卷③ 第2章基础诊断卷（A卷）

答案及评分细则

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	B	A	D	A	C	A	B	C

11. $x^2-3x+10=0$　**12.** $-\frac{5}{2}$　**13.** 2 024　**14.** $k\leqslant1$

15. $(20-2x)(18-x)=306$　**16.** 4　**17.** 14　**18.** 12

19.【解】(1) $x^2+x-4=0$, $\therefore a=1, b=1, c=-4$.

$\because \Delta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times(-4)=1+16=17>0$, ……（1分）

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$, $\therefore x_1=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$, $x_2=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$. ……（3分）

(2) $(2x+1)^2+15=8(2x+1)$, $(2x+1)^2-8(2x+1)+15=0$, $(2x+1-3)(2x+1-5)=0$, $(2x-2)(2x-4)=0$, ……（4分）

$2x-2=0$ 或 $2x-4=0$,解得 $x_1=1, x_2=2$. …（6分）

20.【解】$\because x=-2$ 是一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 的一个根,$\therefore (-2)^2+2\times(-2)+m=0$, ……（1分）

解得 $m=0$, ……（2分）

$\therefore$ 一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 为 $x^2+2x=0$, ……（3分）

即 $x(x+2)=0$, ……（4分）

解得 $x=0$ 或 $x=-2$, ……（5分）

$\therefore$ 方程的另一个根是 $x=0$, m 的值为 0. ……（7分）

21. (1)【证明】$\because \Delta=(-2)^2-4\times1\times(-3m^2)=4+12m^2>0$, ……（1分）

$\therefore$ 方程总有两个不相等的实数根. ……（2分）

(2)【解】根据根与系数的关系得 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3m^2$, ……（3分）

而 $\alpha+3\beta=8$, $\therefore$ 有 $\begin{cases}\alpha+\beta=2,\\ \alpha+3\beta=8,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}\alpha=-1,\\ \beta=3,\end{cases}$ ……（5分）

$\therefore -3m^2=(-1)\times3=-3$,即 $m^2=1$,解得 $m_1=1, m_2=-1$,即 m 的值为 1 或 -1. ……（7分）

22.【解】(1)设该品牌电动自行车销售量的月平均增长率为 x.

由题意得 $150(1+x)^2=216$, ……（2分）

解得 $x_1=-2.2$(不合题意,舍去), ……（3分）

$x_2=0.2=20\%$.

答:该品牌电动自行车销售量的月平均增长率为 20%. ……（5分）

上分攻略 评分细则

19. (1)使用公式法解一元二次方程时,要验证 Δ 是否大于等于 0,否则不得分.

20. $x^2+2x=0$ 化为 $x(x+2)=0$ 时,方程左右两边不要同时除以 x,否则不得分.

21. (1)计算 Δ 时,不要忘记 a,b,c 是带有符号的,否则不得分.

22. (1)求出方程的解后,要根据实际问题对 x 进行取舍,否则扣 2 分.

答案及评分细则

（2）$\because 216\times(1+20\%)=259.2<300$，…… （6 分）

$\therefore$ 4 月份的销售量不会达到 300 辆. … （7 分）

23.【解】（1）$[-4,3]*[2,-6]=-4\times2-3\times(-6)=10$.

…………………………………………… （3 分）

（2）根据题意得 $x(mx+1)-m(2x-1)=0$，

整理得 $mx^2+(1-2m)x+m=0$. ………… （5 分）

$\because$ 关于 x 的方程 $[x,2x-1]*[mx+1,m]=0$ 有两个实数根，$\therefore \Delta=(1-2m)^2-4m\cdot m\geq0$，且 $m\neq0$，

…………………………………………… （6 分）

解得 $m\leq\dfrac{1}{4}$ 且 $m\neq0$. ……………… （7 分）

24.【解】（1）设一次函数关系式为 $y=kx+b(k\neq0)$.

由题意得当 $x=2$ 时，$y=120$；当 $x=4$ 时，$y=140$，

$\therefore \begin{cases}2k+b=120,\\4k+b=140,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=10,\\b=100,\end{cases}$ ………… （2 分）

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y=10x+100$.

…………………………………………… （4 分）

（2）根据题意，得 $(100-60-x)(10x+100)=5\ 250$，

…………………………………………… （5 分）

整理得 $x^2-30x+125=0$，

解得 $x_1=5$，$x_2=25$. …………………… （7 分）

答：商贸公司要想获利 5 250 元，则这种干果每千克应降价 5 元或 25 元. ……………… （8 分）

25.【解】（1）设所求方程的根为 y，则 $y=-x$，所以 $x=-y$. ……………………………… （2 分）

把 $x=-y$ 代入方程 $x^2+x-2=0$，

得 $(-y)^2+(-y)-2=0$，……………… （4 分）

化简，得 $y^2-y-2=0$.

故所求方程为 $y^2-y-2=0$. …………… （5 分）

（2）设所求方程的根为 y，则 $y=x+1$，

所以 $x=y-1$. ……………………………… （7 分）

把 $x=y-1$ 代入方程 $x^2+3x-5=0$，得 $(y-1)^2+3(y-1)-5=0$，……………………… （9 分）

化简，得 $y^2+y-7=0$.

故所求的方程为 $y^2+y-7=0$. ………… （10 分）

26.【解】（1）已知小路的宽度为 x m，则 $(16-2x)(12-2x)=\dfrac{1}{2}\times16\times12$. …………… （4 分）

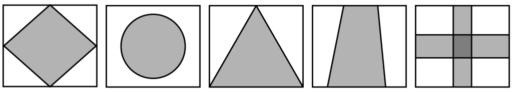
（2）四个角上的四个扇形可合并成一个圆，设这个圆的半径为 r m，故有 $\pi r^2=\dfrac{1}{2}\times16\times12$，

…………………………………………… （6 分）

解得 $r=4\sqrt{2}$（负值已舍去）.

答：扇形的半径为 $4\sqrt{2}$ m. ……………… （9 分）

（3）设计方案如图所示（答案不唯一）：



…………………………………………… （14 分）

上分攻略　评分细则

23.（2）将新定义与一元二次方程联系起来，得到关于 x 的一元二次方程是关键得分点.

24.（1）求出 k，b 的值得 2 分.

24.（2）列出方程得 1 分.

