

『专题5 万有引力与天体运动』

考点20 开普勒定律的应用

1. B 【解析】霍曼转移轨道为椭圆, 设其轨道半长轴 r 约为地球公

转轨道半径 r_0 的 n 倍, 则 $r = nr_0 = \frac{1.5r_0 + r_0}{2} = 1.25r_0$, 设探测器从地

球轨道运动至火星轨道用时为 t , 根据开普勒第三定律得 $\frac{r_0^3}{T_0^2} =$

$\frac{r^3}{(2t)^2}$, 其中 $T_0 = 1$ 年, 解得 $t = \frac{5\sqrt{5}}{16}T_0 \approx 0.7$ 年, B 正确, A、C、D

错误.

2. D 【解析】从近地点到远地点, 万有引力的方向与卫星的运动方向的夹角大于 90° , 万有引力对卫星做负功, A 错误; 设经过 B 点做匀速圆周运动的卫星的速度大小为 v_1 , 根据牛顿第二定律

得 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v_1^2}{r}$, $r = 6h$, 卫星经 B 点从圆轨道进入椭圆轨道需要

加速, 则 $v_1 < v$, 解得 $M < \frac{6v^2h}{G}$, B 错误; 卫星的运行周期为 T , 卫星

从远地点运动到 B 点的时间为 $\frac{T}{2}$, 该过程万有引力对卫星做正

功, 卫星做加速运动, 则卫星从 C 点运动到 B 点的时间小于 $\frac{T}{8}$

(关键点: 从远地点到近地点, 卫星运动的速度越来越大), C 错误; 设卫星的远地点距离地面的高度为 H , 根据开普勒第三定律

得 $\frac{(5h)^3}{\left(\frac{\sqrt{2}}{4}T\right)^2} = \frac{\left(\frac{11h+H}{2}\right)^3}{T^2}$, 解得 $H = 9h$, D 正确.

3. BC 【解析】根据题意可知 $r_M = 2R$, $r_N = R$, 探测器做圆周运动, 万

有引力提供向心力有 $\frac{GMm}{r^2} = ma$, 则 $a_M = \frac{GM}{r_M^2} = \frac{GM}{4R^2}$, $a_N = \frac{GM}{r_N^2} = \frac{GM}{R^2}$,

则探测器在椭圆轨道上 M 、 N 两点的加速度大小之比为 $1:4$, 故

A 错误; 根据开普勒第二定律可知 $\frac{1}{2} \cdot r_N \cdot v_N = \frac{1}{2} \cdot r_M \cdot v_M$, 则

$v_M : v_N = 1:2$, 故 B 正确; 探测器在近火轨道上做圆周运动, 万有

引力提供向心力有 $\frac{GMm}{R^2} = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$, 在火星表面上的一物体,

其重力由万有引力提供, 则有 $\frac{GMm'}{R^2} = m'g$, 联立解得 $T =$

$2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$, 故 C 正确; 椭圆的半长轴为 $a = 1.5R$, 根据开普勒第三

定律有 $\frac{T_{\text{椭}}^2}{T^2} = \frac{a^3}{R^3} = \frac{(1.5R)^3}{R^3} = 3.375$, 则探测器在椭圆轨道上的周

期为 $T_{\text{椭}} = 3\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$, 故 D 错误.

4. C 【解析】根据开普勒第三定律 $\frac{R^3}{T^2} = C$ 以及圆轨道上卫星 1 与

椭圆轨道上卫星 2 的周期相同可知, 椭圆轨道的长轴等于圆轨

道的直径,故 A 错误;根据牛顿第二定律 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$ 可知,卫星 1 和卫星 2 在 A 点的加速度相同,卫星 1 的万有引力全部用来提供向心力,卫星 2 的万有引力只有部分用来提供向心力,则卫星 1 在 A 点的向心加速度大于卫星 2 在 A 点的向心加速度,故 B 错误;以地球球心为圆心,地球球心与 D 点的距离为半径做圆,设为圆轨道 3,若卫星 2 在圆轨道 3 做匀速圆周运动时速度为 v_3 ,根据变轨原理可知,卫星 2 在圆轨道 3 上的 D 点处的速度大于在椭圆轨道 2 上的 D 点的速度,即 $v_3 > v_D$,对于圆轨道 1 和 3,根据万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$,可得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$,所以 $v_C > v_3$,则 $v_C > v_D$,故 C 正确;由开普勒第二定律可知,同一轨道上卫星与地心的连线在相等时间内扫过的面积相等,卫星 1 与卫星 2 不在同一轨道上,则在相等时间内,卫星 1 与地心连线扫过的面积不一定等于卫星 2 与地心连线扫过的面积,故 D 错误。

