2023 年安徽省初中学业水平考试
数学押题卷（五）

参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	D	B	A	C	C	D	B	B

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

11. $x(x+y)(x-y)$

12. $y=x+1$（答案不唯一）

13. $21°$

14. （1）$-m^2+m+n$　（2）$n\leqslant-\frac{1}{4}$

三、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

15.【解】去分母得 $2(x-3)-3(x-1)\geqslant6$，（2 分）

去括号得 $2x-6-3x+3\geqslant6$，（4 分）

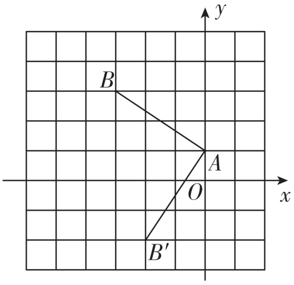
合并同类项得 $-x\geqslant9$，（6 分）

系数化为 1 得 $x\leqslant-9$.（8 分）

16.【解】（1）如图，平面直角坐标系 xOy 即为所求.（3 分）

（2）如图，线段 AB' 即为所求.（6 分）

点 B' 的坐标为 $(-2,-2)$. 故答案为 $(-2,-2)$.（8 分）



四、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

17.【解】（1）由题意得 $\begin{cases}k_1+b=6,\\-3k_1+b=-2,\end{cases}$（2 分）

解得 $\begin{cases}k_1=2,\\b=4,\end{cases}$（3 分）

∴ 一次函数的表达式为 $y_1=2x+4$.（4 分）

（2）对于 $y_1=2x+4$，令 $x=0$，得 $y_1=4$；令 $y_1=0$，得 $x=-2$，

∴ C 点坐标为 $(-2,0)$，D 点坐标为 $(0,4)$.（6 分）

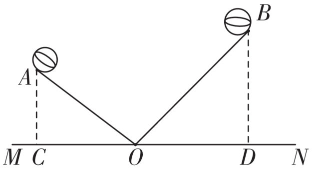
设线段 CD 的中点为 M，

$\therefore M$ 点的坐标为 $(-1,2)$. （7 分）

将 $M(-1,2)$ 代入 $y_2=\frac{k_2}{x}$，得 $k_2=-2$，

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y_2=-\frac{2}{x}$. （8 分）

18.【解】如图，分别过 A,B 点作 MN 的垂线，垂足为 C,D.



在 $\text{Rt}\triangle ACO$ 中，$\angle AOC=37°$，

$\therefore AC=\sin 37°\times AO\approx\frac{3}{5}\times 10=6.$ （4 分）

在 $\text{Rt}\triangle BDO$ 中，坡度 $i=1$，

$\therefore \angle BOD=45°$，

$\therefore BD=\sin 45°\times BO=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 16=8\sqrt{2}\approx 11.2.$ （7 分）

$11.2-6=5.2.$

答：小球从 B 点到 A 点垂直距离下降了 5.2.

（8 分）

五、（本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

19.【解】(1) 第 5 个等式为 $5^2-4^2=(5-4)\times(5+4)=1\times 9$， （2 分）

第 n 个等式为 $n^2-(n-1)^2=[n-(n-1)][n+(n-1)]=2n-1.$ （4 分）

故答案为 $5^2-4^2=(5-4)\times(5+4)=1\times 9$，$n^2-(n-1)^2=[n-(n-1)]\times[n+(n-1)]=2n-1.$

(2) $1+3+5+7+\cdots+2n-1=1^2-0^2+2^2-1^2+3^2-2^2+4^2-3^2+\cdots+n^2-(n-1)^2=n^2$. 故答案为 n^2. （6 分）

(3) 能. 原式 $=1+3+5+7+\cdots+2\ 023+1\ 012=1\ 012^2+1\ 012=1\ 012\times(1\ 012+1)=1\ 012\times 1\ 013.$

