2023 年安徽省初中学业水平考试
数学押题卷（四）

参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	B	D	B	C	C	D	B

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

11. 3

12. $\frac{21\pi}{2}$

13. $>$

14. （1）$\frac{\sqrt{10}}{2}$　（2）$\frac{5}{4}$

三、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

15.【解】去括号、分母，得 $6-2(1-x)\leqslant 3+12x-9$.（2 分）

去括号，得 $6-2+2x\leqslant 3+12x-9$.（4 分）

移项、合并同类项，得 $-10x\leqslant -10$.（6 分）

系数化为 1，得 $x\geqslant 1$.（8 分）

16.【解】设共有 x 人，y 辆车.（1 分）

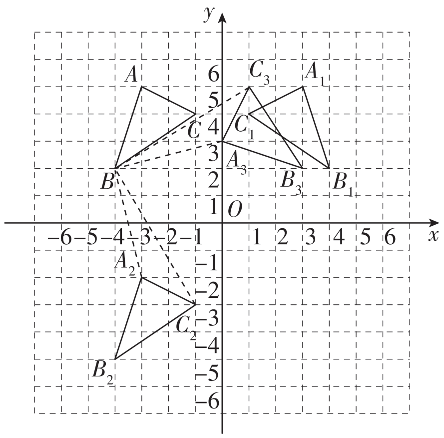
由题意，得 $\begin{cases}3(y-2)=x,\\2y+9=x,\end{cases}$（4 分）

解得 $\begin{cases}x=39,\\y=15.\end{cases}$（7 分）

答：共有 39 人，15 辆车.（8 分）

四、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

17.【解】（1）如图所示，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求. $A_1(3,5)$，$B_1(4,2)$，$C_1(1,4)$.（4 分）



(2)如图所示,$\triangle A_2B_2C_2$,$\triangle A_3B_3C_3$ 即为所求.

(8 分)

18.【解】(1)根据题干中等式的规律,得第 5 个等式为 $\frac{25}{100-1}=\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{9\times 11}\right)$. 故答案为 $\frac{25}{100-1}=\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{9\times 11}\right)$.　(4 分)

(2)猜想第 n 个等式为 $\frac{n^2}{(2n)^2-1}=\frac{1}{4}\left[1+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\right]$.

证明:因为$\frac{n^2}{(2n)^2-1}=\frac{n^2}{4n^2-1}$,

$\frac{1}{4}\left[1+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\right]=\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{4n^2-1}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{4n^2}{4n^2-1}\right)=\frac{n^2}{4n^2-1}$,

所以左边=右边,所以等式成立.　(8 分)

五、(本大题共 2 小题,每小题 10 分,满分 20 分)

19. (1)【证明】$\because BC$ 是$\odot O$ 的直径,$\therefore \angle CDB=90^\circ$,$\therefore \angle CDA=90^\circ$. $\because DM\perp AC$,$\therefore \angle DMA=90^\circ=\angle CDA$. 又$\because \angle MAD=\angle DAC$,$\therefore \triangle AMD\backsim\triangle ADC$,$\therefore \frac{AD}{AC}=\frac{AM}{AD}$,$\therefore AD^2=AM\cdot AC$.　(5 分)

(2)【解】在 $\mathrm{Rt}\triangle AMD$ 中,$\because AM=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$MD=\frac{\sqrt{6}}{2}$,

$\therefore \tan\angle MAD=\frac{MD}{AM}=\sqrt{3}$,$AD=\sqrt{AM^2+MD^2}=\sqrt{2}$,

$\therefore \angle MAD=60^\circ$. 又$\because \angle ACB=90^\circ$,$\therefore \angle ABC=30^\circ$. 连接 OD,则$\angle COD=2\angle CBD=60^\circ$.

