答案及解析

第一部分 | 逐题猜押

选填猜押

▼第 1 题　实数的相关概念及大小比较

1. A　【解析】实数 9 的相反数是−9. 故选 A.

2. A　【解析】若收入 3 元记为 +3，则支出 2 元记为 −2.

3. B　【解析】有理数 −1，−2，0，2 中，最小的是 −2，故选 B.

4. A　【解析】−2 的绝对值是 2，$-\frac{1}{2}$的绝对值是$\frac{1}{2}$，0 的绝对值是 0，$\frac{3}{2}$的绝对值是$\frac{3}{2}$. $\because 2>\frac{3}{2}>\frac{1}{2}>0$，$\therefore$ −2 的绝对值最大. 故选 A.

5. A　【解析】$(\sqrt{5}▲2)▼\sqrt[3]{27}=\sqrt{5}▼\sqrt[3]{27}=\sqrt{5}▼3=\sqrt{5}$，故选 A.

第 2 题　科学记数法

6. C　【解析】$750\ 000=7.5\times10^{5}$，故选 C.

7. B　【解析】146.8 亿 $=1.468\times10^{10}$，故选 B.

▼第 3 题　整式的运算

8. **B**　【解析】A 选项,原式 $=m^5$,故该选项不符合题意;B 选项,原式 $=-m+n$,故该选项符合题意;C 选项,原式 $=m^2+mn$,故该选项不符合题意;D 选项,原式 $=m^2+2mn+n^2$,故该选项不符合题意. 故选 B.

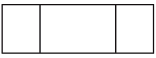
9. **C**　【解析】A 选项,$(ab)^2=a^2b^2$,故 A 不符合题意;B 选项,$2a\div 3a=\frac{2}{3}$,故 B 不符合题意;C 选项,$3a\cdot 2a=6a^2$,故 C 符合题意;D 选项,$3a$ 与 $2b$ 不属于同类项,不能合并,故 D 不符合题意. 故选 C.

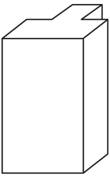
▼第 4 题　三视图

10. D　【**解析**】从正面看，是左右两个相邻的矩形组成的矩形. 故选 D.

11. B　【**解析**】从正面看，底层是一个矩形，上层是一个圆，故选 B.

12. A　【**解析**】根据三视图的概念及看得见的轮廓线用实线、看不见的轮廓线用虚线，可知选项 A 正确.

13. B　【**解析**】关于六角螺帽的主视图画法正确的是 ，故选 B.

14. B　【**解析**】观察几何体的三视图可知，该几何体可能是 . 故选 B.

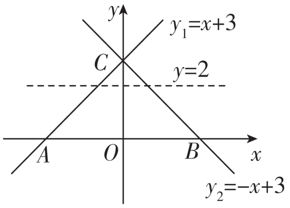
15. B　【**解析**】由主视图可以推出这个组合体是由上下两个大小不同的柱体组成，从俯视图推出上面是圆柱，下面是长方体，且圆柱底面圆的直径小于长方体的宽. 由此可判断对应的组合体是选项 B. 故选 B.

第 5 题　一次函数表达式的确定及图象与性质

16. D　【解析】∵ y 随 x 的增大而减小，∴ $k<0$，故 B 选项不符合题意；当 $x=1$ 时，$y=-x-2=-3\neq3$，故 A 选项不符合题意；当 $x=1$ 时，$y=-2x-1=-3\neq3$，故 C 选项不符合题意；当 $x=1$ 时，$y=-x+4=3$，故 D 选项符合题意. 故选 D.

17. D　【解析】由题图知，一次函数 $y=k_1x+b_1$ 的图象过第一、二、三象限，$y=k_2x+b_2$ 的图象过第一、三、四象限，∴ $k_1>0$，$b_1>0$，$k_2>0$，$b_2<0$，∴ $k_1\cdot k_2>0$，故 A 不符合题意；$k_1+k_2>0$，故 B 不符合题意；$b_1-b_2>0$，故 C 不符合题意；$b_1\cdot b_2<0$，故 D 符合题意. 故选 D.

18. B　【解析】∵ 点 $P(m,2)$ 是 $\triangle ABC$ 内部（包括边上）的一点，∴ 点 P 在直线 $y=2$ 上，如图所示.



当 P 为直线 $y=2$ 与直线 y_2 的交点时，m 取最大值；当 P 为直线 $y=2$ 与直线 y_1 的交点时，m 取最小值. ∵ $y_2=-x+3$ 中，令 $y_2=2$，则 $x=1$；$y_1=x+3$ 中，令 $y_1=2$，则 $x=-1$，∴ m 的最大值为 1，最小值为 -1，则 m 的最大值与最小值之差为 $1-(-1)=2$. 故选 B.

19. B　【解析】∵ 一次函数 $y=(2m-1)x+2$ 的值随 x 的增大而增大，∴ $2m-1>0$，解得 $m>\frac{1}{2}$，∴ $P(-m,m)$ 在第二象限，故选 B.

20. C　【解析】当 $x=0$ 时，$y=x+1=1$，∴ 第 1 个等腰直角三角形的直角边长为 1，面积为 $\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$；当 $x=1$ 时，$y=x+1=2$，∴ 第 2 个等腰直角三角形的直角边长为 2，面积为 $\frac{1}{2}\times2\times2=2$；当 $x=3$ 时，$y=x+1=4$，∴ 第 3 个等腰直角三角形的直角边长为 4，面积为 $\frac{1}{2}\times4\times4=8$；…；依此规律，第 100 个

等腰直角三角形的面积为 $\frac{1}{2}\times 4^{100-1}=2^{197}$，故选 C.

21. $k\leqslant -3$ 或 $k\geqslant \frac{1}{3}$　**【解析】**当 $k<0$ 时，$\because$ 直线 $y=kx+k$ 经过点 $A(-2,3)$，$\therefore -2k+k=3$，$\therefore k=-3$，$\therefore k\leqslant -3$；当 $k>0$ 时，$\because$ 直线 $y=kx+k$ 经过点 $B(2,1)$，$\therefore 2k+k=1$，$\therefore k=\frac{1}{3}$，$\therefore k\geqslant \frac{1}{3}$. 综上，直线与线段 AB 有交点时，k 的取值范围是 $k\leqslant -3$ 或 $k\geqslant \frac{1}{3}$. 故答案为 $k\leqslant -3$ 或 $k\geqslant \frac{1}{3}$.

▼第 6 题　一次函数的实际应用

22. D　【解析】A 选项，从图象上可以看出两地的路程为 80 千米，故 A 正确，不符合题意. B 选项，甲的速度为 $80\div8=10$（千米/时），乙的速度为 $80\div(5-3)=40$（千米/时），故 B 正确，不符合题意. C 选项，设 $y_甲=k_1t$，将 $(8,80)$ 代入得，$8k_1=80$，解得 $k_1=10$，$\therefore y_甲=10t$. 设 $y_乙=k_2t+b$，将 $(3,0)$ 和 $(5,80)$ 分别代入得，$\begin{cases}3k_2+b=0,\\5k_2+b=80,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_2=40,\\b=-120,\end{cases}$ $\therefore y_乙=40t-120$. 由 $\begin{cases}y=10t,\\y=40t-120\end{cases}$ 得 $\begin{cases}t=4,\\y=40,\end{cases}$ $\therefore$ 交点坐标为 $(4,40)$，$\therefore$ 乙在距 A 地 40 千米处追到甲，故 C 正确，不符合题意. D 选项，甲、乙都行驶且甲与乙相遇前相距 10 千米时，有 $10t-(40t-120)=10$，解得 $t=\frac{11}{3}$；甲、乙都行驶且甲与乙相遇后相距 10 千米时，$(40t-120)-10t=10$，解得 $t=\frac{13}{3}$，$\therefore$ 行驶过程中，当甲、乙相距 10 千米时，甲行驶的时间为 $\frac{11}{3}$ 小时或 $\frac{13}{3}$ 小时，故 D 错误，符合题意. 故选 D.

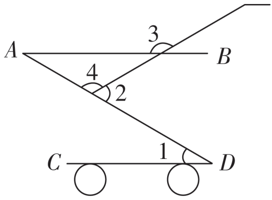
23. B　【解析】$\because$ 秤砣到秤纽的水平距离 y(cm) 与所挂物重 x(kg) 之间满足一次函数关系，且不挂重物时秤砣到秤纽的水平距离为 2.5 cm，$\therefore$ 设一次函数表达式为 $y=kx+2.5(k\neq0)$. 由题意知点 $(1,8)$ 在该函数图象上，$\therefore 8=k+2.5$，解得 $k=5.5$，$\therefore y$ 与 x 的函数表达式为 $y=5.5x+2.5$. 当 $y=30$ 时，$30=5.5x+2.5$，解得 $x=5$，即当秤砣到秤纽的水平距离为 30 cm 时，秤钩所挂物重是 5 kg. 故选 B.

24. B　【解析】由华氏度 f(℉) 与摄氏度 c(℃) 之间满足一次函数的关系，设 $f=kc+b(k\neq0)$. 把 $c=0$，$f=32$；$c=100$，$f=212$ 分别代入 $f=kc+b$，得 $\begin{cases}b=32,\\100k+b=212,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=\frac{9}{5},\\b=32,\end{cases}$ $\therefore f=\frac{9}{5}c+32$. 令 $f=95$，得 $95=\frac{9}{5}c+32$，解得 $c=35$. 故选 B.

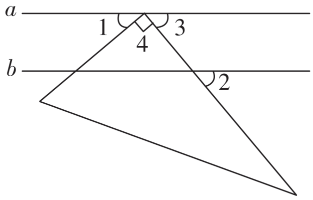
▼第 7 题　平行线求角度

25. C 【解析】$\because AB /\!/ DE$，$\angle B=120°$，$\therefore \angle E=180°-\angle B=180°-120°=60°$. $\because \angle D=20°$，$\therefore \angle BCD=\angle D+\angle E=80°$. 故选 C.

26. A 【解析】如图，$\because AB /\!/ CD$，$\angle 1=30°$，$\therefore \angle A=\angle 1=30°$. $\because \angle 3=\angle A+\angle 4$，$\angle 3=150°$，$\therefore \angle 4=\angle 3-\angle A=120°$，$\therefore \angle 2=180°-\angle 4=60°$. 故选 A.



27. B 【解析】如图：

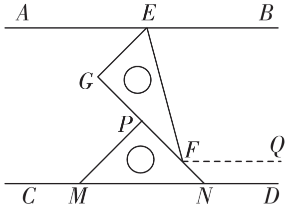


$\because \angle 4=90°$，$\angle 1=40°$，$\angle 1+\angle 3+\angle 4=180°$，

$\therefore \angle 3=180°-90°-40°=50°$.

$\because$ 直线 $a /\!/ b$，$\therefore \angle 2=\angle 3=50°$. 故选 B.