（9 分）

故 S 能写成两个连续正整数乘积的形式，这两个正整数分别是 1 012 和 1 013. （10 分）

20. (1)【证明】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB/\!/DE, AD/\!/BF$，

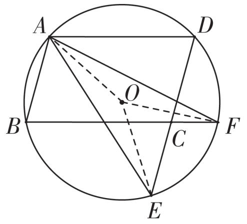
$\therefore \angle BAE=\angle AED, \angle DAF=\angle AFB$，

$\therefore \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BE}, \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{DF}$， （3 分）

$\therefore \overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{DF}=\overset{\frown}{BE}+\overset{\frown}{AB}$，即 $\overset{\frown}{AF}=\overset{\frown}{AE}$， （4 分）

$\therefore AF=AE.$ （5 分）

(2)【解】如图所示，连接 OA, OE, OF.



$\because AE=AF, OE=OF, OA=OA$,

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle AOF$,

$\therefore \angle EAO=\angle FAO$, $\therefore AO$ 平分 $\angle EAF$,

$\therefore \angle OAF=15°$.

$\because OA=OF$, $\therefore \angle AFO=\angle OAF=15°$,

$\therefore \angle AOF=150°$.　　（7 分）

又 $\because \odot O$ 的半径长为 2,

$\therefore \overset{\frown}{AF}=\dfrac{150\pi\times 2}{180}=\dfrac{5\pi}{3}$.　　（10 分）

六、（本题满分 12 分）

21.【解】(1) 本次调查是抽样调查. 故答案为抽样.　　（2 分）

(2) 每周课外劳动时长波动较小的是七年级. 故答案为七年级.　　（4 分）

(3) $a=\dfrac{76+77}{2}=76.5$, 故答案为 76.5.　　（6 分）

七年级. 理由如下:

$\because$ 七年级每周课外劳动时长的中位数为 76.5 分, 八年级每周课外劳动时长的中位数为 83 分, 80 分大于七年级的中位数, 小于八年级的中位数, $\therefore$ 他在七年级中排名更高.　　（8 分）

(4) $\dfrac{8}{40}\times 800+\dfrac{9}{40}\times 640=304$（人）.

答: 估计该校七、八年级学生每周课外劳动时长达到合格的共有 304 人.　　（12 分）

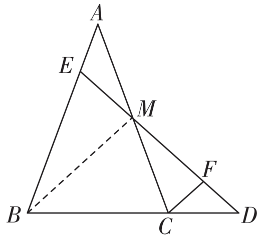
七、（本题满分 12 分）

22. (1)【证明】$\because \triangle ABC$ 为等边三角形, $\therefore \angle ABC=\angle ACB=60°$, $AB=AC=BC$. $\because BM$ 为 $\triangle ABC$ 的中线, $\therefore \angle MBC=30°$, $AM=\dfrac{1}{2}AC$. 又 $\because MB=MD$, $\therefore \angle D=\angle MBC=30°$, $\therefore \angle CMD=30°$, $\therefore \angle AME=30°$. $\because \angle A=60°$, $\therefore \angle AEM=90°$, $\therefore AE=\dfrac{1}{2}AM=\dfrac{1}{4}AC$, $\therefore AB=4AE$.　　（4 分）

(2)【解】$AB=4AE$. 证明如下: $\because MB=MD$, $\therefore \angle MBD=\angle D$. $\because AB=AC$, $\therefore \angle ABC=\angle ACB$, $\therefore \angle ABM=\angle CMD=\angle AME$. 又 $\because \angle A=\angle A$,

$\therefore \triangle AEM \backsim \triangle AMB$，$\therefore \dfrac{AE}{AM}=\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{1}{2}$，$\therefore AM=2AE$，$\therefore AB=2AM=4AE$.　（8 分）

（3）【证明】如图，连接 BM.



