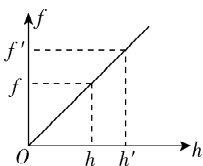


专题 6 功和能

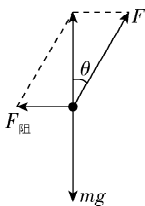
考点 24 功和功率的计算

- 1. D** 【解析】甲做匀速直线运动,受重力、垂直斜面向上的支持力和沿斜面向上的摩擦力作用,位移方向与所受支持力方向垂直,所以支持力不做功,故 A 错误;乙做匀速直线运动,受重力和竖直向上的支持力作用,不受摩擦力,故 B 错误;由于两人重力相等,运动的时间和位移均相等,所以两人重力的平均功率相等,故 C 错误;由于甲做匀速运动,受力平衡,斜面对甲的作用力与甲的重力等大反向,根据冲量的定义可得斜面对甲的冲量大小 $I = Ft = Gt$,故 D 正确.

- 2. D** 【解析】由题意可知, f 与 h 成正比, $f-h$ 关系图像如图所示,对于力—位移图像来说,其图像与横坐标轴围成的面积等于力所做的功,每次打桩机对圆柱体做的功相同,每次围成的面积相同,根据边长比的平方等于面积比,有 $h_1 : h_2 : h_3 : \dots : h_n = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \dots : \sqrt{n}$, 故有 $h'_n = h_n - h_{n-1} = (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})h_0$, 故选 D.



- 3. D** 【解析】对系统受力分析如图所示,飞行器斜向下喷气获得的推力为 $F = \frac{mg}{\cos \theta}$, A 错误;飞行器所受阻力为 $F_{\text{阻}} = mg \tan \theta = kv^2$, 解得 $v = \sqrt{\frac{mg \tan \theta}{k}}$, B 错误;飞行器斜向下喷气获得推力的功率与飞行器克服阻力做功的功率相等,功率为 $P = F_{\text{阻}} v = mg \tan \theta \sqrt{\frac{mg \tan \theta}{k}}$, C 错误, D 正确.



- 4. A** 【解析】假设 ab 段与水平面的夹角为 α , 则 $F_1 = f - mg \sin \alpha$, 牵引力不变, 由 $P_1 = F_1 v$ 知, 在 ab 段发动机的输出功率保持不变, 在 bc 段时, $F_2 = f$, 则 $P_2 = fv$ 也不变且大于 P_1 , 假设 cd 与水平面的夹角为 θ , $F_3 = f + mg \sin \theta$, 则 $P_3 = (f + mg \sin \theta)v$, 故在 ab 段发动机的输出功率最小, cd 段曲面的倾角先增大后减小(**关键点: 曲面可看作不同倾角的斜面**), 所以 P_3 先增大后减小, A 正确, B、C、D 错误.

- 5. BC** 【解析】由 $a-t$ 图像知, 物体在 $0 \sim 5$ s 做匀加速直线运动, 5 s 时物体的速度为 $v_1 = at_1 = 2 \times 5 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$, 5 s 后物体做加速度逐渐减小的加速运动, 故物体在 $0 \sim 10$ s 内运动的最大速度大于 10 m/s , A 错误; 由 $a-t$ 图像知, 在 5 s 时, 物体结束做匀加速运动, 此时起重机达到最大功率, 根据牛顿第二定律得 $F - mg = ma$, 解得 $F = 2\,400 \text{ N}$, 则起重机的额定功率为 $P_{\text{额}} = Fv_1 = 2\,400 \times 10 \text{ W} = 24\,000 \text{ W}$, B 正确; $0 \sim 5$ s 内, 物体的位移为 $x_1 = \frac{v_1}{2} t_1 = \frac{10}{2} \times 5 \text{ m} = 25 \text{ m}$, $0 \sim 5$ s 内起重机对物体做的功为 $W_1 = Fx_1 = 2\,400 \times 25 \text{ J} = 60\,000 \text{ J}$, $5 \sim 10$ s 内起重机保持额定功率不变, 则 $5 \sim 10$ s 内起重机对物体做的功 $W_2 = P_{\text{额}} t_2 = 24\,000 \times 5 \text{ J} = 120\,000 \text{ J}$, 故 $W_1 < W_2$, C 正确, D 错误.

考点 25 动能定理的应用

1. C 【解析】小碗飞出后做平抛运动,由平抛运动规律可得 $v =$

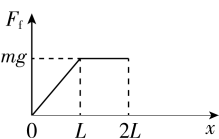
$\frac{x}{t}$,解得 $v = 4 \text{ m/s}$,小碗由静止到飞出的过程中,由动能定理有

$W = \frac{1}{2}mv^2$,故摩擦力对小碗所做的功 $W = 0.8 \text{ J}$,故选 C.

