第二部分　期末复习突破

复习专项（一）　基础题组

上分解析

1. A　【解析】A 选项，四边形内角和是 360°，是必然事件，故 A 符合题意；B 选项，校园排球比赛，九年一班获得冠军，是随机事件，故 B 不符合题意；C 选项，掷一枚硬币时，正面朝上，是随机事件，故 C 不符合题意；D 选项，打开电视，正在播放神舟十六号载人飞船发射实况，是随机事件，故 D 不符合题意. 故选 A.

2. A　【解析】

选项	分析	判断
A	符合一元二次方程的定义	正确
B	含有两个未知数，不符合一元二次方程的定义	错误
C	含有两个未知数，不符合一元二次方程的定义	错误
D	$\frac{1}{x}$是分式，不符合一元二次方程的定义	错误

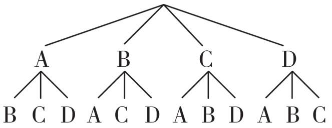
故选 A.

3. C　【解析】$\sqrt{36}=6$，故 A 选项错误；$4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$，故 B 选项错误；$\sqrt{12}\div\sqrt{3}=2$，故 C 选项正确；$\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{14}=\sqrt{7}$，故 D 选项错误. 故选 C.

4. A　【解析】

$\boxed{\Delta=(-3)^2-4\times1\times(-1)=13>0} \rightarrow$ $\boxed{\text{方程有两个不相等的实数根}}$

5. B　【解析】将《论语》《孟子》《大学》《中庸》分别记为 A，B，C，D，画树状图如下：



一共有 12 种等可能的结果，其中抽取的两部著作恰好是《论语》（即 A）和《大学》（即 C）的结果有 2 种，∴ P（抽取的两部著作恰好是《论语》和《大学》）$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

6. C　【解析】共摸了 200 次，其中有 161 次摸到红球，所以摸到红球的频率为 $\frac{161}{200}=0.805$，由此可估计这个口袋中红球的数量约为 $0.805\times20\approx16$（个）.

7. B　【解析】∵ 3 月份售价为 23 万元，月均下降率是 x，5 月份售价为 16 万元，∴ $23(1-x)^2=16$. 故选 B.

8. D 【解析】$\because \angle AEC=\angle AED+\angle DEC=\angle B+\angle BAE$, $\angle B=\angle AED$, $\therefore \angle DEC=\angle BAE$. $\because \angle B=\angle C$, $\therefore \triangle BAE \backsim \triangle CED$, $\therefore \frac{AB}{CE}=\frac{AE}{ED}$. $\because BE=CE$, $\therefore \frac{AB}{BE}=\frac{AE}{DE}$, $\therefore \frac{AB}{AE}=\frac{BE}{DE}$. $\because \angle B=\angle AED$, $\therefore \triangle ABE \backsim \triangle AED$, $\therefore \frac{AB}{AE}=\frac{AE}{AD}$. 故选项 A,B,C 正确. 故选 D.

9. B 【解析】$\because \angle BCA=90°$, $\angle A=30°$, $\therefore \angle B=90°-\angle A=60°$, $AB=2BC$. $\because CD\perp AB$, $\therefore \angle CDB=90°$, $\therefore \angle DCB=90°-\angle B=30°$, $\therefore BC=2BD=4$, $\therefore AB=2BC=8$, 故选 B.

10. C 【解析】设 $AE=x$, 则 $CB=x$. $\because AB/\!/CD$ 且 $EF/\!/DC$, $\therefore EF/\!/AB$, $\therefore \frac{CE}{CA}=\frac{CF}{CB}$, $\therefore \frac{5}{5+x}=\frac{4}{x}$, 解得 $x=20$, 经检验, $x=20$ 是分式方程的解, $\therefore AE=20$. $\because AB/\!/CD$, $\therefore \triangle ECD \backsim \triangle EAB$, $\therefore \frac{DE}{BE}=\frac{CE}{AE}=\frac{1}{4}$.

11. -8 【解析】方程 $(2x+1)(x-3)=x^2+1$ 可化为 $x^2-5x-4=0$, 则二次项系数为 1, 一次项系数为 -5, 常数项为 -4, 则 $1+(-5)+(-4)=-8$.

12. $8+5\sqrt{2}$ 【解析】当 $n=\sqrt{2}$ 时, $\sqrt{2}\times(\sqrt{2}+1)=\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times 1=2+\sqrt{2}<11$, 当 $n=2+\sqrt{2}$ 时, $(2+\sqrt{2})(2+\sqrt{2}+1)=(2+\sqrt{2})(3+\sqrt{2})=6+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}+2=8+5\sqrt{2}>11$, $\therefore$ 输出的结果为 $8+5\sqrt{2}$, 故答案为 $8+5\sqrt{2}$.

