卷② 第 22 章基础诊断卷（A 卷）

答案及评分细则

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	D	A	D	A	C	A	B	C

11. $x^2-3x+10=0$　**12.** 0　**13.** 2 024

14. $k\leqslant 1$　**15.** $(20-2x)(18-x)=306$

16. 12

17.【解】(1) $x^2+x-4=0$,

$\therefore a=1, b=1, c=-4.$ ……………… (1 分)

$\because \Delta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times(-4)=1+16=17>0$,

…………………………………… (2 分)

$\therefore x=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$,

$\therefore x_1=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}, x_2=\dfrac{-1-\sqrt{17}}{2}.$ …… (4 分)

(2) $(2x+1)^2+15=8(2x+1)$,

$(2x+1)^2-8(2x+1)+15=0$,

$(2x+1-3)(2x+1-5)=0$,

$(2x-2)(2x-4)=0$, ……………… (6 分)

$2x-2=0$ 或 $2x-4=0$,

解得 $x_1=1, x_2=2.$ ………………… (8 分)

18.【解】$\because x=-2$ 是一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 的一个根，$\therefore (-2)^2+2\times(-2)+m=0$,

…………………………………… (2 分)

解得 $m=0$, ……………………… (4 分)

$\therefore$ 一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 为 $x^2+2x=0$,

…………………………………… (5 分)

即 $x(x+2)=0$, …………………… (6 分)

解得 $x=0$ 或 $x=-2$, ……………… (8 分)

$\therefore$ 方程的另一个根是 $x=0$，m 的值为 0.

…………………………………… (10 分)

19. (1)【证明】$\because \Delta=(-2)^2-4\times1\times(-3m^2)=4+12m^2>0$, ……………………… (2 分)

$\therefore$ 方程总有两个不相等的实数根.

…………………………………… (4 分)

(2)【解】根据根与系数的关系得 $\alpha+\beta=2$,

$\alpha\beta=-3m^2$, ………………………… (6 分)

上分攻略 评分细则

第 11 题－第 16 题，每题 4 分.

17. (1) 使用公式法解一元二次方程时，要验证 Δ 是否大于等于 0，否则不得分.

18. $x^2+2x=0$ 化为 $x(x+2)=0$ 时，方程左右两边不要同时除以 x，否则不得分.

19. (1) 计算 Δ 时，不要忘记 a,b,c 是带有符号的，否则不得分.

而 $\alpha+3\beta=8$，∴ 有$\begin{cases}\alpha+\beta=2,\\ \alpha+3\beta=8,\end{cases}$

解得$\begin{cases}\alpha=-1,\\ \beta=3,\end{cases}$ ………………………… (8 分)

∴ $-3m^2=(-1)\times3=-3$，即 $m^2=1$，

解得 $m_1=1$，$m_2=-1$，

即 m 的值为 1 或 -1. …………… (10 分)

20.【解】(1) $[-4,3]*[2,-6]=-4\times2-3\times(-6)=10$. ……………………… (6 分)

(2) 根据题意得 $x(mx+1)-m(2x-1)=0$，

整理得 $mx^2+(1-2m)x+m=0$. …… (8 分)

∵ 关于 x 的方程 $[x,2x-1]*[mx+1,m]=0$ 有两个实数根，

∴ $\Delta=(1-2m)^2-4m\cdot m\geqslant0$，且 $m\neq0$，

…………………………………… (10 分)

解得 $m\leqslant\frac{1}{4}$ 且 $m\neq0$. …………… (12 分)

21.【解】(1) 设该品牌电动自行车销售量的月平均增长率为 x.

由题意得 $150(1+x)^2=216$，……… (2 分)

解得 $x_1=-2.2$（不合题意，舍去），

…………………………………… (4 分)

$x_2=0.2=20\%$.

答：该品牌电动自行车销售量的月平均增长率为 20%. …………………… (6 分)

(2) ∵ $216\times(1+20\%)=259.2<300$，

…………………………………… (9 分)

∴ 4 月份的销售量不会达到 300 辆.

…………………………………… (12 分)

22.【解】(1) 已知小路的宽度为 x m，则 $(16-2x)(12-2x)=\frac{1}{2}\times16\times12$. ……… (4 分)

(2) 四个角上的四个扇形可合并成一个圆，设这个圆的半径为 r m，故有 $\pi r^2=\frac{1}{2}\times16\times12$，………………………… (6 分)

解得 $r=4\sqrt{2}$（负值已舍去）.

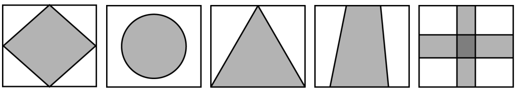
答：扇形的半径为 $4\sqrt{2}$ m. ……… (9 分)

20. (2) 将新定义与一元二次方程联系起来，得到关于 x 的一元二次方程是关键得分点.

21. (1) 求出方程的解后，要根据实际问题对 x 进行取舍，否则不得分.

22. (1) 题意是“花园四周小路的宽度相等”，所以不要错误写成 $(16-x)(12-x)=\frac{1}{2}\times16\times12$，否则不得分.

(3)设计方案如图所示(答案不唯一):



……………………………………………(14 分)

22. (3)此小问满分为 5 分,画出一种设计方案得 1 分.

