

## 专题 4 曲线运动

### 考点 16 运动合成与分解

1. C 【解析】船以最短时间渡河,船头始终与河岸垂直,由于水流速度变化,所以合速度方向变化,运动的轨迹不可能是直线,A 错误;船在行驶过程中,船头始终与河岸垂直时渡河时间最短,

即  $t_{\min} = \frac{d}{v_2} = \frac{60}{3} \text{ s} = 20 \text{ s}$ , B 错误;在  $d=0$  到  $d=30 \text{ m}$  之间时,由题

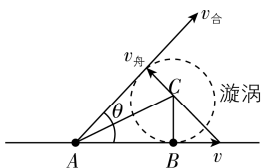
图知,船沿河岸方向的速度  $v_1 = \frac{2}{15}d \text{ (m/s)}$ ,船垂直河岸方向的速度

$v_2 = 3 \text{ m/s}$ ,由匀速直线运动公式得  $d = 3t \text{ (m)}$ ,联立解得  $v_1 = \frac{2}{5}t \text{ (m/s)}$ ,结合匀变速运动公式  $v = at$  可知,船的合加速度  $a_1 =$

$\frac{2}{5} \text{ m/s}^2 = 0.4 \text{ m/s}^2$ ,同理可知,在  $d=30 \text{ m}$  到  $d=60 \text{ m}$  之间时,

$a_2 = -0.4 \text{ m/s}^2$ ,则船在河水中的加速度大小为  $0.4 \text{ m/s}^2$ , C 正确;船在河水中的最大速度  $v_m = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ m/s} = 5 \text{ m/s}$ , D 错误.

2. B 【解析】相对河岸的速度最小且避开漩涡沿直线运动到对岸时,合速度方向恰好与漩涡相切,如图所示,由于水流速不变,合速度与漩涡相切,冲锋舟相对河岸速度为水速末端矢量到合

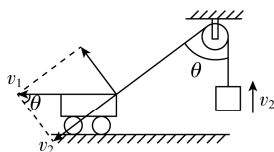


速度上任一点的连线,当冲锋舟相对河岸的速度与合速度垂直

时,相对河岸的速度最小,由几何关系得  $\sin \theta = \frac{v_{\text{舟}}}{v}$ ,  $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{r}{\sqrt{3}r}$ ,

联立解得  $v_{\text{舟}} = \frac{\sqrt{3}}{2}v$ , B 正确, A、C、D 错误.

3. BC 【解析】将小车的速度沿绳子的方向和垂直绳子的方向分解如图所示,设两段绳子夹角为  $\theta$ ,由几何关系得  $v_2 = v_1 \sin \theta$ ,则  $v_1 > v_2$ ,因为小车向左

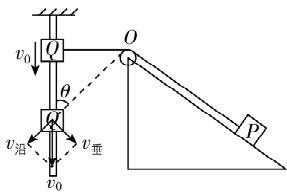


做匀速运动,  $\theta$  逐渐变大,所以  $v_2$  逐渐变大,物体做加速运动,有向上的加速度,处于超重状态,故  $F > G$ , B、C 正确, A、D 错误.

#### 关键点拨

小车实际运动的速度为合速度,只能分解合速度. 同一条绳上速度大小处处相等.

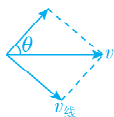
4. D 【解析】将  $Q$  的实际运动分解成沿绳方向的分运动和垂直绳方向的分运动,如图所示,由几何关系得  $v_{\text{沿}} = v_0 \cos \theta$ ,当  $Q$  开始运动时,  $OQ$  与竖直杆的夹角为  $\theta = 90^\circ$ ,



物体  $P$  的速度为  $v_1 = v_{\text{沿}} = v_0 \cos 90^\circ = 0$ ,当  $OQ$  与竖直杆的夹角为  $\theta$  时,物体  $P$  的速度为  $v_2 = v_{\text{沿}} = v_0 \cos \theta > 0 = v_1$ , D 正确, A、B、C 错误.