2. C 【解析】设绳子 B 端向右运动的位

移为 x ,当 $0 \leq x \leq L$ 时,绳子所受摩擦力 $\frac{1}{2}\mu mg$

$F_f = \mu \frac{x}{2L}mg = \frac{x}{2L}\mu mg$,当 $L < x \leq 2L$ 时,绳



子所受摩擦力 $F_f = \mu \frac{L}{2L}mg = \frac{1}{2}\mu mg$,绳子所受摩擦力随位移 x 的

变化规律如图所示,又 F_f-x 图线与 x 轴围成的面积表示物体克服

摩擦力做的功 W_{Ff} ,当 $0 \leq x \leq L$ 时, $W_{Ff} = \frac{1}{2}F_f \cdot x = \frac{x^2}{4L}\mu mg$ ①,对绳

子,由动能定理得 $Fx - W_{Ff} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$ ②,当 $x = L$ 时, $v = 0$,又 $F_{f\max} =$

$\frac{1}{2}\mu mg = 4 \text{ N}$, $F = 2 \text{ N}$,则 $F < F_{f\max}$,所以绳子右端向右运动位移 L 时

绳子的速度为零,停止运动.当 $0 \leq x \leq L$ 时,摩擦力不断增大,拉力

F 先比摩擦力大,后比摩擦力小,软绳先做加速运动后做减速运动,加速度不恒定,A 错误;当 $x = L$ 时,绳子停止运动,软绳的左端

不能经过 B 点,B 错误;由①②得,当 $x = \frac{1}{4} \times 2L = 0.5 \text{ m}$ 时,绳子的

动能最大, $E_{km} = Fx - \frac{x^2}{4L}\mu mg = 0.5 \text{ J}$,C 正确;绳子右端向右运动位

移 L 的过程中,克服摩擦力做功 $W_{Ff} = \frac{L^2}{4L}\mu mg = 2 \text{ J}$,D 错误.

3. BC 【解析】设滑道的倾角为 θ ,高度为 h ,动摩擦因数为 μ ,滑草者

在由斜草面滑到水平草面的过程中,重力做功大小为 $W_G = mgh$,克服

摩擦力做的功大小为 $W_f = \mu mg \cos \theta \cdot \frac{h}{\sin \theta} = \mu mgh \frac{1}{\tan \theta}$,由于 AB' 与

水平面的夹角小于 AB 与水平面的夹角,因此甲沿斜草面下滑过程

中克服摩擦力做的功比乙的少,由动能定理得 $W_G - W_f = mgh -$

$\mu mgh \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$,故甲在 B 点的速率大于乙在 B'点的速率,A 错

误,B 正确;滑草者滑行的全过程中,根据动能定理得 $mgh - \mu mg \cos \theta \cdot$

$\frac{h}{\sin \theta} - \mu mgs' = 0 - 0$,解得 $h - \mu h \frac{1}{\tan \theta} - \mu s' = 0$,即 $h \frac{1}{\tan \theta} + s' = \frac{h}{\mu}$,水平

位移为 $x = h \frac{1}{\tan \theta} + s' = \frac{h}{\mu}$ 为定值,与斜草面的倾角无关,所以他们

将停在离出发点水平位移相同的位置,甲停下时的位置与 B 的

距离和乙停下时的位置与 B'的距离不相等,C 正确,D 错误.

4. AC 【解析】Q 在 ab 段运动的过程中,轻杆、P、Q 三者的加速度

相同,三者相对静止,对轻杆、P、Q 整体,加速度 $a =$

$\frac{3mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta}{3m} = \frac{3g \sin \theta - \mu g \cos \theta}{3}$,设轻杆对 Q 的弹力大小为

N ,则有 $mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta + N = ma$,可得 $N = \frac{2}{3}\mu mg \cos \theta$,故 A 正

确,B 错误; ab 段粗糙,整个过程中 P、Q 和轻杆组成的系统经过

ab 段时,损失的机械能为 $\Delta E = 3\mu mgL\cos\theta$,故 C 正确;设 P 滑离 a 点时速度大小为 v ,根据动能定理有 $3mg \times 3L\sin\theta - 3\mu mgL\cos\theta = \frac{1}{2} \times 3mv^2$,得 $v = \sqrt{6gL\sin\theta - 2\mu gL\cos\theta}$,故 D 错误。

一题多解

Q 在 ab 段运动的过程中,轻杆、 P 、 Q 三者的加速度相同,三者相对静止,对 P 有 $2mg\sin\theta - N' = 2ma$,可得 $N' = \frac{2}{3}\mu mg\cos\theta$, $N = N'$ 。

5. BC 【解析】在 N 点满足 $4.5mg - mg = \frac{mv_N^2}{R}$,小球从释放点到 N 点的过程中,由动能定理得 $mg \cdot 2R - W = \frac{1}{2}mv_N^2 - 0$,解得 $W = \frac{1}{4}mgR$,

因为小球经过 PN 段比 NQ 段同一高度处的速度大,则小球经过 PN 段比 NQ 段同一高度处所受的支持力大,则 PN 段比 NQ 段克服摩擦力做功多(关键点:速度越大,支持力越大,滑动摩擦力越大),即 NQ 段克服摩擦力做功 $W' < \frac{1}{4}mgR$,从 N 到 Q 过程,由动能

定理得 $-mgR - W' = \frac{1}{2}mv_Q^2 - \frac{1}{2}mv_N^2$,解得 $\frac{1}{2}mv_Q^2 > \frac{1}{2}mgR$,设小球冲出 Q 点后

