

2024 年吉林省中考数学试题

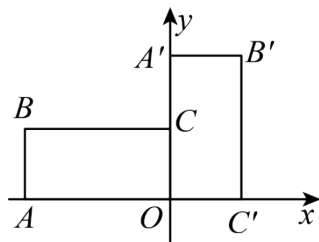
学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 若 $(-3) \times \square$ 的运算结果为正数, 则 \square 内的数字可以为 ()
A. 2 B. 1 C. 0 D. -1
2. 长白山天池系由火山口积水成湖, 天池湖水碧蓝, 水平如镜, 群峰倒映, 风景秀丽, 总蓄水量约达 2040000000m^3 , 数据 2040000000 用科学记数法表示为 ()
A. 2.04×10^{10} B. 2.04×10^9 C. 20.4×10^8 D. 0.204×10^{10}
3. 葫芦在我国古代被看作吉祥之物. 下图是一个工艺葫芦的示意图, 关于它的三视图说法正确的是 ()

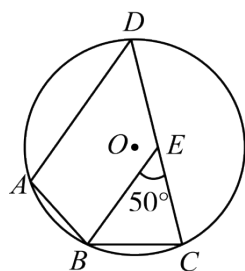


- A. 主视图与左视图相同 B. 主视图与俯视图相同
C. 左视图与俯视图相同 D. 主视图、左视图与俯视图都相同
4. 下列方程中, 有两个相等实数根的是 ()
A. $(x-2)^2 = -1$ B. $(x-2)^2 = 0$
C. $(x-2)^2 = 1$ D. $(x-2)^2 = 2$
5. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(-4,0)$, 点 C 的坐标为 $(0,2)$. 以 OA, OC 为边作矩形 OABC, 若将矩形 OABC 绕点 O 顺时针旋转 90° , 得到矩形 OA'B'C', 则点 B' 的坐标为 ()



- A. $(-4,-2)$ B. $(-4,2)$ C. $(2,4)$ D. $(4,2)$
6. 如图, 四边形 ABCD 内接于 $\odot O$, 过点 B 作 $BE \parallel AD$, 交 CD 于点 E. 若 $\angle BEC = 50^\circ$,

则 $\angle ABC$ 的度数是 ()



- A. 50° B. 100° C. 130° D. 150°

二、填空题

7. 当分式 $\frac{1}{x+1}$ 的值为正数时, 写出一个满足条件的 x 的值为_____.

8. 因式分解: $a^2 - 3a =$ _____.

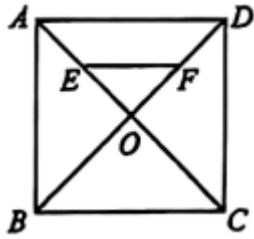
9. 不等式组 $\begin{cases} x-2 > 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$ 的解集为_____.

10. 如图, 从长春站去往胜利公园, 与其它道路相比, 走人民大街路程最近, 其蕴含的数学道理是_____.

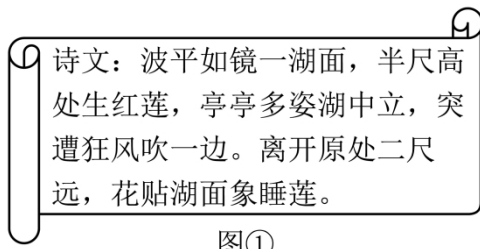


11. 正六边形的每个内角等于_____°.

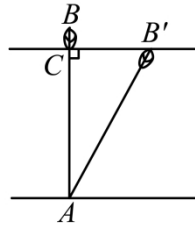
12. 如图, 正方形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 E 是 OA 的中点, 点 F 是 OD 上一点. 连接 EF . 若 $\angle FEO = 45^\circ$, 则 $\frac{EF}{BC}$ 的值为_____.



13. 图①中有一首古算诗，根据诗中的描述可以计算出红莲所在位置的湖水深度，其示意图如图②，其中 $AB = AB'$ ， $AB \perp B'C$ 于点 C ， $BC = 0.5$ 尺， $B'C = 2$ 尺．设 AC 的长度为 x 尺，可列方程为_____．

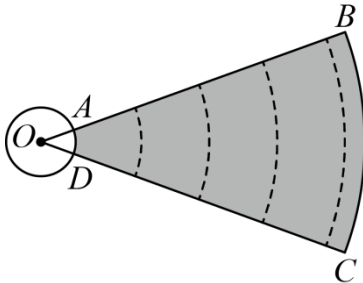


图①



图②

14. 某新建学校因场地限制，要合理规划体育场地，小明绘制的铅球场地设计图如图所示，该场地由 $\odot O$ 和扇形 OBC 组成， OB, OC 分别与 $\odot O$ 交于点 A, D ． $OA = 1\text{m}$ ， $OB = 10\text{m}$ ， $\angle AOD = 40^\circ$ ，则阴影部分的面积为_____ m^2 （结果保留 π ）．



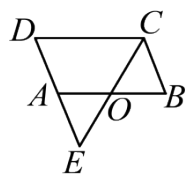
三、解答题

15. 先化简，再求值： $(a+1)(a-1) + a^2 + 1$ ，其中 $a = \sqrt{3}$ ．

16. 吉林省以“绿水青山就是金山银山，冰天雪地也是金山银山”为指引，不断加大冰雪旅游的宣传力度，推出各种优惠活动，“小土豆”“小砂糖橘”等成为一道靓丽的风景线，某滑雪场为吸引游客，每天抽取一定数量的幸运游客，每名幸运游客可以从“滑雪”“滑雪圈”“雪地摩托”三个项目中随机抽取一个免费游玩．若三个项目被抽中的可能性相等，用画树状图或列表的方法，求幸运游客小明与小亮恰好抽中同一个项目的概率．

17. 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 O 是 AB 的中点，连接 CO 并延长，交 DA 的延长线于点 E ，求

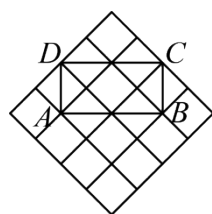
证: $AE = BC$.



