物理部分

专题 1　牛顿运动定律

刷类型 1　直线运动中牛顿运动定律的综合应用

1. (1) 500 m　(2) 8×10^5 kg

【解析】(1) 设潜艇刚“掉深”时的加速度大小为 a_1，对潜艇，由牛顿第二定律得 $mg-F=ma_1$，

解得 $a_1=2\ \mathrm{m/s^2}$，

“掉深”10 s 时，潜艇下沉的高度 $h_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2=100$ m，

此时潜艇竖直方向的速度 $v_1=a_1t_1=20$ m/s，

潜艇减重后以 1.0 m/s² 的加速度匀减速下沉，直到速度为零，潜艇下沉的高度 $h_2=\frac{v_1^2}{2a_2}=200$ m，

则潜艇因“掉深”而下沉达到的最大深度 $h=h_0+h_1+h_2=500$ m。

(2) 设潜艇减重后的质量为 m_1，潜艇减重后以大小为 1.0 m/s² 的加速度匀减速下沉过程中，由牛顿第二定律知 $F-m_1g=m_1a_2$，

解得 $m_1\approx2.2\times10^6$ kg，

则“掉深”过程中排出水的质量 $\Delta m=m-m_1\approx8\times10^5$ kg。

2. (1) $F_0>0.15$ N　(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m/s

【解析】(1) 当橡皮擦在硬纸板上滑动时，设橡皮擦的加速度大小为 a_1，硬纸板的加速度大小为 a_2，由牛顿第二定律对橡皮擦有 $\mu_1m_1g=m_1a_1$，

解得 $a_1=2\ \mathrm{m/s^2}$，

对硬纸板有 $F_0-\mu_2(m_1+m_2)g-\mu_1m_1g=m_2a_2$，

要使橡皮擦在硬纸板上滑动，需使 $a_2>a_1$，

解得 $F_0>0.15$ N。

(2) 硬纸板获得初速度 v_0 后做减速运动，设加速度大小为 a_2'，则有 $\mu_2(m_1+m_2)g+\mu_1m_1g=m_2a_2'$，

解得 $a_2'=13\ \mathrm{m/s^2}$，

假设橡皮擦一直在硬纸板上运动，设硬纸板被弹出后经时间 t 橡皮擦与硬纸板速度相同，则有 $a_1t=v_0-a_2't$，解得 $t=\frac{v_0}{15}$(s)，

此过程橡皮擦的位移大小为 $x_1=\frac{1}{2}a_1t^2$，

硬纸板的位移大小为 $x_2=v_0t-\frac{1}{2}a_2't^2$，

要使橡皮擦离开硬纸板，则需使 $x_2\geqslant x_1+\frac{l}{2}$，

结合实际情况解得 $v_0\geqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$ m/s。

3. (1) $1\ m/s^2$　(2) $3\ s$　(3) $2.4\ m$

【解析】(1) 假设物体 A 和长木板发生相对运动，对物体 A 根据牛顿第二定律有 $F-\mu_2 mg=ma_2$，

解得 $a_2=2\ m/s^2$，

对长木板有 $\mu_2 mg-\mu_1(M+m+m)g=Ma_1$，

解得 $a_1=1\ m/s^2$，

因为 $a_2>a_1$，所以假设成立，即 $t=0$ 时刻长木板的加速度大小为 $a_1=1\ m/s^2$。

(2) t_1 时间内物体 A 的位移大小 $x_1=\frac{1}{2}a_2t_1^2$，

物体 B 的位移大小 $x_2=v_0t_1$，

物体 A、B 相撞时满足 $L-l_1=x_1-x_2$，

解得 $t_1=3\ s$（$t_1=-1\ s$ 舍弃）。

(3) $t_2=2\ s$ 时，物体 A 的速度大小为 $v_A=a_2t_2=4\ m/s$，

物体 A 的位移大小为 $x_A=\frac{1}{2}a_2t_2^2=4\ m$，

长木板的速度大小为 $v_木=a_1t_2=2\ m/s$，

长木板的位移大小为 $x_木=\frac{1}{2}a_1t_2^2=2\ m$，

物体 B 的位移大小为 $x_B=v_0t_2=4\ m$，

$t_2=2\ s$ 时，物体 B 相对长木板的位移恰好满足

$\Delta x_1=x_B-x_木=2\ m=l_1$，

即此时物体 B 恰好在长木板的最右端，物体 A 相对长木板的位移为 $\Delta s_1=x_A-x_木=2\ m$，

可知 A 离长木板右端距离为

$L-\Delta s_1=3\ m$，

设撤去推力 F 后物体 A 的加速度大小为 a'_2，根据牛顿第二定律得 $\mu_2 mg=ma'_2$，

解得 $a'_2=4\ m/s^2$，

设撤去推力后经过时间 t_3 物体 A 与长木板达到共同速度 $v_共$，则 $v_共=v_A-a'_2t_3=v_木+a_1t_3$，

解得 $t_3=0.4\ s$，$v_共=2.4\ m/s$，

在 $t_3=0.4\ s$ 时间内，物体 A 相对长木板的位移为

$$\Delta s_2=\frac{v_A+v_共}{2}t_3-\frac{v_木+v_共}{2}t_3=0.4\ m,$$

此时物体 B 距离长木板右端距离为

$$\Delta x_2=\frac{v_木+v_共}{2}t_3-v_0t_3=0.08\ m,$$

此时物体 A 与物体 B 的距离为

$\Delta s_3=L-\Delta s_1-\Delta s_2-\Delta x_2=2.52\ m$，

由于 $\mu_2>\mu_1$，所以共速后物体 A 与长木板一起做匀减速直线运动，加速度大小为 $a_共=\frac{\mu_1(M+m+m)g}{M+m}=\frac{2}{3}\ m/s^2$，

设经过时间 t_4 三者达到共同速度，则

$v_共-a_共 t_4=v_0$，

解得 $t_4=0.6$ s，

故在 $t_4=0.6$ s 内物体 A 相对物体 B 的位移大小为

$$\Delta s_4=\frac{v_{共}+v_0}{2}t_4-v_0t_4=0.12\ \text{m},$$

此时物体 A 与物体 B 之间的距离为

$\Delta s_3-\Delta s_4=2.4$ m，

此后物体 B 做匀速运动，物体 A 与长木板一起做减速运动，所以物体 A 与物体 B 之间的最小距离为 $d=2.4$ m。

4. (1)5 m/s^2　(2)5 N，方向沿斜面向下　(3)$\frac{\sqrt{2}}{2}$ s

【解析】(1)滑块在进入 AB 区域之前，由于斜面光滑，将与木板一起以加速度 a_0 加速下滑，根据牛顿第二定律有

$(M+m)g\sin\theta=(M+m)a_0$，

解得 $a_0=5$ m/s^2。

(2)进入 AB 区域后，假设滑块与木板仍然相对静止，设下滑的加速度为 a，对整体有 $(M+m)g\sin\theta-F=(M+m)a$，

对滑块，其所受木板的静摩擦力 $f_{静}$ 方向沿斜面向下，根据牛顿第二定律有 $mg\sin\theta+f_{静}-F=ma$，

解得 $a=0$，$f_{静}=5$ N，

又因为滑块与木板间的最大静摩擦力

$f_m=\mu N=\mu mg\cos\theta=5$ N，

所以假设成立，即滑块受木板的摩擦力 f 方向沿斜面向下，大小为 5 N。

(3)设滑块和木板一起以加速度 a_0 加速下滑至速度大小为

v_1，则 $v_1^2=2a_0\times\frac{L}{2}$，解得 $v_1=5$ m/s，

接着滑块和木板一起匀速下滑 l，薄木板与挡板 P 碰撞，碰撞瞬间对滑块有 $mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta=ma_1$，

解得 $a_1=0$，即滑块在木板上仍然匀速下滑，薄木板碰撞后以原速率反弹，对薄木板有

$Mg\sin\theta+\mu mg\cos\theta=Ma_2$，

解得 $a_2=10$ m/s^2，

薄木板以加速度 10 m/s^2 匀减速上滑，设从薄木板第一次与挡板 P 碰撞到滑块离开薄木板的时间为 t_1，有

$$v_1t_1+\left(v_1t_1-\frac{1}{2}a_2t_1^2\right)=l,$$

此时薄木板的速度大小 $v_2=v_1-a_2t_1$，

分离后，对薄木板有 $Mg\sin\theta=Ma_3$，解得 $a_3=5$ m/s^2，

接着薄木板以加速度 5 m/s^2 减速上滑至最高点，有

$0=v_2-a_3t_2$，

所以薄木板沿斜面上升到最高点的时间 $t=t_1+t_2$，

解得 $t=\frac{\sqrt{2}}{2}$ s。

刷类型 2　曲线运动中牛顿运动定律的综合应用

1. (1)0.4 s　1.6 m　(2)$L\geqslant 3.0$ m

【解析】(1)设行李包在空中运动的时间为 t,飞行的水平距离大小为 x,则由运动学公式知 $h=\frac{1}{2}gt^2$,

解得 $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\times 0.8}{10}}$ s$=0.4$ s,

故水平距离大小 $x=vt=4.0\times 0.4$ m$=1.6$ m。

(2)设行李包的质量为 m,与传送带相对运动时的加速度大小为 a,则由牛顿第二定律知

$F_f=\mu mg=ma$,

解得 $a=\mu g=0.25\times 10$ m/s$^2=2.5$ m/s^2,

要使行李包从 B 端抛出后飞行的水平距离等于(1)中所求的水平距离,行李包从 B 端水平抛出的速度应为 $v=4.0$ m/s,设行李包在传送带上通过距离为 s_0 时与传送带共速,根据速度—位移关系有 $2as_0=v^2-v_0^2$,

解得 $s_0=3.0$ m,

故传送带的长度 L 应满足的条件为 $L\geqslant 3.0$ m。

2. (1)1.5 s　(2)0.64 N　(3)8 000 m/s

【解析】(1)设该星球表面的重力加速度为 g,小球从 C 点到 P 点做平抛运动,在 P 点速度 v_P 与水平方向的夹角为 53°,

由平抛运动规律知 $v_y=gt$,$\tan 53°=\frac{v_y}{v_0}=\frac{gt}{v_0}$,

解得 $g=8$ m/s^2,

小球从 A 到 B 做匀加速直线运动,设加速度大小为 a,由牛顿第二定律知 $mg\sin 53°-\mu mg\cos 53°=ma$,

又 $v_0=at_{AB}=6$ m/s,

解得小球在斜面上运动的时间 $t_{AB}=1.5$ s。

(2)小球在 P 点的速度 $v_P=\frac{v_0}{\cos 53°}=10$ m/s,

小球从 P 点到圆轨道最高点,由机械能守恒定律知

$\frac{1}{2}mv_P^2=\frac{1}{2}mv^2+mgR(1+\cos 53°)$,

在圆轨道最高点由牛顿第二定律知

$F_N+mg=m\frac{v^2}{R}$,

代入数据解得 $F_N=0.64$ N。

(3)该星球半径 $R_{星}=8\ 000$ km,设第一宇宙速度为 v_1,由牛顿第二定律知 $mg=m\frac{v_1^2}{R_{星}}$,

解得 $v_1=8\ 000$ m/s。

专题 2　功能关系

刷类型 1　功能关系与牛顿运动定律结合

1. (1) $20\sqrt{3}$ m/s　(2) 9 000 J　(3) 192 m

【解析】(1) 运动员在助滑道上下滑的过程中，由牛顿第二定律可得 $mg\sin\theta=ma$，

解得 $a=6\ \mathrm{m/s^2}$，

由匀加速直线运动公式知 $v_1^2=2aL$，

解得 $v_1=20\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}$。

(2) 运动员从 A 点下滑到 B 点的过程中，根据动能定理有

$mgL\sin\theta-W_{克f}=\dfrac{1}{2}mv_2^2$，

解得 $W_{克f}=9\ 000\ \mathrm{J}$。

(3) 设 C、D 间距离为 L'，根据平抛运动的规律有

$L'\cos\theta=v_3t$，

$L'\sin\theta=\dfrac{1}{2}gt^2$，

联立解得 $L'=192\ \mathrm{m}$。

关键点拨

解答本题的关键是分析清楚运动员的运动过程，把握每个过程所遵循的物理规律。研究平抛运动时分析水平位移、竖直位移与斜面倾角间的关系。

2. (1) 25　(2) 8.5 N

【解析】(1) 小球在光滑轨道上运动，只有重力做功，故机械能守恒，所以有 $\dfrac{1}{2}mv_A^2=\dfrac{1}{2}mv_h^2+mgh$，

即 $v_A^2=v_h^2+2gh$，

结合题图乙可得 $x=9+2\times10\times0.8=25$。

(2) 由题图乙可知，轨道半径 $R=0.4\ \mathrm{m}$，小球在 C 点的速度大小为 3 m/s，由牛顿第二定律可得 $F+mg=\dfrac{mv_C^2}{R}$，

解得 $m=\dfrac{F}{\dfrac{v_C^2}{R}-g}=0.2\ \mathrm{kg}$，

由机械能守恒定律可知 $\dfrac{1}{2}mv_A^2=\dfrac{1}{2}mv_B^2+mgR$，

解得小球在 B 点的速度大小为

$v_B=\sqrt{v_A^2-2gR}=\sqrt{25-2\times10\times0.4}\ \mathrm{m/s}=\sqrt{17}\ \mathrm{m/s}$，

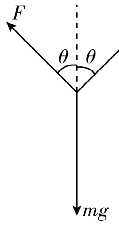
所以小球在 B 点受到轨道作用力的大小为

$F'=\dfrac{mv_B^2}{R}=\dfrac{0.2\times17}{0.4}\ \mathrm{N}=8.5\ \mathrm{N}$。

刷类型 2　曲线运动中功能关系的综合应用

1. (1)$\frac{\sqrt{6}}{4}mg$　(2)$\sqrt{\frac{g}{3L}}$　(3)$\frac{\sqrt{6gL}}{2}$

【解析】(1)设轻绳与竖直方向的夹角为 θ,对小球 A 受力分析如图甲所示,有 $2F\cos\theta=mg$,



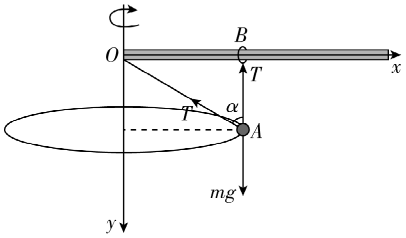
甲

由几何关系知 $\sin\theta=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}L}{\frac{3}{2}L}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

