卷⑧　第 24 章基础诊断卷（A 卷）

答案及评分细则

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	D	C	B	C	D	C	A	D

11. 2　　**12.** 8　　**13.** $\frac{1}{2}$　　**14.** 100

15. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$　　**16.** (1) 12.2 cm　(2) 2.7 cm

17.【解】∵ $\angle BAC=90°$, $BC=9$, $\sin B=\frac{AC}{BC}=\frac{2}{3}$, ∴ $AC=6$. ∵ $AE=2EC$, ∴ $AE=\frac{2}{3}AC=4$, $CE=\frac{1}{3}AC=2$. …………………（3 分）

∵ $DE/\!/BC$, ∴ $\angle ADE=\angle B$, ∴ $\sin\angle ADE=\sin B=\frac{2}{3}$, ∴ $\frac{AE}{DE}=\frac{2}{3}$, ∴ $DE=6$. …（5 分）

∵ CF 平分 $\angle ACB$, ∴ $\angle BCF=\angle ECF$.

∵ $DE/\!/BC$, ∴ $\angle BCF=\angle EFC$, ∴ $\angle EFC=\angle ECF$, ∴ $EF=EC=2$, ∴ $DF=DE-EF=6-2=4$. ………………………………（8 分）

18.【解】(1) 在 Rt△AMN 中，∵ $AN=12$ km, $\angle ANM=45°$, ∴ $MN=AN\cdot\cos 45°=12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$ (km), ∴ 地面雷达站 N 到发射处 M 的水平距离为 $6\sqrt{2}$ km. ………（4 分）

(2) 由题意得 $AM=MN$. ∵ $MN=6\sqrt{2}$ km, ∴ $AM=6\sqrt{2}$ km. …………………（6 分）

在 Rt△BMN 中，∵ $\angle BNM=60°$, ∴ $BM=MN\cdot\tan 60°=6\sqrt{2}\times\sqrt{3}=6\sqrt{6}$ (km),

∴ $AB=BM-AM=(6\sqrt{6}-6\sqrt{2})$ km.

则这枚火箭从 A 到 B 的平均速度为 $\frac{6\sqrt{6}-6\sqrt{2}}{5}$ km/s. …………………（10 分）

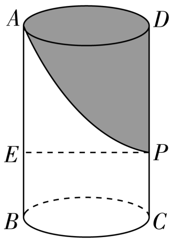
上分攻略　评分细则

16. 答案要带单位，否则可能扣分.

17. 本题中 $\sin\angle ADE=\sin B=\frac{2}{3}$，代入计算时不难算，但是容易出错，最好检查一下.

18. “$(6\sqrt{6}-6\sqrt{2})$ km”中式子要用括号括起来，“$6\sqrt{6}-6\sqrt{2}$ km”的写法是不对的.

19.【解】过点 P 作 $PE\perp AB$ 于点 E，如图所示. ∵ 截去部分的体积是该圆柱体积的$\frac{1}{3}$，∴ 线段 PE 上面部分的体积是该圆柱体积的$\frac{2}{3}$，



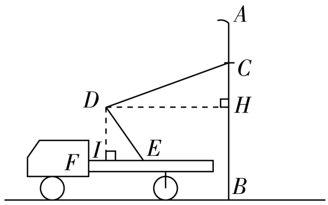
……………………………………… （4 分）

∴ $AE=6\times\frac{2}{3}=4$. …………………… （7 分）

∵ 圆柱的底面半径为 2，∴ $PE=4$，

∴ $\tan\angle BAP=\frac{PE}{AE}=\frac{4}{4}=1$. ……… （10 分）

20.【解】如图，过点 D 作 $DH\perp AB$ 于点 H，$DI\perp EF$ 于点 I.



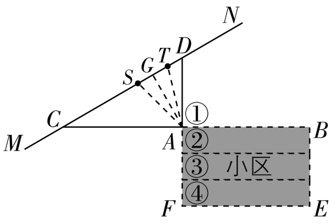
在 Rt△DEI 中，∵ $\sin\angle DEI=\frac{DI}{DE}$，$\angle DEF=55°$，$DE=2$ 米，∴ $DI=DE\cdot\sin55°\approx0.82\times2=1.64$（米）. ……………………… （4 分）

由作图可得 $DH/\!/EF$，∴ $\angle HDE=\angle DEI=55°$. ∵ $\angle CDE=75°$，∴ $\angle CDH=\angle CDE-\angle HDE=75°-55°=20°$. ………… （8 分）

在 Rt△CDH 中，∵ $\sin\angle CDH=\frac{CH}{CD}$，$CD=4$ 米，∴ $CH=CD\cdot\sin20°\approx0.34\times4=1.36$（米），∴ $AB=1.5+1.36+1.64+1.5=6$（米）.

答：路灯 AB 的高度约为 6 米. … （12 分）

21.【解】（1）如图，过点 A 作 $AG\perp MN$，垂足为 G.



20. 作辅助线时一般把尽量多的已知条件放到直角三角形里.

$\because \angle ACD=30°, DA\perp CA, \therefore \angle ADC=60°$.

……………………………………（3 分）

在 Rt$\triangle AGD$ 中，$\because AD=220$ 米，$\therefore AG=AD\sin 60°=110\sqrt{3}$ 米≈ 187 米<200 米，

$\therefore A$ 单元用户会受到噪声的影响，售楼人员的说法不可信．……………………（6 分）

（2）如图，在 MN 上找到点 S,T，连结 AS,AT，使得 $AS=AT=200$ 米，$\therefore GT=GS=\sqrt{200^2-(110\sqrt{3})^2}=10\sqrt{37}$（米），$\therefore ST=2GT=20\sqrt{37}$ 米≈ 122 米．………（9 分）

又$\because$ 高铁速度为 70 米/秒，$\therefore A$ 单元用户受到噪声影响的时间约有$\dfrac{122+228}{70}=5$（秒）．

……………………………………（12 分）

22.【解】（1）在 Rt$\triangle ABH$ 中，$\sin\angle BAH=\dfrac{BH}{AB}$，

$\therefore BH=c\cdot\sin\angle BAH$．……………（2 分）

在 Rt$\triangle BCH$ 中，$\sin C=\dfrac{BH}{BC}$，$\therefore BH=a\cdot\sin C$，$\therefore c\cdot\sin\angle BAH=a\cdot\sin C$，$\therefore \dfrac{a}{\sin\angle BAH}=\dfrac{c}{\sin C}$，同理可得 $\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{b}{\sin\angle ABC}$，$\therefore$

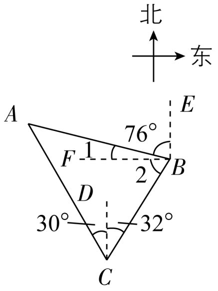
$\dfrac{a}{\sin\angle BAH}=\dfrac{b}{\sin\angle ABC}=\dfrac{c}{\sin C}$.

……………………………………（6 分）

（2）如图，过点 B 作 $BF\perp BE$. 由题意得 $BC=60\times\dfrac{1}{2}=30$（海里），$\angle 1=90°-76°=14°$，$\angle 2=90°-32°=58°$，

$\therefore \angle ABC=\angle 1+\angle 2=72°$. $\because \angle ACB=30°+32°=62°$，$\therefore \angle A=180°-62°-72°=46°$.

………………（10 分）



由（1）中结论可知 $\dfrac{AB}{\sin\angle ACB}=\dfrac{BC}{\sin A}$，

$\therefore \dfrac{AB}{\sin 62°}=\dfrac{BC}{\sin 46°}$，

$\therefore AB\approx\dfrac{30\times 0.88}{0.72}\approx 36.7$（海里），$\therefore$ 此时货轮距灯塔 A 的距离 AB 约为 36.7 海里.

……………………………………（14 分）

21. 注意“$110\sqrt{3}$ 米$\approx$187 米”中“$\approx$”不要写成“=”，否则扣分；求出 AG 的值后，要有和“200 米”比较的过程，直接回答会影响得分.

22.（1）因为证明“$\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{b}{\sin\angle ABC}$”的过程和证明“$\dfrac{a}{\sin\angle BAH}=\dfrac{c}{\sin C}$”的过程几乎一样，因此不用再写一遍.