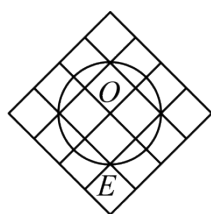
18. 钢琴素有“乐器之王”的美称，键盘上白色琴键和黑色琴键共有 88 个，白色琴键比黑色琴键多 16 个．求白色琴键和黑色琴键的个数．



19. 图①、图②均是 4×4 的正方形网格，每个小正方形的顶点称为格点．点 A, B, C, D, E, O 均在格点上．图①中已画出四边形 $ABCD$ ，图②中已画出以 OE 为半径的 $\odot O$ ，只用无刻度的直尺，在给定的网格中按要求画图．



图①

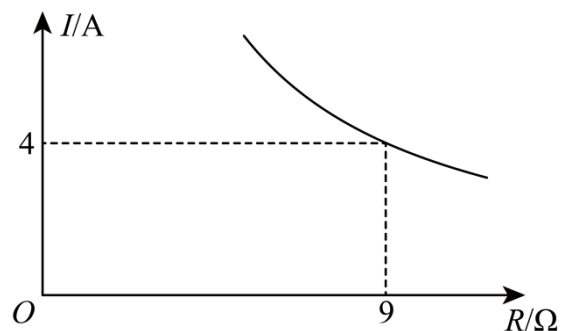


图②

(1) 在图①中，画出四边形 $ABCD$ 的一条对称轴．

(2) 在图②中，画出经过点 E 的 $\odot O$ 的切线．

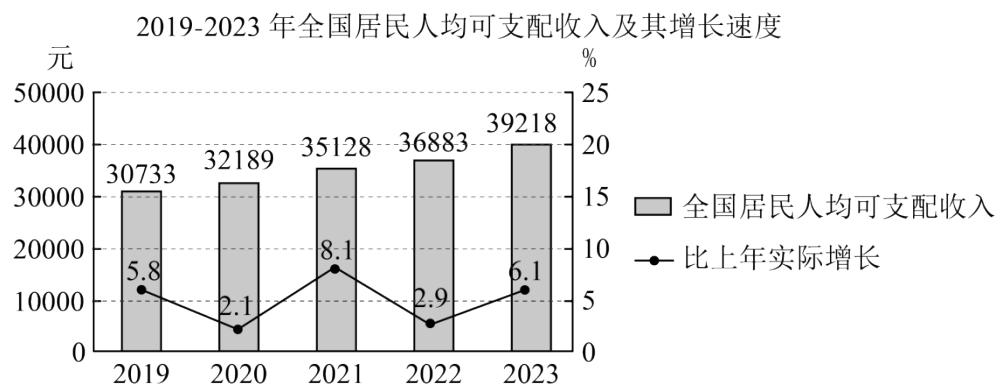
20. 已知蓄电池的电压为定值，使用蓄电池时，电流 I (单位: A) 与电阻 R (单位: Ω) 是反比例函数关系，它的图象如图所示．



(1) 求这个反比例函数的解析式 (不要求写出自变量 R 的取值范围)．

(2) 当电阻 R 为 3Ω 时，求此时的电流 I ．

21. 中华人民共和国 2019–2023 年全国居民人均可支配收入及其增长速度情况如图所示．



根据以上信息回答下列问题：

(1) 2019–2023 年全国居民人均可支配收入中，收入最高的一年比收入最低的一年多多少元？

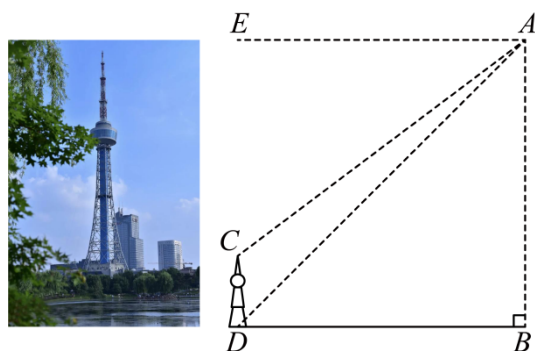
(2) 直接写出 2019–2023 年全国居民人均可支配收入的中位数。

(3) 下列判断合理的是_____（填序号）。

① 2019–2023 年全国居民人均可支配收入里逐年上升趋势。

② 2019–2023 年全国居民人均可支配收入实际增长速度最慢的年份是 2020 年。因此这 5 年中，2020 年全国居民人均可支配收入最低。

22. 图①中的吉林省广播电视塔，又称“吉塔”。某直升飞机于空中 A 处探测到吉塔，此时飞行高度 $AB = 873\text{m}$ ，如图②，从直升飞机上看塔尖 C 的俯角 $\angle EAC = 37^\circ$ ，看塔底 D 的俯角 $\angle EAD = 45^\circ$ ，求吉塔的高度 CD （结果精确到 0.1m ）。（参考数据： $\sin 37^\circ = 0.60$ ， $\cos 37^\circ = 0.80$ ， $\tan 37^\circ = 0.75$ ）



