2023 年安徽省初中学业水平考试
数学押题卷（三）

参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	C	B	C	B	A	B	A	D

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

11. $(1-3a+b)(1+3a-b)$

12. $\frac{\pi}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{4}$

13. $4-\sqrt{13}$

14. (1) $m<0$ 或 $m\geqslant 3$　(2) $(-9,-7)$ 或 $(14,2)$

三、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

15.【解】$\begin{cases} -4x\leqslant 6-x, ① \\ x-\frac{7-2x}{3}<1, ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x\geqslant -2$，（2 分）

解不等式②，得 $x<2$，（4 分）

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-2\leqslant x<2$，（6 分）

$\therefore$ 不等式组的所有非零整数解为 $-2,-1,1$，（7 分）

$\therefore$ 所有非零整数解的倒数的积为 $-\frac{1}{2}\times(-1)\times 1=\frac{1}{2}$.（8 分）

16.【解】设甲步行的速度为 x 米/分，则乙步行的速度为 $(x-10)$ 米/分. 根据题意得 $\frac{960}{x}=\frac{840}{x-10}$，

解得 $x=80$，（4 分）

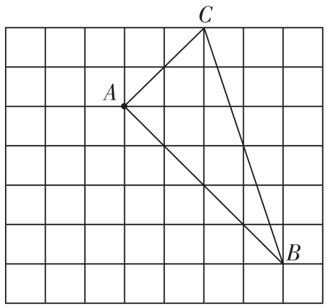
经检验，$x=80$ 是原分式方程的解，

此时 $x-10=70$.（6 分）

答：甲步行的速度是 80 米/分，乙步行的速度是 70 米/分.（8 分）

四、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

17.【解】(1) 线段 AB 如图所示.（3 分）



(2)线段 AC 如图所示(画法不唯一).　　(5 分)

(3)$AC=\frac{1}{2}AB=2\sqrt{2}$. 由格点图形可知 $\triangle ABC$ 是以 AC,AB 为直角边的直角三角形,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot AB=8$.　　(8 分)

18.【解】(1)探究一:①根据题表中规律可知 $x=8$. 故答案为 8.　　(1 分)

②根据题表中规律可知 f 与 m,n 之间的关系式是 $f=m+n-1$. 故答案为 $f=m+n-1$.　　(2 分)

探究二:①根据题表中规律可知 $y=8$,$z=12$. 故答案为 8,12.　　(3 分)

②根据题表中规律可知 f 与 a,b,k 之间的关系式是 $f=k(a+b-1)$. 故答案为 $f=k(a+b-1)$.　　(4 分)

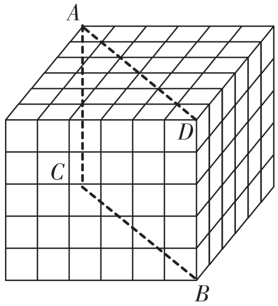
(2)$\because$ $1\ 080=120\times9$,$840=120\times7$,

$\therefore$ 根据(1)的结论可得,$m=1\ 080$, $n=840$, $k=120$,$a=9$,$b=7$.

$\because$ $f=k(a+b-1)=120\times(9+7-1)=1\ 800$,

$\therefore$ 穿过的小正方形的个数是 1 800 个. 故答案为 1 800.　　(6 分)

(3)如图,连接长方体上、下两个底面的对角线,得到矩形 $ACBD$.



$\because$ 长方体的上底面和下底面是 6×6 的正方形,AD,CB 分别为上、下底面的对角线,$AC=BD=5$,

$\therefore$ $AD=BC=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$.

$\because$ 每个小正方体的面的对角线长为 $\sqrt{2}$,$\therefore$ AB 可以看作 6×5 的矩形网格的对角线.

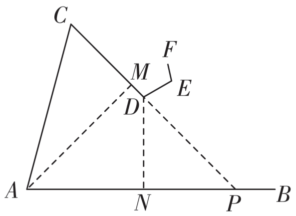
$\because$ 6 与 5 互质,

$\therefore$ 经过顶点 A,B 的直线穿过的小正方体的个数为 $5+6-1=10$(个). 故答案为 10.　　(8 分)

五、(本大题共 2 小题,每小题 10 分,满分 20 分)

19.【解】如图,过点 A 作 $AM\perp CD$,垂足为点 M,延长 CD 交 AB 于点 P,过点 D 作 $DN\perp AB$,垂足为点 N.

