

第一部分 单元过关检测

卷① 第21章综合检测卷

答案及评分细则

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	C	D	C	A	A	D	B

11. 6 12. $\frac{35}{2}$ 13. -24

14. $a+b+c$ 15. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

16. (1) $1+\frac{1}{n(n+1)}$ (2) $\frac{99}{10}$

17. 【解】(1) 原式 $=\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}$ (2 分)
 $=2\sqrt{3}$ (3 分)

(2) 原式 $=\sqrt{\frac{20}{5}}+1-\sqrt{\frac{1}{3}\times 6}$ (6 分)

$=2+1-\sqrt{2}$ (8 分)

$=3-\sqrt{2}$ (9 分)

(3) 原式 $=7-5-2+\sqrt{3}$ (11 分)

$=\sqrt{3}$ (12 分)

18. 【解】(1) $\because a=3+2\sqrt{2}, b=3-2\sqrt{2}$,

$\therefore a+b=(3+2\sqrt{2})+(3-2\sqrt{2})=6$,

$a-b=(3+2\sqrt{2})-(3-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}$, (4 分)

$\therefore a^2-b^2=(a+b)(a-b)=6\times 4\sqrt{2}=24\sqrt{2}$.

..... (6 分)

(2) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2=(4\sqrt{2})^2=32$.

..... (8 分)

19. 【解】(1) 由题意得 $\left(10\sqrt{\frac{1}{5}}-2\sqrt{45}\right)\div$

$(-\sqrt{5})=(2\sqrt{5}-6\sqrt{5})\div(-\sqrt{5})$ (2 分)

$=-4\sqrt{5}\div(-\sqrt{5})=4$ (4 分)

(2) 设“■”处的数字是 a , 则

$\left(\blacksquare\sqrt{\frac{1}{5}}-2\sqrt{45}\right)\div(-\sqrt{5})=\left(a\times\frac{\sqrt{5}}{5}-6\sqrt{5}\right)\div$

上分攻略 评分细则

第 11 题-第 16 题, 每题 4 分.

17. (1) 抄下式子或写原式, 否则扣 0.5 分. 计算出 $\sqrt{12}, 3\sqrt{\frac{1}{3}}$ 分别得 1 分, 正确计算出 $\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}$ 得 1 分.

17. (3) 去掉括号符号要改变.

18. (1) 正确计算出 $a+b$ 和 $a-b$ 分别得 2 分, 计算出 a^2-b^2 得 2 分.

19. (1) 正确计算出 $10\sqrt{\frac{1}{5}}, 2\sqrt{45}$ 分别得 1 分, 根据二次根式混合运算继续计算, 结果化为最简得 2 分.

$$(-\sqrt{5}) = 6 - \frac{a}{5}, \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$\therefore 6 - \frac{a}{5} = 5, \therefore a = 5, \therefore \text{“}\blacksquare\text{”处的数字是 5.}$$

$\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

20. 【解】(1) 长方形空地 $ABCD$ 的周长是

$$2 \times (\sqrt{72} + \sqrt{32}) \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$= 2 \times (6\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) = 20\sqrt{2} (\text{m}).$$

答: 长方形空地 $ABCD$ 的周长是 $20\sqrt{2} \text{ m}$.

$\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

(2) 蔬菜地的面积为 $\sqrt{72} \times \sqrt{32} - (\sqrt{10} +$

$$1) \times (\sqrt{10} - 1) \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

$$= 48 - (10 - 1) = 39 (\text{m}^2). \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

$$39 \times 8 \times 15 = 4\,680 (\text{元}).$$

答: 张大伯如果将所种蔬菜全部销售完, 销

售收入为 4 680 元. $\dots\dots\dots (12 \text{ 分})$

21. 【解】(1) 由已知条件可得 $OA_n^2 = n, S_n =$

$$\frac{\sqrt{n}}{2}. \text{ 故答案为 } n, \frac{\sqrt{n}}{2}. \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{1}{\frac{\sqrt{1}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}} + \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}} + \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{4}}{2}} + \dots +$$

$$\frac{1}{\frac{\sqrt{99}}{2} + \frac{\sqrt{100}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots +$$

$$\frac{2}{\sqrt{99} + \sqrt{100}} = 2 \times \left[\frac{\sqrt{2} - \sqrt{1}}{(\sqrt{2} + \sqrt{1})(\sqrt{2} - \sqrt{1})} + \right.$$

$$\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{(\sqrt{4} + \sqrt{3})(\sqrt{4} - \sqrt{3})} + \dots +$$

$$\left. \frac{\sqrt{100} - \sqrt{99}}{(\sqrt{100} + \sqrt{99})(\sqrt{100} - \sqrt{99})} \right] = 2 \times (\sqrt{2} -$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{100} - \sqrt{99})$$

$\dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

$$= 2 \times (\sqrt{100} - 1) = 18. \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

(3) 线段 $OA_1, OA_2, OA_3, \dots, OA_{2\,022}$ 的长度分

别是 $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{2\,022}$.