图①

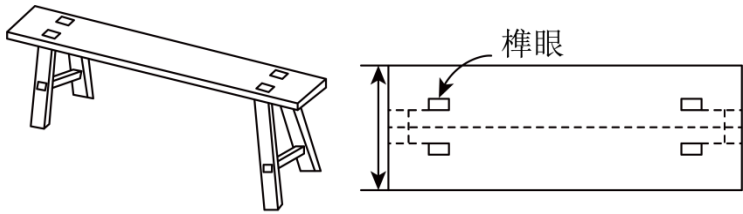
图②

23. 综合与实践

某班同学分三个小组进行“板凳中的数学”的项目式学习研究，第一小组负责调查板凳的历史及结构特点；第二小组负责研究板凳中蕴含的数学知识；第三小组负责汇报和交流，下面是第三小组汇报的部分内容，请你阅读相关信息，并解答“建立模型”中的问题。

【背景调查】

图①中的板凳又叫“四脚八叉凳”，是中国传统家具，其榫卯结构体现了古人含蓄内敛的审美观．榫眼的设计很有讲究，木工一般用铅笔画出凳面的对称轴，以对称轴为基准向两边各取相同的长度，确定榫眼的位置，如图②所示．板凳的结构设计体现了数学的对称美．



图①

图②

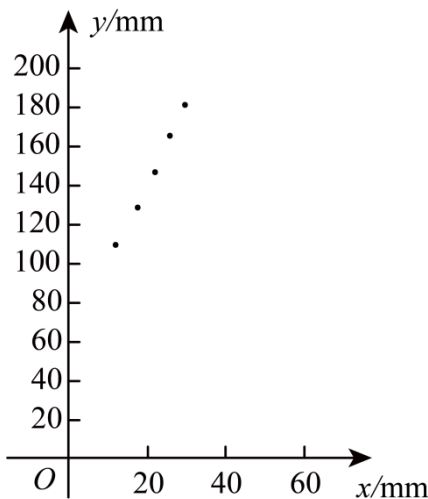
【收集数据】

小组收集了一些板凳并进行了测量．设以对称轴为基准向两边各取相同的长度为 x ，凳面的宽度为 $y\text{mm}$ ，记录如下：

以对称轴为基准向两边各取相同的长度 x/mm	16.5	19.8	23.1	26.4	29.7
凳面的宽度 y/mm	115.5	132	148.5	165	181.5

【分析数据】

如图③，小组根据表中 x, y 的数值，在平面直角坐标系中描出了各点．



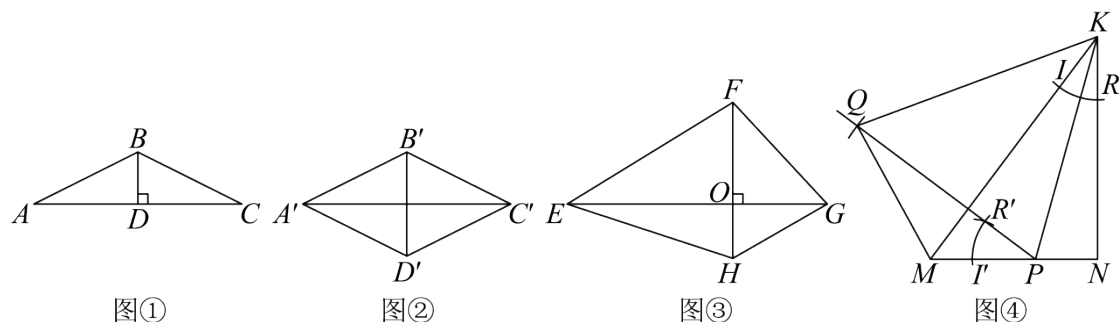
图③

【建立模型】

请你帮助小组解决下列问题：

- 观察上述各点的分布规律，它们是否在同一条直线上？如果在同一条直线上，求出这条直线所对应的函数解析式；如果不在同一条直线上，说明理由．
- 当凳面宽度为 213mm 时，以对称轴为基准向两边各取相同的长度是多少？

24. 小明在学习时发现四边形面积与对角线存在关联，下面是他的研究过程：



【探究论证】

(1) 如图①，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， $BD \perp AC$ ，垂足为点 D 。若 $CD = 2$ ， $BD = 1$ ，则

$$S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2) 如图②，在菱形 $A'B'C'D'$ 中， $A'C' = 4$ ， $B'D' = 2$ ，则 $S_{\text{菱形}A'B'C'D'} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(3) 如图③，在四边形 $EFGH$ 中， $EG \perp FH$ ，垂足为点 O 。若 $EG = 5$ ， $FH = 3$ ，则

$S_{\text{四边形}EFGH} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若 $EG = a$ ， $FH = b$ ，猜想 $S_{\text{四边形}EFGH}$ 与 a ， b 的关系，并证明你的猜想。