25. 用 y 表示出 x 得 2 分.

26.（1）题意是“花园四周小路的宽度相等”，所以不要错误写成 $(16-x)(12-x)=\dfrac{1}{2}\times16\times12$，否则不得分.

26.（3）此小问满分为 5 分，画出一种设计方案得 1 分.

上分解析

1. A 【解析】

序号	分析	判断
①$3x^2+x=20$	是一元二次方程	符合题意
②$ax^2+bx+c=0$	a 的值不确定,不能确定未知数的最高次数是 2,从而不能确定此方程是一元二次方程	不符合题意
③$x^2-\frac{1}{x}=4$	不是整式方程,故不是一元二次方程	不符合题意
④$x^2=1$	是一元二次方程	符合题意
⑤$x^2-3x=(x+1)(x-1)$	整理后为 $3x-1=0$,是一元一次方程	不符合题意

综上,符合题意的有①④,故选 A.

上分总结 一元二次方程的判断

要判断一个方程是否为一元二次方程,先看它是否为整式方程,其次看未知数的个数是否为 1,最后看未知数的最高次数是否为 2. 若是,再对它进行整理. 如果能整理为 $ax^2+bx+c=0$(a,b,c 为常数,$a\neq0$)的形式,那么这个方程就是一元二次方程.

2. C 【解析】根据表格可得方程 $ax^2+bx+c=0$(a,b,c 为常数,$a\neq0$)的一个解 x 的范围为 $5.13<x<5.14$. $\because |-0.02|=0.02$,$|0.01|=0.01$,且 $0.02>0.01$,$\therefore$ 方程的一个解最接近于 5.14. 故选 C.

3. B 【解析】 $\boxed{x^2+4x+5=0}\to\boxed{x^2+4x=-5}\to\boxed{x^2+4x+4=-1}\to\boxed{(x+2)^2=-1}$

4. A 【解析】一元二次方程 $x^2+5x+1=0$ 中的 $a=1,b=5,c=1$,则这个方程根的判别式为 $\Delta=5^2-4\times1\times1=21>0$,所以方程有两个不相等的实数根. 故选 A.

5. D 【解析】把方程移项得,$x^2-5x=0$,即 $x(x-5)=0$,解得 $x_1=0,x_2=5$. 故选 D.

6. A 【解析】甲在解方程时,方程两边同时除以$(2x-1)$,导致少了一个解,所以自己负责的一步出现错误的是甲. 故选 A.

7. C 【解析】

$\boxed{\text{根与系数的关系}}\to\boxed{x_1+x_2=-3,\ x_1x_2=2}\to\boxed{x_1+x_2-x_1x_2=-3-2=-5}$

8. A 【解析】根据题意得 $\frac{1}{2}x(x-1)=15$. 故选 A.

9. B 【解析】设 $2x-1=t$,则一元二次方程可化为 $t^2-2t-3=0$,由题意可知,$t_1=-1,t_2=3$,则 $2x-1=-1$ 或 $2x-1=3$,$\therefore x_1=0,x_2=2$. 故选 B.

10. C 【解析】$\because (x-y)^2\geqslant0$,$\therefore xy\leqslant\frac{1}{2}(x^2+y^2)$,$\therefore ax^2-bxy+ay^2\geqslant a(x^2+y^2)-\frac{1}{2}\cdot b(x^2+y^2)$. $\because ax^2-bxy+ay^2=1$,$\therefore \left(a-\frac{1}{2}b\right)(x^2+y^2)\leqslant1$. $\because 2a>b$,$\therefore 2a-b>0$,$\therefore a-\frac{1}{2}b>0$,$\therefore x^2+y^2\leqslant\frac{2}{2a-b}$,$\therefore x^2+y^2$ 的最大值为 $\frac{2}{2a-b}$. $\because (x+y)^2\geqslant0$,$\therefore xy\geqslant-\frac{1}{2}(x^2+y^2)$,$\therefore ax^2-bxy+ay^2\leqslant a(x^2+y^2)+\frac{1}{2}\cdot b(x^2+y^2)$. $\because ax^2-bxy+ay^2=1$,$\therefore \left(a+\frac{1}{2}b\right)(x^2+y^2)\geqslant1$,$\therefore x^2+y^2\geqslant\frac{2}{2a+b}$,$\therefore x^2+y^2$ 的最小值为 $\frac{2}{2a+b}$,$\therefore \frac{2}{2a+b}+$

$\frac{2}{2a-b}=\frac{8a}{4a^2-b^2}$故选 C.

11. $x^2-3x+10=0$　**【解析】**$x(x+2)=5(x-2)$,$x^2+2x=5x-10$,$x^2-3x+10=0$,故答案为 $x^2-3x+10=0$.

12. $-\frac{5}{2}$　**【解析】**把 $x=4$ 代入方程 $x^2+bx-6=0$ 得 $16+4b-6=0$,解得 $b=-\frac{5}{2}$. 故答案为 $-\frac{5}{2}$.

13. 2 024　**【解析】**由题意知,$m^2-m-2\ 023=0$,$\therefore m^2-m=2\ 023$,$\therefore m^2-m+1=2\ 024$.

14. $k\leqslant 1$　**【解析】**

方程 $kx^2+2x+1=0$ 有实数根
- ①若 $k\neq 0$，方程为一元二次方程 $\to \Delta=4-4k\geqslant 0 \to k\leqslant 1$ 且 $k\neq 0$
- ②若 $k=0$，方程为 $2x+1=0$，有实数根

$\to k\leqslant 1$

上分警示　**求方程中未知字母取值的易错点**

没有明确是什么方程时,需分类讨论,另外,一元二次方程有实数根时,不要忘记 $\Delta=0$ 的情况.

15. $(20-2x)(18-x)=306$　**【解析】**$\because$ 花园长 20 米,宽 18 米,且小路的宽为 x 米,$\therefore$ 种植花卉的部分可合成长为$(20-2x)$米,宽为$(18-x)$米的矩形. 根据题意得$(20-2x)(18-x)=306$.

16. 4　**【解析】**$\because a$ 是方程 $x^2+x-2=0$ 的根,$\therefore a^2+a-2=0$,$\therefore a^2-2=-a$,$a^2+a=2$,$\therefore (a^2+a)\left(a-\frac{2}{a}+3\right)=2\times\left(\frac{a^2-2}{a}+3\right)=2\times\left(-\frac{a}{a}+3\right)=4$. 故答案为 4.