上分解析

1. A 【解析】

序号	分析	判断
①$3x^2+x=20$	是一元二次方程	符合题意
②$ax^2+bx+c=0$	a 的值不确定,不能确定未知数的最高次数是 2,从而不能确定此方程是一元二次方程	不符合题意
③$x^2-\frac{1}{x}=4$	不是整式方程,故不是一元二次方程	不符合题意
④$x^2=1$	是一元二次方程	符合题意
⑤$x^2-3x=(x+1)(x-1)$	整理后为 $3x-1=0$,是一元一次方程	不符合题意

综上,符合题意的有①④,故选 A.

上分总结　一元二次方程的判断

要判断一个方程是否为一元二次方程,先看它是否为整式方程,其次看未知数的个数是否为 1,最后看未知数的最高次数是否为 2. 若是,再对它进行整理. 如果能整理为 $ax^2+bx+c=0$(a,b,c 为常数,$a\neq0$)的形式,那么这个方程就是一元二次方程.

2. C 【解析】根据表格可得方程 $ax^2+bx+c=0$(a,b,c 为常数,$a\neq0$)的一个根 x 的范围为 $5.13<x<5.14$. ∵ $|-0.02|=0.02$,$|0.01|=0.01$,且 $0.02>0.01$,∴ 方程的一个根最接近于 5.14. 故选 C.

3. D 【解析】

$$\boxed{x^2+4x+3=0}\rightarrow\boxed{x^2+4x=-3}\rightarrow\boxed{x^2+4x+4=1}\rightarrow\boxed{(x+2)^2=1}$$

4. A 【解析】一元二次方程 $x^2+5x+1=0$ 中的 $a=1,b=5,c=1$,则这个方程根的判别式为 $\Delta=5^2-4\times1\times1=21>0$,所以方程有两个不相等的实数根. 故选 A.

5. D 【解析】把方程移项得 $x^2-5x=0$,即 $x(x-5)=0$,解得 $x_1=0,x_2=5$. 故选 D.

6. A 【解析】甲在解方程时,方程两边同时除以 $(2x-1)$,导致少了一个根,所以自己负责的一步出现错误的是甲. 故选 A.

7. C　【解析】

根与系数的关系 → $x_1+x_2=-3$，$x_1x_2=2$ → $x_1+x_2-x_1x_2=-3-2=-5$

8. A　【解析】根据题意得 $\frac{1}{2}x(x-1)=15$. 故选 A.

9. B　【解析】设 $2x-1=t$，则一元二次方程可化为 $t^2-2t-3=0$，由题意可知，$t_1=-1$，$t_2=3$，则 $2x-1=-1$ 或 $2x-1=3$，∴ $x_1=0$，$x_2=2$. 故选 B.

10. C　【解析】设最小数为 x，则另外 8 个数分别为 $x+1$，$x+2$，$x+7$，$x+8$，$x+9$，$x+14$，$x+15$，$x+16$. 依题意，得 $x(x+16)=161$，解得 $x_1=7$，$x_2=-23$（不合题意，舍去），则这 9 个数中最小数为 7. 故选 C.

11. $x^2-3x+10=0$　【解析】$x(x+2)=5(x-2)$，$x^2+2x=5x-10$，$x^2-3x+10=0$，故答案为 $x^2-3x+10=0$.

12. 0　【解析】∵ 一元二次方程 $x^2-kx-1=0$ 的两根互为相反数，∴ $x_1+x_2=0$，即 $x_1+x_2=k=0$.

13. 2 024　【解析】由题意知，$m^2-m-2\ 023=0$，∴ $m^2-m=2\ 023$，∴ $m^2-m+1=2\ 024$.

14. $k\leqslant 1$　【解析】

方程 $kx^2+2x+1=0$ 有实数根
- ①若 $k\neq 0$，方程为一元二次方程 → $\Delta=4-4k\geqslant 0$ → $k\leqslant 1$ 且 $k\neq 0$
- ②若 $k=0$，方程为 $2x+1=0$，有实数根

→ $k\leqslant 1$

上分警示　**求方程中未知字母取值的易错点**

没有明确是什么方程时，需分类讨论，另外，一元二次方程有实数根时，不要忘记 $\Delta=0$ 的情况.

15. $(20-2x)(18-x)=306$　【解析】∵ 花园长 20 米，宽 18 米，且小路的宽为 x 米，∴ 种植花卉的部分可合成长为 $(20-2x)$ 米，宽为 $(18-x)$ 米的矩形. 根据题意得 $(20-2x)(18-x)=306$.

16. 12　【解析】观察图形可知，当 n 为奇数时，黑色小正方形的个数为 $1,5,9,\cdots,2n-1$；当 n 为偶数时，黑色小正方形的个数为 $4,8,12,\cdots,2n$. 由上可知，n 为偶数时 $P_1=2n$，白色小正方形与黑色小正方形的总数为 n^2，∴ $P_2=n^2-2n$. 根据题意得 $n^2-2n=5\times 2n$，则 $n^2-12n=0$，解得 $n_1=12$，$n_2=0$（不合题意，舍去）. 故答案为 12.

17.【关键点拨】本题考查了解一元二次方程的方法——因式分解法和公式法，熟练掌握解一元二次方程的方法是解题的关键.

