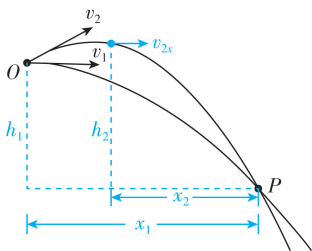


1. A 【命题点】核聚变+核反应方程

【解析】相同质量的核燃料,轻核聚变比重核裂变释放的核能更多,A 正确;核反应方程必须遵循电荷数守恒、质量数守恒,所以氘氚核聚变的核反应方程为 ${}_1^2\text{H}+{}_1^3\text{H}\rightarrow{}_2^4\text{He}+{}_0^1\text{n}$,B 错误;核聚变的核反应燃料主要是氘和氚,C 错误;核聚变反应过程中释放能量,有质量亏损,D 错误。

2. B 【命题点】抛体运动

【解析】忽略空气阻力,谷粒被抛出后只受重力作用,加速度为重力加速度 g ,则两谷粒的加速度相等,A 错误;谷粒 2 从最高点到 P 点的运动过程可视为平抛运动,作出相关分析图如图所示,将谷粒 1 从 O 点到 P 点的平抛运动与谷粒 2 从最高点到 P 点的平抛运动作比较, $h_2>h_1$,在竖直方向有 $h=\frac{1}{2}gt^2$,得谷粒 2 的运动时间长,则谷粒 2 从 O 到 P 的运动时间长,且 $x_2<x_1$,水平方向有 $x=vt$,得谷粒 2 在最高点的速度 $v_{2x}<v_1$,B 正确,C 错误;平均速度为位移与时间的比值,两谷粒均从 O 点运动到 P 点,位移为从 O 点到 P 点的有向线段,两谷粒的位移相等,但谷粒 2 的运动时间长,则谷粒 2 的平均速度小,D 错误。



3. C 【命题点】机械振动+波的叠加

【解析】由题图(b)可知,这三列波的振动周期均为 $T=4\text{ s}$,由 $v=\frac{\lambda}{T}$,可得这三列波的波速均为 $v=1\text{ m/s}$,A 错误;离 D 点最近的波源是 C 处的波源,该波源的振动形式从 C 处传播到 D 处所需时间 $\Delta t_1=\frac{CD}{v}=3\text{ s}$,所以 $t=2\text{ s}$ 时, D 处的质点还未开始振动,B 错误;由几何知识可知 $AD=BD=5\text{ m}$,波从 A 、 B 处传播到 D 处所需时间 $\Delta t_2=\frac{AD}{v}=5\text{ s}$,所以 $t=4.5\text{ s}$ 时,只有 C 处波源的振动形式传到 D 处, D 处的质点振动了 $\Delta t_3=4.5\text{ s}-3\text{ s}=1.5\text{ s}$,结合题图(b)可知,在 $t=4.5\text{ s}$ 时, D 处的质点向 y 轴负方向运动,C 正确; $t=6\text{ s}$ 时, A 、 B 处波源的振动形式传到 D 处,使 D 处的质点振动了 $\Delta t_4=6\text{ s}-5\text{ s}=1\text{ s}$,由题图(b)可知,效果是 D 处的质点处于波峰处, $t=6\text{ s}$ 时, C 处波源的振动形式传到 D 处,使 D 处的质点振动了 $\Delta t_5=6\text{ s}-3\text{ s}=3\text{ s}$,由题图(b)可知,效果是 D 处的质点处于波谷,根据波的叠加原理可得, D 处的质点与平衡位置的距离(关键:某点处的质点的位移是各个波单独传到该点处使该点产生的位移的

矢量和) 为 $y = (2+2-2) \text{ cm} = 2 \text{ cm}$, **D** 错误。

4. B 【命题点】万有引力定律+恒星坍缩

【解析】质量分布均匀的同一恒星表面任意位置的重力加速度不相同, **A** 错误; 在恒星表面两极处, 有 $\frac{GMm}{R^2} = mg$, 可得 $g =$

$\frac{GM}{R^2}$, 根据题意可知, 恒星坍缩前后, 质量不变, 体积缩小, 可

知 R 变小, 则恒星坍缩后表面两极处的重力加速度比坍缩前

的大, **B** 正确; 由 $\frac{GMm}{R^2} = m \frac{v_1^2}{R}$, 可得第一宇宙速度 $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$,