17. 14　**【解析】**解不等式组得$\begin{cases}x>-1,\\ x\leqslant\frac{3a-1}{4}.\end{cases}$ $\because$ 原不等式组有解,$\therefore \frac{3a-1}{4}>-1$,$\therefore a>-1$.

$\because$ 关于 x 的一元二次方程$(a-1)x^2-4x+1=0$ 有实数根,$\therefore \begin{cases}a-1\neq 0,\\ \Delta=16-4(a-1)\geqslant 0,\end{cases}$ 解得 $a\leqslant 5$ 且 $a\neq 1$,$\therefore a$ 的取值范围为$-1<a\leqslant 5$ 且 $a\neq 1$. 又$\because a$ 为整数,$\therefore a=0$ 或 2 或 3 或 4 或 5,$\therefore$ 所有满足条件的整数 a 的和为 $0+2+3+4+5=14$. 故答案为 14.

18. 12　**【解析】**观察图形可知,当 n 为奇数时,黑色小正方形的个数为 $1,5,9,\cdots,2n-1$;当 n 为偶数时,黑色小正方形的个数为 $4,8,12,\cdots,2n$. 由上可知,n 为偶数时 $P_1=2n$,白色小正方形与黑色小正方形的总数为 n^2,$\therefore P_2=n^2-2n$. 根据题意得 $n^2-2n=5\times 2n$,则 $n^2-12n=0$,解得 $n_1=12$,$n_2=0$(不合题意,舍去). 故答案为 12.

19.【关键点拨】本题考查了解一元二次方程的方法——因式分解法和公式法,熟练掌握解一元二次方程的方法是解题的关键.

20.【关键点拨】本题考查一元二次方程根的定义及用因式分解法解一元二次方程,熟练掌握一元二次方程根的定义及解法是解决问题的关键.

21.【关键点拨】本题考查了一元二次方程根与系数的关系和根的判别式,熟练掌握根的判别式以及根与系数的关系是解题的关键.

22.【思路分析】(1)设该品牌电动自行车销售量的月平均增长率为 x,根据 1 月份的销售量$\times(1+$增长率$)^2=3$ 月份的销售量,列出一元二次方程,解方程并对 x 进行取舍即可.

(2)根据(1)中求出的平均增长率列式计算,后比较大小,即可得到答案.

23.【思路分析】(1)根据新定义运算列式计算.

(2)先根据新定义得到 $x(mx+1)-m(2x-1)=0$,再把方程化为一般形式,根据题意得到 $\Delta\geqslant 0$ 且 $m\neq 0$,解之即可.

24.【思路分析】(1)设一次函数关系式为 $y=kx+b(k\neq 0)$,由题意得当 $x=2$ 时,$y=120$;当 $x=4$ 时,$y=140$,得出方程组,解方程组即可;

(2)由题意得出方程$(100-60-x)(10x+100)=5\ 250$,解方程即可.

25.【思路分析】(1)根据题意可得所求方程的根与原方程的根的关系,用含所求方程的根的代数式表示原方程的根,代入原方程即可得出所求的方程.(2)同理(1)即可求解.

26.【思路分析】(1)利用矩形的面积公式列方程.

(2)四个角上的扇形相同,合在一起正好是一个圆,根据圆的面积公式列方程,进行解答,从而求出半径.

(3)答案不唯一,发挥想象,符合要求即可.

第 2 章　对点上分

上分解析

1. C 【解析】A 选项，x^2-2x-3 是多项式，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；B 选项，当 $a=0$ 时，$ax^2+1=0$ 不是一元二次方程，故本选项不符合题意；C 选项，$5-x(x-1)=5$ 是一元二次方程，故本选项符合题意；D 选项，$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-2=0$ 是分式方程，故本选项不符合题意. 故选 C.

2. D 【解析】原方程化为一般形式为 $5x^2-6x+8=0$，则二次项系数、一次项系数及常数项分别是 5，−6，8. 故选 D.

3. B 【解析】$\because$ 关于 x 的方程 $x^2+ax+6=0$ 有一个根为 −3，$\therefore (-3)^2+(-3)a+6=0$，$\therefore 9-3a+6=0$，解得 $a=5$，故选 B.

4. 4 【解析】设 $a^2+b^2=t(t\geqslant 0)$，则 $t(t-2)=8$，整理得 $(t-4)(t+2)=0$，解得 $t=4$ 或 $t=-2$（舍去），则 $a^2+b^2=4$. 故答案为 4.

5. 【解】(1) $(x-1)^2=9$，$x-1=\pm 3$，解得 $x_1=-2$，$x_2=4$.

(2) $x^2+2x-1=0$，配方，得 $x^2+2x+1=2$，即 $(x+1)^2=2$，$\therefore x+1=\pm\sqrt{2}$，$\therefore x_1=-1+\sqrt{2}$，$x_2=-1-\sqrt{2}$.

(3) $2x^2+3x-1=0$，$\because a=2$，$b=3$，$c=-1$，$\therefore \Delta=3^2-4\times 2\times(-1)=17>0$，

$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2\times 2}$，$\therefore x_1=\frac{-3+\sqrt{17}}{4}$，$x_2=\frac{-3-\sqrt{17}}{4}$.

(4) $(x-1)^2-5(x-1)+6=0$，$(x-1-3)(x-1-2)=0$，$x-1-3=0$ 或 $x-1-2=0$，$\therefore x_1=4$，$x_2=3$.

6. (1)【证明】$\because \Delta=b^2-4ac=[-(m+4)]^2-4\times 4m=m^2-8m+16=(m-4)^2\geqslant 0$，$\therefore$ 该方程总有两个实数根.

(2)【解】用因式分解法解此方程 $x^2-(m+4)x+4m=0$，可得 $(x-4)(x-m)=0$，解得 $x_1=4$，$x_2=m$，若该方程有一个根小于 1，则 $m<1$.

7. 【解】$6x^2+7x-3=0$，拆项、分组得 $(6x^2+9x)-(2x+3)=0$，提公因式得 $3x(2x+3)-(2x+3)=0$，再提公因式得 $(2x+3)(3x-1)=0$，即 $2x+3=0$ 或 $3x-1=0$，$\therefore x_1=-\frac{3}{2}$，$x_2=\frac{1}{3}$.

