

2024 年云南省中考数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 中国是最早使用正负数表示具有相反意义的量的国家. 若向北运动100米记作+100米, 则向南运动100米可记作 ()

- A. 100米 B. -100米 C. 200米 D. -200米

2. 某市今年参加初中学业水平考试的学生大约有 57800 人, 57800 用科学记数法可以表示为 ()

- A. 5.78×10^4 B. 57.8×10^3 C. 578×10^2 D. 5780×10

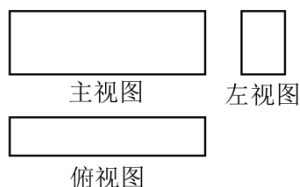
3. 下列计算正确的是 ()

- A. $x^3 + 5x^3 = 6x^4$ B. $x^6 \div x^3 = x^5$ C. $(a^2)^3 = a^7$ D. $(ab)^3 = a^3b^3$

4. 式子 \sqrt{x} 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 0$ B. $x \geq 0$ C. $x < 0$ D. $x \leq 0$

5. 某图书馆的一个装饰品是由几个几何体组合成的. 其中一个几何体的三视图 (主视图也称正视图, 左视图也称侧视图) 如图所示, 这个几何体是 ()



- A. 正方体 B. 圆柱 C. 圆锥 D. 长方体

6. 一个七边形的内角和等于 ()

- A. 540° B. 900° C. 980° D. 1080°

7. 甲、乙、丙、丁四名运动员参加射击项目选拔赛, 每人 10 次射击成绩的平均数 \bar{x} (单位: 环) 和方差 s^2 如下表所示:

	甲	乙	丙	丁
\bar{x}	9.9	9.5	8.2	8.5
s^2	0.09	0.65	0.16	2.85

根据表中数据，从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛，应该选择（ ）

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

8. 已知 AF 是等腰 $\triangle ABC$ 底边 BC 上的高，若点 F 到直线 AB 的距离为 3，则点 F 到直线 AC 的距离为（ ）

- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. 3 D. $\frac{7}{2}$

9. 两年前生产 1 千克甲种药品的成本为 80 元，随着生产技术的进步，现在生产 1 千克甲种药品的成本为 60 元. 设甲种药品成本的年平均下降率为 x ，根据题意，下列方程正确的是（ ）

- A. $80(1-x^2)=60$ B. $80(1-x)^2=60$
C. $80(1-x)=60$ D. $80(1-2x)=60$

10. 按一定规律排列的代数式： $2x$ ， $3x^2$ ， $4x^3$ ， $5x^4$ ， $6x^5$ ， \cdots ，第 n 个代数式是（ ）

- A. $2x^n$ B. $(n-1)x^n$ C. nx^{n+1} D. $(n+1)x^n$

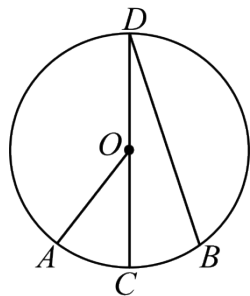
11. 中华文明，源远流长；中华汉字，寓意深广. 下列四个选项中，是轴对称图形的为（ ）

- A. 爱 B. 国 C. 敬 D. 业

12. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $BC=4$ ，则 $\tan A$ 的值为（ ）

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{4}$

13. 如图， CD 是 $\odot O$ 的直径，点 A 、 B 在 $\odot O$ 上. 若 $\widehat{AC}=\widehat{BC}$ ， $\angle AOC=36^\circ$ ，则 $\angle D=$ （ ）



- A. 9° B. 18° C. 36° D. 45°

14. 分解因式： $a^3-9a=$ （ ）

- A. $a(a-3)(a+3)$ B. $a(a^2+9)$ C. $(a-3)(a+3)$ D.

$$a^2(a-9)$$

15. 某校九年级学生参加社会实践，学习编织圆锥型工艺品．若这种圆锥的母线长为40厘米，底面圆的半径为30厘米，则该圆锥的侧面积为（ ）

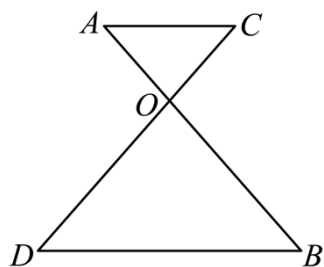
- A. 700π 平方厘米 B. 900π 平方厘米
C. 1200π 平方厘米 D. 1600π 平方厘米