(2 分)



$\because AM\perp CD$，$\therefore \angle AMC=\angle AMP=90°$.

又$\because \angle C=60°$，$\therefore \angle CAM=30°$.

$\because AC=8$ cm，$\therefore CM=4$ cm，$AM=4\sqrt{3}$ cm.　（4 分）

$\because \angle CAB=75°$，

$\therefore \angle MAB=\angle CAB-\angle CAM=45°$，

$\therefore \triangle MAP$ 为等腰直角三角形，

$\therefore MP=MA=4\sqrt{3}$ cm.　（6 分）

$\because CD=5$ cm，$\therefore DP=MP+CM-CD=(4\sqrt{3}-1)$ cm.

$\because DN\perp AB$，$\angle DPN=\angle MAB=45°$，

$\therefore \triangle DNP$ 为等腰直角三角形，　（8 分）

$\therefore DN=DP\cdot \sin\angle DPN=(4\sqrt{3}-1)\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\left(2\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ cm，

$\therefore$ 点 D 到 AB 的距离为$\left(2\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ cm.　（10 分）

20. (1)【证明】$\because \angle DPA=\angle CPB$，$\angle ADP=\angle BCP$，

$\therefore \triangle DAP\backsim\triangle CBP$，

$\therefore \frac{PD}{PC}=\frac{PA}{PB}$，即 $PA\cdot PC=PB\cdot PD$.　（4 分）

(2)【解】$\because AP\cdot AC+BP\cdot BD=4$，

$\therefore AP\cdot(AP+PC)+BP\cdot(BP+PD)=AP^2+AP\cdot PC+BP^2+BP\cdot PD=4$.

$\because AB$ 是直径，$\therefore \angle BCP=90°$，

$\therefore \triangle BCP$ 是直角三角形，$\therefore BC^2+CP^2=BP^2$.

又$\because PA\cdot PC=PB\cdot PD$，

$\therefore AP^2+AP\cdot PC+BP^2+BP\cdot PD=AP^2+2AP\cdot PC+BP^2=AP^2+2AP\cdot PC+PC^2+BP^2-PC^2=(AP+PC)^2+BC^2=AC^2+BC^2=AB^2=4$，

$\therefore AB=2$，$\therefore$ 半圆的半径为 1.　（10 分）

六、(本题满分 12 分)

21.【解】(1) 选取的学生总人数为 $20\div0.2=100$，

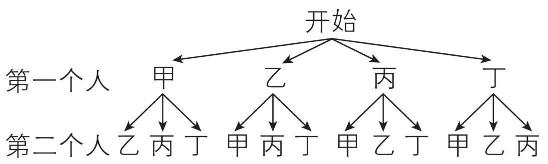
$\therefore a=100\times0.35=35$，$b=30\div100=0.3$，$c=15\div100=0.15$.　（4 分）

(2) $\because 70\leqslant x<80$ 分数段的频率为 0.3，$\therefore$ 所对应扇形的圆心角度数为 $360°\times0.3=108°$.

$\because 90\leqslant x\leqslant100$ 分数段的频率为 0.15，$\therefore$ 所对应

扇形的圆心角度数为 $360°\times0.15=54°$. （8 分）

（3）根据题意画树状图如下：



$\therefore$ 共有 12 种等可能的结果，其中正好选中甲、乙两人的结果有 2 种，

$\therefore$ 正好选中甲、乙两人的概率为 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$. （12 分）

七、（本题满分 12 分）

22.【解】（1）$\because y_1=-x+74$，$y_2=2x-16$，$\therefore$ 当 $y_1=y_2$ 时，$-x+74=2x-16$，解得 $x=30$.

当 $x=30$ 时，$-30+74=44$.

$\therefore$ 平衡价格为 30 元/件，平衡需求量为 44 万件.

故答案为 30，44. （4 分）

（2）$\because \begin{cases}-x+74\geqslant0,\\2x-16\geqslant0,\end{cases}$ $\therefore 8\leqslant x\leqslant74$.

当 $y_1<y_2$ 时，$-x+74<2x-16$，解得 $x>30$；

当 $y_1\geqslant y_2$ 时，$-x+74\geqslant2x-16$，解得 $x\leqslant30$.