上分解析

1. A 【解析】$2\sin 30° = 2\times\frac{1}{2} = 1$. 故选 A.

2. A 【解析】∵ $\triangle ABC$ 的三边都扩大到原来的 2 024 倍,∴ 变化后的三角形与原三角形相似,根据相似三角形的对应角相等,可知 $\triangle ABC$ 的各个角的大小没有发生变化,∴ $\sin A$ 的值不变. 故选 A.

3. D 【解析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,∵ $\angle C = 90°$, $BC = 2$, $AB = 3$, ∴ $\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{3}$. 故选 D.

4. C 【解析】当 $45°<\alpha<90°$时,$\frac{\sqrt{2}}{2}<\sin\alpha<1$, $0<\cos\alpha<\frac{\sqrt{2}}{2}$. 故当 $45°<\alpha<90°$时,$\sin\alpha>\cos\alpha$,故①正确. ∵ $\cos 60° = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha>\frac{1}{2}$, ∴ $0°<\alpha<60°$,故②正确. ∴ 正确的有①②. 故选 C.

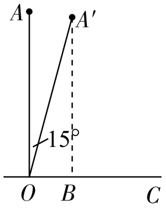
5. B 【解析】由题意得$\angle ACB = 90°$,∴ 立柱根部与圭表的冬至线的距离为 $\frac{AC}{\tan\angle ABC} = \frac{a}{\tan 26.5°}$. 故选 B.

6. C 【解析】由题意可知,$\triangle ABD$, $\triangle ACD$ 和 $\triangle ABC$ 都是直角三角形.

选项	判断	结论
A	在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中,$\sin B = \frac{AD}{AB}$	正确
B	在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,$\sin B = \frac{AC}{BC}$	正确
C	在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,$\sin C = \frac{AD}{AC}$	错误
D	在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,$\sin C = \frac{AB}{BC}$	正确

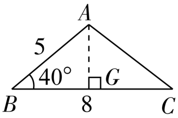
故选 C.

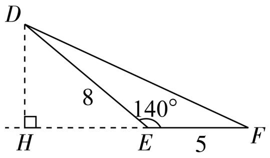
7. D 【解析】如图,过点 A'作 $A'B\perp OC$,垂足为 B. 由题意易得$\angle A' = 15°$, $A'O = 10$ m. 在 $\text{Rt}\triangle OA'B$ 中,$A'B = A'O\cdot\cos 15°\approx 10\times 0.97 = 9.7$(m),∴ 现在接线点 A'到水平地面的距离约是 9.7 m. 故选 D.



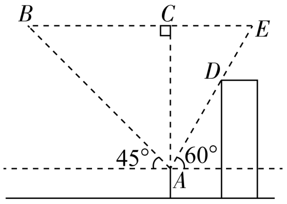
8. C 【解析】如图,过 A 点作 $AG\perp BC$ 于 G,过 D 点作 $DH\perp EF$,交 FE 的延长线于 H. 在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中,$AG = AB\cdot\sin 40° = 5\sin 40°$, ∴ $S_1 = \frac{1}{2}BC\cdot AG = \frac{1}{2}\times 8\times 5\sin 40° = 20\sin 40°$. ∵ $\angle DEF =$

$140°$，$\therefore \angle DEH=180°-140°=40°$. 在 $Rt\triangle DHE$ 中，$DH=DE\cdot\sin 40°=8\sin 40°$，$\therefore S_2=\frac{1}{2}EF\cdot DH=\frac{1}{2}\times5\times8\sin 40°=20\sin 40°$，$\therefore S_1=S_2$. 故选 C.

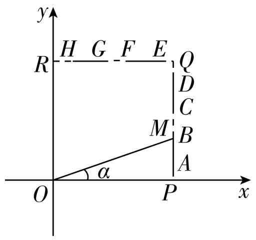
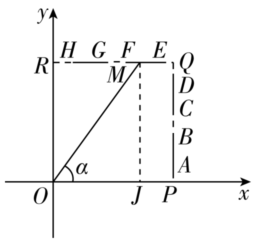




9. A 【解析】延长 BC 交射线 AD 于 E 点，如图，设直升机的飞行速度为 x 米/秒，直升机从 C 点飞到 E 点用了 t 秒. 根据题意得 $BC=2x$，$CE=xt$. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\because \angle B=45°$，$\therefore AC=BC=2x$. 在 $Rt\triangle ACE$ 中，$\because \angle CAE=90°-60°=30°$，$\therefore AC=\sqrt{3}CE$，即 $2x=\sqrt{3}xt$，解得 $t=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以直升机被大楼遮住之前，能录像的时长为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$秒. 故选 A.



10. D 【解析】

	分类讨论	图示	证明
①	如图，当点 M 在线段 AB 上时		在 $Rt\triangle OPM$ 中，$\because \sin\alpha=\frac{PM}{OM}$，$\cos\alpha=\frac{OP}{OM}$，$OP>PM$，$\therefore \sin\alpha<\cos\alpha$. 同法可证，点 M 在 CD 上时，$\sin\alpha<\cos\alpha$，不符合题意
②	如图，当点 M 在 EF 上时，过点 M 作 $MJ\perp OP$ 于 J		在 $Rt\triangle OMJ$ 中，$\because \sin\alpha=\frac{MJ}{OM}$，$\cos\alpha=\frac{OJ}{OM}$，$OJ<MJ$，$\therefore \sin\alpha>\cos\alpha$. 同法可证，点 M 在 GH 上时，$\sin\alpha>\cos\alpha$，符合题意

故选 D.

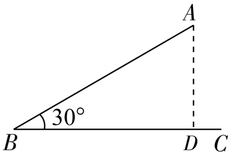
11. 2 【解析】$\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，CD 是斜边 AB 上的中线，$AB=4$，$\therefore CD=\frac{1}{2}AB=2$. 故答案为 2.

12. 8 【解析】$\because \angle B=\angle C=30°$，$\therefore \angle BAC=180°-30°-30°=120°$. $\because AD\perp AB$，$\therefore \angle BAD=90°$，$\therefore \angle CAD=\angle C=30°$，$BD=2AD$，$\therefore AD=CD$，$\therefore BD=\frac{2}{3}BC=8$. 故答案为 8.

13. $\frac{1}{2}$ 【解析】由题图可得，$AC=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$AB=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，$BC=$

$\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$\therefore$ $AC^2+BC^2=AB^2$，$\therefore$ $\triangle ACB$ 是直角三角形，$\angle ACB=90°$，$\therefore$ $\tan\angle ABC=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$. 故答案为$\dfrac{1}{2}$.

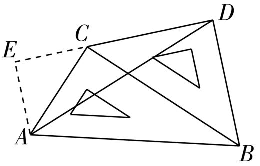
14. 100　【解析】如图，过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D. 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，$\because$ $\angle ADB=90°$，$\angle B=30°$，$AB=200$ m，$\therefore$ $AD=AB\cdot\sin 30°=\dfrac{1}{2}AB=100$ m，即这名滑雪运动员的高度下降了 100 m. 故答案为 100.



上分点拨　**坡度与坡角**

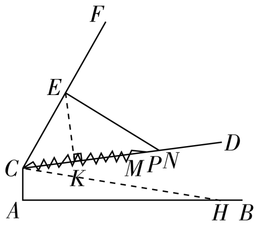
在解决坡度的有关问题中，一般通过作高构造直角三角形，坡角为锐角，坡度实际就是该锐角的正切值，水平宽度或铅直高度都是直角边.

15. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　【解析】如图，作 $AE\perp CD$，交 DC 的延长线于点 E. 易得 $\angle ACE=\angle BCD=45°$. 设 $AE=1$，则 $CE=1$，$AC=\sqrt{2}$，$\therefore$ $BC=\tan\angle CAB\cdot AC=AC\cdot\tan 60°=\sqrt{6}$. $\because$ $\triangle BCD$ 是等腰直角三角形，$\therefore$ $CD=\sqrt{3}$，$\therefore$ $DE=CE+CD=1+\sqrt{3}$，$\therefore$ $\tan\angle ADC=\dfrac{AE}{DE}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$.



16. (1) 12. 2 cm　(2) 2. 7 cm　【解析】(1) 如图，连结 CH. 由题意得 $CD=CH$，$\angle CAH=90°$. 在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中，$CH=\sqrt{2^2+12^2}=2\sqrt{37}\approx 12.2$ (cm)，$\therefore$ $CD=CH=12.2$ cm. 故答案为 12. 2 cm.