考点 21 万有引力定律的应用

- 1. B** 【解析】相对地面静止在不同高度的宇航员,角速度相同且都等于地球的自转角速度,宇航员的线速度 $v = \omega r$,随着 r 的增大,线速度 v 增大,故 A 错误;当 $r = r_0$ 时,引力加速度正好等于宇航员做圆周运动的向心加速度,即万有引力提供做圆周运动的向心力,所以宇航员相当于卫星,此时宇航员的角速度跟地球的自转角速度一致,可以看作是地球的同步卫星,即 r_0 为地球同步卫星的轨道半径,故 B 正确;宇航员在 $r = R$ 处是在地面上,除了受到万有引力还受到地面的支持力,线速度远小于第一宇宙速度,故 C 错误;宇航员乘坐太空舱在“太空电梯”的某位置时,由牛顿第二定律可得 $G \frac{Mm}{r^2} - F_N = m\omega^2 r$,其中 F_N 为太空舱对宇航员的支持力,宇航员感受的“重力”为 $F_N = \frac{GMm}{r^2} - m\omega^2 r = ma_{\text{引}} - ma_{\text{向}} = m(a_{\text{引}} - a_{\text{向}})$,其中 $a_{\text{引}}$ 为地球引力对宇航员产生的加速度大小, $a_{\text{向}}$ 为地球自转而产生的向心加速度大小,由图可知,当 $R \leq r \leq r_0$ 时, $(a_{\text{引}} - a_{\text{向}})$ 随着 r 的增大而减小,宇航员感受的“重力”随 r 的增大而减小,当 $r > r_0$ 时, $(a_{\text{引}} - a_{\text{向}})$ 随着 r 的增大而反向增大,宇航员感受的“重力”随 r 的增大而增大,故 D 错误。

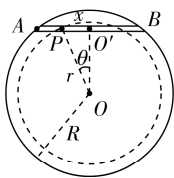
- 2. C** 【解析】设地球的密度为 ρ ,在地球表面,物体的重力和所受的万有引力大小相等,则有 $mg = G \frac{Mm}{R^2}$,解得 $g = \frac{GM}{R^2}$,由于地球的质量为 $M = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$,所以重力加速度的表达式可写成 $g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \cdot \rho \frac{4}{3} \pi R^3}{R^2} = \frac{4}{3} \pi G \rho R$,因为质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为零,故物体在深度为 d 的地球内部受到地球的万有引力与物体在以 $(R-d)$ 为半径的球体表面受到的万有引力相等,故“奋斗者”号的重力加速度 $g' = \frac{4}{3} \pi G \rho (R-d)$,所以有 $\frac{g'}{g} = \frac{R-d}{R}$;根据万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm'}{(R+h)^2} = m'a$,空间站的加速度为

$a = \frac{GM}{(R+h)^2}$, 所以 $\frac{a}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$, 解得 $\frac{g'}{a} = \frac{(R-d)(R+h)^2}{R^3}$, C 正确, A、B、D 错误.

3. C 【解析】设火星的质量为 M , 半径为 R , 探测器的质量为 m , 做圆周运动的周期为 T , 由公式可得周期 $T = \frac{2\pi t}{\theta}$, 根据万有引力提供向心力有 $\frac{GMm}{R^2} = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$, 可得 $M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} = \frac{R^3 \theta^2}{Gt^2}$, 由 $\frac{GMm'}{R^2} = m'g$ 可得, 火星表面的重力加速度为 $g = \frac{GM}{R^2}$, 由题可知, 只有引力常量 G 、 t 和 θ 已知, 则无法求出火星的质量、火星半径和火星表面的重力加速度, 故 A、B、D 错误; 根据公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, $M = \rho V$ 可得, 火星的密度为 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3\theta^2}{4\pi Gt^2}$, 故 C 正确.

4. AD 【解析】设空间站在轨运行时的速度为 v , 动能为 E_k , 根据牛顿运动定律有 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{v^2}{(R+h)}$, 又 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, $E = E_p + E_k = -\frac{GMm}{2(R+h)}$, 解得 $E_p = -\frac{GMm}{(R+h)}$, 故 A 正确; 根据万有引力提供向心力, 有 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m(R+h) \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$, 解得地球的质量 $M = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GT^2}$, 在地球表面上的物体受到的重力与万有引力大小相等, 有 $G \frac{Mm'}{R^2} = m'g$, 解得地球表面的重力加速度大小为 $g = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{R^2 T^2}$, 又由 $\frac{GMm}{R^2} = m \frac{v_1^2}{R}$, 解得地球的第一宇宙速度 $v_1 = \frac{2\pi(R+h)}{T} \sqrt{\frac{R+h}{R}}$, 故 B、C 错误, D 正确.