【理解运用】

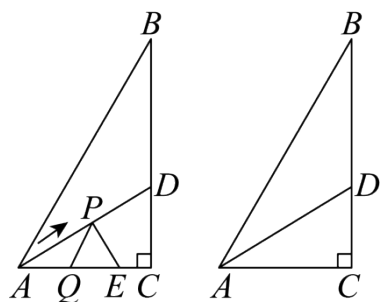
(4) 如图④，在 $\triangle MNK$ 中， $MN = 3$ ， $KN = 4$ ， $MK = 5$ ，点 P 为边 MN 上一点。

小明利用直尺和圆规分四步作图：

- (i) 以点 K 为圆心，适当长为半径画弧，分别交边 KN ， KM 于点 R ， I ；
- (ii) 以点 P 为圆心， KR 长为半径画弧，交线段 PM 于点 I' ；
- (iii) 以点 I' 为圆心， IR 长为半径画弧，交前一条弧于点 R' ，点 R' ， K 在 MN 同侧；
- (iv) 过点 P 画射线 PR' ，在射线 PR' 上截取 $PQ = KN$ ，连接 KP ， KQ ， MQ 。

请你直接写出 $S_{\text{四边形}MPKQ}$ 的值。

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AC = 3\text{cm}$ ， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线。动点 P 从点 A 出发，以 $\sqrt{3}\text{cm/s}$ 的速度沿折线 $AD-DB$ 向终点 B 运动。过点 P 作 $PQ \parallel AB$ ，交 AC 于点 Q ，以 PQ 为边作等边三角形 PQE ，且点 C ， E 在 PQ 同侧，设点 P 的运动时间为 $t(\text{s}) (t > 0)$ ， $\triangle PQE$ 与 $\triangle ABC$ 重合部分图形的面积为 $S(\text{cm}^2)$ 。

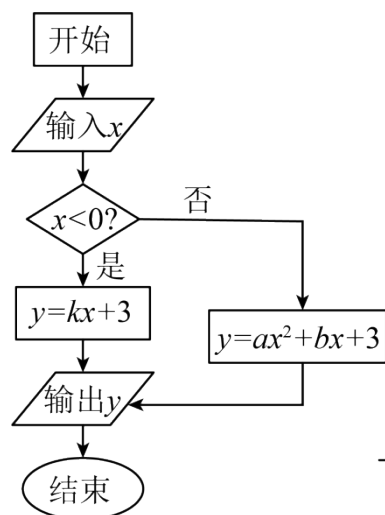


(1) 当点 P 在线段 AD 上运动时, 判断 $\triangle APQ$ 的形状 (不必证明), 并直接写出 AQ 的长 (用含 t 的代数式表示).

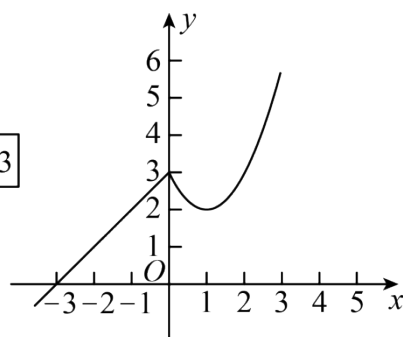
(2) 当点 E 与点 C 重合时, 求 t 的值.

(3) 求 S 关于 t 的函数解析式, 并写出自变量 t 的取值范围.

26. 小明利用一次函数和二次函数知识, 设计了一个计算程序, 其程序框图如图 (1) 所示, 输入 x 的值为 -2 时, 输出 y 的值为 1 ; 输入 x 的值为 2 时, 输出 y 的值为 3 ; 输入 x 的值为 3 时, 输出 y 的值为 6 .



(图1)



(图2)

(1) 直接写出 k , a , b 的值.

(2) 小明在平面直角坐标系中画出了关于 x 的函数图像, 如图 (2).

I. 当 y 随 x 的增大而增大时, 求 x 的取值范围.

II. 若关于 x 的方程 $ax^2 + bx + 3 - t = 0$ (t 为实数), 在 $0 < x < 4$ 时无解, 求 t 的取值范围.

III. 若在函数图像上有点 P , Q (P 与 Q 不重合). P 的横坐标为 m , Q 的横坐标为 $-m+1$. 小明对 P , Q 之间 (含 P , Q 两点) 的图像进行研究, 当图像对应函数的最大值与最小值均不随 m 的变化而变化, 直接写出 m 的取值范围.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6				
答案	D	B	A	B	C	C				

1. D

【分析】本题主要考查了有理数的乘法计算，根据有理数的乘法计算法则，分别计算出 -3 与四个选项中的数的乘积即可得到答案.

【详解】解: $(-3) \times 2 = -6$, $(-3) \times 1 = -3$, $(-3) \times 0 = 0$, $(-3) \times (-1) = 3$,

四个算式的运算结果中, 只有 3 是正数,

故选: D.

2. B

【分析】本题主要考查了科学记数法, 科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中

$1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同, 当原数绝对值大于等于 10 时, n 是正数, 当原数绝对值小于 1 时 n 是负数; 由此进行求解即可得到答案.

【详解】解: $2040000000 = 2.04 \times 10^9$

故选 B.