5. C 【解析】线与光盘交点参与两个运动,沿线方向的运动和垂直线方向的运动,运动的速度(关键点:即光盘的合速度,分解时只

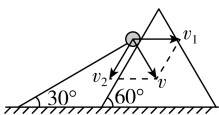
能将合速度分解) 大小为  $v$ , 如图所示, 由几何关系得,  $v_{\text{线}} = v \sin \theta$ , 线的速度的大小即为橡胶球上升的速度大小 (关键点: 同一条线上速度大小相等), C 正



确, A 错误; 光盘移动过程中,  $\theta$  增大, 由  $v_{\text{线}} = v \sin \theta$  知, 橡胶球的速度变大, 故橡胶球做加速运动, 加速度向上, 处于超重状态, B、D 错误。

#### 6. A 【解析】轻杆转动的角速度为 $\omega$ , 小球

的线速度大小为  $v = \omega L$ , 小球绕铰链的固定点做圆周运动, 小球的线速度可分解为



水平向右分速度  $v_1$  与沿斜面向下的分速度  $v_2$ , 如图所示, 轻杆与水平方向的夹角为  $30^\circ$  时, 由几何关系得, 小球水平方向的分速度大小  $v_1 = v = \omega L$ , 则此时斜坡的速度大小为  $\omega L$ , A 正确, B、C、D 错误。

### 考点 17 抛体运动问题

#### 1. C 【解析】设腾空时间为 $t$ , 滑板爱好者先后两次从坡道 A 点滑

出后做斜抛运动, 沿  $AB$  方向上有  $x = v_x t$ , 由于第二次的腾空时间比第一次长, 则  $v_{x2} < v_{x1}$ , 即滑板爱好者第二次在最高点的速度比第一次在最高点的速度小 (关键点: 最高点速度即为水平方向的分速度), D 错误; 在竖直方向上有  $v_y = g \cdot \frac{t}{2}$ , 腾空的最大高度

$h = \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{1}{8} g t^2$ , 由于第二次的腾空时间比第一次长, 故

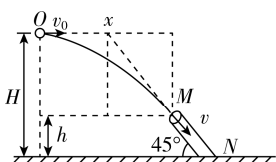
$v_{y2} > v_{y1}$ ,  $h_2 > h_1$ , C 正确, B 错误; 设滑出速度与沿  $AB$  方向的夹角

为  $\theta$ , 根据  $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{g t^2}{2x}$ , 由于第二次的腾空时间比第一次长, 则

第二次滑出速度与水平方向夹角大于第一次滑出速度与水平方向夹角, A 错误。

#### 2. A 【解析】由题可知, 弹出后小球做

平抛运动, 到管口 M 时的速度方向沿直管方向, 根据平抛运动特点, 做平抛运动的物体任意时刻速度方向



的反向延长线交此前水平位移于中点, 如图所示, 根据几何关系得  $x = 2(H - h) = 1.6 \text{ m}$ , 小球在竖直方向做自由落体运动, 解得小

球从 O 到 M 的运动时间为  $t = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = 0.4 \text{ s}$ , 水平方向做匀

速运动,  $v_0 = \frac{x}{t} = 4 \text{ m/s}$ , A 正确, B、C、D 错误。

#### 3. B 【解析】运动员做平抛运动, 设水平位移为 $x$ , 竖直位移为 $y$ ,

则有  $x = v_0 t$ ,  $y = \frac{1}{2} g t^2$ , 由几何关系得  $\tan \theta = \frac{y}{x}$ , 解得  $t = \frac{2v_0 \tan \theta}{g}$ ,

A 错误, B 正确; 运动员的速度偏向角正切值  $\tan(\alpha + \theta) = \frac{g t}{v_0}$ ,

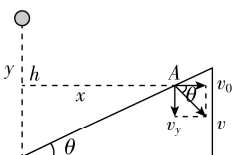
解得  $\tan(\alpha + \theta) = 2 \tan \theta$ , 所以  $\alpha$  不随  $v_0$  的变化而变化, C、D 错误。

#### 快解

由平抛运动的推论知, 运动员落在同一斜面上, 速度偏向角与时间无关, C、D 错误。

#### 4. A 【解析】由题意可知, 小球落到斜面上时, 将速度进行分解,

如图所示,设小球从抛出到落到斜面上所用的时间为  $t$ ,则小球落到斜面上时,竖直方向的速度为  $v_y = gt$ ,初速度为  $v_0 = \frac{v_y}{\tan \theta} = \frac{gt}{\tan \theta}$ ,下落的高度为  $y = \frac{1}{2}gt^2$ ,水



平位移的大小为  $x = v_0 t = \frac{gt^2}{\tan \theta}$ ,又  $\tan \theta = \frac{h-y}{x}$ ,解得  $t = \sqrt{\frac{2h}{3g}}$ ,A 正确,B、C、D 错误.