由(1)可知,$\triangle AMD\backsim\triangle ADC$,$\therefore \frac{AD}{AM}=\frac{CD}{MD}$,

$\therefore CD=\sqrt{6}$.　(8 分)

$\because \angle COD=60^\circ$,$OC=OD$,$\therefore \triangle COD$ 为等边三角形,$\therefore OC=CD=\sqrt{6}$,$\therefore S_{弓形CND}=S_{扇形COD}-S_{\triangle COD}=\frac{60\cdot\pi\cdot OC^2}{360}-\frac{\sqrt{3}}{4}OC^2=\pi-\frac{3}{2}\sqrt{3}$.　(10 分)

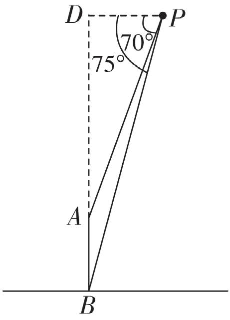
20.【解】根据题意构建数学模型,如图,过点 P 作 AB 的垂线,交 BA 的延长线于点 D.

$\because$ 飞机的飞行高度为 2 000 米,$\therefore DB=2\ 000$ 米.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BDP$ 中,

$\tan\angle DPB=\frac{DB}{DP}$,

$\therefore DP=\dfrac{DB}{\tan\angle DPB}$.



（4 分）

在 Rt$\triangle DAP$ 中，$\tan\angle DPA=\dfrac{DA}{DP}$，（6 分）

$\therefore DA=DP\cdot\tan\angle DPA=\dfrac{DB}{\tan\angle DPB}\cdot\tan\angle DPA=\dfrac{2\ 000}{\tan 75^\circ}\cdot\tan 70^\circ\approx 1\ 459.5$（米），（8 分）

$\therefore AB=DB-DA=2\ 000-1\ 459.5\approx 541$（米）.

答：大楼 AB 的高度约为 541 米.（10 分）

六、（本题满分 12 分）

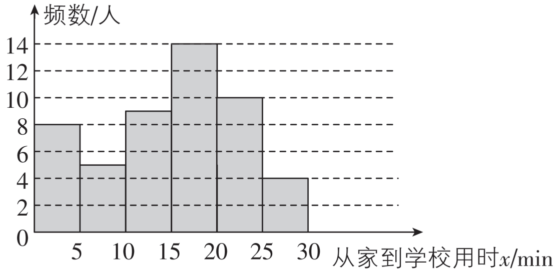
21.【解】（1）调查学生的总人数为 $8\div 0.16=50$，

$\therefore 10<x\leqslant 15$ 的频数为 $50\times 0.18=9$，$15<x\leqslant 20$ 的频数为 $50\times 0.28=14$，$20<x\leqslant 25$ 的频率为 $10\div 50=0.20$. 补全频数（率）分布表和频数分布直方图如下：（4 分）

调查结果的频数（率）分布表

从家到学校用时 x/min	频数/人	频率
$0<x\leqslant 5$	8	0.16
$5<x\leqslant 10$	5	0.10
$10<x\leqslant 15$	9	0.18
$15<x\leqslant 20$	14	0.28
$20<x\leqslant 25$	10	0.20
$25<x\leqslant 30$	4	0.08

调查结果的频数分布直方图



（2）$(8+5)\div 50\times 100\%=26\%$，

$\therefore$ 从家到学校用时不超过 10 min 的学生人数占调查学生总人数的 26%.（8 分）

（3）$(10+4)\div 50\times 1\ 800=504$（人）.

答：估计该校从家到学校用时超过 20 min 的学生人数是 504.（12 分）

七、（本题满分 12 分）

22.【解】(1)将 A 点坐标(4,7),B 点坐标(2,0)代入函数表达式 $y=ax^2+bx-9$,得 $\begin{cases}16a+4b-9=7,\\4a+2b-9=0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=-\dfrac{1}{4},\\b=5.\end{cases}$ (4 分)

(2)由(1)可知二次函数的表达式为 $y=-\dfrac{1}{4}x^2+5x-9$.

当 $y=0$ 时,$-\dfrac{1}{4}x^2+5x-9=0$,解得 $x=2$ 或 18.

$\therefore$ 点 C 坐标为(18,0).

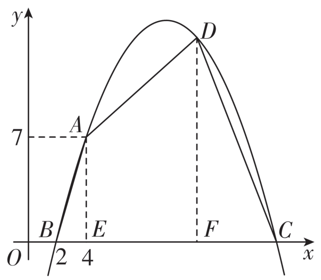
$\because$ 点 D 的横坐标为 k,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $\left(k,-\dfrac{1}{4}k^2+5k-9\right)$.