二、填空题

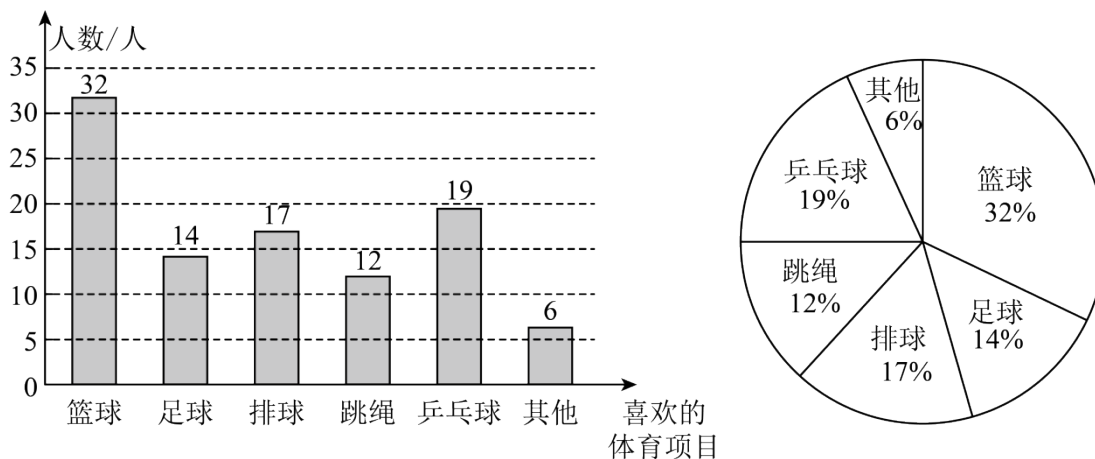
16. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 无实数根，则实数 k 的取值范围是_____.

17. 已知点 $P(2, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{10}{x}$ 的图象上，则 $n =$ _____.

18. 如图， AB 与 CD 交于点 O ，且 $AC \parallel BD$ ．若 $\frac{OA+OC+AC}{OB+OD+BD} = \frac{1}{2}$ ，则 $\frac{AC}{BD} =$ _____.



19. 某中学为了丰富学生的校园体育锻炼生活，决定根据学生的兴趣爱好采购一批体育用品供学生课后锻炼使用．学校数学兴趣小组为给学校提出合理的采购意见，随机抽取了该校学生100人，了解他们喜欢的体育项目，将收集的数据整理，绘制成如下统计图：



注：该校每位学生被抽到的可能性相等，每位被抽样调查的学生选择且只选择一种喜欢的体育项目．

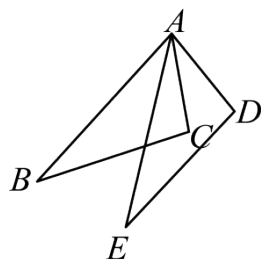
若该校共有学生1000人，则该校喜欢跳绳的学生大约有_____人．

三、解答题

20. 计算： $7^0 + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} + \left| -\frac{1}{2} \right| - (\sqrt{5})^2 - \sin 30^\circ$.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中， $AB = AE$ ， $\angle BAE = \angle CAD$ ， $AC = AD$.

求证： $\triangle ABC \cong \triangle AED$.



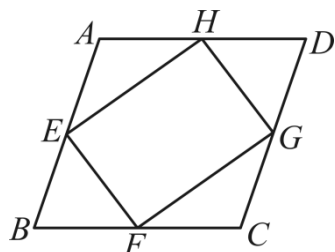
22. 某旅行社组织游客从 A 地到 B 地的航天科技馆参观，已知 A 地到 B 地的路程为 300 千米，乘坐 C 型车比乘坐 D 型车少用 2 小时，C 型车的平均速度是 D 型车的平均速度的 3 倍，求 D 型车的平均速度.