5. D 【解析】从 A 点运动到 B 点的过程中只有引力做功, 机械能守恒, 根据对称性可知, 从 A 点运动到 B 点的引力做功为零, 所以从 A 点运动到 B 点的过程中引力先做正功, 后做负功, 动能先增大后减小, 故 A、B 错误; 设地球的质量为 M , 如图所示, 设列车运动到 P 点时距地心为 r , 距中点 O' 为 x , 则有 $\angle POO' = \theta$, $\sin \theta = \frac{x}{r}$, 此时受到的引力为 $F = \frac{GM'm}{r^2} = \frac{4}{3}G\rho\pi r m$, 因为到地心距离变化, 所以引力大小变化, 列车运动到 P 点时, 由牛顿第二定律得 $F_{\text{合}} = \frac{GM'm}{r^2} \cdot \sin \theta$, 地球为均匀球体, 则 $\frac{M'}{M} = \frac{r^3}{R^3}$, $GM = gR^2$, 解得 $F_{\text{合}} = mg \frac{x}{R} = mg \frac{O'A - x_{\text{位移}}}{R}$, 故从 A 点运动到 O' 点的过程中合力随位移线性变化, 故 C 错误, D 正确.



6. AC 【解析】根据万有引力提供向心力得 $G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$, 解得 $\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$, 则中心天体的质量越大, 图像斜率越大, 因木星的质量

大于地球的质量,故图线①是木星的卫星运动的规律,A 正确;

由 A 项分析知,图线②是地球的卫星运动的规律,则 $\frac{a}{b} = \frac{GM_{\text{地}}}{4\pi^2}$,

解得 $M_{\text{地}} = \frac{4\pi^2 a}{Gb}$,同理 $M_{\text{木}} = \frac{4\pi^2 d}{Gc}$,c、b 的左侧部分为虚线,故木星

的半径的三次方 $R_{\text{木}}^3 = d$,木星的密度 $\rho_{\text{木}} = \frac{M_{\text{木}}}{\frac{4}{3}\pi R_{\text{木}}^3} = \frac{3\pi}{Gc}$,同理可得

$\rho_{\text{地}} = \frac{3\pi}{Gb}$,故 $\frac{\rho_{\text{木}}}{\rho_{\text{地}}} = \frac{b}{c}$,C 正确,B、D 错误.

7. ACD 【解析】根据图像可知,静止释放的物体的加速度为 a_0 ,表

明该星球表面的重力加速度即为 a_0 ,则有 $G \frac{Mm}{R^2} = ma_0$,该行星的

平均密度为 $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$,解得 $\rho = \frac{3a_0}{4\pi GR}$,故 A 正确;卫星在距该行

星表面高 h 处的圆轨道上运行时,由万有引力提供圆周运动的

向心力,则有 $G \frac{Mm'}{(R+h)^2} = m' \frac{4\pi^2 (R+h)}{T^2}$,结合上述解得 $T =$

$\frac{2\pi}{R\sqrt{\frac{(R+h)^3}{a_0}}}$,故 B 错误;该行星的第一宇宙速度等于近星球表

面运行的卫星的环绕速度,则有 $G \frac{Mm'}{R^2} = m' \frac{v_1^2}{R}$,结合上述解得

$v_1 = \sqrt{a_0 R}$,故 C 正确;根据牛顿第二定律有 $F = ma$,即合力与加

速度成正比,根据图像可知加速度与位移成线性关系,则合力也

与位移成线性关系,则 $W_{\text{合}} = \frac{ma_0 x_0}{2}$,根据动能定理有 $W_{\text{合}} = E_k - 0$,

解得 $E_k = \frac{ma_0 x_0}{2}$,故 D 正确.

8. AC 【解析】组合体的向心加速度 $a = \frac{v^2}{r} = v\omega = v \frac{2\pi}{T}$,解得 $T = \frac{2\pi v}{a}$,

故 A 正确;组合体的轨道半径 $r = \frac{v^2}{a}$,又由万有引力提供向心力有

$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$,在地球表面有 $G \frac{Mm'}{R^2} = m'g$, $R = r - h$,联立解得地球表

面的重力加速度大小为 $g = \frac{v^2 r}{R^2} = \frac{v^4 a}{(v^2 - ha)^2}$,故 D 错误;地球的密度

$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3v^4 a^2}{4\pi G(v^2 - ha)^3}$,故 B 错误;在地球表面有 $G \frac{Mm}{R^2} =$

$m \frac{v_1^2}{R}$,地球的第一宇宙速度 $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{v^2}{\sqrt{v^2 - ha}}$,故 C 正确.