8. A 【解析】设点 P 运动的时间为 t s，则 $BP=(6-t)$ cm，$BQ=2t$ cm. 依题意得 $\frac{1}{2}(6-t)\times 2t=5$，整理得 $t^2-6t+5=0$，解得 $t_1=1$，$t_2=5$. $\because$ 当 Q 到达点 C 时两点同时停止运动，$\therefore 2t\leqslant 8$，$\therefore t\leqslant 4$，$\therefore t=1$. 故选 A.

9. 有两个不相等的实数根 【解析】$\because m\&n=m^2-mn+2$，$x\&3=0$，$\therefore x^2-3x+2=0$. $\because a=1$，$b=-3$，$c=2$，$\therefore \Delta=(-3)^2-4\times 1\times 2=1>0$，$\therefore$ 方程 $x\&3=0$ 有两个不相等的实数根，故答案为有两个不相等的实数根.

10. 4 【解析】$\because$ 阴影部分的面积为 64，$\therefore x^2+12x=64$. 由题中求正数解的几何方法可知，小唐的方法为先构造一个面积为 x^2 的正方形，再以正方形的各边为一边向外构造四个面积为 $3x$ 的矩形，得到大正方形的面积为 $64+3^2\times 4=64+36=100$，则该方程的正数解为 $10-6=4$，故答案为 4.

11. A 【解析】设这两年苹果储存量的年平均增长率为 x. 根据题意得 $350(1+x)^2=423.5$，解得 $x_1=0.1$，$x_2=-2.1$（舍去），即这两年苹果储存量的年平均增长率为

10%. 故选 A.

12.【解】(1) $y=-2x+160$. 设每天销售数量 y(件)与销售单价 x(元/件)之间的关系式为 $y=kx+b(k\neq 0)$. 把(35,90),(40,80)代入得

$\begin{cases}35k+b=90,\\40k+b=80,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=160,\end{cases}$ $\therefore y=-2x+160$.

(2)根据题意得 $(x-30)\cdot(-2x+160)=1\ 200$,解得 $x_1=50$, $x_2=60$. $\because$ 规定销售单价不低于成本且不高于 52 元, $\therefore x=50$.

答:销售单价应定为 50 元/件.

(3) x 的所有可能取值为 50,51,52. 根据题意得 $(x-30)\cdot(-2x+160)\geqslant 1\ 200$,解得 $50\leqslant x\leqslant 60$. $\because$ 销售单价不低于成本且不高于 52 元, $\therefore 30\leqslant x\leqslant 52$, $\therefore 50\leqslant x\leqslant 52$. 又 $\because$ 销售单价 x 为整数, $\therefore x$ 的所有可能取值为 50,51,52.

上分专题（二）　根的判别式和根与系数的关系的应用

上分解析

1. 2　【解析】根据题意得 $x_1 \cdot x_2=k^2+1$，则 $k^2+1=5$，解得 $k=\pm2$. ∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2k+1)x+k^2+1=0$ 有两个不等实数根，∴ $\Delta=(2k+1)^2-4(k^2+1)>0$，∴ $k>\frac{3}{4}$，∴ $k=2$.

2. -5　【解析】∵ 关于 x 的一元二次方程 $(a+2)x^2+4x+1=0$ 有实数解，∴ $\Delta=4^2-4(a+2)\geqslant0$ 且 $a+2\neq0$，解得 $a\leqslant2$ 且 $a\neq-2$. ∵ 关于 y 的分式方程 $\frac{ay-1}{3-y}+4=\frac{1}{y-3}$ 有正整数解，a 为整数，∴ $y=\frac{12}{4-a}$，∴ $a=-8,-2,0,1,2,3$. ∵ $y\neq3$，∴ $a=-8,-2,1,2,3$. ∵ $a\leqslant2$ 且 $a\neq-2$，∴ $a=-8,1,2$，∴ 符合条件的所有整数 a 的和是 $-8+1+2=-5$. 故答案为 -5.

3. (1)【证明】∵ $\Delta=b^2-4\times1\times(-3)=b^2+12>0$，∴ 方程总有两个不相等的实数根.

(2)【解】设方程的另一个根为 m，由根与系数的关系得 $1\times m=-3$，解得 $m=-3$，∴ 方程的另一个根为 -3. ∵ $1+(-3)=-\frac{b}{a}$，∴ $-b=1+(-3)$，∴ $b=2$.

4.【解】(1) ∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2-2kx+k^2+k+1=0$ 有两个实数根，

∴ $\Delta=(-2k)^2-4(k^2+k+1)\geqslant0$，整理得 $-4k-4\geqslant0$，解得 $k\leqslant-1$.

(2) ∵ 一元二次方程为 $x^2-2kx+k^2+k+1=0$，

∴ $x_1x_2=k^2+k+1$，$x_1+x_2=2k$.

∵ $x_1x_2-x_1-x_2=3$，∴ $x_1x_2-(x_1+x_2)=3$，

∴ $k^2+k+1-2k=3$，整理得 $k^2-k-2=0$，解得 $k_1=-1$，$k_2=2$.

∵ $k\leqslant-1$，∴ $k=-1$.

5. (1)【证明】∵ $\Delta=[-(2m+1)]^2-4(m^2+m)=4m^2+4m+1-4m^2-4m=1>0$，∴ 无论 m 取何值时，方程都有两个不相等的实数根.

(2)【解】∵ 该方程的两个实数根为 a,b，∴ $a+b=-\frac{-(2m+1)}{1}=2m+1$，$ab=\frac{m^2+m}{1}=m^2+m$. ∵ $(2a+b)(a+2b)=2a^2+4ab+ab+2b^2=2(a^2+2ab+b^2)+ab=2(a+b)^2+ab$，∴ $2(a+b)^2+ab=20$，∴ $2(2m+1)^2+m^2+m=20$，整理得 $m^2+m-2=0$，解得 $m_1=-2$，$m_2=1$，∴ m 的值为 -2 或 1.

6.【解】(1) 根据题意得 $\Delta=(-4)^2-4(m+1)\geqslant0$，解得 $m\leqslant3$.

(2) 由一元二次方程的根与系数的关系得 $x_1+x_2=4$，$x_1x_2=m+1$.

