

『专题7 动量 动量守恒定律』

考点28 动量定理的应用

1. D 【解析】取非常短的时间 Δt , 取向右为正方向, 根据动量定理得 $F\Delta t = -m\Delta v$, 由题意 $F = kv$, 代入得 $kv\Delta t = -m\Delta v$, 根据位移公式有 $v\Delta t = \Delta x$, 则 $k\Delta x = -m\Delta v$, 对运动全过程, 则有 $kx = -m(0 - v_0)$, 解得 $x = 4 \text{ m}$, D 正确, A、B、C 错误.

2. B 【解析】运动员起跳时, 测试板对人的作用力没有位移, 可知其做功为零, 选项 A 错误; 运动员在空中运动的时间为 $t = 2\sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{\frac{2 \times 0.8}{10}} \text{ s} = 0.8 \text{ s}$, 选项 B 正确; 运动员跳起的瞬间垫板对运动员的力与运动员对垫板的力是相互作用力, 总是等大反向, 选项 C 错误; 运动员在起跳过程和落回过程中, 测试板对其作用力方向均竖直向上, 则冲量的方向相同, 选项 D 错误.

3. BC 【解析】相邻楼层的高度差为 3.2 m , 鸡蛋落下的高度为 $h = 3.2 \times 25 \text{ m} = 80 \text{ m}$, 落地前瞬间的速度大小 $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 80} \text{ m/s} = 40 \text{ m/s}$, 该过程鸡蛋的动量变化量大小为 $\Delta p = mv - 0 = 50 \times 10^{-3} \times 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, A 错误; 取竖直向上为正方向, 由动量定理有 $(F - mg)t = 0 - (-mv)$, 得 $F = mg + \frac{mv}{t} = 50 \times 10^{-3} \times 10 \text{ N} + \frac{50 \times 10^{-3} \times 40}{0.002} \text{ N} = 1\,000.5 \text{ N}$, 由牛顿第三定律可知, 该鸡蛋对地面平均冲击力大小约为 $1\,000 \text{ N}$, B 正确; 鸡蛋在空中运动的过程中, 由动量定理可知, 任意相等时间内的动量变化量等于这段时间合力的冲量, 则有 $\Delta p' = mg\Delta t$, C 正确; 鸡蛋在空中运动的过程中, 任意相等时间内下落的高度不相等, 由动能定理可知 $\Delta E_k = mg\Delta h$, Δh 不相等, 故动能变化量不相等, D 错误.

4. A 【解析】取极短的时间 Δt , 设在这段时间内吹向广告牌的台风的质量为 m , 则 $m = \rho V = \rho S v \Delta t$, 台风遇到广告牌后速度变为零, 根据动量定理有 $-F\Delta t = 0 - mv$, 代入解得 $F = 4\,160 \text{ N}$, A 正确.

5. BD 【解析】设在时间 Δt 内通过面积 S 的空气质量为 Δm , 则 $\Delta m = \rho S v_0 \Delta t$, 解得 $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho S v_0$, A 错误, B 正确; 发动机输出的机械功率 $P = \frac{\frac{1}{2} \Delta m \cdot v_0^2}{\Delta t}$, 对空气, 根据动量定理有 $(F + \Delta m \cdot g) \Delta t = \Delta m \cdot v_0$, 对直升机, 根据平衡条件有 $F = Mg$, 考虑 $Mg \gg \Delta m \cdot g$, 联立解得 $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{M^2 g^2}{2P}$, C 错误, D 正确.

6. A 【解析】设竖直向上为正方向, 对 Δt 时间内吹向游客的气流, 由动量定理可得 $-F\Delta t = 0 - v\Delta m$, 由牛顿第三定律可知气流对游客的作用力大小 $F' = F$, 由于游客处于静止状态, 满足 $F' = mg$, 另外 $\Delta m = \rho \cdot v\Delta t \cdot S$, 则风洞内气流的流量为 $Q = v\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$, 联立解得 $Q = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{mg}{\rho S}}$, A 正确, B、C、D 错误.

易错警示

不能正确构建模型分析流体类问题

对于流体类问题,首先需要建立柱状模型,即沿流速方向选取一段柱形流体,其横截面积为 S ,在 Δt 时间内通过的柱状流体的质量 $\Delta m = \rho S v \Delta t$,再利用 $Ft = \Delta m \cdot v$ 进行求解.

7. BD 【解析】小车的速度达到最大时,小车受力平衡,则有 $mg \sin \theta = f = kv_m$,适当增大斜面倾角可以增大小车的最大速度,故 A 错误;由图像

可知 $mg \sin 30^\circ = kv_m$,解得 $k = \frac{mg \sin 30^\circ}{v_m} = \frac{2 \times 10 \times \frac{1}{2}}{2} \text{ kg/s} = 5 \text{ kg/s}$,故 B

正确;0~1 s 内,对小车,根据动量定理可得 $mg t \sin 30^\circ - \sum kvt = mv_m - 0$,可得 $mg t \sin 30^\circ - kx = mv_m - 0$,解得在第 1 秒内小车的位移大小为

$$x = \frac{mg t \sin 30^\circ - mv_m}{k} = 1.2 \text{ m}, \text{故 C 错误, D 正确.}$$

8. CD 【解析】由图(b)可知, t_1 时刻 B 离开墙面,0~ t_1 时间内,弹簧处于压缩状态,对 B 有弹力, B 静止,墙面对 B 也有弹力,则墙对 B 的冲量不为 0, A 错误; B 运动后,二者共速时,弹簧的弹性势能最大,形变量也最大,撤去外力后,整个系统的机械能守恒,则弹簧初始的弹性势能等于共速时两物体的动能和弹簧的弹性势能之和,因此 B 运动后弹簧最大的弹性势能小于初始时的弹性势能,则 B 运动后,弹簧的最大形变量小于 x , B 错误; B 运动后, A 、 B 组成的系统动量守恒,则 $t_1 \sim t_2$ 时间内, A 减少的动量大小等于 B 增加的动量大小,即 $\Delta p_A = \Delta p_B$, $m_A \Delta v_A = m_B \Delta v_B$, $a-t$ 图像中,面积代表 Δv ,则 $m_A S_2 = m_B S_3$,解得 $m_A : m_B = S_3 : S_2$, C 正确; $a-t$ 图像面积表示速度的变化量,可知 t_2 时刻, A 的速度大小为 $v_A = S_1 - S_2$, B 的速度大小为 $v_B = S_3$,又知 t_2 时刻,两物体加速度都达到最大,弹簧伸长最长,二者共速,则有 $v_A = v_B$,即 $S_1 - S_2 = S_3$, D 正确.