所以 $\cos\theta=\frac{\sqrt{6}}{3}$,

解得 $F=\frac{\sqrt{6}}{4}mg$。

(2)解除锁定后因为轻环只受绳子拉力和垂直杆方向的支持力,且轻环稳定在 B 点,所以小球 A 与轻环间的绳处于竖直方向,设 O 点与小球 A 间的绳与竖直方向的夹角为 α,对小球 A 受力分析如图乙所示,则



乙

$\frac{\sqrt{3}L}{\sin\alpha}+\frac{\sqrt{3}L}{\tan\alpha}=3L$,

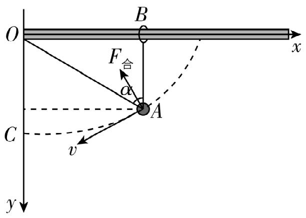
竖直方向有 $T\cos\alpha+T=mg$,

水平方向有 $T\sin\alpha=m\omega^2\times\sqrt{3}L$,

所以 $\omega=\sqrt{\frac{g}{3L}}$。

(3)由几何关系可知轻环滑至 B 点时小球 A 下落的高度为 L,设此时小球 A 的速度为 v,如图丙所示,绳中拉力的合力 $F_{合}$ 始终与小球 A 的速度方向垂直,则小球 A 的机械能守恒,

有 $mgL=\frac{1}{2}mv^2$,



丙

由(2)问可知轻环滑至 B 点时 $\alpha=60°$,由几何关系可知小球 A 的速度与水平方向的夹角 $\beta=30°$,

由 $v_B=v\cos\beta$,解得 $v_B=\dfrac{\sqrt{6gL}}{2}$。

2. (1)4 m/s　(2)2.4 m　(3)10 J

思维展现

模型特点:竖直管连接圆弧管模型,在弹簧上端放置一粒鱼饵解除锁定弹簧将鱼饵弹射出去的过程涉及功能关系,圆弧管部分涉及圆周运动规律,离开管口 C 涉及平抛运动规律。

设问分析:第(1)问求鱼饵到达管口 C 时的速度大小 v,就要分析鱼饵在 C 点时的受力情况,然后根据牛顿第二定律求解;第(2)问求水平射程 x,就要求鱼饵离开 C 点时的速度和下落时间,鱼饵离开 C 点时的速度第(1)问已求出,根据下落距离$(h+d+R)$,应用平抛运动规律求解;第(3)问求弹性势能,就要根据功能关系列出弹簧弹性势能与鱼饵质量间的关系,然后结合图像求解。

【解析】(1)设此鱼饵的质量为 m,上管壁对鱼饵的作用力大小为 N,由牛顿第二定律得

$$mg+N=m\frac{v^2}{R},$$

由题意和牛顿第三定律可知 $N=3mg$,

联立解得 $v=4\ \mathrm{m/s}$。

(2)此鱼饵从 C 点落至水面的过程做平抛运动,

水平方向有 $x=vt$,

竖直方向有 $h+d+R=\dfrac{1}{2}gt^2$,

联立解得 $x=2.4\ \mathrm{m}$。

(3)设弹簧压缩到 0.2 m 时的弹性势能为 E_p,对弹簧和鱼饵由机械能守恒定律得

$$E_p-mg(d-L+R)=\frac{1}{2}mv^2-0,$$

$$x=vt,$$

$$h+d+R=\frac{1}{2}gt^2,$$

联立可得 $\dfrac{1}{m}=\dfrac{10}{E_p}+\dfrac{25}{18E_p}x^2(\mathrm{kg}^{-1})$,

结合题图乙可知 $E_p=10\ \mathrm{J}$。

专题3　动　量

刷类型1　动量守恒定律与动力学的结合

1. (1)0.072 m　(2)12 kg

【解析】(1)由于货物落入小车时速度方向沿着斜面方向,故

$v_y=v_1\tan\theta=1.2\ \mathrm{m/s}$,

货物竖直方向做自由落体运动,故 $v_y^2=2gh$,

解得 $h=0.072\ \mathrm{m}$。

(2)以沿斜面向下为正方向,小车沿斜面向上运动,则有

$a_1=\dfrac{Mg\sin\theta+kMg\cos\theta}{M}=10\ \mathrm{m/s^2}$,

根据运动学公式可得 $v_t^2-v_0^2=-2a_1L$,

解得 $v_t=8\ \mathrm{m/s}$,

货物沿斜面方向的速度为 $v_m=\dfrac{v_1}{\cos\theta}=2\ \mathrm{m/s}$,

货物和小车碰撞瞬间沿斜面方向动量守恒,有 $mv_m-Mv_t=0$,

解得 $m=12\ \mathrm{kg}$。

2. (1)12 N　(2)6.4 m/s　(3)0.2 kg

思维展现

模型特点:光滑圆弧轨道和光滑水平轨道连接,涉及动能定理、向心力问题和弹性碰撞问题。

设问分析:(1)求球1对 B 点的压力,球1从 A 点运动到 B 点时做圆周运动,利用动能定理求出球1经过 B 点的速度,利用向心力公式算出 B 点对球1的支持力,进而算出压力;(2)求球1与球2碰撞后球2的速度大小,两球发生弹性碰撞,利用动量守恒定律和机械能守恒定律可算出两球碰撞后的速度;(3)为使球3获得最大的动能,求球2的质量,球2与球3发生弹性碰撞,利用动量守恒定律和机械能守恒定律可算出两球碰撞后的速度,利用均值不等式找出临界条件。

【解析】(1)对球1从 A 点到 B 点由动能定理知

$m_1gR=\dfrac{1}{2}m_1v_0^2$,

在 B 点对球1由牛顿第二定律知 $F_N-m_1g=m_1\dfrac{v_0^2}{R}$,

联立解得 $v_0=4\ \mathrm{m/s}$, $F_N=12\ \mathrm{N}$,

由牛顿第三定律可知球1到达 B 点对轨道的压力大小为 $F_N'=12\ \mathrm{N}$。

(2)球1、球2碰撞时,根据动量守恒定律有

$m_1v_0=m_1v_1+m_2v_2$,

由机械能守恒定律知 $\dfrac{1}{2}m_1v_0^2=\dfrac{1}{2}m_1v_1^2+\dfrac{1}{2}m_2v_2^2$,

解得 $v_2=\dfrac{2m_1}{m_1+m_2}v_0=6.4\ \mathrm{m/s}$。

(3)同理,球 2、球 3 碰撞后球 3 的速度 $v_3=\dfrac{2m_2}{m_2+m_3}v_2$,

则 $v_3=\dfrac{2m_2}{m_2+m_3}\cdot\dfrac{2m_1}{m_1+m_2}v_0$,

代入数据得 $v_3=\dfrac{1.6}{m_2+\dfrac{0.04}{m_2}+0.5}v_0$,

由数学知识可知,当 $m_2=\dfrac{0.04}{m_2}$时,$m_2+\dfrac{0.04}{m_2}+0.5$ 最小,v_3 最大,球 3 获得的动能最大,解得 $m_2=0.2$ kg。

3. (1)$\dfrac{v_0}{2}$　(2)$5\mu g$　μg　$\dfrac{v_0^2}{48\mu g}$　(3)$\dfrac{20mv_0^2}{81}$

【解析】(1)滑块 A 与滑块 B 碰撞时,

由动量守恒定律知

$M_Av_0=(M_A+M_B)v$,

解得 $v=\dfrac{v_0}{2}$。

(2)碰撞后,设木箱 C 的加速度大小为 a_1,滑块 A、B 整体的加速度大小为 a_2,设经过时间 t_1,三者达到共速 v_1,木箱 C 做加速运动,则由牛顿第二定律知 $\mu_2M_Cg=M_Ca_1$,

解得 $a_1=\mu g$,

滑块 A、B 一起做减速运动,则有

$\mu_1(M_A+M_B+M_C)g+\mu_2M_Cg=(M_A+M_B)a_2$,

解得 $a_2=5\mu g$,

根据运动学关系有 $v_1=\dfrac{v_0}{2}-a_2t_1=a_1t_1$,

解得 $v_1=\dfrac{v_0}{12}$,$t_1=\dfrac{v_0}{12\mu g}$,

木箱 C 运动的位移大小为 $x_C=\dfrac{v_1}{2}t_1$,

滑块 A、B 运动的位移大小 $x_{AB}=\dfrac{v+v_1}{2}t_1$,

木箱 C 的长度为 $L=x_{AB}-x_C$,

解得木箱 C 的长度为 $L=\dfrac{v_0^2}{48\mu g}$。

(3)因为 $\mu_2<\mu_1$,共速后木箱 C 与滑块 A、B 以不同的加速度做减速运动,木箱 C 的加速度大小为 a_1,设滑块 A、B 整体的加速度大小为 a_3,则有

$\mu_1(M_A+M_B+M_C)g-\mu_2M_Cg=(M_A+M_B)a_3$,

解得 $a_3=3\mu g$,

滑块 A、B 一起继续减速直至减为零,设减速时间为 t_2,则有

$0=v_1-a_3t_2$,解得 $t_2=\dfrac{v_0}{36\mu g}$,

设 t_2 时间后,木箱 C 减速到 v_2,则有 $v_2=v_1-a_1t_2$,解得$v_2=\dfrac{v_0}{18}$,

由能量守恒定律知$\dfrac{1}{2}(M_A+M_B)v^2=\dfrac{1}{2}M_Cv_2^2+Q$,

解得整个系统因摩擦产生的热量 $Q=\dfrac{20mv_0^2}{81}$。

4. (1)5 m/s　10 m/s^2　(2)1.5 s　(3)3.5 m

【解析】(1)物块抛出后做平抛运动，由于物块自 A 端无碰撞地滑上传送带，故在 A 点，由速度方向关系可得

$\cos 37°=\frac{v_0}{v_A}$，

解得物块刚滑上传送带时速度的大小为 $v_A=5\ m/s$，

由于 $5\ m/s<7\ m/s$，故物块滑上传送带时，物块所受的滑动摩擦力沿传送带向下，由牛顿第二定律知

$mg\sin 37°+\mu_1 mg\cos 37°=ma_1$，

解得 $a_1=10\ m/s^2$。

(2)物块滑上传送带至速度与传送带匀速转动的速度大小相同所需的时间为

$t_1=\frac{v_{传}-v_A}{a_1}=0.2\ s$，

此过程中物块的位移大小为 $x_1=\frac{v_A+v_{传}}{2}t_1=1.2\ m$，

由于 $1.2\ m<9.2\ m$，且 $mg\sin 37°>\mu_1 mg\cos 37°$，所以物块与传送带共速后将继续做匀加速直线运动，由牛顿第二定律知

$mg\sin 37°-\mu_1 mg\cos 37°=ma_2$，

解得 $a_2=2\ m/s^2$，

设物块此后运动至 B 所用的时间为 t_2，则有

$L_{AB}-x_1=v_{传}t_2+\frac{1}{2}a_2t_2^2$，

解得 $t_2=1\ s$(另一解舍去)，

设物块做平抛运动的时间为 t_3，由速度方向可得 $\tan 37°=\frac{gt_3}{v_0}$，

解得 $t_3=0.3\ s$，

故物块从抛出至运动到底端 B 经历的时间为

$t=t_1+t_2+t_3=1.5\ s$。

(3)物块恰好经过半圆形轨道槽最高点 D 时，由牛顿第二定律可知 $mg=m\frac{v_D^2}{R}$，

物块由 C 点运动到 D 点的过程，由动能定理可知

$-mg\cdot 2R=\frac{1}{2}mv_D^2-\frac{1}{2}mv_C^2$，

联立解得物块到达木板最右端时的速度大小为 $v_C=6\ m/s$，

物块滑上木板时的速度大小为 $v_B=v_{传}+a_2t_2=9\ m/s$，

设物块到达木板最右端时木板的速度大小为 v，物块在木板上滑动的过程中，物块与木板组成的系统动量守恒，由动量守恒定律和能量守恒定律可得

$mv_B=mv_C+Mv$，

$\frac{1}{2}mv_B^2=\frac{1}{2}mv_C^2+\frac{1}{2}Mv^2+\mu_2 mgL$，

联立解得木板的长度为 $L=3.5\ m$。

易错警示

本题的易错点在物块与传送带达到共速之后，对物块的受力与运动的分析，学生易忽略动摩擦因数小于传送带倾角正切值这一信息从而认为物块与传送带共速后将做匀速运动。

刷类型 2　动量守恒定律与功能关系的结合

1. (1)27 J　(2)9 J　(3)0

【解析】(1)A、B 发生完全非弹性碰撞，取向左为正方向，根据动量守恒定律有 $m_Av_0=(m_A+m_B)v_1$，

根据能量守恒定律有 $\Delta E=\frac{1}{2}m_Av_0^2-\frac{1}{2}(m_A+m_B)v_1^2$，

解得 A 球与 B 球碰撞过程中损耗的机械能 $\Delta E=27$ J。

(2)A、B、C 速度相同时，弹簧的弹性势能最大，设 A、B、C 共速时速度为 v_2，根据动量守恒定律有

$(m_A+m_B)v_1=(m_A+m_B+m_C)v_2$，

根据能量守恒定律有 $E_p=\frac{1}{2}(m_A+m_B)v_1^2-\frac{1}{2}(m_A+m_B+m_C)v_2^2$，

解得 $E_p=9$ J。

(3)弹簧第一次恢复原长时，由系统动量守恒得

$(m_A+m_B)v_1=(m_A+m_B)v_{AB}+m_Cv_C$，

由系统能量守恒得 $\frac{1}{2}(m_A+m_B)v_1^2=\frac{1}{2}(m_A+m_B)v_{AB}^2+\frac{1}{2}m_Cv_C^2$，

可得 B 球的速度 $v_{AB}=-1$ m/s(另一解不符合题意，舍去)，B 球已经反向运动，所以 B 球的最小速度为 0。

2. (1)1 N，方向竖直向上　(2)0.22 J

(3)0.675 m≤L<1.35 m

思维展现

模型特点：竖直平面内的圆周运动、板块模型和爆炸问题，涉及动能定理、向心力问题、动量守恒定律和能量守恒定律等。

设问分析：(1)求滑块 A 在半圆轨道最高点对轨道的压力，滑块 A 从轨道最低点到轨道最高点过程中，用动能定理或机械能守恒定律算出滑块 A 在最高点的速度，再用向心力公式来求滑块 A 对轨道的压力；(2)求弹簧的最大弹性势能，滑块 B 冲上小车后将弹簧压缩到最短时，弹簧具有最大弹性势能，利用动量守恒定律和能量守恒定律求出最大弹性势能；(3)求 P、Q 之间的距离 L 的取值范围，先用极限法找出临界条件，再利用动量守恒定律和能量守恒定律算出 L 的取值范围。