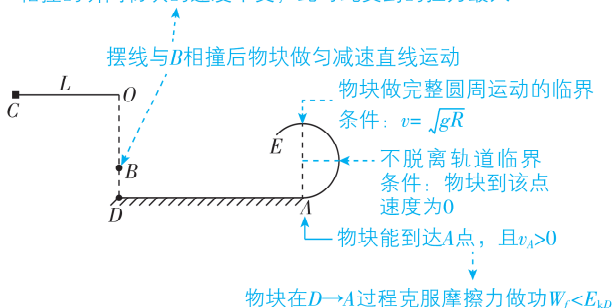
可上升的最大高度为 h ,由动能定理得 $-mgh = 0 - \frac{1}{2}mv_Q^2$,解得 $h > \frac{R}{2}$,A、D 错误,B 正确;由以上分析知,小球从 Q 返回 P 的过程中克服摩擦力做功小于从 P 到 Q 过程克服摩擦力做功,即 $W_{QP} < \frac{1}{2}mgR$,从 Q 到 P 过程,由动能定理得 $-W_{QP} = \frac{1}{2}mv_P'^2 - \frac{1}{2}mv_Q^2$,可得第二次经过 P 点时 $v_P' > 0$,即小球能第二次经过 P 点,C 正确。

6. AB 【解析】若 $\alpha = 37^\circ$,物块在 A 点的初速度取得最大值时,有 $mg\cos\alpha = m\frac{v_A^2}{R}$,可得 $v_A = \sqrt{\frac{4}{5}gR}$,从 A 点运动到 B 点,由动能定理,有 $\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg \cdot \frac{1}{5}R$,得到 $v_B = \sqrt{\frac{2}{5}gR} < \sqrt{gR}$,满足题意,故 A、B 正确;若 $\alpha = 53^\circ$,物块在 A 点的初速度取得最大值时,有 $mg\cos\alpha = m\frac{v_A^2}{R}$,可得 $v_A = \sqrt{\frac{3}{5}gR}$,从 A 点运动到 B 点,由动能定理有 $\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg \cdot \frac{2}{5}R$,得到 $\frac{1}{2}mv_B^2 < 0$,不符合题意,C 错误;若物块在 A 点的初速度为 $\sqrt{\frac{4}{5}gR}$,则物块在 A 点就离开轨道,不能沿着轨道运动到 B 点,D 错误。

7. (1) 95 N (2) $0.6 \leq \mu < 0.9$ 或 $\mu \leq 0.15$

【题图剖析】

相撞的瞬间物块的速度不变,此时绳受到的拉力最大



【解析】(1) 当物块由 C 到 D 运动, 根据动能定理有 $mgL = \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$, 解得 $v_D = 3 \text{ m/s}$, 在 D 点, 由牛顿第二定律得 $F_m - mg = m\frac{v_D^2}{r}$, 解得 $F_m = 95 \text{ N}$, 由牛顿第三定律知, 摆线能承受的最大拉力为 95 N .

(2) 物块能到达圆弧轨道, 则有 $\mu mgs < \frac{1}{2}mv_D^2$, 解得 $\mu < 0.9$, 不脱离圆弧轨道, 若运动高度小于或等于 R , 则满足 $-\mu mgs - mgh = 0 - \frac{1}{2}mv_D^2$, $h \leq R$, 解得 $\mu \geq 0.6$, 不脱离圆弧轨道, 若恰好到达圆弧轨道最高点, 在最高点有 $mg = m\frac{v'^2}{R}$, 运动高度为 $2R$, 由 D 点至圆弧最高点, 由动能定理得 $-\mu mgs - 2mgR = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$, 代入 $v' \geq \sqrt{gR}$, 解得 $\mu \leq 0.15$, 综上, 物块在圆弧轨道上不脱离轨道的条件为 $0.6 \leq \mu < 0.9$ 或 $\mu \leq 0.15$.

考点 26 机械能守恒定律的应用

1. D 【解析】在物体 P 下落的过程中, 物体 P 、 Q 和弹簧组成的系统机械能守恒, 弹簧先处于压缩状态后处于伸长状态, 弹性势能先减小后增加, 则物体 P 、 Q 组成的系统机械能先增加后减小, 故 A、B 错误; 在物体 P 下落的过程中, 物体 P 、 Q 组成的系统重力势能减少了 $\Delta E_p = 2mgL - mgL = mgL$, 则弹簧的弹性势能增加了 mgL , 故 C 错误, D 正确.

2. B 【解析】在 M 点和 N 点时弹力相等, 弹簧的长度由短变长, 则在 M 点时弹簧被压缩, 在 N 点时弹簧被拉伸, 压缩量和伸长量相等, 设弹簧原长为 L_0 , 形变量均为 x , 则有 $L_0 - x = OM$, $L_0 + x = ON$, 联立解得 $x = 5 \text{ cm}$, $L_0 = 35 \text{ cm}$, A 错误; 圆环在 M 点和 N 点时, 弹簧的形变量相同, 弹性势能相等, 根据机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_{OM} + \frac{1}{2}mv_N^2$, 解得 $v_N = 2 \text{ m/s}$, B 正确; 根据几何关系得 $MN = 50 \text{ cm}$, 圆环运动到 MN 的中点 P 时, 弹簧的长度 $OP = 25 \text{ cm}$, 则弹力 $F = k(L_0 - OP) = 400 \text{ N}$, 从 M 到 P 过程中, 弹簧的长度先变短后变长, 与滑轨垂直时最短, 最短时弹簧弹力最大, 故弹力最大位置在 MP 之间, C 错误; 圆环从 M 点到 N 点的过程中, 从开始到弹簧与滑轨垂直的过程中弹簧弹力做负功, 从弹簧与滑轨垂直到恢复原长的过程中弹簧弹力做正功, 从恢复原长到 N 点的过程中弹簧弹力做负功, 故弹簧弹力对圆环先做负功后做正功再做负功, D 错误.