(2) 如图，过点 E 作 $EK\perp PC$ 于 K. 在 $\text{Rt}\triangle ECK$ 中，$EK=EC\cdot\sin 53°\approx 5\times 0.80=4$ (cm)，$CK=EC\cdot\cos 53°\approx 5\times 0.60=3$ (cm)，在 $\text{Rt}\triangle EPK$ 中，$PK=\sqrt{EP^2-EK^2}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}\approx 4.48$ (cm)，$\therefore$ $DN=CD-CK-PK-PN=12.2-3-4.48-2\approx 2.7$ (cm). 故答案为 2. 7 cm.



17.【思路分析】先由锐角的正弦值求出 AC 的长，进而结合 $AE=2EC$ 得到 AE，CE 的长，之后利用等角的正弦值相等，求得 DE 的长，然后由平行线的性质及等角对等边得到 EF 的长，最后求出 DF 的长.

18.【方法总结】解决此类问题要了解角之间的关系，找到与已知角和未知角相关联的直角三角形，当图形中没有直角三角形时，要通过作垂线构造直角三角形.

19.【思路分析】根据题意得出线段 PE 上面部分的体积是该圆柱体积的$\dfrac{2}{3}$，即可得出 AE 的长，进而求解即可.

20.【关键点拨】根据题目已知条件作出辅助线，并利用锐角三角函数解直角三角形是解题关键.

21.【思路分析】(1) 过点 A 作 $AG\perp MN$，垂足为 G，根据锐角三角函数求出 AG 的长，再与 200 米比较大小即可求解；(2) 在 MN 上找到点 S，T，连结

AS,AT,使得 $AS=AT=200$ 米. 根据勾股定理求出 GT 的长,进而求出 ST 的长,再根据高铁速度,进一步得到 A 单元用户受到噪声影响的时间.

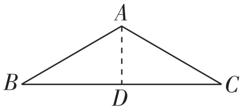
22.【**方法总结**】解决有关方位角的问题时,一般要根据题意理清图形中各角的关系,有时所给的方位角并不一定在直角三角形中,需要用学过的知识将已知角转化为所需要的角.

第 24 章　对点上分

上分解析

1. B　【解析】由题意可得 $\angle ACB=90°$，$AB=7-1=6(\text{cm})$，点 D 为线段 AB 的中点，$\therefore CD=\frac{1}{2}AB=3\ \text{cm}$，故选 B.

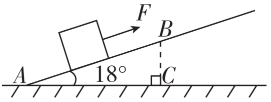
2. D　【解析】如图，过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D. $\because \angle B=30°$，$\therefore AD=\frac{1}{2}AB=2$. $\because$ 点 P 是线段 BC 上一动点，$\therefore 2\leqslant AP\leqslant 4$，故选 D.



3. B　【解析】由锐角三角函数的定义可知，$\sin A=\frac{a}{c}$，$\tan B=\frac{b}{a}$，$\cos A=\frac{b}{c}$，$\tan A=\frac{a}{b}$. 故选 B.

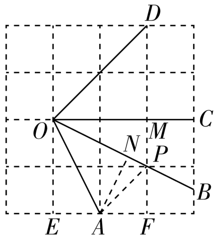
4. B　【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=5$，$AC=4$，$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，$\therefore \sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$，$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{4}{5}$，$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{3}{4}$，故只有 B 选项符合题意. 故选 B.

5. B　【解析】如图，设 $AB=15$ m，过点 B 作 $BC\perp AC$ 于点 C. 由题意可得 $\sin 18°=\frac{BC}{AB}=\frac{BC}{15}$，则 $BC=15\sin 18°$ m，即滑块上升的高度是 $15\sin 18°$ m. 故选 B.



6. C　【解析】$\because \sin 30°=\cos 60°$，$16°<43°<60°$，余弦值随着角度的增大而减小，$\therefore \cos 16°>\cos 43°>\cos 60°$，$\therefore \cos 16°>\cos 43°>\sin 30°$. 故选 C.

7. C　【解析】如图，连结 AP，过点 A 作 $AN\perp OP$ 于 N. $\because OP=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$OD=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$OA=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$S_{\triangle OPA}=S_{\text{梯形}OPFE}-S_{\triangle AOE}-S_{\triangle PAF}=\frac{1}{2}\times(1+2)\times 2-\frac{1}{2}\times 2\times 1-\frac{1}{2}\times 1\times 1=3-1-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，$\therefore S_{\triangle OPA}=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times AN=\frac{3}{2}$，$\therefore AN=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，$\therefore \sin\angle AOB=\frac{AN}{OA}=\frac{3}{5}=0.6$. $\because \sin\angle COD=\frac{DM}{OD}=\frac{\sqrt{2}}{2}\approx 0.7$，$0.6<0.7$，$\therefore \sin\angle AOB<\sin\angle COD$，$\therefore \angle AOB<\angle COD$. 故选 C.



8. D　【解析】A 选项，$\sin 45°+\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\neq 1$，故该选项不符合题意；B 选项，因为 $2\tan 30°=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$\tan 60°=\sqrt{3}$，所以 $2\tan 30°\neq\tan 60°$，故该选项不符合题意；C 选项，因为 $2\sin 60°=\sqrt{3}$，$\tan 45°=1$，所以 $2\sin 60°\neq\tan 45°$，故该选项不符合题意；D 选项，因为 $\sin^2 30°=\frac{1}{4}$，

$\frac{1}{2}\cos 60°=\frac{1}{4}$，所以 $\sin^2 30°=\frac{1}{2}\cos 60°$，故该选项符合题意. 故选 D.

9. 105°　【解析】∵ $\sin A=\frac{1}{2}$，$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\angle A$，$\angle B$ 都是锐角，∴ $\angle A=30°$，$\angle B=45°$，∴ $\angle C=180°-45°-30°=105°$. 故答案为 105°.

10. 45°　30°　【解析】∵ $|1-\tan\alpha|\geqslant 0$，$\left(\sin\beta-\frac{1}{2}\right)^2\geqslant 0$，∴ 当 $|1-\tan\alpha|+\left(\sin\beta-\frac{1}{2}\right)^2=0$（$\alpha$，$\beta$ 为锐角）时，$\tan\alpha=1$，$\sin\beta=\frac{1}{2}$，∴ $\alpha=45°$，$\beta=30°$. 故答案为 45°，30°.

11. 50°　【解析】∵ $\cos(x-20°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴ $x-20°=30°$，解得 $x=50°$. 故答案为 50°.

12.【解】$\sqrt{(\tan 60°-1)^2}+|1-\cos 60°|-2\tan 45°\cdot\sin 60°=\sqrt{3}-1+1-\frac{1}{2}-2\times 1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{1}{2}$.

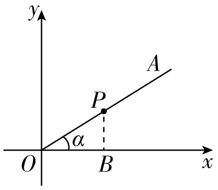
13. C　【解析】∵ $45°<\alpha<90°$，∴ 取 $\alpha=60°$，则 $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos 60°=\frac{1}{2}$，$\tan 60°=\sqrt{3}$. ∵ $\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}<\sqrt{3}$，∴ $\cos 60°<\sin 60°<\tan 60°$，即 $\cos\alpha<\sin\alpha<\tan\alpha$. 故选 C.

14. D　【解析】$\sin 46°=\cos(90°-46°)=\cos 44°$，因此选项 A 不符合题意；$2\sin 40°\neq\sin 80°$，因此选项 B 不符合题意；一个锐角的余弦值随着角度的增大而减小，于是有 $\cos 44°>\cos 46°$，因此选项 C 不符合题意；$\sin^2 44°+\sin^2 46°=\sin^2 44°+\cos^2 44°=1$，因此选项 D 符合题意. 故选 D.

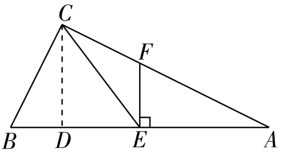
15. A　【解析】A 选项，观察图形可得 $\tan\alpha=\frac{3}{2}$，符合题意；B 选项，观察图形可得 $\tan\alpha=\frac{2}{3}$，不符合题意；C 选项，观察图形可得 $\tan\alpha=\frac{1}{2}$，不符合题意；D 选项，观察图形可得 $\tan\alpha=\frac{1}{3}$，不符合题意. 故选 A.

16. D　【解析】∵ $2CD=6$，∴ $CD=3$. ∵ $\tan C=\frac{AD}{CD}=2$，∴ $AD=6$. 在 Rt△ABD 中，由勾股定理得 $AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$. 故选 D.