13. 0.9 【解析】由表格数据可得, 随着样本数量的增加, 这种花苗移植成活的频率稳定在 0.9 左右, 故估计这种花苗移植的成活概率为 0.9.

14. 10 【解析】$\because$ 扶梯 AB 的坡度 $i=1:\sqrt{3}$, $\therefore$ 可设 $BC=x$ 米, 则 $AC=\sqrt{3}x$ 米. $\because$ 王老师乘扶梯从扶梯底端 A 以 0.5 米/秒的速度用时 40 秒到达扶梯顶端 B, $\therefore AB=0.5\times 40=20$(米). 在 Rt$\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $AC^2+BC^2=AB^2$, 即 $(\sqrt{3}x)^2+x^2=20^2$, 解得 $x_1=10$, $x_2=-10$(舍去), $\therefore$ 王老师上升的铅直高度 BC 为 10 米. 故答案为 10.

15. $\frac{2}{3}$ 【解析】列表如下:

n \ m	-2	1	3
-2		$(1,-2)$	$(3,-2)$
1	$(-2,1)$		$(3,1)$
3	$(-2,3)$	$(1,3)$	

由表可知, 共有 6 种等可能结果, 其中能使一次函数 $y=mx+n$ 的图象过第一、四象限的有 4 种结果, $\therefore$ 能使一次函数 $y=mx+n$ 的图象过第一、四象限的概率为 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

16. 2 023 【解析】$\because m,n$ 是方程 $x^2-x-2\ 021=0$ 的两个实数根, $\therefore m^2-m-2\ 021=0$, $m+n=1$, $\therefore m^2=m+2\ 021$, $\therefore m^2+m+2n=m+2\ 021+m+2n=$

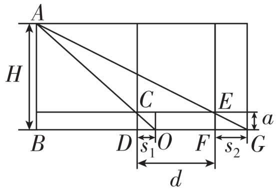
$2(m+n)+2\ 021=2\times1+2\ 021=2\ 023$.

17. $(-1,2)$或$(1,-2)$ 【解析】$\because$ 位似中心为原点，相似比为$\frac{1}{3}$，$\therefore$ 点 A 的对应点 A' 的坐标为 $\left(-3\times\frac{1}{3},6\times\frac{1}{3}\right)$ 或 $\left[-3\times\left(-\frac{1}{3}\right),6\times\left(-\frac{1}{3}\right)\right]$，即$(-1,2)$或$(1,-2)$.

18. 4 【解析】$\because$ $BC=12$，$BF=4$，$\therefore$ $FC=BC-BF=12-4=8$. $\because$ $AB=BC$，$BD\perp AC$，$\therefore$ $AD=DC$. $\because$ $AE=EF$，$\therefore$ DE 是 $\triangle AFC$ 的中位线，$\therefore$ $DE=\frac{1}{2}FC=\frac{1}{2}\times8=4$. 故答案为 4.

19. 9 【解析】$\because$ 点 $A(-2,a)$ 与点 $B(b,3)$ 关于 y 轴对称，$\therefore$ $-2+b=0$，$a=3$，$\therefore$ $b=2$，$\therefore$ $a^b=3^2=9$. 故答案为 9.

20. $\frac{as_2-as_1+ad}{s_2-s_1}$ 【解析】$\because$ $AB\perp BG$，$CD\perp BG$，$EF\perp BG$，$\therefore$ $AB\parallel CD\parallel EF$，$\therefore$ $\triangle EFG\backsim\triangle ABG$，$\triangle CDO\backsim\triangle ABO$，$\therefore$ $\frac{EF}{AB}=\frac{FG}{BG}$，$\frac{CD}{AB}=\frac{OD}{OB}$，$\therefore$ $\frac{a}{H}=\frac{s_2}{BD+d+s_2}$，$\frac{a}{H}=\frac{s_1}{s_1+BD}$，解得 $H=\frac{as_2-as_1+ad}{s_2-s_1}$，故答案为$\frac{as_2-as_1+ad}{s_2-s_1}$.



21. 【解】(1) $2\cos 30°-\tan 45°-\sqrt{(1-\tan 60°)^2}=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1-|1-\sqrt{3}|=\sqrt{3}-1-(\sqrt{3}-1)=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+1=0$.

(2) $4\sin 60°\cdot\tan 30°-\cos^2 45°=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

22. 【解】(1) $(x+1)^2=49$，开平方得 $x+1=\pm7$，解得 $x_1=6$，$x_2=-8$.