【解析】(1)滑块 A 从半圆轨道最低点到最高点由机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}m_Av_A^2-\frac{1}{2}m_Av^2=m_Ag\cdot 2R$，

在最高点由牛顿第二定律得 $m_Ag+F_N=m_A\frac{v^2}{R}$，

解得 $F_N=1$ N，

由牛顿第三定律得，滑块 A 在半圆轨道最高点对轨道的压力大小为 1 N，方向竖直向上。

(2)爆炸过程对滑块 A、B 由动量守恒定律得 $m_Av_A=m_Bv_B$，

解得 $v_B=3$ m/s，

滑块 B 冲上小车后将弹簧压缩到最短时，弹簧具有最大弹性势能，由动量守恒定律得

$m_Bv_B=(m_B+M)v_共$，

由能量守恒定律得

$E_p=\frac{1}{2}m_Bv_B^2-\frac{1}{2}(m_B+M)v_共^2-\mu m_BgL$，

联立解得 $E_p=0.22$ J。

(3)滑块 B 最终没有离开小车，滑块 B 和小车具有共同的末速度，设为 u，滑块 B 与小车组成的系统动量守恒，有

$m_Bv_B=(M+m_B)u$，

解得 $u=1.2$ m/s，

若小车上 P、Q 之间的距离 L 足够大，则滑块 B 还没有与弹簧接触就已经与小车相对静止，设滑块 B 恰好滑到 Q 点与小车相对静止，由能量守恒定律得

$\mu m_BgL_1=\frac{1}{2}m_Bv_B^2-\frac{1}{2}(m_B+M)u^2$，

联立解得 $L_1=1.35$ m，

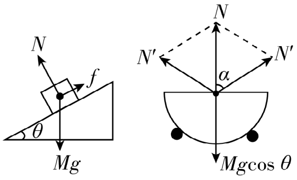
若小车上 P、Q 之间的距离 L 不是很大，则滑块 B 必然挤压弹簧，由于 Q 点右侧是光滑的，滑块 B 必然被弹回到 P、Q 之间，设滑块 B 恰好回到小车的左端 P 点与小车相对静止，由能量守恒定律得 $2\mu m_BgL_2=\frac{1}{2}m_Bv_B^2-\frac{1}{2}(m_B+M)u^2$，

联立解得 $L_2=0.675$ m，

综上所述，要使滑块 B 既能挤压弹簧，又最终没有滑离小车，则 P、Q 之间的距离 L 应满足的范围是 $0.675\ \text{m}\leqslant L<1.35$ m。

3. (1)0.45　(2)2.25 m　(3)2 J

【解析】(1)对滑板 P 进行受力分析，画出滑板的两个平面图，如图甲和乙所示。



甲　　乙

由几何关系可得 $\sin\alpha=\frac{\frac{d}{2}}{R}=0.8$，

解得 $\alpha=53°$，

由于滑板处于静止状态，由平衡条件可得

$Mg\cos\theta=2N'\cos\alpha$，

$Mg\sin\theta=2\mu_2N'$，

联立解得 $\mu_2=0.45$。

(2)第一个小滑块冲上滑板 P 到与滑板 P 共速，滑板 P 和小滑块组成的系统沿轨道方向合外力为零，该方向系统动量守恒，有 $mv_0=(m+M)v_1$，

由动能定理得

$mgL\sin\theta-\mu_1mg\cos\theta\cdot L=\frac{1}{2}(m+M)v_1^2-\frac{1}{2}mv_0^2$，

联立解得 $L=2.25$ m。

(3)第四个小滑块从滑上滑板 P 到和滑板 P 相对静止的过程，系统动量守恒，设共同速度为 v_4，则有

$4mv_0=(4m+M)v_4$,

第五个小滑块从滑上滑板 P 到和滑板 P 相对静止，系统动量守恒，设共同速度为 v_5，则有

$5mv_0=(5m+M)v_5$,

设第五个滑块相对滑板的位移为 L_5，根据动能定理得

$$mgL_5\sin\theta-Q=\frac{1}{2}(5m+M)v_5^2-\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(4m+M)v_4^2,$$

$Q=\mu_1 mg\cos\theta\cdot L_5$,

联立解得摩擦产生的热量 $Q=2$ J。

关键点拨

解答本题的关键点一是对半圆柱体在立体空间中的受力分析，二是半圆柱体与滑块的动量守恒关系。

4. (1) 1 s　(2) $4\sqrt{3}$ m/s

(3) $x\geqslant4(\sqrt{6}-1)$ m 或 $x\leqslant(4\sqrt{6}-2\sqrt{10})$ m

【解析】(1) 力 F 作用时物块 P 的加速度大小

$$a_1=\frac{F-\mu mg}{m}=4\ \text{m/s}^2,$$

撤去力 F 后的加速度大小 $a_2=\dfrac{\mu mg}{m}=2\ \text{m/s}^2$,

设力 F 作用的最短时间为 $t_{\min}$，则 $\dfrac{1}{2}a_1t_{\min}^2+\dfrac{(a_1t_{\min})^2}{2a_2}=L$,

解得 $t_{\min}=1$ s。（另一解舍去）

(2) 当力 F 一直从 A 点作用到 B 点时，物块 P 到达 B 点的速度最大，则物块 P 的最大速度大小为 $v_0=\sqrt{2a_1L}=4\sqrt{3}$ m/s，

取水平向右为正方向，物块 P、Q 碰撞时动量守恒，有

$mv_0=mv_1+Mv_2$,

根据机械能守恒定律得 $\dfrac{1}{2}mv_0^2=\dfrac{1}{2}mv_1^2+\dfrac{1}{2}Mv_2^2$,

解得 Q 获得的最大速度大小为 $v_2=v_0=4\sqrt{3}$ m/s。

(3) 设物块 Q 运动到 C 点的速度大小为 v_C。

情况一：若物块 Q 运动的最高点不超过 D 点，则

$$\frac{1}{2}Mv_C^2\leqslant MgR,$$

解得 $v_C\leqslant\sqrt{2gR}=2$ m/s。

情况二：若物块 Q 通过圆轨道的最高点 E，则

$$\frac{1}{2}Mv_C^2=\frac{1}{2}Mv_E^2+2MgR,$$

又 $\dfrac{Mv_E^2}{R}\geqslant Mg$,

解得 $v_C\geqslant\sqrt{5gR}=\sqrt{10}$ m/s，

当 F 的作用时间为 $\sqrt{2}$ s 时，由 $v'=a_1t=4\sqrt{2}$ m/s，$x'=\dfrac{v'^2}{2a_1}=4$ m，$v'^2-v_B^2=2a_2(L-x')$ 可得物块 Q 获得的速度大小为

$v_B=2\sqrt{6}$ m/s，

从 B 到 C 的过程由动量定理得 $-\bar{f}t=Mv_C-Mv_B$,

又 $\bar{f}t=k\bar{v}t=kx$,

可得 $x\geqslant4(\sqrt{6}-1)$ m 或 $x\leqslant(4\sqrt{6}-2\sqrt{10})$ m。

专题 4　带电粒子在电磁场中的运动

刷类型 1　带电粒子在电场中的运动

1. (1) 4 V　(2) $\frac{8}{3}\times10^2$ V/m　(3) 2.4×10^{11} C/kg

【解析】(1) 设 C 处的电势为 φ_C，因为 $OC=CA$，所以

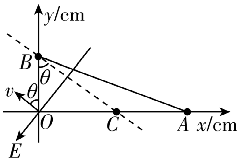
$\varphi_O-\varphi_C=\varphi_C-\varphi_A$，

解得 $\varphi_C=\frac{\varphi_O+\varphi_A}{2}=\frac{0+8}{2}$ V = 4 V。

(2) 由 $\varphi_B=\varphi_C$ 可得 B、C 两点的连线为等势线，电场强度方向与等势线 BC 垂直，如图所示，设 $\angle OBC=\theta$，OB 长度为 $L=\sqrt{3}$ cm，OC 长度为 $L'=3$ cm，因为 $\tan\theta=\frac{L'}{L}=\sqrt{3}$，所以 $\theta=60°$，

又 $U=Ed$，

可得 $E=\frac{U}{d}=\frac{U_{BO}}{L\sin\theta}=\frac{4}{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times10^{-2}}$ V/m $=\frac{8}{3}\times10^2$ V/m。



(3) 带电粒子在匀强电场中做类平抛运动，则由平抛运动规律有 $L\cos\theta=vt$，

$L\sin\theta=\frac{1}{2}\cdot\frac{qE}{m}t^2$，

解得 $\frac{q}{m}=\frac{2v^2\sin\theta}{EL\cos^2\theta}=\frac{2\times(4\times10^5)^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{8}{3}\times10^2\times\sqrt{3}\times10^{-2}\times\frac{1}{4}}$ C/kg $=2.4\times10^{11}$ C/kg，

所以带电粒子的比荷为 2.4×10^{11} C/kg。

2. (1) $\frac{ER}{2}$　(2) $(\sqrt{2}R,0)$　$\sqrt{3ER\frac{q}{m}}$

思维展现

模型特点：匀强电场与辐向电场组合模型，离子在加速电场中的运动涉及动能定理，在辐向电场中的运动涉及牛顿第二定律，在第 Ⅰ 象限内的匀强电场中的运动可能涉及类平抛运动规律及动能定理。

设问分析：第(1)问求加速电场的电压涉及动能定理，这就要求离子出加速电场时的速度大小，可由离子在辐向电场中做匀速圆周运动求得；第(2)问求离子射到靶上时的位置坐标，就要求离子在第 Ⅰ 象限内做类平抛运动的时间，而求离子射到靶上时的速率，就要求速率与比荷的关系。

【解析】(1) 设加速电场的电压为 U，离子加速后的速度大小

为 v_0，由动能定理得 $qU=\frac{1}{2}mv_0^2$，

离子沿中心线 ab 做匀速圆周运动，由牛顿第二定律有 $qE=m\frac{v_0^2}{R}$，

联立解得 $U=\frac{ER}{2}$。

(2) 离子在第 I 象限内做类平抛运动，设该过程的加速度大小为 a，运动时间为 t，离子通过匀强电场后射到靶上时的横坐标值为 x，速率为 v，则有 $qE=ma$，

$R=\frac{1}{2}at^2$，

$x=v_0t$，

联立解得 $x=\sqrt{2}R$，

离子射到靶上时的位置坐标为 $(\sqrt{2}R,0)$，

关于整个过程，由动能定理得 $qU+qER=\frac{1}{2}mv^2$，

解得 $v=\sqrt{3ER\frac{q}{m}}$。

3. (1) $\frac{2}{3}T$　(2) $\frac{T}{2}\sqrt{\frac{q\varphi_0}{m}}$　(3) 14%

【解析】(1) 若 $\varphi=8\varphi_0$，则在 $0\sim t_0$ 时间内，粒子的加速度大小 $a_1=\frac{q\varphi_0}{md}$，方向向上；在 $t_0\sim T$ 时间内，粒子的加速度大小 $a_2=\frac{q\varphi}{md}=8a_1$，方向向下，

根据题意有 $\frac{1}{2}a_1t_0^2+a_1t_0(T-t_0)-\frac{1}{2}a_2(T-t_0)^2=0$，解得 $t_0=\frac{2}{3}T$。

(2) 若 $\varphi=8\varphi_0$，粒子恰好不能打到 B 金属板，则此时金属板 A、B 间的距离最小，粒子在 t_0 时刻垂直金属板方向的分速度 $v=\frac{q\varphi_0}{md}t_0=\frac{2q\varphi_0}{3md}T$，

粒子沿垂直金属板方向加速运动的距离

$y_1=\frac{1}{2}\times\frac{q\varphi_0}{md}t_0^2=\frac{2q\varphi_0}{9md}T^2$，

粒子沿垂直金属板方向减速运动的距离 $y_2=\frac{v^2}{2a_2}=\frac{q\varphi_0}{36md}T^2$，

A、B 两板间的最小距离 $d=y_1+y_2=\frac{q\varphi_0}{4md}T^2$，

解得 $d=\frac{T}{2}\sqrt{\frac{q\varphi_0}{m}}$。

(3) 若 $\varphi=4\varphi_0$，$d=\frac{T}{5}\sqrt{\frac{2q\varphi_0}{m}}$，$t_0=\frac{T}{2}$，设经过 t_1 时间向上加速运动、再经过 t_2 时间向上减速运动的粒子恰好能打在 B 金属

板上，根据垂直金属板方向粒子的运动特点有

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{q\varphi_0}{md}\cdot t_1^2+\frac{q\varphi_0}{md}\cdot t_1\cdot t_2-\frac{1}{2}\cdot\frac{q\varphi}{md}\cdot t_2^2=d,$$

并且$\frac{q\varphi_0}{md}t_1=\frac{q\varphi}{md}t_2$，

联立解得 $t_1=\frac{4\sqrt{5}}{25}T\approx\frac{9}{25}T$，

故在 $0\sim\frac{7}{50}T$ 时间内发出的粒子均可打到 B 金属板上，所以一个周期内发出的粒子打到 B 金属板上所占百分比约为 $\eta=\frac{\frac{7}{50}T}{T}\times100\%=14\%$。

4. (1) $\frac{mg}{E}$　(2) $(6+3\sqrt{5})mg$　(3) $2\sqrt{5gR}$　$6R$

【解析】(1) 小滑块在 A 点，根据牛顿第二定律有

$q_0E-\mu mg=m\cdot\frac{1}{2}g$，

小滑块在 B 点有 $q_1E-\mu mg=m\cdot\frac{3}{2}g$，

联立解得 $\Delta q=q_1-q_0=\frac{mg}{E}$。

(2) 小滑块从 A 到 B 过程，加速度均匀增大，则合外力均匀增大，合外力做的功可用平均值法求得，由动能定理得 $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}mg+\frac{3}{2}mg\right)\times4R=\frac{1}{2}mv_1^2$，

解得小滑块到达 B 点的速度大小 $v_1=2\sqrt{2gR}$，

将电场力与重力的合力等效为“重力 G'”，与竖直方向的夹角设为 α，在“等效最低点”滑块对轨道的压力最大，则

$G'=\sqrt{(mg)^2+(q_1E)^2}=\sqrt{5}mg$，$\cos\alpha=\frac{mg}{G'}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

