+2)$，解得 $m=6$，所以电路中的电压 $U=2\times6=12$(伏)，故选 B.

10. C 解析 如图，连接 AC，过点 D 作 $DG\perp OA$ 于点 G. $\because A(3,0)$，$C(3,4)$，$\therefore \angle OAC=90°$，$OC=\sqrt{3^2+4^2}=5$. 由题中作图可知，$AE$ 平分 $\angle OAB$，$\therefore \angle OAD=\angle DAB$. $\because OC /\!/ AB$，$\therefore \angle ODA=\angle DAB$，$\therefore \angle ODA=\angle OAD$，$\therefore OD=OA=3$.



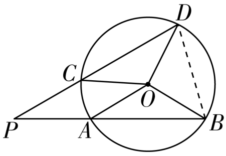
$\because \sin\angle AOC=\dfrac{AC}{OC}=\dfrac{DG}{OD}$，$\therefore \dfrac{4}{5}=\dfrac{DG}{3}$，$\therefore DG=\dfrac{12}{5}$，$\therefore OG=\sqrt{OD^2-DG^2}=\dfrac{9}{5}$，$\therefore$ 点 D 的坐标为 $\left(\dfrac{9}{5},\dfrac{12}{5}\right)$. 故选 C.

11. $-2\sqrt{3}$　**解析** $\sqrt{3}-\sqrt{27}=\sqrt{3}-3\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$.

12. $y=-x+1$（答案不唯一）　**解析** 因为该函数是一次函数，故设函数解析式为 $y=kx+b$. 由①知 k 为负数，故 k 值可以是 -1，再由②知 $-1=-2+b$，解得 $b=1$. 故这个一次函数解析式可以是 $y=-x+1$.

13. 62. 71　**解析** 由题图可知，2017～2021 年年末全国常住人口城镇化率的中位数为 62. 71%.

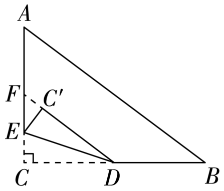
14. $\dfrac{2\pi}{3}$　**解析** 如图，连接 DB.



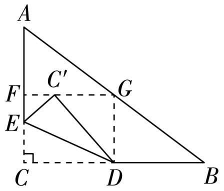
$\because \angle BOD=100°$，$\therefore \angle ODB+\angle OBD=80°$. $\because \angle P=30°$，$\therefore \angle PDB+\angle PBD=150°$，$\therefore \angle PDO+\angle PBO=70°$. $\because OA=OB$，$OC=OD$，$\therefore \angle OBA=\angle OAB$，$\angle OCD=\angle ODC$，$\therefore \angle OCD+\angle OAB=70°$，$\therefore \angle BOA+\angle COD=220°$. $\because \angle BOD=100°$，$\therefore \angle AOC=360°-100°-220°=40°$. $\because OA=3$，$\therefore$ 劣弧 $\overset{\frown}{AC}$ 的长为 $\dfrac{40\pi\cdot 3}{180}=\dfrac{2\pi}{3}$.

15. $\dfrac{2}{3}$ 或 $\dfrac{8-2\sqrt{7}}{3}$　**解析** $\because AC=3$，$BC=4$，$\angle C=90°$，$\therefore AB=5$. $\because D$ 为 BC 的中点，$\therefore CD=2$. 由折叠可知 $\angle DC'E=\angle DCE=90°$，$C'D=CD=2$，$C'E=CE$. 如图(1)，取 AC 边的中点 F，连接 DF，则 $CF=\dfrac{3}{2}$，$DF=\dfrac{5}{2}$. 当点 C' 落在 DF 上时，$C'F=DF-C'D=\dfrac{5}{2}-2=\dfrac{1}{2}$，$\angle EC'F=90°$. 设 $CE=x$，则 $C'E=x$，$\therefore EF=\dfrac{3}{2}-x$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle C'EF$ 中，$C'E^2+C'F^2=EF^2$，即 $x^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\left(\dfrac{3}{2}-x\right)^2$，解得 $x=\dfrac{2}{3}$，即 $CE=\dfrac{2}{3}$. 如图(2)，分别取 AC，AB 边的中点 F，G，连接 FG，GD. 当点 C' 落在 FG 上时，则易得 $\angle C'FE=\angle C'GD=90°$，$FG=2$，$GD=CF=\dfrac{3}{2}$，由

勾股定理得 $GC'=\frac{\sqrt{7}}{2}$，则 $FC'=2-\frac{\sqrt{7}}{2}$. 设 $CE=x$，则 $C'E=x$，$\therefore FE=\frac{3}{2}-x$. 在 Rt$\triangle FC'E$ 中，$C'F^2+EF^2=C'E^2$，即 $\left(2-\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}-x\right)^2=x^2$，解得 $x=\frac{8-2\sqrt{7}}{3}$，即 $CE=\frac{8-2\sqrt{7}}{3}$. 不存在 C' 落在 GD 上的情况. 综上，CE 的长为 $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{8-2\sqrt{7}}{3}$.



图(1)



图(2)