28. C 【解析】如图，过点 F 作 $FQ /\!/ AB$.



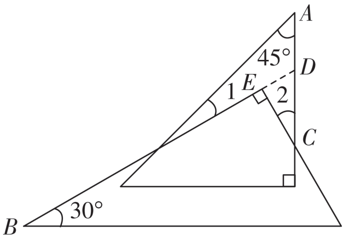
$\because \angle MPN=90°$，$\therefore \angle GPM=90°=\angle EGF$，$\therefore EG /\!/ PM$，故①正确. $\because AB /\!/ CD$，$\therefore FQ /\!/ CD$，$\therefore \angle NFQ=\angle MNP=45°$. $\because \angle EFG=30°$，$\therefore \angle EFN=180°-\angle EFG=150°$，$\therefore \angle EFQ=\angle EFN-\angle NFQ=105°$. $\because FQ /\!/ AB$，$\therefore \angle BEF=180°-\angle EFQ=75°$，故③正确. $\because \angle FEG=60°$，$\therefore \angle AEG=180°-\angle BEF-\angle FEG=45°$，故②正确. $\because \angle PMN=45°$，$\therefore \angle CMP=180°-\angle PMN=135°$，$\therefore \angle CMP \neq \angle EFN$，故④错误. 综上，正确的有①②③，共 3 个，故选 C.

▼第 8 题　三角形及其性质

29. A　【解析】$\because a=1, b=3, \therefore 3-1<c<3+1$，即 $2<c<4$. 观察选项可知，只有选项 A 符合题意，故选 A.

30. B　【解析】由题可知，长为 6 的线段围成的等腰三角形的腰长为 a，则底边长为 $6-2a$. 由题意得，$\begin{cases}2a>6-2a,\\6-2a>0,\end{cases}$ 解得 $\frac{3}{2}<a<3$. 结合所给选项可知 a 只能取 2，故选 B.

31. B　【解析】如图，延长 BE 交 AC 于 D. $\because \angle BEC$ 是 $\triangle CDE$ 的外角，$\therefore \angle 2+\angle CDE=\angle BEC=90°$. 同理，$\angle 1+\angle A=\angle CDE$，$\therefore \angle 2+\angle 1+\angle A=90°$，$\therefore \angle 1+\angle 2=45°$，故选 B.



32. A　【解析】$\because AB=AC, \angle A=20°$，

$\therefore \angle ACB=\angle ABC=80°$.

$\because \angle ECB=20°$，

$\therefore \angle DCE=\angle ACB-\angle ECB=80°-20°=60°$，$\angle CEB=180°-\angle ABC-\angle ECB=180°-80°-20°=80°$，

$\therefore \angle CEB=\angle CBE$，$\therefore CE=CB$.

$\because \angle DCB=80°, \angle DBC=50°$，

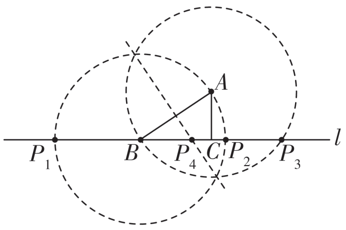
$\therefore \angle CDB=180°-80°-50°=50°$，

$\therefore \angle CDB=\angle CBD$，$\therefore CD=CB$，$\therefore CD=CE$.

又$\because \angle DCE=60°$，$\therefore \triangle DCE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle CDE=60°$，$\therefore \angle BDE=\angle CDE-\angle CDB=60°-50°=10°$，故选 A.

33. D　【解析】如图所示，分别以 A，B 为圆心，AB 的长为半径画弧，与直线 l 的交点 P_1，P_2，P_3 即为所求；作 AB 的垂直平分线，与直线 l 的交点 P_4 即为所求. 故符合条件的点 P 有 4 个. 故选 D.

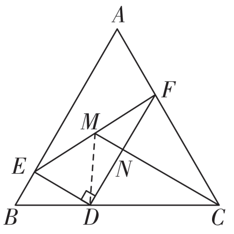


34. C 【解析】$\because$ 等边三角形 ABC 的边长为 2，$BD=\frac{1}{2}CD$，$\therefore BD=\frac{2}{3}$，$CD=\frac{4}{3}$. $\because$ 等边三角形 ABC 中，$\angle B=60°$，$DF//AB$，$\therefore \angle FDC=\angle B=60°$，$\angle BED=\angle EDF=90°$，

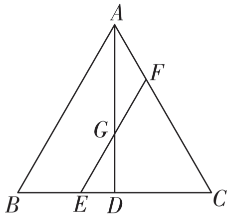
$\therefore \angle BDE=30°$，$\therefore BE=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{3}$，

$\therefore DE=\sqrt{BD^2-BE^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

如图，连接 DM. 在 Rt$\triangle DEF$ 中，M 为边 EF 的中点，$\therefore DM=\frac{1}{2}EF=FM$. $\because \angle FDC=\angle FCD=60°$，$\therefore \triangle CDF$ 是等边三角形，$\therefore CD=CF=DF=\frac{4}{3}$，$\therefore CM$ 垂直平分 DF，$\therefore \angle DCN=30°$，$DN=FN$，$\therefore$ 在 Rt$\triangle CDN$ 中，$DN=\frac{2}{3}$，$CN=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. 又$\because M$ 为 EF 的中点，$\therefore MN=\frac{1}{2}DE=\frac{\sqrt{3}}{6}$，$\therefore CM=CN+MN=\frac{2\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{6}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$，故选 C.

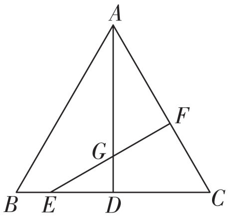


35. C 【解析】A 选项，如图(1)，$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，$\therefore \angle B=\angle C=\angle BAC=60°$，$AB=CB=4$. $\because EF//AB$，$\therefore \angle CEF=\angle B=60°$，$\angle CFE=\angle BAC=60°$，$\therefore \triangle EFC$ 是等边三角形，$\therefore CE=CF$. $\because CF=2BE$，$\therefore CE=2BE$，$\therefore BE=\frac{1}{3}BC=\frac{4}{3}$，故选项 A 正确，不符合题意.

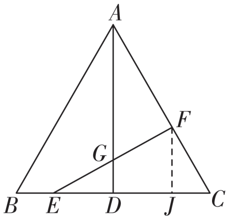


图(1)

B 选项，如图(2)，$\because EF\perp AC$，$\therefore \angle EFC=90°$. $\because \angle C=60°$，$\therefore \angle CEF=30°$，$\therefore EC=2CF$. $\because CF=2BE$，$\therefore EC=4BE$，故选项 B 正确，不符合题意.

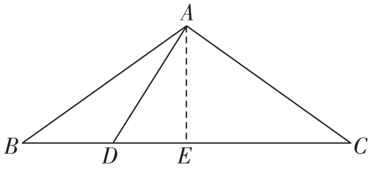

图(2)

C 选项,如图(3),过点 F 作 $FJ \perp BC$ 于点 J. 在 $Rt\triangle CFJ$ 中,$\angle CFJ = 30°$,$\therefore CF = 2CJ$. $\because CF = 2BE$,$\therefore BE = CJ$. $\because BD = CD$,$\therefore DE = DJ$. $\because$ 在等边$\triangle ABC$ 中,AD 是中线,$\therefore AD \perp BC$,$\therefore DG /\!/ FJ$,$\therefore EG = FG$,故选项 C 错误,符合题意.


图(3)

D 选项,连接 AE,DF. 若点 G 是 AD 的中点,则 $AG = GD$. $\because EG = FG$,$\therefore$ 四边形 $AEDF$ 是平行四边形,则 $AF /\!/ DE$,与已知相矛盾,故选项 D 正确,不符合题意. 故选 C.

36. B 【解析】如图,过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E.



$\because AB = AC = 5$,$BC = 8$,$AE \perp BC$,

$\therefore BE = CE = \frac{1}{2}BC = 4$,$\therefore AE = 3$.

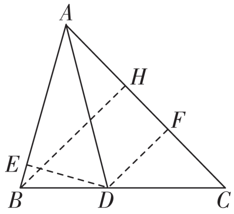
$\because AD \perp AC$,$\therefore \triangle CAD$ 是直角三角形,

$\therefore \tan C = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{EC}$,$\therefore \frac{AD}{5} = \frac{3}{4}$,$\therefore AD = \frac{15}{4}$,

$\therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \frac{9}{4}$,

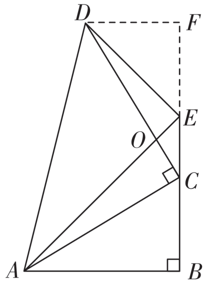
$\therefore BD = BE - DE = \frac{7}{4}$,故选 B.

37. C 【解析】过 B 点作 $BH \perp AC$ 于 H,过 D 点作 $DE \perp AB$ 于 E,$DF \perp AC$ 于 F,如图.



$\because AB=6$，$\angle BAC=60°$，$\therefore$ 易得 $BH=3\sqrt{3}$，$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BH\cdot AC=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times8=12\sqrt{3}$. $\because AD$ 平分 $\angle BAC$，$\therefore DE=DF$，$\angle DAE=30°$. $\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot DE+\frac{1}{2}AC\cdot DF=12\sqrt{3}$，$\therefore 3DE+4DF=12\sqrt{3}$，$\therefore DE=\frac{12}{7}\sqrt{3}$，$\therefore AD=2DE=\frac{24}{7}\sqrt{3}$，故选 C.

38. C 【解析】如图，过点 D 作 $DF\perp BC$，交 BC 的延长线于点 F，



$\therefore \angle EFD=90°$. $\because \angle B=90°$，$\therefore \angle EFD=\angle B$.

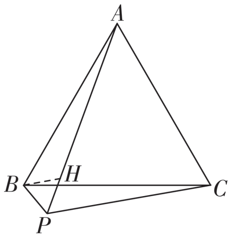
$\because \triangle ABE$ 与 $\triangle ACD$ 都是等腰直角三角形，$\therefore AB=BE$，$AC=CD$. $\because \angle ACD=90°$，$\therefore \angle ACB+\angle DCF=90°$. $\because \angle ACB+\angle BAC=90°$，$\therefore \angle DCF=\angle BAC$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CFD$ 中，$\begin{cases}\angle BAC=\angle DCF,\\ \angle B=\angle F,\\ AC=DC,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle CFD$（AAS），

$\therefore BC=DF$，$AB=CF$，$\therefore BE=CF$，$\therefore BE-EC=CF-EC$，即 $BC=EF$，$\therefore EF=DF$. $\because \angle EFD=90°$，$\therefore \angle DEF=45°$，$\therefore \angle DEC=135°$. 故选 C.