∵ $(x_1-1)(x_2-1)\geqslant-1$，即 $x_1x_2-(x_1+x_2)+1\geqslant-1$，∴ $m+1-4+1\geqslant-1$，解得 $m\geqslant1$.

∵ $m\leqslant3$，∴ $1\leqslant m\leqslant3$，∴ m 的整数值为 1，2 和 3，它们的和为 $1+2+3=6$.

7.【解】(1) 当 $a=5$ 时，方程为 $-4x-1=0$，方程有实数根. 当 $a\neq5$ 时，方程为一元二次方程，$\Delta=16+4(a-5)=4a-4\geqslant0$，解得 $a\geqslant1$. ∴ a 的取值范围是 $a\geqslant1$.

(2) 存在. 根据题意得 $x_1+x_2=\frac{4}{a-5}$，$x_1x_2=-\frac{1}{a-5}$. ∵ $x_1+x_2+x_1x_2=3$，∴ $\frac{4}{a-5}-\frac{1}{a-5}=3$，解这个方程得 $a=6$. 经检验，$a=6$ 是分式方程的解. 又∵ $a\geqslant1$，∴ 存在实数 a，使方程的两根 x_1,x_2 满足 $x_1+x_2+x_1x_2=3$，此时 $a=6$.

8.【解】(1)∵一元二次方程 $kx^2+(k-2)x+\frac{k}{4}=0$ 有两个不相等的实数根,∴ $\Delta=b^2-4ac=(k-2)^2-4k\times\frac{k}{4}=-4k+4>0$, $k\neq0$,解得 $k<1$ 且 $k\neq0$.

(2)不存在. 理由:假设存在实数 k,使方程两实数根的倒数和等于 0,设方程 $kx^2+(k-2)x+\frac{k}{4}=0$ 的两根为 x_1,x_2,则 $x_1+x_2=-\frac{k-2}{k}$, $x_1x_2=\frac{1}{4}$,∴ $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{-\frac{k-2}{k}}{\frac{1}{4}}=-\frac{4(k-2)}{k}=0$,即 $k-2=0$ 且 $k\neq0$,解得 $k=2$. 又∵ $k<1$,∴ 不存在实数 k,使方程两实数根的倒数和等于 0.

9.【解】(1)根据题意得 $\Delta=4(m+1)^2-4(m^2+5)\geqslant0$,解得 $m\geqslant2$. 由根与系数的关系得 $x_1+x_2=2(m+1)$, $x_1x_2=m^2+5$. ∵ $(x_1-1)(x_2-1)=28$,即 $x_1x_2-(x_1+x_2)+1=28$,∴ $m^2+5-2(m+1)+1=28$,整理得 $m^2-2m-24=0$,解得 $m_1=6$, $m_2=-4$. ∵ $m\geqslant2$,∴ m 的值为 6.

(2)分两种情况讨论:①当腰长为 7 时, $x=7$ 是一元二次方程 $x^2-2(m+1)x+m^2+5=0$ 的一个根. 令 $x_1=7$,代入方程得 $49-14(m+1)+m^2+5=0$,整理得 $m^2-14m+40=0$,解得 $m_1=10$, $m_2=4$. 当 $m=10$ 时, $x_1+x_2=2(m+1)=22$,解得 $x_2=15$,而 $7+7<15$,故舍去;当 $m=4$ 时, $x_1+x_2=2(m+1)=10$,解得 $x_2=3$,此时 $3+7>7$,能构成三角形,∴ 三角形周长为 $3+7+7=17$. ②当底边长为 7 时, $x_1=x_2$. 由(1)得 $m=2$,方程化为 $x^2-6x+9=0$,解得 $x_1=x_2=3$,而 $3+3<7$,故舍去. 综上,这个三角形的周长为 17.

10.【解】(1)∵方程的两根为菱形相邻的两边长,∴ 此方程有两个相等的实数根,

∴ $\Delta=0$,即 $[-2(k+1)]^2-4(k^2+k+3)=0$,整理得 $4k-8=0$,解得 $k=2$.

(2)不存在. 理由如下:设菱形的两对角线长为 a,b.

∵ 该方程的两根是菱形的两对角线长,

∴ $a+b=2(k+1)$, $ab=k^2+k+3$.

∵ 菱形的两对角线互相垂直平分,

∴ 由勾股定理得 $\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=4$,整理得 $b^2+a^2=16$,

∴ $(a+b)^2-2ab=16$,即 $[2(k+1)]^2-2(k^2+k+3)=16$,解得 $k=\frac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}$.

∵ $\Delta=4k-8$,∴ $4k-8\geqslant0$,∴ $k\geqslant2$.

∵ $\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}<2$, $\frac{-3-3\sqrt{5}}{2}<2$,

∴ 不存在满足条件的常数 k.

卷④ 第 2 章提优验收卷（B 卷）

答案及评分细则

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	A	A	D	D	B	C	B

11. 3　**12.** 1(答案不唯一)　**13.** -1

14. $x^2+2x-20=0$　**15.** 2　**16.** 12　**17.** 6　**18.** 3

19.【解】(1)$\because (y-2)(y-3)=12,\therefore y^2-5y-6=0,$

$\therefore (y-6)(y+1)=0,\therefore y-6=0$ 或 $y+1=0,$

$\therefore y_1=6,y_2=-1.$ ……………………………（3 分）

(2)$\because 2x^2+3x-1=0,\therefore 2\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)=1,\therefore 2\left(x^2+\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}-\frac{9}{16}\right)=1,\therefore 2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{8}=1,\therefore 2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2=\frac{17}{8},\therefore \left(x+\frac{3}{4}\right)^2=\frac{17}{16},\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}.$

$\therefore x_1=\frac{-3+\sqrt{17}}{4},x_2=\frac{-3-\sqrt{17}}{4}.$ ………（6 分）

20.【解】(1)$\because$ 关于 x 的方程 $x^2+x+c=0$ 是常数根一元二次方程，$\therefore$ 方程的一个根为 $x=c$，

代入方程，得 $c^2+2c=0$，解得 $c=0$ 或 -2.