(2) $x^2-4x-32=0$，$(x-8)(x+4)=0$，$x-8=0$ 或 $x+4=0$，解得 $x_1=8$，$x_2=-4$.

(3) $3x^2+7x=-2$，$3x^2+7x+2=0$，$(3x+1)(x+2)=0$，$3x+1=0$ 或 $x+2=0$，解得 $x_1=-\frac{1}{3}$，$x_2=-2$.

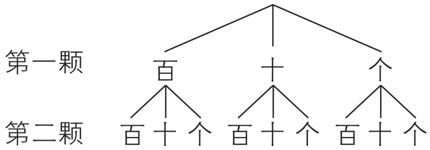
(4) $4x(x-1)=x^2-1$，$4x(x-1)-(x^2-1)=0$，$4x(x-1)-(x+1)(x-1)=0$，$(x-1)[4x-(x+1)]=0$，$x-1=0$ 或 $4x-(x+1)=0$，解得 $x_1=1$，$x_2=\frac{1}{3}$.

23. 【解】设每千克售价为 x 元. 根据题意得 $(x-2)\left(200+40\times\frac{3-x}{0.1}\right)-24=200$，整理得 $(5x-14)(10x-27)=0$，解得 $x_1=2.8$，$x_2=2.7$.

答：每千克售价应是 2.8 元或 2.7 元.

24. 【解】(1) 若将一颗算珠任意摆放在这 3 根插棒上，则构成的数是三位数的概率是$\frac{1}{3}$，故答案为$\frac{1}{3}$.

(2) 画树状图如下：



共有 9 种等可能的结果,构成的数是三位数的结果有 5 种,$\therefore$ 构成的数是三位数的概率为$\frac{5}{9}$.

25. (1)【证明】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore$ $AB\parallel CD$,$\therefore$ $\angle ABE=\angle ECF$.

$\because$ $\angle AEB=\angle F$,$\therefore$ $\triangle ABE\backsim\triangle ECF$.

(2)【解】$\because$ $\triangle ABE\backsim\triangle ECF$,$\therefore$ $\frac{AB}{CE}=\frac{BE}{CF}$,$\therefore$ $\frac{5}{6}=\frac{2}{CF}$,$\therefore$ $CF=\frac{12}{5}$,$\therefore$ $DF=DC+CF=AB+CF=5+\frac{12}{5}=\frac{37}{5}$.

26.【解】设 $CD=x$ 米. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ACD$ 中,$\tan A=\tan 42^\circ=\frac{CD}{AD}$,$\therefore$ $AD=\frac{x}{\tan 42^\circ}\approx\frac{x}{0.90}$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle BCD$ 中,$\tan\angle CBD=\tan 65^\circ=\frac{CD}{DB}$,$\therefore$ $BD=\frac{x}{\tan 65^\circ}\approx\frac{x}{2.14}$.

$\because$ $AB=20$ 米,$\therefore$ $AD-BD=20$,即$\frac{x}{0.90}-\frac{x}{2.14}=20$,解得 $x\approx31$.

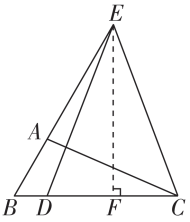
答:火炬塔 CD 的高约为 31 米.

复习专项（二）　中等题组

上分解析

1. A　【解析】原式$=\sqrt{(a-4)^2}+\sqrt{(a-11)^2}=|a-4|+|a-11|$. 由图可知 $5<a<10$，$\therefore a-4>0$，$a-11<0$，$\therefore$ 原式$=a-4+11-a=7$. 故选 A.

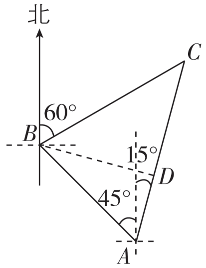
2. A　【解析】如图，过点 E 作 $EF\perp BC$ 于点 F，在 Rt$\triangle BEF$ 中，$\because \angle BFE=90°$，$\angle B=60°$，$\therefore \angle BEF=90°-60°=30°$. $\because AB=2$，$AE=4$，$\therefore BF=\dfrac{1}{2}BE=\dfrac{1}{2}(AB+AE)=\dfrac{1}{2}\times(2+4)=3$. $\because BC=5$，$\therefore CF=BC-BF=5-3=2$. $\because ED=EC$，$EF\perp BC$ 于点 F，$\therefore DC=2CF=4$，$\therefore BD=BC-DC=5-4=1$. 故选 A.