- 5. B 【解析】** 设任一小球的初速度为  $v_0$ ,抛出点离  $O$  点的高度为  $h$ ,平抛运动的时间为  $t$ ,斜面的倾角为  $\theta$ ,小球垂直击中斜面,速度与斜面垂直,由速度分解知  $v_y \tan \theta = v_0$ ,又  $v_y = gt$ ,解得  $t = \frac{v_0}{g \tan \theta}$ ,根据几何关系得  $h = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \cdot \tan \theta = \frac{v_0^2}{2g \tan^2 \theta} + \frac{v_0^2}{g}$ ,即  $h \propto v_0^2$ ,由于  $OA = 3OB$ ,则得  $v_{0A} = \sqrt{3}v_{0B}$ ,击中斜面的位置到  $O$  点的距离为  $s = \frac{v_0 t}{\cos \theta} = \frac{v_0^2}{g \tan \theta \cos \theta}$ ,即  $s \propto v_0^2$ ,故  $A$ 、 $B$  两球击中斜面的位置到  $O$  点的距离之比为  $3:1$ ,B 正确,A、C、D 错误.

- 6. C 【解析】** 甲运动员从  $B$  点飞出到距离斜面最远时,速度方向与斜面平行,则  $\tan \theta = \frac{v_y}{v_1} = \frac{gt}{v_1}$ ,解得  $t = \frac{v_1 \tan \theta}{g}$ ,A 错误;设  $BC$  长度为  $l$ ,对甲运动员有  $\frac{1}{2}l \sin \theta = \frac{1}{2}gt_1^2$ , $\frac{1}{2}l \cos \theta = v_1 t_1$ ,对乙运动员有  $l \sin \theta = \frac{1}{2}gt_2^2$ , $l \cos \theta = v_2 t_2$ ,联立解得  $v_2 = \sqrt{2}v_1$ ,B 错误;由平抛运动的推论可知,速度偏角的正切值与位移偏角的正切值的关系为  $\tan \alpha = 2 \tan \theta$ ,甲、乙两运动员落到着陆坡时位移偏角相同,均为  $\theta$ ,故甲、乙两运动员落到着陆坡瞬间速度方向相同,C 正确,D 错误.

#### 关键点拨

小球离斜面最远时,速度方向与斜面平行,可将速度分解.

- 7. D 【解析】** 小球 1 落到斜面上速度方向与斜面垂直,则  $\tan \theta = \frac{v_0}{gt_1}$ ,解得  $t_1 = \frac{v_0}{g \tan \theta}$ ,A 错误;球 1 在竖直方向下落的距离与在水平方向通过的距离之比为  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{\frac{1}{2}gt_1^2}{v_0 t_1} = \frac{gt_1}{2v_0} = \frac{1}{2 \tan \theta}$ ,B 错误;球 2 做平抛运动落回斜面, $\tan \theta = \frac{y_2}{x_2} = \frac{\frac{1}{2}gt_2^2}{v_0 t_2} = \frac{gt_2}{2v_0}$ ,球 2 落回斜面时的速度大小为  $v_2 = \sqrt{v_0^2 + (gt_2)^2}$ ,联立解得  $v_2 = v_0 \sqrt{4 \tan^2 \theta + 1}$ ,C 错误;球 1 落到斜面前瞬间的速率为  $v_1 = \frac{v_0}{\sin \theta}$ ,所以球 1 与球 2 落到斜面前瞬间的速率之比为  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{\sin \theta \sqrt{1 + 4 \tan^2 \theta}}$ ,D 正确.

- 8. BD 【解析】** 从  $C$  点抛出的小球下落高度小,根据  $h = \frac{1}{2}gt^2$  知,该小球先落到  $D$  点,A 错误;从  $A$  点抛出的小球,由平抛运动规

律得  $R = v_1 t_1$ ,  $R = \frac{1}{2} g t_1^2$ , 从  $C$  点抛出的小球, 由平抛运动规律得

$$R \sin 60^\circ = v_2 t_2, R - R \cos 60^\circ = \frac{1}{2} g t_2^2, \text{ 联立解得 } v_1 : v_2 = \sqrt{2} : \sqrt{3}, B$$

正确; 从  $A$  点抛出的小球落到  $D$  点时, 速度与竖直方向的夹角正

$$\text{切值 } \tan \alpha = \frac{v_1}{g t_1} = \frac{1}{2}, \text{ 从 } C \text{ 点抛出的小球落到 } D \text{ 点时, 速度与竖直}$$

$$\text{方向的夹角正切值 } \tan \beta = \frac{v_2}{g t_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 两小球落到 } D \text{ 点时的速度方}$$