17. C　【解析】如图，过点 P 作 $PB\perp x$ 轴于点 B. ∵ $\sin\alpha=\frac{PB}{OP}=\frac{3}{5}$，∴ 可假设 $PB=3$，$OP=5$，∴ $OB=\sqrt{5^2-3^2}=4$，∴ 点 P 的坐标可能是(4，3). 故选 C.



18. C　【解析】如图，过点 C 作 $CD\perp AB$，垂足为 D. ∵ $EF\perp AB$，∴ $CD/\!/EF$，∴ $\angle DCE=\angle CEF$. 在Rt△CDE 中，$\sin\angle DCE=\sin\angle CEF=\frac{DE}{CE}=\frac{3}{5}$，设 $DE=3x$，则 $CE=5x$，∴ $CD=\sqrt{CE^2-DE^2}=4x$. 在 Rt

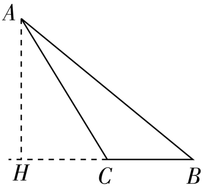


$\triangle ABC$ 中，$\because$ CE 是斜边 AB 上的中线，$\therefore$ $CE=BE=EA=5x$，$\therefore$ $AB=2BE=10x$，$BD=BE-DE=2x$. 在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BC^2=BD^2+CD^2$，$BC=4$，$\therefore$ $4^2=(4x)^2+(2x)^2$，$\therefore$ $x=\frac{2}{5}\sqrt{5}$（负值已舍去）. $\because$ $\angle CDA=\angle FEA$，$\angle A=\angle A$，$\therefore$ $\triangle ACD\backsim\triangle AFE$，$\therefore$ $\frac{EF}{CD}=\frac{AE}{AD}$，$\therefore$ $\frac{EF}{4x}=\frac{5x}{5x+3x}$，$\therefore$ $EF=\frac{5}{2}x=\frac{5}{2}\times\frac{2}{5}\sqrt{5}=\sqrt{5}$. $\because$ $AE=5x=2\sqrt{5}$，$\therefore$ $S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}EF\cdot AE=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=5$. 故选 C.

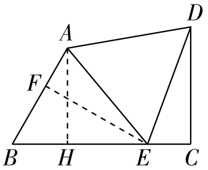
19.【解】(1) 在 Rt$\triangle ADE$ 中，$\angle AED=90°$，$AE=6$，$\cos A=\frac{3}{5}$，$\therefore$ $AD=\frac{AE}{\cos A}=10$，$\therefore$ $DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$. $\because$ BD 平分 $\angle ABC$，$DE\perp AB$，$DC\perp BC$，$\therefore$ $CD=DE=8$.

(2) 由 (1) 得 $AD=10$，$DC=8$，$\therefore$ $AC=AD+DC=18$. 在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 中，$\because$ $\angle A=\angle A$，$\angle AED=\angle ACB$，$\therefore$ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，$\therefore$ $\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$，即 $\frac{8}{BC}=\frac{6}{18}$，$\therefore$ $BC=24$，$\therefore$ $\tan\angle DBC=\frac{CD}{BC}=\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$.

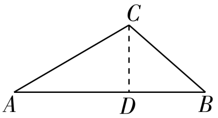
20. B 【解析】如图，过 A 作 $AH\perp BC$，交 BC 的延长线于 H. $\because$ $\sin B=\frac{AH}{AB}=\frac{3}{5}$，$AB=5$，$\therefore$ $AH=3$，$\therefore$ $BH=\sqrt{AB^2-AH^2}=4$，$\therefore$ $HC=BH-BC=4-2=2$，$\therefore$ $AC=\sqrt{HC^2+AH^2}=\sqrt{13}$. 故选 B.



21. C 【解析】如图，作 $EF\perp AB$ 于点 F，$AH\perp BE$ 于点 H. $\because$ $\angle B=60°$，$BE=8$，$\therefore$ $\angle BEF=90°-\angle B=30°$，$\therefore$ $BF=\frac{1}{2}BE=4$. $\because$ $\triangle ADE$ 为等边三角形，$\therefore$ $\angle AED=\angle B=60°$，$AE=DE$. $\because$ $\angle BAE+\angle B+\angle AEB=180°$，$\angle DEC+\angle AED+\angle AEB=180°$，$\therefore$ $\angle BAE=\angle DEC$. 在 $\triangle AEF$ 与 $\triangle EDC$ 中，$\begin{cases}\angle EAF=\angle DEC,\\ \angle AFE=\angle C,\\ AE=ED,\end{cases}$ $\therefore$ $\triangle AEF\cong\triangle EDC$（A. A. S.），$\therefore$ $AF=EC=2$，$\therefore$ $AB=AF+BF=2+4=6$. $\because$ $\angle AHB=90°$，$\angle BAH=90°-\angle B=30°$，$\therefore$ $BH=\frac{1}{2}AB=3$，$\therefore$ $AH=\sqrt{3}BH=3\sqrt{3}$，$\therefore$ $HE=BE-BH=8-3=5$，$\therefore$ $\tan\angle AEB=\frac{AH}{HE}=\frac{3\sqrt{3}}{5}$. 故选 C.

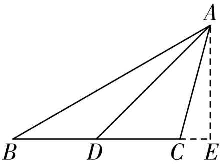


22.【解】如图，过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D. $\because$ 在 Rt$\triangle CDA$ 中，$\angle A=30°$，$\therefore$ $CD=AC\cdot\sin30°=3\sqrt{3}$，$AD=AC\times$



$\cos 30°=9$. 在 Rt△CDB 中，∵ $\tan B=\dfrac{3}{4}$，∴ $\dfrac{CD}{BD}=\dfrac{3}{4}$，∴ $BD=4\sqrt{3}$，∴ $AB=AD+DB=9+4\sqrt{3}$.

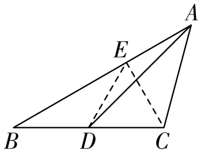
23.【解】(1) 如图(1)，过点 A 作 $AE\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 E.



图(1)

在 Rt△ABE 中，∵ $\angle ABC=30°$，∴ $AB=2AE$，$BE=\dfrac{AE}{\tan 30°}=\sqrt{3}AE$. 在 Rt△$ADE$ 中，∵ $\angle ADC=45°$，∴ $DE=AE$，∴ $BD=BE-DE=\sqrt{3}AE-AE=(\sqrt{3}-1)AE$，∴ $\dfrac{AB}{BD}=\dfrac{2AE}{(\sqrt{3}-1)AE}=\sqrt{3}+1$.

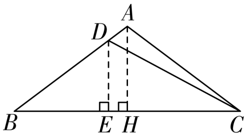
(2) 如图(2)，在 AB 上取一点 E，使得 $DB=DE$，连结 EC. ∵ $DB=DE$，∴ $\angle DBE=\angle DEB=30°$，∴ $\angle EDC=\angle B+\angle DEB=60°$. ∵ $DB=DC=DE$，∴ △DEC 是等边三角形，∴ $\angle ECD=\angle CED=60°$，∴ $\angle CEB=\angle CEA=90°$. ∵ $\angle ADC=45°$，∴ $\angle EDA=\angle EDC-\angle ADC=15°$. ∵ $\angle DEB=\angle EDA+\angle EAD$，∴ $\angle EDA=\angle EAD=15°$，∴ $ED=EA=EC$. ∵ $\angle CEA=90°$，∴ $\angle ECA=45°$，∴ $\angle ACB=\angle ACE+\angle ECB=45°+60°=105°$.



图(2)

24.【解】(1) 如图，作 $AH\perp BC$，垂足为 H. ∵ $AB=AC=5$，∴ $BH=\dfrac{1}{2}BC=4$. 在△ABH 中，$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=3$，∴ $\sin B=\dfrac{AH}{AB}=\dfrac{3}{5}$.

(2) 如图，作 $DE\perp BC$，垂足为 E. 在△BDE 中，∵ $\sin B=\dfrac{3}{5}$，∴ 令 $DE=3k$，$BD=5k$，则 $BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=4k$. 在△CDE 中，$\tan\angle BCD=\dfrac{1}{2}$，则 $CE=\dfrac{DE}{\tan\angle BCD}=6k$，∴ $BC=BE+EC$，即 $4k+6k=8$，解得 $k=\dfrac{4}{5}$，∴ $DE=\dfrac{12}{5}$，∴ $S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}BC\times DE=\dfrac{48}{5}$.