3. C　【解析】A 选项，根据折线统计图可估计出钉尖朝上的概率为 0.4. B 选项，任意转动转盘，当转盘停止时，指针落在蓝色区域的概率为 $\dfrac{1}{3}\approx 0.33$. C 选项，小球在地板上最终停留在黑色区域的概率为 $\dfrac{\frac{5}{2}}{12}=\dfrac{5}{24}\approx 0.21$. D 选项，抽出标有数字大于 6 的卡片的概率为 $\dfrac{2}{7}\approx 0.29$. 因为 0.21 最小，所以选 C.

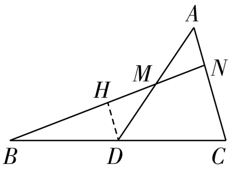
4. D　【解析】若 $x=1$ 是方程甲的解，则 $a+2b+a=0$，即 $a=-b$，则方程乙：$bx^2+2ax+b=0$ 可变为 $bx^2-2bx+b=0$，解得 $x_1=x_2=1$，所以 $x=1$ 也是方程乙的解，故①正确；若方程甲有两个相等的实数解，则 $\Delta=(2b)^2-4a\cdot a=0$，解得 $4b^2=4a^2$，所以 $4a^2-4b^2=0$. 方程乙：$bx^2+2ax+b=0$ 中，$\Delta=(2a)^2-4b\cdot b=4a^2-4b^2=0$，所以方程乙有两个相等的实数解，故②正确；若方程甲有两个不相等的实数解，则 $\Delta=(2b)^2-4a\cdot a>0$，解得 $4b^2>4a^2$，所以 $4a^2-4b^2<0$. 方程乙：$bx^2+2ax+b=0$ 中，$\Delta=(2a)^2-4b\cdot b=4a^2-4b^2<0$，所以方程乙没有实数解，故③不正确；若 $x=n$ 既是方程甲的解，又是方程乙的解，则$\begin{cases}an^2+2bn+a=0,①\\bn^2+2an+b=0,②\end{cases}$①−②得 $(a-b)n^2-2(a-b)n+(a-b)=0$. 当 $a\neq b$ 时，$n^2-2n+1=0$，解得 $n_1=n_2=1$；当 $a=b\neq 0$ 时，方程甲：$n^2+2n+1=0$，方程乙：$n^2+2n+1=0$，解得 $n_1=n_2=-1$，$\therefore n$ 可以取 1 或 −1，故④正确. 故选 D.

5. 4　【解析】如图，过点 B 作 $BD\perp AC$ 于点 D. 由题意得 $\angle BAC=60°$，$\angle ABC=75°$，$\therefore \angle C=180°-\angle ABC-\angle BAC=45°$. $\because BD\perp AC$，$\therefore \angle BDC=\angle BDA=90°$，$\therefore \angle DBC=45°=\angle C$，$\therefore CD=BD=\dfrac{\sqrt{2}}{2}BC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times 2\sqrt{6}=2\sqrt{3}$（千米）. 在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\sin\angle BAC=\sin 60°=$



$\frac{BD}{AB}$，$\therefore AB=\dfrac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$（千米），$\therefore A,B$ 两地的距离为 4 千米. 故答案为 4.

6. $\frac{1}{2}$ 【**解析**】如图，过点 D 作 AC 的平行线交 BN 于点 H. $\because DH/\!/AC$，$\therefore \triangle BDH\backsim\triangle BCN$，$\therefore \frac{DH}{CN}=\frac{BD}{BC}$. $\because D$ 为 BC 的中点，$\therefore \frac{DH}{CN}=\frac{BD}{BC}=\frac{1}{2}$. $\because DH/\!/AN$，$\therefore \triangle DHM\backsim\triangle ANM$，$\therefore \frac{DH}{AN}=\frac{DM}{AM}$. $\because M$ 为 AD 的中点，$\therefore \frac{DH}{AN}=\frac{DM}{AM}=1$，$\therefore DH=AN$，$\therefore \frac{AN}{CN}=\frac{1}{2}$.



7. (1)【**证明**】因为 $(-m)^2-4(2m-4)=m^2-8m+16=(m-4)^2\geqslant 0$，所以该一元二次方程总有两个实数根.

(2)【**解**】由该方程两根之和等于 5，得 $m=5$，所以原方程为 $x^2-5x+6=0$，故该方程的两根之积为 6.