18.【关键点拨】本题考查一元二次方程根的定义及用因式分解法解一元二次方程，熟练掌握一元二次方程根的定义及解法是解决问题的关键.

19.【关键点拨】本题考查了一元二次方程根与系数的关系和根的判别式，熟练掌握根的判别式以及根与系数的关系是解题的关键.

20.【思路分析】(1) 根据新定义运算列式计算.

(2) 先根据新定义得到 $x(mx+1)-m(2x-1)=0$，再把方程化为一般形式，根据题意得到 $\Delta\geqslant0$ 且 $m\neq0$，解之即可.

21.【思路分析】(1) 设该品牌电动自行车销售量的月平均增长率为 x，根据 1 月份的销售量×(1+增长率)^2=3 月份的销售量，列出一元二次方程，解方程并对 x 进行取舍即可.

(2) 根据(1)中求出的平均增长率列式计算，然后比较大小，即可得到答案.

22.【思路分析】(1) 利用矩形的面积公式列方程.

(2) 四个角上的扇形相同，合在一起正好是一个圆，根据圆的面积公式列方程，进行解答，从而求出半径.

(3) 答案不唯一，发挥想象，符合要求即可.

第 22 章　对点上分

上分解析

1. C　【解析】A 选项，x^2-2x-3 是多项式，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；B 选项，当 $a=0$ 时，$ax^2+1=0$ 不是一元二次方程，故本选项不符合题意；C 选项，$5-x(x-1)=5$ 是一元二次方程，故本选项符合题意；D 选项，$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-2=0$ 是分式方程，故本选项不符合题意. 故选 C.

2. D　【解析】原方程化为一般形式为 $5x^2-6x+8=0$，则二次项系数、一次项系数及常数项分别是 $5,-6,8$. 故选 D.

3. B　【解析】$\because$ 关于 x 的方程 $x^2+ax+6=0$ 有一个根为 -3，$\therefore (-3)^2+(-3)a+6=0$，$\therefore 9-3a+6=0$，解得 $a=5$，故选 B.

4.【解】(1) $(x-1)^2=9$，$x-1=\pm3$，解得 $x_1=-2$，$x_2=4$.

(2) $x^2+2x-1=0$，配方，得 $x^2+2x+1=2$，即 $(x+1)^2=2$，$\therefore x+1=\pm\sqrt{2}$，

$\therefore x_1=-1+\sqrt{2}$，$x_2=-1-\sqrt{2}$.

(3) $2x^2+3x-1=0$，$\because a=2$，$b=3$，$c=-1$，$\therefore \Delta=3^2-4\times2\times(-1)=17>0$，

$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2\times2}$，$\therefore x_1=\frac{-3+\sqrt{17}}{4}$，$x_2=\frac{-3-\sqrt{17}}{4}$.

(4) $(x-1)^2-5(x-1)+6=0$，$(x-1-3)(x-1-2)=0$，$x-1-3=0$ 或 $x-1-2=0$，$\therefore x_1=4$，$x_2=3$.

5. A　【解析】

$\boxed{\Delta=m^2-4\times1\times(-8)=m^2+32>0}$ → $\boxed{\text{方程有两个不相等的实数根}}$

6. D　【解析】

$\boxed{\text{一元二次方程}\to m\neq0}$
$\boxed{\text{有实数解}\to\Delta\geqslant0\to4-4m\geqslant0\to m\leqslant1}$
→ $\boxed{m\leqslant1\text{且}m\neq0}$

7.【解】(1) $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $kx^2-(2k+4)x+k-6=0$ 有两个不相等的实数根，$\therefore \Delta=[-(2k+4)]^2-4k(k-6)>0$，且 $k\neq0$，解得 $k>-\frac{2}{5}$ 且 $k\neq0$.

(2) 当 $k=1$ 时，原方程为 $x^2-(2\times1+4)x+1-6=0$，即 $x^2-6x-5=0$，移项，得 $x^2-6x=5$，配方，得 $x^2-6x+9=5+9$，即 $(x-3)^2=14$，直接开平方，得 $x-3=\pm\sqrt{14}$，解得 $x_1=3+\sqrt{14}$，$x_2=3-\sqrt{14}$.

8. A　【解析】方程 $x^2-6x-7=0$ 中，$a=1$，$b=-6$，$c=-7$. $\because x_1,x_2$ 是方程 $x^2-6x-7=0$ 的两个根，$\therefore x_1+x_2=-\frac{b}{a}=6$，$x_1x_2=\frac{c}{a}=-7$，故选 A.

上分归纳｜一元二次方程的根与系数的关系

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的两个根为 x_1,x_2，则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$.

9. C 【解析】∵ x_1,x_2 是方程 $2x^2-9x-3=0$ 的两个根，∴ $x_1+x_2=\frac{9}{2}$，$x_1x_2=-\frac{3}{2}$，∴ $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{\frac{9}{2}}{-\frac{3}{2}}=-3$. 故选 C.

10. -2 【解析】

a是方程$x^2+3x-4=0$的根 → $a^2+3a=4$

a,b是方程$x^2+3x-4=0$的两根 → $a+b=-3$

→ $a^2+4a+b-3=a^2+3a+a+b-3=4-3-3=-2$

11.【解】由题意得 $(21-3x)(8-2x)=60$，解得 $x_1=2$，$x_2=9$(不合题意，舍去).