由于坍缩后半半径 R 变小, 则恒星坍缩后的第一宇宙速度变

大, **C** 错误; 恒星的质量 $M = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$, 可得恒星半径

$R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}}$, 则第一宇宙速度 $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{G \sqrt[3]{\frac{4\pi\rho M^2}{3}}}$, 由题

意可知, 中子星的质量大于白矮星的质量, 中子星密度大于

白矮星密度, 则中子星的第一宇宙速度大于白矮星的第一宇

宙速度, 由于逃逸速度为第一宇宙速度的 $\sqrt{2}$ 倍, 所以中子星

的逃逸速度大于白矮星的逃逸速度, **D** 错误。

5. D 【命题点】电场强度的叠加

【解析】以 P 点为坐标原点, AP 方向为 y 轴正方向, 垂直 y 轴

向右为 x 轴正方向, 建立直角坐标系, 如图所示, 根据矢量合

成和几何关系可知, Q_1 和 Q_3 电性相同, 且与 Q_2 电性相反,

才可以保证 P 点处电场强度为零, **A**、**B** 错误; 设 PA 的长度

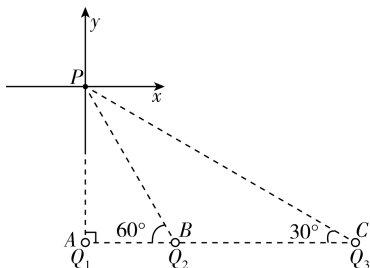
为 d , 则 $PB = \frac{2\sqrt{3}}{3}d$, $PC = 2d$, 根据正交分解可知, 在 x 轴方向

上有 $\frac{k|Q_3|}{(2d)^2} \cdot \cos 30^\circ = \frac{k|Q_2|}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}d\right)^2} \cdot \cos 60^\circ$, 在 y 轴方向有

$\frac{k|Q_1|}{d^2} + \frac{k|Q_3|}{(2d)^2} \cdot \sin 30^\circ = \frac{k|Q_2|}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}d\right)^2} \cdot \sin 60^\circ$, 联立解得 $|Q_2| =$

$\frac{4\sqrt{3}}{3}|Q_1|$, $|Q_3| = 4|Q_1|$, 若 $Q_1 = q$, 则 $Q_2 = -\frac{4\sqrt{3}}{3}q$, $Q_3 = 4q$, 若

$Q_1 = -q$, 则 $Q_2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}q$, $Q_3 = -4q$, **D** 正确。



一题多解 验证法

设电荷量为 Q_1 的点电荷在 P 点产生的场强大小为 E_1 , 电荷量为 Q_2 的点电荷在 P 点产生的场强大小为 E_2 , 电荷量为 Q_3 的点电荷在 P 点产生的场强大小为 E_3 , 把 E_2 、 E_3 沿 x

轴、 y 轴方向正交分解, 在 x 轴方向, 有 $E_3 \cdot \cos 30^\circ = E_2 \cdot$

$$\cos 60^\circ, \text{若 } Q_1 = -q, Q_3 = -q, \text{则 } \frac{kq}{(2d)^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{k|Q_2|}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}d\right)^2} \cdot \frac{1}{2},$$

$$\text{解得 } |Q_2| = \frac{\sqrt{3}}{3}q, \text{C 错误; 若 } Q_1 = q, Q_3 = 4q, \text{则 } \frac{k \cdot 4q}{(2d)^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{k|Q_2|}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}d\right)^2} \cdot \frac{1}{2}, \text{解得 } |Q_2| = \frac{4\sqrt{3}}{3}q, \text{且 } Q_2 \text{ 带负电, D 正确。}$$

6. D 【命题点】速度选择器+带电粒子在三角形边界磁场中的运动

【解析】设沿 AC 做直线运动的粒子的速度

度大小为 v , 有 $qvB_1 = qE$, 即 $v = \frac{E}{B_1}$, 粒子

在磁场 II 中做匀速圆周运动, 如图中轨迹 1, 由几何关系可知运动轨迹所对的圆

心角为 90° , 则运动时间为 $\frac{1}{4}$ 周期, 又

$$qvB_2 = \frac{mv^2}{r}, \text{可得 } r = \frac{mv}{qB_2}, \text{时间 } t_0 = \frac{1}{4} \cdot$$

$$\frac{2\pi m}{qB_2}, \text{根据几何关系可知 } OC = 2r, \text{若仅将}$$

区域 I 中磁感应强度大小变为 $2B_1$, 则做匀速直线运动的粒子的速度变为原来的一半, 粒子在区域 II 内做匀速圆周运动的

轨迹半径变为原来的一半, 如图中轨迹 2, 轨迹对应的圆心

角依然为 90° , 时间 $t = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi m}{qB_2} = t_0$, A 错误; 若仅将区域 I