滑块从 B 到“等效最低点”的过程，由动能定理得

$G'(R-R\cos\alpha)=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$，

设小滑块在“等效最低点”受到的支持力大小为 F_N，由牛顿第二定律得 $F_N-G'=m\frac{v_2^2}{R}$，

联立解得 $F_N=(6+3\sqrt{5})mg$，

由牛顿第三定律得半圆轨道所受的最大压力大小为

$F_N'=F_N=(6+3\sqrt{5})mg$。

(3) 小滑块从 B 点运动到 C 点过程，由动能定理得

$-mg\cdot2R+q_1ER=\frac{1}{2}mv_3^2-\frac{1}{2}mv_1^2$，

解得 $v_3=2\sqrt{2gR}$，

小滑块从 C 点到再次进入电场前做平抛运动，则有

$x_1=v_3t$，$R=\frac{1}{2}gt^2$，

解得 $x_1=4R$,

$v_y=gt=\sqrt{2gR}$,

设小滑块进入电场时速度方向与水平方向的夹角为 β_1,所受合力方向与水平方向的夹角为 β_2,有

$\tan\beta_1=\dfrac{v_y}{v_3}=\dfrac{1}{2}$,$\tan\beta_2=\dfrac{mg}{q_1E}=\dfrac{1}{2}$,

则 $\beta_1=\beta_2$,

即进入电场后滑块所受的合力与速度共线,小滑块做匀加速直线运动,则 $\tan\beta_1=\dfrac{R}{x_2}$,解得 $x_2=2R$,

滑块从 C 点到再次到达水平轨道过程,由动能定理得

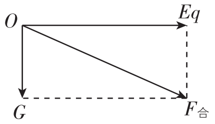
$mg\cdot 2R+q_1Ex_2=\dfrac{1}{2}mv_4^2-\dfrac{1}{2}mv_3^2$,

解得 $v_4=2\sqrt{5gR}$,

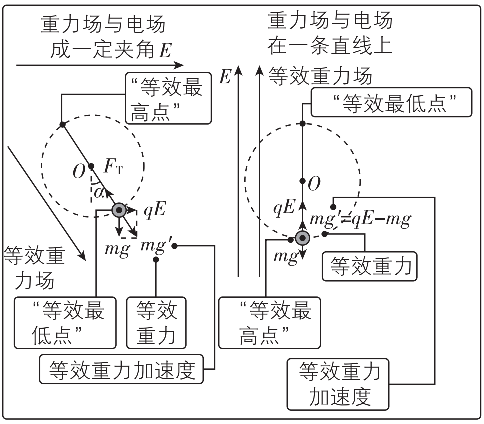
小滑块再次到达水平轨道时距 B 点的距离 $x=x_1+x_2=6R$。

关键点拨

1. 等效重力法:将重力与电场力进行合成,如图所示,则 $F_{合}$ 为等效重力场中的"重力",$g'=\dfrac{F_{合}}{m}$ 为等效重力场中的"等效重力加速度",$F_{合}$ 的方向等效为"重力"的方向,即为等效重力场中的"竖直向下"方向。



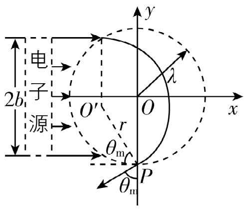
2. 等效最高点和等效最低点



刷类型 2　带电粒子在磁场中的运动

1. (1) $\frac{\sqrt{6}}{3}eN$　(2) $-\frac{eB^2\lambda^2}{4m}$

【解析】(1)作出电子在磁场中的运动轨迹图如图所示。



设电子源上端电子从 P 点射出时与 y 轴负半轴的最大夹角为 θ_m，由几何关系有 $\sin\theta_m=\frac{b}{\lambda}$，

解得 $\theta_m=60°$，

同理，电子源下端电子从 P 点射出时与 y 轴负半轴的最大夹角也是 $60°$，

进入小孔的电子速度方向与 y 轴负半轴夹角的正切值最大为

$\tan\alpha=\frac{l}{d}=1$，

解得 $\alpha=45°$，

设能够经 P 点射出进入平行金属板内电子源长度为 $2y'$，根据几何关系知

$y'=\lambda\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\lambda$，

设每秒能到达 A 板的电子数为 n，则由比例关系知

$\frac{n}{N}=\frac{y'}{b}$，

解得 $n=\frac{\sqrt{6}}{3}N$，

经 A 板导出的电流大小为 $I=\frac{ne}{\Delta t}=\frac{\sqrt{6}}{3}eN$。

(2)根据题意可知，电子在磁场中做圆周运动的轨迹半径 $r=\lambda$，

根据牛顿第二定律有 $evB=\frac{mv^2}{r}$，

解得 $v=\frac{eB\lambda}{m}$，

由到达 A 板的电子分布范围达到最大可知，电子在两板间竖直方向上做减速运动，恰好进入小孔的电子到达 A 板时的竖直分速度恰好为零，有 $(v\cos\alpha)^2=2\frac{eU_{KA}}{md}d$，

解得 $U_{KA}=\frac{eB^2\lambda^2}{4m}$，

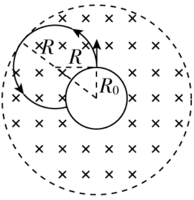
由分析可知，A 板电势低于 K 板电势，则 $U_{AK}=-\frac{eB^2\lambda^2}{4m}$。

2. (1) $\frac{v_0}{BR_0}$　(2) $\frac{4}{3}v_0$　(3) $\frac{6\pi R_0}{v_0}$

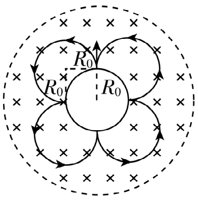
【解析】(1)粒子在磁场中运动的向心力由粒子所受的洛伦兹力提供，则有 $qv_0B=m\frac{v_0^2}{R_0}$，

解得$\dfrac{q}{m}=\dfrac{v_0}{BR_0}$。

(2)从 O 处射出的粒子，当轨迹与磁场外边界相切时速度最大，粒子运动轨迹如图甲所示，



甲



乙

设粒子的轨迹半径为 R，则有 $R+\sqrt{R^2+R_0^2}=3R_0$，

解得 $R=\dfrac{4}{3}R_0$，

根据洛伦兹力提供向心力有 $qv_mB=m\dfrac{v_m^2}{R}$，

解得 $v_m=\dfrac{4}{3}v_0$。

(3)速度为 v_0 的粒子在磁场中运动的轨迹半径为 R_0，如图乙所示，则粒子从 O 点射出，第一次回到圆柱形容器表面时，在磁场中转过的圆心角为 270°，与圆柱形容器碰撞 3 次后回到 O 处，则经历的时间 $t=\dfrac{270°\times4}{360°}\times T=3\times\dfrac{2\pi R_0}{v_0}=\dfrac{6\pi R_0}{v_0}$。

关键点拨

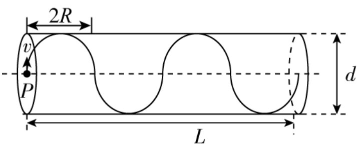
粒子在磁场中的运动，关键是根据受力分析与运动分析画出粒子的运动轨迹，利用几何关系求解轨迹半径，要明确粒子与磁场外边界相切时速度最大。

3. (1)$\dfrac{eB_0d}{2m}$　(2)①d　$L=nd(n=1,2,3,\cdots)$　②$\dfrac{n\pi m}{eB_0}(n=1,2,3,\cdots)$　(3)$\theta\leqslant30°$　$L=n\pi d\cos\theta(n=1,2,3,\cdots)$

【解析】(1)电子在管道内做匀速圆周运动，恰好不与管壁碰撞，由洛伦兹力提供向心力有 $evB_0=m\dfrac{v^2}{R}$，

其中 $R=\dfrac{d}{2}$，解得 $v=\dfrac{eB_0d}{2m}$。

(2)作出电子的运动轨迹，如图所示，



①由图可知，要满足题意，必有 $x_0=2R=d$，

$L=nd(n=1,2,3,\cdots)$；

②电子做圆周运动的周期

$T=\dfrac{2\pi R}{v}=\dfrac{2\pi m}{eB_0}$，

由电子运动的周期性可知电子在管道中运动的时间

$t=n\dfrac{T}{2}=\dfrac{n\pi m}{eB_0}(n=1,2,3,\cdots)$。

(3)将电子的速度沿竖直方向和水平方向分解，电子在管道

内螺旋转动，可分解为沿轴线方向的匀速直线运动和垂直轴线方向的匀速圆周运动，沿轴线方向有 $L=v\cos\theta\cdot t'$，

垂直轴线方向有 $eB_0v\sin\theta=\dfrac{m(v\sin\theta)^2}{r}$，

因不能与管壁碰撞，则 $r\leqslant\dfrac{d}{4}$，

解得 $\theta\leqslant30°$，

粒子的运动周期 $T_0=\dfrac{2\pi r}{v\sin\theta}=\dfrac{2\pi m}{eB_0}$，

又 $t'=nT_0$，

解得 $L=n\pi d\cos\theta(n=1,2,3,\cdots)$。

4. (1) $0<B_1<\dfrac{B}{6}$　(2) $\dfrac{2\pi m}{qB}$　(3) 见解析

【解析】(1) 当粒子速度一定时，磁感应强度越小，粒子运动的轨迹半径越大，运动轨迹恰好与 NP 相切是粒子恰好不能进入区域Ⅱ的临界条件，故粒子运动轨迹半径 $R>3L$，由洛伦兹力提供向心力可知 $qvB_1=\dfrac{mv^2}{R}$，

解得 $B_1<\dfrac{B}{6}$。

故区域Ⅰ的磁感应强度的大小范围为 $0<B_1<\dfrac{B}{6}$。

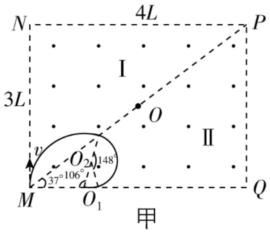
(2) 粒子在区域Ⅰ中运动，$B_1=\dfrac{B}{2}$，由洛伦兹力提供向心力可知 $qvB_1=\dfrac{mv^2}{R}$，

解得 $R=L$，

粒子在区域Ⅱ中运动时有

$qvB=m\dfrac{v^2}{r}$，

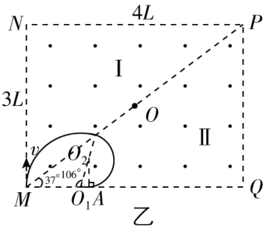
解得 $r=\dfrac{L}{2}$，



甲

画出粒子的运动轨迹如图甲所示，在区域Ⅰ中运动轨迹所对应的圆心角为 106°，在区域Ⅱ中运动轨迹所对应的圆心角为 148°，所以粒子在磁场中的运动时间 $t=\dfrac{106°}{360°}\times\dfrac{2\pi m}{q\cdot\dfrac{B}{2}}+\dfrac{148°}{360°}\times\dfrac{2\pi m}{qB}=\dfrac{2\pi m}{qB}$。

(3) 因为粒子在区域Ⅱ中的运动轨迹半径 $r=\dfrac{L}{2}$，若粒子在区域Ⅰ中的运动轨迹半径 R 较小，则粒子会从 MQ 边射出磁场，若粒子恰好不从 MQ 边射出时应满足粒子运动轨迹与 MQ 相切，如图乙所示，则有



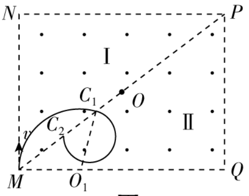
乙

$\angle O_2O_1A=74°$，$\sin 74°=\dfrac{r}{R-r}$，

又 $\sin 74°=2\sin 37°\cos 37°=\dfrac{24}{25}$，

解得 $R=\dfrac{49}{24}r=\dfrac{49}{48}L$，

如图丙所示，有两种情况，



丙

①若粒子由区域Ⅱ到达 O 点，每次前进有

$MC_2=2(R-r)\cos 37°$，

由周期性可得 $MO=nMC_2(n=1,2,3,\cdots)$，

即$\frac{5}{2}L=\frac{8}{5}n(R-r)$，$R=r+\frac{25}{16n}L\geqslant\frac{49}{48}L$，

解得 $n\leqslant 3$，

$n=1$ 时，$R=\frac{33}{16}L$，$B_1=\frac{8}{33}B$，

$n=2$ 时，$R=\frac{41}{32}L$，$B_1=\frac{16}{41}B$，

$n=3$ 时，$R=\frac{49}{48}L$，$B_1=\frac{24}{49}B$；

②若粒子由区域Ⅰ到达 O 点，由周期性可得

$MO=MC_1+nMC_2(n=0,1,2,3,\cdots)$，

即$\frac{5}{2}L=\frac{8}{5}R+\frac{8}{5}n(R-r)$，

解得 $R=\dfrac{\frac{5}{2}+\frac{4}{5}n}{\frac{8}{5}(1+n)}L\geqslant\frac{49}{48}L$，

可得 $n\leqslant\frac{26}{25}$，

$n=0$ 时，$R=\frac{25}{16}L$，$B_1=\frac{8}{25}B$，

$n=1$ 时，$R=\frac{33}{32}L$，$B_1=\frac{16}{33}B$。

刷类型 3　带电粒子在电磁复合场中的运动

1. (1) $\dfrac{mv_0^2}{qd}$　(2) $\dfrac{2mv_0}{qd}$　(3) $\dfrac{4v_0(2\sqrt{2}n+1)}{(4n+5)\pi}(n=0,1,2,\cdots)$

【解析】(1) 设粒子在电场中做类平抛运动的时间为 t，加速度大小为 a，

则沿 x 轴负方向有 $d=v_0t$，

沿 y 轴负方向有 $\dfrac{d}{2}=\dfrac{1}{2}at^2$，

由牛顿第二定律有 $qE=ma$，

解得 $E=\dfrac{mv_0^2}{qd}$。

(2) 设粒子到达 y 轴时速度方向与 y 轴负方向的夹角为 θ，有 $v_y=at=v_0$，

则粒子进入磁场的速度大小为 $v=\sqrt{v_0^2+v_y^2}=\sqrt{2}v_0$，

且 $\theta=45°$，粒子垂直到达 ab 所在水平面，轨迹如图所示，由几何关系有 $R\sin 45°=\dfrac{d}{2}$，

解得 $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}d$，

由洛伦兹力提供向心力有 $qvB=m\dfrac{v^2}{R}$，

解得 $B=\dfrac{2mv_0}{qd}$。

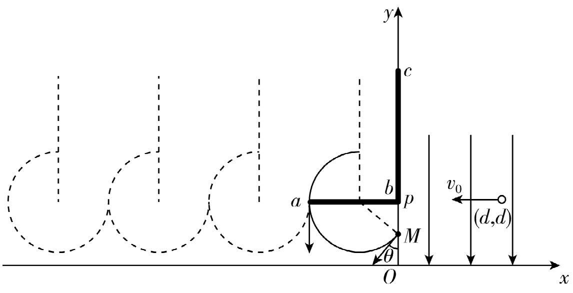
(3) 粒子在磁场中运动的周期 $T=\dfrac{2\pi R}{v}=\dfrac{\pi d}{v_0}$，