$\because M$ 为 AC 中点，$AB=AC$，$AB=4AE$，$\therefore AB=2AM$，$AM=2AE$，$\therefore \dfrac{AE}{AM}=\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{1}{2}$. 又$\because \angle A=\angle A$，$\therefore \triangle AEM \backsim \triangle AMB$，$\therefore \dfrac{EM}{BM}=\dfrac{1}{2}$，$\angle AEM=\angle AMB$. $\because \angle AEM=\angle D+\angle ABC$，$\angle AMB=\angle MBD+\angle ACB$，$\angle ABC=\angle ACB$，$\therefore \angle MBD=\angle D$. 又$\because \angle FCD=\angle D$，$\therefore \angle MBD=\angle FCD$，$\therefore CF /\!/ BM$，$\therefore \dfrac{CF}{BM}=\dfrac{CD}{BD}=\dfrac{1}{3}$，$\therefore \dfrac{EM}{CF}=\dfrac{3}{2}$，$\therefore EM=\dfrac{3}{2}CF$.

（12 分）

难点突破

本题考查主线是从特殊到一般. 第（1）问可以用等边三角形的特殊性解决问题. 证明两边关系通常放入全等或相似中进行，观察题图（2）发现并无直接全等，故优先考虑相似，通过两个等腰三角形中的角度关系，即可证得. 第（3）问的图象实际还是由第（2）问的图象弱化而来，通常而言，证明题中的上下问条件或结论都有内在联系，都是有迹可循的.

八、（本题满分 14 分）

23.【解】（1）设抛物线①的表达式为 $y=a(x-2)^2+4$. 将 $(0,3)$ 代入，得 $4a+4=3$，解得 $a=-\dfrac{1}{4}$，

$\therefore$ 抛物线①的表达式为 $y=-\dfrac{1}{4}(x-2)^2+4$.

（3 分）

令 $y=0$，则 $-\dfrac{1}{4}(x-2)^2+4=0$，解得 $x_1=-2$，$x_2=6$，$\therefore C(6,0)$，$\therefore 0\leqslant x\leqslant 6$.　（5 分）

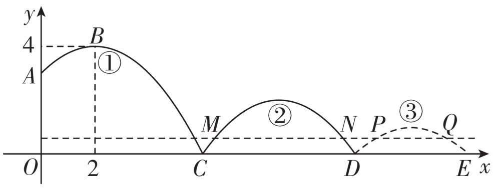
（2）令 $y=2$，则 $-\dfrac{1}{4}(x-2)^2+4=2$，解得 $x_1=-2\sqrt{2}+2$，$x_2=2\sqrt{2}+2$，

$\therefore CD=2\sqrt{2}+2-(-2\sqrt{2}+2)=4\sqrt{2}$，故 $OD=(6+$

$4\sqrt{2}$) m.

即第二次落地时小球距离原点的距离为($6+4\sqrt{2}$) m. (8 分)

(3)如图所示.



由(2)得抛物线②的顶点坐标为($6+2\sqrt{2}$,2),

∴ 抛物线②的表达式为 $y_2=-\frac{1}{4}(x-6-2\sqrt{2})^2+2$. (10 分)

设小球第二次落地后又弹起得到抛物线③.

令 $y=3$,代入 $y=-\frac{1}{4}(x-2)^2+4$,得 $x_1=0$,$x_2=4$,

∴ $DE=4$,∴ 抛物线③的顶点坐标为($8+4\sqrt{2}$,1),

∴ 抛物线③的表达式为 $y_3=-\frac{1}{4}(x-8-4\sqrt{2})^2+1$. (12 分)

将 $y=\frac{1}{2}$ 依次代入 y_2 和 y_3,得 $\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}(x-6-2\sqrt{2})^2+2$,解得 $x_1=6+2\sqrt{2}+\sqrt{6}$,$x_2=6+2\sqrt{2}-\sqrt{6}$. $\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}(x-8-4\sqrt{2})^2+1$,解得 $x_1=8+5\sqrt{2}$,$x_2=8+3\sqrt{2}$,∴ M 点横坐标为 $6+2\sqrt{2}-\sqrt{6}$,N 点横坐标为 $6+2\sqrt{2}+\sqrt{6}$,