答：人行通道的宽度为 2 米.

12.【解】(1) $30+3\times3=39$(箱).

答：每天的销售量为 39 箱.

(2) 设每箱“特色农产品”的售价降低 x 元，则每箱“特色农产品”的销售利润为 $(40-x)$ 元，每天可售出 $(30+3x)$ 箱. 根据题意得 $(40-x)(30+3x)=1\ 800$，整理得 $x^2-30x+200=0$，解得 $x_1=10$，$x_2=20$. 又∵ 要尽快减少库存，∴ $x=20$.

答：每箱“特色农产品”的售价需降低 20 元.

13.【解】(1) 设该品牌头盔 7 月份到 9 月份销售量的月增长率为 x. 依题意，得 $500(1+x)^2=720$，解得 $x_1=0.2=20\%$，$x_2=-2.2$(不合题意，舍去).

答：该品牌头盔 7 月份到 9 月份销售量的月增长率为 20%.

(2) 设该品牌头盔的实际售价为 y 元/个. 依题意，得 $(y-30)[600-10(y-40)]=10\ 000$，整理，得 $y^2-130y+4\ 000=0$，解得 $y_1=80$，$y_2=50$. ∵ 尽可能让顾客得到实惠，∴ $y=50$.

答：该品牌头盔的实际售价应定为 50 元/个.

上分专题（一）　根的判别式或根与系数的关系的综合应用

上分解析

1. 2　【解析】根据题意得 $x_1 \cdot x_2=k^2+1$，则 $k^2+1=5$，解得 $k=\pm2$. ∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2k+1)x+k^2+1=0$ 有两个不等实数根，∴ $\Delta=(2k+1)^2-4(k^2+1)>0$，∴ $k>\frac{3}{4}$，∴ $k=2$.

2. -3　【解析】根据题意得 $\Delta=[-(2m-1)]^2-4m^2\geqslant0$，解得 $m\leqslant\frac{1}{4}$. ∵ 方程的两实数根为 x_1,x_2，∴ $x_1+x_2=2m-1$，$x_1x_2=m^2$. ∵ $(x_1+1)(x_2+1)=3$，∴ $x_1x_2+(x_1+x_2)+1=3$，即 $m^2+2m-1+1=3$，整理得 $m^2+2m-3=0$，解得 $m_1=-3$，$m_2=1$. ∵ $m\leqslant\frac{1}{4}$，∴ $m=-3$.

3. (1)【证明】∵ $\Delta=b^2-4\times1\times(-3)=b^2+12>0$，∴ 方程总有两个不相等的实数根.

(2)【解】设方程的另一个根为 m，由根与系数的关系得 $1\times m=-3$，解得 $m=-3$，∴ 方程的另一个根为 -3. ∵ $1+(-3)=-\frac{b}{a}$，∴ $-b=1+(-3)$，∴ $b=2$.

4.【解】(1) ∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2-2kx+k^2+k+1=0$ 有两个实数根，∴ $\Delta=(-2k)^2-4(k^2+k+1)\geqslant0$，整理得 $-4k-4\geqslant0$，解得 $k\leqslant-1$.

(2) ∵ 一元二次方程为 $x^2-2kx+k^2+k+1=0$，∴ $x_1x_2=k^2+k+1$，$x_1+x_2=2k$. ∵ $x_1x_2-x_1-x_2=3$，∴ $x_1x_2-(x_1+x_2)=3$，∴ $k^2+k+1-2k=3$，整理得 $k^2-k-2=0$，解得 $k_1=-1$，$k_2=2$. ∵ $k\leqslant-1$，∴ $k=-1$.

5. (1)【证明】∵ $\Delta=[-(2m+1)]^2-4(m^2+m)=4m^2+4m+1-4m^2-4m=1>0$，∴ 无论 m 取何值时，方程都有两个不相等的实数根.

(2)【解】∵ 该方程的两个实数根为 a,b，∴ $a+b=-\frac{-(2m+1)}{1}=2m+1$，$ab=\frac{m^2+m}{1}=m^2+m$. ∵ $(2a+b)(a+2b)=2a^2+4ab+ab+2b^2=2(a^2+2ab+b^2)+ab=2(a+b)^2+ab$，

∴ $2(a+b)^2+ab=20$，∴ $2(2m+1)^2+m^2+m=20$，整理得 $m^2+m-2=0$，

解得 $m_1=-2$，$m_2=1$，∴ m 的值为 -2 或 1.

6.【解】(1) 根据题意得 $\Delta=(-4)^2-4(m+1)\geqslant0$，解得 $m\leqslant3$.

(2) 由一元二次方程的根与系数的关系得 $x_1+x_2=4$，$x_1x_2=m+1$.

∵ $(x_1-1)(x_2-1)\geqslant-1$，即 $x_1x_2-(x_1+x_2)+1\geqslant-1$，∴ $m+1-4+1\geqslant-1$，解得 $m\geqslant1$. ∵ $m\leqslant3$，∴ $1\leqslant m\leqslant3$，∴ m 的整数值为 1，2 和 3，它们的和为 $1+2+3=6$.