3. BC 【解析】图甲中, 滑块和弹性绳组成的系统机械能守恒, 弹性绳恢复原长前, 弹性绳的弹性势能逐渐减小, 滑块机械能增加, 弹性绳恢复原长后弹性势能不变, 滑块机械能不变; 图乙中, 滑块和弹簧组成的系统机械能守恒, 弹簧的弹性势能先减小后增大, 则滑块机械能先增大后减小, 故 A 错误; 由 A 项分析可知, 图甲中, 当滑块滑到最低点时速度最大, 由几何关系可得, 弹性绳处于原长时 $A_1C_1 = R$, 由能量守恒定律得 $\frac{1}{2}k(2R - R)^2 + 2mgR = \frac{1}{2}mv_{1m}^2$, 可得 $v_{1m} = 10 \text{ m/s}$, 故 B 正确; 由 A 项分析可知, 图乙中, 滑块和弹簧组

成的系统机械能守恒,由几何关系可得,弹簧处于原长时 $A_2C_2 = R$,当弹簧恢复原长时,由能量守恒定律得 $\frac{1}{2}k(2R-R)^2 + mg \cdot 2R\cos^2\theta = \frac{1}{2}mv_2^2$,可得 $v_2 = 3\sqrt{10} \text{ m/s}$,故 C 正确;根据题意,结合 A 项分析可知,当 θ 小于 30° ,滑块下降相同高度,图甲中,重力势能全部转化为滑块动能,图乙中,重力势能转化为滑块动能和弹簧弹性势能,则在相同高度处,图甲中滑块的速度大于图乙中滑块的速度,则图甲中滑块的重力瞬时功率大于图乙中滑块的重力瞬时功率,故 D 错误.

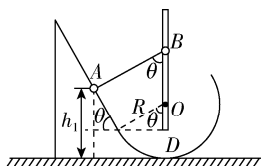
- 4. C 【解析】**杆从水平位置摆至竖直位置,A、B 球的角速度相等,设在竖直位置 A 球的速度为 v_A ,B 球的速度为 v_B ,B 球做圆周运动的半径是 A 球的两倍,根据 $v = \omega r$ 知, $v_B = 2v_A$,杆从水平位置摆至竖直位置,根据机械能守恒定律得 $mg \cdot 2L + mg \cdot L = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_B^2$,联立解得 $v_B = \sqrt{\frac{24gL}{5}}$,D 错误;对 B 球,从水平位置摆至竖直位置的过程中,设杆对 B 球做的功为 W ,根据动能定理得 $mg \cdot 2L + W = \frac{1}{2}mv_B^2 - 0$,解得 $W = \frac{2}{5}mgL$,A 错误;在水平位置,A 球的瞬时速度为零,故此时重力的瞬时功率也为零,在竖直位置,A 球的瞬时速度水平向左,重力的方向竖直向下,力与速度方向垂直,故此时重力的瞬时功率也为零,故从水平位置到竖直位置,重力对 A 球做功的功率先增大后减小,B 错误;杆转动至竖直位置时,设 O 点对杆的弹力为 F ,O 点对杆的弹力及 A、B 两球重力的合力提供 A、B 两球做圆周运动的向心力,可得 $F - 2mg = \frac{mv_A^2}{L} + \frac{mv_B^2}{2L}$,解得 $F = \frac{28}{5}mg$,C 正确.

- 5. C 【解析】**刚释放的时候,物块有向下的加速度,根据牛顿第二定律有 $mg - T = ma$,可知拉力小于 mg ,故 A 错误;在软绳从静止到刚离开滑轮的过程中,拉力对软绳做了功,软绳的机械能不守恒,故 B 错误;设软绳刚离开滑轮的时候,物块和软绳的速度为 v ,根据机械能守恒定律有 $mg \cdot \frac{l}{2} + \frac{mg}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot v^2$,计算可得 $v = \frac{\sqrt{3gl}}{2}$,则物块机械能的减少量为 $E_{\text{减}} = mg \cdot \frac{l}{2} - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8}mgl$,故 C 正确;系统的机械能是守恒的,由于物块的机械能减少了 $\frac{1}{8}mgl$,所以软绳的机械能增加了 $\frac{1}{8}mgl$,故 D 错误.