39. C 【解析】如图（1），在 AP 上截取 $PH=BP$，连接 BH.



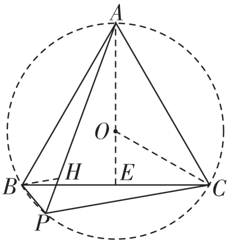
图(1)

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，$\therefore AB=BC$，$\angle ABC=\angle ACB=60°$. $\because BP=PH$，$\angle APB=60°$，$\therefore \triangle BPH$ 是等边三角形，$\therefore BP=BH=PH$，$\angle PBH=60°=\angle ABC$，$\therefore \angle ABH=\angle PBC$.

在△ABH和△CBP中，$\begin{cases} AB=BC, \\ \angle ABH=\angle CBP, \\ BH=BP, \end{cases}$

∴ △ABH≌△CBP(SAS)，∴ PC=AH，

∴ BP+PC=PH+AH=AP. ∵ ∠APB=∠ACB=60°，∴ 点A，点B，点P，点C四点共圆. 设过点A，点B，点P，点C的圆的圆心为O，如图(2)，连接CO，AO，并延长AO交BC于E.

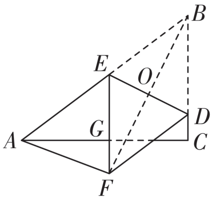


图(2)

∵ ∠AOC=2∠ABC=120°，OA=OC，∴ ∠OAC=∠OCA=30°，∴ ∠BCO=30°，∴ ∠OEC=∠AOC−∠BCO=90°，∴ $EC=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}$，$AE=\sqrt{3}EC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$OC=2OE=OA$，∴ $AO=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ∵ AP是圆O的弦，∴ 当AP为直径时，AP有最大值$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，∴ PB+PC的最大值为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故选C.

40. C 【解析】∵ △ABC和△BDE都是等边三角形，∴ ∠BAC=∠BDA=60°. ∵ ∠ABO=∠DBA，∴ △ABO∽△DBA，∴ $\frac{BO}{BA}=\frac{AB}{DB}$，∴ $BO\cdot BD=AB^2$，故选C.

41. A 【解析】如图，连接BF交ED于点O，设EF与AC交于点G.



∵ 四边形BEFD是菱形，∴ BF平分∠ABC，∴ 点F在∠ABC的平分线上运动，∴ 当AF⊥BF时，AF的长最小. 在菱形BEFD中，BF⊥ED，OB=OF，EF//BC，∴ EO//AF，

∴ △BEO∽△BAF，∴ $\frac{BE}{AB}=\frac{OE}{AF}=\frac{BO}{BF}=\frac{1}{2}$，

$\therefore BE=\frac{1}{2}AB=AE$. 在 Rt$\triangle ABC$ 中,$AC=4$,$BC=3$,

$\therefore AB=5$,$\therefore BE=AE=2.5$,$\therefore EF=2.5$.

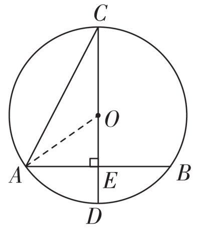
$\because EF/\!/BC$,$\therefore \triangle AGE\backsim\triangle ACB$,

$\therefore \frac{EG}{BC}=\frac{AG}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{1}{2}$,$\angle AGE=\angle ACB=90°$,

$\therefore EG=\frac{1}{2}BC=1.5$,$AG=\frac{1}{2}AC=2$,$\therefore GF=EF-EG=1$. $\because \angle AGF=\angle AGE=90°$,$\therefore AF=\sqrt{AG^2+GF^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$. 故选 A.

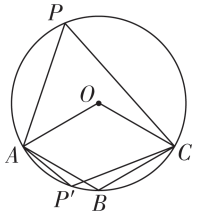
▼第 9 题　圆的性质定理及相关推论

42. C　【解析】如图，连接 OA. 设⊙O 的半径为 R，则 $OA=R$，$OE=R-2$.

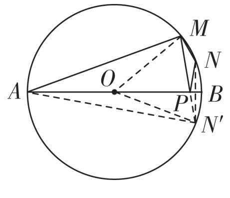


∵ $CD\perp AB$，CD 过圆心 O，$AB=8$，∴ $AE=BE=4$，$\angle AEC=90°$. 由勾股定理得 $OA^2=OE^2+AE^2$，即 $R^2=(R-2)^2+4^2$，解得 $R=5$，即 $OA=OC=5$，∴ $OE=5-2=3$，∴ $CE=OC+OE=5+3=8$，∴ $AC=\sqrt{CE^2+AE^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$，故选 C.

43. C　【解析】如图，分两种情况：①当点 P 在优弧 AC 上时，由圆周角定理得 $\angle APC=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times 120°=60°$；②当点 P 在劣弧 AC 上时，由圆周角定理得 $\angle APC=\frac{1}{2}(360°-\angle AOC)=\frac{1}{2}\times(360°-120°)=120°$. 综上所述，$\angle APC$ 的度数为 $60°$ 或 $120°$，故选 C.

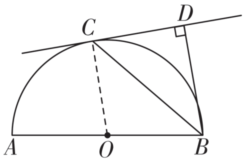


44. C　【解析】如图，作点 N 关于 AB 的对称点 N'，则点 N' 在⊙O 上，连接 MN' 交 AB 于 P，此时 $PM+PN$ 的值最小，即 $PM+PN=MN'$. 连接 OM，ON'，AN'.



∵ 点 N 是 $\overset{\frown}{BM}$ 的中点，$\angle BAM=20°$，∴ $\overset{\frown}{MN}=\overset{\frown}{NB}=\overset{\frown}{BN'}$，∴ $\angle BAN'=10°$，∴ $\angle MAN'=20°+10°=30°$，∴ $\angle MON'=60°$，∴ $\triangle MON'$ 是正三角形，∴ $OM=ON'=MN'=\frac{1}{2}AB=4$. 又∵ $MN=2$，∴ $\triangle PMN$ 周长的最小值为 $2+4=6$，故选 C.

45. B　【解析】连接 OC，如图.

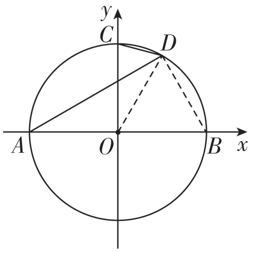


$\because$ CD 是半圆 O 的切线，$\therefore$ $OC \perp CD$，$\therefore$ $\angle OCD = 90°$.

$\because$ $\angle DCB = 50°$，$\therefore$ $\angle OCB = 90° - \angle DCB = 40°$.

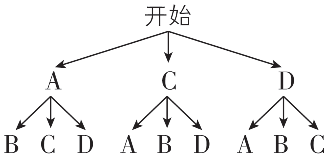
$\because$ $OC = OB$，$\therefore$ $\angle ABC = \angle OCB = 40°$. 故选 B.

46. $2\sqrt{3}$　【解析】如图，连接 OD，BD. $\because$ $OC = OD$，$\therefore$ $\angle OCD = \angle ODC = 75°$，$\therefore$ $\angle DOC = 180° - (\angle OCD + \angle ODC) = 30°$，$\therefore$ $\angle DOB = 90° - 30° = 60°$，$\therefore$ $\angle DAB = \dfrac{1}{2}\angle DOB = 30°$. $\because$ AB 是直径，$\therefore$ $\angle ADB = 90°$. $\because$ $A(-2,0)$，$\therefore$ $OA = OB = 2$，$\therefore$ $AB = 4$，$\therefore$ $AD = AB \cdot \cos 30° = 2\sqrt{3}$，故答案为 $2\sqrt{3}$.



▼第 10 题　概率的计算

47. C　**【解析】**画树状图如下：



共有 9 种等可能的结果，其中第二次 B 接到球的结果数为 3，所以第二次 B 接到球的概率为 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$. 故选 C.

48. D　**【解析】**∵ 共 5 个等边三角形，其中含点 A 的等边三角形有 2 个，∴ 从这些等边三角形中任选一个，则所选等边三角形恰好含点 A 的概率等于 $\frac{2}{5}$，故选 D.

▼第 11 题　统计图（表）及数据的分析

49. D　【解析】这组数据的中位数为 8，没有众数，平均数为$\frac{6+7+8+9+10}{5}=8$，方差为$\frac{1}{5}\times[(6-8)^2+(7-8)^2+(8-8)^2+(9-8)^2+(10-8)^2]=2$，故选 D.

50. B　【解析】原数据 2，3，3，4 的平均数为$\frac{2+3+3+4}{4}=3$，中位数为$\frac{3+3}{2}=3$，众数为 3，方差为$\frac{1}{4}\times[(2-3)^2+(3-3)^2\times2+(4-3)^2]=\frac{1}{2}$；新数据 2，3，3，3，4 的平均数为$\frac{2+3+3+3+4}{5}=3$，中位数为 3，众数为 3，方差为$\frac{1}{5}\times[(2-3)^2+(3-3)^2\times3+(4-3)^2]=\frac{2}{5}$. 故添加一个数据 3 后，方差发生变化，故选 B.

51. A　【解析】由方差的计算公式得出这组数据为 90，90，100，100，100，110，110，

∴ 这组数据的平均数为$\frac{90\times2+100\times3+110\times2}{7}=100$，众数为 100，故选 A.

52. C　【解析】男生得分按从小到大的顺序重新排列为 27，28，29，30，30，30，所以男生得分的众数为 30，中位数为$\frac{29+30}{2}=29.5$，平均数为$\frac{27+28+29+30+30+30}{6}=29$，方差为$\frac{1}{6}\times[(27-29)^2+(28-29)^2+(29-29)^2+3\times(30-29)^2]=\frac{4}{3}$；女生得分按从小到大的顺序重新排列为 27，29，29，29，30，30，所以女生得分的众数为 29，中位数为$\frac{29+29}{2}=29$，平均数为$\frac{27+29+29+29+30+30}{6}=29$，方差为$\frac{1}{6}\times[(27-29)^2+3\times(29-29)^2+2\times(30-29)^2]=1$. 所以男生得分的众数、中位数、方差均高于女生，平均数相等，故选 C.

53. A　【解析】A 选项，跳绳次数不少于 100 次的占比为$\frac{10+18+12}{50}\times100\%=80\%$，此选项正确；B 选项，

大多数学生跳绳次数在 $120\sim160$ 范围内，此选项错误；C 选项，60 秒跳绳的最多次数无法由所给频数分布直方图得出，此选项错误；D 选项，由样本可以估计全年级 400 人中跳绳次数在 $60\sim80$ 的有 $400\times\frac{4}{50}=32$（人），此选项错误. 故选 A.

▼第 12 题　反比例函数的图象与性质

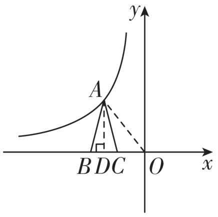
54. C 【解析】$\because y=(2m-1)x^{m^2-2}$ 是反比例函数，

$\therefore \begin{cases} m^2-2=-1, \\ 2m-1\neq 0, \end{cases}$ 解得 $m=\pm 1$. 又$\because$ 图象在第二、四象限，$\therefore 2m-1<0$，解得 $m<\frac{1}{2}$，$\therefore m$ 的值是-1. 故选 C.