9. ACD 【解析】根据图乙可知力 F_A 、 F_B 随时间变化的函数表达式分别为 $F_A = 8 - 2t \text{ (N)}$, $F_B = 2 + 2t \text{ (N)}$,对 A 、 B 整体有 $F_A + F_B - \mu(m_A + m_B)g = (m_A + m_B)a$,解得 $a = \frac{2}{3} \text{ m/s}^2$,当 A 、 B 间的相互作用

力为零时,二者分离,对 B 有 $F_{B分} - \mu m_B g = m_B a$,解得 $F_{B分} = \frac{20}{3} \text{ N}$,代

入 $F_{B分} = 2 + 2t_{分} \text{ (N)}$,可得 $t_{分} = \frac{7}{3} \text{ s}$,故 A 正确; A 、 B 分离前加速度

不变,则有 $v = at_{分} = \frac{14}{9} \text{ m/s}$,故 B 错误;0~1.5 s 时间内, A 、 B 未分

离, $t_1 = 1.5 \text{ s}$ 时, $v_1 = at_1 = 1 \text{ m/s}$, $t = 0$ 时刻, $F_{B0} = 2 \text{ N}$, $t_1 = 1.5 \text{ s}$ 时,

$F_{B1} = 5 \text{ N}$,对 B 由动量定理有 $\frac{F_{B1} + F_{B0}}{2} t_1 + I - \mu m_B g t_1 = m_B v_1$,解得 $I =$

$4.75 \text{ N} \cdot \text{s}$,故 C 正确; A 、 B 分离时,对 A 有 $F_{A1} = \frac{10}{3} \text{ N}$, $t_2 = 4 \text{ s} - t =$

$\frac{5}{3} \text{ s}$,由动量定理可得 $\frac{F_{A1}}{2} t_2 - \mu m_A g t_2 = m_A v_2 - m_A v$,解得 $v_2 = \frac{23}{18} \text{ m/s}$,

由 $v_2 = \mu g t_3$,可得 $t_3 = \frac{23}{18} \text{ s}$,则 $t_{总} = t_2 + t_3 = \frac{53}{18} \text{ s}$,故 D 正确.

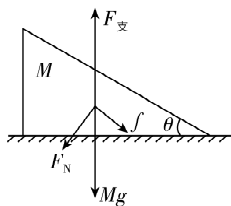
10. AC 【解析】对物块进行分析,原来物块以 $v_0 = 2.0 \text{ m/s}$ 匀速下滑,受到重力、支持力和摩擦力,合力为零,施加 F 后,合力即为

F , 力 F 为变力, 根据动量定理有 $I_F = mv - mv_0$, 在 $F-t$ 图像中图线与横轴所围图形的面积代表冲量, 所以 $mv - mv_0 = 10 \text{ N} \cdot \text{s}$, 解得 $v = 12 \text{ m/s}$, 则物块到达斜面底端时

的动能为 $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = 72 \text{ J}$, 故 A 正确;

若把物块在 $0 \sim 2 \text{ s}$ 内下滑视为匀加速

直线运动, 则位移为 $x = \frac{v_0 + v}{2}t = 14 \text{ m}$, 但



实际上该过程不是匀加速直线运动, 故位移不等于 14 m , 故 B 错误; 对斜面体受力分析如图所示, 根据牛顿第三定律可知, 压力 F_N 与摩擦力 f 的合力大小等于物块的重力 mg , 而变力 F 并不会影响斜面体受力, 则有 $F_{\text{支}} = Mg + mg = 60 \text{ N}$, 由牛顿第三定律可知, 斜面体对水平面的压力大小始终为 60 N , 故 C 正确; 由上述受力分析可知, 水平面对斜面体没有摩擦力, 故 D 错误。

考点 29 动量守恒定律

1. D 【解析】由于 F_1 与 F_2 等大反向, 系统所受的合外力为零, 则系统的动量守恒, 由于水平恒力 F_1 、 F_2 对系统做功的代数和不为零, 则系统的机械能不守恒, 故 A 错误; 从开始到弹簧伸长到最长的过程, F_1 与 F_2 分别对 m 、 M 做正功, 弹簧伸长到最长时, m 、 M 的速度为零, 之后弹簧收缩, F_1 与 F_2 分别对 m 、 M 做负功, 系统的机械能减小, 故当弹簧有最大伸长量时, m 、 M 的速度为零, 系统具有最大的机械能, 当弹簧收缩到最短时, m 、 M 的速度为零, 系统的机械能最小, 故 B 错误; 在水平方向上, M 、 m 受到水平恒力和弹簧的弹力作用, 水平恒力先大于弹力, 后小于弹力, 随着弹力的增大, 两个物体的合力先逐渐减小, 后反向增大, 则加速度先减小后反向增大, 则 M 、 m 先做加速度逐渐减小的加速运动, 后做加速度逐渐增大的减速运动, 当弹簧弹力的大小与拉力 F_1 、 F_2 的大小相等时, m 、 M 的速度最大, 系统的动能最大, 故 C 错误, D 正确。

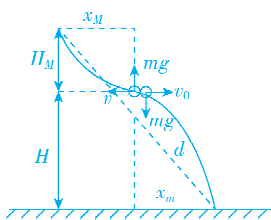
2. ACD 【解析】小球 A、B、C、D、E 组成的系统机械能守恒但动量不守恒, 故 A 正确, B 错误; 由于小球 D 受力平衡, 所以小球 D 在整个过程中不会动, 所以轻杆 DB 对小球 B 不做功, 而轻杆 BE 对小球 B 先做负功后做正功, 所以小球 B 的机械能先减小后增加, 当小球 B 落地时小球 E 的速度等于零, 根据功能关系 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$, 可知小球 B 的速度为 $\sqrt{2gh}$, 故 C 正确; 当小球 A 的机械能最小时, 轻杆 AC 没有力, 小球 C 在竖直方向上的力平衡, 所以支持力大小等于重力大小, 故 D 正确。

3. B 【解析】在竖直方向上, 小球由静止下滑, 小球与槽组成的系统在竖直方向上的合力不为零, 所以系统动量不守恒, 故 A 错误; 小球和槽组成的系统水平方向上不受外力, 所以系统在水平方向上动量守恒, 由题意知水平方向上的初动量为零, 所以小球上滑到最高点时系统水平方向的动量也为零, 由于只有重力做功, 则系统的机械能守恒, 小球在下滑到槽的另一侧时, 可以到达和 A 同水平的最高点 C, 故 B 正确; 小球下滑到底端 B 的过程中, 小球相对槽做圆周运动, 而槽受到球的作用向左做加速运动, 则小球对地的运动轨迹不是圆, 故 C 错误; 小球的合外力提供小球的向心力及使其

向下做加速运动的切向力,合力方向必然是与速度方向成锐角,故小球由 A 到 B 的过程中动能一直增大,故 D 错误。

- 4. C** 【解析】当三球共速时,弹簧弹性势能最大、压缩量最大、弹簧长度最短,故 A 错误;由图可知, B 的速度为零后继续反向加速,说明弹簧弹力不为 0 ,故球 C 受到弹簧弹力,加速度不为 0 ,故 B 错误; A 、 B 发生完全非弹性碰撞,则 $m_A v_A = (m_A + m_B) v$,解得 $m_A = 4 \text{ kg}$, A 、 B 、 C 整体动量守恒 $(m_A + m_B) v = (m_A + m_B) v' + m_C v_C$,当弹簧恢复原长时,此时 $v' = -1 \text{ m/s}$,满足 $\frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v'^2 + \frac{1}{2} m_C v_C^2$,即 $v' = \frac{m_A + m_B - m_C}{m_A + m_B + m_C} v$,解得 $m_C = 10 \text{ kg}$,当 A 、 B 、 C 共速时 $(m_A + m_B) v = (m_A + m_B + m_C) v_{\text{共}}$, $\frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 = \frac{1}{2} (m_A + m_B + m_C) v_{\text{共}}^2 + E_p$,联立解得 $E_p = \frac{1}{2} kx^2 = 30 \text{ J}$,解得 $x = \frac{1}{2} \text{ m}$,此时小球 B 加速度最大为 $a = \frac{kx}{m_A + m_B} = 20 \text{ m/s}^2$,故 C 正确, D 错误。