长度为正整数的分别是 1, 2, 3, 4, 5, \dots, a .

20. (1) 表示出长方形

空地 $ABCD$ 的周长

得 3 分, 正确计算

并写答话得 3 分.

21. (1) 填空题不用写

解题过程.

21. (2) 根式运算讲究

连贯性, 尽量规避

计算失误, 避免

失分.

$$\because 44^2 = 1\,936, 45^2 = 2\,025, \therefore a = 44,$$

\therefore 线段 $OA_1, OA_2, OA_3, \dots, OA_{2\,022}$ 中, 长度为正整数的线段共有 44 条.

故答案为 44. (12 分)

22. 【解】(1) 由题意得 $m=6, n=5. \therefore 1+5=6, 1 \times$

$$5=5, \therefore (\sqrt{1})^2 + (\sqrt{5})^2 = 6, \sqrt{1} \times \sqrt{5} = \sqrt{5},$$

..... (2 分)

$$\therefore \sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{(1+\sqrt{5})^2} = 1+\sqrt{5}.$$

..... (4 分)

$$(2) \because \sqrt{13-4\sqrt{10}} = \sqrt{13-2\sqrt{40}}, \therefore m = 13, n = 40.$$

$$\because 5+8=13, 5 \times 8=40, \therefore (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{8})^2 = 13, \sqrt{5} \times \sqrt{8} = \sqrt{40}, \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$\therefore \sqrt{13-4\sqrt{10}} = \sqrt{(\sqrt{8}-\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{2}-\sqrt{5}.$$

..... (8 分)

$$(3) 2\sqrt{3}-2. \dots\dots\dots (14 \text{ 分})$$

$$\text{根据勾股定理, 得 } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{(4-\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{16-8\sqrt{3}}.$$

$$\because \sqrt{16-8\sqrt{3}} = \sqrt{16-2\sqrt{48}}, \therefore m = 16, n = 48.$$

$$\because 4+12=16, 4 \times 12=48,$$

$$\therefore (\sqrt{4})^2 + (\sqrt{12})^2 = 16, \sqrt{4} \times \sqrt{12} = \sqrt{48},$$

$$\therefore BC = \sqrt{16-2\sqrt{48}} = \sqrt{(\sqrt{12}-\sqrt{4})^2} = \sqrt{(2\sqrt{3}-2)^2} = 2\sqrt{3}-2.$$

22. (1) (2) 将已知式子中的数化为 $(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 = m$, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{n}$ 得 2 分, 根据题中所给材料将已知二次根式化简得 2 分.

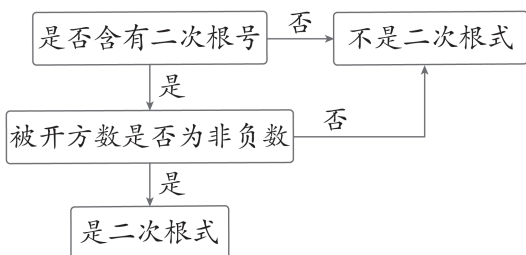
上分解析

1. C 【解析】

选项	分析	判断
A	$\sqrt{-3}$, 被开方数是负数, 二次根式无意义	×
B	$\sqrt[3]{2a}$ 不含有二次根号	×
C	$\sqrt{a^2+2}$, 是二次根式	✓
D	$\sqrt{a^2-9}$, 被开方数有可能是负数, 二次根式无意义	×

故选 C.