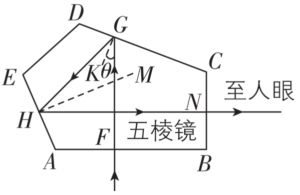


25. C　【解析】∵ $\sin\angle CAB=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{3\sqrt{2}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，∴ $\angle CAB=45°$. ∵ $\sin\angle C'AB'=\dfrac{B'C'}{AC'}=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，∴ $\angle C'AB'=60°$，∴ $\angle CAC'=60°-45°=15°$，即鱼竿转过的角度是 15°. 故选 C.

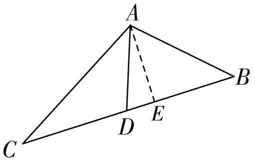
26. D　【解析】在 Rt△ABC 中，$BC=AC\cdot\tan\theta=4\tan\theta$ 米，∴ $AC+BC=(4+4\tan\theta)$ 米，∴ 地毯的面积至少为 $1\times(4+4\tan\theta)=(4+4\tan\theta)$ 平方米. 故选 D.

27. D　【解析】如图所示，入射光线在 CD 和 EA 上发生反射，且两次反射的入射角相等. 根据光学几何关系可得，$\angle FGK=\angle HGK=\angle GHM=$

$\angle MHN=\theta$，∴ 易得 $4\theta=90°$，∴ $\theta=22.5°$. ∵ $n=\frac{1}{\sin\theta}$，∴ 折射率 $n=\frac{1}{\sin 22.5°}$. 故选 D.



28.【解】如图，过点 A 作 $AE\perp BC$，垂足为 E. 在 Rt△ACE 中，∵ $\sin C=\frac{AE}{AC}$，∴ $AE=\sin 30°\times AC=\frac{1}{2}\times 200=100$（米）. 在 Rt△$ADE$ 中，∵ $\angle ADB=70°$，∴ $\angle DAE=20°$. ∵ $\cos\angle DAE=\frac{AE}{AD}$，



∴ $AD=\frac{AE}{\cos 20°}\approx\frac{100}{0.94}\approx 106$（米）.

答：栈道 AD 的长约为 106 米.

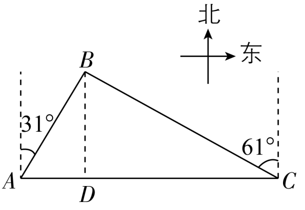
上分专题(四)　解直角三角形在实际应用中的模型

上分解析

1.【解】由题易得 $\angle ANO=43°$, $\angle BMO=35°$, $AO\perp MN$. 在 Rt$\triangle AON$ 中, $\because AO=135$ m, $\therefore ON=\dfrac{AO}{\tan 43°}\approx\dfrac{135}{0.9}=150$(m). $\because AB=40$ m, $\therefore BO=AO-AB=135-40=95$(m). 在 Rt$\triangle MBO$ 中, $MO=\dfrac{OB}{\tan 35°}\approx\dfrac{95}{0.7}\approx135.7$(m), $\therefore MN=NO+MO=150+135.7\approx286$(m).

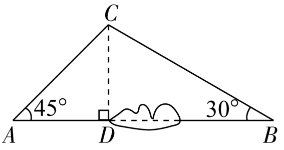
答:MN 的长约为 286 m.

2.【解】如图,过 B 作 $BD\perp AC$ 于 D,则 $\angle BDC=\angle ADB=90°$. 由题易得 $\angle ABD=31°$, $\angle CBD=61°$. 设 $BD=x$ nmile, $\therefore AD=BD\cdot\tan 31°=x\cdot\tan 31°\approx0.60x$ nmile, $CD=BD\cdot\tan 61°=x\cdot\tan 61°\approx1.80x$ nmile. $\because AC=10$ nmile, $\therefore 0.60x+1.80x=10$, $\therefore x\approx4.2$.



答:轮船在航行过程中与灯塔 B 的最短距离为 4.2 nmile.

3.【解】如图,过点 C 作 $CD\perp AB$,垂足为 D.



在 Rt$\triangle BCD$ 中, $\angle B=30°$, $BC=80$ 千米, $\therefore CD=BC\cdot\sin 30°=80\times\dfrac{1}{2}=40$(千米), $BD=BC\cdot\cos 30°=80\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\approx68$(千米). 在 Rt$\triangle ACD$ 中, $\angle A=45°$, $\therefore AD=CD=40$ 千米, $AC=\dfrac{CD}{\sin 45°}=40\sqrt{2}\approx56$(千米), $\therefore AB=AD+BD=40+68=108$(千米), $\therefore$ 汽车从 A 地到 B 地大约可以少走 $AC+BC-AB=56+80-108=28$(千米).

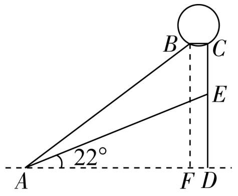
答:汽车从 A 地到 B 地比原来少走的路程约为 28 千米.

4.【解】(1)在 Rt$\triangle ABD$ 中, $\angle ABD=45°$, $\therefore AD=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AB=6$ m.

在 Rt$\triangle ACD$ 中, $\angle ACD=30°$, $\therefore AC=2AD=12$ m. 故答案为 12.

(2)货物 $MNQP$ 不需要挪走. 理由:在 Rt$\triangle ACD$ 中, $\angle ACD=30°$, $\therefore CD=AC\cdot\cos\angle ACD=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$(m). 在 Rt$\triangle ABD$ 中, $\angle ABD=45°$, $\therefore BD=AD=6$ m, $\therefore BC=CD-BD=(6\sqrt{3}-6)$m, $\therefore PC=BP-BC=6\sqrt{3}-(6\sqrt{3}-6)=6$(m). $\because 6>5$, $\therefore$ 货物 $MNQP$ 不需要挪走.

5.【解】(1)如图,过 B 作 $BF\perp AD$ 于 F. 在 Rt$\triangle ABF$ 中, $\sin\angle BAF=\dfrac{BF}{AB}$, 则 $BF=AB\cdot\sin\angle BAF=3\times\sin 37°\approx3\times\dfrac{3}{5}=1.8$(米).



答:真空管上端 B 到水平线 AD 的距离约为 1.8 米.

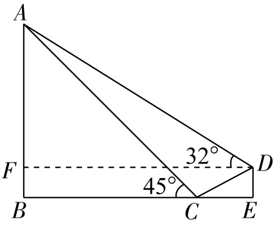
(2)在 Rt△ABF 中，$\cos\angle BAF=\dfrac{AF}{AB}$，则 $AF=AB\cdot\cos\angle BAF=3\times\cos 37°\approx 3\times\dfrac{4}{5}=2.4$(米). ∵ $BF\perp AD$，$CD\perp AD$，$BC/\!/FD$，∴ 四边形 $BFDC$ 是矩形，∴ $BF=CD=1.8$ 米，$BC=FD$. ∵ $EC=0.5$ 米，∴ $DE=CD-CE=1.3$ 米. 在 Rt△EAD 中，$\tan\angle EAD=\dfrac{DE}{AD}$，则 $AD=\dfrac{DE}{\tan\angle EAD}\approx\dfrac{1.3}{\frac{2}{5}}=3.25$(米)，∴ $BC=DF=AD-AF=3.25-2.4\approx 0.9$(米).

答：安装热水器的铁架水平横管 BC 的长度约为 0.9 米.

6.【解】(1)由题意得 $\angle ACB=45°$. ∵ $\angle ACD=105°$，∴ $\angle DCE=180°-\angle ACB-\angle ACD=30°$. 故答案为 30.

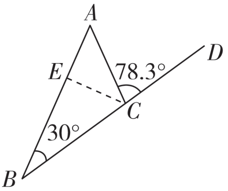
(2)∵ $DE\perp CE$，∴ $\angle DEC=90°$. 在 Rt△DCE 中，$\angle DCE=30°$，$CD=40$ m，∴ $DE=\dfrac{1}{2}CD=20$ m，$CE=\sqrt{3}DE=20\sqrt{3}$ m ≈ 34 m. 故答案为 20，34.

(3)如图，过点 D 作 $DF\perp AB$ 于点 F. 由题意得 $BF=DE=20$ m，$DF=BE$. 设 $AB=x$ m. 在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=45°$，∴ $BC=\dfrac{AB}{\tan 45°}=x$ m，∴ $AF=AB-BF=(x-20)$ m，$DF=BE=BC+CE=(x+34)$ m. 在 Rt△ADF 中，$\angle ADF=32°$，∴ $AF=DF\cdot\tan 32°\approx 0.62(x+34)$ m，∴ $x-20=0.62(x+34)$，解得 $x\approx 108$，∴ $AB=108$ m.