- 5. B** 【解析】热气球开始时携带物资处于静止状态,所受合外力为零,水平抛出 100 kg 的物资瞬间,水平方向上满足动量守恒,则有 $0 = Mv - mv_0$,其中 M 为抛出物资后热气球的质量, m 为物资的质量,作出热气球和物资分



离后的运动示意图如图所示,在水平方向上,热气球以速度 v 、物资以速度 v_0 做匀速直线运动,在竖直方向上,热气球和物资所受合力大小均为 mg ,所以热气球在竖直方向上加速度大小为 $a =$

$\frac{m}{M}g$,物资在竖直方向上的加速度大小为 g ,由 $H = \frac{1}{2}gt^2$ 得物资

落地时间为 $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$,这段时间内热气球在竖直方向上的位移为

$H_M = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{M}g \cdot \frac{2H}{g} = \frac{m}{M}H$,热气球和物资的水平位移分别

为 $x_M = vt = \frac{m}{M}v_0 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$, $x_m = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$,可得二者的距离为 $d =$

$\sqrt{(x_m + x_M)^2 + (H + H_M)^2} = \left(1 + \frac{m}{M}\right) \sqrt{\frac{2Hv_0^2}{g} + H^2} = 30\sqrt{3} \text{ m}$, B 正确。

- 6. AD** 【解析】蜗牛从滑块的一端移动到另一端的过程中,蜗牛和滑块组成的系统所受的合外力为零,系统的动量守恒,系统最初处于静止状态,总动量为零,根据动量守恒定律可知,蜗牛运动后,系统的总动量仍为零,所以蜗牛运动时,滑块会向相反的方向运动,而不会静止不动,故 B 错误;取滑块的运动方向为正,蜗牛从滑块的一端移动到另一端时,滑块与蜗牛运动的距离之和为 L ,设滑块运动的位移大小为 x_1 ,蜗牛运动的位移大小为 x_2 ,根据动量守恒定律得 $M \frac{x_1}{t} - m \frac{x_2}{t} = 0$,可得 $\frac{x_2}{x_1} = \frac{M}{m}$,即蜗牛运动的距离是滑块的

$\frac{M}{m}$,又由 $x_1 + x_2 = L$,可得 $x_1 = \frac{mL}{M+m}$,故 C 错误, A 、 D 正确。

- 7. (1) 5 m/s (2) 3 kg (3) 0.56 m**

【解析】(1) 物块 B 沿 NP 运动时恰能经过最高点 P , 根据牛顿第二定律可得 $m_B g = m_B \frac{v_P^2}{R}$, 物块 B 从 N 点到 P 点的过程中, 根据机械能守恒可得 $\frac{1}{2} m_B v_B^2 = 2mgR + \frac{1}{2} m_B v_P^2$, 解得物块 B 在 N 点的速度大小为 $v_B = 5 \text{ m/s}$.

(2) A 、 B 、弹簧组成的系统动量守恒, 可得 $m_1 v = m_1 v_A + m_B v_B$, A 、 B 、弹簧组成的系统机械能守恒, 可得 $\frac{1}{2} m_1 v^2 = \frac{1}{2} m_1 v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$, 解得 $m_B = 3 \text{ kg}$.

(3) A 、 B 、弹簧组成的系统动量守恒, 物块 A 连接的轻弹簧从接触 B 到弹簧被压缩到最短的过程中有 $m_1 v = m_1 v_1 + m_B v_2$, 则 $m_1 v \Delta t = m_1 v_1 \Delta t + m_B v_2 \Delta t$, 对时间累加求和, 可得 $m_1 vt = m_1 x_A + m_B x_B$, 解得 $x_A = 0.71 \text{ m}$, 弹簧的最大压缩量为 $\Delta x_m = x_A - x_B = 0.56 \text{ m}$.

考点 30 碰撞与爆炸、反冲问题

1. B 【解析】根据动量守恒定律可得 $p_{\text{甲}} + p_{\text{乙}} = p'_{\text{甲}} + p'_{\text{乙}}$, 根据系统机械能不会增加可得 $\frac{p_{\text{甲}}^2}{2m_{\text{甲}}} + \frac{p_{\text{乙}}^2}{2m_{\text{乙}}} \geq \frac{p_{\text{甲}}'^2}{2m_{\text{甲}}} + \frac{p_{\text{乙}}'^2}{2m_{\text{乙}}}$, 碰撞后甲的速度不大于乙的速度, 即 $\frac{p_{\text{甲}}'}{m_{\text{甲}}} \leq \frac{p_{\text{乙}}'}{m_{\text{乙}}}$, 联立解得 $0.5 \text{ kg} \leq m_{\text{甲}} \leq \frac{6}{7} \text{ kg}$, A 、 C 、 D 错误, B 正确.

2. C 【解析】 A 球与静止的 B 球发生对心碰撞, 全过程动量守恒, 设 A 、 B 两球碰撞后的速度分别为 v_1 、 v_2 , 取速度 v 的方向为正方向, 则有 $mv = mv_1 + 3mv_2$, 碰后 A 反向, 则 $v_1 < 0$, 可得 $v_2 > \frac{1}{3}v$, 碰后的总动能不能增加, 则有 $\frac{1}{2}mv^2 \geq \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2} \times 3mv_2^2$, 可得 $v_2 \leq \frac{v}{2}$, 故 $\frac{v}{3} < v_2 \leq \frac{v}{2}$, 只有 C 符合要求.

3. C 【解析】由题图可知, 碰撞后两滑块共同速度为正, 总动量为正, 根据动量守恒可知, 碰撞前的总动量也为正, 则碰撞前滑块 I 的动量比滑块 II 的动量大, A 错误; 设滑块 I 的质量为 m_1 , 滑块 II 的质量为 m_2 , 根据动量守恒定律, 代入滑块的速度有 $5m_1 - 3m_2 = 2(m_1 + m_2)$, 解得 $m_1 : m_2 = 5 : 3$, B 错误, C 正确; 碰撞过程中, 滑块 I 和滑块 II 之间的力为一对相互作用力, 大小始终相等, 同时产生, 同时消失, 故碰撞过程中滑块 I 受到的冲量与滑块 II 受到的冲量大小相等, 方向相反, D 错误.

4. A 【解析】 A 球与 B 球第一次碰撞的过程中, 设水平向右为正方向, 根据动量守恒定律有 $mv_0 = -m \cdot kv_0 + 4mv_B$, 碰撞过程中系统的总动能不会增加, 则有 $\frac{1}{2}mv_0^2 \geq \frac{1}{2}m(kv_0)^2 + \frac{1}{2} \times 4mv_B^2$, 要使 A 球能与 B 球再次发生碰撞, 则小球 A 碰后返回的速度大于 B 球的速度, 即 $kv_0 > v_B$, 联立得 $\frac{1}{3} < k \leq \frac{3}{5}$, A 正确, B 、 C 、 D 错误.