3. A

【分析】本题主要考查了简单几何体的三视图, 根据三视图的定义找到葫芦的三视图即可得到答案.

【详解】解: 葫芦的俯视图是两个同心圆, 且带有圆心, 主视图和左视图都是下面一个较大的圆, 中间一个较小的圆, 上面是一条线段,

故选: A.

4. B

【分析】本题考查了一元二次方程的根, 解一元二次方程, 熟练掌握开平方法解方程是解题的关键.

分别对每一个选项运用直接开平方法进行解方程即可判断.

【详解】解: A、 $(x-2)^2 = -1 < 0$, 故该方程无实数解, 故本选项不符合题意;

B、 $(x-2)^2 = 0$, 解得: $x_1 = x_2 = 2$, 故本选项符合题意;

C、 $(x-2)^2=1$ ， $x-2=\pm 1$ ，解得 $x_1=3, x_2=1$ ，故本选项不符合题意；

D、 $(x-2)^2=2$ ， $x-2=\pm\sqrt{2}$ ，解得 $x_1=2+\sqrt{2}, x_2=2-\sqrt{2}$ ，故本选项不符合题意。

故选：B.

5. C

【分析】本题主要考查了坐标与图形变化—旋转，矩形的性质等等，先根据题意得到 $OA=4$ ， $OC=2$ ，再由矩形的性质可得 $AB=OC=2$ ， $\angle ABC=90^\circ$ ，由旋转的性质可得 $OA'=OA=4$ ， $A'B'=AB=2$ ， $\angle OA'B'=90^\circ$ ，据此可得答案.

【详解】解： \because 点 A 的坐标为 $(-4,0)$ ，点 C 的坐标为 $(0,2)$ ，

$\therefore OA=4$ ， $OC=2$ ，

\because 四边形 $OABC$ 是矩形，

$\therefore AB=OC=2$ ， $\angle ABC=90^\circ$ ，

\because 将矩形 $OABC$ 绕点 O 顺时针旋转 90° ，得到矩形 $OA'B'C'$ ，

$\therefore OA'=OA=4$ ， $A'B'=AB=2$ ， $\angle OA'B'=90^\circ$ ，

$\therefore A'B' \perp y$ 轴，

\therefore 点 B' 的坐标为 $(2,4)$ ，

故选：C.

6. C

【分析】本题考查了平行线的性质，圆的内接四边形的性质，熟练掌握知识点是解题的关键.

先根据 $BE \parallel AD$ 得到 $\angle D = \angle BEC = 50^\circ$ ，再由四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ 得到

$\angle ABC + \angle D = 180^\circ$ ，即可求解.

【详解】解： $\because BE \parallel AD$ ， $\angle BEC = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle D = \angle BEC = 50^\circ$ ，

\because 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，

$\therefore \angle ABC + \angle D = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ，

故选：C.

7. 0（答案不唯一）

【分析】本题主要考查了根据分式的值的情况求参数，根据题意可得 $x+1>0$ ，则 $x>-1$ ，据此可得答案.

【详解】解：∵分式 $\frac{1}{x+1}$ 的值为正数，

$$\therefore x+1>0,$$

$$\therefore x>-1,$$

∴满足题意的 x 的值可以为 0，

故答案为：0（答案不唯一）.

$$8. a(a-3)$$

【分析】直接把公因式 a 提出来即可.

【详解】解： $a^2-3a=a(a-3)$.

故答案为 $a(a-3)$.

$$9. 2 < x < 3/3 > x > 2$$

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式组，先求出每个不等式的解集，再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）”求出不等式组的解集即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} x-2>0① \\ x-3<0② \end{cases}$$

解不等式①得： $x>2$ ，

解不等式②得： $x<3$ ，

∴原不等式组的解集为 $2 < x < 3$ ，

故答案为： $2 < x < 3$.

$$10. \text{两点之间，线段最短}$$

【分析】本题考查了两点之间线段最短，熟记相关结论即可.

【详解】从长春站去往胜利公园，走人民大街路程最近，

其蕴含的数学道理是：两点之间，线段最短

故答案为：两点之间，线段最短.

$$11. 120$$

【详解】解：六边形的内角和为： $(6-2) \times 180^\circ = 720^\circ$ ，

∴正六边形的每个内角为： $\frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$ ，

故答案为：120

12. $\frac{1}{2}$

【分析】本题主要考查了相似三角形的性质与判定，正方形的性质，先由正方形的性质得到 $\angle OAD = 45^\circ$ ， $AD = BC$ ，再证明 $EF \parallel AD$ ，进而可证明 $\triangle OEF \sim \triangle OAD$ ，由相似三角形的性质可得 $\frac{EF}{AD} = \frac{OE}{OA} = \frac{1}{2}$ ，即 $\frac{EF}{BC} = \frac{1}{2}$ 。

【详解】解：∵正方形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ，

$$\therefore \angle OAD = 45^\circ, \quad AD = BC,$$

∵点 E 是 OA 的中点，

$$\therefore \frac{OE}{OA} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle FEO = 45^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle OEF \sim \triangle OAD,$$

$$\therefore \frac{EF}{AD} = \frac{OE}{OA} = \frac{1}{2}, \quad \text{即} \quad \frac{EF}{BC} = \frac{1}{2},$$