9. A 【解析】以地球为研究对象,设地球围绕太阳运转的角速度

为 ω ,地球和太阳之间的万有引力充当向心力,得 $G \frac{M_1 M_2}{R^2} =$

$M_2 \omega^2 R$,以韦伯望远镜为研究对象,由题意知,韦伯望远镜跟随地

球一起围绕太阳做圆周运动,所以韦伯望远镜的角速度也等于

ω ,太阳和地球对韦伯望远镜引力之和等于韦伯望远镜的向心

力,所以 $G \frac{M_1 m}{(R+l)^2} + G \frac{M_2 m}{l^2} = m\omega^2 (R+l)$,根据以上两个方程化简

可得到 $\frac{R+l}{R^3} - \frac{1}{(R+l)^2} = \frac{1}{l^2} \cdot \frac{M_2}{M_1}$, 故 A 正确, B、C、D 错误.

- 10. C** 【解析】设地球球心到 C 点的距离为 r_1 , 月球球心到 C 点的距离为 r_2 , 等边三角形的边长为 L , 对地球有 $G \frac{M_{\text{月}} M_{\text{地}}}{L^2} = M_{\text{地}} \omega^2 r_1$, 对月球有 $G \frac{M_{\text{月}} M_{\text{地}}}{L^2} = M_{\text{月}} \omega^2 r_2$, 又 $\frac{M_{\text{地}}}{M_{\text{月}}} = 81 : 1$, 联立解得 $\frac{r_2}{r_1} = \frac{81}{1}$, 则地球球心和月球球心到 C 点的距离之比为 $1 : 81$, A 错误; 设监测卫星的质量为 m , 由公式 $F = G \frac{mM}{r^2}$ 可知, 地球和月球对监测卫星的引力之比等于地球的质量与月球的质量之比, 即为 $81 : 1$, B 错误; 对监测卫星, 地球对监测卫星的引力为 $\frac{GM_{\text{地}} m}{L^2}$, 月球对监测卫星的引力为 $\frac{GM_{\text{月}} m}{L^2}$, 由于两引力的夹角小于 90° , 所以两引力的合力 $F_{\text{合}} > \frac{GM_{\text{地}} m}{L^2}$, 设监测卫星绕 C 点运行的加速度为 a_1 , 则由 $F_{\text{合}} = ma_1$, 得 $a_1 > \frac{GM_{\text{地}}}{L^2}$, 设月球绕 C 点运行的加速度为 a_2 , 则有 $G \frac{M_{\text{月}} M_{\text{地}}}{L^2} = M_{\text{月}} a_2$, 得 $a_2 = \frac{GM_{\text{地}}}{L^2}$, 则监测卫星绕 C 点运行的加速度比月球的大, C 正确; 由位于拉格朗日点的卫星和地球与月球的相对位置不变可知, 监测卫星绕 C 点运行的周期与“鹊桥”中继卫星的周期相同, D 错误.

- 11. B** 【解析】设地球和月球质量分别为 M 、 m , 地月距离为 L , 月球是绕地心做圆周运动的, 其运行周期为 T_1 , 对月球有 $\frac{GMm}{L^2} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} L$, 解得 $T_1 = \sqrt{\frac{4\pi^2 L^3}{GM}}$, 若将地球和月球视为双星系统, 月球绕其轨道中心运行的周期为 T_2 , 设月球的轨道半径为 r , 对月球有 $\frac{GMm}{L^2} = m \frac{4\pi^2}{T_2^2} r$, 解得 $T_2 = \sqrt{\frac{4\pi^2 L^2 r}{GM}}$, 因 $r < L$, 则 $T_2 < T_1$, 故 B 正确, A、C、D 错误.

- 12. C** 【解析】设质量为 M 的恒星运转半径为 R_1 , 质量为 m 的恒星运转半径为 R_2 , 根据万有引力提供向心力可得 $\frac{GMm}{L^2} = R_1 \omega^2 M = R_2 \omega^2 m$, $R_1 + R_2 = L$, 联立解得 $G = \frac{\omega^2 L^3}{M+m} = \frac{4\pi^2 L^3}{T^2 (M+m)}$, 而周期 $T = 51 \times 60 \text{ s}$, 故 A、B 错误; 由上式得出双星系统的角速度为 $\omega = \sqrt{\frac{G(M+m)}{L^3}}$, 若双星间距离变小, 则角速度变大, 相互环绕速度变快; 若双星间的距离不变, 则相互环绕速度不变, 故 C 正确, D 错误.