故答案为 0 或 -2. …………………………（3 分）

(2)$\because$ 关于 x 的方程 $x^2+2mx+m+1=0$ 是常数根一元二次方程，

$\therefore$ 方程的一个根为 $x=m+1$，……………（4 分）

代入方程，得 $(m+1)^2+2m(m+1)+m+1=0$，

整理，得 $3m^2+5m+2=0$，

解得 $m=-\frac{2}{3}$ 或 -1. ………………………（7 分）

21.【解】(1)$\because x_1,x_2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+m=0$ 的两个实数根，且 $x_1+2x_2=3-\sqrt{2}$，

$\therefore x_1+x_2=2,x_1\cdot x_2=m$，……………………（2 分）

$\therefore \begin{cases}x_1+x_2=2,\\x_1+2x_2=3-\sqrt{2},\end{cases}\therefore \begin{cases}x_1=1+\sqrt{2},\\x_2=1-\sqrt{2},\end{cases}$ ……（4 分）

$\therefore m=x_1\cdot x_2=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=1-2=-1.$

…………………………………………………（5 分）

(2)由(1)可知 $m=-1$，$\therefore$ 方程为 $x^2-2x-1=0$.

$\because x_1,x_2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x-1=0$ 的两个实数根，

$\therefore x_1^2-2x_1-1=0,x_1+x_2=2$，…………（6 分）

上分攻略 评分细则

19. (2)需用配方法解方程，否则不得分.

21. (1)利用一元二次方程的根与系数的关系求得“$x_1+x_2=2,x_1\cdot x_2=m$”得 2 分.

$\therefore x_1^2-2x_1=1$，$\therefore x_1^3-3x_1^2+2x_1+x_2=x_1^3-2x_1^2-x_1-x_1^2+2x_1+x_1+x_2=x_1(x_1^2-2x_1-1)-(x_1^2-2x_1)+(x_1+x_2)=-1+2=1$. ……………………………… (8 分)

22.【解】(1)设一次项系数为 b，则方程为 $x^2+bx-6=0$. ……………………………… (2 分)

把 $x=-2$ 代入方程，得 $4-2b-6=0$，…… (4 分)

解得 $b=-1$，

$\therefore$ 一次项系数为 -1. …………………… (5 分)

(2)设一次项系数为 b，则方程为 $x^2+bx-6=0$，

$\therefore \Delta=b^2-4\times1\times(-6)=b^2+24>0$，……… (7 分)

$\therefore$ 不论一次项系数为何值，这个方程总有两个不相等的实数根. ……………………… (8 分)

23.【解】(1)$\because$ 木栏总长为 32 m，两处各留 2 m 宽的门，苗圃 $ABCD$ 的一边 CD 长为 x m，

$\therefore AD$ 长为 $(36-3x)$ m.

故答案为 $(36-3x)$. …………………… (2 分)

(2)根据题意得 $x\cdot(36-3x)=96$，

解得 $x=4$ 或 $x=8$. ……………………… (4 分)

$\because x=4$ 时，$36-3x=24>14$，$\therefore x=4$ 舍去，

$\therefore x$ 的值为 8. …………………………… (5 分)

(3)不能，理由如下：假设苗圃 $ABCD$ 的面积能为 110 m^2，由题意得 $x(36-3x)=110$，

整理得 $3x^2-36x+110=0$. ……………… (6 分)

$\because \Delta=(-36)^2-4\times3\times110=-24<0$，

$\therefore$ 原方程没有实数根，…………………… (7 分)

$\therefore$ 苗圃 $ABCD$ 的面积不能为 110 m^2. … (8 分)

24.【解】(1)设该款吉祥物 9 月份到 11 月份销售量的月平均增长率为 x.

根据题意得 $256(1+x)^2=400$，………… (2 分)

解得 $x_1=0.25=25\%$，$x_2=-2.25$(不符合题意，舍去).

答：该款吉祥物 9 月份到 11 月份销售量的月平均增长率为 25%. ……………………… (3 分)

(2)设该款吉祥物售价为 y 元，则每件的销售利润为 $(y-35)$ 元，月销售量为 $400+20(58-y)=(1\ 560-20y)$ 件. …………………………… (4 分)

根据题意得 $(y-35)(1\ 560-20y)=8\ 400$，

………………………………………………… (5 分)

整理得 $y^2-113y+3\ 150=0$，

解得 $y_1=50$，$y_2=63$(不符合题意，舍去).

答：该款吉祥物售价为 50 元时，月销售利润达到 8 400 元. …………………………………… (8 分)

25. (1)是 ……………………………………… (2 分)

【解析】解方程 $x^2-5x+6=0$ 得 $x_1=3$，$x_2=2$. $\because$ 3 比 2 大 1，$\therefore$ 方程 $x^2-5x+6=0$ 是“邻根方程”.

(2)【解】$\because x^2+(m+1)x+m=0$，

$\therefore (x+m)(x+1)=0$，…………………… (3 分)

$\therefore x+m=0$ 或 $x+1=0$，

23. (1)注意加括号，写成“$36-3x$”不得分.

24. (2)根据题意中的“降价促销”对 y 的值进行取舍，若未正确取舍 y 值，则扣 1 分.

25. (2)利用因式分解法解一元二次方程，并根据“邻根方程”的定义得到关于 m 的方程是关键得分点.

$\therefore x_1=-m, x_2=-1.$ ………………………… (5 分)

$\because$ 方程 $x^2+(m+1)x+m=0$(m 是常数)是"邻根方程",$\therefore -m=0$ 或 $-m=-2$, …………… (6 分)

$\therefore m=0$ 或 $m=2.$ ………………………… (8 分)

26. (1)6　12 ……………………………… (2 分)

【解析】由题意,得 $AP=6$ cm,$BQ=12$ cm.

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,$\therefore AB=BC=12$ cm,

$\therefore BP=12-6=6$(cm). 故答案为 6,12.

【解】(2)$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB=BC=12$ cm,$\angle A=\angle B=\angle C=60°$.

设经过 x s 后,$\triangle BPQ$ 是直角三角形,则 $AP=x$ cm,$BQ=2x$ cm,$\therefore BP=(12-x)$cm.

当 $\angle PQB=90°$ 时,$\angle BPQ=30°$,$\therefore BP=2BQ$,

$\therefore 12-x=2\times 2x$,$\therefore x=\frac{12}{5}$. ……………… (4 分)

当 $\angle QPB=90°$ 时,$\angle PQB=30°$,$\therefore BQ=2PB$,

$\therefore 2x=2(12-x)$,解得 $x=6$. …………… (6 分)

答:经过 6 s 或 $\frac{12}{5}$ s 后,$\triangle BPQ$ 是直角三角形.