5. D 【解析】设 A 、 B 的质量均为 m , B 沿斜面下滑到即将与 A 碰撞时, 对 B 由动能定理有 $mg l \sin \theta = \frac{1}{2}mv_0^2$, A 、 B 发生完全非弹性碰撞, 碰后共速, 由动量守恒定律得 $mv_0 = 2mv$, 联立解得碰后的瞬间

两物体的速度大小为 $v = \frac{\sqrt{2gl\sin\theta}}{2}$, A 错误; A、B 碰撞后一起向下运动至最低点, 这个过程中两物体与弹簧组成的系统机械能守恒, 设两物体向下运动的最大位移为 x , 则有 $-2mgx\sin\theta + \frac{1}{2}k \cdot (l+x)^2 - \frac{1}{2}kl^2 = \frac{1}{2} \times 2mv^2$, A 原来静止, 根据受力平衡有 $mg\sin\theta = kl$, 联立解得 $x = (\sqrt{2}+1)l$, B 错误; 两物体反弹后向上运动的过程中, 分开的临界条件为两物体间的弹力为零, 加速度相等, 对 B 分析, 有 $mg\sin\theta = ma_0$, 得 $a_0 = g\sin\theta$, 对 A 分析有 $mg\sin\theta - F_{\text{弹}} = ma_0$, 解得弹簧的弹力为零, 故只有两物体运动到弹簧原长处 (即 B 的释放点) 才能分离, 假设碰后不分离, 二者向上运动至最高点时到碰撞位置的距离为 x_1 , 则有 $2mgx_1\sin\theta + \frac{1}{2}k(l-x_1)^2 - \frac{1}{2}kl^2 = \frac{1}{2} \times 2mv^2$, 解得 $x_1 = (\sqrt{2}-1)l < l$, 假设成立, 即此时弹簧处于压缩状态, B 不能回到释放点, 两物体一定不能分离, C 错误, D 正确。

6. A 【解析】对女子和竹竿组成的系统, 可看成人船模型, 所以有 $m_1x_1 = m_2x_2$, 代入数据可得女子的质量为 $m_2 = 45 \text{ kg}$, 故选 A。

7. C 【解析】“水火箭”的推力来源于向下喷出的水对它的反作用力, 故 A 错误; 水喷出的过程中, “水火箭”内的气体做功, “水火箭”及水组成的系统的机械能不守恒, 故 B 错误; 设在水刚喷出的瞬间, “水火箭”获得的速度为 v , 由动量守恒定律有 $(M-m)v - mv_0 = 0$, 解得 $v = \frac{mv_0}{M-m}$, 水喷出后, “水火箭”斜向上做斜抛运动,

“水火箭”上升的时间为 $t = \frac{v\cos\theta}{g} = \frac{mv_0\cos\theta}{(M-m)g}$, “水火箭”的水平射

程为 $x = v\sin\theta \cdot 2t = \frac{mv_0\sin\theta}{M-m} \cdot \frac{2mv_0\cos\theta}{(M-m)g} = \frac{m^2v_0^2}{(M-m)^2g} \sin 2\theta$, 故 C

正确; 由运动学公式有 $(v\cos\theta)^2 = 2gh$, 解得 $h = \frac{m^2v_0^2}{2g(M-m)^2} \cos^2\theta$,

故 D 错误。

8. D 【解析】火箭向下喷出水, 水对火箭的反作用力是火箭的动力, A 错误; 火箭加速上升过程处于超重状态, 减速上升过程和加速下降过程处于失重状态, B 错误; 喷水的瞬间由动量守恒定律可得 $mv_0 - (M-m)v_1 = 0$, 解得火箭获得的最大速度为 $v_1 = \frac{m}{M-m}v_0$, C 错误; 以向下为正方向, 上升过程由动量定理可得 $(M-m)gt_1 + \bar{f}_1t_1 = (M-m)v_1 - 0$, 下降过程由动量定理可得 $(M-m)gt_2 - \bar{f}_2t_2 = (M-m)v - 0$, 其中 $\bar{f}_1t_1 = k\bar{v}_{\text{上}}t_1 = kh$, $\bar{f}_2t_2 = k\bar{v}_{\text{下}}t_2 = kh$, 联立解得 $t = t_1 + t_2 = \frac{(M-m)v + mv_0}{(M-m)g}$, D 正确。

9. CD 【解析】爆炸后甲、丙从同一高度平抛, 乙从同一高度自由下落, 则落地时间均为 $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, A、B 错误; 爆炸过程动量守恒, 有 $mv = -\frac{1}{3}mv_{\text{丙}} + \frac{1}{3}mv_{\text{甲}}$, 由题意知 $v_{\text{丙}} = v$, 解得 $v_{\text{甲}} = 4v$, 爆炸后甲、丙从同一高度平抛, 落地点到乙落地点 O 的距离 $x = vt$, t 相同, 则 $x \propto v$, 甲、丙落地点到乙落地点 O 的距离比为 $x_{\text{甲}} : x_{\text{丙}} = v_{\text{甲}} :$

$v_{\text{丙}}=4:1$, C 正确;根据能量守恒定律可得爆炸过程释放的化学能

$$\Delta E = \frac{1}{2} \times \frac{m}{3} v_{\text{甲}}^2 + \frac{1}{2} \times \frac{m}{3} v_{\text{丙}}^2 - \frac{1}{2} m v^2 = \frac{7}{3} m v^2, \text{D 正确.}$$

10. B 【解析】炮弹爆炸的过程在水平方向上动量守恒,设炮弹爆炸

前的速度大小为 v , 则 $v = \sqrt{\frac{E}{m}}$, 设爆炸后瞬间两块碎片的速度分别为 v_1 、 v_2 , 以爆炸前炮弹的速度方向为正方向, 由动量守恒

定律和机械能守恒定律有 $2mv = mv_1 + mv_2$, $E + \frac{1}{4}E = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}$

mv_2^2 , 解得 $v_1 = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{E}{m}}$, $v_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{E}{m}}$, 根据平抛运动规律有 $H = \frac{1}{2}$

gt^2 , 两块碎片落地点之间的距离 $x = (v_1 - v_2)t$, 解得 $x = \sqrt{\frac{2EH}{mg}}$, 故

选 B.

11. D 【解析】设爆炸后的瞬时质量为 m 的部分速度大小为 v_1 , 另一部分的速度大小为 v_2 , 爆炸瞬间, 系统内力远大于外力, 根据

动量守恒可得 $mv_1 = (M - m)v_2$, 解得 $v_2 = \frac{m}{M - m}v_1$, 又 $E = \frac{1}{2}mv_1^2$,

则该爆竹爆炸后瞬时的总动能为 $E_{\text{总}} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}(M - m)v_2^2$, 联

立解得 $E_{\text{总}} = \frac{M}{M - m}E$, 故选 D.

12. BD 【解析】设红色小球与 1 号小球碰撞后两球的速度分别为 v_{01} 和 v_1 , 取向右为正方向, 根据动量守恒定律有 $mv_0 = mv_{01} +$

$2mv_1$, 由能量守恒定律有 $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_{01}^2 + \frac{1}{2} \cdot 2mv_1^2$, 解得 $v_{01} =$

$-\frac{1}{3}v_0$, $v_1 = \frac{2}{3}v_0$, 白色小球碰撞时交换速度, 10 号小球的最终速

度大小为 $\frac{2}{3}v_0$, A 错误, B 正确; 设红色小球与 1 号小球第 n 次碰

撞后速度为 v_{0n} , 第 2 次与 1 号小球碰撞后, 有 $m \cdot \frac{v_0}{3} = mv_{02} +$

$2mv_2$, $\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}mv_{02}^2 + \frac{1}{2} \cdot 2mv_2^2$, 解得 $v_{02} = -\left(\frac{1}{3}\right)^2 v_0$, 以此

类推, 红色小球最终速度大小为 $\left(\frac{1}{3}\right)^{10} v_0$, C 错误, D 正确.