7.【解】(1) 当 $a=5$ 时，方程为 $-4x-1=0$，方程有实数根. 当 $a\neq5$ 时，方程为一元二次方程，$\Delta=16+4(a-5)=4a-4\geqslant0$，解得 $a\geqslant1$. ∴ a 的取值范围是

$a\geqslant1$.

(2)存在. 根据题意得 $x_1+x_2=\frac{4}{a-5}$, $x_1x_2=-\frac{1}{a-5}$. ∵ $x_1+x_2+x_1x_2=3$, ∴ $\frac{4}{a-5}-\frac{1}{a-5}=3$, 解这个方程得 $a=6$. 经检验, $a=6$ 是分式方程的解. 又∵ $a\geqslant1$, ∴ 存在实数 a, 使方程的两根 x_1, x_2 满足 $x_1+x_2+x_1x_2=3$, 此时 $a=6$.

8.【解】(1)∵ 一元二次方程 $kx^2+(k-2)x+\frac{k}{4}=0$ 有两个不相等的实数根, ∴ $\Delta=b^2-4ac=(k-2)^2-4k\times\frac{k}{4}=-4k+4>0$, $k\neq0$, 解得 $k<1$ 且 $k\neq0$.

(2)不存在. 理由:假设存在实数 k, 使方程两实数根的倒数和等于 0, 设方程 $kx^2+(k-2)x+\frac{k}{4}=0$ 的两根为 x_1, x_2, 则 $x_1+x_2=-\frac{k-2}{k}$, $x_1x_2=\frac{1}{4}$, ∴ $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{-\frac{k-2}{k}}{\frac{1}{4}}=-\frac{4(k-2)}{k}=0$, 即 $k-2=0$ 且 $k\neq0$, 解得 $k=2$. 又∵ $k<1$, ∴ 不存在实数 k, 使方程两实数根的倒数和等于 0.

9.【解】(1)根据题意得 $\Delta=4(m+1)^2-4(m^2+5)\geqslant0$, 解得 $m\geqslant2$. 由根与系数的关系得 $x_1+x_2=2(m+1)$, $x_1x_2=m^2+5$. ∵ $(x_1-1)(x_2-1)=28$, 即 $x_1x_2-(x_1+x_2)+1=28$, ∴ $m^2+5-2(m+1)+1=28$, 整理得 $m^2-2m-24=0$, 解得 $m_1=6$, $m_2=-4$. ∵ $m\geqslant2$, ∴ m 的值为 6.

(2)分两种情况讨论:①当腰长为 7 时, $x=7$ 是一元二次方程 $x^2-2(m+1)x+m^2+5=0$ 的一个根. 令 $x_1=7$, 代入方程得 $49-14(m+1)+m^2+5=0$, 整理得 $m^2-14m+40=0$, 解得 $m_1=10$, $m_2=4$. 当 $m=10$ 时, $x_1+x_2=2(m+1)=22$, 解得 $x_2=15$, 而 $7+7<15$, 故舍去; 当 $m=4$ 时, $x_1+x_2=2(m+1)=10$, 解得 $x_2=3$, 此时能构成三角形, ∴ 三角形的周长为 $3+7+7=17$. ②当底边长为 7 时, $x_1=x_2$. 由(1)得 $m=2$, 方程化为 $x^2-6x+9=0$, 解得 $x_1=x_2=3$, 而 $3+3<7$, 故舍去. 综上, 这个三角形的周长为 17.

10.【解】(1)∵ 方程的两根为菱形相邻的两边长, ∴ 此方程有两个相等的实数根, ∴ $\Delta=0$, 即 $[-2(k+1)]^2-4(k^2+k+3)=0$, 整理得 $4k-8=0$, 解得 $k=2$.

(2)不存在. 理由如下:设菱形的两对角线长为 a, b. ∵ 该方程的两根是菱形的两对角线长, ∴ $a+b=2(k+1)$, $ab=k^2+k+3$. ∵ 菱形的两对角线互相垂直平分, ∴ 由勾股定理得 $\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=4$, 整理得 $b^2+a^2=16$, ∴ $(a+b)^2-2ab=16$, 即 $[2(k+1)]^2-2(k^2+k+3)=16$, 解得 $k=\frac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}$. ∵ $\Delta=4k-8$, ∴ $4k-8\geqslant0$, ∴ $k\geqslant2$. ∵ $\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}<2$, $\frac{-3-3\sqrt{5}}{2}<2$, ∴ 不存在满足条件的常数 k.

11.【解】(1)将 $x=1$ 代入 $x^2-(3m+1)x+m^2-2m+4=0$, 得 $1^2-(3m+1)+m^2-2m+4=0$, 解得 $m=1$ 或 $m=4$. 当 $m=1$ 时, 方程化为 $x^2-4x+3=0$, 解得 $x_1=1$, $x_2=3$; 当 $m=4$ 时, 方程化为 $x^2-13x+12=0$, 解得 $x_1=1$, $x_2=12$. 综

上所述,当 $m=1$ 时,另一个根为 3;当 $m=4$ 时,另一个根为 12.