55. B 【解析】$\because$ 点 $A(a,1)$，点 $B(-2,b)$ 都在函数 $y=x+5$ 的图象上，$\therefore a+5=1$，$b=-2+5$，$\therefore a=-4$，$b=3$，$\therefore A(-4,1)$，$B(-2,3)$. 由图象可知，$\begin{cases} \frac{k}{-4}>1, \\ \frac{k}{-2}<3, \end{cases}$

解得$-6<k<-4$，$\therefore k$ 的值可能为-5，故选 B.

56. C 【解析】如图所示，过点 A 作 $AD\perp BO$ 于 D，连接 OA.



$\because AB=AC$，点 B，C 的坐标分别是$(-2,0)$和$(-1,0)$，$\therefore OD=\frac{3}{2}$. $\because \triangle ABC$ 的面积为 2，$\therefore \frac{1}{2}\times 1\times AD=2$，$\therefore AD=4$，$\therefore S_{\triangle OAD}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times 4=3$. 又$\because S_{\triangle OAD}=\frac{1}{2}|k|$，$\therefore \frac{1}{2}|k|=3$. $\because k<0$，$\therefore k=-6$. 故选 C.

57. A 【解析】设点 $A\left(x,-\frac{1}{x}\right)(x>0)$，则点 A 关于原点的对称点 B 为$\left(-x,\frac{1}{x}\right)$. 当点 A 和点 B 为"黄金点对"时，点 B 的坐标为$(-x,|-x+3|)$，$\therefore \frac{1}{x}=|-x+3|$. 当 $x\geqslant 3$ 时，$\frac{1}{x}=x-3$，解得 $x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$或 $x=\frac{3-\sqrt{13}}{2}$(舍)，经检验，$x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$是原方程的解，$\therefore$ 满足条件的点 B 有 1 个.

当 $0<x<3$ 时，$\frac{1}{x}=3-x$，解得 $x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$或 $x=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$，

经检验，$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$是原方程的解，

$\therefore$ 满足条件的点 B 有 2 个.

综上所述，函数 $f(x)=\begin{cases}|x+3|(x\leqslant 0),\\ -\dfrac{1}{x}(x>0)\end{cases}$ 的“黄金点对”的个数为 3，故选 A.

▼第 13 题　等式、不等式的性质

58. C　【解析】∵ 在 $2x=3$ 的两边同时除以 2，得 $x=\frac{3}{2}$，∴ A 选项错误；∵ 等式两边同时除以 a 时，a 不能等于 0，∴ B 选项错误；∵ 在 $x=y$ 的两边同时加上 x，得 $2x=x+y$，∴ C 选项正确；∵ 在 $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y=1$ 的两边同时乘 6，得 $3x-2y=6$，∴ D 选项错误. 故选 C.

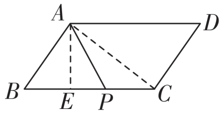
59. C　【解析】(1) 根据等式的性质(等式两边加上或减去同一个数，等式仍然成立)，由 $x-c=y-c$，得 $x-c+c=y-c+c$，那么 $x=y$，故(1)正确. (2)根据等式的性质(等式两边加上或减去同一个数，等式仍然成立)，由 $x+c=y+c$，得 $x+c-c=y+c-c$，那么 $x=y$，故(2)正确. (3)根据等式的性质(等式两边同时除以一个不为 0 的数，等式仍然成立)，由 $x=y$，得 $\frac{x}{c}=\frac{y}{c}(c\neq0)$，故(3)不正确. (4)根据等式的性质(等式两边同时除以一个不为 0 的数，等式仍然成立)，由 $x=y$，$c^2+1>0$，得 $\frac{x}{c^2+1}=\frac{y}{c^2+1}$，故(4)正确. 综上，正确的为(1)(2)(4)，共 3 个. 故选 C.

60. D　【解析】∵ $2a+b=-3$，∴ $b=-2a-3$. ∵ $a-3b\leqslant0$，∴ $a-3(-2a-3)\leqslant0$，即 $a\leqslant-\frac{9}{7}$. 又∵ $a-3b\leqslant0$，∴ $a\leqslant3b$，∴ $1\geqslant\frac{3b}{a}$，∴ $\frac{1}{3}\geqslant\frac{b}{a}$. 故选 D.

61. C　【解析】∵ $5a+6b-3p=0$，$3a+5b-2q=0$，∴ $p=\frac{5}{3}a+2b$，$q=\frac{3}{2}a+\frac{5}{2}b$，∴ $p-q=\frac{5}{3}a+2b-\left(\frac{3}{2}a+\frac{5}{2}b\right)=\frac{1}{6}a-\frac{1}{2}b$. A 选项，当 $a>0$，$b>0$ 时，不能判断 $\frac{1}{6}a-\frac{1}{2}b$ 与 0 的大小关系，即不能判断 p，q 的大小，故 A 不符合题意；B 选项，当 $a>0$，$b<0$ 时，$\frac{1}{6}a-\frac{1}{2}b>0$，即 $p>q$，故 B 不符合题意；C 选项，当 $a<0$，$b>0$ 时，$\frac{1}{6}a-\frac{1}{2}b<0$，即 $p<q$，故 C 符合题意；D 选项，当 $a<0$，$b<0$ 时，不能判断 $\frac{1}{6}a-\frac{1}{2}b$ 与 0 的大小关系，即不能判断 p，q 的大小，故 D 不符合题意. 故选 C.

▼第 14 题　与函数图象有关的动点问题

62. C　【解析】如图，过 A 点作 $AE\perp BC$ 于 E，连接 AC. 根据题图(2)知，当点 P 与点 B 重合时，$AP=AB=3$.



当点 P 与点 E 重合时，$AB+BP=4.8$，

$\therefore$ 此时 $BP=BE=1.8$，

$\therefore AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\sqrt{3^2-1.8^2}=2.4$.

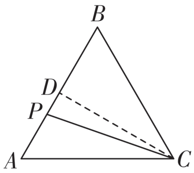
当点 P 到达点 C 时，$AP=AC=4$，

$\therefore EC=\sqrt{AC^2-AE^2}=\sqrt{4^2-(2.4)^2}=3.2$，

$\therefore BC=BE+EC=1.8+3.2=5$.

故选 C.

63. D　【解析】如图，过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，则 $AD=1.5$ cm，$CD=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ cm.



①当点 P 在 AB 上时，$0\leqslant x\leqslant 3$，$AP=x$ cm，$PD=|1.5-x|$ cm，

$\therefore y=PC^2=CD^2+PD^2=\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+(1.5-x)^2=x^2-3x+9$ $(0\leqslant x\leqslant 3)$，

该函数图象是开口向上的抛物线，对称轴为直线 $x=\dfrac{3}{2}$；

②当点 P 在线段 BC 上时，$3<x\leqslant 6$，$PC=(6-x)$ cm，

则 $y=PC^2=(6-x)^2=(x-6)^2(3<x\leqslant 6)$，

该函数图象是开口向上的抛物线，且对称轴为直线 $x=6$；

③当点 P 在线段 CA 上时，$6<x\leqslant 9$，$PC=(x-6)$ cm，

则 $y=PC^2=(x-6)^2(6<x\leqslant 9)$，

该函数图象是开口向上的抛物线，且对称轴为直线 $x=6$.

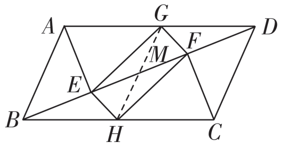
综上可知，选项 D 正确.

64. A　【解析】连接 DE，OP. $\because AB$ 为半圆 O 的直径，$\therefore \angle APB=90^\circ$. $\because OE\perp AP$，$OD\perp BP$，$\therefore$ 四边形 $ODPE$ 为矩形，$\therefore DE=OP=3$. 在 Rt$\triangle ODE$ 中，$OE^2+OD^2=DE^2$，$\therefore y=OE^2+OD^2=DE^2=3^2=9(0<x<6)$，故选 A.

▼第 15 题　特殊四边形的有关计算

65. C　【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $AD//BC$，$\angle ABC=\angle BAD=90°$，$AC=BD$，$OB=\frac{1}{2}BD$，$OA=OC=\frac{1}{2}AC$，∴ $OA=OB=OC$，∴ $\angle OBC=\angle OCB$. ∵ $\angle BOC=\angle AOD=120°$，∴ $\angle OBC=30°$. ∵ AE 平分 $\angle BAD$，∴ $\angle BAE=\angle EAD=45°$，∴ $\angle AEB=\angle EAD=\angle BAE=45°$，∴ $AB=BE$. ∵ $\angle AOD=120°$，∴ $\angle AOB=60°$. ∵ $OA=OB$，∴ $\triangle AOB$ 是等边三角形，∴ $AB=OA=OB$，∴ $OB=BE$，∴ $\angle BOE=\angle BEO$，∴ $\angle OEB=75°$，∴ $\angle AEO=\angle OEB-\angle AEB=75°-45°=30°$. 故选 C.

66. A　【解析】连接 GH，交 BD 于点 M，如图.



∵ 四边形 $GEHF$ 是矩形，$CF\perp BD$，∴ $\angle EHF=\angle BFC=90°$. ∵ 在 Rt$\triangle BCF$ 中，点 H 是 BC 的中点，∴ $BH=HF$，∴ $\angle FBH=\angle BFH$，∴ $\triangle EFH\backsim\triangle CBF$，∴ $\frac{EF}{CB}=\frac{FH}{BF}$. 在▱$ABCD$ 中，$AD//BC$，$AD=BC$. ∵ G，H 分别是 AD，BC 的中点，∴ $GA//HB$，$GA=HB=4$，∴ 四边形 $GABH$ 是平行四边形，∴ $GH=AB=5$. ∵ 在矩形 $GEHF$ 中，$EF=GH=5$ 且 $FH=BH=4$，∴ $\frac{5}{8}=\frac{4}{BF}$，解得 $BF=\frac{32}{5}$，

∴ $BE=BF-EF=\frac{32}{5}-5=\frac{7}{5}$.

∵ $AB//CD$，∴ $\angle ABE=\angle CDF$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中，$\begin{cases}\angle AEB=\angle CFD=90°,\\ \angle ABE=\angle CDF,\\ AB=CD,\end{cases}$

∴ $\triangle ABE\cong\triangle CDF$(AAS)，∴ $BE=DF=\frac{7}{5}$，

∴ $BD=BF+DF=\frac{32}{5}+\frac{7}{5}=\frac{39}{5}$. 故选 A.