若粒子没有与 ab 板碰撞而直接打在 pc 板上，可得粒子在磁场中运动的时间为 $t_0=\dfrac{225°}{360°}T=\dfrac{5\pi d}{8v_0}$，

若粒子与 ab 碰撞 n 次后垂直打在 pc 板上，则粒子运动的时间 t'满足 $t'=t_0+\dfrac{T}{2}\times n(n=1,2,\cdots)$，

所以 pc 板运动的位移 $x=2nR+R\cos 45°(n=0,1,2,\cdots)$，$x=v't'$，

联立解得 $v'=\dfrac{4v_0(2\sqrt{2}n+1)}{(4n+5)\pi}(n=0,1,2,\cdots)$。



2. (1) $\left(0,\dfrac{mv_0}{qB}\right)$　(2) $\left(\dfrac{2\pi mv_0}{qB},\dfrac{mv_0}{qB}\right)$　(3) 见解析

【解析】(1)由洛伦兹力提供向心力有 $qv_0B=m\frac{v_0^2}{R}$,

解得 $R=\frac{mv_0}{qB}$,

故 A 点的位置为 $\left(0,\frac{mv_0}{qB}\right)$。

(2)粒子在匀强电场中做类平抛运动,有

$L=\frac{2\pi^2mE}{qB^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{qE}{m}t_1^2$,

解得 $t_1=\frac{2\pi m}{qB}$,

则横坐标为 $x'=v_0t_1=\frac{2\pi mv_0}{qB}$,

纵坐标与 A 点的纵坐标相同,

故发光点的位置为 $\left(\frac{2\pi mv_0}{qB},\frac{mv_0}{qB}\right)$。

(3)①当 $d\leqslant L$ 时,粒子的运动可以分解为沿 z 轴正方向初速度为零的匀加速直线运动和 xOy 平面内速度为 v_0 的匀速圆周运动,则有 $d=\frac{1}{2}\cdot\frac{qE}{m}t_2^2$,

解得 $t_2=\sqrt{\frac{2md}{qE}}$,

匀速圆周运动由洛伦兹力提供向心力,则有 $qv_0B=m\omega^2R$,

解得 $\omega=\frac{qB}{m}$,

根据几何关系可知,打在检测器上的坐标为

$x''=R\sin(\omega t_2)=\frac{mv_0}{qB}\sin\sqrt{\frac{2dqB^2}{mE}}$,

$y''=R\cos(\omega t_2)=\frac{mv_0}{qB}\cos\sqrt{\frac{2dqB^2}{mE}}$,

检测器上发光点的位置为

$\left(\frac{mv_0}{qB}\sin\sqrt{\frac{2dqB^2}{mE}},\frac{mv_0}{qB}\cos\sqrt{\frac{2dqB^2}{mE}}\right)$;

②当 $d>L$ 时,在区域Ⅱ内粒子的运动可以分解为沿 z 轴正方向的匀速直线运动和 xOy 平面内速度为 v_0 的匀速圆周运动,由(2)可知粒子在区域Ⅰ的运动时间为 $t_1=\frac{2\pi m}{qB}$,则粒子进入区域Ⅱ的沿 z 轴的速度为 $v=\frac{qE}{m}\cdot t_1=\frac{2\pi E}{B}$,

粒子在区域Ⅱ运动的时间为 $t_3=\frac{d-L}{v}=\frac{dB}{2\pi E}-\frac{\pi m}{qB}$,

根据几何关系可知,打在检测器上的坐标为

$x''=R\sin[\omega(t_1+t_3)]=-\frac{mv_0}{qB}\sin\frac{dqB^2}{2\pi mE}$,

$y''=R\cos[\omega(t_1+t_3)]=-\frac{mv_0}{qB}\cos\frac{dqB^2}{2\pi mE}$,

检测器上发光点的位置为

$\left(-\dfrac{mv_0}{qB}\sin\dfrac{dqB^2}{2\pi mE},-\dfrac{mv_0}{qB}\cos\dfrac{dqB^2}{2\pi mE}\right)$。

3. (1) $\dfrac{22\ 500}{\pi}$ N/C　(2) 4 cm　(3) $\dfrac{337\pi}{45}\times10^{-5}$ s

【解析】(1) 电荷在电场中做匀加速直线运动，其在电场中加速运动的时间为 $t_1=\dfrac{\pi}{15}\times10^{-5}$ s，由匀变速直线运动规律得

$v_0=at_1$，

由牛顿第二定律得 $qE=ma$，

解得 $E=\dfrac{22\ 500}{\pi}$ N/C。

(2) 电荷在磁场中做匀速圆周运动，由洛伦兹力提供向心力

有 $qv_0B=m\dfrac{v_0^2}{r}$，

解得 $r=\dfrac{mv_0}{qB}$，

当磁场方向垂直纸面向外时，电荷做圆周运动的轨迹半径

$r_1=\dfrac{mv_0}{qB_1}$，

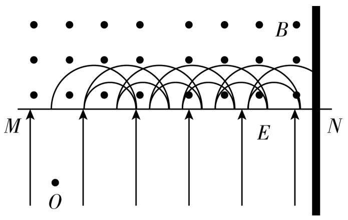
做圆周运动的周期 $T_1=\dfrac{2\pi r_1}{v_0}=\dfrac{2\pi m}{qB_1}$，

代入数据解得 $r_1=5$ cm，$T_1=\dfrac{2\pi}{3}\times10^{-5}$ s，

同理可得，当磁场方向垂直纸面向里时，电荷做圆周运动的轨迹半径为 $r_2=\dfrac{mv_0}{qB_2}=3$ cm，

做圆周运动的周期 $T_2=\dfrac{2\pi m}{qB_2}=\dfrac{2\pi}{5}\times10^{-5}$ s，

电荷从 $t=0$ 时刻开始做周期性运动，结合磁场的周期性可知电荷在磁场中运动轨迹如图甲所示，



甲

从电荷第一次通过 MN 开始其运动的周期为

$T=\left(\dfrac{\pi}{15}\times4+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\pi}{5}\right)\times10^{-5}$ s $=\dfrac{4\pi}{5}\times10^{-5}$ s，

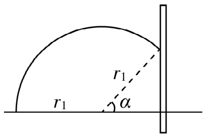
所以 $t=\dfrac{4\pi}{5}\times10^{-5}$ s 时刻电荷距离 O 点的水平距离为

$\Delta d=2(r_1-r_2)=4$ cm。

(3) 由第(2)问的分析可知，每经过一个周期，粒子在水平方向向右前进 4 cm，根据电荷的运动情况可知，电荷到达挡板前运动的完整周期数为 9 个，

即向右移动的距离 $s=9\Delta d=36$ cm，

则电荷在最后 7.5 cm 的距离运动轨迹如图乙所示，



乙

由几何关系可得 $r_1+r_1\cos\alpha=7.5$ cm，

解得 $\cos\alpha=0.5$，即 $\alpha=60°$，

故电荷运动的总时间 $t_{总}=t_1+9T+\dfrac{120°}{360°}T_1=\dfrac{337\pi}{45}\times10^{-5}$ s。

4. (1) $\dfrac{vB_1}{v_0}$　(2) $\dfrac{mv_0^2}{6qvB_1}$　(3) 见解析

思维展现

模型特点：平行板电容器两极板间的电场与磁场的叠加，离子所受电场力与洛伦兹力平衡而做匀速直线运动；离子从极板 Q 的右端进入磁场，离子在极板 P、Q 间可能做类平抛运动；离子在右侧方向相反的磁场中运动，要注意离子运动轨迹的变化。

设问分析：(1) 求 P、Q 间匀强磁场的磁感应强度 B_2 的大小，离子做匀速直线运动，所受电场力与洛伦兹力平衡，从而得出 B_2；(2) 求 A 点到下极板 Q 的距离 h，离子只在电场力作用下做类平抛运动，运用动能定理和平抛规律求解即可；(3) 求磁感应强度大小和运动时间，洛伦兹力提供向心力，根据牛顿第二定律求解磁感应强度大小，画出离子可能的运动轨迹，根据圆周运动周期和偏转角度求解运动时间。

【解析】(1) 设等离子体发电机两极板之间的电压为 U，等离子体所带的电荷量为 q'，则有 $q'vB_1=q'\dfrac{U}{d}$，

离子在两极板 P、Q 间做匀速直线运动，有 $qv_0B_2=q\dfrac{U}{d}$，

解得 $B_2=\dfrac{vB_1}{v_0}$。

(2) 设离子射出板间电场时速度大小为 v_1，根据动能定理得

$qEh=\dfrac{1}{2}mv_1^2-\dfrac{1}{2}mv_0^2$，

离子在电场中做类平抛运动，水平方向做匀速直线运动，则有 $v_1=\dfrac{v_0}{\cos 30°}$，

又 $E=\dfrac{U}{d}$，

解得 $h=\dfrac{mv_0^2}{6qvB_1}$。

(3) 设 x 为离子在一、四象限磁场中每次偏转圆弧所对应的

弦长，由运动的对称性可知，离子能到达 C 点需满足

$L=nx(n=1,2,3,\cdots)$，

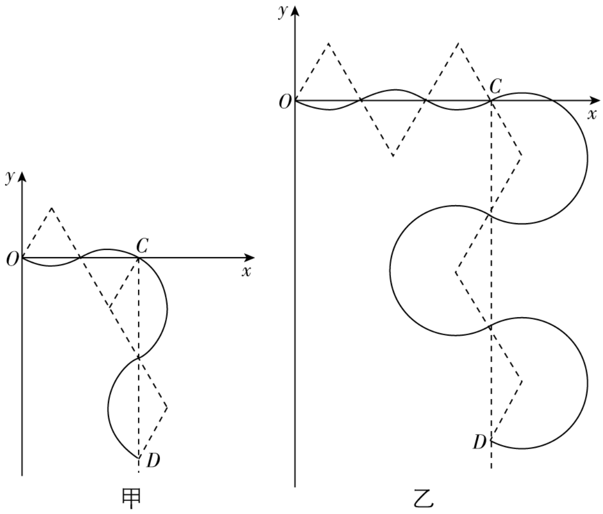
设离子运动的轨迹半径为 R，圆弧所对应的圆心角为 $60°$，则有 $2R\sin 30°=x$，

可得 $R=\dfrac{L}{n}(n=1,2,3,\cdots)$，

由洛伦兹力提供向心力有 $qv_1B_3=m\dfrac{v_1^2}{R}$，

解得 $B_3=\dfrac{2\sqrt{3}nmv_0}{3qL}(n=1,2,3,\cdots)$，

当离子在从 O 点运动到 C 点的过程中，运动 $2n$ 段圆弧时，运动轨迹如图甲所示，轨迹半径为 $R_1=\dfrac{L}{2n}$，



则离子从 O 点运动到 D 点的总弧长 $s_1=2n\times\left(\dfrac{2\pi R_1}{6}+\dfrac{2\pi R_1}{3}\right)=\pi L$，

所用的总时间为 $t_1=\dfrac{s_1}{v_1}=\dfrac{\sqrt{3}\pi L}{2v_0}$，

当离子在从 O 点运动到 C 点的过程中，运动 $(2n-1)$ 段圆弧时，运动轨迹如图乙所示，轨迹半径为 $R_2=\dfrac{L}{2n-1}$，

则离子从 O 点运动到 D 点的总弧长 $s_2=(2n-1)\times\left(\dfrac{2\pi R_2}{6}+\dfrac{2}{3}\times 2\pi R_2\right)=\dfrac{5}{3}\pi L$，

所用的总时间为 $t_2=\dfrac{s_2}{v_1}=\dfrac{5\sqrt{3}\pi L}{6v_0}$。

专题 5　电磁感应与动力学及功能关系的结合

刷类型 1　电磁感应与动力学的结合

1. (1)3 C　3 J　(2)0

【解析】(1)由题图乙可知$\frac{\Delta B}{\Delta t}=0.1\ \mathrm{T/s}$,

线圈面积 $S=L^2=1\ \mathrm{m}^2$,

由法拉第电磁感应定律得线圈产生的感应电动势为

$E=n\cdot\frac{\Delta B}{\Delta t}\cdot\frac{S}{2}=1\ \mathrm{V}$,

则由闭合电路欧姆定律得线圈中的感应电流为

$I=\frac{E}{R}=0.5\ \mathrm{A}$,

所以 0~6 s 内通过导线横截面的电荷量为 $q=I\Delta t=3\ \mathrm{C}$,

线圈产生的焦耳热为 $Q=I^2R\Delta t=3\ \mathrm{J}$。

(2)由题图乙可知 $t=6$ s 时,磁感应强度大小为 $B=0.8$ T,

由楞次定律和安培定则知线圈中感应电流方向为逆时针方向,根据左手定则可知线圈所受安培力的合力方向竖直向上,且线圈所受安培力的大小为 $F=nBIL=8$ N,

则由平衡条件得 $T+F=mg$,

解得 $T=0$。

2. (1)$\frac{N^2B^2L^2P}{Rf}$,方向水平向左

(2)$\frac{mP^2}{2f^2}-2df$　$\frac{mP}{f^2}-\frac{2N^2B^2L^2d}{Rf}$

【解析】(1)设小车刚进入磁场时的速度为 v,由题意可知小车进入磁场前已达到最大速度,则根据功率与速度关系可得

$v=\frac{P}{F_{牵}}=\frac{P}{f}$,

由法拉第电磁感应定律可得,线框产生的感应电动势大小为

$E=NBLv=\frac{NBLP}{f}$,

由闭合电路欧姆定律可得感应电流的大小为

$I=\frac{E}{R}=\frac{NBLP}{Rf}$,

由楞次定律和安培定则可知线框中感应电流方向为 $aecba$,车头刚进入磁场时,由左手定则可知,线框所受安培力方向为水平向左,线框所受安培力大小为

$F_{安}=NBIL$,

解得 $F_{安}=\frac{N^2B^2L^2P}{Rf}$,方向水平向左。

(2)电磁刹车过程中根据能量守恒可得

$f\cdot 2d+Q=\frac{1}{2}mv^2$,

解得 $Q=\frac{mP^2}{2f^2}-2df$,

规定小车运动的方向为正方向,刹车过程中根据动量定理得$-\overline{F}_{安}t-ft=0-mv$,

而 $\overline{F}_{安}=\frac{N^2B^2L^2\overline{v}}{R}$,$\overline{v}t=2d$,

联立解得 $t=\frac{mP}{f^2}-\frac{2N^2B^2L^2d}{Rf}$。

3. (1)$\frac{5}{6}v_0$　$\frac{B^2L^2v_0}{3R}$　(2)$\frac{2}{9}mv_0^2$　(3)$\frac{mRv_0}{B^2L^2}$