(2)由题意可得 $AC+BC=3m+1$,$AC\times BC=m^2-2m+4$. $\because \angle ACB=90°$,$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$,则$(AC+BC)^2-2\times AC\times BC=AB^2$,$\therefore (3m+1)^2-2\times(m^2-2m+4)=(\sqrt{10})^2$,解得 $m=1$ 或 $m=-\dfrac{17}{7}$. 当 $m=-\dfrac{17}{7}$时,方程 $x^2-(3m+1)x+m^2-2m+4=0$ 无解,$\therefore m=1$.

卷③ 第 22 章提优验收卷（B 卷）

答案及评分细则

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	D	A	A	D	D	D	C	B

11. -1　**12.** -1(答案不唯一)

13. $x^2+2x-20=0$　**14.** 2

15. 12　**16.** 3

17.【解】(1) $(x+3)^2-5(x+3)+6=0$,

$(x+3-2)(x+3-3)=0$, ……………… (2 分)

$x+1=0, x=0$,

$\therefore x_1=-1, x_2=0.$ ………………… (4 分)

(2) $x^2-6x-9=0$,

$(x-3)^2=18$, ……………………… (6 分)

$x-3=\pm3\sqrt{2}, x=3\pm3\sqrt{2}$,

$\therefore x_1=3+3\sqrt{2}, x_2=3-3\sqrt{2}.$ ……… (8 分)

18.【解】(1) $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+2a+5=0$ 有两个不相等的实数根,

$\therefore \Delta=(-6)^2-4\times1\times(2a+5)>0$, … (2 分)

解得 $a<2$,即 a 的取值范围为 $a<2$.

…………………………………… (5 分)

(2) $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2-6x+2a+5=0$ 的两个根,$\therefore x_1+x_2=6, x_1x_2=2a+5.$ …… (7 分)

$\because x_1^2+x_2^2-x_1x_2=18$,

$\therefore (x_1+x_2)^2-3x_1x_2=18$,

$\therefore 6^2-3(2a+5)=18$, ……………… (9 分)

解得 $a=\frac{1}{2}$. ……………………… (10 分)

19.【解】(1) 设 $AB=x$ 米,

$\therefore BC=2AB=2x$ 米. ……………… (1 分)

根据题意,得 $2x+x+x=120$,解得 $x=30$,

…………………………………… (3 分)

上分攻略 评分细则

第 11 题－第 16 题,每题 4 分.

17. (2) 用配方法解一元二次方程,当二次项系数为 1 时,将常数项移到方程右边后,等号两边同时加上一次项系数一半的平方. 若选用其他解法,解答正确也可得分.

18. (1) 一元二次方程有两个不相等的实数根说明 $\Delta>0$,不包含 $\Delta=0$ 的情况,否则不得分.

$\therefore AB=30$ 米，$BC=60$ 米.

答：长方形花圃 $ABCD$ 的长为 60 米，宽为 30 米. ………………………………（5 分）

（2）设网红打卡点的边长为 m 米. 根据题意，得 $(60-m)\cdot\frac{1}{4}m+m^2=60\times30-1\ 728$，

………………………………（7 分）

解得 $m_1=4$，$m_2=-24$（舍去），……（8 分）

$\therefore$ 网红打卡点的面积为 $4\times4=16$（平方米）.

答：网红打卡点的面积为 16 平方米.

………………………………（10 分）

20.【解】（1）设该款吉祥物 9 月份到 11 月份销售量的月平均增长率为 x.

根据题意得 $256(1+x)^2=400$，……（2 分）

解得 $x_1=0.25=25\%$，$x_2=-2.25$（不符合题意，舍去）.

答：该款吉祥物 9 月份到 11 月份销售量的月平均增长率为 25%. ……………（5 分）

（2）设该款吉祥物售价为 y 元，则每件的销售利润为 $(y-35)$ 元，月销售量为 $400+20(58-y)=(1\ 560-20y)$ 件. ……（7 分）

根据题意得 $(y-35)(1\ 560-20y)=8\ 400$，

………………………………（9 分）

整理得 $y^2-113y+3\ 150=0$，解得 $y_1=50$，$y_2=63$（不符合题意，舍去）.

答：该款吉祥物售价为 50 元时，月销售利润达到 8 400 元. ………………（12 分）

21.（1）是………………………………（4 分）

【解析】解方程 $x^2-5x+6=0$ 得 $x_1=3$，$x_2=2$. $\because$ 3 比 2 大 1，$\therefore$ 方程 $x^2-5x+6=0$ 是“邻根方程”.

（2）**【解】**$\because x^2+(m+1)x+m=0$，

$\therefore (x+m)(x+1)=0$，………………（5 分）

$\therefore x+m=0$ 或 $x+1=0$，

$\therefore x_1=-m$，$x_2=-1$. ………………（8 分）

$\because$ 方程 $x^2+(m+1)x+m=0$（m 是常数）是“邻根方程”，$\therefore -m=0$ 或 $-m=-2$，

………………………………（10 分）

$\therefore m=0$ 或 $m=2$. ………………（12 分）

19.（1）题意中是“花圃的一面靠墙（墙足够长），另外三边用木栏围成”，不要将木栏总长和长方形的四条边长度之和等同，否则不得分.

20.（2）根据题意中的“降价促销”对 y 的值进行取舍，若未正确取舍 y 值，则扣 1 分.