……………………………………………… (7 分)

(3)设经过 y s 后,$\triangle BPQ$ 的面积等于 $10\sqrt{3}$ cm^2,则 $AP=y$ cm,$BQ=2y$ cm,

$\therefore BP=(12-y)$ cm. 作 $QD\perp AB$ 于 D,$\therefore \angle QDB=90°$,$\therefore \angle DQB=30°$,

$\therefore DB=\frac{1}{2}BQ=y$ cm. ………………… (8 分)

在 Rt$\triangle DBQ$ 中,由勾股定理,得 $DQ=\sqrt{3}y$,

$\therefore \frac{(12-y)\cdot\sqrt{3}y}{2}=10\sqrt{3}$, ……………… (9 分)

解得 $y_1=10, y_2=2$. ……………………… (10 分)

$\because y=10$ 时,$2y>12$,不符合题意,舍去,

$\therefore y=2$.

答:经过 2 s 后,$\triangle BPQ$ 的面积等于 $10\sqrt{3}$ cm^2.

…………………………………………… (13 分)

26. (2)分 $\angle PQB=90°$ 和 $\angle QPB=90°$ 两种情况进行讨论是关键得分点.

26. (3)要根据题意中"其中任意一点到达终点时,两点同时停止运动"对 y 的值进行取舍,缺少此步骤扣 1 分.

上分解析

1. C 【解析】

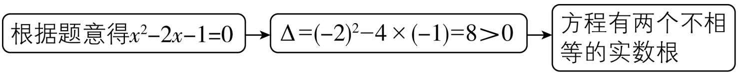
序号	分析	方法
①	符合 $ax^2=b$(a,b 同号且 $a\neq 0$)的特点,所以用直接开平方法	直接开平方法
②	等号左边有 3 项,方程的左边利用学过的方法不能分解,所以需要用公式法	公式法
③	等号左边有 3 项,方程的左边利用学过的方法不能分解,所以需要用公式法	公式法
④	把 $3x-1$ 看作一个整体,利用因式分解法解方程	因式分解法

故选 C.

2. A 【解析】一元二次方程 $x^2-2x+1=0$ 的二次项系数为 1. 故选 A.

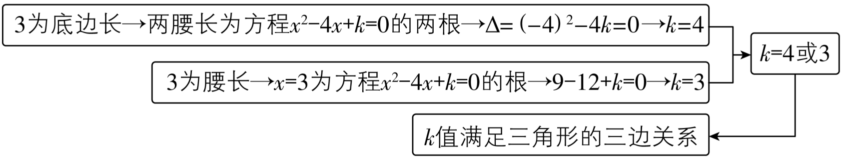
3. B 【解析】$\because$ 2 是关于 x 的方程 $x^2+ax-3a=0$ 的一个根，$\therefore$ 把 $x=2$ 代入得 $2^2+2a-3a=0$，解得 $a=4$. 故选 B.

4. A 【解析】



5. A 【解析】$\because$ a 是方程 $x^2+x-1=0$ 的一个根，$\therefore$ $a^2+a-1=0$，$\therefore$ $a^2=-a+1$，$\therefore$ $a^3=a(-a+1)=-a^2+a=-(-a+1)+a=2a-1$，$\therefore$ $a^3+2a^2+2\ 022=2a-1+2(-a+1)+2\ 022=2a-1-2a+2+2\ 022=2\ 023$. 故选 A.

6. D 【解析】



上分警示 | 等腰三角形中的分类讨论

等腰三角形的边不明确时，必须分情况讨论.

7. D 【解析】$\because$ m 是一元二次方程 $x^2+x-2\ 023=0$ 的根，$\therefore$ $m^2+m-2\ 023=0$，$\therefore$ $m^2=-m+2\ 023$，$\therefore$ $m^2+2m+n=-m+2\ 023+2m+n=m+n+2\ 023$. $\because$ m,n 是一元二次方程 $x^2+x-2\ 023=0$ 的两个实数根，$\therefore$ $m+n=-1$，$\therefore$ $m^2+2m+n=-1+2\ 023=2\ 022$. 故选 D.

8. B 【解析】由题图知圈出的 9 个数中最大数与最小数的差为 16. $\because$ 最小数为 x，$\therefore$ 最大数为 $x+16$，$\therefore$ $x(x+16)=161$，故选 B.

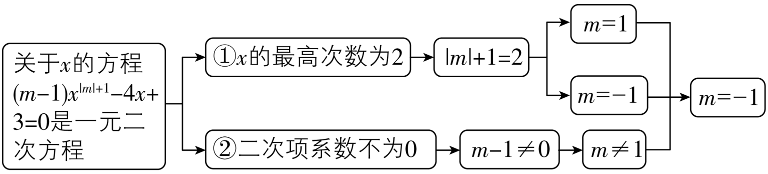
9. C 【解析】$\because$ $x^2-2mx+m^2-4=0$，$\therefore$ $(x-m+2)(x-m-2)=0$，$\therefore$ $x-m+2=0$ 或 $x-m-2=0$. $\because$ $x_1>x_2$，$\therefore$ $x_1=m+2$，$x_2=m-2$. $\because$ $x_1=2x_2+3$，$\therefore$ $m+2=2(m-2)+3$，解得 $m=3$. 故选 C.

10. B 【解析】①若 $a+b+c=0$，则方程 $ax^2+bx+c=0$ 必有一个根为 1，$\therefore$ $b^2-4ac\geqslant 0$，正确；②若方程 $ax^2+c=0$ 有两个不相等的实数根，则 $-4ac>0$，可知 $b^2-4ac>0$，$\therefore$ 方程 $ax^2+bx+c=0$ 必有两个不相等的实数根，正确；③若 c 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根，则 $ac^2+bc+c=0$，当 $c=0$ 时，$ac+b+1=0$ 不一定成立，错误；④$am^2+bm+c-(an^2+bn+c)=a(m^2-n^2)+b(m-n)=a(m+n)(m-n)+b(m-n)=(m-n)[a(m+n)+b]$. $\because$ $m\neq n$，$\therefore$ $m-n\neq 0$，$\therefore$ 当 $a(m+n)+b=0$ 时，$am^2+bm+c-(an^2+bn+c)=0$，$\therefore$ 存在实数 $m,n(m\neq n)$，使得 $am^2+bm+c=an^2+bn+c$，正确. 故选 B.