【解析】(1)以水平向右为正方向,金属杆 a、b 组成的系统在水平方向动量守恒,由动量守恒定律可得

$2mv_0=m\frac{v_0}{3}+2mv_a$,

解得 $v_a=\frac{5}{6}v_0$,

回路中产生的感应电动势为

$E=BL\left(\frac{5}{6}v_0-\frac{v_0}{3}\right)=\frac{1}{2}BLv_0$,

回路中的感应电流 $I=\frac{E}{R+\frac{R}{2}}=\frac{BLv_0}{3R}$,

杆 a 受到的安培力大小 $F=BIL=\frac{B^2L^2v_0}{3R}$。

(2)在整个运动中,金属杆 a、b 组成的系统动量守恒,则当系统稳定时有 $2mv_0=(m+2m)v$,

解得 $v=\frac{2}{3}v_0$,

由能量守恒定律可知,系统产生的总热量

$Q=\frac{1}{2}\times2mv_0^2-\frac{1}{2}\times(m+2m)v^2=\frac{1}{3}mv_0^2$,

杆 b 产生的焦耳热 $Q_b=\frac{R}{R+\frac{R}{2}}Q=\frac{2}{9}mv_0^2$。

(3)设初始位置时两杆之间距离至少为 x,取在很短时间 Δt 内,对杆 b 利用动量定理有 $BiL\Delta t=m\Delta v$,

两边求和可得 $\sum BLi\Delta t=\sum m\Delta v$,

即 $BLq=mv$,

由于 $q=it=\frac{E}{R_{总}}\cdot t=\frac{\Delta\Phi}{R_{总}\cdot t}\cdot t=\frac{\Delta\Phi}{R_{总}}$,$\Delta\Phi=BLx$,

则 $q=\frac{2BLx}{3R}$,

解得 $x=\frac{mRv_0}{B^2L^2}$。

4. (1)$\frac{BLv_0}{3R}$　(2)$\frac{qBLv_0}{9dg}$　$3v_0$　(3)$\frac{3v_0^2}{dg}$

思维展现

模型特点：金属杆切割磁感线运动与小球竖直方向的直线运动，小球在竖直方向受电场力和重力，可能考查牛顿第二定律、运动学规律、法拉第电磁感应定律和闭合电路欧姆定律。

设问分析：(1)求通过电阻的电流，通过金属杆的运动情况求感应电动势，再根据闭合电路欧姆定律求电流；(2)根据小球的运动情况求小球的质量，求出金属杆在磁场区域Ⅰ运动的时间即小球在两金属板间的运动时间，根据运动学公式求解小球的初速度；(3)求磁感应强度增大的倍数，根据小球在两金属板间的运动情况，分析两金属板间的电压变化情况，根据电压分析磁场区域磁感应强度的变化情况。

【解析】(1)根据法拉第电磁感应定律可知，金属杆 ab 匀速切割磁感线产生的感应电动势为 $E=BLv_0$，

根据闭合电路欧姆定律可得，通过金属杆 ab 的电流为

$$I=\frac{E}{R+\frac{R}{2}}=\frac{2BLv_0}{3R},$$

则通过每个定值电阻 R 的电流为 $I_1=I_2=\frac{I}{2}=\frac{BLv_0}{3R}$。

(2)金属板 M、N 间的电势差为 $U_1=I_1R$，

小球做匀速运动，根据平衡条件有 $q\frac{U_1}{3d}=mg$，

解得 $m=\frac{qBLv_0}{9dg}$，

设金属杆 ab 在磁场Ⅰ中运动的时间为 t_1，则 $d=v_0t_1$，

设小球从 O 点射入两板间的初速度大小为 v，则根据运动学公式有 $3d=vt_1$，

解得 $v=3v_0$。

(3)磁感应强度大小变为 kB 后，小球先做匀减速运动后做匀加速运动，此时金属杆 ab 匀速切割磁感线产生的感应电动势为 $E'=kBLv_0$，

两板间的电势差为 $U_1'=\frac{E'}{3}$，

设小球做匀减速运动时的加速度大小为 a_1，根据牛顿第二定律有 $q\frac{U_1'}{3d}-mg=ma_1$，

设经过时间 t_1 金属杆 ab 进入磁场Ⅱ，则由运动学公式有

$$t_1=\frac{d}{v_0},$$

此时小球的速度为 $v_1=3v_0-a_1t_1$，

小球下落的位移为 $s_1=\frac{3v_0+v_1}{2}t_1$，

设小球做匀加速运动时的加速度大小为 a_2，根据牛顿第二定

律有 $q\dfrac{U_1'}{3d}+mg=ma_2$，

设再经过时间 t_2 小球从小孔 O'离开，则由运动学公式有

$3v_0=v_1+a_2t_2$，

t_2 时间内小球下落的位移为 $s_2=\dfrac{3v_0+v_1}{2}t_2$，

两个过程的位移满足 $s_1+s_2=3d$，

联立解得 $k=\dfrac{3v_0^2}{dg}$。

刷类型 2　电磁感应与功能关系的结合

1. (1) $\frac{3\sqrt{gh}}{4}$　(2) $\frac{3m\sqrt{gh}}{8BL}$　(3) $\frac{73mgh}{60}$

【解析】(1) 金属棒 ab 做平抛运动落到斜轨道底端时，在竖直方向上有 $2h=\frac{1}{2}gt^2$，

在水平方向上有 $\frac{2h}{\tan 53°}=v_0t$，

联立解得 $v_0=\frac{3\sqrt{gh}}{4}$。

(2) 金属棒 ab 弹出瞬间，根据动量定理得

$2BLI\Delta t=mv_0-0$，

又因为 $q=I\Delta t$，

联立解得电容器 C 释放的电荷量 $q=\frac{3m\sqrt{gh}}{8BL}$。

(3) 金属棒 ab 落在水平轨道时，根据动能定理有

$2mgh=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$，

解得 $v=\frac{\sqrt{73gh}}{4}$，

金属棒 ab 最终匀速运动时，回路中无电流，所以金属棒 ab 和金属棒 cd 产生的感应电动势相等，即

$2BLv_{ab}=BLv_{cd}$，

此过程中，对金属棒 ab 根据动量定理得

$-2BL\sum I'\Delta t'=mv_{ab}-mv$，

对金属棒 cd 分析，根据动量定理得

$BL\sum I'\Delta t'=mv_{cd}-0$，

解得 $v_{ab}=\frac{\sqrt{73gh}}{20}$，$v_{cd}=\frac{\sqrt{73gh}}{10}$，

该过程中金属棒 ab、cd 产生的总热量为

$Q=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_{ab}^2-\frac{1}{2}mv_{cd}^2$，

解得 $Q=\frac{73mgh}{40}$，

因金属棒 cd 接入电路中的电阻为金属棒 ab 的二分之一，则金属棒 ab 上产生的热量为

$Q_{ab}=\frac{R}{R+\frac{R}{2}}Q=\frac{73mgh}{60}$。

2. (1) ①3.2 N　②16 m/s　(2) 32 m　512 J

【解析】(1) ①根据法拉第电磁感应定律，圆形线圈产生的感应电动势 $E_1=n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=n\frac{\Delta B}{\Delta t}\cdot\pi r_0^2=16\text{ V}$，

bc 棒受到的安培力大小 $F=B_0LI_1=\frac{B_0LE_1}{r}=3.2\text{ N}$；

②导体棒切割磁感线产生的感应电动势 $E_2=B_0Lv$，

当"小车"速度达到最大速度 v_m 时,"小车"所受安培力与摩擦阻力平衡,

则 $B_0\times\dfrac{E_1-B_0Lv_m}{\dfrac{r}{3}}L=0.24v_m$,

解得 $v_m=16\ \text{m/s}$。

(2)根据题图乙中的磁场分布可知在任意时刻只有一根导体棒处于磁场中,根据动量定理有

$-\overline{F_{安}}\,t-\bar{f}t=0-mv_m$,

$\overline{F_{安}}=\dfrac{B_1^2L^2\bar{v}}{r+\dfrac{r}{2}}$, $\bar{v}\cdot t=x$,

联立可得 $-\dfrac{2B_1^2L^2x}{3r}-0.24x=0-mv_m$,

解得 $x=32\ \text{m}$,

又 $F_{安}=\dfrac{2B_1^2L^2v}{3r}=2v(\text{N})$, $f=0.24v(\text{N})$,

所以始终有 $\dfrac{f}{F_{安}}=0.12$,即有 $\dfrac{W_f}{W_{安}}=0.12$,

又由能量守恒定律有 $W_{安}+W_f=0-\dfrac{1}{2}mv_m^2$,

解得总焦耳热 $Q=|W_{安}|=512\ \text{J}$。

3. (1) $\dfrac{3}{4}B_0d\sqrt{2gd\sin\theta}$　(2) $2mgd\sin\theta-\dfrac{1}{2}mv_1^2+\dfrac{B_0^2d^4}{Rt_1}$

(3) $\dfrac{v_1}{g\sin\theta}+\dfrac{B_0^2d^3}{4mgR\sin\theta}$

【解析】(1) CD 边从开始运动到 EF 的过程中,由动能定理可得 $mgd\sin\theta=\dfrac{1}{2}mv^2$,

CD 边刚过虚线 EF 时,AB 边作为电源,AB 两端的电压 $U_{AB}=\dfrac{3}{4}B_0dv$,

解得 $U_{AB}=\dfrac{3}{4}B_0d\sqrt{2gd\sin\theta}$。

(2)从 $t=0$ 时刻到 AB 边运动到 EF 的过程中,热量分为两部分:

第一部分为在 $0\sim t_1$ 时间内,金属框产生的焦耳热 $Q_1=\dfrac{E^2}{4R}t_1$,

根据法拉第电磁感应定律得 $E^2=\left(\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)^2=\left(\dfrac{\Delta B}{\Delta t}S\right)^2=\left(\dfrac{2B_0}{t_1}d^2\right)^2$,

第二部分为 t_1 时刻之后,金属框内产生的焦耳热,设 t_1 时刻之后的过程中金属框克服安培力做的功为 W,根据动能定理得 $2mgd\sin\theta-W=\dfrac{1}{2}mv_1^2$,

由功能关系可知 $W=Q_2$,

解得 $Q_2=2mgd\sin\theta-\frac{1}{2}mv_1^2$，

故从 $t=0$ 时刻到 AB 边经过虚线 EF 的过程中金属框 $ABCD$ 产生的焦耳热为 $Q_{总}=Q_1+Q_2=2mgd\sin\theta-\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{B_0^2d^4}{Rt_1}$。

(3) AB 边运动到 EF 的过程中分为两段，

第一段为 CD 边运动到 EF 的过程，设运动时间为 t_2，由运动学公式可得 $d=\frac{1}{2}(g\sin\theta)t_2^2$，

解得 $t_2=\sqrt{\frac{2d}{g\sin\theta}}$，

第二段为 CD 边经过 EF 直至 AB 边与 EF 重合，设运动时间为 t_3，由动量定理可知 $mgt_3\sin\theta-B_0\bar{I}dt_3=mv_1-mv$，

又 $\bar{I}=\frac{\bar{E}}{4R}=\frac{\Delta\Phi}{4Rt_3}=\frac{B_0d^2}{4Rt_3}$，

解得 $t_3=\frac{v_1}{g\sin\theta}+\frac{B_0^2d^3}{4mgR\sin\theta}-\sqrt{\frac{2d}{g\sin\theta}}$，

故从撤去外力到 AB 边经过虚线 EF 的总时间为

$t_{总}=t_2+t_3=\frac{v_1}{g\sin\theta}+\frac{B_0^2d^3}{4mgR\sin\theta}$。

关键点拨

解答本题的关键在于能根据题干分析出两个阶段的电磁感应现象，$0\sim t_1$ 时间内是感生，t_1 时刻之后是动生，要能联想到两种电磁感应现象的规律与能量转化方式。

4. (1) $\frac{2kmg\sin\theta}{B^2L}$ (2) $\frac{m(gt\sin\theta+v_0)}{BL}-\frac{2km^2g\sin\theta}{B^3L^2}$

(3) $\frac{\sqrt{3}B^2v_0L^2}{8k}$

【解析】(1) 当导体棒滑到 MN 位置后，轨道 $B'AC$ 部分的总电阻 R 全部接入电路中，且导体棒匀速下滑，即从 MN 位置开始导体棒受力平衡，分析可得 $R=2kL$，$I=\frac{BLv}{R}$，$mg\sin\theta=BIL$，

联立可解得 $v=\frac{2kmg\sin\theta}{B^2L}$。

(2) 导体棒从 $B'C$ 位置运动到 MN 位置过程中应用动量定理得 $mg\sin\theta\cdot t-B\bar{I}Lt=mv-mv_0$，$q=\bar{I}t$，

联立可得 $q=\frac{m(gt\sin\theta+v_0)}{BL}-\frac{2km^2g\sin\theta}{B^3L^2}$。

(3) 导体棒从 A 点运动到 $B'C$ 位置过程中，从 A 点开始匀速运动任意一小段位移大小为 x，导体棒接入回路中的长度 $L'=2\tan30°\cdot x$，

此刻接入回路中的总电阻 $R'=2k\frac{x}{\cos30°}$，

感应电动势为 $E=BL'v_0$，

此刻回路中的感应电流大小为 $I=\frac{E}{R'}$，

联立得 $I=\frac{Bv_0}{2k}$，

可见，运动过程中电流的大小并不随时间变化，安培力 $F_A=BIL'$会随位移均匀变化，

平均作用力 $\overline{F}_A=\frac{1}{2}BIL$，

克服安培力做的功 $W_{克A}=\overline{F}_A x_m=\frac{1}{2}BIL\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}L=\frac{\sqrt{3}B^2v_0L^2}{8k}$，

则回路中产生的焦耳热 $Q=W_{克A}=\frac{\sqrt{3}B^2v_0L^2}{8k}$。

刷类型 3　模型构建和学科思想方法

1. (1) $\frac{3mg}{4BL}$　由 M 指向 N　(2) $\frac{5mg}{8}$

【解析】(1) 不通电时，铜棒受重力和细线的拉力作用，根据平衡条件有 $2F_T=mg$，

解得 $F_T=\frac{mg}{2}$，

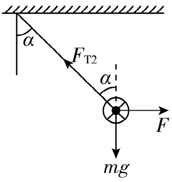
通电后，细线的拉力为不通电时的 $\frac{1}{4}$，则说明铜棒所受安培力的方向向上，根据左手定则可知，铜棒中电流方向为由 M 指向 N，