23. 为使学生更加了解云南，热爱家乡，热爱祖国，体验“有一种叫云南的生活”. 某校七年级年级组准备从博物馆 a 、植物园 b 两个研学基地中，随机选择一个基地研学，且每个基地被选到的可能性相等；八年级年级组准备从博物馆 a 、植物园 b 、科技馆 c 三个研学基地中，随机选择一个基地研学，且每个基地被选到的可能性相等. 记选择博物馆 a 为 a ，选择植物园 b 为 b ，选择科技馆 c 为 c ，记七年级年级组的选择为 x ，八年级年级组的选择为 y .

(1) 请用列表法或画树状图法中的一种方法，求 (x, y) 所有可能出现的结果总数；

(2) 求该校七年级年级组、八年级年级组选择的研学基地互不相同的概率 P .

24. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 、 G 、 H 分别是各边的中点，且 $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ，四边形 $EFGH$ 是矩形.



(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 若矩形 $EFGH$ 的周长为 22，四边形 $ABCD$ 的面积为 10，求 AB 的长.

25. A、B 两种型号的吉祥物具有吉祥如意、平安幸福的美好寓意，深受大家喜欢.

$CE + EB > CB$ ，你认为哪个正确？请说明理由.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	D	B	D	B	A	C	B	D
题号	11	12	13	14	15					
答案	D	B	B	A	C					

1. B

【分析】本题考查了正负数的意义，根据正负数的意义即可求解，理解正负数的意义是解题的关键.

【详解】解：若向北运动100米记作+100米，则向南运动100米可记作-100米，

故选：B.

2. A

【分析】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正整数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负整数.

【详解】解： $57800 = 5.78 \times 10^4$ ，

故选：A.

3. D

【分析】本题考查了合并同类项、幂的乘方、积的乘方、同底数幂的除法，熟练掌握运算法则是解答的关键. 利用合并同类项法则、幂的乘方运算法则、同底数幂的除法运算法则、积的乘方运算法则进行运算，并逐项判断即可.

【详解】解：A、 $x^3 + 5x^3 = 6x^3$ ，选项计算错误，不符合题意；

B、 $x^6 \div x^3 = x^3$ ，选项计算错误，不符合题意；

C、 $(a^2)^3 = a^6$ ，选项计算错误，不符合题意；

D、 $(ab)^3 = a^3b^3$ ，选项计算正确，符合题意；

故选：D.

4. B

【分析】本题主要考查了二次根式有意义的条件. 根据二次根式有意义的条件，即可求

解.

【详解】解：∵式子 \sqrt{x} 在实数范围内有意义，

∴ x 的取值范围是 $x \geq 0$.

故选：B.

5. D

【分析】本题考查了几何体的三视图，熟悉各类几何体的三视图是解决本题的关键. 根据长方体三视图的特点确定结果.

【详解】解：根据三视图的特点：几何体的三视图都是长方形，确定该几何体为长方体.

故选：D.

6. B

【分析】本题考查多边形的内角和，根据 n 边形的内角和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 求解，即可解题.

【详解】解：一个七边形的内角和等于 $(7-2) \times 180^\circ = 900^\circ$,

故选：B.

7. A

【分析】本题考查根据平均数和方差作决策，重点考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定. 结合表中数据，先找出平均数最大的运动员；再根据方差的意义，找出方差最小的运动员即可.

【详解】解：由表中数据可知，射击成绩的平均数最大的是甲，射击成绩方差最小的也是甲，

∴从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛，应该选择甲，

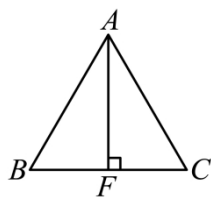
故选：A.

8. C

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，角平分线的性质定理，熟练掌握知识点是解题的关键.

由等腰三角形“三线合一”得到 AF 平分 $\angle BAC$ ，再角平分线的性质定理即可求解.

【详解】解：如图，



$\because AF$ 是等腰 $\triangle ABC$ 底边 BC 上的高,

$\therefore AF$ 平分 $\angle BAC$,

\therefore 点 F 到直线 AB , AC 的距离相等,

\because 点 F 到直线 AB 的距离为 3,

\therefore 点 F 到直线 AC 的距离为 3.

故选: C.

9. B

【分析】本题考查了一元二次方程的应用, 根据甲种药品成本的年平均下降率为 x , 利用现在生产 1 千克甲种药品的成本 = 两年前生产 1 千克甲种药品的成本 $\times (1 - \text{平均下降率})^2$, 即可得出关于 x 的一元二次方程.