67. B　【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $AD//BC$，$AB=BC$，$OA=OC$，$\angle BAC=\angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAD=60°$，∴ $\triangle ABC$ 是等边三角形，∴ $AC=AB=4$，∴ $OA=2$.

$\because EF\perp BC, AD/\!/BC, \therefore EF\perp AD$,

$\therefore \angle OEA=\angle OFC=90^\circ, \therefore \angle AOE=90^\circ-\angle DAC=30^\circ, \therefore AE=\frac{1}{2}OA=1$,

$\therefore OE=\sqrt{OA^2-AE^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.

在$\triangle AOE$和$\triangle COF$中，$\begin{cases}\angle OEA=\angle OFC,\\ \angle AOE=\angle COF,\\ OA=OC,\end{cases}$

$\therefore \triangle AOE\cong\triangle COF(\text{AAS})$,

$\therefore OE=OF=\sqrt{3}, AE=CF=1$,

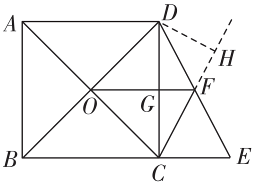
$\therefore EF=OE+OF=2\sqrt{3}$,

$\therefore$ 四边形 $ABFE$ 的周长为 $AB+BF+AE+EF=AB+BF+CF+EF=AB+BC+EF=8+2\sqrt{3}$. 故选 B.

68. D 【解析】如图，过 D 作 $DH\perp CF$，交 CF 的延长线于 H. $\because$ 在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，$\therefore BO=DO$. $\because F$ 是 DE 的中点，$\therefore OF$ 是 $\triangle DBE$ 的中位线，$\therefore$ 易得 G 为 CD 的中点. $\because CE=2$，$\therefore GF=1$. $\because OF=3$，$\therefore OG=2$. $\because OG$ 是$\triangle BCD$ 的中位线，$\therefore CD=BC=2OG=4$.

在 Rt$\triangle CDE$ 中，$DE=\sqrt{DC^2+CE^2}=2\sqrt{5}$，$\therefore CF=\frac{1}{2}DE=\sqrt{5}$. $\because S_{\triangle DCF}=\frac{1}{2}CD\times GF=\frac{1}{2}CF\times DH$，

$\therefore DH=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，$\therefore$ 点 D 到 CF 的距离为$\frac{4\sqrt{5}}{5}$. 故选 D.



69. D 【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle DAF=\angle ABE=90^\circ, AD=AB=BC$.

$\because F$ 为 AB 的中点，E 为 BC 的中点，

$\therefore AF=\frac{1}{2}AB, BE=\frac{1}{2}BC, \therefore AF=BE$.

在$\triangle DAF$和$\triangle ABE$中，

$\begin{cases}AD=AB,\\ \angle DAF=\angle ABE,\\ AF=BE,\end{cases}$

$\therefore \triangle DAF\cong\triangle ABE(\text{SAS})$,

$\therefore \angle ADF=\angle BAE$. $\because \angle ADF+\angle AFD=90^\circ$,

$\therefore \angle BAE+\angle AFD=90^\circ$，即$\angle EAF+\angle AFD=90^\circ$,

$\therefore$ 选项 D 成立.

$\because BE=AF=\frac{1}{2}AB, AE>AB, \therefore BE<\frac{1}{2}AE$,

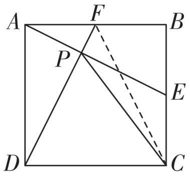
$\therefore$ 选项 A 不成立.

连接 CF,如图.

由对称性可得 $\triangle ADF\cong\triangle BCF$,

$\therefore \angle ADF=\angle BCF, \therefore \angle PDC=\angle FCD\neq\angle PCD$,

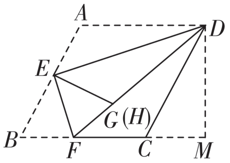
$\therefore PC\neq PD$, $\therefore$ 选项 B 不成立.



选项 C 不能推理证得,故不成立. 故选 D.

70. (1) $90°$　(2) $\frac{14}{5}$　**【解析】**(1) 由折叠的性质可得 $\angle AED=\angle DEG, \angle BEF=\angle HEF, \therefore \angle DEG+\angle HEF=\angle AED+\angle BEF. \because \angle DEG+\angle HEF+\angle AED+\angle BEF=180°, \therefore \angle DEG+\angle HEF=90°$,即 $\angle DEF=90°$. 故答案为 $90°$.

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\therefore AD\parallel BC, \therefore \angle A+\angle B=180°$. 由折叠的性质可得 $AE=EG, BE=EH, \angle A=\angle EGD, \angle B=\angle EHF$. $\because$ 点 E 是 AB 的中点, $\therefore AE=BE, \therefore EG=EH$, 即点 G 与点 H 重合. $\because \angle EGD+\angle EHF=\angle A+\angle B=180°, \therefore D, G, F$ 三点在同一条直线上. 如图,过点 D 作 $DM\perp BC$,交 BC 的延长线于点 M.



$\because \angle A=120°, AB=2, \therefore \angle DCB=120°, CD=2$,

$\therefore \angle DCM=60°, \therefore \angle CDM=30°$,

$\therefore CM=\frac{1}{2}CD=1, DM=\sqrt{CD^2-CM^2}=\sqrt{3}$. 由折叠的性质可得 $BF=FG, AD=DG=2$. 设 $BF=x$,则 $MF=2-x+1=3-x, DF=2+x$. 在 Rt$\triangle DMF$ 中,由勾股定理可得 $DF^2=MF^2+DM^2$,即 $(2+x)^2=(3-x)^2+(\sqrt{3})^2$,解得 $x=\frac{4}{5}, \therefore DF=\frac{14}{5}$. 故答案为 $\frac{14}{5}$.

▼第 16 题　解方程(组)或不等式(组)

71. A　【解析】方程两边同乘 6,应为 $3(x+1)-6=2(x-2)$,∴ 开始出错的一步为①,故选 A.

72. C　【解析】不等式两边同乘 6,得 $2(x-2)<3(x-1)$,去括号得 $2x-4<3x-3$,移项得 $2x-3x<-3+4$,合并同类项得 $-x<1$,解得 $x>-1$,故选 C.

73. A　【解析】由 $3x-a>0$,得 $x>\frac{a}{3}$;由 $x+3a>0$,得 $x>-3a$. 若 $a=0$,则不等式组的解集为 $x>0$,符合题意;若 $a=-2$,则不等式组的解集为 $x>6$,不符合题意;若 $a=3$,则不等式组的解集为 $x>1$,不符合题意;若 $a=-1$,则不等式组的解集为 $x>3$,不符合题意. 故选 A.

74. A　【解析】解不等式 $x+2<3$,得 $x<1$,解不等式 $\frac{1-x}{3}\leqslant1$,得 $x\geqslant-2$,则不等式组的解集为 $-2\leqslant x<1$,故选 A.

75. 1　【解析】当 $x>0$ 时,$\frac{1}{x}+1=2$,解得 $x=1$. 经检验,$x=1$ 是原方程的解. 当 $x\leqslant0$ 时,$2x-1=2$,解得 $x=1.5$,舍去. 所以 $x=1$. 故答案为 1.

76. $\begin{cases}x=0,\\y=-1\end{cases}$　【解析】由已知得,$a(x-y-1)-b(x+y+1)=0$,∴ $\begin{cases}x-y-1=0,①\\x+y+1=0,②\end{cases}$ ①+②,得 $2x=0$,∴ $x=0$. 把 $x=0$ 代入①,得 $y=-1$. 故此方程组的解为 $\begin{cases}x=0,\\y=-1.\end{cases}$ 故答案为 $\begin{cases}x=0,\\y=-1.\end{cases}$

▼第 17 题　因式分解

77. C　【解析】A 选项不是因式分解，故不符合题意；B 选项计算错误，故不符合题意；C 选项是因式分解，故符合题意；D 选项不是因式分解，故不符合题意. 故选 C.

78. B　【解析】A 选项，$ax+ay=a(x+y)$，故该选项不符合题意；B 选项，$3a+3b=3(a+b)$，故该选项符合题意；C 选项，$a^2+4a+4=(a+2)^2$，故该选项不符合题意；D 选项，a^2 与 b 没有公因式，故该选项不符合题意. 故选 B.

▼第 18 题　一元二次方程根的判别式

79. A　【解析】∵ 一元二次方程 $x^2-2x-k=0$ 没有实数根，∴ $\Delta=(-2)^2-4\times1\times(-k)=4+4k<0$，∴ $k<-1$，故选 A.

80. A　【解析】根据题意得 $1※x=x^2-x=k$，即 $x^2-x-k=0$. ∵ 关于 x 的方程 $1※x=k$ 有两个不相等的实数根，∴ $\Delta=(-1)^2-4\times(-k)>0$，解得 $k>-\frac{1}{4}$，故选 A.

81. $k\geqslant-1$　【解析】①当 $k=0$ 时，方程为 $-2x-1=0$，解得 $x=-\frac{1}{2}$，符合题意. ②当 $k\neq0$ 时，此方程是一元二次方程. ∵ 关于 x 的方程 $kx^2-2x-1=0$ 有实数根，∴ $\Delta=(-2)^2-4\times k\times(-1)\geqslant0$，解得 $k\geqslant-1$. 综上，k 的取值范围是 $k\geqslant-1$. 故答案为 $k\geqslant-1$.

第 19 题　弧长及阴影部分面积的相关计算

82. C　【解析】如图，连接 OE. ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

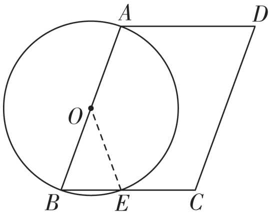
∴ $AB/\!/CD$，∴ $\angle B+\angle C=180°$. ∵ $\angle C=110°$，

∴ $\angle B=70°$. ∵ $OB=OE$，∴ $\angle B=\angle OEB=70°$，

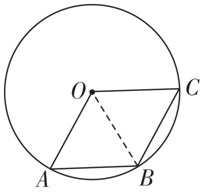
∴ $\angle AOE=\angle B+\angle OEB=70°+70°=140°$.

∵ $AB=2$，AB 为 $\odot O$ 的直径，

∴ $OA=OB=OE=1$，∴ $\overset{\frown}{AE}$ 的长为 $\frac{140\pi\times1}{180}=\frac{7\pi}{9}$，故选 C.



83. $\frac{4}{3}\pi$　【解析】连接 OB，如图.



∵ 四边形 $OABC$ 是菱形，

∴ $OC=BC=AB=OA=4$，∴ $OC=OB=BC$，

∴ $\triangle OBC$ 是等边三角形，∴ $\angle COB=60°$，

∴ 劣弧 BC 的长度为 $\frac{60\cdot\pi\times4}{180}=\frac{4}{3}\pi$，故答案为 $\frac{4}{3}\pi$.