P 点横坐标为 $8+3\sqrt{2}$,Q 点横坐标为 $8+5\sqrt{2}$,

∴ $NP=(8+3\sqrt{2})-(6+2\sqrt{2}+\sqrt{6})=2+\sqrt{2}-\sqrt{6}$,

$MQ=(8+5\sqrt{2})-(6+2\sqrt{2}-\sqrt{6})=2+3\sqrt{2}+\sqrt{6}$,

∴ $2+\sqrt{2}-\sqrt{6}<m<2+3\sqrt{2}+\sqrt{6}$. (14 分)

重点题目解析

1. D 解析 $3-(-2)=5$. 故选 D.

2. A 解析 $a=40.5$ 万千米,$b=4$ 亿千米,$c=2.18$ 亿千米,∴ $a<c<b$. 故选 A.

3. D 解析 A 选项,圆柱的主视图和左视图是矩形,俯视图为圆,故本选项不符合题意;B 选项,三棱锥的主视图、左视图和俯视图不是同一图形,故本选项不符合题意;C 选项,圆锥的主视图和左视图是等腰三角形,俯视图为圆(含圆心),故本选项不符合题意;D 选项,球的主视图、左视图和俯视

图都是圆,故本选项符合题意. 故选 D.

4. B 解析 A 选项,$(-x^2)\cdot x^3=-x^5$,故选项 A 不符合题意;B 选项,$(-x^2)\cdot(-x)^3=x^5$,故选项 B 符合题意;C 选项,$(-x)^6\div(-x)=-x^5$,故选项 C 不符合题意;D 选项,x^6 与 x 不是同类项,不能合并,故选项 D 不符合题意. 故选 B.

易错提醒

注意$-x^6$ 与$(-x)^6$ 的区别,前者表示 x^6 的相反数,它的底数为 x;后者表示$-x$ 的 6 次方,它的底数为$-x$,两个式子的结果不相同.

5. A 解析 设第一次降价的百分率为 x. 依题意得 $25(1-x)\left(1-\dfrac{x}{2}\right)=18$,解得 $x_1=0.2=20\%$,$x_2=2.8$(不合题意,舍去). 故选 A.

6. C 解析 $\because CD/\!/AB$,$\therefore \angle ABC+\angle BCD=180°$,

$\therefore \angle MBA+\angle CBO+\angle BCO+\angle DCN=360°-180°=180°$.

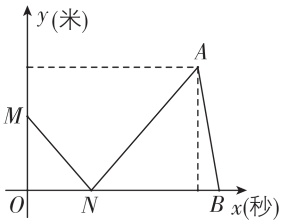
$\because \angle ABM=\angle OBC$,$\angle BCO=\angle DCN$,

$\therefore 2\angle OBC+2\angle BCO=180°$,$\therefore \angle OBC+\angle BCO=90°$,$\therefore \angle BOC=90°$,即$\angle MON=90°$. 故选 C.

7. C 解析 $\because a=b-2$,$\therefore a-b=-2$,$\therefore a(a-2b)+b^2=a^2-2ab+b^2=(a-b)^2=(-2)^2=4$. 故选 C.

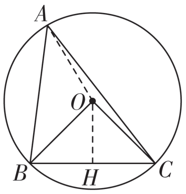
8. D 解析 设正方形 $ABCD$ 的边长为 a,则正方形 $ABCD$ 的面积为 a^2. 由题意可知,$\triangle PBC$ 为等边三角形,且边长为 a,故$\triangle PBC$ 的面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$,故随机地往正方形内掷一根针,落在$\triangle PBC$ 内的概率为$\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{a^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. 故选 D.