8.【**解**】(1)用列表法表示所有可能的情况如下：

第二次 / 第一次	A_2	B_2
A_1	A_1,A_2	A_1,B_2
B_1	B_1,A_2	B_1,B_2

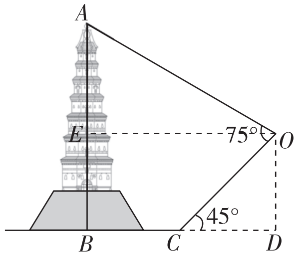
共 4 种等可能的情况，其中恰好匹配成一双相同颜色的拖鞋的情况有 2 种，$\therefore P$（恰好匹配成一双相同颜色的拖鞋）$=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

(2)用列表法表示所有可能的情况如下：

第二次 / 第一次	A_1	A_2	B_1	B_2
A_1		A_1,A_2	A_1,B_1	A_1,B_2
A_2	A_2,A_1		A_2,B_1	A_2,B_2
B_1	B_1,A_1	B_1,A_2		B_1,B_2
B_2	B_2,A_1	B_2,A_2	B_2,B_1	

共 12 种等可能的情况，其中恰好匹配成一双相同颜色的拖鞋的情况有 4 种，$\therefore P$（恰好匹配成一双相同颜色的拖鞋）$=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

9.【**解**】如图，过点 O 作 $OD\perp BC$，交 BC 的延长线于点 D，过点 O 作 $OE\perp AB$，垂足为点 E. 由题意得 $AO=8\times5=40$（米），$OC=4\times5=20$（米）. 易得四边形 $ODBE$ 是矩形，$\therefore OE=BD$，$OE/\!/BD$，$\therefore \angle EOC=\angle OCD=45°$. $\because \angle AOC=75°$，$\therefore \angle AOE=\angle AOC-\angle EOC=30°$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle OCD$ 中，$CD=$



$OC\cdot\cos 45°=20\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}$(米).在Rt△$AOE$中,$OE=AO\cdot\cos 30°=40\times\frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$(米),$\therefore BD=OE=20\sqrt{3}$米,$\therefore BC=BD-CD=20\sqrt{3}-10\sqrt{2}\approx 21$(米).

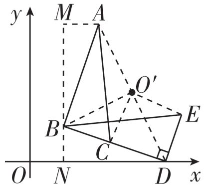
答:小李到古塔的水平距离BC的长约为21米.

复习专项（三）　重难题组

上分解析

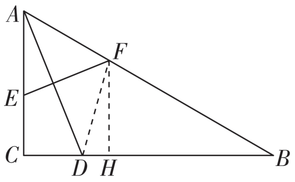
1. C 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $AD=BC$，$AD\parallel BC$，$CD\parallel AB$，∴ $\angle DAN=\angle BCM$. ∵ $BF\perp AC$，$DE\parallel BF$，∴ $DE\perp AC$，∴ $\angle DNA=\angle BMC=90°$. 在 $\triangle ADN$ 和 $\triangle CBM$ 中，$\begin{cases}\angle DNA=\angle BMC=90°,\\ \angle DAN=\angle BCM,\\ AD=CB,\end{cases}$ ∴ $\triangle ADN\cong\triangle CBM$(A. A. S.)，∴ $DN=BM$. ∵ $DF\parallel BE$，$DE\parallel BF$，∴ 四边形 $DFBE$ 是平行四边形，∴ $DE=BF$，∴ $EN=FM$，故①正确. ∵ $\triangle ADN\cong\triangle CBM$，∴ $AN=CM$，∴ $CN=AM$. ∵ $\angle AMB=\angle BMC=\angle ABC=90°$，∴ $\angle ABM+\angle CBM=90°$，$\angle CBM+\angle BCM=90°$，∴ $\angle ABM=\angle BCM$，∴ $\triangle AMB\backsim\triangle BMC$，∴ $\frac{AM}{BM}=\frac{BM}{CM}$. ∵ $DN=BM$，$AM=CN$，∴ $DN^2=CM\cdot CN$，故③正确. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $OA=OD$. ∵ $AO=AD$，∴ $AO=AD=OD$，∴ $\triangle AOD$ 是等边三角形，∴ $\angle ADO=\angle DAN=60°$，∴ $\angle ABD=90°-\angle ADO=30°$. ∵ $DE\perp AC$，∴ $\angle ADN=\angle ODN=30°$，∴ $\angle ODN=\angle ABD$，∴ $DE=BE$. 又∵ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形，∴ 四边形 $DEBF$ 是菱形，故④正确. ∵ $\angle DEB=180°-\angle EDB-\angle EBD=120°$，且 EM 不是菱形 $DEBF$ 的对角线，∴ $\angle DEM\neq 60°$，故②错误. 综上所述，正确的结论是①③④，故选 C.