根据平衡条件有 $2F_{T1}+BIL=mg$，

又 $F_{T1}=\frac{1}{8}mg$，

联立解得 $I=\frac{3mg}{4BL}$。

(2) 如果电流大小、方向不变，将磁场方向变为竖直向上，设细线偏转了 α 角时铜棒处于平衡状态，其受力分析如图所示（从 M 向 N 看，电流方向垂直纸面向里），



根据平衡条件有 $F_{T2}\cos\alpha=mg$，

$F_{T2}\sin\alpha=F$，

其中安培力 $F=BIL=\frac{3mg}{4}$，

联立解得 $F_{T2}=\frac{5mg}{4}$，$\alpha=37°$，

则每根细线的张力大小 $F'_T=\frac{F_{T2}}{2}=\frac{5mg}{8}$。

2. (1) I_1 方向向左　I_2 方向向右　(2) $I_1:I_2$

(3) $\frac{T_0(a-g)}{(T_0-T_1)g}I_1$，方向向右

【解析】(1) 当电流大小为 I_1 时，两细线的张力减小，说明线框整体所受安培力方向向上，又 $F_{ab}>F_{cd}$，则 F_{ab} 方向向上，由左手定则判断出此时 MN 正下方磁场方向应垂直纸面向外，由安培定则可知电流 I_1 方向向左，同理可知电流 I_2 方向向右。

(2) 当 MN 中通以大小为 I 的电流时，线框受到的安培力大小为 $F=kIiL\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$，式中 r_1、r_2 分别为 ab、cd 与 MN 的间距，i 为线框中的电流，L 为 ab、cd 的长度，

所以 $F_1:F_2=I_1:I_2$。

(3) 当 MN 中电流大小为 I_3 时，设线框受到的安培力大小为 F_3，由题设条件有

$2T_0=mg$，$2T_1+F_1=mg$，$F_3+mg=ma$，

由(2)中结论有 $\frac{I_1}{I_3}=\frac{F_1}{F_3}=\frac{(T_0-T_1)g}{T_0(a-g)}$，

则 $I_3=\frac{T_0(a-g)}{(T_0-T_1)g}I_1$，方向向右。

专题6　热　学

刷类型1　液柱移动类问题

1. (1) $\frac{V_0}{3}$　(2) 525 K

【解析】(1) 将阀门 K 打开，A 室气体发生等温变化，则由玻意耳定律有 $(p_0+p_h)\frac{V_0}{3}=p_0\left(\frac{V_0}{3}+\Delta V\right)$，$p_h=76$ cmHg

解得 $\Delta V=\frac{V_0}{3}$。

(2) 打开阀门 K 稳定后，再关闭阀门 K，加热到 U 形管两边水银面的高度差为 19 cm 时，

$p_A=p_B=p_0+p_h'=(76+19)$ cmHg $=95$ cmHg，

A 室气体变化过程为 p_0、$\frac{2V_0}{3}$、$T_0\rightarrow p_A$、V_A、T_0，

由玻意耳定律得 $p_0\frac{2V_0}{3}=p_AV_A$，

解得 $V_A=\frac{8}{15}V_0$，

B 室气体变化过程为 p_0、$\frac{V_0}{3}$、$T_0\rightarrow p_B$、V_0-V_A、T_B，

由理想气体状态方程得 $\frac{p_0\frac{V_0}{3}}{T_0}=\frac{p_B(V_0-V_A)}{T_B}$，

解得 $T_B=525$ K。

关键点拨

玻璃管液封模型

求液柱封闭的气体压强时，一般以液柱为研究对象分析受力、列平衡方程，要注意：

(1) 液体因重力产生的压强为 $p=\rho gh$ (其中 h 为液体的竖直高度)；

(2) 不要漏掉大气压强，同时又要尽可能平衡掉某些大气的压力；

(3) 有时可直接应用连通器原理——连通器内静止的同种液体在同一水平面上各处压强相等；

(4) 当液体为水银时，可灵活应用压强单位“cmHg”，使计算过程简捷。

2. (1) 100 cm^3　(2) 200 cm^3

【解析】(1) 设标记 M、N 之间容器 B 的体积为 V_B，以容器 A、B 中气体为研究对象，

初态时，$p_1=p_0$，$V_1=V_A+V_B$，

关闭 K，缓慢提升 C 后，有 $p_2=(75+25)$ cmHg，$V_2=V_A$，

整个过程温度保持不变，根据玻意耳定律得 $p_1V_1=p_2V_2$，

代入数据解得 $V_B=100\ cm^3$。

(2) 设容器 A 中待测粉末状物质的实际体积为 V，以容器 A、B 中气体为研究对象，

初态时，$p_3=p_0$，$V_3=V_A+V_B-V$，

关闭 K，缓慢提升 C 后，有 $p_4=(75+75)\ \text{cmHg}$，$V_4=V_A-V$，

根据玻意耳定律得 $p_3V_3=p_4V_4$，

代入数据解得 $V=200\ \text{cm}^3$。

刷类型 2　汽缸类问题

1. (1) $\dfrac{kx_1}{S}+p_0$　$\dfrac{kx_1}{g}$　(2) $\dfrac{p_0S+kx_1}{p_0S-kx_1}V_1$

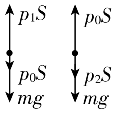
【解析】(1)以轻活塞为研究对象,由平衡条件得

$kx_1+p_0S=p_1S$,

对题图甲中的汽缸进行受力分析如图(a),由平衡条件得

$mg+p_0S=p_1S$,

联立解得 $p_1=\dfrac{kx_1}{S}+p_0$,$m=\dfrac{kx_1}{g}$。



(a)　(b)

(2)对题图乙中的汽缸进行受力分析如图(b),由平衡条件得 $mg+p_2S=p_0S$,

由玻意耳定律得 $p_1V_1=p_2V_2$,

联立解得 $V_2=\dfrac{p_0S+kx_1}{p_0S-kx_1}V_1$。

关键点拨

汽缸类问题

1. 解题的一般思路

(1)确定研究对象

研究对象分两类:①热学研究对象(一定质量的理想气体);②力学研究对象(汽缸、活塞或某系统)。

(2)分析物理过程

①对热学研究对象分析清楚初、末状态及状态变化过程,依据气体实验定律或理想气体状态方程列出方程;

②对力学研究对象要正确地进行受力分析,依据力学规律列出方程。

(3)挖掘题目的隐含条件,如几何关系等,列出辅助方程。

(4)多个方程联立求解,对求解的结果,注意检验它们的合理性。

2. 两个或多个汽缸封闭着几部分气体,并且汽缸之间相互关联的问题,解答时应分别研究各部分气体,找出它们各自遵循的规律,并写出相应的方程,还要写出各部分气体之间压强或体积的关系式,最后联立求解。

2. (1) $\dfrac{p_1}{p_0}T_0$　(2) $\dfrac{T_2p_0-T_0P_1}{T_2p_0}$

【解析】(1)由等容变化可知 $\dfrac{p_0}{T_0}=\dfrac{p_1}{T_1}$,解得锅内气体压强为 p_1 时的温度 $T_1=\dfrac{p_1}{p_0}T_0$。

(2)以锅内及排出的气体作为研究对象,设排气前高压锅内气体体积为 V_1,排出的气体体积为 ΔV,排出的气体质量为 Δm,原有气体质量为 m。由于排气过程气体压强始终为 p_1 不变,气体发生等压变化。

初态时,温度为 T_1,体积为 V_1,

末态时，温度为 T_2，体积为 $V_2 = V_1 + \Delta V$，

根据盖-吕萨克定律可得$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$，

可知$\frac{V_2}{T_2}=\frac{\Delta V}{T_2-T_1}$，

排出的气体体积与原有气体质量比为$\frac{\Delta m}{m}=\frac{\Delta V}{V_2}$，

可得$\frac{\Delta m}{m}=\frac{T_2-T_1}{T_2}=\frac{T_2p_0-T_0p_1}{T_2p_0}$。

专题 7　光学、机械波

刷类型 1　折射定律与全反射规律的应用

1. (1) $30°$　(2) $\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{3})R}{3c}$

【解析】(1) 由折射定律有 $n=\frac{\sin\alpha}{\sin r}$,

解得 $r=30°$,

光在圆弧面上刚好发生全反射,因此有 $\sin C_0=\frac{1}{n}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

解得临界角 $C_0=60°$,

由几何关系可知 $r+\theta=C_0$,

解得 $\theta=30°$。

(2) 作完整光路图如图所示,由几何关系知 $O_1E=R$,

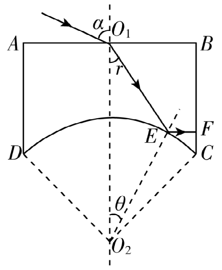
光在 E 点的反射光线 EF 平行于 AB,

由 O_1O_2 为对称轴,$DO_2\perp CO_2$ 可知$\angle O_1O_2C=45°$,

则 $EF=R\sin 45°-R\sin 30°=\frac{(\sqrt{2}-1)R}{2}$,

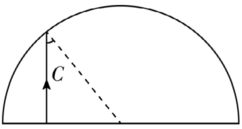
光在透明材料中传播的速度 $v=\frac{c}{n}=\frac{\sqrt{3}}{2}c$,

因此光在透明材料中传播的时间 $t=\frac{O_1E+EF}{v}=\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{3})R}{3c}$。



2. (1) $\frac{3}{2}$　(2) 若 $0<k\leqslant 1$,面积为 $4\pi r^2$;若 $k>1$,面积为$\frac{4\pi r^2}{k^2}$

【解析】(1) 不发生全反射的最大半径为 $2r$,如图所示,



有 $\sin C=\frac{1}{n}=\frac{2r}{3r}=\frac{2}{3}$,

解得 $n=\frac{3}{2}$。

(2) 若 $k>1$,由 $\sin C=\frac{1}{n}$可知 $C_1<C$,

此时有光束射出的球冠底面半径为 $r_1=3r\sin C_1=\frac{3r}{kn}=\frac{2r}{k}$,

此时半球有光束射出的球冠底面面积为 $S_1=\pi r_1^2=\frac{4\pi r^2}{k^2}$,

若 $0<k\leqslant 1$,由 $\sin C=\frac{1}{n}$可知 $C_2\geqslant C$,

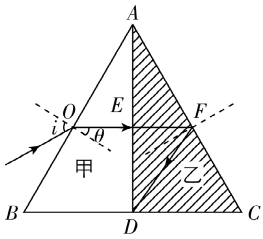
而入射光保持光束半径 $2r$ 不变，因此光束可全部射出球冠，此时光束射出的球冠底面面积为 $S_2=\pi(2r)^2=4\pi r^2$。

3. 3.75×10^{-10} s

【解析】由题意可知，该细光束在棱镜甲中的传播速度为

$v_1=\dfrac{c}{n_1}=2\times10^8$ m/s，

光路图如图所示，



设该细光束在 AB 边的折射角为 θ，

由折射定律可得 $n_1=\dfrac{\sin i}{\sin\theta}$，

解得 $\theta=30°$，

由几何关系可知，该细光束在棱镜甲中的折射光线与 AB 边的夹角为 $90°-30°=60°$，

故折射光线与底边 BC 平行，光线进入棱镜乙时传播方向不变。因光线刚好在 AC 边发生全反射，由几何知识得到，光线在 AC 边的入射角为 $90°-60°=30°$，即临界角为 $C_0=30°$，

设棱镜乙的折射率为 n_2，则有 $\sin C_0=\dfrac{1}{n_2}$，解得 $n_2=2$，

则该细光束在棱镜乙中的传播速度为

$v_2=\dfrac{c}{n_2}=1.5\times10^8$ m/s，

由几何关系可知该细光束恰从 D 点射出，$OE=\dfrac{l}{4}=1.5$ cm，

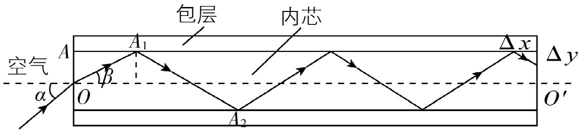
$EF=\dfrac{l}{4}=1.5$ cm，$FD=\dfrac{l}{2}=3$ cm，

则该细光束在棱镜中的传播时间为

$t=\dfrac{OE}{v_1}+\dfrac{EF+FD}{v_2}=3.75\times10^{-10}$ s。

4. (i) $\dfrac{19\sqrt{3}d}{c}$ (ii) $\dfrac{d}{2}$

【解析】(i) 作出光路图如图所示，激光在 O 点处发生折射时，由折射定律得 $\sin\alpha=n\sin\beta$，



解得 $\beta=30°$，

激光在内芯中的传播速度 $v=\dfrac{c}{n}$，

激光在光导纤维通道中传播的总路程为 $L=\dfrac{\frac{19\sqrt{3}d}{2}}{\cos\beta}=19d$，则

传播时间 $t=\dfrac{L}{v}$，

联立解得 $t=\dfrac{19\sqrt{3}d}{c}$。

(ii) 激光从 O 点传播到 A_1 点所用的时间

$t_1=\dfrac{\frac{d}{\tan\beta}}{v\cos\beta}=\dfrac{2\sqrt{3}d}{c}$，

激光从 A_1 点传播到 A_2 点所用的时间

$$t_2=\frac{\frac{2d}{\tan\beta}}{v\cos\beta}=\frac{4\sqrt{3}d}{c},$$

又 $t=\frac{19\sqrt{3}d}{c}=t_1+4t_2+\Delta t$，则 $\Delta t=\frac{\sqrt{3}d}{c}$，

则最后一段反射光线在水平方向上的投影

$$\Delta x=v\cos\beta\cdot\Delta t=\frac{\sqrt{3}d}{2},$$

最后一段反射光线在竖直方向上的投影 $\Delta y=\Delta x\cdot\tan\beta=\frac{d}{2}$，

激光的出射位置与中心轴 OO' 之间的距离 $y=d-\Delta y=\frac{d}{2}$。

关键点拨

激光在光导纤维里传播时，其传播路径具有周期性，可采用化整取零的方法处理，这与机械波的传播类似，所以本题能有效考查学生的迁移能力。

刷类型 2　机械波的传播问题

1. (1) 1 m　(2) 0.25 m, 0.75 m, 1.25 m, 1.75 m

【解析】(1)设简谐横波的波长为 λ,频率为 f,则 $v=\lambda f$,

代入数据解得 $\lambda=\frac{v}{f}=\frac{4}{4}\ \text{m}=1\ \text{m}$。

(2)以 O 点为坐标原点,设 P 为 OA 间的任意一点,其坐标为 x,则两波源到 P 点的波程差

$\Delta l=|x-(2\ \text{m}-x)|$, $0\leqslant x\leqslant 2$;