$\because$ 点 D 是函数图象上 A,C 两点间的动点,

$\therefore$ 点 D 的横坐标 k 的取值范围是 $4<k<18$. (7 分)

如图,过点 A,D 分别作 x 轴的垂线,垂足分别为点 E,F,则 $DF=-\dfrac{1}{4}k^2+5k-9$,$OF=k$.



$\because$ $OC=18$,$OE=4$,$\therefore$ $CF=18-k$,$EF=k-4$.

$S=S_{\triangle ABE}+S_{梯形AEFD}+S_{\triangle DCF}$

$=\dfrac{1}{2}\times2\times7+\dfrac{1}{2}\left(7-\dfrac{1}{4}k^2+5k-9\right)(k-4)+\dfrac{1}{2}(18-k)\left(-\dfrac{1}{4}k^2+5k-9\right)$

$=7+\left(-\dfrac{1}{8}k^3+3k^2-11k+4\right)+\left(\dfrac{1}{8}k^3-\dfrac{19}{4}k^2+\dfrac{99}{2}k-81\right)$

$=-\dfrac{7}{4}k^2+\dfrac{77}{2}k-70=-\dfrac{7}{4}(k-11)^2+\dfrac{567}{4}$. (10 分)

$\because$ $-\dfrac{7}{4}<0$,$4<k<18$,

$\therefore$ 当 $k=11$ 时,S 可以取得最大值,最大值为 $\dfrac{567}{4}$. (12 分)

八、(本题满分 14 分)

23.【解】(1)$\because$ $DP\perp BC$,$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

点 E 是 DC 的中点,

$\therefore AE=\frac{1}{2}DC$,$PE=\frac{1}{2}DC$,$\therefore AE=PE$. (4 分)

(2)(1)中的结论仍然成立.

证明:$\because DP\perp BC$,点 E 是 DC 中点,

$\therefore PE=\frac{1}{2}DC$.

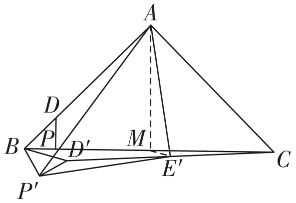
$\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

$\therefore \triangle ADC$ 为直角三角形,$\therefore AE=\frac{1}{2}DC$,$\therefore AE=PE$,

即(1)中的结论仍然成立. (9 分)

(3)$\triangle AE'P'$为等腰直角三角形. (10 分)

证明:如图,取 BC 的中点记为点 M,连接 ME',AM.



$\because E'$为 $D'C$ 中点,$\therefore ME'/\!/BD'$,$ME'=\frac{1}{2}BD'$.

$\because AD=3DB=3$,

$\therefore BD=1$,$\therefore AB=4$.

$\because AB=AC$,$\angle BAC=90°$,

$\therefore \angle ABC=45°$,$\angle AMB=90°$,

$\therefore \triangle BPD$ 是等腰直角三角形,

$\therefore BP=DP=BP'=P'D'=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\frac{BD'}{BP'}=\sqrt{2}$,

$AM=BM=2\sqrt{2}$,

$\therefore \frac{AB}{AM}=\frac{BP'}{ME'}=\sqrt{2}$.

$\because \triangle BPD$ 绕点 B 顺时针旋转 $60°$得到$\triangle BP'D'$,

$\therefore \angle ABP'=105°$,$\angle PBD'=\angle CME'=15°$,

$\therefore \angle AME'=105°$,

$\therefore \angle ABP'=\angle AME'$,

$\therefore \triangle ABP'\backsim\triangle AME'$,

$\therefore \frac{AB}{AM}=\frac{AP'}{AE'}=\sqrt{2}$,$\angle BAP'=\angle MAE'$,

$\therefore \frac{AB}{AP'}=\frac{AM}{AE'}$,$\angle BAM=\angle P'AE'$,

$\therefore \triangle ABM\backsim\triangle AP'E'$.