21.（2）利用因式分解法解一元二次方程，并根据“邻根方程”的定义得到关于 m 的方程是关键得分点.

22.【解】(1)由题意可得 $x=\frac{7\pm\sqrt{1}}{2\times2}$，$\therefore x_1=2$，$x_2=\frac{3}{2}$. 故答案为 $2,\frac{3}{2}$. …………（3 分）

(2)设所求矩形的两边长分别是 x 和 y. 由题意，得 $\begin{cases}x+y=\frac{3}{2},\\ xy=1,\end{cases}$ ………………（5 分）

消去 y 化简得 $2x^2-3x+2=0$. ……（6 分）

$\because \Delta=9-16=-7<0$，………………（7 分）

$\therefore$ 不存在满足要求的矩形 B. ……（8 分）

(3)设所求矩形的两边长分别是 x 和 y. 由题意，得 $\begin{cases}x+y=\frac{m+n}{2},\\ xy=\frac{mn}{2},\end{cases}$ ……………（10 分）

消去 y 化简得 $2x^2-(m+n)x+mn=0$，

……………………………………（12 分）

故当 $\Delta=(m+n)^2-8mn\geqslant0$ 时，满足要求的矩形 B 存在. ……………………（14 分）

22. (3)一元二次方程与根的判别式结合，答案写出不等式形式即可.

上分解析

1. C 【解析】

序号	分析	方法
①	符合 $ax^2=b(a,b$ 同号且 $a\neq0)$ 的特点，所以用直接开平方法	直接开平方法
②	等号左边有 3 项，方程的左边利用学过的方法不能分解，所以需要用公式法	公式法
③	等号左边有 3 项，方程的左边利用学过的方法不能分解，所以需要用公式法	公式法
④	把 $3x-1$ 看作一个整体，利用因式分解法解方程	因式分解法

故选 C.

2. D 【解析】由表中数据得当 $x=-3$ 时，$ax^2+bx=12$；当 $x=4$ 时，$ax^2+bx=12$，所以方程 $ax^2+bx=12$ 的解为 $x_1=-3$，$x_2=4$. 故选 D.

3. D 【解析】设方程的另一根为 t. 根据题意得 $-2+t=-k$, $-2t=-2$, 解得 $t=1$, $k=1$. 故选 D.

4. A 【解析】

根据题意得 $x^2-2x-1=0$ → $\Delta=(-2)^2-4\times(-1)=8>0$ → 方程有两个不相等的实数根

5. A 【解析】$\because$ a 是方程 $x^2+x-1=0$ 的一个根, $\therefore$ $a^2+a-1=0$, $\therefore$ $a^2=-a+1$, $\therefore$ $a^3=a(-a+1)=-a^2+a=-(-a+1)+a=2a-1$, $\therefore$ $a^3+2a^2+2\ 022=2a-1+2(-a+1)+2\ 022=2a-1-2a+2+2\ 022=2\ 023$. 故选 A.

6. D 【解析】

3为底边长 → 两腰长为方程 $x^2-4x+k=0$ 的两根 → $\Delta=(-4)^2-4k=0$ → $k=4$

3为腰长 → $x=3$ 为方程 $x^2-4x+k=0$ 的根 → $9-12+k=0$ → $k=3$

→ $k=4$ 或 3 → k 值满足三角形的三边关系

上分警示 | 等腰三角形中的分类讨论

等腰三角形的边不明确时, 必须分情况讨论.

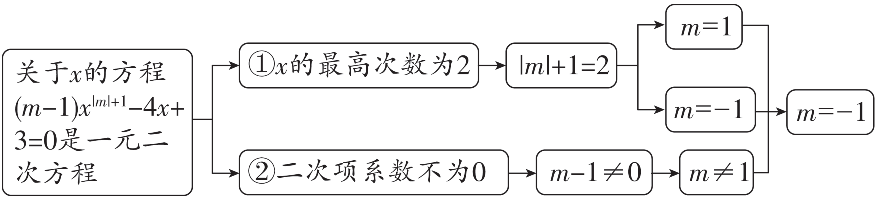
7. D 【解析】$\because$ m 是一元二次方程 $x^2+x-2\ 023=0$ 的根, $\therefore$ $m^2+m-2\ 023=0$, $\therefore$ $m^2=-m+2\ 023$, $\therefore$ $m^2+2m+n=-m+2\ 023+2m+n=m+n+2\ 023$. $\because$ m, n 是一元二次方程 $x^2+x-2\ 023=0$ 的两个实数根, $\therefore$ $m+n=-1$, $\therefore$ $m^2+2m+n=-1+2\ 023=2\ 022$. 故选 D.

8. D 【解析】已知宽为 x 步, 则长为 $(x+12)$ 步. 由题意得 $x(x+12)=864$. 故选 D.

9. C 【解析】$\because$ $x^2-2mx+m^2-4=0$, $\therefore$ $(x-m+2)(x-m-2)=0$, $\therefore$ $x-m+2=0$ 或 $x-m-2=0$. $\because$ $x_1>x_2$, $\therefore$ $x_1=m+2$, $x_2=m-2$. $\because$ $x_1=2x_2+3$, $\therefore$ $m+2=2(m-2)+3$, 解得 $m=3$. 故选 C.