【详解】解: \because 甲种药品成本的年平均下降率为 x ,

根据题意可得 $80(1-x)^2 = 60$,

故选: B.

10. D

【分析】本题考查了数列的规律变化, 根据数列找到变化规律即可求解, 仔细观察和总结规律是解题的关键.

【详解】解: \because 按一定规律排列的代数式: $2x$, $3x^2$, $4x^3$, $5x^4$, $6x^5$, \dots ,

\therefore 第 n 个代数式是 $(n+1)x^n$,

故选: D.

11. D

【分析】本题主要考查轴对称图形的定义, 根据轴对称图形的定义 (如果一个平面图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形就叫做轴对称图形,) 进行逐一判断即可.

【详解】解: A、图形不是轴对称图形, 不符合题意;

B、图形不是轴对称图形, 不符合题意;

C、图形不是轴对称图形, 不符合题意;

D、图形是轴对称图形，符合题意；

故选：D.

12. B

【分析】根据三角函数的定义求解即可.

【详解】解：∵在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3},$$

故选：B.

【点睛】本题考查了正切的定义，解题关键是理解三角函数的定义.

13. B

【分析】本题考查了弧弦圆心角的关系，圆周角定理，连接 OB ，由 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ 可得

$\angle BOC = \angle AOC = 36^\circ$ ，进而由圆周角定理即可求解，掌握圆的有关性质是解题的关键.

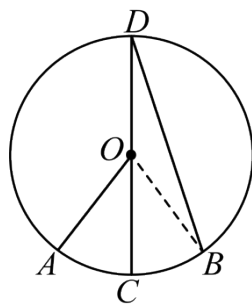
【详解】解：连接 OB ，

$$\because \widehat{AC} = \widehat{BC},$$

$$\therefore \angle BOC = \angle AOC = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \angle BOC = 18^\circ,$$

故选：B.



14. A

【分析】本题考查了提取公因式和公式法进行因式分解，熟练掌握知识点是解题的关键.

将 $a^3 - 9a$ 先提取公因式，再运用平方差公式分解即可.

$$\text{【详解】解： } a^3 - 9a = a(a^2 - 9) = a(a+3)(a-3),$$

故选：A.

15. C

【分析】本题考查了圆锥的侧面积，先求出圆锥底面圆的周长，再根据圆锥的侧面积计算公

式计算即可求解，掌握圆锥侧面积计算公式是解题的关键．

【详解】解：圆锥的底面圆周长为 $2\pi \times 30 = 60\pi$ 厘米，

\therefore 圆锥的侧面积为 $\frac{1}{2} \times 60\pi \times 40 = 1200\pi$ 平方厘米，

故选：C．

16. $k > 1$.

【详解】试题分析： \because 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 无实数根， $\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times k = 4 - 4k < 0$ ，解得 $k > 1$.

考点：一元二次方程根的判别式.

17. 5

【分析】本题考查反比例函数图象上点的坐标特征，将点 $P(2, n)$ 代入 $y = \frac{10}{x}$ 求值，即可解题.

【详解】解： \because 点 $P(2, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{10}{x}$ 的图象上，

$\therefore n = \frac{10}{2} = 5$ ，

故答案为：5.

18. $\frac{1}{2} / 0.5$

【分析】本题考查相似三角形的判定和性质，证明 $\triangle ACO \sim \triangle BDO$ ，根据相似三角形周长之比等于相似比，即可解题.

【详解】解： $\because AC \parallel BD$ ，

$\therefore \triangle ACO \sim \triangle BDO$ ，

$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{OA + OC + AC}{OB + OD + BD} = \frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$.

19. 120

【分析】本题考查了条形统计图和扇形统计图，用1000乘以12%即可求解，看懂统计图是解题的关键.

【详解】解：该校喜欢跳绳的学生大约有 $1000 \times 12\% = 120$ 人，

故答案为：120.