$\because \triangle ABM$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \triangle AP'E'$为等腰直角三角形. (14 分)

重点题目解析

1. A 解析 本题考查了倒数及小数与分数的转化. -0.5 的分数表达形式为 $-\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$ 的倒数为 -2，故选项 A 正确.

2. D 解析 1 456 亿 $=145\ 600\ 000\ 000=1.456\times10^{11}$，故选项 D 正确.

3. C 解析 本题考查了三视图和学生的空间想象能力. 三视图是观测者从正面、上面、左面三个不同角度观察同一个空间几何体而画出的图形. 由题中所给三视图，可判断选项 C 正确.

4. B 解析 本题考查了幂的运算. 选项 A，$(-a)^2=a^2$，故错误；选项 B，正确；选项 C，$(a^2b)^3\div(ab)^2=a^4b$，故错误；选项 D，$2a^{-1}=\frac{2}{a}$，故错误. 故选项 B 正确.

5. D 解析 本题考查了统计图知识以及学生结合统计图分析数据的能力. 圆内各个扇形的大小表示各项消费数额占总消费数额的百分比，从图中并不能直接得到具体数额，所以选项 A、B、C 说法错误，选项 D 说法正确.

6. B 解析 本题考查了三角形、平移与平行线的相关知识. 因为 $\angle B=120°$，$\angle C=30°$，所以 $\angle A=30°$. 因为 $\triangle DEF$ 是由 $\triangle ABC$ 经过平移得到的，所以 $AB/\!/DE$，所以 $\angle AGD=\angle A=30°$，所以 $\angle DGH=150°$，故选项 B 正确.

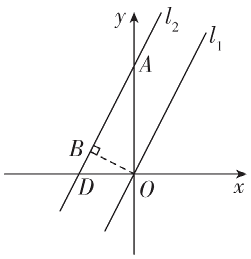
7. C 解析 本题考查了等可能情形的概率计算. 列表如下：

	男 1	男 2	女 1	女 2	女 3
男 1		男 1 男 2	男 1 女 1	男 1 女 2	男 1 女 3
男 2	男 2 男 1		男 2 女 1	男 2 女 2	男 2 女 3
女 1	女 1 男 1	女 1 男 2		女 1 女 2	女 1 女 3
女 2	女 2 男 1	女 2 男 2	女 2 女 1		女 2 女 3
女 3	女 3 男 1	女 3 男 2	女 3 女 1	女 3 女 2	

共有 20 种等可能情况，其中选出的恰好是一男一女的有 12 种，∴ 选出的恰好是一男一女的概率是 $\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

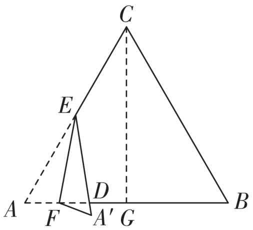
8. C 解析 本题考查了平面直角坐标系中直线的平移、勾股定理等知识. 通过平移可得直线 l_2 的表达式为 $y=2x+2$. 如图，过点 O 作 $OB\perp AD$ 于点 B.

易得点 A,D 的坐标分别为 $(0,2),(-1,0)$，所以 $OA=2,OD=1$. 由勾股定理得 $AD=\sqrt{5}$. 因为 $S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}OD\cdot OA=\frac{1}{2}AD\cdot OB$，所以 $OB=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，故选项 C 正确.



9. D 解析 因为 $-3<-\sqrt{7}<-2,3<\sqrt{13}<4$，所以大于 $-\sqrt{7}$，小于 $\sqrt{13}$ 的整数有 $-2,-1,0,1,2,3$，它们的和为 3，故选 D.

10. B 解析 如图，过点 C 作 $CG\perp AB$ 于点 G，设 EA' 与 AB 相交于点 D.



$\because$ $\triangle ABC$ 为等边三角形，边长为 4，点 E 为边 AC 的中点，$\therefore AE=\frac{1}{2}AC=2,AG=BG=2.$

$\because CG\perp AB,ED\perp AB,\therefore ED/\!/CG,\therefore \triangle AED\backsim\triangle ACG,\therefore \frac{ED}{CG}=\frac{AD}{AG}=\frac{AE}{AC}=\frac{1}{2},\therefore AD=DG=1,ED=\frac{1}{2}CG.$ $\because AC=BC=4,\angle A=60^\circ,CG\perp AB,$