中电场强度大小变为 $2E$, 则做匀速直线运动的粒子的速度

变为原来的 2 倍, 粒子在区域 II 内做匀速圆周运动的轨迹半

径变为原来的 2 倍, 如图中轨迹 3, 粒子从 F 点离开磁场, 对

应的圆心角依然为 90° , 时间 $t = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi m}{qB_2} = t_0$, B 错误; 若仅

将区域 II 中的磁感应强度大小变为 $\frac{\sqrt{3}}{4}B_2$, 粒子在区域 II 中做

匀速圆周运动的轨迹半径变为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}r > 2r$, 粒子从 O 、 F 间离开,

如图中轨迹 4, 由几何关系可知, 轨迹对应的圆心角 θ 满足

$$\sin \theta = \frac{OC}{\frac{4\sqrt{3}}{3}r} = \frac{2r}{\frac{4\sqrt{3}}{3}r} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{则 } \theta = 60^\circ, \text{则 } t = \frac{1}{6} \cdot \frac{2\pi m}{q \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}B_2} =$$

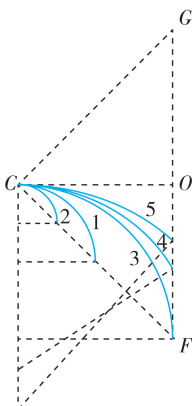
$$\frac{8\sqrt{3}}{9}t_0, \text{C 错误; 若仅将区域 II 中的磁感应强度大小变为}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4}B_2, \text{粒子在区域 II 中做匀速圆周运动的轨迹半径变为}$$

$$\frac{4}{\sqrt{2}}r = 2\sqrt{2}r > 2r, \text{粒子从 } O、F \text{ 间离开, 如图中轨迹 5, 由几何关}$$

$$\text{系可知, 轨迹对应的圆心角 } \theta \text{ 满足 } \sin \theta = \frac{OC}{2\sqrt{2}r} = \frac{2r}{2\sqrt{2}r} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{则}$$

$$\theta = 45^\circ, \text{粒子在区域 II 中运动的时间为 } t = \frac{1}{8} \cdot \frac{2\pi m}{q \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}B_2} =$$



$\sqrt{2}t_0$, D 正确。

7. BC 【命题点】光的折射+全反射

【解析】作出临界情况下的光路图,如图甲所示(关键:此时光发生全反射),激光发生全反射的临界角为 $90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$,由

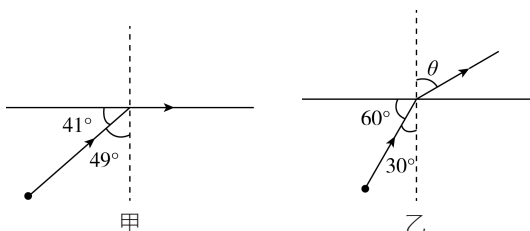
$n = \frac{1}{\sin C}$ 可得,水的折射率 $n = \frac{1}{\sin 49^\circ}$, A 错误, B 正确;当 $\alpha =$

60° 时,光路图如图乙所示,由 $n = \frac{\sin \theta}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{\sin 49^\circ}$ 可得,

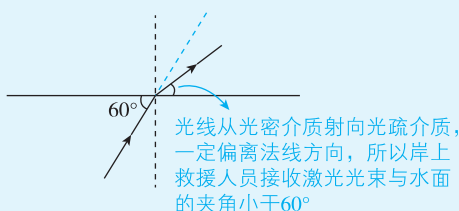
$\sin \theta = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 49^\circ}$, 由于 $\sin 49^\circ < 1$, 可知 $\sin \theta > \frac{1}{2}$, 故 $\theta > 30^\circ$, 岸上