2. D 【解析】如图，连结 AD，取 AD 的中点 O'，连结 $O'B$，$O'C$，$O'E$，过点 B 作 x 轴的垂线交 x 轴于点 N，过点 A 作 $AM\perp BN$，交 NB 的延长线于点 M. 由旋转可知，$BD=AB=4\sqrt{2}$，$AC=BE$，$\angle ABC=\angle BDE=90°$，$\angle BAC=\angle DBE$，∴ $AD=\sqrt{AB^2+BD^2}=8$. ∵ 点 O' 是 AD 的中点，∴ $O'A=O'B=O'D=\frac{1}{2}AD=4$，∴ 点 O' 是点 B、点 A 的旋转中心，也是点 D、点 B 的旋转中心. ∵ $\angle O'AC+\angle BAC=45°=\angle O'BE+\angle DBE$，∴ $\angle O'AC=\angle O'BE$. 又∵ $O'A=O'B$，$AC=BE$，∴ $\triangle O'AC\cong\triangle O'BE$(S. A. S.)，∴ $O'C=O'E$，∴ 点 O' 是点 E、点 C 的旋转中心，因此点 O' 是 $\triangle BDE$ 旋转到 $\triangle ABC$ 的旋转中心. ∵ $\angle DBN+\angle ABM=180°-90°=90°$，$\angle DBN+\angle BDN=90°$，∴ $\angle ABM=\angle BDN$. ∵ $\angle BND=\angle AMB=90°$，$AB=DB$，∴ $\triangle ABM\cong\triangle BDN$(A. A. S.)，∴ $AM=BN$，$BM=DN$. 在 Rt$\triangle BDN$ 中，由于 $\tan\angle BDN=\frac{1}{3}=\frac{BN}{DN}$，∴ 设 $BN=x$，则 $DN=3x$. 由勾股定理得 $BN^2+DN^2=BD^2$，即 $x^2+(3x)^2=(4\sqrt{2})^2$，解得 $x=\frac{4\sqrt{5}}{5}$（负值已舍去），∴ $BN=AM=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，$DN=BM=\frac{12\sqrt{5}}{5}$，∴ $MN=BN+MB=\frac{4\sqrt{5}}{5}+\frac{12\sqrt{5}}{5}=\frac{16\sqrt{5}}{5}$. ∵ 点 D 坐标为 $(4\sqrt{5},0)$，∴ $OD=4\sqrt{5}$，∴ $ON=4\sqrt{5}-\frac{12\sqrt{5}}{5}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$，∴ 点 A 坐标为



$\left(\frac{12\sqrt{5}}{5},\frac{16\sqrt{5}}{5}\right)$，∴ AD 的中点 O'的坐标为$\left(\frac{16\sqrt{5}}{5},\frac{8\sqrt{5}}{5}\right)$. 故选 D.

3. $\frac{8}{3}$ **【解析】**如图，过点 F 作 $FH\perp BC$ 于 H，连结 DF. ∵ $\angle ACB=90°$，$\angle B=30°$，$AC=2$，∴ $AB=2AC=4$. 设 $AF=x$，则 $BF=4-x$，∴ $FH=\frac{1}{2}BF=2-\frac{1}{2}x$. ∵ EF 垂直平分 AD，∴ $AF=DF\geqslant FH$，∴ $x\geqslant 2-\frac{1}{2}x$，解得 $x\geqslant\frac{4}{3}$，∴ AF 的最小值为$\frac{4}{3}$，则 BF 的最大值为 $4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$. 故答案为$\frac{8}{3}$.



4. 6 或$\frac{80}{11}$ **【解析】**∵ 动点 P 从点 A 出发在线段 AO 上以每秒 2 cm 的速度向 O 运动，$OA=20$ cm，∴ $AP=2t$ cm，$OP=(20-2t)$ cm. 又∵ 动直线 EF 从 OA 开始以每秒 1 cm 的速度向上平行运动，∴ $OE=t$ cm. 根据$\angle EOP$ 与$\angle BOA$ 都是直角，点 O 与点 O 是对应点，分$\triangle EOP\backsim\triangle BOA$ 与$\triangle EOP\backsim\triangle AOB$ 两种情况讨论：①当$\triangle EOP\backsim\triangle BOA$ 时，$\frac{OE}{OB}=\frac{OP}{OA}$，即$\frac{t}{15}=\frac{20-2t}{20}$，解得 $t=6$；②当$\triangle EOP\backsim\triangle AOB$ 时，$\frac{OE}{OA}=\frac{OP}{OB}$，即$\frac{t}{20}=\frac{20-2t}{15}$，解得 $t=\frac{80}{11}$. 综上所述，当 $t=6$ 或$\frac{80}{11}$时，$\triangle EOP$ 与$\triangle BOA$ 相似.