向与  $OD$  连线夹角不相等,  $C$  错误;  $A$  点抛出的小球落到  $D$  点时

$$\text{的瞬时速率为 } v_{D1} = \frac{v_1}{\sin \alpha}, C \text{ 点抛出的小球落到 } D \text{ 点时的瞬时速}$$

$$\text{率为 } v_{D2} = \frac{v_2}{\sin \beta}, \text{ 解得 } v_{D1} : v_{D2} = \sqrt{10} : \sqrt{7}, D \text{ 正确.}$$

**9. D 【解析】** 由题可知, 两个石子做平抛运动, 运动时间一样, 则下落的高度  $H$  一样, 又因为落在抛物线上, 则落点是关于  $y$  轴对

$$\text{称的点, 可得 } \frac{3s}{2} - v_0 t = 2v_0 t - \frac{3s}{2}, \text{ 可得 } v_0 t = s, \text{ 即可得出落在坑壁上}$$

$$\text{两个石子的横坐标分别为 } -\frac{s}{2} \text{ 和 } \frac{s}{2}, \text{ 由 } y = kx^2, \text{ 可得下落高度 } H =$$

$$\left(\frac{3s}{2}\right)^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2 = 2s^2, \text{ 平抛运动时间 } t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2s \sqrt{\frac{1}{g}}, \text{ 故 } D \text{ 正}$$

$$\text{确, } A、B \text{ 错误; } v_0 = \frac{s}{t} = \frac{\sqrt{g}}{2}, \text{ 竖直方向上的速度 } v_y = gt = 2s\sqrt{g}, \text{ 由运}$$

$$\text{动的合成可得 } v_1 = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{g + 16gs^2}{4}}, \text{ 故 } C \text{ 错误.}$$

**10. B 【解析】** 当保持初速度  $v_A$  不变时, 由  $x = v_A t$  知, 飞镖在空中

$$\text{运动的时间不变, 由 } h = \frac{1}{2} g t^2 \text{ 知, 飞镖打到靶上时下落的高度}$$

不变, 为了能把飞镖打在标靶中心  $O$  点, 应该降低抛出点  $C$  的高度,  $A$  错误; 同理可知, 当保持初速度  $v_B$  不变时, 要想打中靶心, 应该将抛出点  $C$  的高度升高,  $B$  正确; 保持抛出点  $C$  位置不

$$\text{变时, 飞镖做平抛运动的水平位移不变, 由 } h = \frac{1}{2} g t^2 \text{ 和 } x = vt$$

知, 要使飞镖打在标靶中心  $O$  点, 投出飞镖的初速度要比  $v_A$  小一些, 要比  $v_B$  大一些,  $C、D$  错误.

**11. AD 【解析】** 设水平距离为  $s$ , 飞镖的初速度为  $v_0$ , 击中墙面的

$$\text{速度为 } v, \text{ 速度与竖直方向的夹角为 } \theta, \text{ 则 } \tan \theta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{v_0}{gt}, s = v_0 t,$$

联立解得  $v_0 = \sqrt{g s \tan \theta}$ , 由于从同一位置  $O$  抛出, 故  $s$  相同, 所

$$\text{以 } v_{OB} > v_{OA}, A \text{ 正确; 击中墙面的速度为 } v = \frac{v_0}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{g s \tan \theta}}{\sin \theta} =$$

$$\sqrt{\frac{gs}{\sin \theta \cos \theta}} = \sqrt{\frac{2gs}{\sin 2\theta}}, \text{ 由于 } \sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 则 } v_A = v_B,$$

$$B \text{ 错误; 竖直方向有 } h = \frac{1}{2} g t^2, \text{ 解得 } t = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \text{ 故两只飞镖的运动}$$

时间一定不相等,  $C$  错误; 根据任意时刻速度的反向延长线一定经过此时沿抛出方向水平总位移的中点可知, 插在墙上的两只飞镖的反向延长线与  $OO'$  一定交于同一点,  $D$  正确.

**12. C** 【解析】设第一次抛出时,  $A$  球的速度为  $v_1$ ,  $B$  球的速度为  $v_2$ , 则  $A$ 、 $B$  两小球抛出点间的水平距离  $x = (v_1 + v_2)t$  (关键点: 相遇时两球的水平位移之和等于两球初始距离), 第二次抛出时, 两球的速度为第一次的  $\frac{1}{2}$ , 但两球间的水平距离不变, 则  $x = \frac{1}{2} \cdot (v_1 + v_2)t'$ , 联立解得  $t' = 2t$ ,  $A$ 、 $B$  错误; 两次相遇位置的高度差  $\Delta h = \frac{1}{2}g(2t)^2 - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{3}{2}gt^2$ , 两次相遇时,  $A$  球水平位移  $x'_A = \frac{1}{2}v_1 \cdot 2t = v_1t = x_A$ , 同理  $B$  球水平位移  $x'_B = x_B$ , 则相遇位置在原来的正下方,  $C$  正确,  $D$  错误.