故答案为： $\frac{1}{2}$ 。

13. $x^2 + 2^2 = (x + 0.5)^2$

【分析】本题考查了勾股定理的实际应用，正确理解题意，运用勾股定理建立方程是解题的关键。

设 AC 的长度为 x 尺，则 $AB = AB' = x + 0.5$ ，在 $\text{Rt}\triangle AB'C$ 中，由勾股定理即可建立方程。

【详解】解：设 AC 的长度为 x 尺，则 $AB = AB' = x + 0.5$ ，

$$\therefore AB \perp B'C,$$

由勾股定理得： $AC^2 + B'C^2 = AB'^2$ ，

$$\therefore x^2 + 2^2 = (x + 0.5)^2,$$

故答案为： $x^2 + 2^2 = (x + 0.5)^2$ 。

14. 11π

【分析】本题考查了扇形面积公式，熟练掌握扇形面积公式是解题的关键。

利用阴影部分面积等于大扇形减去小扇形面积，结合扇形面积公式即可求解。

【详解】解：由题意得： $S_{\text{阴影}} = \frac{40\pi(10^2 - 1^2)}{360} = 11\pi$ ，

故答案为： 11π .

15. $2a^2$, 6

【分析】 本题考查了整式的化简求值，平方差公式，先利用平方差公式化简，再进行合并同类项，最后代入求值即可.

【详解】 解： 原式 $= a^2 - 1 + a^2 + 1$
 $= 2a^2$,

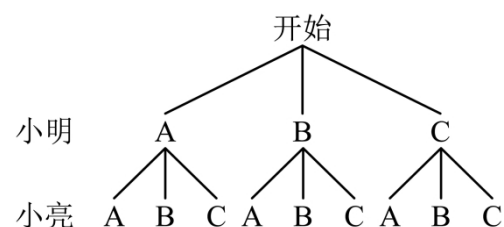
当 $a = \sqrt{3}$ 时，

原式 $= 2 \times (\sqrt{3})^2$
 $= 6$.

16. $\frac{1}{3}$

【分析】 本题考查了用树状图法求概率. 树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为： 概率 = 所求情况数与总情况数之比. 画出树状图，可知共有 9 种等可能的结果数，小明与小亮恰好抽中同一个项目的结果数有 3 种，再由概率公式求解即可.

【详解】 解： 将“滑雪”“滑雪圈”“雪地摩托”三个项目分别记为事件 A 、 B 、 C ，可画树状图为：



由树状图可知共有 9 种等可能的结果数，小明与小亮恰好抽中同一个项目的结果数有 3 种，

\therefore 幸运游客小明与小亮恰好抽中同一个项目的概率 $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

17. 证明见解析

【分析】 本题主要考查了全等三角形的性质与判定，平行四边形的性质，先根据平行四边形对边平行推出 $\angle OAE = \angle OBC$ ， $\angle OCB = \angle E$ ，再由线段中点的定义得到 $OA = OB$ ，据此可证明 $\triangle AOE \cong \triangle BOC$ (AAS)，进而可证明 $AE = BC$.

【详解】 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle OAE = \angle OBC$, $\angle OCB = \angle E$,

∵点 O 是 AB 的中点,

∴ $OA = OB$,

∴ $\triangle AOE \cong \triangle BOC$ (AAS),

∴ $AE = BC$.

18. 白色琴键 52 个, 黑色琴键 36 个

【分析】本题考查了列一元一次方程解应用题, 正确理解题意是解题的关键.

设黑色琴键 x 个, 则白色琴键 $(x+16)$ 个, 可得方程 $x + (x+16) = 88$, 再解方程即可.

【详解】解: 设黑色琴键 x 个, 则白色琴键 $(x+16)$ 个,

由题意得: $x + (x+16) = 88$,

解得: $x = 36$,

∴白色琴键: $36 + 16 = 52$ (个),

答: 白色琴键 52 个, 黑色琴键 36 个.

19. (1)见解析

(2)见解析

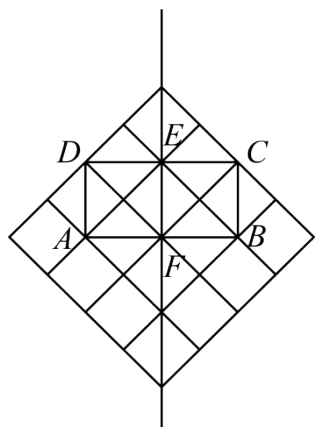
【分析】本题主要考查了正方形的性质与判定, 矩形的性质与判定, 切线的判定, 画对称轴等等:

(1) 如图所示, 取格点 E 、 F , 作直线 EF , 则直线 EF 即为所求;

(2) 如图所示, 取格点 G 、 H , 作直线 GH , 则直线 GH 即为所求.