救援人员接收激光光束的方向与水面夹角小于 60° , C 正确,

D 错误。



一题多解 几何分析法



8. AD 【命题点】匀减速直线运动+竖直面内的圆周运动

【解析】小球从 B 到 C 的受力分析如图甲所示, 沿半径方向, 由牛顿第二定律有

$mg \cos \theta_1 - N = \frac{mv^2}{R}$, 解得 $N = mg \cos \theta_1 - \frac{mv^2}{R}$, 由

B 到 C 的过程中, θ_1 逐渐减小, v 逐渐减小, 故

N 逐渐增大, 由牛顿第三定律可知, 小球从 B

到 C 的过程中, 对轨道的压力逐渐增大, A 正

确; 由 A 到 C 的过程中, 小球的竖直分速度逐

渐减小, 故重力的功率逐渐减小, B 错误; 小球从 A 到 C 的过

程中机械能守恒(点拨: 小球沿轨道恰好运动到达 C 点, 说明

小球运动到 C 点的速度为零), 有 $\frac{1}{2}mv_0^2 = mg \cdot 2R$, 解得 $v_0 =$

$2\sqrt{gR}$, C 错误; 若小球初速度 v_0 增大,

则小球一定可以到达 B 点(关键: 小球

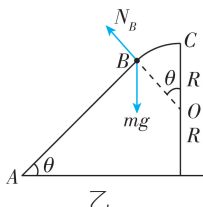
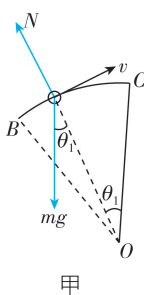
只在圆弧段的 B 点有可能因速度过大

而脱离轨道), 在 B 点时对小球进行受

力分析如图乙所示, 沿半径方向, 有

$N_B = mg \cos \theta - \frac{mv_B^2}{R}$, 当 $v_B \geq \sqrt{gR \cos \theta}$ 时, $N_B \leq 0$, 则小球会从 B

点脱离轨道, D 正确。



9. AC 【命题点】交变电流的产生与有效值+皮带传动

【解析】皮带相连的大小轮边缘的线速度大小相同, 有 $\omega r_1 =$

$\omega_2 r_2$, 由 $r_1 = 4r_2$ 得 $\omega_2 = 4\omega$, A 正确; 线圈旋转产生的感应电动

势的最大值 $E_m = nBL^2\omega_2 = 4nBL^2\omega$, 有效值 $E = \frac{1}{\sqrt{2}}E_m = 2\sqrt{2}nBL^2\omega$, 线圈电阻与灯泡电阻相同, 则灯泡两端电压有效值 $U = \frac{1}{2}E = \sqrt{2}nBL^2\omega$, **B 错误**; 若漆包线的总长变为原来的两倍, 则线圈电阻变为原来的两倍, 线圈边长不变, 则匝数变为原来的两倍, 线圈转动产生的感应电动势有效值 $E' = 4\sqrt{2}nBL^2\omega$, 则灯泡两端电压有效值 $U' = \frac{1}{3}E' = \frac{4\sqrt{2}nBL^2\omega}{3}$, **C 正确**; 若仅将小轮半径变为原来的两倍, 则小轮的角速度变为原来的一半, 线圈旋转产生的感应电动势有效值和灯泡两端电压有效值变为原来的一半, 灯泡变暗, **D 错误**。