**13. D** 【解析】甲黄豆在  $P$  点的速度与乙黄豆在最高点的速度都等于各自运动过程中水平方向的分速度, 二者整个运动过程的水平位移和时间均相同, 故水平分速度相等, 则甲黄豆在  $P$  点的速度与乙黄豆在最高点的速度相等,  $A$  错误; 设  $PM = MN = h$ , 甲、乙两黄豆自射出后经时间  $t$  相遇, 对于甲黄豆有  $h = \frac{1}{2}gt^2$ , 对于乙黄豆, 根据斜抛运动的对称性可知其从最高点 (设为  $Q$ ) 到  $N$  的运动时间为  $\frac{t}{2}$ , 上升的最大高度为  $h' = \frac{1}{2}g\left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}h$ ,  $B$  错误; 根据平抛运动规律的推论知, 甲黄豆到达  $N$  点时速度方向与水平方向的夹角  $\alpha_1$  的正切值为位移方向与水平方向的夹角  $\theta_1$  的正切值的 2 倍, 即  $\tan \alpha_1 = 2\tan \theta_1 = \frac{2h}{h} = 2$ , 乙黄豆到达  $N$  点时速度方向与水平方向的夹角  $\alpha_2$  的正切值为相对于  $Q$  点的位移方向与水平方向的夹角  $\theta_2$  的正切值的 2 倍, 即  $\tan \alpha_2 = 2\tan \theta_2 = \frac{2h'}{\frac{h}{2}} = 1$ , 联立解得  $\tan \alpha_1 = 2\tan \alpha_2$ ,  $C$  错误; 设甲、乙两黄豆在  $N$  点时的水平分速度大小均为  $v_0$ , 速度大小分别为  $v_1$ 、 $v_2$ , 结合  $C$  项可得  $v_1 = \sqrt{v_0^2 + (2v_0)^2} = \sqrt{5}v_0$ ,  $v_2 = \sqrt{v_0^2 + v_0^2} = \sqrt{2}v_0$ , 解得  $v_1 : v_2 = \sqrt{5} : \sqrt{2}$ ,  $D$  正确.

**14. AC** 【解析】由平抛运动规律有  $x = v_0t$ ,  $y = \frac{1}{2}gt^2$ , 箭能命中目标的条件是  $H - h < y < H$ , 解得这两支箭的初速度  $x\sqrt{\frac{g}{2H}} < v_0 < x\sqrt{\frac{g}{2(H-h)}}$ ,  $A$  正确,  $B$  错误; 船通过箭飞行的轨道平面需要的时间为  $\frac{L}{v}$ , 第一支箭最早可以在船头到此轨道平面之前  $\sqrt{\frac{2H}{g}}$  射出, 第二支箭最晚要在船尾到此轨道平面之前  $\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$  射出, 所以发射这两支箭的最大时间间隔为  $t_m = \frac{L}{v} + \sqrt{\frac{2H}{g}} - \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$ ,  $C$  正确,  $D$  错误.

## 考点 18 圆周运动问题

**1. D** 【解析】由图知,  $A$ 、 $B$  同缘传动, 无论是匀速圆周运动还是变

速圆周运动,边缘线速度大小均相等,由  $v = \omega r$ , 得  $\omega_A : \omega_B = r_B : r_A = 2 : 3$ , A 错误, D 正确; A、C 在同一齿轮上同轴转动,角速度相同,由  $v = \omega r$  得,  $v_A : v_C = r_A : r_C = 3 : 2$ , A、B 线速度大小相同,故  $v_B : v_C = 3 : 2$ , B 错误; 由  $a = \frac{v^2}{r}$  知 A、B 两点向心加速度之比为  $a_A : a_B = r_B : r_A = 2 : 3$ , C 错误.

- 2. B** 【解析】小物块绕  $OO'$  轴上等高位置做匀速圆周运动,一定受重力、支持力,可能受摩擦力,若摩擦力为 0,由牛顿第二定律得  $mg \tan 60^\circ = m\omega^2 R \sin 60^\circ$ , 解得  $\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}}$ , 线速度为  $v = \omega R \sin 60^\circ = \sqrt{\frac{2g}{R}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} R = \sqrt{\frac{3gR}{2}}$ , 当小物块所受摩擦力不为 0 时,角速度不等于  $\sqrt{\frac{2g}{R}}$ , 物块的线速度也不等于  $\sqrt{\frac{3gR}{2}}$ , A 错误, B 正确; 当小物块所受摩擦力为 0 时,其所受合力的大小为  $\sqrt{3}mg$ , 所受弹力大小等于  $2mg$ , 当所受摩擦力不为 0 时不成立, C、D 错误.