【详解】(1) 解: 如图所示, 取格点 E 、 F , 作直线 EF , 则直线 EF 即为所求;

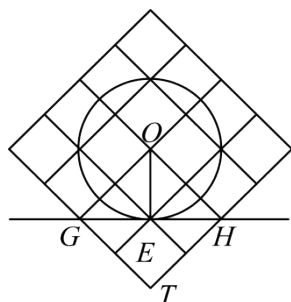
易证明四边形 $ABCD$ 是矩形, 且 E 、 F 分别为 AB , CD 的中点;



图①

(2) 解：如图所示，取格点 G 、 H ，作直线 GH ，则直线 GH 即为所求；

易证明四边形 $OGTH$ 是正方形，点 E 为正方形 $OGTH$ 的中心，则 $OE \perp GH$ 。



图②

20. (1) $I = \frac{36}{R}$

(2) 12A

【分析】本题主要考查了反比例函数的实际应用：

(1) 直接利用待定系数法求解即可；

(2) 根据 (1) 所求求出当 $R = 3\Omega$ 时 I 的值即可得到答案。

【详解】(1) 解：设这个反比例函数的解析式为 $I = \frac{U}{R} (U \neq 0)$ ，

把 $(9, 4)$ 代入 $I = \frac{U}{R} (U \neq 0)$ 中得： $4 = \frac{U}{9} (U \neq 0)$ ，

解得 $U = 36$ ，

\therefore 这个反比例函数的解析式为 $I = \frac{36}{R}$ ；

(2) 解：在 $I = \frac{36}{R}$ 中，当 $R = 3\Omega$ 时， $I = \frac{36}{3} = 12A$ ，

\therefore 此时的电流 I 为 12A。

21. (1)8485 元

(2)35128 元

(3)①

【分析】本题主要考查了频数分布直方图，频数分布折线图，中位数：

(1) 用 2023 年的全国居民人均可支配收入减去 2019 年全国居民人均可支配收入即可得到答案；

(2) 根据中位数的定义求解即可；

(3) 根据统计图的数据即可得到答案.

【详解】(1) 解： $39218 - 30733 = 8485$ 元，

答：2019–2023 年全国居民人均可支配收入中，收入最高的一年比收入最低的一年多 8485 元.

(2) 解：2019–2023 年这五年的全国居民人均可支配收入分别为 30733 元，32189 元，35128 元，36883 元，39218 元，

\therefore 2019–2023 年全国居民人均可支配收入的中位数为 35128 元；

(3) 解：由统计图可知 2019–2023 年全国居民人均可支配收入里逐年上升趋势，故①正确；

由统计图可知 2019–2023 年全国居民人均可支配收入实际增长速度最慢的年份是 2020

年. 但这 5 年中，2019 年全国居民人均可支配收入最低，故②错误；

故答案为：①.

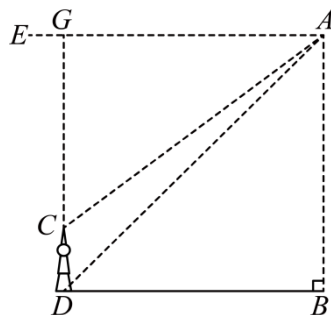
22. 218.3m

【分析】本题考查了解直角三角形的应用，正确理解题意和添加辅助线是解题的关键.

先解 $\text{Rt}\triangle GAD$ 得到 $AG = \frac{DG}{\tan \angle EAD} = DG = 873$ ，再解 $\text{Rt}\triangle GAC$ ，

$CG = AG \cdot \tan \angle EAC = 873 \times 0.75 = 654.75$ ，即可求解 CD .

【详解】解：延长 DC 交 AE 于点 G ，由题意得 $AB = DG = 873\text{m}$ ， $\angle DGA = 90^\circ$



在 $\text{Rt}\triangle GAD$ 中, $\angle EAD = 45^\circ$,

$$\therefore AG = \frac{DG}{\tan \angle EAD} = DG = 873,$$

在 $\text{Rt}\triangle GAC$ 中, $\angle EAC = 37^\circ$,

$$\therefore CG = AG \cdot \tan \angle EAC = 873 \times 0.75 = 654.75,$$

$$\therefore CD = DG - CG = 873 - 654.75 \approx 218.3\text{m},$$

答: 吉塔的高度 CD 约为 218.3m .

23. (1) 在同一条直线上, 函数解析式为: $y = 5x + 33$

(2) 36mm

【分析】本题考查了一次函数的实际应用, 待定系数法求函数解析式, 已知函数值求自变量, 熟练掌握知识点, 正确理解题意是解题的关键.

(1) 用待定系数法求解即可;

(2) 将 $y = 213$ 代入函数解析式, 解方程即可.

【详解】(1),

解: 设函数解析式为: $y = kx + b (k \neq 0)$,

\therefore 当 $x = 16.5, y = 115.5$, $x = 23.1, y = 148.5$,

$$\therefore \begin{cases} 16.5k + b = 115.5 \\ 23.1k + b = 148.5 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 5 \\ b = 33 \end{cases},$$

\therefore 函数解析式为: $y = 5x + 33$,

经检验其余点均在直线 $y = 5x + 33$ 上,

\therefore 函数解析式为 $y = 5x + 33$, 这些点在同一条直线上;

(2) 解: 把 $y = 213$ 代入 $y = 5x + 33$ 得:

$$5x + 33 = 213,$$

解得: $x = 36$,

\therefore 当凳面宽度为 213mm 时, 以对称轴为基准向两边各取相同的长度为 36mm .