答：三亚南山海上观音圣像的高度 AB 约为 108 m.

7.【解】如图，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于点 E. ∵ $\angle ACD=\angle A+\angle B$，∴ $\angle A=48.3°$. ∵ $\sin A=\dfrac{CE}{AC}$，$\cos A=\dfrac{AE}{AC}$，∴ $CE=AC\cdot\sin 48.3°\approx 60$(米)，$AE=AC\cdot\cos 48.3°\approx 53.6$(米). ∵ $\angle B=30°$，$\tan B=\dfrac{CE}{BE}$，∴ $BE=\sqrt{3}CE\approx 103.8$(米)，∴ $AB=AE+BE\approx 157$(米).



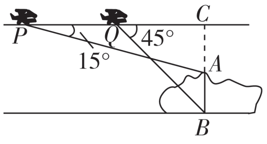
答：AB 的长约为 157 米.

8.【解】∵ $\angle AEB=90°$，$AB=200$ 米，坡度为 $1:\sqrt{3}$，∴ $\tan\angle ABE=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，∴ $\angle ABE=30°$，∴ $AE=\dfrac{1}{2}AB=100$ 米. ∵ $AC=20$ 米，∴ $CE=80$ 米.

∵ $\angle CED=90°$，斜坡 CD 的坡度为 $1:4$，∴ $\dfrac{CE}{DE}=\dfrac{1}{4}$，即 $\dfrac{80}{ED}=\dfrac{1}{4}$，∴ $ED=320$ 米，∴ $CD=\sqrt{80^2+320^2}=80\sqrt{17}$(米).

答：斜坡 CD 的长是 $80\sqrt{17}$ 米.

9.【解】如图，延长 BA 交 PQ 的延长线于 C，则 $\angle ACQ=90°$. 由题意得 $BC=225$ m，$PQ=200$ m. ∵ 在 Rt△BCQ 中，$\angle BQC=45°$，∴ $CQ=$



$BC=225$ m, $\therefore PC=PQ+CQ=425$ (m). 在 Rt $\triangle PCA$ 中, $\tan\angle APC=\tan 15°=\frac{AC}{PC}=\frac{AC}{425}\approx 0.27$, $\therefore AC=114.75$ m, $\therefore AB=BC-AC=225-114.75=110.25\approx 110$ (m).

答:奇楼 AB 的高度约为 110 m.

10.【解】(1)在 Rt$\triangle ACB$ 中,根据勾股定理得,$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{25^2-7^2}=24$ (m).

答:这架云梯顶端距地面的距离 AC 有 24 m.

(2)云梯的底端 B 在水平方向滑动到 B'的距离 BB'不是 4 m. 由(1)可知 $AC=24$ m, $\therefore A'C=AC-AA'=24-4=20$ (m). 在 Rt $\triangle A'CB'$ 中, $B'C=\sqrt{A'B'^2-A'C^2}=\sqrt{25^2-20^2}=15$ (m), $\therefore BB'=CB'-BC=15-7=8$ (m).

(3)若云梯底端离墙的距离刚好为云梯长度的$\frac{1}{5}$,则能够到达墙面的最大高度为 $\sqrt{25^2-\left(\frac{1}{5}\times 25\right)^2}=\sqrt{600}=10\sqrt{6}$ (m). $\because 24.3^2=590.49<600$, $\therefore 24.3<10\sqrt{6}$, $\therefore$ 在相对安全的前提下,云梯的顶端能到达 24.3 m 高的墙头去救援被困人员.

卷⑨ 第 24 章提优验收卷（B 卷）

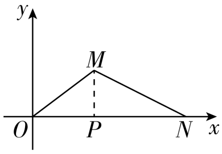
答案及评分细则

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	B	A	D	D	C	B	A	A

11. 10　**12.** 45　**13.** 60°

14. $\frac{4}{5}$　**15.** 2. 7　**16.**（1）60　（2）$(6\sqrt{3}-6)$

17.【解】（1）如图，过点 M 作 $MP\perp ON$，垂足为点 P. 在 Rt△MOP 中，



由 $\sin\angle MON=\frac{3}{5}$，$OM=10$，得$\frac{MP}{10}=\frac{3}{5}$，∴ $MP=6$. …………（3 分）

由勾股定理，得 $OP=\sqrt{OM^2-MP^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，∴ 点 M 的坐标是(8,6).

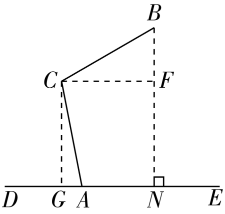
……………………………………（5 分）

（2）∵ $OP=8$，$OM=10$，

∴ $\cos\angle MON=\frac{OP}{OM}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$. ………（8 分）

18.【解】如图，过点 C 作 $CF\perp BN$ 于点 F，作 $CG\perp DE$ 于点 G，

………………（2 分）



则有 $\angle CGN=\angle CFN=\angle FNG=90°$，∴ 四边形 $CGNF$ 为矩形，∴ $CF\parallel GN$，$CG=FN$，$CF=GN$，∴ $\angle DAC=\angle ACF=79°$，∴ $\angle BCF=\angle ACB-\angle ACF=30°$. ………

……………………………………（4 分）

在 Rt△ACG 中，$CG=AC\cdot\sin\angle GAC\approx2\times0.98=1.96$（米），$AG=AC\cdot\cos\angle GAC\approx2\times0.19=0.38$（米），∴ $FN=CG=1.96$ 米，$CF=GN=AG+AN=0.38+1.35=1.73$（米）.

……………………………………（8 分）

在 Rt△BCF 中，$BF=FC\cdot\tan30°=1.73\times\frac{\sqrt{3}}{3}\approx1.00$（米），∴ $BN=BF+FN=1.00+1.96\approx3.0$（米）.

答：凉亭最高点到地面的距离 BN 约为 3.0 米. ……………………………（10 分）

上分攻略 评分细则

第 11 题－第 16 题，每题 4 分.

17. 使用勾股定理时一般写出过程，类似“$OP=\sqrt{OM^2-MP^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$”，没有过程，一旦算错，扣分较多.

19.【解】(1)如图,过点 D 作 $DF\perp CE$ 于点 F,则 $\angle CFD=\angle EFD=90°$.

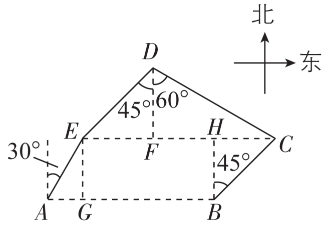
由题意知,$CD=100$ 米,$\angle CDF=60°$,$\angle EDF=45°$. ……………………… (1 分)

在 $Rt\triangle CDF$ 中,$CF=CD\cdot\sin\angle CDF=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}$(米),$DF=CD\cdot\cos\angle CDF=100\times\frac{1}{2}=50$(米). ……………… (2 分)

在 $Rt\triangle DEF$ 中,$\because$ $\angle EDF=45°$,$DF=50$ 米,$\therefore$ $EF=DF\cdot\tan\angle EDF=50\times1=50$(米),$\therefore CE=EF+CF=(50+50\sqrt{3})$米.

答:展区 C 与展区 E 相距$(50+50\sqrt{3})$米.

……………………………………… (4 分)



(2)如图,过点 E 作 $EG\perp AB$ 于 G,过点 B 作 $BH\perp CE$ 于 H,则 $\angle EGB=\angle EHB=90°$.

由题意知,$CE/\!/AB$,$\angle EAG=60°$,$\angle CBH=45°$,$AE=50$ 米,$\therefore$ $\angle EGB=\angle EHB=\angle HBG=90°$,$\therefore$ 四边形 $EGBH$ 是矩形,

$\therefore BH=EG,EH=BG$. ……………… (7 分)

在 $Rt\triangle AGE$ 中,$EG=AE\cdot\sin\angle EAG=50\times\frac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}$(米),$AG=AE\cdot\cos\angle EAG=50\times\frac{1}{2}=25$(米). 在 $Rt\triangle CBH$ 中,$BH=EG=25\sqrt{3}$米,则 $CH=BH\cdot\tan\angle CBH=25\sqrt{3}$米,$\therefore$ $EH=CE-CH=50+50\sqrt{3}-25\sqrt{3}=(50+25\sqrt{3})$米,$\therefore AB=AG+BG=AG+EH=75+25\sqrt{3}\approx118$(米).