上分总结 | 识别二次根式的方法



2. A 【解析】



3. B 【解析】

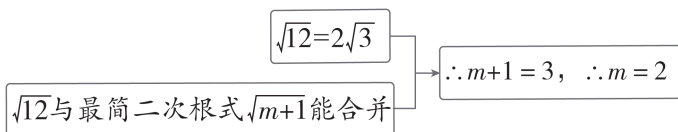
选项	分析	判断
A	$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$, 被开方数含分母, 不是最简二次根式	×
B	$\sqrt{7}$ 是最简二次根式	✓
C	$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$, 被开方数中含能开得尽方的因数, 不是最简二次根式	×
D	$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 被开方数含分母, 不是最简二次根式	×

故选 B.

上分归纳 | 最简二次根式应满足的条件

(1) 被开方数不含分母; (2) 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.

4. C 【解析】



5. D 【解析】

选项	分析	判断
A	$\sqrt{(-3)^2} = -3 = 3$	×
B	$\sqrt{3^2} = 3$	×
C	$\sqrt{(-3)^2} = -3 = 3$	×
D	$-\sqrt{3^2} = -3$	✓

故选 D.

6. C 【解析】

选项	分析	判断	是否符合题意
A	原式 = $\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$	✓	否
B	原式 = $\sqrt{6 \div 2} = \sqrt{3}$	✓	否
C	$\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不能合并	×	是
D	原式 = 2	✓	否

故选 C.

7. A 【解析】由题意得, 留下的阴影部分的面积为 $(\sqrt{12} + \sqrt{27})^2 - 12 - 27 = 12 + 27 + 2\sqrt{12} \times \sqrt{27} - 12 - 27 = 2\sqrt{12} \times \sqrt{27} = 2 \times 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 36 (\text{cm}^2)$, 故选 A.

8. A 【解析】由数轴知 $-2 < a < -1$, $1 < b < 2$, $a < b$, $\therefore a+2 > 0$, $b-2 < 0$, $a-b < 0$, $\therefore \sqrt{(a+2)^2} + \sqrt{(b-2)^2} + \sqrt{(a-b)^2} = |a+2| + |b-2| + |a-b| = a+2+2-b+b-a = 4$. 故选 A.

9. D 【解析】 $S = \sqrt{\frac{1}{4} \times \left\{ (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{5})^2 - \left[\frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{6})^2}{2} \right]^2 \right\}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$, 故选 D.

10. B 【解析】 $\frac{1}{3-\sqrt{5}} = \frac{3+\sqrt{5}}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \frac{3+\sqrt{5}}{9-5} = \frac{3+\sqrt{5}}{4}$, 甲正确; $\frac{a}{\sqrt{2}+1} + \frac{b}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1}a + \frac{\sqrt{2}+1}{2-1}b = (\sqrt{2}-1)a + (\sqrt{2}+1)b = \sqrt{2}(a+b) - a + b$, 则 $\sqrt{2}(a+b) - a + b = -6\sqrt{2} + 4$, $\therefore a+b = -6$, 乙错误; $\frac{1}{\sqrt{2024}-\sqrt{2023}} = \frac{\sqrt{2024}+\sqrt{2023}}{1} = \sqrt{2024} + \sqrt{2023}$, $\frac{1}{\sqrt{2022}-\sqrt{2021}} = \frac{\sqrt{2022}+\sqrt{2021}}{1} = \sqrt{2022} + \sqrt{2021}$, $\therefore \frac{1}{\sqrt{2024}-\sqrt{2023}} > \frac{1}{\sqrt{2022}-\sqrt{2021}}$, 丙正确; $\because \sqrt{48-x} - \sqrt{16-x} = 2$, $\therefore \frac{1}{\sqrt{48-x}-\sqrt{16-x}} = \frac{1}{2}$, $\therefore \frac{\sqrt{48-x}+\sqrt{16-x}}{(48-x)-(16-x)} = \frac{1}{2}$, $\therefore \frac{\sqrt{48-x}+\sqrt{16-x}}{32} = \frac{1}{2}$, $\therefore \sqrt{48-x}+\sqrt{16-x} = 16$, 丁错误; $\frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{99\sqrt{97}+97\sqrt{99}} = \frac{3-\sqrt{3}}{9-3} + \frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{25 \times 3 - 9 \times 5} + \frac{7\sqrt{5}-5\sqrt{7}}{49 \times 5 - 25 \times 7} + \dots + \frac{99\sqrt{97}-97\sqrt{99}}{99^2 \times 97 - 97^2 \times 99} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{5\sqrt{3}}{30} - \frac{3\sqrt{5}}{30} + \frac{7\sqrt{5}}{70} - \frac{5\sqrt{7}}{70} + \dots + \frac{99\sqrt{97}}{99^2 \times 97 - 97^2 \times 99} - \frac{97\sqrt{99}}{99^2 \times 97 - 97^2 \times 99} = \frac{1}{2} - \frac{97\sqrt{99}}{99^2 \times 97 - 97^2 \times 99} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{99}}{99 \times 2} = \frac{99-\sqrt{99}}{99 \times 2} = \frac{33-\sqrt{11}}{66}$, 戊正确. \therefore 正确的有甲、丙、戊, 故选 B.