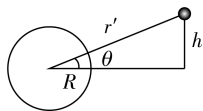
考点 22 卫星运动问题

- 1. AC** 【解析】对于卫星 A、B, 根据万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$, 由图可知 $r_A < r_B$, 所以 $\omega_A > \omega_B$, 对于卫星 P、

B , 由于卫星 B 是地球同步卫星, 可知 $\omega_P = \omega_B$, 则卫星 A 、 B 、 P 的角速度大小关系为 $\omega_A > \omega_B = \omega_P$, 故 A 正确; 对于卫星 A 、 B , 由万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 解得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 因为 $r_A < r_B$, 所以 $v_A > v_B$, 对于卫星 P 、 B , 根据 $v = \omega r$, 由于 $\omega_B = \omega_P$, $r_B > r_P$, 所以 $v_B > v_P$, 则卫星 A 、 B 、 P 的线速度大小关系为 $v_A > v_B > v_P$, 故 B 错误; 对于卫星 B 、 P , 根据 $a_n = \omega^2 r$, 由于 $\omega_B = \omega_P$, $r_B > r_P$, 所以卫星 B 的向心加速度大小大于卫星 P 随地球自转的向心加速度大小, 故 C 正确; 地球同步卫星 B 在 12 h 内转动的圆心角为 $\theta = 2\pi \times \frac{12}{24} = \pi$, 由 A 项知 $\omega_A > \omega_B$, 则卫星 A 转动的更快, 圆心角大于 π , 故 D 错误。

2. C 【解析】7.9 km/s 是第一宇宙速度的大小, 是最大的环绕速度, 所以“夸父一号”绕地球做圆周运动的速度小于 7.9 km/s, 故 A 错误; 根据万有引力与向心力和重力的关系有 $\frac{GMm}{r^2} = ma$, $\frac{GMm}{R^2} = mg$, 解得 $a = \frac{GM}{r^2}$, $g = \frac{GM}{R^2}$, 可知“夸父一号”绕地球做圆周运动的向心加速度小于地球表面的重力加速度, 故 B 错误; 由万有引力提供向心力可得 $\frac{GMm}{(R+h)^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} (R+h)$, 解得地球的质量 $M = \frac{4\pi^2 (R+h)^3}{GT^2}$, 所以给出万有引力常量和地球半径再结合题干信息, 可以估算出地球的质量, 故 C 正确; “夸父一号”绕地球公转, 根据开普勒第三定律无法求出日地间平均距离, 故 D 错误。

3. C 【解析】根据万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$, 可得同步卫星的周期为 $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$, 由题图乙可知, 地球自转一圈, 卫星运动三圈, 卫星做圆周运动, 故卫星 FZ01 的周期为 $T' = \frac{T}{3} = 2\pi \sqrt{\frac{r'^3}{GM}}$, 则卫星 FZ01 的轨道半径与同步卫星的轨道半径关系为 $r' = \frac{r}{\sqrt[3]{9}} \approx \frac{r}{2}$, 故 A、B 错误; 卫星 FZ01 纬度最高时, 根据题图乙可知 $\theta = 30^\circ$, 如图所示, 卫星离地球球心所在水平面的高度为 $h = r' \sin 30^\circ = \frac{r}{4}$ =



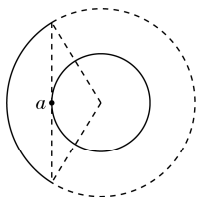
$1.65R > R$, 即卫星高度大于北极点的高度, 卫星 FZ01 可以记录到北极点的气候变化, 同理可知, 卫星 FZ01 可以记录到南极点的气候变化, 故 C 正确, D 错误。

4. A 【解析】根据开普勒第三定律 $C = \frac{R^3}{T^2}$ 可知, 圆轨道半径与椭圆轨道半长轴等长, 两颗卫星的周期相同, 故两颗卫星在 A 点或 B 点处不可能相遇, 故 A 正确; 根据万有引力公式 $F = G \frac{Mm}{r^2}$ 可知, 由于两颗卫星的质量未知, 故两颗卫星在 B 处的万有引力大小不一定相等, 故 B 错误; 根据开普勒第三定律 $C = \frac{R^3}{T^2}$ 可知, 两颗卫星的

轨道为近地轨道,比同步卫星的轨道高度低,故两颗卫星的运动周期不可能大于 24 小时,故 C 错误;设卫星速度为 v_2 时所在位置为 C 点,以地球球心为圆心,C 点到地球球心的距离为半径作圆,得到轨道 3,根据变轨原理,卫星需在 C 点加速从椭圆轨道进入轨道 3,可得 $v_3 > v_2$,根据万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$,可得线速度为 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$,由于“夸父一号”卫星的轨道半径小于轨道 3 的半径,可得 $v_1 > v_3$,即 $v_1 > v_2$,故两颗卫星在此时刻的速度 v_1 和 v_2 不可能大小相等,故 D 错误。