$\therefore \angle ACG=30^\circ,\therefore CG=2\sqrt{3},\therefore ED=\sqrt{3}.$ 将 $\triangle AEF$ 沿 EF 折叠得到 $\triangle A'EF$，$\therefore AE=A'E=2,\therefore A'D=2-\sqrt{3}.$ 设 $FD=a$，则 $AF=A'F=1-a.$

在 $\mathrm{Rt}\triangle FDA'$ 中，$FD^2+A'D^2=A'F^2$，

即 $a^2+(2-\sqrt{3})^2=(1-a)^2$，

解得 $a=2\sqrt{3}-3,\therefore AF=1-a=4-2\sqrt{3}$，故选 B.

11. 3 解析 本题考查了分式无意义的条件. 因为分式 $\frac{5x}{x+2-a}$ 无意义，即分母为 0，所以当 $x=1$ 时，分母 $x+2-a=3-a=0$，所以 $a=3.$

12. $\frac{21\pi}{2}$ 解析 由题意，得 $\angle BOC=30^\circ,\angle AOD=45^\circ,$

$\therefore \angle BOD=105^\circ.$ $\because$ 半圆直径为 12，$\therefore$ 半圆半径为 6，$\therefore$ 半圆未被三角板遮住部分的面积为 $\frac{105\times\pi\times6^2}{360}=\frac{21\pi}{2}.$

13. $>$ 解析 $A-B=a^2+2b-2-(b^2-4a-7)$

$=a^2+2b-2-b^2+4a+7$

$=a^2-b^2+2b+4a-2+7$

$=(a+b)(a-b)+(4a+2b)+5.$

$\because a>b>0, \therefore a+b>0, a-b>0, 4a+2b>0,$

$\therefore (a+b)(a-b)+(4a+2b)+5>0,$

即 $A-B>0, \therefore A>B.$

14. (1) $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ (2) $\dfrac{5}{4}$ 解析 (1) 设 $AB=a$, 则 $BE=\dfrac{a}{2}$. 由勾股定理得 $AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=\dfrac{\sqrt{5}a}{2}$, $BD=\sqrt{2}a$.

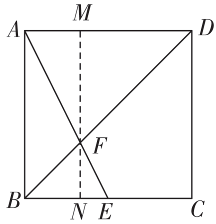
$\because AD/\!/BC, \therefore \triangle AFD \backsim \triangle EFB,$

$\therefore \dfrac{AF}{EF}=\dfrac{DF}{BF}=\dfrac{AD}{BE}=2.$

$\because AF+EF=\dfrac{\sqrt{5}a}{2}, BF+DF=\sqrt{2}a,$

$\therefore AF=\dfrac{\sqrt{5}a}{3}, BF=\dfrac{\sqrt{2}a}{3}, \therefore \dfrac{AF}{BF}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}.$

(2) 如图, 过点 F 作 $FM \perp AD$, 垂足为 M, 延长 MF 交 BC 于点 N.



$\because \dfrac{BE}{BC}=k, \therefore$ 设 $BC=a$, 则 $BE=ka.$

由(1)知 $\triangle AFD \backsim \triangle EFB,$

$\therefore \dfrac{AD}{BE}=\dfrac{FM}{FN}=\dfrac{BC}{BE}=\dfrac{1}{k}.$

$\because FN=a-FM, \therefore FM=\dfrac{a}{k+1}.$

$\because S_{\triangle ADF}=\dfrac{1}{2}AD \cdot MF=\dfrac{a^2}{2k+2}, S_{四边形ECDF}=S_{\triangle BCD}-S_{\triangle BFE}=\dfrac{1}{2}BC^2-\dfrac{1}{2}BE \cdot FN=\dfrac{1}{2}a^2-\dfrac{1}{2}ka\left(a-\dfrac{a}{k+1}\right)=\dfrac{ka^2+a^2-k^2a^2}{2k+2},$

$\therefore S_{四边形ECDF}:S_{\triangle ADF}=-k^2+k+1=-\left(k-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{5}{4}.$

$\because -1<0, \therefore$ 当 $k=\dfrac{1}{2}$ 时, $S_{四边形ECDF}:S_{\triangle ADF}$ 有最大值, 为 $\dfrac{5}{4}$.