84. $\frac{9\sqrt{3}}{2}-2\pi$　【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$BC=2\sqrt{3}$，∴ $\angle DAB=\angle B=90°$，$AD=BC=2\sqrt{3}=AE$，

∴ $BE=\sqrt{AE^2-AB^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-3^2}=\sqrt{3}$，∴ $BE=\frac{1}{2}AE$，∴ $\angle BAE=30°$，∴ $\angle DAE=90°-30°=60°$，

∴ 阴影部分的面积 $S=S_{矩形ABCD}-S_{\triangle ABE}-S_{扇形DAE}=3\times2\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times3-\frac{60\pi\times(2\sqrt{3})^2}{360}=6\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{2}-2\pi=\frac{9\sqrt{3}}{2}-2\pi$，故答案为 $\frac{9\sqrt{3}}{2}-2\pi$.

▼第 20 题　函数图象平移

85. (1) $y=x^2-4x-5$　(2) $0<m<\sqrt{6}$　**【解析】**(1) ∵ 抛物线 $l: y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A,B 两点，点 A 在点 B 的左侧，其对称轴为直线 $x=2$, $AB=6$, ∴ $A(-1,0)$, $B(5,0)$. 把 $A(-1,0)$, $B(5,0)$ 代入 $y=x^2+bx+c$，得 $\begin{cases}1-b+c=0,\\25+5b+c=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=-4,\\c=-5,\end{cases}$ ∴ 抛物线 l 的函数表达式为 $y=x^2-4x-5$. 故答案为 $y=x^2-4x-5$.

(2) ∵ 抛物线 $l: y=x^2-4x-5$ 与 y 轴交于点 C, ∴ $C(0,-5)$. ∵ $B(5,0)$, ∴ 直线 BC 的表达式为 $y=x-5$. 把 $x=2$ 代入，得 $y=2-5=-3$, ∴ $M(2,-3)$. ∵ $y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$, ∴ 将抛物线 l 向左平移 $m(m>0)$ 个单位得到抛物线 l' 为 $y=(x-2+m)^2-9$，当 $x=2$ 时，$y=m^2-9$, ∴ $N(2,m^2-9)$. ∵ 点 N 在点 M 下方，∴ $m^2-9<-3$. ∵ $m>0$, ∴ $0<m<\sqrt{6}$. 故答案为 $0<m<\sqrt{6}$.

86. (1) A,C　(2) $\frac{5}{4}$　**【解析】**(1) ∵ B,C 两点的横坐标相同，∴ 抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 只能经过 A,C 两点或 A,B 两点. 把 $A(1,2)$, $C(2,1)$ 代入 $y=ax^2+bx+1$ 得 $\begin{cases}a+b+1=2,\\4a+2b+1=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\b=2.\end{cases}$

把 $A(1,2)$, $B(2,3)$ 代入 $y=ax^2+bx+1$ 得 $\begin{cases}a+b+1=2,\\4a+2b+1=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=0,\\b=1.\end{cases}$（不合题意，舍去）

∴ 该抛物线经过 A,B,C 中的 A,C 两点. 故答案为 A,C.

(2) 由(1)知，$a=-1$, $b=2$, ∴ 抛物线的表达式为 $y=-x^2+2x+1$. 设平移后的抛物线的表达式为 $y=-x^2+px+q$，其顶点坐标为 $\left(\frac{p}{2},\frac{p^2}{4}+q\right)$. ∵ 其顶点在直线 $y=x+1$ 上，∴ $\frac{p^2}{4}+q=\frac{p}{2}+1$, ∴ $q=-\frac{p^2}{4}+\frac{p}{2}+1$.

∵ 抛物线 $y=-x^2+px+q$ 与 y 轴的交点的纵坐标为 q, ∴ $q=-\frac{p^2}{4}+\frac{p}{2}+1=-\frac{1}{4}(p-1)^2+\frac{5}{4}$, ∴ 当 $p=1$ 时，平移后的抛物线与 y 轴交点纵坐标的最大值为 $\frac{5}{4}$. 故答案为 $\frac{5}{4}$.

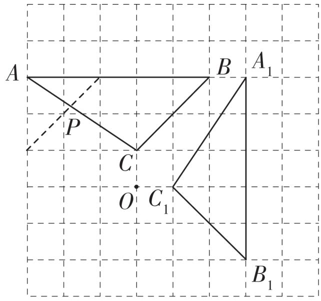
87. (1) $\frac{1}{4}$　(2) $m<0$ 或 $m>2$　**【解析】**(1)将 $\left(1,\frac{23}{4}\right)$ 代入 $y=a(x-3)^2+\frac{19}{4}$ 得 $a(1-3)^2+\frac{19}{4}=\frac{23}{4}$，解得 $a=\frac{1}{4}$. 故答案为 $\frac{1}{4}$.

(2)将抛物线 C_1 向左平移 2 个单位长度得到抛物线 $C_2: y=\frac{1}{4}(x-3+2)^2+\frac{19}{4}=\frac{1}{4}(x-1)^2+\frac{19}{4}$，∴ 抛物线 C_2 的对称轴为直线 $x=1$. ∵ 点 $M(m,y_1)$，$N(2,y_2)$ 都在抛物线 C_2 上，且 $y_1>y_2$，∴ $|m-1|>|2-1|$，解得 $m<0$ 或 $m>2$. 故答案为 $m<0$ 或 $m>2$.

解答题猜押

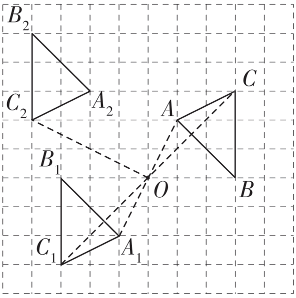
▼第21题　网格作图

1.【解】(1)如图,$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.



(2)如图,点 P 即为所求.

2.【解】(1)如图,$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

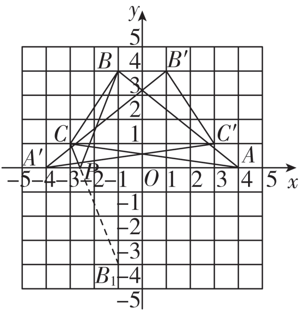


(2)如图,$\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.

(3)$\because$ $OA=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$,$OC_2=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$,$AC_2=5$,且$(\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2=5^2$,

$\therefore$ $OA^2+OC_2^2=AC_2^2$,$\therefore$ $\triangle AOC_2$ 是直角三角形,且$\angle AOC_2=90°$. 故答案为 90.

3.【解】(1)如图,作点 B 关于 x 轴的对称点 B_1,连接B_1C,交 x 轴于点 P,此时,$PB+PC$ 的值最小,且 $PB+PC=B_1C$,最小值是$\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}$. 故答案为 $\sqrt{29}$.

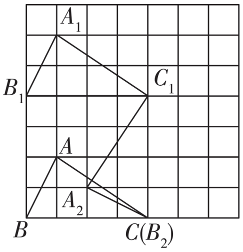


(2)如图,$\triangle A'B'C'$即为所求.

(3)$A'(-4,0)$,$B'(1,4)$,$C'(3,1)$.

4.【解】(1)如图,$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2)如图,$\triangle A_2B_2C_1$ 即为所求,此时 A_2C_1 与 AC 的位置关系是垂直. 故答案为垂直.



▼第 22 题　圆的综合

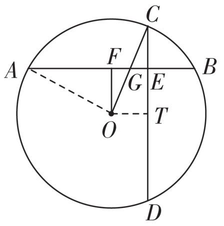
5. (1)【解】如图,连接 OA.

$\because OF \perp AB$,OF 经过圆心 O,

$\therefore AF=BF=2$,

$\therefore OA=\sqrt{AF^2+OF^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$,

$\therefore \odot O$ 的半径为$\sqrt{5}$.



(2)【证明】如图,过点 O 作 $OT \perp CD$ 于点 T.

$\because OF \perp AB$,$CD \perp AB$,$\therefore \angle OFG=\angle CEG=90°$.

$\because G$ 是 OC 的中点,$\therefore OG=CG$. $\because \angle OGF=\angle CGE$,

$\therefore \triangle OFG \cong \triangle CEG$(AAS),

$\therefore OF=CE$. $\because OT \perp CD$,OT 经过圆心 O,$\therefore CT=DT$.

$\because \angle OFE=\angle FET=\angle OTE=90°$,

$\therefore$ 四边形 $OTEF$ 是矩形,$\therefore OF=ET$,$\therefore CE=ET$,

$\therefore CD=2CT=4CE$,$\therefore CD=4OF$.

6. (1)【证明】连接 DF,如图.

$\because AD$ 是$\odot O$ 的直径,$\therefore \angle AFD=90°$.

$\because DE$ 为$\odot O$ 的切线,$\therefore AD \perp DE$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore AD /\!/ BC$,$\therefore DE \perp BC$,$\therefore \angle DEB=90°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BDF$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle BDE$ 中,$\begin{cases} BD=BD, \\ BF=BE, \end{cases}$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle BDF \cong \mathrm{Rt}\triangle BDE$(HL),

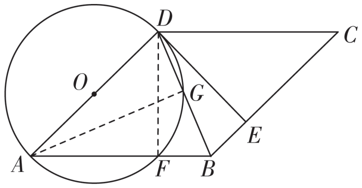
$\therefore \angle DBF=\angle DBE$.

$\because AD /\!/ BC$,$\therefore \angle ADB=\angle DBE$,

$\therefore \angle ADB=\angle DBF$,$\therefore AD=AB$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为菱形.



(2)【解】连接 AG,如图. $\because AD$ 是$\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle AGD=90°$,$\therefore AG \perp BD$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱

形，∴ 点 G 为菱形 $ABCD$ 的对角线的交点，∴ $BD = 2BG = 2\sqrt{5}$. ∵ $r = \dfrac{5}{2}$，∴ $AB = AD = 5$. ∵ $\angle DBF = \angle ABG$，$\angle DFB = \angle AGB$，∴ $\triangle BDF \backsim \triangle BAG$，

∴ $BF : BG = BD : AB$，即 $BF : \sqrt{5} = 2\sqrt{5} : 5$，

∴ $BF = 2$.

▼第 23 题　方程(组)或不等式(组)的应用

7.【解】设买鸡的人数为 x,这只鸡的价格为 y 文钱.

依题意得 $\begin{cases}9x-11=y,\\6x+16=y,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=9,\\y=70.\end{cases}$

答:买鸡的人数是 9,这只鸡的价格是 70 文钱.

8.【解】设原计划每间直播教室的建设费用是 x 元,则实际每间直播教室的建设费用为 $1.2x$ 元. 根据题意得

$$\frac{8\ 000+4\ 000}{1.2x}-\frac{8\ 000}{x}=1,$$

解得 $x=2\ 000$.

经检验,$x=2\ 000$ 是原方程的解,

则 $1.2x=2\ 400$.