5. D 【解析】Q 物体停在太空电梯中时与地球同步卫星的角速度相同,根据万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r$,解得 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$,可知卫星 P 的角速度大于地球同步卫星的角速度,即卫星 P 的角速度大于此时 Q 物体的角速度,P、Q 在同一高度做圆周运动,由 $v = \omega r$ 和 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 可知二者的速度和周期不同,根据公式 $a_n = \omega^2 r$ 可得 Q 物体的向心加速度小于卫星 P 的向心加速度,故 A、B 错误,D 正确;对 Q 物体,由牛顿第二定律得 $G \frac{Mm}{r^2} - F_N = m\omega^2 r$,根据前面的分析可知 Q 物体的角速度小于处于同一高度处时的卫星的角速度,故此时支持力不为零,万有引力与电梯对其支持力的合力提供向心力,Q 物体处于失重状态,但不是完全失重状态,故 C 错误。

6. D 【解析】对于近火卫星有 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$,解得 $M = \frac{v^2 R}{G}$,故 A 错误;由万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{4R^2} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} \cdot 2R$,结合 $M = \frac{v^2 R}{G}$,可解得卫



星围绕火星做圆周运动的周期 $T_1 = \frac{4\sqrt{2}\pi R}{v}$,故 B 错误;以火星为参考系,则卫星围绕火星做圆周运动的角速度为 $\omega' = \omega_{\text{星}} - \omega_{\text{同}} = \frac{2\pi}{T_1} - \frac{2\pi}{T}$,a 点能够连续接收到卫星信号的范围如图所示,由几何关系可知圆弧所对应的圆心角为 120° ,故 a 点能够连续接收到卫星信号的最长时间为 $t = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\pi}{\omega'}$,解得 $t = \frac{4\sqrt{2}\pi RT}{3(vT - 4\sqrt{2}\pi R)}$,故 C 错误;由于同步卫星的周期与火星自转的周期相同,设同步卫星的轨道半径为 r ,则有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$,又 $r = R + h$,解得 $h = \sqrt[3]{\frac{v^2 T^2 R}{4\pi^2}} - R$,故 D 正确。

7. B 【解析】设地球的质量为 M ,地球自转的周期为 T ,物体在地球表面两极处的重力等于物体的万有引力,即 $mg_0 = G \frac{Mm}{R^2}$,物体在赤道处(关键点:赤道上的物体所受的万有引力分解为重力和向心力),由牛顿第二定律得 $G \frac{Mm}{R^2} - mg_1 = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}$,对北斗地球同步卫星(关键点:地球同步卫星的周期与地球自转周期相同),由万有引力提供向心力得 $G \frac{Mm'}{(R+h)^2} = m' \frac{4\pi^2 (R+h)}{T^2}$,联立解得北斗地球

同步卫星距离地球表面的高度(易错点:地球同步卫星的轨道半

径为卫星到地心的距离) $h = \left(\sqrt[3]{\frac{g_0}{g_0 - g_1}} - 1 \right) R$, A 错误, B 正确; 地球

的平均密度 $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, 又 $GM = g_0 R^2$, 解得 $\rho = \frac{3g_0}{4\pi GR}$, C 错误; 对地

球的近地卫星(关键点:近地卫星的轨道半径等于地球的半径), 由

万有引力提供向心力得 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{4\pi^2 R}{T_0^2}$, 解得 $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g_0}}$, D 错误.

8. AB 【解析】“天问一号”在地火转移轨道上的轨道半长轴大于地球的公转半径, 由开普勒第三定律可知“天问一号”公转半个周期大于地球公转的半个周期, A 正确; “天问一号”在地火转移轨道上的 Q 点经过加速后可以进入火星轨道, 由于火星轨道的运动半径大于地球轨道的运动半径, 所以地球公转的速率大于火星轨道上“天问一号”的速率, 更大于没有加速的“天问一号”在地火转移轨道上的 Q 点的速率, B 正确; 从调相轨道上要经过减速才能进入停泊轨道, C 错误; 火星的自转周期与火星的同步卫星的周期相等, 大于火星的近地卫星的周期, D 错误.