11. 3 【解析】$\because$ 一元二次方程 $-x^2+3x-a=0$ 有两个不相等的实数根 x_1,x_2，$\therefore$ $x_1+x_2=-\dfrac{3}{-1}=3$. 故答案为 3.

12. 1(答案不唯一) 【解析】设□中的数字为 a，则一元二次方程为 $ax^2-x+2=0$. $\because$ 一元二次方程 $ax^2-x+2=0$ 没有实数根，$\therefore$ $\Delta=(-1)^2-4\times a\times 2<0$，且 $a\neq 0$，解得 $a>\dfrac{1}{8}$，$\therefore$ 添加的数字可以是 1. 故答案为 1(答案不唯一).

13. -1 【解析】

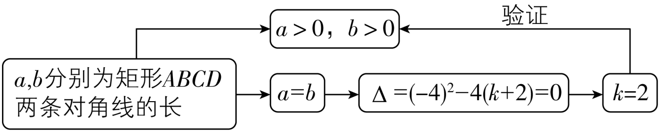


上分警示 | 一元二次方程二次项系数的易错点

不要忘记一元二次方程的二次项系数不等于 0.

14. $x^2+2x-20=0$ 【解析】根据题意得 $-3+1=-p$, $5\times(-4)=q$, $\therefore p=2$, $q=-20$, $\therefore$ 原来的方程是 $x^2+2x-20=0$.

15. 2 【解析】



16. 12 【解析】依题意，得 $1+x+x^2=157$，解得 $x_1=12$, $x_2=-13$（不合题意，舍去）. 故答案为 12.

17. 6 【解析】解方程 $x^2-4x-12=0$ 得 $x=6$ 或 -2. $\because$ 一元二次方程 $x^2-4x-12=0$ 的两根分别是一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 的图象与 x 轴交点的横坐标和与 y 轴交点的纵坐标，$\therefore$ 这个一次函数图象与两坐标轴所围成的三角形的面积是 $\frac{1}{2}\times6\times|-2|=6$，故答案为 6.

18. 3 【解析】$\because x^2-2x-a=0$, $\therefore \Delta=4+4a$, $\therefore$ ①当 $a>-1$ 时，$\Delta>0$，方程有两个不相等的实数根，故①正确. ②当 $a>0$ 时，$\Delta>0$，两根之积 <0，$\therefore$ 方程的两根异号，故②错误. ③当 $a>-1$ 时，$\Delta>0$，方程的根为 $x=\frac{2\pm\sqrt{4+4a}}{2}=1\pm\sqrt{1+a}$. $\because a>-1$, $\therefore$ 方程的两个实数根不可能都小于 1，故③正确. ④当 $a>3$ 时，$\Delta>0$，由③可知，两个实数根一个大于 3，另一个小于 3，故④正确. 故答案为 3.

19.【思路分析】第一问利用因式分解法即可求出答案.

20.【思路分析】(1) 根据常数根一元二次方程的定义，把 $x=c$ 代入方程，解关于 c 的方程即可；

(2) 根据常数根一元二次方程的定义，把 $x=m+1$ 代入方程，解关于 m 的方程即可.

21.【思路分析】(1) 利用一元二次方程的根与系数的关系得到 $x_1+x_2=2$, $x_1\cdot x_2=m$，结合 $x_1+2x_2=3-\sqrt{2}$ 即可求得 x_1, x_2 的值，进一步求得 m 的值；

(2) 由 (1) 可知 $m=-1$，则方程为 $x^2-2x-1=0$，利用根的定义以及一元二次方程根与系数的关系得到 $x_1^2-2x_1-1=0$, $x_1+x_2=2$，从而得到 $x_1^2-2x_1=1$，把 $x_1^3-3x_1^2+2x_1+x_2$ 变形得到 $x_1(x_1^2-2x_1-1)-(x_1^2-2x_1)+(x_1+x_2)$，代入计算即可.

22.【思路分析】(1) 设出 $x^2+bx-6=0$，把 $x=-2$ 代入方程即可求解；

(2) 设出 $x^2+bx-6=0$，即可得出 $\Delta=b^2+24>0$，由此可得不论一次项系数为何值，这个方程总有两个不相等的实数根.

23.【思路分析】(1) 根据木栏总长为 32 m，两处各留 2 m 宽的门，苗圃 $ABCD$ 的一边 CD 长为 x m，即得 AD 长为 $(36-3x)$ m；

(2) 根据题意得 $x\cdot(36-3x)=96$，即可解得 x 的值；

(2) 先根据题意列出方程，再根据一元二次方程根的判别式判断，即可得出答案.

24.【思路分析】(1) 设该款吉祥物 9 月份到 11 月份销售量的月平均增长率为 x，利用 11 月份的销售量 = 9 月份的销售量 ×(1+该款吉祥物 9 月份到 11 月份销售量的月平均增长率)^2，可列出关于 x 的一元二次方程，解之取其符合题意的值，即可得出结论.

(2) 设该款吉祥物售价为 y 元，则每件的销售利润为 $(y-35)$ 元，月销售量为 $400+20(58-y)=(1\ 560-20y)$ 件，利用月销售利润 = 每件的销售利润 × 月销售量，可列出关于 y 的一元二次方程，解之取其符合题意的值，即可得出结论.

25.【思路分析】(1)先利用因式分解法解一元二次方程,然后根据“邻根方程”的定义进行判断.

(2)先利用因式分解法解一元二次方程得到 $x_1=-m$,$x_2=-1$,再根据“邻根方程”的定义得到$-m=0$ 或$-m=-2$,然后解关于 m 的方程即可.

26.【思路分析】(1)根据路程=速度×时间,求出 BQ,AP 的长即可得出结论.

(2)先分别表示出 BP,BQ 的长,然后分$\angle BQP=90°$和$\angle BPQ=90°$两种情况进行讨论.

(3)作 $QD\perp AB$ 于 D,由勾股定理可以表示出 DQ,然后根据三角形面积公式建立方程,求出其解并进行取舍即可.