10. CD 【命题点】牛顿第二定律+临界问题

【解析】对 A、B 两球分别进行受力分析如图 1 所示,

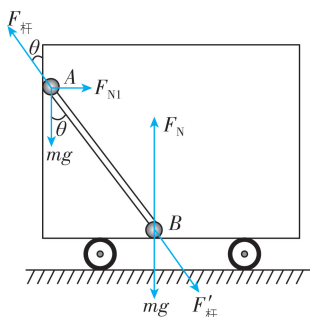


图 1

A 球在竖直方向受力平衡, 有 $F_{\text{杆}} \cos \theta = mg$, 解得 $F_{\text{杆}} = \frac{mg}{\cos \theta}$, 则杆对 B 球的力 $F'_{\text{杆}} = F_{\text{杆}}$; B 球在竖直方向受力平衡, 有 $F_N = mg + F'_{\text{杆}} \cos \theta = 2mg$, 若 B 球受到的摩擦力为零, 对 B 球, 由牛顿第二定律有 $F'_{\text{杆}} \sin \theta = ma$, 解得 $a = g \tan \theta$; 对小车和 A、B 两球整体, 由牛顿第二定律有 $F = 4ma = 4mg \tan \theta$, **A 错误**。若推力 F 向左, 对于 A、B 两球有两种临界状态, 第 1 种为 A 球恰不转动, 临界条件为车厢对 A 球的支持力 $F_{N1} = 0$, 对 A 球, 由牛顿第二定律得 $F_{\text{杆}} \sin \theta = ma_{m1}$, 又 $F_{\text{杆}} \cos \theta = mg$, 解得 $a_{m1} = g \tan \theta$; 第 2 种为 B 球恰不滑动, 临界条件为向左的摩擦力达到最大静摩擦力, 受力分析如图 2 所示,

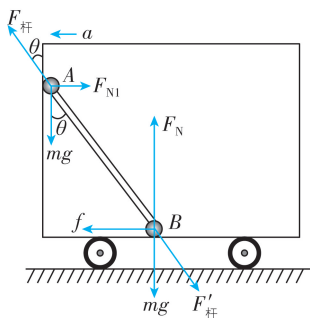


图 2

对 B 球, 由牛顿第二定律得 $\mu F_N - F'_{\text{杆}} \sin \theta = ma_{m2}$, 又 $F_N = mg + F'_{\text{杆}} \cos \theta$, 解得 $a_{m2} = 2\mu g - g \tan \theta$, 当 $\tan \theta \leq \mu$ 时, $a_{m1} \leq a_{m2}$, 加速度最大可取 $a_{m1} = g \tan \theta$, 对小车和 A、B 两球整体, 由牛顿第二定律有 $F = 4ma_{m1} = 4mg \tan \theta$, **B 错误**。当 $\mu < \tan \theta \leq 2\mu$ 时, $a_{m1} > a_{m2}$, 加速度最大可取 $a_{m2} = 2\mu g - g \tan \theta$, 对小车和 A、B 两球整体, 由牛顿第二定律有 $F = 4ma_{m2} = 4mg(2\mu -$

$\tan \theta$), C 正确。若推力 F 向右,且 $\tan \theta > 2\mu$,对 A 、 B 两球受力分析如图 3 所示,

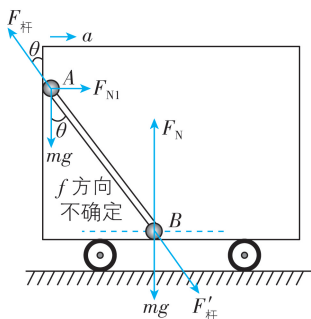


图 3

在竖直方向上有 $F_{\text{杆}} \cos \theta = mg$,若 B 球所受摩擦力水平向左且达到最大静摩擦力,有 $F'_{\text{杆}} \sin \theta - \mu F_N = ma'_1$,得 $a'_1 = g(\tan \theta - 2\mu)$,若 B 球所受摩擦力水平向右且达到最大静摩擦力,有 $F'_{\text{杆}} \sin \theta + \mu F_N = ma'_2$,得 $a'_2 = g(\tan \theta + 2\mu)$,即 $g(\tan \theta - 2\mu) \leq a' \leq g(2\mu + \tan \theta)$,对小车和 A 、 B 两球整体由牛顿第二定律有 $F = 4ma'$,则 $4mg(\tan \theta - 2\mu) \leq F \leq 4mg(2\mu + \tan \theta)$, D 正确。

11. (3) $\frac{t_0}{10}$ (1 分) (5) 线性的 (2 分) (6) A (2 分) (7) 见

解析 (2 分)

【命题点】探究弹簧振子振动周期与质量的关系

【解析】(3) 由题图 (b) 可知 t_0 时间内完成了 10 次全振动,故振动周期 $T = \frac{t_0}{10}$ 。

(5) 计算表中数据,得出弹簧振子振动周期的平方 T^2 与质量 m 的比值在误差允许的情况下相等,所以两者的关系是线性的。

(6) 根据 m 与 T^2 呈线性关系可排除 B 选项,再根据周期 T 的单位为 s,劲度系数 k 的单位为 N/m,即 $\text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$,质量 m 的单位为 kg,由单位制可判断出 A 正确。