9. C 【解析】若卫星过 C 点做圆周运动, 轨道为以地球球心到 C 点为半径的圆, 设该轨道为轨道 4, 根据万有引力提供向心力有

$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$, 解得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, $r_4 < r_2$, 则 $v_4 > v_2$, 由轨道 4 变轨到椭圆

轨道 1, 需要在 C 点加速, 则在轨道 1 上 C 点的速度 $v_C > v_4$, 则 $v_C > v_2$, 所以卫星在轨道 1 上 C 点的速度大于轨道 2 上 B 点的速度,

A 正确; 卫星由轨道 1 在 A 点和由轨道 2 在 B 点加速变为轨道 3, 则卫星在轨道 3 上的机械能大于轨道 1 上的机械能, B 正确;

轨道 2 的半径为 $\frac{AC+BC}{2} = \frac{3a+a}{2} = 2a$, 在轨道 2 上经过 A 点的加速度等于在轨道 1 上经过 A 点的加速度, 又卫星在轨道 2 上 A 点的

速度为 v , 轨道 2 上经过 A 点的加速度等于 $\frac{v^2}{2a}$, 则在轨道 1 上经

过 A 点的加速度等于 $\frac{v^2}{2a}$, C 错误; 轨道 1 的半长轴为 $\frac{3a}{2} = 1.5a$,

轨道 2 的半径为 $2a$, 由开普勒第三定律得 $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{(1.5a)^3}{(2a)^3}$, 轨道 2

与轨道 1 上运行的周期之比 $\frac{T_2}{T_1} = \frac{8}{3\sqrt{3}}$, D 正确.

10. A 【解析】设卫星 a 和 b 从相距最近到下次相距最近所需时间

为 t , 则 $\frac{t}{T} - \frac{t}{T_0} = 1$, 解得 $t = \frac{TT_0}{T_0 - T}$, A 正确; 根据 $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$, 可得

$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 卫星 a 的轨道半径大于 R , 可知卫星 a 的运行速度小

于 7.9 km/s , B 错误; 根据 $\frac{GMm}{(R+h)^2} = m \frac{4\pi^2}{T_0^2} (R+h)$, 解得卫星 b

距地面高度为 $h = \sqrt[3]{\frac{GMT_0^2}{4\pi^2}} - R$, C 错误; 因为卫星 a 和卫星 b 的

质量关系未知, 无法判定它们机械能的大小关系, D 错误.

11. A 【解析】设火星的公转周期为 $T_{\text{火}}$, 地球的公转周期为 $T_{\text{地}}$, 根

据题意有 $\left(\frac{2\pi}{T_{\text{地}}} - \frac{2\pi}{T_{\text{火}}}\right) \Delta t = 2\pi$, 其中 $\Delta t = N$ 年, $T_{\text{地}} = 1$ 年, 解得

$T_{\text{火}} = \frac{N}{N-1}$ 年, 根据开普勒第三定律有 $\frac{r_{\text{火}}^3}{T_{\text{火}}^2} = \frac{r_{\text{地}}^3}{T_{\text{地}}^2}$, 可得火星的公转半

径与地球的公转半径之比为 $\frac{r_{\text{火}}}{r_{\text{地}}} = \sqrt[3]{\frac{T_{\text{火}}^2}{T_{\text{地}}^2}} = \sqrt[3]{\frac{N^2}{(N-1)^2}}$, 故 A 正确, B、

C、D 错误.

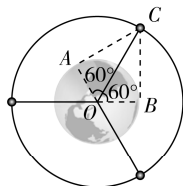
考点 23 与几何结合的天体运动问题

1. A 【解析】鹊桥卫星与月球、地球两天体中心的距离分别为 R_1 、 R_2 , 嫦娥四号在月球背面工作时, 在靠近中继星鹊桥的一端, 离月球中心有一定的距离, 而地面信号接收器位于地表, 因此信号的传送距离 $s < R_1 + R_2$, 故嫦娥四号发出信号到传回地面的时间 t 要小

于 $\frac{R_1 + R_2}{c}$, 故 A 正确; 第二宇宙速度是卫星脱离地球引力束缚的速度, 而鹊桥卫星依然受到地球引力束缚, 故鹊桥卫星的发射速度应小于第二宇宙速度, 故 B 错误; 由题意可知在拉格朗日点处的物体在地球与月球的共同作用下, 可与月球同步绕地球转动, 因此处于 L_1 点的绕地球运转的卫星周期与月球绕地球运转的周期相同, 故 C 错误; 若将鹊桥中继星放在 L_2 点, 则嫦娥四号在月球背面工作时发出信号, 信号传送给鹊桥中继星, 由于月球的阻挡, 鹊桥中继星将无法将信号传送到地球表面, 故 D 错误.