13. AD 【解析】甲、乙的质量相同, 碰撞均为弹性碰撞, 则甲碰乙

后, 二者交换速度, 即甲的速度变为 0, 乙的速度变为 v_0 , 然后乙

再碰丙, 设乙碰丙后二者的速度分别为 $v_{\text{乙}}$ 、 $v_{\text{丙}}$, 取水平向右为正

方向, 则由动量守恒定律和机械能守恒定律有 $mv_0 = mv_{\text{乙}} +$

$2mv_{\text{丙}}$, $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_{\text{乙}}^2 + \frac{1}{2} \times 2mv_{\text{丙}}^2$, 联立解得 $v_{\text{乙}} = -\frac{1}{3}v_0$, $v_{\text{丙}} =$

$\frac{2}{3}v_0$, 丙球向右以 $\frac{2}{3}v_0$ 的速度运动, 动量大小为 $2m \times \frac{2}{3}v_0 =$

$\frac{4}{3}mv_0$, B 错误; 乙球向左运动与甲球再次碰撞, 交换速度, 乙球

的速度变为 0, 甲球的速度变为 $-\frac{1}{3}v_0$, 三个球碰撞结束后, 乙球

静止, A 正确; 乙、丙两球在发生碰撞的过程中, 丙球对乙球做的

功为 $W = \frac{1}{2}mv_{\text{乙}}^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{4}{9}mv_0^2$, C 错误; 乙、丙两球碰撞的

过程中,对丙球由动量定理可得乙球对丙球的冲量大小为 $I =$

$$2m \times \frac{2}{3}v_0 - 0 = \frac{4}{3}mv_0, \text{D 正确.}$$

14. C 【解析】三个小球由静止同时释放,与斜面底端碰前的瞬间速度相同,由 $2aH = v^2$,得 $v_A = v_B = v_C = \sqrt{2aH}$,由题意可知,C 球与挡板

碰撞后反向碰 B 球,B 球再反向碰 A 球,由于都是弹性碰撞,动量和机械能都守恒,以沿斜面向上为正方向,对 C 球与 B 球碰撞过程

$$\text{有 } m_C v_C - m_B v_B = m_B v'_B, \frac{1}{2}m_C v_C^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{2}m_B v'^2_B, \text{对 B 球和 A 球的}$$

$$\text{碰撞过程有 } m_B v'_B - m_A v_A = m_A v'_A, \frac{1}{2}m_B v'^2_B + \frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}m_A v'^2_A, \text{联立解}$$

得 $m_A : m_B : m_C = 1 : 2 : 6, v'_B = 2\sqrt{2aH}, v'_A = 3\sqrt{2aH}$,则 A 球沿斜

面向上运动的最大位移为 $h_{\max} = \frac{v'^2_A}{2a} = 9H$,C 正确,A、B、D 错误.

15. BC 【解析】设物块 A、B 第一次接触后物块 B 的速度为 v_1 ,物

块 A 的速度为 v_2 ,规定向右为正方向,由动量守恒定律和机械

$$\text{能守恒定律得 } Mv_0 + m \cdot 4v_0 = Mv_1 + mv_2, \frac{1}{2}Mv_0^2 + \frac{1}{2}m \cdot (4v_0)^2 =$$

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2, \text{解得 } v_1 = \frac{M+7m}{M+m}v_0, v_2 = \frac{4m-2M}{M+m}v_0, \text{若要 A、B 能发}$$

生两次接触,则要满足 $v_2 < 0, |v_2| > v_1$,联立得 $M > 11m$,A 错误;

若能发生第二次接触,设第二次接触后 B 的速度为 v_3 ,A 的速度

$$\text{为 } v_4, \text{则 } Mv_1 - mv_2 = Mv_3 + mv_4, \frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}Mv_3^2 + \frac{1}{2}mv_4^2, \text{解}$$

$$\text{得 } v_3 = \frac{M^2 + 10Mm - 15m^2}{(M+m)^2}v_0, v_4 = \frac{20Mm - 4m^2}{(M+m)^2}v_0, \text{由 A 项分析可知,}$$

若要 A、B 能发生第三次接触,需满足 $v_4 < 0$,可得 $M < \frac{1}{5}m$,与 $M > 11m$

相矛盾,即能发生第二次接触,但不能发生第三次接触,B 正确;两

物块第一次共速时,弹簧有最大的弹性势能,由动量守恒定律和系

$$\text{统机械能守恒定律得 } Mv_0 + m \cdot 4v_0 = (M+m)v_{\text{共}}, \frac{1}{2}Mv_0^2 + \frac{1}{2}m \cdot$$

$$(4v_0)^2 = \frac{1}{2}(M+m)v_{\text{共}}^2 + E_p, \text{若 } M = 12m, \text{可得 } E_p = \frac{54mv_0^2}{13}, \text{C 正确;由}$$

前面分析可知,若 $M = 12m$,两物块可以发生第二次接触,但是不能发生第三次接触,代入前面所得结果可知第二次接触后,A

$$\text{的速度为 } v_4 = \frac{20Mm - 4m^2}{(M+m)^2}v_0 = \frac{236}{169}v_0, \text{B 的速度为 } v_3 =$$

$$\frac{M^2 + 10Mm - 15m^2}{(M+m)^2}v_0 = \frac{249}{169}v_0, \text{故 A 最终以 } \frac{236}{169}v_0 \text{ 的速度向右运动,}$$

B 最终以 $\frac{249}{169}v_0$ 的速度向右运动,D 错误.

考点 31 三种力学观点的综合应用

1. B 【解析】甲、乙两小球碰撞为完全非弹性碰撞,两小球碰撞过程

中动量守恒,有 $m_{\text{甲}}v_{\text{甲}} + m_{\text{乙}}v_{\text{乙}} = (m_{\text{甲}} + m_{\text{乙}})v$,由 $v-t$ 图像可知, $v_{\text{甲}} = -5 \text{ m/s}, v_{\text{乙}} = 5 \text{ m/s}, v = 0, m_{\text{甲}} = 1 \text{ kg}$,可得小球乙的质量为 1 kg ,A

错误;碰撞过程中机械能损失为 $\Delta E = \frac{1}{2}m_{\text{甲}}v_{\text{甲}}^2 + \frac{1}{2}m_{\text{乙}}v_{\text{乙}}^2 = 25 \text{ J}$,B

正确;由 $v-t$ 图像斜率表示加速度可知,甲、乙两小球碰撞后一起

运动的加速度大小为 5 m/s^2 , 斜面光滑, 加速度 $a = g \sin \theta$, 可知 $\sin \theta = \frac{1}{2}$, 则 $\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$, C 错误; 根据 $v-t$ 图线与 t 轴所围图形的面积表示位移可知, 碰撞位置距离出发点为 20 m , 由 $v^2 = 2ax$, 可得两小球回到出发点时的速度大小为 $10\sqrt{2} \text{ m/s}$, D 错误。

2. ABD 【解析】由题图乙可知, A 与 B 碰前 A 的动能为 E_{k1} , 碰后

一起运动时 A 的动能为 $\frac{E_{k1}}{16}$, 则 $E_{k1} = \frac{1}{2} m_A v_0^2$, $\frac{1}{16} E_{k1} = \frac{1}{2} m_A v_1^2$,