$\therefore P=\begin{cases}2x-16(8\leqslant x\leqslant30),\\-x+74(30<x\leqslant74).\end{cases}$ （8 分）

$\therefore$ 当 $8\leqslant x\leqslant30$ 时，$W=Px=2x^2-16x$.

$\because 2>0$，$\therefore$ 抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=4$.

又$\because 8\leqslant x\leqslant30$，

$\therefore W$ 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x=30$ 时，W 有最大值，为 1 320.

当 $30<x\leqslant74$ 时，$W=Px=-x^2+74x$.

$\because -1<0$，$\therefore$ 抛物线开口向下，对称轴为直线 $x=37$，

$\therefore$ 当 $x=37$ 时，W 有最大值，为 1 369.

$\because$ 1 369>1 320，

$\therefore$ 当市场价格 $x=37$ 时，市场销售额 W 取得最大值.

（12 分）

八、（本题满分 14 分）

23.【解】（1）$\because P$ 是线段 DF 的中点，

$\therefore FP=DP$.

由题意可知 $DC /\!/ GF$，$\therefore \angle GFP=\angle HDP$.

又$\because \angle GPF=\angle HPD$，

$\therefore \triangle GFP\cong\triangle HDP$（ASA），

$\therefore GP=HP$，$GF=HD$. （3 分）

$\because$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $BEFG$ 都是正方形,

$\therefore CD=CB, GF=GB, \angle HCG=90°$,

$\therefore GB=HD$,

$\therefore CB-GB=CD-HD$,即 $CG=CH$.

$\because \angle HCG=90°$,

$\therefore \triangle CHG$ 是等腰直角三角形,$\therefore \angle CGP=45°$.

$\because HP=GP$,$\therefore CP\perp HG$,

$\therefore \triangle PCG$ 是等腰直角三角形,

$\therefore$ 线段 PG 与 PC 的关系是 $PG\perp PC, PG=PC$.

(6 分)

(2)由(1)可知,$\triangle CHG$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle CHG=45°$,$\therefore \angle DHP=135°$.

$\because \triangle GFP\cong\triangle HDP$,$\therefore \angle FGP=\angle DHP=135°$.

$\because CB=AB=3, BG=BE=1$,$\therefore CG=3-1=2$,

$\therefore HG=2\sqrt{2}$. $\because HP=GP$,

$\therefore GP=\dfrac{1}{2}HG=\sqrt{2}$. (8 分)

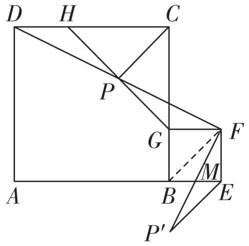
$\because$ 将 $\triangle PGF$ 绕点 F 逆时针旋转 $90°$ 得到 $\triangle P'EF$,

$\therefore P'E=GP=\sqrt{2}$,

$\angle FEP'=\angle FGP=135°$.

$\because \angle FEB=90°$,$\therefore \angle MEP'=45°$.

如图,连接 BF.



$\because BF$ 为正方形 $GBEF$ 的对角线,

$\therefore \angle FBM=45°$,$\therefore \angle MEP'=\angle FBM$.

$\because BE=1$,$\therefore BF=\sqrt{2}$,$\therefore BF=EP'$.

在 $\triangle FBM$ 与 $\triangle P'EM$ 中,

$$\begin{cases}\angle BMF=\angle EMP',\\ \angle FBM=\angle MEP',\\ BF=EP',\end{cases}$$

$\therefore \triangle FBM\cong\triangle P'EM$(AAS), (12 分)

$\therefore ME=MB=\dfrac{1}{2}BE=\dfrac{1}{2}$,

$\therefore \dfrac{AM}{ME}=\dfrac{AB+MB}{ME}=\dfrac{3+\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=7$. (14 分)

重点题目解析

1. C 解析 $|-2|=2$，$|\sqrt{2}-3|=3-\sqrt{2}$，$|2-\sqrt{3}|=2-\sqrt{3}$，$|1|=1$. ∵ $1<3-\sqrt{2}<2$，$0<2-\sqrt{3}<1$，∴ $2-\sqrt{3}<1<3-\sqrt{2}<2$，∴ 绝对值最小的数是 $2-\sqrt{3}$，故选 C.