2. C 【解析】通信卫星受到的万有引力大小为

$F = G \frac{Mm}{r^2}$, 由于不知道三颗通信卫星的质量大小关系, 所以三颗通信卫星受到地球的万有引力大小不一定相等, 故 A 错误; 三颗通信卫星若要全面覆盖, 则其位置如图所示, 由几何关系可知 $\angle AOB = 120^\circ$, $\angle AOC = 60^\circ$, OA 为地球半径 R , 所以由几何关系有 $\cos 60^\circ = \frac{AO}{OC}$, 解得 $OC = 2R = R + h$, 所以解得 $h = R$, 所以通信卫星高度至少为 R , 故 B 错误; 对卫星, 其万有引力提供做圆周运动的向心力, 有 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{v^2}{R+h}$, 在地球表面有 $G \frac{Mm'}{R^2} = m'g$, 其动能为 $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{mgR^2}{2(R+h)}$, 故 C 正确; 对通信卫星有 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{4\pi^2}{T_{\text{通}}^2} \cdot (R+h)$, 地球的自转周期与同步卫星相同, 对同步卫星有 $G \frac{Mm}{(7R)^2} = m \frac{4\pi^2}{T_{\text{地}}^2} (7R)$, 整理有 $\frac{T_{\text{通}}}{T_{\text{地}}} = \sqrt{\frac{(R+h)^3}{(7R)^3}}$, 故 D 错误.

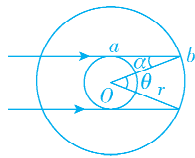


一题多解

根据开普勒第三定律则有 $\frac{T_{\text{通}}^2}{T_{\text{地}}^2} = \frac{(R+h)^3}{(7R)^3}$, 通信卫星

和地球自转周期之比为 $\frac{T_{\text{通}}}{T_{\text{地}}} = \sqrt{\frac{(R+h)^3}{(7R)^3}}$.

3. C 【解析】根据光的直线传播规律可知, 日落后的 12 小时, 地球同步卫星相对地心转过角度 θ 的 t 时间内该观察者看不见此卫星, 如图所示, 地球同步卫星相对地心转过的角度



为 $\theta=2\alpha$, 且 $\sin \alpha=\frac{R}{r}$, 对地球同步卫星, 有 $G \frac{Mm}{r^2}=m r \omega^2$, 对在地球表面的物体, 有 $G \frac{Mm'}{R^2}=m' g$, 结合 $\theta=\omega t$, 解得 $\sin \left(\frac{\omega t}{2}\right)=\sqrt[3]{\frac{R \omega^2}{g}}$, C 正确, A、B、D 错误.

- 4. A** 【解析】设地球的质量为 M , 卫星 I、II 的轨道半径分别为 r 和 R , 卫星 I 为同步卫星, 周期为 T_0 , 近地卫星 II 的周期为 T , 根据开普勒第三定律有 $\frac{r^3}{T_0^2}=\frac{R^3}{T^2}$, 由题图得 $\sin \theta=\frac{R}{r}$, 可得卫星 II 的周期为 $T=T_0 \sqrt{\sin^3 \theta}$, 故 C 错误; 对于卫星 II, 根据万有引力提供向心力有 $\frac{GMm}{R^2}=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$, 对于地球有 $\rho=\frac{M}{V}=\frac{3M}{4\pi R^3}$, 联立以上各式, 可得地球的平均密度为 $\rho=\frac{3\pi}{GT_0^2 \sin^3 \theta}$, 故 A 正确; 对于不同轨道卫星, 根据牛顿第二定律得 $a=\frac{GM}{r^2}$, 所以卫星 I 和卫星 II 的加速度之比为 $\frac{a_I}{a_{II}}=\frac{R^2}{r^2}=\sin^2 \theta$, 故 B 错误; 当卫星 II 运行到与卫星 I 的连线隔着地球的区域, 其对应圆心角为 $(\pi+2\theta)$ 时, 卫星 II 无法直接接收到卫星 I 发出电磁波信号, 设这段时间为 t , 若两卫星同向运行, 则有 $(\omega_{II}-\omega_I) t=\pi+2\theta$, 其中 $\omega_{II}=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{T_0 \sqrt{\sin^3 \theta}}$, $\omega_I=\frac{2\pi}{T_0}$, 解得 $t=\frac{(\pi+2\theta) T_0 \sqrt{\sin^3 \theta}}{2\pi(1-\sqrt{\sin^3 \theta})}$, 若两卫星相向运行, 则有 $(\omega_{II}+\omega_I) t=\pi+2\theta$, 解得 $t=\frac{(\pi+2\theta) T_0 \sqrt{\sin^3 \theta}}{2\pi(1+\sqrt{\sin^3 \theta})}$, 故 D 错误.