- 6. D 【解析】**小球在水平位置和 D 点时速度均为 0,重力功率也为 0,故重力的功率先增大后减小,A 错误;设 AD 的长为 $3L$,根据机械能守恒定律得 $Mg \cdot 2L = mg \cdot 3L\cos 37^\circ$,解得 $M : m = 6 : 5$,B 错误;在水平位置和 D 点时,小球和小物块的速度相等且均为 0,AC 的长度不变,小球做圆周运动,其他位置小球的速度沿 BD 方向的分速度大小等于小物块的速度大小,因此只有 2 个位置两者的速度相等,C 错误;设小球在最低点 D 点时,沿 BD 方向的加速度大小为 a ,BD 中的拉力为 T ,根据牛顿第二定律得 $Mg - T =$

$Ma, T - mg \cos 53^\circ = ma$, 解得 $T = \frac{8}{11}Mg$, D 正确。

7. B 【解析】在小球 A 下落到最低点的过程中, A 和 B 组成的系统只有重力做功, 故 A 和 B 组成的系统机械能守恒, 故 A 错误; 刚释放小球 A 时, 由牛



顿第二定律可知 $2mg \sin \theta = 2ma$, 解得 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}g$, 故 B 正确; 小环 B 的速度最大时, 小环 B 在竖直方向上的合力为零, 轻杆的弹力竖直分量为 mg , 而只有 A 到达最低点, B 速度为零时, 轻杆的水平分量才为零, 故小环 B 的速度最大时, 轻杆弹力大于 mg , 故 C 错误; 如图所示, 设 A 初始时刻距离最低点的距离为 h_1 , 由几何关

系可知 $R \sin \theta + \frac{h_1 - \frac{1}{2}R}{\tan \theta} = 1.5R \sin \theta$, 解得 $h_1 = \frac{5}{4}R$, 设小环 B 初始时刻距离最低点的距离为 h_2 , 由几何关系可知 $h_2 = h_1 + 1.5R \cos \theta = 2R$, 由系统机械能守恒可知 $2mgh_1 + mg(h_2 - 1.5R) = \frac{1}{2} \times 2mv_A^2$, 解得 $v_A = \sqrt{3gR}$, 故 D 错误。

考点 27 功能关系的应用

1. AC 【解析】由功能关系知, 滑块机械能减少量等于克服摩擦力做的功, 滑块在水平面上做单向运动时, 摩擦力做功大小为 $W_f = \mu mgx$, 即摩擦力做功大小与滑块在水平面通过的距离成正比, 滑块在斜面上单向运动时, 设滑块在斜面上通过的距离为 L , 斜面倾角为 θ , 摩擦力做功大小为 $W_{f2} = \mu mg \cos \theta \times L = \mu mgx$, 即摩擦力做功大小与在斜面上通过的距离成正比, 也与斜面上通过的距离在水平方向的投影成正比, 且 x 增大时斜率为正, x 减小时斜率为负, A 正确, B 错误; 滑块在水平面上做单向运动时, 滑块的动能减少量等于克服摩擦力做的功, 摩擦力做功的大小与在水平面上通过的距离成正比, 滑块沿斜面向上运动时, 滑块的动能减少量等于克服摩擦力和重力做的功, 其大小为 $W_1 = \mu mg \cos \theta \times L + mgh = mgx(\mu + \tan \theta)$, 即滑块的动能减少量与滑块在水平方向上通过的距离成正比, 在水平面上减小得慢, 在斜面上减小得快, 滑块沿斜面向下运动时, 动能增加量等于重力做的功与摩擦力做的功之和, 有 $W_2 = mgh - \mu mg \cos \theta \times L = mgx(\tan \theta - \mu)$, 即滑块的动能增加量与滑块在水平方向上通过的距离成正比, C 正确, D 错误。

2. B 【解析】物块静止在 A 点时, 由平衡条件有 $mg \sin \theta = kl$, 物块从 D 点向下运动到 A 点的过程中, 在 BD 段的动摩擦因数为 $\mu = \tan \theta$, 则 $\mu mg \cos \theta = mg \sin \theta$, 即物块在 BD 段所受的合力等于弹簧的弹力, 分析知物块在 D 点时的合力最大, 加速度最大, 设为 a_m , 根据牛顿第二定律可得 $k \cdot 3l = ma_m$, 联立解得 $a_m = 3g \sin \theta$, 故 D 错误; 物块在 BD 段上运动时, 要克服摩擦力做功, 系统的机械能不断减少, 系统的平衡位置在 A 点, 设 A 点沿斜面向下为 $2l$ 处的点为 E, 则最终物块在 E、B 之间做简谐运动, 故 A 错误; 设物块在 D 点时弹簧的弹性势能为 E_p , 从 D 到 O, 由能量守恒定律得 $E_p + mg3l \sin \theta = (\mu mg \cos \theta) \cdot 2l + \frac{1}{2}mv^2$, 根据在 BD 段的动摩擦因

数为 $\mu = \tan\theta$, 则 $\mu mg \cos \theta = mg \sin \theta$, 联立解得 $E_p = \frac{1}{2}mv^2 - mgl \sin \theta$, 故 B 正确; 最终物块在 E、B 之间做简谐运动, 对全过程, 运用能量守恒定律得 $E_p + 2mgl \sin \theta = Q + E_{pB}$, 由于 $AO = BO = l$, 所以物块位于 B 点和 A 点时, 弹簧的弹性势能相等, 均为 E, 联立解得, 全过程中因摩擦产生的热量为 $Q = \frac{1}{2}mv^2 + mgl \sin \theta - E$, 故 C 错误.