- 3. B** 【解析】汽车转弯时摩擦力提供做圆周运动的向心力, A 错误; 汽车转弯的速度为  $20 \text{ m/s}$  时所需的向心力为  $F = m \frac{v^2}{r} = 2.0 \times 10^3 \times \frac{20^2}{80} \text{ N} = 1.0 \times 10^4 \text{ N}$ , B 正确; 汽车转弯的速度为  $30 \text{ m/s}$  时所需的向心力为  $F' = m \frac{v'^2}{r} = 2.0 \times 10^3 \times \frac{30^2}{80} \text{ N} = 2.25 \times 10^4 \text{ N} > f_m$ , 则汽车会发生侧滑, C 错误; 汽车能安全转弯的向心加速度最大值满足  $f_m = ma_m$ , 解得  $a_m = 7 \text{ m/s}^2$ , 则汽车能安全转弯的向心加速度不可以超过  $7.0 \text{ m/s}^2$ , D 错误.

#### 关键点拨

解答本题的关键是清楚汽车转弯时的向心力由径向静摩擦力提供,刚好不打滑的临界条件为汽车所受摩擦力为径向最大静摩擦力.

- 4. D** 【解析】图 (a) 中小球做匀速圆周运动时,小球所受重力和细线拉力的合力提供向心力, A 错误; 图 (a) 中小球做匀速圆周运动,由受力分析有  $mg \tan \theta = m\omega^2 l \sin \theta$ ,  $\theta = 53^\circ$ , 则解得角速度  $\omega = \sqrt{\frac{5g}{3l}}$ , B 错误; 图 (b) 中,由受力分析有  $mg \tan \theta = m\omega^2 l \sin \theta$ , 则  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta}} = \sqrt{\frac{g}{h}}$ , 高度相同, B、C 两球角速度相同, C 错误; 当  $\theta = 0^\circ$  时,  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ , 故角速度  $\omega$  小于  $\sqrt{\frac{g}{l}}$  时,细线会像图 (c) 那样缠绕在竖直杆上,最后小球随细杆转动, D 正确.

### 考点 19 圆周运动的临界问题

- 1. C** 【解析】汽车在 A 点具有向下的加速度,处于失重状态,由牛顿第二定律得  $mg - F_N = m \frac{v^2}{r}$ , 如果采取加速操作,则路面对汽车的支持力减小,汽车会飞离地面,若采取减速操作,则路面对汽车的支持力增大,车胎与路面间的弹力增大,汽车行驶更安全, A 错误, C 正确; 汽车在 B 点具有向上的加速度,处于超重状态,由

牛顿第二定律得  $F_N - mg = m \frac{v^2}{r}$ , 如果采取加速操作, 则路面对汽车的支持力增大, 车胎受到的压力增大, 汽车更紧贴地面, 若采取减速操作, 则路面对汽车的支持力减小, 车胎与路面间的弹力减小, B、D 错误。

**2. D 【解析】** 设小球通过最高点时的最小速度为  $v_0$ , 则根据牛顿

第二定律得  $m \frac{v_0^2}{R} = mg$ , 解得  $v_0 = 2 \text{ m/s}$ , A 正确; 当小球在最高点的速度为  $v_1 = 4 \text{ m/s}$  时, 设轻绳拉力大小为  $T$ , 根据牛顿第二定律得  $T + mg = m \frac{v_1^2}{R}$ , 解得  $T = 15 \text{ N}$ , B 正确; 小球在圆周最低点处速度最大, 此时轻绳的拉力最大, 根据牛顿第二定律得  $T_m - mg = m \frac{v_m^2}{R}$ , 解得  $v_m = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$ , C 正确, D 错误。

**3. D 【解析】** 当衣物做匀速圆周运动时, 衣物上的水由于所受合

外力不足以提供向心力而做离心运动, 在最高点时有  $F_{N1} + mg = m \frac{v^2}{R}$ , 在最低点时有  $F_{N2} - mg = m \frac{v^2}{R}$ ,  $F_{N2} > F_{N1}$ , 故衣物转动到最低点时水滴更容易被甩出 (**关键点: 衣服对水的作用力越大, 水越容易做离心运动**), A 错误; 滚筒对衣物的作用力与衣物重力的合力提供向心力, 故脱水过程中滚筒对衣物的作用力不一定指向圆心, B 错误; 当衣物向下运动时滚筒对衣物的摩擦力方向沿切线向上, 始终充当阻力, C 错误; 为了保证衣物在脱水过程中能做完整的圆周运动, 在最高点, 由牛顿第二定律得  $mg = m\omega^2 R$ , 解得滚筒转动的角速度至少为  $\sqrt{\frac{g}{R}}$ , D 正确。