9. B 解析 由图象可知,乙出发 15 秒后,他们第一次相遇,故 A 选项错误. 由函数图象得,甲的速度为 $15\div3=5$(米/秒),乙出发 15 秒后他们相遇,设乙的速度为 a 米/秒,则 $15a=15+15\times5$,解得 $a=6$,故 B 选项正确. $240\div6=40$(秒),$240-5\times43=25$(米),故 A 点坐标为(40,25),故 C 选项错误. 甲到达终点所用时间为 $240\div5=48$(秒),故 B 点坐标为(45,0). 如图,由 $M(0,15)$,$N(15,0)$,



$A(40,25)$，$B(45,0)$，利用待定系数法易得 $y=\begin{cases}-x+15(0\leqslant x\leqslant 15),\\ x-15(15<x\leqslant 40),\\ -5x+225(40<x\leqslant 45),\end{cases}$ 令 $y=10$，则 $x_1=5$，$x_2=25$，$x_3=43$. 由于甲比乙先出发 3 秒，故甲出发 8 秒、28 秒或 46 秒时，甲、乙之间的距离为 10 米，故 D 选项错误. 故选 B.

10. B 解析 如图所示，以 BC 为底边作等腰直角三角形 OBC，以 O 为圆心，OB 为半径作圆 O，点 A 为优弧 BC 上任一点(不与点 B，C 重合)，则 $\angle BAC=45°$. 连接 OA，作 $OH\perp BC$，垂足为 H，则 $OH=\sqrt{2}$，$OA=OB=2$. 当 A，O，H 三点共线时，$AH=OA+OH=2+\sqrt{2}$，此时 $\triangle ABC$ 面积最大，最大面积为 $\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times(2+\sqrt{2})=2\sqrt{2}+2$，故满足条件的 $\triangle ABC$ 只有 1 个，故选 B.



难点突破

本题重在根据 $\angle A$ 为定角，所对的边 BC 为定长，结合“定角对定弦”得到 A 点的轨迹为一段圆弧. 结合圆周角定理，利用三角形的性质定理可求出三角形 ABC 面积的最大值，进而可得结论.

11. $x(x+y)(x-y)$ 解析 原式 $=x(x^2-y^2)=x(x+y)\cdot(x-y)$. 故答案为 $x(x+y)(x-y)$.

12. $y=x+1$(答案不唯一)

13. 21° 解析 $\because$ D 为 $\overset{\frown}{ACB}$ 的中点，$\therefore$ $\overset{\frown}{DB}=\overset{\frown}{DA}$，$\therefore DB=DA$. 取 AB 的中点 M，连接 DM，则 $DM\perp AB$. $\because$ BC 为直径，$\therefore AB\perp AC$，$\therefore$ $DM\,/\!/\,AC$，$\therefore$ $\angle DAC=\angle ADM=\frac{1}{2}\angle ADB=21°$，$\therefore$ $\angle CBD=\angle DAC=21°$.

14. (1) $-m^2+m+n$ (2) $n\leqslant -\frac{1}{4}$ 解析 (1)把 $x=m$ 代入 $y=x^2-2mx+m+n$，可得 $y=m^2-2m^2+m+n=-m^2+m+n$. 故答案为 $-m^2+m+n$.

(2) $\because$ $a>0$，若该二次函数图象与 x 轴有公共点，则抛物线顶点纵坐标小于或等于 0，即 $-m^2+m+n\leqslant 0$，即 $n\leqslant m^2-m=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$ 恒成立. $\because$ $\left(m-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$ 的最小值为 $-\frac{1}{4}$，$\therefore$ $n\leqslant -\frac{1}{4}$. 故答

案为 $n\leqslant-\frac{1}{4}$.

难点突破

(1)直接代入化简即可;(2)可利用数形结合思想,若函数图象与 x 轴有公共点(即函数图象与 x 轴有交点),由于抛物线开口向上,则当抛物线顶点落在 x 轴或 x 轴下方时,图象与 x 轴有交点. 由于抛物线对称轴为直线 $x=m$,故可得 $-m^2+m+n\leqslant0$,即 $n\leqslant m^2-m=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$ 恒成立,由 $\left(m-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$ 的最小值,可得 n 的取值范围.