3. A 【解析】把绳子左端点的实际速度分解为沿绳和垂直绳两个

方向, 有 $v_{\text{货}} = \frac{v_{\text{绳}}}{\cos 2\theta}$, 把绳子右端点的实际速度分解为沿绳和垂直绳两个方向, 有 $v = \frac{v_{\text{绳}}}{\cos \theta}$, 联立可得 $v_{\text{货}} = \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta}v$, A 正确, B 错误; 根据功能关系, 缆绳对货物做的功转化成货物的动能和增加的重力势能, 有 $W_{\text{绳}} = \frac{1}{2}mv_{\text{货}}^2 + mgh = \frac{mv^2 \cos^2 \theta}{2 \cos^2 2\theta} + mgh$, C 错误; 此过程中绳子的拉力一直对货物做正功, 则货物的机械能一直变大, D 错误.

4. B 【解析】设 A、B 的质量均为 m , 选取两物体和绳的整体为研究

对象, 由动能定理可得, 从 B 开始运动至落地有 $mgh - \mu mgh = \frac{1}{2} \times 2mv^2$, 从 A 做匀减速运动至停止, 有 $-\mu mg \cdot (s-h) = -\frac{1}{2}mv^2$, 联立以上二式得 $mgh - \mu mg(2s-h) = 0$, 解得 $\mu = \frac{1}{3}$, 故 A 错误; B 落地后 A 做减速运动的加速度 $a = \mu g \approx 3.3 \text{ m/s}^2$, 故 B 正确; 由于 B 落地损失动能, 同时 A 受到桌面的摩擦力做功, 故系统的机械能不守恒, 故 C 错误; B 下落减少的重力势能等于 A、B 获得的动能和 A 克服摩擦力做的功, B 落地损失的机械能等于 B 落地时的动能, 故 D 错误.

5. CD 【解析】由于在 8 s 末小铁块恰好未从长木板上掉落, 则在

8 s 末小铁块与长木板共速, 即为 16 m/s, 小铁块在 0~8 s 内做匀加速直线运动, A 错误; 在 0~8 s 内小铁块的位移大小为 $s_1 = \frac{16}{2} \times 8 \text{ m} = 64 \text{ m}$, 长木板的位移大小为 $s_2 = \frac{24}{2} \times 6 \text{ m} + \frac{24+16}{2} \times 2 \text{ m} = 112 \text{ m}$, 长木板长度为 $L = s_2 - s_1 = 48 \text{ m}$, B 错误; 此过程中小铁块和长木板间因摩擦而产生的热量为 $Q = \mu mgL = 192 \text{ J}$, C 正确; 设水平向右为正方向, 在 0~6 s 内, 对木板由牛顿第二定律有 $F_1 - \mu mg = Ma_1$, 其中 $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$, 解得 $F_1 = 12 \text{ N}$, 方向向右, 在 6~8 s 内, 对木板由牛顿第二定律有 $F_2 - \mu mg = ma_2$, 其中 $a_2 = -4 \text{ m/s}^2$, 解得 $F_2 = -4 \text{ N}$, 即 F_2 大小为 4 N, 方向向左, D 正确.

6. (1) $\mu g \cos \theta - g \sin \theta$ $5g \sin \theta - \mu g \cos \theta$

$$(2) \frac{(5 \sin \theta - \mu \cos \theta) x_0}{2 \sin \theta}$$

$$(3) \frac{18x_0 \sin \theta - gt^2(\mu \cos \theta - \sin \theta)^2}{2(\mu \cos \theta + \sin \theta)} + \frac{gt^2(\mu \cos \theta - \sin \theta)^2}{2 \sin \theta}$$

【解析】(1) 初始时, 整个系统处于静止状态, 则有 $kx_0 = 2mg \sin \theta$, 解除锁定的瞬间, 对于 A, 有 $\mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma_A$, 对于 B, 有 $k \cdot 3x_0 - mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma_B$, 解得 $a_A = \mu g \cos \theta - g \sin \theta$, $a_B =$

$$5g\sin\theta - \mu g\cos\theta.$$

(2) B 速度最大时,其加速度为 0,则有 $kx = mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta$, B 的位移大小 $x_1 = 3x_0 - x$, 解得 $x_1 = \frac{(5\sin\theta - \mu\cos\theta)x_0}{2\sin\theta}$.

(3) 从解除锁定到共速,设 A 、 B 的位移大小分别为 x_2 、 x_3 , 共同速度为 v , 对于 A , 有 $v = a_A t$, $x_2 = \frac{1}{2}a_A t^2$, 对于系统, 能量守恒, 则有

$$\frac{1}{2}k(3x_0)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2mv^2 + mgx_2\sin\theta + mgx_3\sin\theta + \mu mg\cos\theta \cdot (x_3 - x_2),$$

由题意知 $\mu > \tan\theta$, 则共速后, A 与 B 一起沿斜面向上做匀减速运动,

对 A 、 B 整体 (A 、 B 整体的位移大小为 x_4), 有 $-2mgx_4\sin\theta = 0 - \frac{1}{2} \times$

$2mv^2$, 所以 B 沿斜面向上运动的最大位移为 $x_m = x_3 + x_4$, 解得 $x_m =$

$$\frac{18x_0\sin\theta - gt^2(\mu\cos\theta - \sin\theta)^2}{2(\mu\cos\theta + \sin\theta)} + \frac{gt^2(\mu\cos\theta - \sin\theta)^2}{2\sin\theta}.$$