5.【解】(1)由题知$\angle GDF=90°$，$\angle DFH=90°$，$DG/\!/FH$，∴ $\angle BGD=\angle FHG=\alpha=45°$.

∵ $\angle B=90°$，∴ $\angle BDG=45°$，∴ $\angle ADE=180°-90°-45°=45°$.

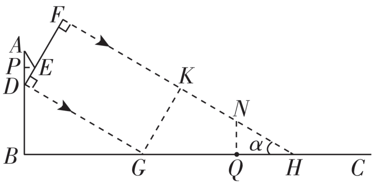
∵ $AE=DE=0.5$ 米，∴ $\angle A=\angle ADE=45°$，

∴ $\angle AED=90°$，∴ $AD=\sqrt{2}AE=\frac{\sqrt{2}}{2}$米.

∵ $AB=2.5$ 米，∴ $BD=AB-AD=2.5-\frac{\sqrt{2}}{2}\approx 2.5-\frac{1.41}{2}\approx 1.8$(米).

答：此时伞面支点 D 离地面约 1.8 米.

(2)如图，过点 E 作 $EP\perp AB$ 于 P，过点 G 作 $GK\perp FH$ 于 K，过点 Q 作 $QN\perp BC$ 交 FH 于 N，则四边形 $DFKG$ 是矩形，∴ $GK=DF=4DE=2$ 米. 在 Rt$\triangle GHK$ 中，$\angle GHK=\alpha=30°$，∴ $GH=2GK=4$ 米. ∵ $DG/\!/FH$，∴ $\angle DGB=\angle GHK=30°$. ∵ $\angle DGB+\angle BDG=90°$，$\angle ADE+\angle BDG=90°$，∴ $\angle BDG=60°$，$\angle ADE=\angle DGB=30°$. 在 Rt$\triangle DEP$ 中，$DP=DE\cdot\cos\angle ADE=0.5\cos 30°=0.5\times\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 0.5\times\frac{1.73}{2}=0.4325$(米). ∵ $AE=DE$，$EP\perp AD$，∴ $AD=2DP=0.865$ 米，∴ $BD=AB-AD=2.5-0.865=1.635$(米)，∴ $BG=BD\cdot\tan\angle BDG=1.635\times\tan 60°\approx 1.635\times 1.73\approx 2.829$(米). ∵ $BQ=5$ 米，∴ $HQ=BG+GH-BQ=2.829+4-5=$

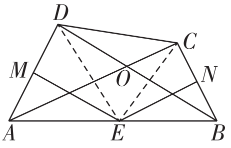


1. 829(米),∴ $NQ=HQ\cdot\tan\alpha=1.829\times\tan 30^\circ=1.829\times\frac{\sqrt{3}}{3}\approx1.829\times\frac{1.73}{3}\approx$ 1. 055(米). ∵ 1. 055>1,∴ 此时小明的头部不会被太阳光照射到.

6. (1)【证明】∵ AC 平分 $\angle BAD$,∴ $\angle BAC=\angle CAD$. 设 $\angle BAC=\angle CAD=\alpha$. ∵ $AB=BD$,∴ $\angle BAD=\angle BDA=2\alpha$. ∵ $AD=AO$,∴ $\angle AOD=\angle ADO=2\alpha$. 在 $\triangle AOD$ 中,$5\alpha=180^\circ$,∴ $\alpha=36^\circ$,∴ $\angle AOD=72^\circ$. ∵ $\angle AOD=\angle OAB+\angle OBA$,∴ $\angle OBA=36^\circ$. 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ABO$ 中,$\begin{cases}AC=AB,\\ \angle DAC=\angle BAC,\\ AD=AO,\end{cases}$

∴ $\triangle ACD\cong\triangle ABO$(S. A. S.),∴ $\angle ACD=\angle ABO=36^\circ$,∴ $\angle ACD=\angle BAC$,∴ $AB/\!/CD$.

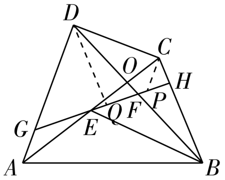
(2)【证明】如图(1),连结 EC,ED. ∵ EM,EN 分别垂直平分 AD,BC,∴ $EA=ED,EB=EC$,∴ $\angle BAD=\angle ADE$, $\angle ABC=\angle ECB$,∴ $\angle AED=180^\circ-2\angle BAD$, $\angle BEC=180^\circ-2\angle ABC$. ∵ $\angle BAD=\angle ABC$,∴ $\angle AED=\angle BEC$,∴ $\angle AED+\angle DEC=\angle BEC+\angle DEC$,即 $\angle AEC=\angle DEB$. 在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle DEB$ 中,$\begin{cases}EA=ED,\\ \angle AEC=\angle DEB,\\ EC=EB,\end{cases}$ ∴ $\triangle AEC\cong\triangle DEB$(S. A. S.),∴ $AC=BD$.