$m_A v_0 = (m_A + m) v_1$, 解得 $\frac{m_A}{m} = \frac{1}{3}$, A 正确; 在 x_2 点时物块 A 碰后的

动能最大, 则此时 B 的动能也达到最大值, B 正确; 设 ER 流体对 B 的作用力大小与它到筒口的距离成正比的比例系数为 k , 开始时滑块 B 到筒口的距离为 x_0 , 则 $kx_0 = mg$, 在 x_2 点时速度最大, 则

加速度为零, 则 $k(x_2 - x_1 + x_0) = (m_A + m)g$, 其中 $E_{k1} = \frac{1}{2} m_A v_0^2 =$

$m_A g x_1$, 解得 $k = \frac{E_{k1}}{x_1(x_2 - x_1)}$, C 错误; 碰撞后 A 、 B 速度相同, 设 B 的

动能为 E_{kB} , 则有 $E_{kB} = \frac{1}{2} m v_1^2$, 又碰撞后 A 的动能为 $\frac{1}{16} E_{k1} =$

$\frac{1}{2} m_A v_1^2$, 且 $\frac{m_A}{m} = \frac{1}{3}$, 联立解得 $E_{kB} = \frac{3}{16} E_{k1}$, 则从 x_1 到 x_3 的过程

中, 由动能定理有 $(m_A + m)g \cdot (x_3 - x_1) - W_f = 0 - \left(\frac{E_{k1}}{16} + \frac{3E_{k1}}{16} \right)$, 联立

解得 $W_f = \frac{16x_3 - 15x_1}{4x_1} E_{k1}$, D 正确。

3. ACD 【解析】小球 A 能从 P 点进入圆弧轨道且通过轨道的最

高点 N 时恰好与圆管无弹力作用, 则有 $mg = m \frac{v^2}{R}$, 则 $v = \sqrt{gR} =$

$\sqrt{2} \text{ m/s}$, 小球 A 自 P 点到 N 点, 由动能定理有 $-mg \cdot 2R = \frac{1}{2} m v^2 -$

$\frac{1}{2} m v_0^2$, 可得 $v_0 = \sqrt{10} \text{ m/s}$, 弹簧弹开小球 A , 弹性势能转化为动

能, 有 $E_p = \frac{1}{2} m v_0^2 = 10 \text{ J}$, 即释放小球 A 时弹簧内储存的弹性势能为

10 J , A 正确; 由能量守恒定律可知小球 A 进入水平轨道时的速度仍然为

$v_0 = \sqrt{10} \text{ m/s}$, 然后 A 球与 B 球发生弹性碰撞, 有

$m v_0 = m v_1 + M v_2$, $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} M v_2^2$, 解得 $v_1 = -\frac{3\sqrt{10}}{5} \text{ m/s}$, $v_2 =$

$\frac{2\sqrt{10}}{5} \text{ m/s}$, 故碰后两球的速度大小之比为 $\left| \frac{v_1}{v_2} \right| = \frac{3}{2}$, B 错误; A

碰后反弹进入圆弧轨道再次从 Q 点返回水平轨道的速度大小为

$v_1' = \frac{3\sqrt{10}}{5} \text{ m/s}$, 方向向右, 因 $v_1' > v_2$, 则 A 球追上 B 球发生第二次

弹性碰撞, 则有 $m v_1' + M v_2 = m v_3 + M v_4$, $\frac{1}{2} m v_1'^2 + \frac{1}{2} M v_2^2 = \frac{1}{2} m v_3^2 +$

$\frac{1}{2} M v_4^2$, 解得 $v_3 = \frac{7\sqrt{10}}{25} \text{ m/s}$, $v_4 = \frac{12\sqrt{10}}{25} \text{ m/s}$, 因 $v_3 < v_4$, 即 A 再也

不能追上 B 球, 故不再发生碰撞, 即两小球至多能发生 2 次碰

撞, 则两球最终速度大小之比为 $\left| \frac{v_3}{v_4} \right| = \frac{7}{12}$, C、D 正确。

4. D 【解析】由图乙知, C 与 A 碰撞前的速度为 $v_1 = 9 \text{ m/s}$, 碰后二者共速, 速度为 $v_2 = 3 \text{ m/s}$, 由动量守恒定律得 $m_C v_1 = (m_A + m_C) v_2$, 解得 $m_C = 1 \text{ kg}$, A 错误; A 、 C 粘在一起后, 压缩弹簧, 当 A 、 C 速度为零时, 弹簧的压缩量最大, 弹性势能最大, 由能量守恒定律可知, 弹簧的最大弹性势能为 $E_p = \frac{1}{2} (m_A + m_C) v_2^2 = 13.5 \text{ J}$, B 错误; $4 \sim 12 \text{ s}$ 时间内, B 静止, 墙壁对物块 B 的力始终等于弹簧对 B 的力, 弹簧两端的弹力大小相等, 则墙对 B 的力和弹簧对 A 、 C 的力大小始终相等, 且同向, 故墙壁对 B 的冲量等于弹簧对 A 、 C 的冲量, 由图乙可知, 12 s 末, A 、 C 速度为 $v_3 = -3 \text{ m/s}$, 根据动量定理有, $I = (m_A + m_C) v_3 - (m_A + m_C) v_2$, 代入数据得 $I = -18 \text{ N} \cdot \text{s}$, C 错误; 由题图乙知, A 、 C 向左运动的速度大小为 3 m/s 时, 弹簧恢复原长, 此后 B 离开墙壁, 弹簧再次恢复原长时, B 有最大速度, 设为 v_B , 设 A 、 C 此时速度为 v_4 , 系统的动量守恒、机械能守恒, 则有 $(m_A + m_C) v_3 = (m_A + m_C) v_4 + m_B v_B$, $\frac{1}{2} (m_A + m_C) v_3^2 = \frac{1}{2} (m_A + m_C) v_4^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$, 联立解得 $v_B = -3.6 \text{ m/s}$, 故 B 的最大速度大小为 3.6 m/s , D 正确.

5. D 【解析】木板所受地面的最大静摩擦力为 $f_2 = 4\mu_2 mg$, 所受物块的滑动摩擦力为 $f_1 = 3\mu_1 mg$, 若 $\frac{\mu_1}{\mu_2} = 1.2$, 则 $f_2 > f_1$, 故木板不动, 对物块, 由动能定理有 $-3\mu_1 mgx = 0 - \frac{1}{2} \times 3mv_0^2$, 解得 $x = \frac{v_0^2}{2\mu_1 g}$, 故 A 错误; 若 $\frac{\mu_1}{\mu_2} = 2$, 则 $f_1 > f_2$, 木板将先向右做匀加速直线运动直至达到共同速度 v , 此后两者一起做减速运动直至停止, 共速前, 由牛顿第二定律得, 物块、木板的加速度大小分别为 $a_1 = \frac{\mu_1 \times 3mg}{3m} = \mu_1 g$ 、 $a_2 = \frac{\mu_1 \times 3mg - \mu_2 \times 4mg}{m} = \mu_1 g$, 由运动学规律有 $v = v_0 - a_1 t_1$, $v = a_2 t_1$, 解得 $v = \frac{v_0}{2}$, $t_1 = \frac{v_0}{2\mu_1 g}$, 故相对滑动的距离即为木板最短长度, 为 $x = \frac{1}{2} (v_0 + v) t_1 - \frac{1}{2} a_2 t_1^2 = \frac{v_0^2}{4\mu_1 g}$, 木板发生的位移为 $x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_1^2 = \frac{v_0^2}{8\mu_1 g}$, 设共速后至减速到零所用时间为 t_2 , 位移为 x_3 , 两者的加速度大小为 $a_3 = \frac{\mu_2 \times 4mg}{4m} = \mu_2 g$, 由 $v - a_3 t_2 = 0$, $x_3 = \frac{v^2}{2a_3}$, 解得 $t_2 = \frac{v_0}{2\mu_2 g} = \frac{v_0}{\mu_1 g}$, $x_3 = \frac{v^2}{2\mu_2 g} = \frac{v_0^2}{4\mu_1 g}$, 故在整个运动过程中, 地面对木板的摩擦力冲量大小为 $I_f = 4\mu_2 mg(t_1 + t_2) = 3mv_0$, 地面与木板间因摩擦产生的热量为 $Q_f = 4\mu_2 mg(x_2 + x_3) = \frac{3}{4}mv_0^2$, 故 B 、 C 错误, D 正确.