(7) 弹簧自身的重力对弹簧振子在竖直方向上做简谐运动有影响,所以在测量周期时会有误差。

12. (1) 1 000 (1 分) (2) $\frac{R_1 R_3}{R_2}$ (2 分) (3) 见解析 (2 分)

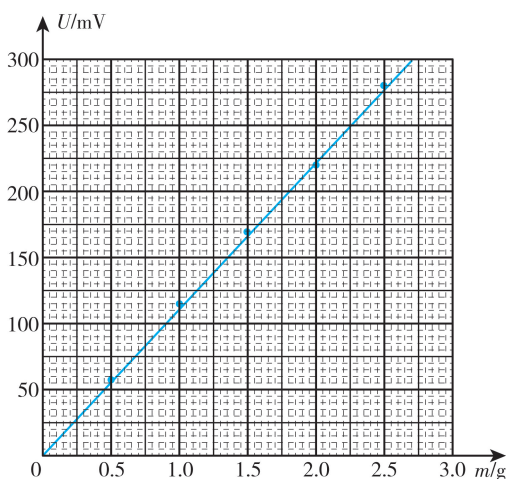
(4) 0.018 (2 分) (5) > (2 分)

【命题点】桥式电路测电阻+误差分析

【解析】(1) 欧姆表读数 = 指针所指刻度 \times 倍率,欧姆表刻度不均匀,不估读到下一位,所以题图 (b) 中对应的读数为 $10 \times 100 \Omega = 1\,000 \Omega$;

(2) 当电压传感器示数为 0 时, $\varphi_C = \varphi_D$,则 $U_{AC} = U_{AD}$, $U_{CB} = U_{DB}$,由于 R_1 与 R_F 串联, R_2 与 R_3 串联,则 $\frac{U_{AC}}{R_1} = \frac{U_{CB}}{R_F}$, $\frac{U_{AD}}{R_2} = \frac{U_{DB}}{R_3}$,解得 $R_F = \frac{R_1 R_3}{R_2}$ 。

(3) 将表中数据描在坐标图中,用直线拟合相关数据点,如图所示。



(4) 根据所作图线可得 $U = 200 \text{ mV}$ 时, $m = 1.8 \text{ g}$, 则 $F_0 = mg \approx 0.018 \text{ N}$ 。

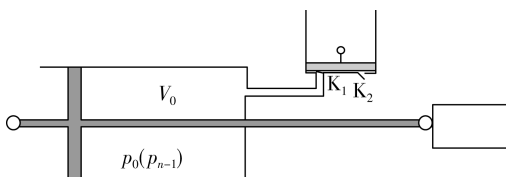
(5) 因为非理想毫伏表的作用, 导致所测量的电势差小于实际值, 即比理想情况下的电表读数测量值偏小, 若使非理想毫伏表读数为 200 mV , 要增大施加的微小压力, 即 $F_1 > F_0$ 。

13. (1) $\frac{V_0}{V_0+V_1}p_0$ (2) $p_0S\left[1-\left(\frac{V_0}{V_0+V_1}\right)^n\right]$

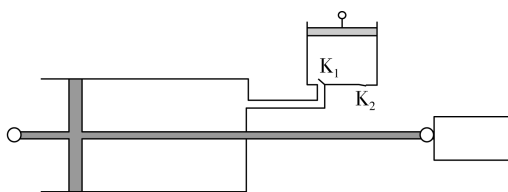
【命题点】理想气体状态变化+抽气问题

【题图剖析】

第 1 次(第 n 次)抽气前后的状态分析



抽气前, K_1 闭合, K_2 打开, 抽气前瞬间气体体积为 V_0



抽气时, K_1 打开, K_2 闭合, 抽气后瞬间气体体积为 (V_0+V_1)

【解析】(1) 将助力气室和抽气气室两个空间看作一个整体, 根据题意可知, 第 1 次抽气过程, 整体空间内气体体积从 V_0 变为 V_0+V_1 , 气体温度不变, 根据玻意耳定律有

$$p_0V_0 = p_1(V_0+V_1) \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{解得 } p_1 = \frac{V_0}{V_0+V_1}p_0 \quad (1 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 第 2 次抽气过程, 有 } p_1V_0 = p_2(V_0+V_1) \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{解得助力气室内的气体压强 } p_2 = \frac{V_0}{V_0+V_1}p_1 = \left(\frac{V_0}{V_0+V_1}\right)^2 p_0 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{则第 } n \text{ 次抽气后, 助力气室内的气体压强 } p_n = \left(\frac{V_0}{V_0+V_1}\right)^n p_0 \quad (2 \text{ 分})$$