10. B 【解析】①若 $a+b+c=0$, 则方程 $ax^2+bx+c=0$ 必有一个根为 1, $\therefore$ $b^2-4ac\geqslant 0$, 正确; ②若方程 $ax^2+c=0$ 有两个不相等的实数根, 则 $-4ac>0$, 可知 $b^2-4ac>0$, $\therefore$ 方程 $ax^2+bx+c=0$ 必有两个不相等的实数根, 正确; ③若 c 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根, 则 $ac^2+bc+c=0$, 当 $c=0$ 时, $ac+b+1=0$ 不一定成立, 错误; ④$am^2+bm+c-(an^2+bn+c)=a(m^2-n^2)+b(m-n)=a(m+n)(m-n)+b(m-n)=(m-n)[a(m+n)+b]$. $\because$ $m\neq n$, $\therefore$ $m-n\neq 0$, $\therefore$ 当 $a(m+n)+b=0$ 时, $am^2+bm+c-(an^2+bn+c)=0$, $\therefore$ 存在实数 m, $n(m\neq n)$, 使得 $am^2+bm+c=an^2+bn+c$, 正确. 故选 B.

11. -1 【解析】



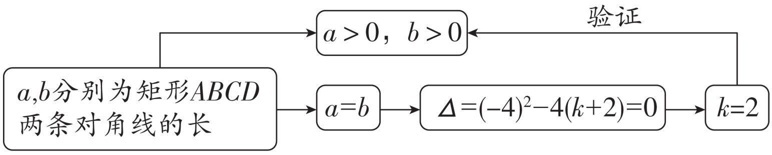
上分警示 一元二次方程二次项系数的易错点

不要忘记一元二次方程的二次项系数不等于0.

12. -1(答案不唯一) 【解析】$\because$ 方程 $ax^2+x+1=0$ 有两个不相等的实数根,$\therefore \begin{cases} a\neq 0, \\ \Delta=1^2-4a>0, \end{cases}$ 解得 $a<\frac{1}{4}$ 且 $a\neq 0$,$\therefore$ a 可能的取值为-1. 故答案为-1(答案不唯一).

13. $x^2+2x-20=0$ 【解析】根据题意得$-3+1=-p$,$5\times(-4)=q$,$\therefore$ $p=2$,$q=-20$,$\therefore$ 原来的方程是 $x^2+2x-20=0$.

14. 2 【解析】



15. 12 【解析】依题意,得 $1+x+x^2=157$,解得 $x_1=12$,$x_2=-13$(不合题意,舍去). 故答案为 12.

16. 3 【解析】$\because$ $x^2-2x-a=0$,$\therefore$ $\Delta=4+4a$,$\therefore$ ①当 $a>-1$ 时,$\Delta>0$,方程有两个不相等的实数根,故①正确. ②当 $a>0$ 时,$\Delta>0$,两根之积<0,$\therefore$ 方程的两根异号,故②错误. ③当 $a>-1$ 时,$\Delta>0$,方程的根为 $x=\frac{2\pm\sqrt{4+4a}}{2}=1\pm\sqrt{1+a}$. $\because$ $a>-1$,$\therefore$ 方程的两个实数根不可能都小于 1,故③正确. ④当 $a>3$ 时,$\Delta>0$,由③可知,两个实数根一个大于 3,另一个小于 3,故④正确. 故答案为 3.

17.【关键点拨】本题考查一元二次方程的解法,掌握一元二次方程的各种解法,并能灵活选择恰当方法解方程是解题关键.

18.【思路分析】(1)根据方程有两个不相等的实数根,可知根的判别式大于0,据此列不等式即可求解.

(2)根据根与系数的关系得出 $x_1+x_2=6$,$x_1x_2=2a+5$,代入 $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=18$ 的变形式中即可求解.

19.【思路分析】(1)设 $AB=x$ 米,则 $BC=2x$ 米,根据三边所用木栏总长为 120 米,列方程求解即可.

(2)设网红打卡点的边长为 m 米,根据网红打卡点的面积+小路的面积=长方形花圃的面积−种植花卉的面积,列一元二次方程求解即可.

20.【思路分析】(1)设该款吉祥物 9 月份到 11 月份销售量的月平均增长率为 x. 利用 11 月份的销售量=9 月份的销售量×(1+该款吉祥物 9 月份到 11 月份销售量的月平均增长率)^2,可列出关于 x 的一元二次方程,解之取其符合题意的值,即可得出结论.

(2)设该款吉祥物售价为 y 元,则每件的销售利润为$(y-35)$元,月销售量为 $400+20(58-y)=(1\ 560-20y)$件. 利用月销售利润=每件的销售利润×月销售量,可列出关于 y 的一元二次方程,解之取其符合题意的值,即可得出结论.

21.【思路分析】(1)先利用因式分解法解一元二次方程,然后根据"邻根方程"的定义进行判断.

(2)先利用因式分解法解一元二次方程得到 $x_1=-m$,$x_2=-1$,再根据"邻根方程"的定义得到 $-m=0$ 或 $-m=-2$,然后解关于 m 的方程即可.

22.【思路分析】(1)直接利用求根公式计算即可.

(2)参照(1)中的解法解题即可.

(3)解法同上,利用根的判别式列出关于 m,n 的不等式即可.