#### 技巧必背

绳拉球模型在竖直面内做完整的圆周运动条件:

小球运动到最高点时的速度  $v \geq \sqrt{gr}$ , 其中  $g$  为重力加速度,  $r$  为小球做圆周运动的半径。

**4. CD 【解析】** 小钢球到达最高点时, 根据牛顿第二定律得  $N +$

$mg = m \frac{v^2}{R}$ ,  $v = \sqrt{gR}$ , 联立解得  $N = 0$ , 即小球在最高点不受管壁的作用力, A 错误; 稍微减小  $v_0$ , 则小钢球到达最高点时速度小于  $\sqrt{gR}$ , 小球重力大于所需向心力, 将挤压管壁内侧, 内壁对小球的支持力与小球重力的合力提供向心力, 小球可以通过最高点, B 错误; 稍微增大  $v_0$ , 小钢球通过最高点时速度大于  $\sqrt{gR}$ , 小钢球重力不足以提供所需向心力, 将挤压管壁外侧, 从而对圆管外侧管壁有压力的作用, C 正确; 小钢球在水平线  $ab$  以下的管道中运动时, 重力垂直管壁向下的分力与管壁对小钢球的弹力的合力要指向圆心, 提供向心力, 所以外侧管壁对小钢球一定有作用力, D 正确。

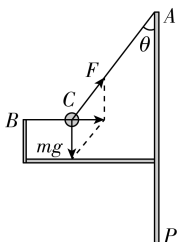
**5. D 【解析】** 汽车通过此圆弧形弯道时做匀速圆周运动, 轨道半

径为  $R = 120 \text{ m}$ , 运动速率  $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ , 向心加速度为  $a = \frac{v^2}{R} = \frac{20^2}{120} \text{ m/s}^2 \approx 3.3 \text{ m/s}^2$ , 角速度  $\omega = \frac{v}{R} = \frac{20}{120} \text{ rad/s} = \frac{1}{6} \text{ rad/s}$ ,

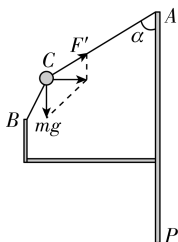
A、B 错误; 以汽车为研究对象, 当路面对轮胎的径向摩擦力指向内侧且达到径向最大静摩擦力时, 此时汽车的速率为安全通过圆

弧形弯道的最大速率  $v_m$ , 设汽车的质量为  $m$ , 则正压力大小为  $F_N = mg$ , 根据牛顿第二定律得  $f_m = m \frac{v_m^2}{R}$ , 晴天时, 路面对轮胎的径向最大静摩擦力为正压力的 0.8 倍, 即  $f_m = kF_N = 0.8mg$ , 解得  $v_m \approx 111.5 \text{ km/h}$ , 所以汽车以  $180 \text{ km/h}$  的速率不能安全通过此圆弧形弯道, C 错误; 下雨时, 路面对轮胎的径向最大静摩擦力变为正压力的 0.4 倍, 即  $f'_m = k'F_N = 0.4mg$ , 解得  $v'_m \approx 78.9 \text{ km/h} > 70 \text{ km/h}$ , 所以下雨时汽车以  $70 \text{ km/h}$  的速率可以安全通过此圆弧形弯道, D 正确。

- 6. AC** 【解析】当小球随架子一起以角速度  $\omega$  绕  $AP$  杆旋转时,  $BC$  绳刚好伸直且无拉力, 小球受重力  $mg$  和  $AC$  绳的拉力  $F$ , 二者的合力提供小球做圆周运动的向心力, 当  $BC$  绳水平时如图甲所示, 则  $mg \tan \theta = m\omega_1^2 L \sin \theta$ , 解得  $\omega_1 = \sqrt{\frac{5g}{4L}}$ , 当角速度增大时, 小球向上运动, 再次达到小球随架子一起以角速度  $\omega$  绕  $AP$  杆旋转,  $BC$  绳刚好伸直且无拉力时, 如图乙所示, 由数学知识可知, 此时  $AC$  绳与  $AP$  杆的夹角为  $\alpha = 53^\circ$ , 小球所受重力  $mg$  与  $AC$  绳的拉力  $F'$  的合力提供向心力, 则  $mg \tan \alpha = m\omega_2^2 L \sin \alpha$ , 解得  $\omega_2 = \sqrt{\frac{5g}{3L}}$ , A、C 正确, B、D 错误。