答:实际每间直播教室的建设费用是 2 400 元.

9.【解】(1)∵ 该超市购进 A、B 两种品牌的书包共 100 个,且购进 A 种书包 x 个,

∴ 该超市购进 B 种书包$(100-x)$个,∴ 销售 A 种书包获得的利润为$(60-50)x=10x$(元),销售 B 种书包获得的利润为$(55-40)(100-x)=15(100-x)$(元).

故答案为 $10x$,$100-x$,$15(100-x)$.(从左到右,从上到下)

(2)依题意得 $\begin{cases}50x+40(100-x)\leqslant 4\ 500,\\100-x\leqslant 3x,\end{cases}$

解得 $25\leqslant x\leqslant 50$.

书包全部售出后获得的总利润为 $y=(60-50)x+(55-40)(100-x)=-5x+1\ 500$.

∵ $-5<0$,∴ y 随 x 的增大而减小.

又∵ $25\leqslant x\leqslant 50$,∴ 当 $x=25$ 时,y 取得最大值,最大值为 $-5\times 25+1\ 500=1\ 375$,此时 $100-x=100-25=75$.

答:当超市购进 A 种书包 25 个,B 种书包 75 个时才能获利最大,最大利润为 1 375 元.

第 24 题　一次函数的实际应用

10.【解】(1)设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$ $(k\neq0)$,则 $\begin{cases}30k+b=90,\\20k+b=100,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=120,\end{cases}$

$\therefore$ y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-x+120$.

(2)当 $x=y-x$,即 $y=2x$ 时,$2x=-x+120$,解得 $x=40$,此时 $y=-40+120=80$.

答:此时的背带长度为 80 cm.

11.【解】(1)设甲种货车用了 x 辆,则乙种货车用了 $(24-x)$ 辆.

根据题意得 $16x+12(24-x)=328$,解得 $x=10$,

$\therefore 24-x=24-10=14$.

答:甲种货车用了 10 辆,乙种货车用了 14 辆.

(2)①根据题意得

$w=1\ 200t+1\ 000(12-t)+900(10-t)+750[14-(12-t)]=50t+22\ 500$.

答:w 与 t 之间的函数表达式是 $w=50t+22\ 500$.

②$\because \begin{cases}12-t\geqslant0,\\10-t\geqslant0,\\14-(12-t)\geqslant0,\end{cases}$ 且 $t\geqslant0$,$\therefore 0\leqslant t\leqslant10$.

$\because$ 前往 A 地的甲、乙两种货车共 12 辆,所运物资不少于 160 吨,

$\therefore 16t+12(12-t)\geqslant160$,解得 $t\geqslant4$,

$\therefore 4\leqslant t\leqslant10$.

在 $w=50t+22\ 500$ 中,$\because 50>0$,

$\therefore$ w 随 t 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $t=4$ 时,w 取最小值,最小值是 $50\times4+22\ 500=22\ 700$.

答:当 t 为 4 时,w 最小,最小值是 22 700.

▼第 25 题　反比例函数与一次函数综合

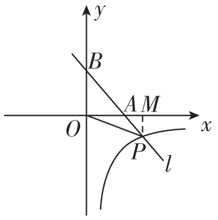
12.【解】(1)∵ 直线 $l:y=-x+b$ 过点 $A(2,0)$，∴ $-2+b=0$，解得 $b=2$，∴ 直线 l 的函数表达式为 $y=-x+2$，∴ 当 $x=0$ 时，$y=-x+2=2$，∴ 点 $B(0,2)$.

(2)把 $x=3$ 代入 $y=-x+2$，得 $y=-1$，∴ 点 P 的坐标为 $(3,-1)$.

把 $P(3,-1)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $k=3\times(-1)=-3$.

(3) k 的取值范围为 $-3\leqslant k\leqslant-\frac{5}{4}$.

如图，点 P 在第四象限，过点 P 作 $PM\perp x$ 轴，垂足为 M.



当 $S=1$ 时，即 $\frac{1}{2}OA\cdot PM=1$. ∵ $OA=2$，∴ $PM=1$.

此时对于 $y=-x+2$，令 $y=-1$，得 $-x+2=-1$，解得 $x=3$，

∴ 点 $P(3,-1)$，∴ $k=3\times(-1)=-3$.

当 $S=\frac{1}{2}$ 时，即 $\frac{1}{2}OA\cdot PM=\frac{1}{2}$. ∵ $OA=2$，

∴ $PM=\frac{1}{2}$.

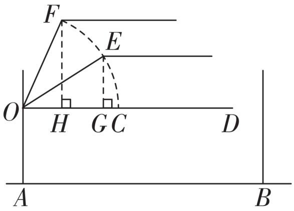
此时对于 $y=-x+2$，令 $y=-\frac{1}{2}$，得 $-x+2=-\frac{1}{2}$，解得 $x=\frac{5}{2}$，

∴ 点 $P\left(\frac{5}{2},-\frac{1}{2}\right)$，∴ $k=\frac{5}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{4}$.

∴ 当 $\frac{1}{2}\leqslant S\leqslant1$ 时，k 的取值范围为 $-3\leqslant k\leqslant-\frac{5}{4}$.

第 26 题　解直角三角形及其应用

13.【解】如图，过点 E，F 分别作 $EG\perp OD$，$FH\perp OD$ 于点 G，H.



$\because OA\perp AB$，$OD/\!/AB$，$\therefore OA\perp OD$，$\therefore \angle AOD=90°$.

$\because \angle AOE=120°$，

$\therefore \angle EOG=120°-90°=30°$.

$\because$ 点 E 到 AB 的距离是 1.7 米，$OA=1$ 米，

$\therefore EG=1.7-1=0.7$(米).

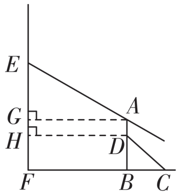
在$\mathrm{Rt}\triangle OEG$ 中，$\sin\angle EOG=\dfrac{EG}{OE}$，$\therefore OE=\dfrac{0.7}{\sin 30°}=\dfrac{0.7}{0.5}=1.4$(米).

在 $\mathrm{Rt}\triangle OFH$ 中，$OF=OE=1.4$ 米，$FH=OF\times\sin\angle FOH=1.4\times\sin 66°\approx1.4\times0.9=1.26$(米)，

$\therefore FH+OA=1.26+1=2.26\approx2.3$(米).

答：点 F 到 AB 的距离约是 2.3 米.

14.【解】如图，过点 A 作 $AG\perp EF$，垂足为 G，过点 D 作 $DH\perp EF$，垂足为 H，



则 $AB=GF$，$AG=BF=240$ cm，$\angle GAB=90°$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle DBC$ 中，$\angle DCB=42°$，$CD=50$ cm，$\therefore DB=CD\cdot\sin 42°\approx50\times0.67=33.5$(cm). $\because AD=12$ cm，$\therefore GF=AB=AD+DB=45.5$(cm). $\because \angle EAD=120°$，$\therefore \angle EAG=\angle EAD-\angle GAB=30°$，$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle EAG$ 中，

$EG=AG\cdot\tan 30°=240\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=80\sqrt{3}$(cm)，

$\therefore EF=EG+GF=80\sqrt{3}+45.5\approx183.9$(cm).

答：光源投屏最高点与地面间的距离 EF 约为 183.9 cm.

第 27 题　二次函数综合

15.【解】(1)∵ 抛物线 $y=ax^2+bx-3$ 交 x 轴于点 $A(-1,0)$,$B(3,0)$,

∴ $\begin{cases}a-b-3=0,\\9a+3b-3=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=-2.\end{cases}$ 故 a,b 的值分别为 1,−2.

(2)∵ $a=1$,$b=-2$,∴ 抛物线的表达式为 $y=x^2-2x-3$.

令 $x=0$,则 $y=-3$,∴ $C(0,-3)$.

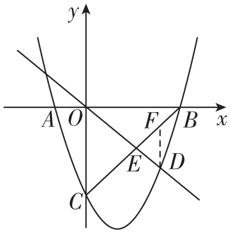
设线段 BC 所在直线的函数表达式为 $y=k_1x+b_1$ $(k_1\neq0)$. 将 $C(0,-3)$,$B(3,0)$代入,

得 $\begin{cases}b_1=-3,\\3k_1+b_1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=1,\\b_1=-3,\end{cases}$

∴ 线段 BC 的函数表达式为 $y=x-3(0\leqslant x\leqslant3)$.

(3)存在.

过点 D 作 $DF/\!/y$ 轴,交 BC 于点 F,如图.



∵ $OC/\!/DF$,∴ $\triangle OEC\backsim\triangle DEF$,∴ $\dfrac{DE}{OE}=\dfrac{DF}{OC}$.

设 $D(m,m^2-2m-3)$,则点 $F(m,m-3)$,

∴ $DF=m-3-(m^2-2m-3)=-m^2+3m$.

∴ $\dfrac{DE}{OE}=\dfrac{-m^2+3m}{3}=-\dfrac{1}{3}\left(m-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}$.

∵ $-\dfrac{1}{3}<0$,∴ 当 $m=\dfrac{3}{2}$时,$\dfrac{DE}{OE}$有最大值,

此时点 $D\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{15}{4}\right)$. 将 $D\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{15}{4}\right)$ 代入 $y=kx$,得 $k=-\dfrac{5}{2}$.

故$\dfrac{DE}{OE}$存在最大值,此时,k 的值为$-\dfrac{5}{2}$.

16.【解】(1)∵ 销售单价为 20 元/盆时,每天可售出 100 盆,销售单价每降价 1 元,则绿植可多售出 20 盆,∴ 当每盆降价 x 元,每盆的销售利润为$(20-x-8)=(12-x)$元,每天可售出$(100+20x)$盆.

故答案为$(12-x)$,$(100+20x)$.

(2)由题意得$(12-x)(100+20x)=1\ 400$,

解得 $x_1=2$，$x_2=5$.

又∵ 要尽快减少库存，∴ $x=5$.

答：每盆降价 5 元时，每天可盈利 1 400 元.

(3) 设每天的销售利润为 w 元，则

$w=(12-x)(100+20x)=-20x^2+140x+1\ 200=-20\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+1\ 445$.

∵ $-20<0$，且 x 为整数，

∴ 当 $x=3$ 或 $x=4$ 时，w 有最大值，最大值为 1 440.

∵ 要尽快减少库存，

∴ 每盆降价 4 元时，可取得最大利润，每天的最大利润为 1 440 元.

▼第 28 题　几何综合——以三角形为背景

17. (1)【解】$\because EF\perp AB$，$\therefore \angle EFA=\angle EFB=90°$.

$\because O$ 为 BE 的中点，$\therefore OE=OF=OB$，

$\therefore \angle OEF=\angle OFE$. 同理可得 $OC=OE$，

$\therefore \angle OEC=\angle OCE$.