20. 2

【分析】本题考查了实数的混合运算，掌握零指数幂，负整指数幂，特殊角的三角函数值，二次根式的性质，绝对值化简是解题的关键．根据相关运算法则分别进行计算，再进行加减运算，即可解题．

【详解】解： $7^0 + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} + \left| -\frac{1}{2} \right| - (\sqrt{5})^2 - \sin 30^\circ$ ，
 $= 1 + 6 + \frac{1}{2} - 5 - \frac{1}{2}$ ，
 $= 2$ ．

21. 见解析

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质，熟练掌握三角形全等的判定定理是解题关键．利用“SAS”证明 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ，即可解决问题．

【详解】证明： $\because \angle BAE = \angle CAD$ ，
 $\therefore \angle BAE + \angle EAC = \angle CAD + \angle EAC$ ，即 $\angle BAC = \angle EAD$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中，

$$\begin{cases} AB = AE \\ \angle BAC = \angle EAD, \\ AC = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED$ (SAS)．

22. D 型车的平均速度为 100km/h

【分析】本题考查分式方程的应用，设 D 型车的平均速度为 $x\text{km/h}$ ，则 C 型车的平均速度是 $3x\text{km/h}$ ，根据“乘坐 C 型车比乘坐 D 型车少用 2 小时，”建立方程求解，并检验，即可解题．

【详解】解：设 D 型车的平均速度为 $x\text{km/h}$ ，则 C 型车的平均速度是 $3x\text{km/h}$ ，

根据题意可得， $\frac{300}{x} - \frac{300}{3x} = 2$ ，

整理得， $6x = 600$ ，

解得 $x = 100$ ，

经检验 $x = 100$ 是该方程的解，

答： D 型车的平均速度为 100km/h ．

23. (1)见解析

(2) $\frac{2}{3}$

【分析】本题考查利用列表法或画树状图求概率，解题的关键在于根据题意列表或画树状图.

(1) 根据题意列出表格（或画出树状图）即可解题；

(2) 根据概率=所求情况数与总情况数之比. 由表格（或树状图），得到共有 6 个等可能的结果，该校七年级年级组、八年级年级组选择的研学基地互不相同的情况有 4 种，再由概率公式求解即可.

【详解】(1) 解：由题意可列表如下：

	a	b
a	(a,a)	(b,a)
b	(a,b)	(b,b)
c	(a,c)	(b,c)

由表格可知， (x,y) 所有可能出现的结果总数为以上 6 种；

(2) 解：由表格可知，该校七年级年级组、八年级年级组选择的研学基地互不相同的情况有 4 种，

$$\therefore P(\text{七年级年级组、八年级年级组选择的研学基地互不相同}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

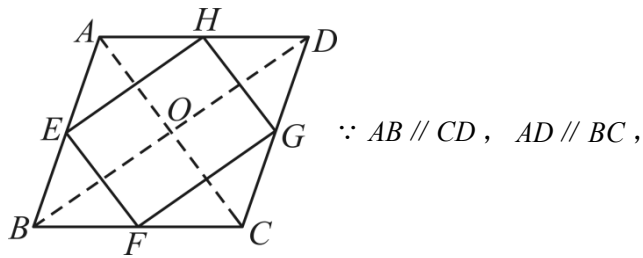
24. (1)见解析

(2) $\sqrt{111}$

【分析】(1) 连接 BD ， AC ，证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形，再利用三角形中位线定理得到 $GF \parallel BD$ ， $HG \parallel AC$ ，利用矩形的性质得到 $BD \perp AC$ ，即可证明四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 利用三角形中位线定理和菱形性质得到 $\frac{1}{2}BD + \frac{1}{2}AC = OA + OB = 11$ ，利用 $S_{\triangle AOB}$ 面积公式得到 $2OA \cdot OB = 10$ ，再利用完全平方公式结合勾股定理进行变形求解即可得到 AB .

【详解】(1) 解：连接 BD ， AC ，



∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ 四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别是各边的中点,

∴ $GF \parallel BD$, $HG \parallel AC$,

∴ 四边形 $EFGH$ 是矩形,

∴ $HG \perp GF$,

∴ $BD \perp AC$,

∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 解: ∵ 四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别是各边的中点,

$$\therefore GF = EH = \frac{1}{2}BD, \quad HG = EF = \frac{1}{2}AC,$$

∴ 矩形 $EFGH$ 的周长为 22,

$$\therefore BD + AC = 22,$$

∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\text{即 } \frac{1}{2}BD + \frac{1}{2}AC = OA + OB = 11,$$