答:展区 A,B 之间防空洞的长度约为 118 米.

……………………………………… (10 分)

19. (1)“西南方向”这种隐含条件表示的度数要在过程中写出,如“由题意知 $\angle EDF=45°$”,否则可能扣分.

19. (2)要写一下四边形 $EGBH$ 是矩形的证明过程.

在做题时如果不能明确某个步骤要不要写,最好还是写上.

20.【解】(1)如图,过点 A 作 $AC\perp OM$ 于点 C.

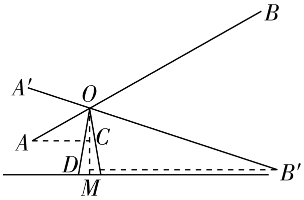
$\because AB=16, OB=3OA, \therefore OA=16\times\frac{1}{1+3}=4$,

$\therefore OB=3OA=12$. …………………（3 分）

在 $Rt\triangle AOC$ 中,$\angle AOC=60°, OA=4$,

$\therefore OC=\frac{1}{2}OA=2, \therefore CM=4-2=2$,$\therefore$ 点 A 位于最低点时与地面的垂直距离为 2 尺.

……………………………………（6 分）



(2)如图,过点 B' 作 $B'D\perp OM$ 于点 D.

在 $Rt\triangle B'OD$ 中,$OB'=OB=12$,$\angle OB'D=108.2°-90°=18.2°$, ……………（9 分）

$\therefore OD=12\times\sin 18.2°\approx12\times0.31=3.72$,

$\therefore DM=4-3.72=0.28$,$\therefore$ 最低点 B' 与地面的垂直距离约为 0.28 尺. …………（12 分）

21.【解】(1)方案一无法计算出水城河两岸的宽度,理由如下:

$\because$ 方案一给出的数据为 CD 的长,$\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 无法建立联系,无法得到 $\triangle ABC$ 的任意一边长度,$\therefore$ 方案一无法计算出水城河两岸的宽度. …………………（5 分）

(2)(任选一种即可)选择方案二:

$\because \angle ACB=\angle ADB+\angle CBD, \angle ACB=60°$,$\angle ADB=30°, \therefore \angle ADB=\angle CBD=30°$,

$\therefore BC=CD=11.8$ m, ………………（9 分）

$\therefore AB=BC\cdot\sin 60°=11.8\times\frac{\sqrt{3}}{2}\approx10.2$(m).

故水城河两岸的宽度约为 10.2 m.

……………………………………（12 分）

选择方案三:设 $AB=x$ m,则 $AC=\frac{AB}{\tan 60°}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ m,$AD=\frac{AB}{\tan 30°}=\sqrt{3}x$ m, ……（9 分）

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}x=23.5$,解得 $x\approx10.2$,$\therefore AB\approx10.2$ m. 故水城河两岸的宽度约为 10.2 m.

……………………………………（12 分）

20. 两条辅助线距离较近时,注意画准确,字母之间如“C”“D”,不要离得太近.

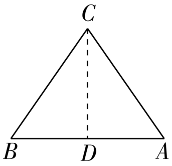
21. (1)要写出理由,否则扣分.

21. (2)选择一种方案写过程即可,多写不会加分.

22. (1)1 ………………………………… (2 分)

【解析】∵ 顶角为 60°的等腰三角形是等边三角形,∴ sad 60° $=\frac{\text{底边}}{\text{腰}}=1$. 故答案为 1.

【解】(2) 如图(1) 所示,作 $CD\perp BA$ 于点 D. ∵ $\triangle ABC$ 中, $CB=CA$, sad $\angle ACB=\frac{AB}{BC}=\frac{6}{5}$, ∴ $AB=\frac{6}{5}BC$.



图(1)

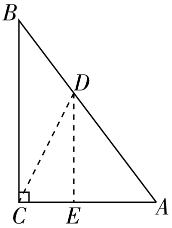
∵ $CD\perp AB$, ∴ $BD=AD=\frac{1}{2}AB=\frac{3}{5}BC$, …… (5 分)

∴ $CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=\sqrt{BC^2-\left(\frac{3}{5}BC\right)^2}=\frac{4}{5}BC$,

∴ $\tan B=\frac{CD}{BD}=\frac{\frac{4}{5}BC}{\frac{3}{5}BC}=\frac{4}{3}$. ………… (7 分)

(3) 如图(2) 所示,在 AB 上截取 $AD=AC$,连结 CD,作 $DE\perp AC$ 于点 E.

…………………… (9 分)



图(2)

∵ Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90°$, $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$, ∴ 设 $BC=4a$, $AB=5a$, 则 $AC=AD=3a$, ∴ $\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{3}{5}$, ∴ $DE=AD\cdot\sin A=3a\times\frac{4}{5}=\frac{12a}{5}$,

$AE=AD\cdot\cos A=3a\times\frac{3}{5}=\frac{9a}{5}$, …… (11 分)

∴ $CE=AC-AE=3a-\frac{9a}{5}=\frac{6a}{5}$, ∴ $CD=\sqrt{CE^2+DE^2}=\sqrt{\left(\frac{6a}{5}\right)^2+\left(\frac{12a}{5}\right)^2}=\frac{6\sqrt{5}a}{5}$,

∴ sad $A=\frac{CD}{AC}=\frac{\frac{6\sqrt{5}a}{5}}{3a}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. …… (14 分)

22. (1) 填空题无需写出解题过程.

22. (2) 注意求的是“tan B”的值,而不是“sad B”的值.

22. (3) 在 AB 上截取 $AD=AC$ 时,最好使用圆规,使作图尽量精准. 作图特别不准确虽然不会扣分,但可能会影响自己后续答题.

上分解析

1. C 【解析】设 $AC=x$，则 $BC=3AC=3x$. 在 Rt△ABC 中，由勾股定理得 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{x^2+(3x)^2}=\sqrt{10}x$，所以 $\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{x}{\sqrt{10}x}=\frac{\sqrt{10}}{10}$. 故选 C.

2. D 【解析】

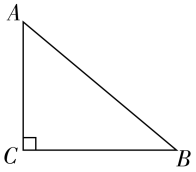
$\left(\cos A-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+|1-\tan B|=0$ → $\cos A-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$ → $\angle A=45°$；$1-\tan B=0$ → $\angle B=45°$ → 等腰直角三角形

故选 D.

3. B 【解析】在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\tan B=\frac{AC}{BC}$，∴ $\frac{AC}{BC}$ 表示 $\angle B$ 的正切. 故选 B.

4. A 【解析】∵ $\angle C=90°$，$AB=8$，$\angle B=30°$，∴ $AC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times8=4$. ∵ 点 P 是 BC 边上的动点，不与点 B，C 重合，∴ $4<AP<8$，∴ AP 的长不可能是 3.5. 故选 A.

5. D 【解析】如图所示，在△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A=\alpha$，$AC=m$，∴ $\cos\alpha=\frac{AC}{AB}$，∴ $AB=\frac{m}{\cos\alpha}$. 故选 D.



6. D 【解析】

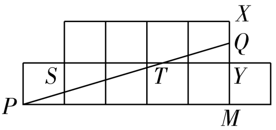
求出 BD 长 → 在 Rt△ABD 中，$\cos\angle ABD=\frac{BD}{AB}$，$AB=4$ 米，∴ $BD=4\cos\alpha$ 米.

证明 CE 与 BD 的关系 → ∵点 C 是 AB 的中点，$CE\perp AD$，$AD\perp BD$，∴ $CE/\!/BD$，∴ CE 是△ABD 的中位线，

求出 CE 的长 → ∴ $CE=\frac{1}{2}BD=2\cos\alpha$ 米，故选D.

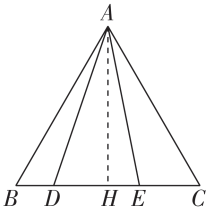
7. C 【解析】观测车从 B 点行驶到目标 A 的正下方的过程中，仰角逐渐增大，行驶到目标 A 的正下方时，仰角最大，为 90°，再继续向 C 点行驶的过程中，仰角逐渐减小. 故选 C.