6. BC 【解析】当 $F = 0$ 时, 物块和木板组成的系统动量守恒, 取水平向右为正方向, 由动量守恒定律和能量守恒定律得 $mv_0 = mv_1 + Mv_2$, $\frac{1}{2}mv_0^2 - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 \right) = \mu mg s$, 将 $M = 0.5 \text{ kg}$ 、 $m = 1 \text{ kg}$ 、 $v_0 =$

4 m/s, $s = 1$ m 代入得 $v_1 = 2$ m/s, $v_2 = 4$ m/s (不符合情况, 舍去), 或 $v_1 = \frac{10}{3}$ m/s, $v_2 = \frac{4}{3}$ m/s, A 错误; 当 F 较小时, 物块将从木板的右端滑下, 当 F 增大到某一值时物块恰好到达木板的右端, 当 F 继续增大时, 物块减速、木板加速, 两者在木板上某一位置具有共同速度, 当两者共速后能保持相对静止 (在静摩擦力作用下) 一起以相同加速度 a 做匀加速运动时, 设两者具有共同速度 v , 达到共速历时 t_1 , 共速前由牛顿第二定律得 $a_m = \frac{\mu mg}{m}$, $a_1 = \frac{F + \mu mg}{M}$, 根据速度时间关系可得 $v = v_0 - a_m t_1 = a_1 t_1$, 根据位移关系可得 $s = \frac{v_0 + v}{2} t_1 - \frac{v}{2} t_1 = \frac{v_0}{2} t_1$, 联立解得 $\frac{1}{s} = \frac{F + 3}{4}$ (m^{-1}), 由题图乙知, 相对路程 $s \leq 1$ m, 代入解得 $F \geq 1$ N, 共速后由牛顿第二定律得 $a = \frac{F}{M + m}$, 而静摩擦力 $f = ma$, 由于静摩擦力存在最大值, 所以 $f \leq f_{\max} = \mu mg = 2$ N, 联立解得 $F \leq 3$ N, 综上所述, BC 段恒力 F 的取值范围是 $1 \text{ N} \leq F \leq 3 \text{ N}$, 函数关系式是 $\frac{1}{s} = \frac{F + 3}{4}$ (m^{-1}), 当 $F = 3$ N 时, $\frac{1}{s} = 1.5 \text{ m}^{-1}$, 则 B 点的横坐标为 1 N, C 点的纵坐标为 1.5 m^{-1} , B 正确; 由上述分析知, 当 $F = 1$ N 时, 物块恰好不能从木板的右端滑出, C 正确; 由上述分析知 BC 段的恒力 F 的取值范围 $1 \text{ N} \leq F \leq 3 \text{ N}$, 则 $F_D = 3$ N, D 错误.

7. (1) 6 m/s (2) 4 m/s 2 m/s (3) 32 J

【解析】(1) 滑块 A 、 B 发生弹性碰撞, 由动量守恒定律和机械能守恒定律可得 $m_A v_0 = m_A v_A + m_B v_B$,

$$\frac{1}{2} m_A v_0^2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2,$$

联立解得 $v_B = 6$ m/s.

(2) B 滑上平板车后, 做减速运动, 由牛顿第二定律得

$$\mu m_B g = m_B a_B, \text{ 可得 } B \text{ 的加速度大小为 } a_B = \mu g = 2 \text{ m/s}^2,$$

对 C , 由牛顿第二定律有 $\mu m_B g = m_C a_C$,

$$\text{解得 } C \text{ 的加速度大小为 } a_C = \frac{\mu m_B g}{m_C} = 2 \text{ m/s}^2,$$

平板车 C 恰要与墙壁第一次碰撞时,

$$L = \frac{1}{2} a_C t_1^2, \text{ 解得时间 } t_1 = 1 \text{ s},$$

则 B 的速度为 $v_{B1} = v_B - a_B t_1 = 4$ m/s,

C 的速度为 $v_{C1} = a_C t_1 = 2$ m/s.

(3) C 与墙壁碰后原速返回, 第一次返回平台的右端时, 有

$$L = v_{C1} t_2 - \frac{1}{2} a_C t_2^2,$$

解得 $t_2 = 1$ s, 此时 C 的速度为 $v_{C2} = v_{C1} - a_C t_2 = 0$, 即到 C 第一次返回平台的右端时的速度为 0,

B 的速度为 $v_{B2} = v_{B1} - a_B t_2 = 2$ m/s, 方向向右,

$$\text{由能量守恒得, 整个过程系统产生的热量 } Q = \frac{1}{2} m_B v_B^2 - \frac{1}{2} m_B v_{B2}^2,$$

解得 $Q = 32$ J.

8. (1) $3mg$ (2) $\frac{2km}{1+k}\sqrt{2gH}$ $\frac{4k}{(1+k)^2}mgH$
 (3) $\frac{4k}{(1+k)^2} \cdot \frac{mgH}{L} \left[2.021 + \frac{(1+k)H^2}{4k} \right] L$

【解析】(1) 1号小球从释放后运动到圆弧轨道最低点的过程中,由动能定理得 $mgH = \frac{1}{2}mv_0^2 - 0$,在最低点时,设1号小球对轨道的压力大小为 F_N ,轨道对1号小球的支持力大小为 F'_N ,由牛顿第二定律有 $F'_N - mg = m\frac{v_0^2}{H}$,联立得 $F'_N = 3mg$,由牛顿第三定律有 $F_N = F'_N = 3mg$.

(2) 1、2号小球的碰撞为弹性正碰,以向右为正方向,由动量守恒定律有 $mv_0 = mv_1 + kmv_2$,由机械能守恒定律有 $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kmv_2^2$,

联立解得碰后1号小球的速度 $v_1 = \frac{1-k}{1+k}\sqrt{2gH}$,2号小球的速度 $v_2 =$

$\frac{2}{1+k}\sqrt{2gH}$,对2号小球,由动量定理得 $I_{12} = kmv_2 - 0$ 解得 $I_{12} =$

$\frac{2km}{1+k}\sqrt{2gH}$,由动能定理可知 $W_{12} = \frac{1}{2}kmv_2^2 - 0$ 解得 $W_{12} = \frac{4k}{(1+k)^2}mgH$.