7. D 【解析】 设快递盒从 A 点运动到 C 点与传送带共速, 根据动

能定理得 $-mg\sin\theta \cdot x + \mu mg\cos\theta \cdot x = \frac{1}{2}mv^2 - 0$, 解得 $x =$

$$\frac{v^2}{2g(\mu\cos\theta - \sin\theta)}, \text{ 则滑动摩擦力对快递盒做功为 } W_f = \mu mg\cos\theta \cdot$$

$$x = \frac{\mu mv^2 \cos\theta}{2(\mu\cos\theta - \sin\theta)}, \text{ 但是实际上快递盒受到的摩擦力先是滑动}$$

摩擦力后是静摩擦力, 因此摩擦力对快递盒做功大于

$$\frac{\mu mv^2 \cos\theta}{2(\mu\cos\theta - \sin\theta)}, \text{ A 错误; 设快递盒匀加速运动的时间为 } t, \text{ 则根}$$

据对于匀变速直线运动某段时间的平均速度等于中间时刻的瞬时速度得, 快递盒与传送带的相对位移大小为 $\Delta x = x_{\text{带}} - x_{\text{盒}} = vt -$

$$\frac{1}{2}vt = 0.5vt, \text{ 又因为在此过程中快递盒自身的位移也为 } 0.5vt, \text{ 所}$$

以摩擦力产生的热量与滑动摩擦力对快递盒做的功相等, 则 $Q =$

$$\frac{\mu mv^2 \cos\theta}{2(\mu\cos\theta - \sin\theta)}, \text{ 所以系统摩擦生热为 } \frac{\mu mv^2 \cos\theta}{2(\mu\cos\theta - \sin\theta)}, \text{ C 错误;}$$

快递盒对传送带做功的大小即为电动机多做的功, 由能量守恒定律得, 电动机多做的功转化成快递盒的动能和重力势能及系统的内能, 所以电动机需要多做的功为 $W_{\text{机}} = E_{k\text{盒}} + Q + \Delta E_p =$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{\mu mv^2 \cos\theta}{2(\mu\cos\theta - \sin\theta)} + mgl\sin\theta, \text{ B 错误, D 正确.}$$

8. (1) 17.2 N (2) 0.42 s (3) 见解析

【解析】 (1) 由动能定理得 $mgx\sin\theta - \mu mg\cos\theta \cdot x + mgR(1 -$

$$\cos\theta) = \frac{1}{2}mv_c^2, \text{ 在 } c \text{ 点, 由牛顿第二定律得 } F_N - mg = \frac{mv_c^2}{R}, \text{ 联立解}$$

得 $v_c = 3 \text{ m/s}$, $F_N = 17.2 \text{ N}$, 根据牛顿第三定律得, 滑块滑到圆弧面上 c 点时对轨道的压力大小 $F'_N = F_N = 17.2 \text{ N}$.

(2) 假设滑块可以在传送带上由 3 m/s 加速到 5 m/s , 则有 $\mu mg = ma$, $v^2 - v_c^2 = 2ax_0$, 解得 $a = 5 \text{ m/s}^2$, $x_0 = 1.6 \text{ m} < 1.7 \text{ m}$, 则滑块在传送带上先加

$$\text{速后匀速, 有 } t_1 = \frac{v - v_c}{a} = 0.4 \text{ s}, t_2 = \frac{L_{cd} - x_0}{v} = 0.02 \text{ s}, \text{ 则 } t = t_1 + t_2 = 0.42 \text{ s}.$$

(3) ①假设滑块恰好从 c 点一直加速到 d 点, 则 $v^2 - v_c^2 = 2aL_{cd}$, 解得 $v_c = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$, 下滑过程, 由动能定理得 $mgx_1\sin\theta - \mu mg\cos\theta \cdot$

$$x_1 + mgR(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv_{c1}^2, \text{解得 } x_1 = 0.75 \text{ m, 当 } 0 < x \leq 0.75 \text{ m 时,}$$

$$\text{有 } L = \sqrt{2[gx\sin \theta - \mu g\cos \theta \cdot x + gR(1 - \cos \theta)] + 2aL_{cd}} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} =$$

$$\sqrt{22+4x} \text{ (m)}; \text{②假设滑块恰好从 } c \text{ 点一直减速到 } d \text{ 点, 则有 } v^2 -$$

$$v_{c2}^2 = -2aL_{cd}, \text{解得 } v_{c2} = \sqrt{42} \text{ m/s, 下滑过程, 由动能定理得 } mgx_2\sin \theta -$$

$$\mu mg\cos \theta \cdot x_2 + mgR(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv_{c2}^2, \text{解得 } x_2 = 9.25 \text{ m, 当 } x \geq$$

$$9.25 \text{ m 时, } L = \sqrt{2[gx\sin \theta - \mu g\cos \theta \cdot x + gR(1 - \cos \theta)] - 2aL_{cd}} \cdot$$