此时刹车助力系统装置为驾驶员省力的大小为助力活塞两侧

气体压力之差,即 $\Delta F = p_0 S - p_n S = p_0 S \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_0 + V_1} \right)^n \right]$ (3分)

14. (1) $\frac{2mgR\sin\theta}{B^2 L^2}$ (2) $2g\sin\theta$

(3) $gt_0\sin\theta + \frac{mgR\sin\theta}{B^2 L^2}$ $\frac{2m^2 g R^2 \sin\theta}{B^4 L^4}$

【命题点】电磁感应中的双杆模型

【解析】(1) 保持棒 b 静止, 将棒 a 由静止释放, 棒 a 匀速运动时受力平衡, 有 $mg\sin\theta = BI_0 L$ (2分)

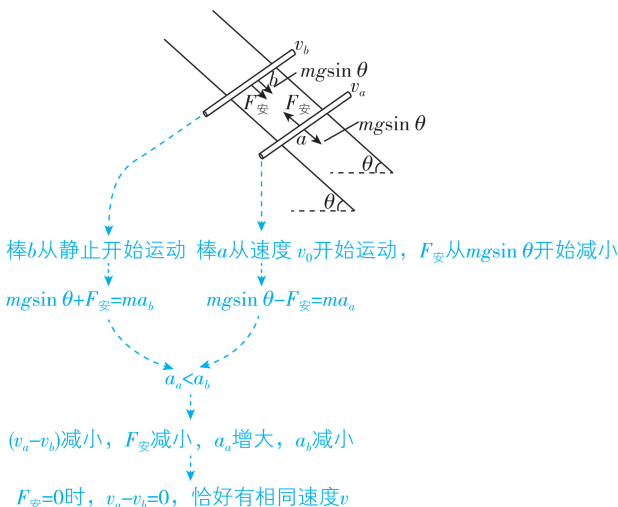
根据闭合电路欧姆定律, 有 $I_0 = \frac{E_0}{2R} = \frac{BLv_0}{2R}$ (1分)

联立解得 $v_0 = \frac{2mgR\sin\theta}{B^2 L^2}$ (1分)

(2) 棒 a 匀速运动时, 将棒 b 由静止释放, 释放瞬间电路中的电流不变, 棒 b 受到的安培力沿导轨平面向下, 对棒 b , 根据牛顿第二定律, 有 $mg\sin\theta + BI_0 L = ma_0$ (2分)

解得 $a_0 = 2g\sin\theta$ (1分)

(3) 【题图剖析】



从棒 b 释放瞬间开始到两棒恰好达到相同速度 v , 对棒 a 和棒 b 组成的系统, 由动量定理得 $2mgt_0\sin\theta = 2mv - mv_0$ (2分)

解得 $v = gt_0\sin\theta + \frac{mgR\sin\theta}{B^2 L^2}$ (1分)

对棒 b , 由动量定理得 $(mg\sin\theta + BiL) \cdot \Delta t = m\Delta v$ (1分)

则有 $\sum (mg\sin\theta + BiL) \cdot \Delta t = \sum m\Delta v$ (1分)

其中 $i = \frac{BLv_a - BLv_b}{2R}$ (1分)

由于 $\sum (v_a - v_b) \Delta t = \Delta x$, $\sum \Delta t = t_0$, $\sum \Delta v = v$,

可得 $\Delta x = \frac{2m^2 g R^2 \sin\theta}{B^4 L^4}$ (1分)