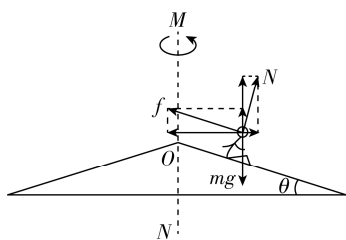


甲



乙

- 7. D** 【解析】对人进行受力分析如图所示, 则  $f \cos \theta - N \sin \theta = m\omega^2 L \cos \theta$ ,  $f \sin \theta + N \cos \theta = mg$ , 由于游客即将相对“魔盘”滑动时, 则  $f = \mu N$ , 解得  $\omega = \sqrt{\frac{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}{L \cos \theta (\cos \theta + \mu \sin \theta)}}$ , D 正确, A、B、C 错误。



- 8. C** 【解析】若甲、乙两物体均未与圆台发生相对滑动, 此时甲、乙两物体的运动为同轴传动, 角速度相同, 甲、乙两物体所受的摩擦力提供向心力, 由向心力公式得  $f = m\omega^2 r$ , 则甲、乙两物体所受的摩擦力大小之比为  $f_{\text{甲}} : f_{\text{乙}} = \left( \frac{1}{2} m\omega^2 \cdot 2l \right) : (m\omega^2 l) = 1 : 1$ , 即甲、乙两物体所受的摩擦力大小始终相等, 若甲、乙两物体都与圆台发生相对滑动, 甲、乙两物体所受滑动摩擦力大小不相等, A 错误; 由  $v = \omega r$  得, 甲物体和乙物体均未与圆台发生相对滑动时, 线速度大小之比为  $v_{\text{甲}} : v_{\text{乙}} = 2l : l = 2 : 1$ , B 错误; 甲物体开始相对圆台滑动时, 摩擦力刚好达到最大静摩擦力,  $k \cdot \frac{1}{2} mg = \frac{1}{2} m \cdot 4\pi^2 n^2 \cdot 2l$ , 解得  $n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kg}{2l}}$ , C 正确; 甲物体开始相对圆台滑动时,  $k \cdot$



$$\frac{1}{2}mg = \frac{1}{2}m\omega_m^2 \cdot 2l, \text{解得 } \omega_m = \sqrt{\frac{kg}{2l}}, \text{当圆台以角速度 } \omega = \sqrt{\frac{kg}{l}}$$

匀速转动时,甲物体已经相对圆台发生滑动,D 错误.

**9. AB 【解析】**水平圆盘转动的角速度较小时, $a$ 、 $b$  受到的静摩擦力提供向心力,绳子拉力为零,此过程中  $a$  受到的摩擦力  $f_a = m_1 r_1 \omega^2$ ,对应图线的斜率  $k_1 = m_1 r_1$ ,当木块刚好达到最大静摩擦力时,

$m r \omega^2 = \mu m g$ ,则  $\omega^2 = \frac{\mu g}{r}$ ,因为  $r_2 > r_1$ ,所以随着角速度增大, $b$

先达到最大静摩擦力,此时  $\omega = \omega_1$ ,则  $\omega_1^2 = \frac{\mu g}{r_2}$ , $0.5f_0 = m_1 r_1 \omega_1^2 =$

$\frac{\mu m_1 g r_1}{r_2}$ ,角速度继续增大,绳子开始出现拉力,此后对  $a$  有  $f_a - T =$

$m_1 r_1 \omega^2$ ,对  $b$  有  $f_{bm} + T = m_2 r_2 \omega^2$ ,联立解得  $f_a = (m_1 r_1 + m_2 r_2) \omega^2 - \mu m_2 g$ ,对应图线的斜率  $k_2 = m_1 r_1 + m_2 r_2$ ,截距  $-3f_0 = -\mu m_2 g$ ,当  $a$  达

到最大静摩擦力时,对  $a$  有  $f_{am} = f_0 = \mu m_1 g$  时  $\omega_2^2 = \frac{\mu(m_1 + m_2)g}{m_1 r_1 + m_2 r_2}$ ,角

速度再增大,两木块相对圆盘发生滑动, $a$  受到的摩擦力大小不

再变化,根据上述分析可知  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{7}$ ,  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{7}{8}}$ ,

A、B 正确,C、D 错误.