∴ 四边形 $ABCD$ 的面积为 10,

$$\therefore \frac{1}{2}BD \cdot AC = 10, \quad \text{即 } 2OA \cdot OB = 10,$$

$$\therefore (OA + OB)^2 = OA^2 + 2OA \cdot OB + OB^2 = 121,$$

$$\therefore OA^2 + OB^2 = 121 - 10 = 111,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{111}.$$

【点睛】本题考查了平行四边形性质和判定, 矩形的性质和判定, 三角形中位线定理, 菱形的性质和判定, 菱形面积公式, 勾股定理, 完全平方公式, 熟练掌握相关性质是解题的关键.

$$25. (1) \begin{cases} a = 40 \\ b = 50 \end{cases}$$

$$(2) 564$$

【分析】本题考查了一次函数、一元一次不等式、二元一次方程组的应用，根据题意正确列出方程和函数解析式是解题的关键.

(1) 根据“购买 8 个 A 种型号吉祥物和 7 个 B 种型号吉祥物，则一共需要 670 元；购买 4 个 A 种型号吉祥物和 5 个 B 种型号吉祥物，则一共需要 410 元”建立二元一次方程组求解，即可解题；

(2) 根据“且购买 A 种型号吉祥物的数量 x (单位：个) 不少于 B 种型号吉祥物数量的 $\frac{4}{3}$ ，又不超过 B 种型号吉祥物数量的 2 倍.”建立不等式求解，得到 $\frac{360}{7} \leq x \leq 60$ ，再根据总利润 = A 种型号吉祥物利润 + B 种型号吉祥物利润建立关系式，最后根据一次函数的性质即可得到 y 的最大值.

【详解】(1) 解：由题知，
$$\begin{cases} 8a + 7b = 670 \\ 4a + 5b = 410 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} a = 40 \\ b = 50 \end{cases};$$

(2) 解： \because 购买 A 种型号吉祥物的数量 x 个，

则购买 B 种型号吉祥物的数量 $(90-x)$ 个，

\because 且购买 A 种型号吉祥物的数量 x (单位：个) 不少于 B 种型号吉祥物数量的 $\frac{4}{3}$ ，

$$\therefore x \geq \frac{4}{3}(90-x),$$

$$\text{解得 } x \geq \frac{360}{7},$$

\because A 种型号吉祥物的数量又不超过 B 种型号吉祥物数量的 2 倍.

$$\therefore x \leq 2(90-x),$$

$$\text{解得 } x \leq 60,$$

$$\text{即 } \frac{360}{7} \leq x \leq 60,$$

$$\text{由题知, } y = (40-35)x + (50-42)(90-x),$$

$$\text{整理得 } y = -3x + 720,$$

$\because y$ 随 x 的增大而减小，

$$\therefore \text{当 } x = 52 \text{ 时, } y \text{ 的最大值为 } y = -3 \times 52 + 720 = 564.$$

26. (1) $b = -3$

(2) 当 $M = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$ 时, $M > \frac{\sqrt{13}}{2}$; 当 $M = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$ 时, $M < \frac{\sqrt{13}}{2}$.

【分析】(1) 由对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$ 直接求解;

(2) 当 $M = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$ 时, $M > \frac{\sqrt{13}}{2}$; 当 $M = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$ 时, $M < \frac{\sqrt{13}}{2}$.

【详解】(1) 解: \because 抛物线 $y = x^2 + bx - 1$ 的对称轴是直线 $x = \frac{3}{2}$,

$$\therefore -\frac{b}{2 \times 1} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore b = -3;$$

(2) 解: $\because m$ 是抛物线 $y = x^2 + bx - 1$ 与 x 轴交点的横坐标,

$$\therefore m^2 - 3m - 1 = 0,$$

$$\therefore m^2 - 1 = 3m,$$

$$\therefore m^4 - 2m^2 + 1 = 9m^2,$$

$$\therefore m^4 = 11m^2 - 1,$$

$$\text{而 } m^2 = 3m + 1$$

$$\text{代入得: } m^4 = 11(3m + 1) - 1 = 33m + 10,$$

$$\therefore m^5 = m \cdot m^4 = (33m + 10)m = 33m^2 + 10m = 33(3m + 1) + 10m = 109m + 33,$$

$$\therefore M = \frac{m^5 - 33}{109} = \frac{109m + 33 - 33}{109} = m,$$

$$\because m^2 - 3m - 1 = 0,$$

$$\text{解得: } m = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2},$$

$$\text{当 } M = m = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \text{ 时, } M - \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{3}{2} > 0$$

$$\therefore M > \frac{\sqrt{13}}{2};$$

$$\text{当 } M = m = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \text{ 时, } M - \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{3 - 2\sqrt{13}}{2} < 0,$$

$$\therefore M < \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

【点睛】本题考查了二次函数的对称轴公式, 与 x 轴交点问题, 解一元二次方程, 无理数的大小比较, 解题的关键是对 m^5 进行降次处理.