8. B 【解析】如图，设每个小正方形的边长均为 1，$QY=x$，则 $QM=QY+MY=x+1$. ∵ 线段 PQ 恰好将这个图形分成面积相等的两个部分，∴ $S_{\triangle PQM}+1=10\times1\times\frac{1}{2}=5$，∴ $\frac{1}{2}PM\cdot QM+1=5$，∴ $\frac{1}{2}\times5(x+1)+1=5$，∴ $x=\frac{3}{5}$，∴ $QM=\frac{8}{5}$. ∵ $TY/\!/PM$，∴ $\angle QTY=\angle QPM$，∴ $\tan\angle QTY=\tan\angle QPM=\frac{QM}{PM}=\frac{8}{25}$. 故选 B.



9. A 【解析】如图，过点 A 作 $AH\perp BC$ 于 H. ∵ △ABC 是等边三角形，∴ $AB=AC=BC=6$，$\angle BAC=60°$. ∵ $AH\perp BC$，∴ $\angle BAH=\frac{1}{2}\angle BAC=30°$，

$\therefore \angle BAD+\angle DAH=30°$. $\because \angle DAE=30°$, $\therefore \angle BAD+\angle EAC=30°$, $\therefore \angle DAH=\angle EAC$, $\therefore \tan\angle DAH=\tan\angle EAC=\frac{1}{3}$. $\because BH=\frac{1}{2}AB=3$, $AH=AB\sin 60°=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$, $\therefore \tan\angle DAH=\frac{DH}{AH}=\frac{DH}{3\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$, $\therefore DH=\sqrt{3}$, $\therefore BD=BH-DH=3-\sqrt{3}$. 故选 A.



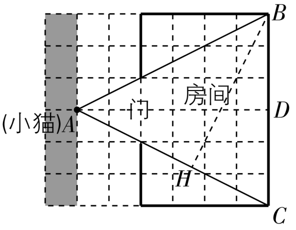
10. A 【解析】$\because \angle ACB=90°$, $\angle A=60°$, $AC=2$, $\therefore BC=AC\cdot\tan 60°=2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$. $\because$ 点 D,点 E,点 F 分别是 AC, AB, BC 的中点, $\therefore AD=\frac{1}{2}AC=1$, $DE=\frac{1}{2}BC=\sqrt{3}$, $DE/\!/BC$, $\therefore \angle ADE=\angle ACB=90°$, $\therefore S=\frac{AD\cdot DE}{2}=\frac{1\times\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,同理 $S_1=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{4}$, $S_2=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\left(\frac{1}{4}\right)^2$, $S_3=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\left(\frac{1}{4}\right)^3$, $\cdots$, $\therefore S_n=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\left(\frac{1}{4}\right)^n$, $\therefore S_{2\,024}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\left(\frac{1}{4}\right)^{2\,024}$. 故选 A.

11. 10 【解析】$\because$ 直角三角形斜边上的中线等于 5, $\therefore$ 这个三角形的斜边长等于 $2\times5=10$. 故答案为 10.

12. 45 【解析】$\because$ 斜坡 AB 的坡度 $i=1:1$,坡角为 α, $\therefore \tan\alpha=1$, $\therefore \alpha=45°$,故答案为 45.

13. $60°$ 【解析】$\because \tan A=\frac{\sin A}{\cos A}$, $\angle A$ 是锐角, $\tan A=2\sin A$, $\therefore \frac{\sin A}{\cos A}=2\sin A$, $\therefore \cos A=\frac{1}{2}$, $\therefore \angle A=60°$. 故答案为 $60°$.

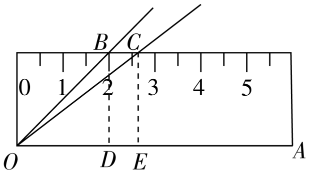
14. $\frac{4}{5}$ 【解析】如图,当视角最大时,小猫所在位置为 A,过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D,过点 B 作 $BH\perp AC$ 于 H. 设正方形地砖边长为 1,由图可得 $AB=AC=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$. $\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}AC\cdot BH$, $\therefore BH=\frac{6\times6}{3\sqrt{5}}=\frac{12\sqrt{5}}{5}$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABH$ 中, $\sin\angle BAH=\frac{BH}{AB}=\frac{\frac{12\sqrt{5}}{5}}{3\sqrt{5}}=\frac{4}{5}$. 故答案为 $\frac{4}{5}$.



上分点拨 | **构造直角三角形解题**

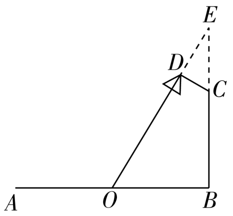
找到视角最大时小猫所在的位置,画出图形,构造直角三角形,求出相关线段长度,根据锐角三角函数定义可得答案.

15. 2.7 【解析】如图,过点 B 作 $BD\perp OA$ 于 D,过点 C 作 $CE\perp OA$ 于 E. 在 $\mathrm{Rt}\triangle BOD$ 中, $\angle BOD=45°$, $\angle BDO=90°$, $\therefore \angle OBD=\angle BOD=45°$. $\because OB$ 与尺上沿的交点 B 在尺



上的读数为 2 cm，∴ $OD=2$ cm，∴ $BD=OD=2$ cm. 易证四边形 $BDEC$ 是矩形，∴ $CE=BD=2$ cm. 在 Rt△COE 中，$\angle EOC=\angle AOC=37°$，$\tan\angle EOC=\frac{CE}{OE}$，∴ $OE=\frac{CE}{\tan\angle EOC}=\frac{2}{\tan 37°}\approx\frac{2}{0.75}\approx2.7$(cm)，∴ OC 与尺上沿的交点 C 在尺上的读数约为 2.7 cm. 故答案为 2.7.

16. (1)60　(2)$(6\sqrt{3}-6)$　【解析】(1)∵ $OD\perp DC$，$BC\perp AB$，∴ $\angle ODC=\angle ABC=90°$. ∵ $\angle DCB=120°$，∴ $\angle DOB=360°-\angle ODC-\angle DCB-\angle ABC=60°$. 故答案为 60.



(2)如图，延长 OD，交 BC 的延长线于点 E. 在 Rt△OBE 中，$\angle E=90°-\angle EOB=90°-60°=30°$. 当 $DC=4$ 米时，点 O 为 AB 的中点，∴ $OB=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times24=12$(米)，∴ $OE=2OB=24$ 米，∴ $BE=\sqrt{OE^2-OB^2}=\sqrt{24^2-12^2}=12\sqrt{3}$(米). 在 Rt△$DCE$ 中，$\angle EDC=90°$，$\angle E=30°$，∴ $CE=2DC=2\times4=8$(米)，∴ $BC=BE-CE=(12\sqrt{3}-8)$米. 当 $DC=1$ 米时，在Rt△DCE 中，$\angle EDC=90°$，$\angle E=30°$，∴ $CE=2DC=2\times1=2$(米). ∵ $AB=24$ 米，$OB=\frac{1}{4}AB$，∴ $OB=\frac{1}{4}\times24=6$(米)，∴ $OE=2OB=2\times6=12$(米)，∴ $BE=\sqrt{OE^2-OB^2}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$(米)，∴ $BC=BE-CE=(6\sqrt{3}-2)$米，∴ 现在路灯的灯柱 BC 高度应该比原设计高度缩短$(12\sqrt{3}-8)-(6\sqrt{3}-2)=(6\sqrt{3}-6)$米. 故答案为$(6\sqrt{3}-6)$.

17.【方法总结】求一些点的坐标时，过已知点向坐标轴作垂线，然后求出相关的线段长，是解决这类问题的基本方法.

18.【关键点拨】本题主要考查解直角三角形的应用，结合题目意思，构造合适的直角三角形是解此类题的关键.

19.【方法总结】本题中有很多特殊角，要学会利用特殊角构造直角三角形解决问题.

20.【思路分析】(1)构造直角三角形，在直角三角形 AOC 中，由锐角三角函数的定义进行计算即可；(2)过点 B'作 OM 的垂线，构造直角三角形，求出$\angle B'$的度数，利用锐角三角函数的定义可求出 OD 的长，进而求出 DM 的长即可.

21.【关键点拨】利用方案三解题时，要找到等量关系，即 $AC+AD=CD$，再设参数构建方程解决问题.

22.【关键点拨】本题考查解直角三角形，解题的关键是理解题目中给出的新定义，并作出合适的辅助线，构造等腰三角形和直角三角形.