其中 x、Δl 以 m 为单位,合振动振幅最小的点的位置满足

$\Delta l=\left(k+\frac{1}{2}\right)\lambda$,其中 k 为整数,

联立代入数据解得 $x=\frac{1}{2}k+\frac{5}{4}$(m)或 $x=-\frac{k}{2}+\frac{3}{4}$(m),

可得 $-\frac{5}{2}\leqslant k\leqslant\frac{3}{2}$,

故 $k=-2$、-1、0、1,

解得 $x=0.25\ \text{m}, 0.75\ \text{m}, 1.25\ \text{m}, 1.75\ \text{m}$。

2. (1) 2×10^3 m/s　(2) 1.0×10^{-5} s

【解析】(1)超声波在介质 2 中传播时 $T=1\times10^{-5}$ s,

该波在两种介质中传播时周期不变,则在介质 1 中传播时

$v_1=\frac{\lambda_1}{T}=\frac{2\times10^{-2}}{1\times10^{-5}}\ \text{m/s}=2\times10^3\ \text{m/s}$。

(2)超声波从质点 B 传到质点 C 的时间 $t_1=\frac{\Delta x}{v_2}=\frac{0.75\times10^{-2}}{1.0\times10^3}\ \text{s}=7.5\times10^{-6}\ \text{s}$,

该波传到 C 点时起振方向向下,则到达波谷还需要 $t_2=\frac{T}{4}=2.5\times10^{-6}\ \text{s}$,

则从质点 B 开始振动到质点 C 第一次到达波谷的时间 $t=t_1+t_2=1.0\times10^{-5}\ \text{s}$。

3. (1)沿 x 轴正方向　(2) 1 m　$\frac{1}{8n+3}$ s $(n=0,1,2,\cdots)$

思维展现

模型特点:波传播过程中不同时刻的传播图像问题,实线和虚线分别为 $t_1=0$ 时与 $t_2=1$ s 时的波形图,需要分沿 x 轴正方向和负方向传播两种情况分析处理。

设问分析:第 1 问已知波的传播速度,分析波的传播方向,需要分两种情况讨论,分析是否符合题目要求;第 2 问求传播的最短距离和传播时间需结合上一问的结果求解。

【解析】(1)若波速为 75 m/s,则 1 s 的时间内该简谐横波传播的距离为 $s=vt=75$ m,

如果该简谐横波沿 x 轴正方向传播,由波形图可知 $\Delta t=1$ s 的时间内,该波传播的距离为

$\Delta s=n\lambda+3\ \text{m}=(8n+3)\ \text{m}\ (n=0,1,2,\cdots)$,

则 $(8n+3)\ \text{m}=75\ \text{m}$,解得 $n=9$,

所以该简谐横波可能沿 x 轴正方向传播,

如果该简谐横波沿 x 轴负方向传播,则 $\Delta t=1$ s 的时间内,该

简谐横波传播的距离为

$\Delta s'=n\lambda+5\ \text{m}=(8n+5)\text{m}(n=0,1,2,\cdots)$,

则$(8n+5)\ \text{m}=75\ \text{m}$,解得$n=\dfrac{35}{4}$,

由于n必须为整数,则该简谐横波不可能沿x轴负方向传播,

综上可知,当波的速度为$v=75\ \text{m/s}$时,该简谐横波的传播方向一定沿x轴正方向。

(2)由(1)可知,当波沿x轴正方向传播时,$\Delta t=1\ \text{s}$的时间内,该波传播的距离为$\Delta s=(8n+3)\text{m}(n=0,1,2,\cdots)$,

则$v'=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=(8n+3)\ \text{m/s}(n=0,1,2,\cdots)$,

虚线上$x=2\ \text{m}$的质点到达平衡位置时波应沿x轴的正方向传播最短距离为$\Delta x=1\ \text{m}$,

则所用的时间应为$t=\dfrac{\Delta x}{v'}=\dfrac{1}{8n+3}\ \text{s}(n=0,1,2,\cdots)$。

物理非选择题综合训练卷 1

24. (1)紫色,原因见解析 (2)$D\sqrt{n^2-1}-nR$

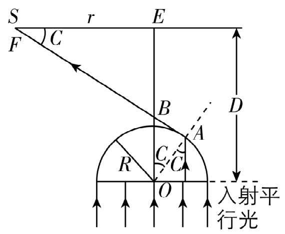
【解析】(1)当平行白光从玻璃中射向空气时,由于紫光的折射率最大,则全反射临界角最小,发生全反射时出射光线与屏幕 S 的交点最远,故圆形亮区的最外侧是紫色。

(2)如图所示,紫光刚要发生全反射时的临界光线射在屏幕 S 上的 F 点,F 点到亮区中心 E 的距离 r 就是所求半径,设紫光发生全反射的临界角为 C,由全反射知识得 $\sin C=\frac{1}{n}$,

所以 $\cos C=\frac{\sqrt{n^2-1}}{n}$,$\tan C=\frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$,

由几何知识可得,$OB=\frac{R}{\cos C}=\frac{nR}{\sqrt{n^2-1}}$,$r=\frac{D-OB}{\tan C}$,

解得 $r=D\sqrt{n^2-1}-nR$。



25. (1)$\frac{6qBa}{m}$ (2)$\frac{3qBa}{2m}$

【解析】(1)粒子不经过圆形区域就能到达 B 点,故粒子到达 B 点时的速度方向竖直向下,运动轨迹圆心必在 x 轴负半轴上,如图甲所示,设粒子做圆周运动的轨迹半径为 r_1,

由几何关系得 $r_1\cos 60°=r_1-3a$,

粒子在磁场中做匀速圆周运动,由牛顿第二定律得

$qv_1B=m\frac{v_1^2}{r_1}$,

解得 $v_1=\frac{6qBa}{m}$。

(2)粒子在磁场中的运动周期为 $T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi m}{qB}$,

粒子在磁场中的运动轨迹的圆心角为

$\alpha=\frac{t}{T}\times360°=60°$,

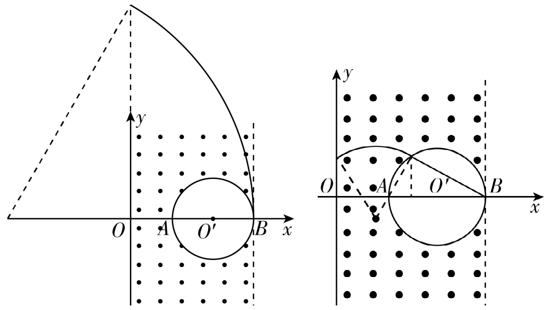
作出粒子运动轨迹,如图乙所示,粒子到达 B 点的速度方向与 x 轴正方向夹角为 $\beta=30°$,

设粒子做圆周运动的轨迹半径为 r_2,由几何关系得

$3a=2r_2\sin 30°+2a\cos^2 30°$,

由牛顿第二定律得 $qv_2B=m\frac{v_2^2}{r_2}$,

解得 $v_2=\frac{3qBa}{2m}$。



26. (1)0.4 s　(2)1.5 kg　1 m/s　4 m/s　(3)损失了 5.4 J

【解析】(1)因为 $\mu=\tan\theta$，

所以碰撞前 B、C 静止，A 匀速向下运动，A 与 B 发生弹性碰撞，由动量守恒定律可得

$m_Av_0=m_Av_A+m_Bv_B$，

由机械能守恒定律可得

$\frac{1}{2}m_Av_0^2=\frac{1}{2}m_Av_A^2+\frac{1}{2}m_Bv_B^2$，

联立解得 $v_A=\frac{m_A-m_B}{m_A+m_B}v_0=-3\ \text{m/s}$，$v_B=\frac{2m_A}{m_A+m_B}v_0=3\ \text{m/s}$，

碰撞后 A 反向运动，根据牛顿第二定律可得

$m_Ag\sin\theta+\mu m_Ag\cos\theta=m_Aa$，

解得 A 向上运动的加速度大小 $a=12\ \text{m/s}^2$，

A 与传送带共速所用的时间为 $t_2=\frac{|v_A|-v}{a}=0.1\ \text{s}$，

该过程中 A 的位移大小为 $x=\frac{v_A^2-v^2}{2a}=0.24\ \text{m}$，

此后 A 匀速上升，所用时间为 $t_3=\frac{0.6-0.24}{1.8}\ \text{s}=0.2\ \text{s}$，

碰撞前 A 匀速下滑的时间为 $t_1=\frac{0.6}{6}\ \text{s}=0.1\ \text{s}$，

故物块 A 从开始运动到再回到释放高度所用的时间为

$t=t_1+t_2+t_3=0.4\ \text{s}$。

(2) B 以 3 m/s 的速度开始压缩弹簧，C 的加速度方向沿传送带向下，所以第一象限是 C 的 $a-t$ 图线，第四象限是 B 的 $a-t$ 图线，B、C 系统因为重力沿传送带向下的分力大小等于滑动摩擦力大小，所以 B、C 系统动量守恒，t_0 时刻弹簧压缩到最短，此时有 $a_0=\frac{F_弹}{m_C}$，$\frac{a_0}{2}=\frac{F'_弹}{m_B}$，$F_弹=F'_弹$，

可得物块 C 的质量为 $m_C=1.5\ \text{kg}$，

t_0 时刻 B、C 速度相等，由动量守恒定律可得

$m_Bv_B=(m_B+m_C)v_共$，

解得 $v_共=2\ \text{m/s}$，

即 $|\Delta v_B|=1\ \text{m/s}$，$|\Delta v_C|=2\ \text{m/s}$，

由 $\Delta v=at$ 可得题图乙中图线与横轴所围成的图形面积可以表示 Δv，

所以 $S_1=1\ \text{m/s}$，$S_2=2|\Delta v_C|=4\ \text{m/s}$。

(3) 0 和 $2t_0$ 时刻弹簧均处于原长，所以 C 的位移等于 B 的位移，机械能变化量等于摩擦力对 B、C 做的功，

则 $\Delta E=-\mu m_C g x_0 \cos\theta-\mu m_B g x_0 \cos\theta=-5.4\ \mathrm{J}$，

即机械能损失了 5.4 J。

物理非选择题综合训练卷 2

24. (1) 11.25 s　(2) 2 860 J

【解析】(1) 对货物受力分析，根据牛顿第二定律有

$\mu mg\cos\theta - mg\sin\theta = ma$，

设货物做匀加速运动的时间为 t_1，则 $v = at_1$，

货物做匀加速运动的位移为 $x_1 = \frac{1}{2}at_1^2$，

当货物的速度与传送带的速度相同后，货物做匀速运动，设货物做匀速运动的时间为 t_2，则

$L - x_1 = vt_2$，

货物在传送带上的运动时间为 $t = t_1 + t_2$，

联立解得 $t = 11.25$ s。

(2) 设货物做匀加速运动的过程中相对传送带的位移为 Δx，此过程中因摩擦产生的热量为 Q，则 $\Delta x = vt_1 - x_1$，

$Q = \mu mg\cos\theta \cdot \Delta x$，

由能量守恒定律得，从货物滑上传送带到离开传送带该装运系统额外消耗的电能为 $\Delta E = \Delta E_p + \Delta E_k + Q$，

其中 $\Delta E_p = mgL\sin\theta$，$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2$，

解得 $\Delta E = 2\ 860$ J。

25. (1) $\frac{T_1 - T_0}{T_1}m_0$　(2) 360 K

【解析】(1) 小孔将容器内外空气连通，故容器内气体压强不变，气体温度升高到 T_1 时，根据盖－吕萨克定律有 $\frac{V}{T_0} = \frac{V + \Delta V}{T_1}$，

设升温至 T_1 后逸出的体积为 ΔV 的空气在温度为 T_0 时的体积为 V_1，则有 $\frac{\Delta V}{T_1} = \frac{V_1}{T_0}$，

同种气体在相同压强和相同温度下密度相等，即 $\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{V_1}{V}$，

联立解得 $\Delta m = \frac{T_1 - T_0}{T_1}m_0$。

(2) 水进入容器开始形成液封，当容器内气体温度恢复到 T_0 时，容器内外水面的高度差为 h，容器内部气体体积为 $S(H-h)$，设此时气体压强为 p_1，容器内部气体质量不变，根据理想气体状态方程有 $\frac{p_0SH}{T_1} = \frac{p_1S(H-h)}{T_0}$，

当水不再进入容器内部时有 $p_1 + \rho gh = p_0$，

联立解得 $T_1 \approx 360$ K。

26. (1) $\frac{mg}{3qB}$　(2) $\frac{2m}{qB}(\pi+1)$　$\frac{2m^2g}{3q^2B^2}$　(3) $\frac{5mg}{3qB}$　$\frac{4m^2g}{3q^2B^2}$

【解析】(1) 小球 P、Q 首次发生弹性碰撞时，取向右为正方向，

由动量守恒定律得 $mv_0 = mv_P + mv_Q$，

由机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_P^2 + \frac{1}{2}mv_Q^2$，

联立解得 $v_P=0, v_Q=v_0=\frac{mg}{3qB}$。

(2)对于小球 Q,由于 $qE=mg$,故小球 Q 做匀速圆周运动,

由洛伦兹力提供向心力,则 $qv_QB=\frac{mv_Q^2}{r}$,

经过一个周期的时间 $t_1=T=\frac{2\pi r}{v_Q}=\frac{2\pi m}{qB}$,

小球 P、Q 再次发生弹性碰撞,由(1)可知碰后 $v'_P=v_0=\frac{mg}{3qB}$,

$v'_Q=0$,

小球 P 离开平台后做平抛运动,设平抛运动的时间为 t_2,则

有 $h=\frac{1}{2}gt_2^2$,

代入数据得 $t_2=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\frac{2m}{qB}$,

故 P 与 Q 首次发生碰撞后到 P 落地,经过的时间为

$t=t_1+t_2=\frac{2\pi m}{qB}+\frac{2m}{qB}=\frac{2m}{qB}(\pi+1)$,

落地点与平台边缘间的水平距离 $x_P=v'_Pt_2=\frac{2m^2g}{3q^2B^2}$。

(3)P、Q 相碰后,小球 Q 的速度 $v_Q=v_0$,碰撞后 Q 开始运动至第一次到达最低点时,Q 有最大速度,故从碰撞后 Q 开始运动至第一次到达最低点过程,

对小球 Q,由动量定理得 $q\overline{v_y}Bt=mv_m-mv_0$,

即 $qBH=mv_m-mv_0$,

由动能定理可得 $mgH=\frac{1}{2}mv_m^2-\frac{1}{2}mv_0^2$,

解得 $v_m=\frac{5mg}{3qB}$,$H=\frac{4m^2g}{3q^2B^2}$。