$\because \angle A=30°$，$\therefore \angle AEF=60°$，

$\therefore \angle OEF+\angle OEC=120°$，$\therefore \angle OEF+\angle OEC+\angle OFE+\angle OCE=240°$，$\therefore \angle COE+\angle EOF=360°-240°=120°$，即 $\angle COF=120°$.

(2)①【证明】$\because \triangle AEF\cong\triangle CBD$，

$\therefore \angle AFE=\angle CDB$.

$\because \angle AFE=90°$，$\therefore \angle CDB=90°$，$\therefore CD\perp BF$.

又 $\because OF=OB$，$\therefore DF=DB$.

②【解】$\because OE=OB$，$DF=DB$，$\therefore OD$ 为 $\triangle BEF$ 的中位线，$\therefore OD=\dfrac{1}{2}EF$. 设 $OD=x$，则 $EF=2x$.

$\because \triangle AEF\cong\triangle CBD$，$\therefore EF=BD=DF=2x$，

$\therefore OB=\sqrt{OD^2+BD^2}=\sqrt{x^2+(2x)^2}=\sqrt{5}x$，

$\therefore OE=OC=\sqrt{5}x$，

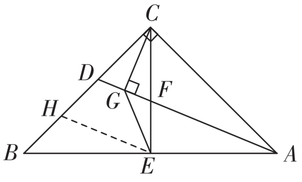
$\therefore CD=OC+OD=x+\sqrt{5}x$，

$\therefore \dfrac{EF}{CD}=\dfrac{2x}{x+\sqrt{5}x}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.

18.【证明】(1) $\because CG\perp AD$，$\angle ACB=90°$，$\therefore \angle CGD=\angle ACB=90°$.

$\because \angle CDA=\angle CDG$，$\therefore \triangle ACD\backsim\triangle CGD$，$\therefore CD:DG=DA:CD$，$\therefore CD^2=DG\cdot DA$.

(2)如图(1)，过点 E 作 $EH/\!/AD$ 交 BC 于点 H.



图(1)

$\because HE/\!/AD$，$\therefore BH:HD=BE:EA$，$CD:HD=CF:EF$. $\because CB=CA$，$CE\perp AB$，$\therefore E$ 为 AB 的中点，$\therefore BE=EA$，$\therefore BH:HD=BE:EA=1:1$. $\because D$ 为 BC 的中点，

$\therefore CD=BD$，$\therefore CD:HD=2:1$，$\therefore CD:HD=CF:EF=2:1$，$\therefore CF=2EF$.

(3) $\because CB=CA$，$\angle ACB=90°$，$\therefore \angle BAC=45°$.

$\because CE\perp AB$，$CG\perp AD$，

$\therefore \angle AGC=\angle AEC=90°$，$\therefore \angle ACE=45°$.

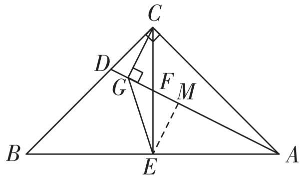
$\because \angle CFG=\angle AFE$，

$\therefore \triangle GCF \backsim \triangle EAF$，$\therefore \dfrac{GF}{EF}=\dfrac{CF}{AF}$，$\therefore \dfrac{GF}{CF}=\dfrac{EF}{AF}$.

$\because \angle GFE=\angle CFA$，$\therefore \triangle EGF \backsim \triangle ACF$，

$\therefore \angle EGF=\angle ACF=45°$.

如图(2)，过点 E 作 $EM\perp AD$ 于点 M，



图(2)

则$\triangle EGM$ 是等腰直角三角形. $\because EG=2\sqrt{2}$，$\therefore EM=2$. $\because CG=2$，$\therefore CG=EM$.

$\because \angle CGF=\angle EMF=90°$，$\angle CFG=\angle EFM$，

$\therefore \triangle CGF \cong \triangle EMF$(AAS)，$\therefore CF=EF$，

$\therefore$ 点 F 是 CE 的中点.

▼第 29 题　几何综合——以四边形为背景

19. (1)【证明】∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $AB=AD$，$\angle ABE=\angle ADC=\angle C=\angle BAD=90°$，∴ $\angle ADF=180°-\angle ADC=90°$，∴ $\angle ABE=\angle ADF$.

在$\triangle ABE$ 和$\triangle ADF$ 中，$\begin{cases} AB=AD, \\ \angle ABE=\angle ADF, \\ BE=DF, \end{cases}$

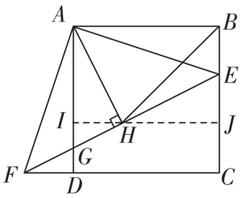
∴ $\triangle ABE\cong\triangle ADF$(SAS)，

∴ $AE=AF$，$\angle BAE=\angle DAF$，∴ $\angle EAF=\angle EAD+\angle DAF=\angle EAD+\angle BAE=\angle BAD=90°$，∴ $\angle AFE=\angle AEF=45°$. ∵ $AH\perp EF$，∴ $HE=HF=\dfrac{1}{2}EF$，

∴ $AH=\dfrac{1}{2}EF$，∴ $AH=HE$.

(2)【证明】如图，过点 H 作 $HI\perp AD$ 于点 I，延长 IH 交 BC 于点 J. ∵ $\angle AIJ=\angle BAI=\angle ABJ=90°$，

∴ 四边形 $ABJI$ 是矩形，



∴ $AI=BJ$，$\angle AIH=\angle HJE=90°$. ∵ $\angle AHE=90°$，

∴ $\angle AHI=\angle HEJ=90°-\angle EHJ$.

在$\triangle AHI$ 和$\triangle HEJ$ 中，$\begin{cases} \angle AHI=\angle HEJ, \\ \angle AIH=\angle HJE, \\ AH=HE, \end{cases}$

∴ $\triangle AHI\cong\triangle HEJ$(AAS)，∴ $HJ=AI=BJ$，

∴ $\angle HBE=\angle BHJ=45°$，∴ $\angle AFE=\angle HBE$.

(3)【解】∵ $\angle ABH=90°-\angle HBE=45°$，∴ $\angle ABH=\angle GEA$. ∵ $AH=HE$，$\angle AHE=90°$，∴ $\angle HAE=\angle HEA=45°$. ∵ $\angle BAH=\angle HAE+\angle BAE=45°+\angle BAE$，$\angle EGA=\angle AFE+\angle DAF=45°+\angle DAF$，

∴ $\angle BAH=\angle EGA$，∴ $\triangle BAH\backsim\triangle EGA$，∴ $\dfrac{AH}{AG}=\dfrac{BH}{AE}$，

∴ $AH\cdot AE=AG\cdot BH=\dfrac{45\sqrt{2}}{4}$. ∵ $AH=AE\cdot\sin\angle AEF=AE\cdot\sin 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AE$，∴ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}AE^2=\dfrac{45\sqrt{2}}{4}$，∴ $AE=\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$(负值已舍去). ∵ $CE=3$，∴ $BE=BC-3=AB-3$.

在 Rt$\triangle ABE$ 中，$AB^2+BE^2=AE^2$，即 $AB^2+(AB-3)^2=$

$\left(\frac{3\sqrt{10}}{2}\right)^2$，整理得 $4AB^2-12AB-27=0$，

$\therefore AB=\frac{9}{2}$（负值已舍去），

$\therefore BE=\frac{9}{2}-3=\frac{3}{2}$，

$\therefore DF=\frac{3}{2}$，$AD=\frac{9}{2}$，

$\therefore \frac{DF}{AD}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}}=\frac{1}{3}$，

即$\frac{DF}{AD}$的值是$\frac{1}{3}$.

20. （1）【证明】$\because AD/\!/BC$，$\therefore \angle EAO=\angle BCO$，$\angle AEO=\angle CBO$. $\because O$ 是 AC 的中点，$\therefore OA=OC$，$\therefore \triangle AOE\cong\triangle COB$（AAS），$\therefore OB=OE$，$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 是平行四边形.

又$\because \angle ABC=90^\circ$，$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 是矩形.

（2）【解】$\because AD=CD$，$\therefore \angle DAC=\angle DCA$. $\because AD/\!/BC$，

$\therefore \angle DAC=\angle ACB$.

$\because BO$ 是 Rt$\triangle ABC$ 中斜边 AC 上的中线，$\therefore OB=OC$，

$\therefore \angle OBC=\angle OCB$，

$\therefore \angle DAC=\angle DCA=\angle ACB=\angle OBC$，$\therefore \triangle DAC\backsim\triangle OBC$. $\because AC=4$，$BC=3$，

$\therefore \frac{S_{\triangle DAC}}{S_{\triangle OBC}}=\left(\frac{AC}{BC}\right)^2=\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$.

（3）【解】①当点 E 在 AD 上时.

由（1）可知，四边形 $ABCE$ 是矩形.

设 $AD=CD=x$. $\because DE=2$，$\therefore AE=x-2$.

$\because OE=3$，$\therefore AC=6$.

在 Rt$\triangle ACE$ 中，$CE^2=AC^2-AE^2$，在 Rt$\triangle DCE$ 中，$CE^2=CD^2-DE^2$，$\therefore AC^2-AE^2=CD^2-DE^2$，即 $6^2-(x-2)^2=x^2-2^2$，解得 $x=1+\sqrt{19}$ 或 $x=1-\sqrt{19}$（舍去）.

$\therefore CD=1+\sqrt{19}$.

②当点 E 在 CD 上时. 设 $AD=CD=y$. $\because DE=2$，

$\therefore CE=y-2$.

设 $OB=OC=m$. $\because OE=3$，$\therefore EB=m+3$.

由（2）可知，$\triangle DAC\backsim\triangle OBC$，

$\therefore \frac{DC}{OC}=\frac{AC}{BC}$，$\therefore \frac{y}{m}=\frac{2OC}{BC}$，$\therefore \frac{OC}{BC}=\frac{y}{2m}$.

又$\because \angle EBC=\angle OCE$，$\angle BEC=\angle OEC$，

$\therefore \triangle EOC\backsim\triangle ECB$，

$\therefore \dfrac{OE}{EC}=\dfrac{EC}{EB}=\dfrac{OC}{CB}$，$\therefore \dfrac{3}{y-2}=\dfrac{y-2}{m+3}=\dfrac{OC}{CB}$，

$\therefore \dfrac{3}{y-2}=\dfrac{y-2}{m+3}=\dfrac{y}{2m}$，$\therefore m=\dfrac{y^2-2y}{6}$.

将 $m=\dfrac{y^2-2y}{6}$ 代入 $\dfrac{3}{y-2}=\dfrac{y-2}{m+3}$，整理得，$y^2-6y-10=0$，

解得 $y=3+\sqrt{19}$ 或 $y=3-\sqrt{19}$（舍去）.

$\therefore CD=3+\sqrt{19}$.

综上可得，CD 的长为 $1+\sqrt{19}$ 或 $3+\sqrt{19}$.