图(1)

(3)【解】$\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{6}$. 如图(2),分别过点 C,D 作 AD,BC 的平行线交直线 GH 于点 P,Q. ∵ $CP/\!/AD$,∴ $\angle GAE=\angle PCE$.

∵ E 是 AC 的中点,∴ $AE=CE$.



图(2)

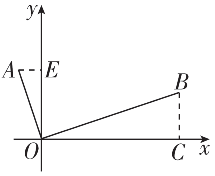
在 $\triangle AEG$ 和 $\triangle CEP$ 中,$\begin{cases}\angle GAE=\angle PCE,\\ AE=CE,\\ \angle AEG=\angle PEC,\end{cases}$

∴ $\triangle AEG\cong\triangle CEP$(A. S. A.),∴ $AG=CP$. 同理可得 $\triangle BFH\cong\triangle DFQ$,∴ $BH=DQ$. ∵ $CP/\!/AD$, $DQ/\!/BC$,∴ $\angle CPH=\angle DGQ$, $\angle CHP=\angle DQG$,∴ $\triangle CHP\backsim\triangle DQG$,∴ $\frac{CP}{DG}=\frac{CH}{DQ}$,∴ $\frac{AG}{DG}=\frac{CH}{BH}$. ∵ $\frac{AG}{DG}=\frac{1}{5}$,∴ $\frac{CH}{BH}=\frac{1}{5}$,

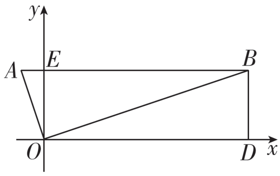
∴ $\frac{S_1}{S_{\triangle BEH}}=\frac{1}{5}$. ∵ E 为 AC 的中点,∴ $S_2=S_{\triangle BEC}$,∴ $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{6}$.

7.【解】(1)如图(1),过点 A 作 $AE\perp y$ 轴于点 E,过点 B 作 $BC\perp x$ 轴于点 C,∴ $\angle AEO=\angle BCO=90^\circ$.

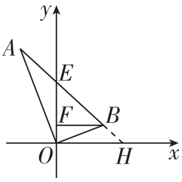
由题知 $\angle AOB=90^\circ$,∴ $\angle AOE+\angle BOE=\angle BOE+\angle BOC=90^\circ$,∴ $\angle AOE=\angle BOC$,∴ $\triangle AOE\backsim\triangle BOC$,∴ $\frac{AE}{BC}=\frac{OE}{OC}=\frac{OA}{OB}=\frac{1}{2}$. ∵ $A(-2,6)$,∴ $AE=2$, $OE=6$,∴ $OC=12$, $BC=4$,∴ 点 B 的坐标为(12,4).



图(1)



图(2)



图(3)

(2)如图(2),设 AB 交 y 轴于点 E. $\because$ $\angle AOB=90°$, $\angle EOD=90°$, $\therefore$ $\angle AOE=\angle BOD$. $\because$ $AB\parallel x$ 轴, $\therefore$ $\angle OBE=\angle BOD=\angle AOE$, $\angle BEO=90°$, $\therefore$ $\triangle AOE\backsim\triangle OBE$, $\therefore$ $\frac{AO}{OB}=\frac{AE}{OE}$. $\because$ $A(-2,6)$, $\therefore$ $AE=2$, $OE=6$, $\therefore$ $\frac{OB}{OA}=\frac{OE}{AE}=\frac{6}{2}=3$, $\therefore$ 此时的“旋似比”为 3.

(3)如图(3),延长 AB 交 x 轴于点 H. $\because$ “旋似比”为$\frac{1}{2}$, $\therefore$ 同(1)可得点 B 坐标为$(3,1)$.

设直线 AB 的表达式为 $y=kx+b(k\neq0)$. 将 $A(-2,6)$, $B(3,1)$代入,得 $\begin{cases}-2k+b=6,\\3k+b=1,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}k=-1,\\b=4,\end{cases}$ $\therefore$ 直线 AB 的表达式为 $y=-x+4$. 令 $x=0$,则 $y=4$;令 $y=0$,则 $x=4$, $\therefore$ $OE=OH=4$, $\therefore$ $\angle OEH=\angle OHE=45°$. $\because$ $\angle BFO+\angle BEO=135°$, $\therefore$ $\angle BFO=90°$,

$\therefore$ $BF\perp y$ 轴, $\therefore$ 点 F 的坐标为$(0,1)$.