11.6 【解析】 $\because \sqrt{24n} = \sqrt{4} \times \sqrt{6n} = 2\sqrt{6n}$, 又 $\because \sqrt{24n}$ 是整数, \therefore 满足条件的最小正整数 n 的值为 6. 故答案为 6.

12. $\frac{35}{2}$ 【解析】原式 $= \sqrt{35 \div \frac{2}{7} \times \frac{5}{2}} = \sqrt{35 \times \frac{7}{2} \times \frac{5}{2}} = \frac{35}{2}$, 故答案为 $\frac{35}{2}$.

13. -24 【解析】 $\because x^3y + 2x^2y^2 + xy^3 = xy(x^2 + 2xy + y^2) = xy(x+y)^2$, \therefore 当 $x+y = 2\sqrt{3}$, $xy = -2$ 时, 原式 $= -2 \times (2\sqrt{3})^2 = -2 \times 12 = -24$. 故答案为 -24.

14. $a+b+c$ 【解析】 $\because a, b, c$ 为三角形的三边长, $\therefore a+b > c, c+a > b, b+c > a$, $\therefore a+b-c > 0, b+c-a > 0, a+c-b > 0$, $\therefore \sqrt{(a+b-c)^2} + \sqrt{(b+c-a)^2} + \sqrt{(a+c-b)^2} = |a+b-c| + |b+c-a| + |a+c-b| = a+b-c+a+c-b+b+c-a = a+b+c$. 故答案为 $a+b+c$.

15. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ 【解析】根据题中的新定义得 $10 \ast 6 = \frac{\sqrt{10+6}}{10-6} = \frac{\sqrt{16}}{4} = \frac{4}{4} = 1$, 则 $(10 \ast 6) \ast 7 = 1 \ast 7 = \frac{\sqrt{1+7}}{1-7} = \frac{2\sqrt{2}}{-6} = -\frac{\sqrt{2}}{3}$. 故答案为 $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

16. (1) $1 + \frac{1}{n(n+1)}$ (2) $\frac{99}{10}$ 【解析】(1) 根据题意得第 n 个等式为

$$\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 + \frac{1}{n(n+1)}, \text{ 故答案为 } 1 + \frac{1}{n(n+1)}.$$

$$(2) \text{ 原式} = 1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + 1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + 1 + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) = 1 + 1 - \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + 1 + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = 10 - \frac{1}{10} = \frac{99}{10}. \text{ 故答案为 } \frac{99}{10}.$$

17. 【关键点拨】本题考查了二次根式的混合运算, 掌握二次根式的运算法则是解题的关键.

18. 【关键点拨】本题考查的是二次根式的化简求值, 掌握完全平方公式、平方差公式是解题的关键.

19. 【思路分析】(1) 把 10 代入, 列式 $\left(10\sqrt{\frac{1}{5}} - 2\sqrt{45}\right) \div (-\sqrt{5})$, 再计算即可.

(2) 设“■”处的数字是 a , 建立方程求解即可.

20. 【思路分析】(1) 利用长方形的周长公式即可求解.

(2) 先求得蔬菜地的面积, 再计算收入即可.

21. 【思路分析】(1) 认真分析题目中给出的各式, 然后归纳总结出规律即可.

(2) 代入值后化简整理求得结果.

(3) 通过分析数据不难发现当边长正好是根号下的数是一个正整数的平方时, 出现的就是正整数. 分析比 $\sqrt{2022}$ 小的最大的正整数即可.

22. 【思路分析】(1) 根据模型, 得 $m=6, n=5$, 进而求得 a 和 b 分别为 1 和 5, 代入求解即可.

(2) 将原式化为 $\sqrt{13-2\sqrt{40}}$. 根据模型, 得 $m=13, n=40$, 进而求得 a 和 b 分别为 5 和 8, 代入求解即可.

(3) 根据勾股定理, 求得 BC 边的长度, 再根据模型化简即可.