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{4x-12} \text{ (m)}; \text{③当 } 0.75 \text{ m} < x < 9.25 \text{ m 时, 滑块到 } d \text{ 点的速}$$

$$\text{度均为 } v = 5 \text{ m/s, 则有 } L = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 5 \text{ m. 综上, 当 } x \leq 0.75 \text{ m 时,}$$

$$L = \sqrt{22+4x} \text{ (m)}; \text{当 } 0.75 \text{ m} < x < 9.25 \text{ m 时, } L = 5 \text{ m}; \text{当 } x \geq$$

$$9.25 \text{ m 时, } L = \sqrt{4x-12} \text{ (m)}.$$

9. AD 【解析】在 B 点, 当轨道对小球的弹力恰好为零时(**关键点:**

重力提供向心力), 根据向心力公式有 $mg = m \frac{v_B^2}{r}$, 解得 $v_B =$

$$1 \text{ m/s, 从 } P \text{ 点到 } B \text{ 点, 根据功能关系有 } E_{p1} = mg(h+r) + \frac{1}{2}mv_B^2,$$

解得 $E_{p1} = 1.3 \text{ J}$, 故 A 正确; 若小球恰好到达 F 点(**关键点: 双轨**

道模型, 最高点的速度为零), 从 P 点到 F 点, 根据功能关系有

$$E_{p2} = mg(h-r+2R) + mgL, \text{解得 } E_{p2} = 2 \text{ J, 故 B 错误; 当 } E_{p1} = 1.3 \text{ J}$$

$$\text{时, 设小球在 } EO \text{ 上运动的路程为 } x, \text{ 则有 } E_{p1} - mg(h-r) = \mu mgx,$$

$$\text{解得 } x = 1.25 \text{ m} > L, \text{ 则小球进入细管后又返回 } EO \text{ 轨道, 并停在}$$

$$EO \text{ 间, 若小球恰好到达 } F \text{ 点, 则 } E_{p2} = 2 \text{ J, 小球返回后, 由功能关}$$

$$\text{系可得 } mg \cdot 2R = E_k + \mu mgL, \text{ 可得 } mgr < E_k < 2mgr + \frac{1}{2}mv_B^2, \text{ 小球在}$$

$$CB \text{ 间脱离轨道, 若小球在到达 } F \text{ 点前返回恰好到达 } C \text{ 点, 从 } P$$

$$\text{点到 } C \text{ 点, 根据功能关系有 } E_{p3} = mgh + \mu mg \cdot 2L, \text{ 解得 } E_{p3} = 1.8 \text{ J,}$$

$$\text{故要使小球最终停在 } EO \text{ 段, 弹簧的弹性势能应满足 } 1.3 \text{ J} \leq$$

$$E_p \leq 1.8 \text{ J, 故 C 错误; 若弹簧弹性势能 } E_p > 2 \text{ J, 根据功能关系有}$$

$$E_p = mg(h-r) + \mu mg(L+x), \text{ 则弹簧弹性势能 } E_p \text{ 与小球最终停下的}$$

$$\text{位置坐标 } x \text{ (以 } O \text{ 点为坐标原点, } O \text{ 点指向 } G \text{ 点的方向为正方}$$

$$\text{向建立 } x \text{ 轴) 的关系为 } E_p = 0.4x + 1.2 \text{ (J)}, \text{ 故 D 正确.}$$

10. (1) 8 m/s (2) 64 J (3) 12 m

【解析】(1) 小物块第一次从 A 点运动至 P 点时, 根据动能定理

$$\text{有 } mgL\sin \theta - \mu mgL\cos \theta = \frac{1}{2}mv_1^2, \text{解得 } v_1 = 8 \text{ m/s.}$$

一题多解

小物块第一次从 A 点运动至 P 点时, 有 $mgsin \theta - \mu mg\cos \theta = ma_0, v_1^2 = 2a_0L$, 解得 $v_1 = 8 \text{ m/s}$.

$$(2) \text{物块在传送带上运动的加速度大小为 } a = \mu g = 2.5 \text{ m/s}^2,$$

$$\text{物块沿传送带运动到最远处的位移为 } x_1 = \frac{v_1^2}{2a} = \frac{8^2}{2 \times 2.5} \text{ m} = 12.8 \text{ m,}$$

$$\text{物块沿传送带运动到最远处所用的时间 } t = \frac{v_1}{a} = \frac{8}{2.5} \text{ s} = 3.2 \text{ s,}$$

$$\text{物块与传送带间相对位移大小为 } \Delta x = x_1 + vt = 12.8 + 3.2 \times 4 \text{ m} = 25.6 \text{ m,}$$

摩擦产生的热量为 $Q = f\Delta x = \mu mg\Delta x = 0.25 \times 2 \times 10 \times 25.6 \text{ J} = 128 \text{ J}$, 根据能量守恒, 电动机因传送物块多做的功为 $W = Q - E_k = Q - \frac{1}{2}mv_1^2 = 64 \text{ J}$.

(3) 设从释放到最终停止运动, 小物块在斜面上运动的总路程为 s , 经过多次往返后, 小物块最终停在斜面底端 (关键点: 小球不能在斜面上静止), 除第一次返回斜面外, 其余每次在传送带上往返运动时的过程都具有对称性, 从第一次返回斜面到最终停止运动, 根据功能可得 $\mu mg(s - L) \cos \theta = \frac{1}{2}mv^2$, 解得 $s = 12 \text{ m}$.