(3) 1、2号小球碰后,2号小球以速度 v_2 向右运动一个 L ,与3号小球碰撞,由于2、3号小球的质量相等,且为弹性正碰,碰后速度交换,1号小球由速度 v_1 开始匀变速运动,经位移 L ,以速度 v_0 与2号小球发生下一次碰撞,对1号小球,由动能定理得 $FL =$

$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$,解得 $F = \frac{4k}{(1+k)^2} \cdot \frac{mgH}{L}$. 后面的过程中3再碰4,

交换速度……,直到最后所有小球速度都变为 v_2 ,对整体,由动量定理有 $Ft = (2.022 \cdot kmv_2 + mv_2) - (mv_1 + kmv_2)$,因为全程为弹性正碰,碰撞过程中没有机械能损失,由功能关系有 $Fx =$

$\left(\frac{1}{2} \times 2.022kmv_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \right) - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kmv_2^2 \right)$,碰撞依次传递过程

中,所有小球的速度均为 v_2 ,则最终1号和2.023号小球间的距

离为 $d = v_2 t - x$,代入数据得 $d = \left[2.021 + \frac{(1+k)H^2}{4k} \right] L$.

9. (1) 60 N (2) 2.1 m (3) $12 \text{ J} \leq E_p \leq 24 \text{ J}$

【解析】(1) 物块 P 从 B 到 A 过程,根据动能定理有 $-m_1gR_1 = 0 - \frac{1}{2}m_1v_B^2$,物块 P 在 B 点,对该物块进行受力分析有 $N - m_1g = m_1\frac{v_B^2}{R_1}$,解得 $N = 60 \text{ N}$,根据牛顿第三定律,物块 P 对轨道的弹力大小为 60 N ,方向竖直向下.

(2) 从物块 P 被弹出到运动到 A 点的过程,根据动能定理有 $-m_1gR_1 - \mu m_1gL_{BC} = 0 - \frac{1}{2}m_1v_P^2$,解得 $v_P = \sqrt{30} \text{ m/s}$,对 P 、 Q 组成的

系统,根据动量守恒定律有 $m_1v_P - m_2v_Q = 0$,解得 $v_Q = 2\sqrt{30} \text{ m/s}$,对 Q 与小车组成的系统,在水平方向上动量守恒,根据动量守恒定律

有 $m_2v_Q = (m_2 + m_3)v_x$,根据能量守恒定律有 $\frac{1}{2}m_2v_Q^2 = \frac{1}{2}(m_2 + m_3)v_x^2 +$

$\frac{1}{2}m_3v_y^2 + m_2gR_2 + \mu m_2gL_{EF}$,解得 $v_y = \sqrt{42} \text{ m/s}$,之后物块 Q 做

斜抛运动,在竖直方向上为竖直上抛运动,根据逆向思维,物块 Q

冲出小车后离开 G 点的最大高度 $h = \frac{v_y^2}{2g}$, 解得 $h = 2.1 \text{ m}$.

(3) 物块被弹开的过程有 $m_1 v_{P1} - m_2 v_{Q1} = 0$, $E_{\text{pmin}} = \frac{1}{2} m_1 v_{P1}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{Q1}^2$, 当物块 Q 向右滑上小车后恰好到达 F 点与小车共速时, 弹簧的弹性势能最小, 此时, 对物块 Q 与小车有 $m_2 v_{Q1} = (m_2 + m_3) v_3$, $\frac{1}{2} m_2 v_{Q1}^2 = \mu m_2 g L_{EF} + \frac{1}{2} (m_2 + m_3) v_3^2$, 解得 $E_{\text{pmin}} = 12 \text{ J}$, 由于 $m_2 g R_2 = 18 \text{ J} > 2\mu m_2 g L_{EF} = 12 \text{ J}$, 当物块 Q 冲上 FG 圆弧但没有越过 G 点之后又返回 E 点与小车共速时, 弹簧的弹性势能为其最大值, 则弹簧弹开两物块的过程有 $m_1 v_{P2} - m_2 v_{Q2} = 0$, $E_{\text{pmax}} = \frac{1}{2} m_1 v_{P2}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{Q2}^2$, 当物块 Q 冲上 FG 圆弧但没有越过 G 点之后又返回 E 点与小车共速的过程有 $m_2 v_{Q2} = (m_2 + m_3) v_4$, $\frac{1}{2} m_2 v_{Q2}^2 = 2\mu m_2 g L_{EF} + \frac{1}{2} (m_2 + m_3) v_4^2$, 解得 $E_{\text{pmax}} = 24 \text{ J}$, 综合上述, 被锁定弹簧的弹性势能的取值范围为 $12 \text{ J} \leq E_p \leq 24 \text{ J}$.

10. (1) 20 m/s^2 , 方向竖直向上指向圆心 O (2) 3 m/s , 方向水平向右 (3) 6 s

【解析】(1) 小物块 a 从圆弧最高点滑到最低点, 根据动能定理

有 $mgr = \frac{1}{2} mv^2$, 在圆弧轨道的最底端, 向心加速度为 $a = \frac{v^2}{r}$, 解

得 $v = 10 \text{ m/s}$, $a = 20 \text{ m/s}^2$, 方向竖直向上指向圆心 O .

(2) 根据上述可知, 小物块 a 在传送带上初速度为 10 m/s , 在传送带上先做匀减速直线运动, 减速至 6 m/s 时, 根据速度公式与

位移公式有 $v_0 = v - \mu g t_0$, $x_0 = vt_0 - \frac{1}{2} \mu g t_0^2$, 解得 $x_0 = 16 \text{ m} < L$, 之后,

小物块 a 向左做匀速直线运动, 直到与小物块 b 发生碰撞, 根据动量守恒定律有 $mv_0 = mv_a + Mv_b$, 根据机械能守恒定律有

$\frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv_a^2 + \frac{1}{2} Mv_b^2$, 解得 $v_a = -3 \text{ m/s}$, 负号表明第一次碰后

a 的速度方向水平向右.

(3) 小物块 a 与 b 第一次碰撞后, 小物块 a 向右做匀减速直线

运动, 减速至 0 的位移 $x_1 = \frac{v_a^2}{2\mu g} = 2.25 \text{ m} < L$, 随后以相同加速度

向左做匀加速直线运动至 M 点, 小物块 a 再返回到 M 点并再

次与小物块 b 发生碰撞, 所用时间 $t_1 = \frac{2|v_a|}{\mu g} = 3 \text{ s}$, 由 (2) 中两式

解得 $v_a = \frac{(m-M)v_0}{M+m} = -\frac{v_0}{2}$, 由此可知, 以后每次 a 、 b 碰后, 小物

块 a 的速度 v_a , 都为碰前的 $\frac{1}{2}$, 再次往返的时间 t_n 均为上一次

往返的时间 t_{n-1} 的 $\frac{1}{2}$, 即有 $t_2 = \frac{3}{2} \text{ s}$ 、 $t_3 = \frac{3}{4} \text{ s}$ 、 $t_4 = \frac{3}{8} \text{ s}$... 则小

物块 a 与 b 第一次碰撞后, a 运动的总时间为 $t_{\text{总}} = t_1 + t_2 + t_3 + \dots +$

t_n , 根据等比数列的规律有 $t_{\text{总}} = \frac{t_1 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]}{1 - \frac{1}{2}}$, 当 n 趋近于无

穷大时, 解得 $t_{\text{总}} = 6 \text{ s}$.