2. D 解析 9 600 万 $=9.6\times10^3\times10^4=9.6\times10^7$，故选 D.

3. C 解析 根据从正面看到的图形可以判断这个积木左面有一层，右面有两层；根据从左面看到的图形可以判断这个积木后面有两层，前面有一层；根据从上面看到的图形可以判断这个积木底面有 3 个小正方体，前面有两个，后面靠右侧位置有一个. 综上，只有选项 C 符合题意. 故选 C.

4. B 解析 ∵ $a^5\div a^{?}=a^{5-?}=a^1$，∴ $5-?=1$，∴ "?"是 4，故选 B.

5. C 解析 当 $x=-3$ 时，$y=2$，即图象必经过点 $(-3,2)$，故①错误；$k=-6<0$，图象在第二、四象限内，故②正确；$k=-6<0$，在每一象限内，y 随 x 的增大而增大，故③错误；$k=-6<0$，在每一象限内，y 随 x 的增大而增大，故当 $0<x<2$ 时，$y<-3$，故④错误. 故选 C.

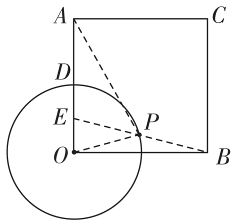
6. B 解析 ∵ 反比例函数 $y=\dfrac{k-1}{x}$ 的图象在第一、三象限，∴ $k-1>0$，∴ $k>1$，∴ 一元二次方程 $x^2+2kx+k=0$ 的根的判别式 $\Delta=4k^2-4k=4k(k-1)>0$，∴ 方程有两个不相等的实数根，故选 B.

7. A 解析 根据中位数的定义可知去掉最高分和最低分，中位数不变；众数是 9.5，也不变. 故选 A.

8. B 解析 ①两直线平行，同位角相等，∴ 原说法错误；②直线外一点与直线上各点的连线中，垂线段最短，∴ 原说法正确；③钝角三角形的高不交于一点，∴ 原说法错误；④在同一平面内，垂直于同一直线的两条直线互相平行，∴ 原说法错误. 故选 B.

9. A 解析 ∵ (a,b)，(c,d) 在一次函数 $y=2x+m$ 上，且 $a<c$，∴ $b<d$，∴ $ab+cd-(ad+bc)=ab+cd-ad-bc=a(b-d)+c(d-b)=(a-c)(b-d)>0$，∴ $ab+cd>ad+bc$. 故选 A.

10. D 解析 设 OA 与⊙O 交于点 D，取 OD 的中点 E，连接 EB，EB 交⊙O 于点 P，连接 OP，AP，如图所示.



$\because OP=OD=2, OA=4, OE=\frac{1}{2}OD=1$,

$\therefore \frac{OP}{OA}=\frac{OE}{OP}=\frac{1}{2}$.

又$\because \angle POE=\angle AOP$,

$\therefore \triangle POE\backsim\triangle AOP$, $\therefore \frac{EP}{AP}=\frac{PO}{AO}=\frac{1}{2}$, $\therefore EP=\frac{1}{2}AP$,

$\therefore \frac{1}{2}AP+BP=EP+BP$. $\because$ 两点之间线段最短,

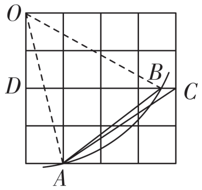
$\therefore$ 点 E,P,B 三点共线时,$\frac{1}{2}AP+BP$ 的值最小,最小值为线段 EB 的长.

$\because OE=1, OB=4$, $\therefore EB=\sqrt{OE^2+OB^2}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$,

$\therefore \frac{1}{2}AP+BP$ 的最小值为 $\sqrt{17}$. 故选 D.

11. $(1-3a+b)(1+3a-b)$ 解析 原式 $=1-(9a^2-6ab+b^2)=1-(3a-b)^2=(1-3a+b)(1+3a-b)$.

12. $\frac{\pi}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 解析 由题图可知,阴影部分的面积为三个相等的弓形面积之和. $\because S_{弓形}=S_{扇形ABC}-S_{\triangle ABC}=\frac{60}{360}\pi\cdot 1^2-\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}$, $\therefore$ 阴影部分的面积为 $3\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)=\frac{\pi}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{4}$.