27. (1) 90°

(2) 见解析

(3) $CE + EB = CB$ ，理由见解析

【分析】(1) 直接利用直径所对的圆周角是直角，即可得出结果；

(2) 证明 $\triangle ABM \sim \triangle AMN$ ，得到 $\angle MAN = \angle MAB$ ，根据平角的定义，得到 $\angle MAN = \angle MAB = 90^\circ$ ，即可得证；

(3) 连接 OA, OD, BD ，连接 OC 交 AD 于点 G ，易得 $OC \perp AD$ ，圆周角定理得到 $\angle ADB = 90^\circ$ ，推出 $OG \parallel BD$ ，进而得到 $\angle AOC = \angle ABD$ ，根据三角函数推出 $\angle HBE = \angle ABC$ ，得到 B, E, C 三点共线，即可得出结果．

【详解】(1) 解： $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，点 F 是 $\odot O$ 上异于 A, B 的点，

$\therefore \angle AFB = 90^\circ$ ；

(2) 证明： $\because AM \cdot BM = AB \cdot MN$ ，

$$\therefore \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BM}，$$

又 $\because \angle AMN = \angle ABM$ ，

$\therefore \triangle ABM \sim \triangle AMN$ ，

$\therefore \angle AMB = \angle N$ ， $\angle MAN = \angle MAB$ ，

$\because \angle MAN + \angle MAB = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle MAN = \angle MAB = 90^\circ$ ，

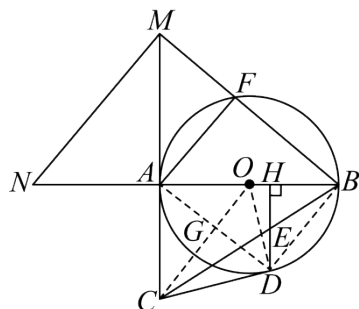
$\therefore OA \perp CA$ ，

$\because OA$ 是半径，

\therefore 直线 CM 与 $\odot O$ 相切；

(3) 我认为： $CE + EB = CB$ 正确，理由如下：

连接 OA, OD, BD ，连接 OC 交 AD 于点 G ，如图，则： $OA = OD$ ，



\therefore 点 O 在线段 AD 的中垂线上,
 $\because CA = CD$,
 \therefore 点 C 在线段 AD 的中垂线上,
 $\therefore OC \perp AD$,
 $\therefore \angle OGA = 90^\circ$,
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle OGA = \angle ADB$,
 $\therefore OG \parallel BD$,
 $\therefore \angle AOC = \angle ABD$,
 $\because \angle AHD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DHB = 90^\circ$,
 $\therefore \tan \angle HBD = \frac{DH}{BH}$, $\tan \angle HBE = \frac{EH}{BH}$,
 $\because E$ 为 DH 的中点,
 $\therefore \tan \angle HBE = \frac{EH}{BH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{DH}{BH} = \frac{1}{2} \tan \angle HBD$,
 $\because \tan \angle AOC = \frac{AC}{AO}$, $\tan \angle ABC = \frac{AC}{AB}$, 且 $AO = \frac{1}{2} AB$,
 $\therefore \tan \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot \frac{AC}{AO} = \frac{1}{2} \tan \angle AOC$,
 $\therefore \angle AOC = \angle ABD$,
 $\therefore \tan \angle HBE = \tan \angle ABC$,
 $\therefore \angle HBE = \angle ABC$,
 $\therefore B, E, C$ 三点共线,
 $\therefore CE + EB = CB$.

【点睛】 本题考查圆周角定理，切线的判定，相似三角形的判定和性质，解直角三角形，熟练掌握相关知识点，并灵活运用，是解题的关键.