一题多解 牛顿第二定律+微元法

对棒 a , 由牛顿第二定律得 $mg\sin\theta - BiL = ma_a$,

则有 $\sum (mg\sin\theta - BiL) \Delta t = \sum ma_a \Delta t$ ①

对棒 b , 由牛顿第二定律得 $mg\sin\theta + BiL = ma_b$,

则有 $\sum (mg\sin\theta + BiL) \Delta t = \sum ma_b \Delta t$ ②

其中 $i = \frac{BLv_a - BLv_b}{2R}$,

由于 $\sum (v_a - v_b) \Delta t = \Delta x$, $\sum \Delta t = t_0$, $\sum a_a \Delta t = v - v_0$, $\sum a_b \Delta t = v$,

$$\text{代入①②, 可得 } mgt_0 \sin \theta - \frac{B^2 L^2}{2R} \Delta x = m(v - v_0) \quad (3)$$

$$mgt_0 \sin \theta + \frac{B^2 L^2}{2R} \Delta x = mv \quad (4)$$

$$\text{联立解得 } v = gt_0 \sin \theta + \frac{mgR \sin \theta}{B^2 L^2}, \Delta x = \frac{2m^2 g R^2 \sin \theta}{B^4 L^4}.$$

$$15. (1) \sqrt{\frac{2gbm^2}{(m+M)M}} \quad \frac{m}{M+m}a \quad (2) \left[\frac{(m+M)x - ma}{Ma} \right]^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$(3) 2b \sqrt{\frac{g}{a+3b}}$$

【命题点】椭圆形轨道与小球的相对运动、动量守恒定律、机械能守恒定律

【解析】(1) 小球第一次运动到轨道最低点时, 设小球的速度大小为 v_1 , 水平位移大小为 x_1 , 凹槽的速度大小为 v_2 , 水平位移大小为 x_2 , 小球和凹槽组成的系统机械能守恒, 有

$$mgb = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 \quad (1 \text{ 分})$$

小球和凹槽组成的系统在水平方向动量守恒, 取水平向左为正方向, 有

$$0 = mv_1 - Mv_2 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{解得凹槽的速度大小 } v_2 = \sqrt{\frac{2gbm^2}{(m+M)M}} \quad (1 \text{ 分})$$

在水平方向上由于时间的累积, 根据动量守恒定律可得

$$0 = mx_1 - Mx_2 \quad (1 \text{ 分})$$

小球第一次运动到轨道最低点时, 小球和凹槽相对运动的位移为 a , 即 $x_1 + x_2 = a$ (1 分)

$$\text{联立可得 } x_2 = \frac{m}{M+m}a \quad (1 \text{ 分})$$

(2) 若以凹槽的椭圆中心为坐标原点, 建立动态坐标系

$x'O'y'$, 则小球在此坐标系中的运动轨迹方程为 $\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1$

(x', y' 为小球相对椭圆中心的坐标) (点拨: 由凹槽的形状可知, 小球在凹槽内做的是椭圆运动, 以原点与凹槽做相同运动的坐标系很容易写出轨迹, 再根据坐标系的水平移动, 替换参数可得小球相对地面的运动轨迹),

小球与凹槽组成的系统在水平方向动量守恒, 则凹槽向右的水平位移 s_x 满足 $Ms_x = m(a - x' - s_x)$ (1 分)

$$\text{解得 } s_x = \frac{m(a - x')}{m + M} \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{而 } x = s_x + x' = \frac{ma + Mx'}{m + M}, \text{ 解得 } x' = \frac{(m + M)x - ma}{M} \quad (1 \text{ 分})$$

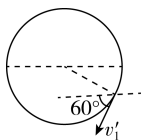
$$y' = y, \text{ 所以小球运动的轨迹方程为 } \left[\frac{(m + M)x - ma}{Ma} \right]^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1 \text{ 分})$$

(3) 将 $\frac{M}{m} = \frac{b}{a - b}$ 代入第(2)问结果中, 可知小球运动的轨迹

$$\text{方程为 } \left[\frac{x - (a - b)}{b} \right]^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1 \text{ 分})$$

该轨迹是圆心在 $(a - b, 0)$ 、半径为 b 的圆,

当小球下落高度为 $h = \frac{b}{2}$ 时, 根据几何关系可知, 小球相对于地面的速度与水平方向的夹角为 60° , 设大小为 v'_1 , 如图所示 (2 分)



小球和凹槽组成的系统在水平方向动量守恒, 可得

$$0 = mv'_1 \cos 60^\circ - Mv'_2 \quad (1 \text{ 分})$$

由机械能守恒定律可得 $mg \frac{b}{2} = \frac{1}{2}mv'^2_1 + \frac{1}{2}Mv'^2_2$ (1 分)

联立解得 $v'_1 = 2b \sqrt{\frac{g}{a+3b}}$ (1 分)