13. $4-\sqrt{13}$ 解析 连接 OA, OB,如图所示. $\because OB=OA=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$,

$\therefore DB=\sqrt{(\sqrt{17})^2-2^2}=\sqrt{13}$,

$\therefore BC=4-\sqrt{13}$,

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times(4-\sqrt{13})\times2=4-\sqrt{13}$.

故答案为 $4-\sqrt{13}$.

14. (1) $m<0$ 或 $m\geqslant3$ (2) $(-9,-7)$ 或 $(14,2)$

解析 将点 $P(3,a)$, $Q(2m,b)$ 分别代入 $y=-\frac{1}{m}x^2+2x+2$,得 $a=-\frac{9}{m}+8$, $b=2$,

$\therefore P\left(3,-\frac{9}{m}+8\right)$, $Q(2m,2)$.

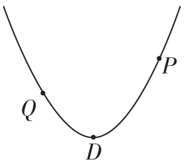
假设二次函数 $y=-\frac{1}{m}x^2+2x+2$ 的图象的顶点为

D，则 $D(m,2+m)$.

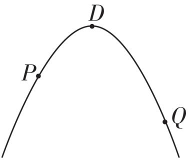
(1)分情况讨论:

①如图(1)，当 $m<0$ 时，由点 D 在图象 M 上，得 $2m<m<3$，解得 $m<0$，

即 $m<0$ 时，点 D 在 M 上是恒成立的.



图(1)



图(2)

②如图(2)，当 $m>0$ 时，$m<2m$，即点 Q 在点 D 的右边，

故若要点 D 在 M 上，则点 P 在点 D 的左边，

$\therefore m\geqslant 3$.

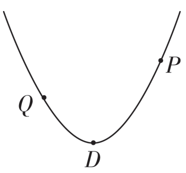
综上所述，m 的取值范围是 $m<0$ 或 $m\geqslant 3$.

(2)分情况讨论:

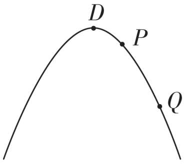
①如图(3)，当 $m<0$ 时，图象开口向上，

令 $-\dfrac{9}{m}+8=9$，则 $m=-9$，经检验，$m=-9$ 是原分式方程的根，

$\therefore$ 图象 M 的最低点是 $(-9,-7)$.



图(3)



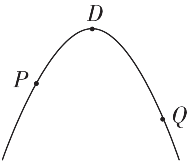
图(4)

②如图(4)，当 $m>0$ 时，图象开口向下，当点 P 的坐标为 $(3,9)$ 时，

$-\dfrac{9}{m}+8=9$，则 $m=-9$（与 $m>0$ 矛盾，舍去）.

③如图(5)，当 $m>0$ 时，图象开口向下，当点 D 的坐标为 $(m,9)$ 时，

$m+2=9$，则 $m=7$，



图(5)

$\therefore -\dfrac{9}{m}+8=-\dfrac{9}{7}+8=6\dfrac{5}{7}>2$，

$\therefore$ 最低点为点 Q，

此时 $2m=14$，

$\therefore$ 图象 M 的最低点是 $Q(14,2)$.

综上所述，当 $m=-9$ 时，图象 M 的最低点是 $(-9,-7)$；当 $m=7$ 时，图象 M 的最低点是 $(14,2)$. 故答案为 $(-9,-7)$ 或 $(14,2)$.

关键点拨

(1)先将点 $P(3,a)$,$Q(2m,b)$分别代入表达式后用含 m 的代数式表示点的坐标,求出 $y=-\frac{1}{m}x^2+2x+2$ 的顶点坐标为$(m,2+m)$,再根据抛物线的顶点在图象 M 上,得到顶点的横坐标在 $P(3,a)$,$Q(2m,b)$两点的横坐标之间,注意抛物线开口方向的两种可能性,以及点 P、点 Q 的相对位置关系,分情况讨论,求解 m 的取值范围;

(2)点 Q 的纵坐标是 2,所以最大值不在点 Q 处,由此分为 3 种情况来讨论:图象开口向上时点 P 的纵坐标取最大值 9;图象开口向下时,顶点或点 P 的纵坐标分别取最大值 9,即可求出 m 的值,进而可得图象 M 的最低点的坐标.