24. (1) 2, (2) 4, (3) $\frac{15}{2}$, $S_{\text{四边形}EFGH} = \frac{1}{2}ab$, 证明见详解, (4) 10

【分析】(1) 根据三角形的面积公式计算即可;

(2) 根据菱形的面积公式计算即可;

(3) 结合图形有, $S_{\text{四边形}EFGH} = S_{\triangle EFG} + S_{\triangle EHG}$, 即可得

$$S_{\text{四边形}EFGH} = \frac{1}{2} \times EG \times FO + \frac{1}{2} \times EG \times HO = \frac{1}{2} \times EG \times (FO + HO), \text{ 问题随之得解;}$$

(4) 先证明 $\triangle MNK$ 是直角三角形, 由作图可知: $\angle MKN = \angle MPQ$, 即可证明 $KM \perp PQ$, 再结合 (3) 的结论直接计算即可.

【详解】(1) \because 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, $BD \perp AC$, $CD = 2$,

$$\therefore AD = CD = 2,$$

$$\therefore AC = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = 2,$$

故答案为: 2;

(2) \because 在菱形 $A'B'C'D'$ 中, $A'C' = 4$, $B'D' = 2$,

$$\therefore S_{\text{菱形}A'B'C'D'} = \frac{1}{2} \times B'D' \times A'C' = 4,$$

故答案为: 4;

(3) $\because EG \perp FH$,

$$\therefore S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2} \times EG \times FO, \quad S_{\triangle EHG} = \frac{1}{2} \times EG \times HO,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}EFGH} = S_{\triangle EFG} + S_{\triangle EHG},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}EFGH} = \frac{1}{2} \times EG \times FO + \frac{1}{2} \times EG \times HO = \frac{1}{2} \times EG \times (FO + HO),$$

$$\therefore S_{\text{四边形}EFGH} = \frac{1}{2} \times EG \times (FO + HO) = \frac{1}{2} \times EG \times FH,$$

$$\therefore EG = 5, \quad FH = 3,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}EFGH} = \frac{1}{2} \times EG \times FH = \frac{15}{2},$$

故答案为: $\frac{15}{2}$,

$$\text{猜想: } S_{\text{四边形}EFGH} = \frac{1}{2} ab,$$

证明: $\because EG \perp FH$,

$$\therefore S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2} \times EG \times FO, \quad S_{\triangle EHG} = \frac{1}{2} \times EG \times HO,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}EFGH} = S_{\triangle EFG} + S_{\triangle EHG},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}EFGH} = \frac{1}{2} \times EG \times FO + \frac{1}{2} \times EG \times HO = \frac{1}{2} \times EG \times (FO + HO),$$

$$\therefore S_{\text{四边形}EFGH} = \frac{1}{2} \times EG \times (FO + HO) = \frac{1}{2} \times EG \times FH,$$

$$\therefore EG = a, \quad FH = b,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}EFGH} = \frac{1}{2} ab;$$

(4) 根据尺规作图可知: $\angle QPM = \angle MKN$,

\therefore 在 $\triangle MNK$ 中, $MN = 3$, $KN = 4$, $MK = 5$,

$$\therefore MK^2 = KN^2 + MN^2,$$

$\therefore \triangle MNK$ 是直角三角形, 且 $\angle MNK = 90^\circ$,

$$\therefore \angle NMK + \angle MKN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QPM = \angle MKN,$$

$$\therefore \angle NMK + \angle QPM = 90^\circ,$$

$$\therefore MK \perp PQ,$$

$$\therefore PQ = KN = 4, \quad MK = 5,$$

$$\therefore \text{根据 (3) 的结论有: } S_{\text{四边形}MPKQ} = \frac{1}{2} \times MK \times PQ = 10.$$

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质, 菱形的性质, 作一个角等于已知角的尺规作图, 勾股定理的逆定理等知识, 难度不大, 掌握作一个角等于已知角的尺规作图方法, 是解答本题的关键.

25. (1) 等腰三角形, $AQ = t$

$$(2) t = \frac{3}{2}$$

$$(3) \begin{cases} S = \frac{\sqrt{3}}{4} t^2, 0 < t \leq \frac{3}{2} \\ S = -\frac{7\sqrt{3}}{4} t^2 + 6\sqrt{3}t - \frac{9}{2}\sqrt{3}, \frac{3}{2} < t < 2 \\ S = \frac{\sqrt{3}}{2} (t-1)^2, 2 \leq t < 4 \end{cases}$$

【分析】(1) 过点 Q 作 $QH \perp AD$ 于点 H , 根据“平行线+角平分线”即可得到 $QA = QP$, 由

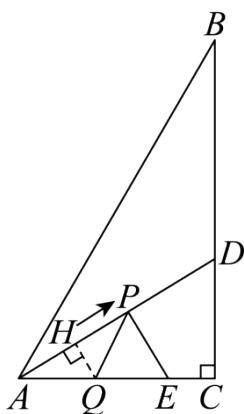
$QH \perp AP$, 得到 $HA = \frac{1}{2} AP = \frac{\sqrt{3}}{2} t$, 解 $\text{Rt}\triangle AHQ$ 得到 $AQ = t$;

(2) 由 $\triangle PQE$ 为等边三角形得到 $QE = QP$, 而 $QA = QP$, 则 $QE = QA$, 故

$$AE = 2AQ = 2t = 3, \text{ 解得 } t = \frac{3}{2};$$

(3) 当点 P 在 AD 上, 点 E 在 AC 上, 重合部分为 $\triangle PQE$, 过点 P 作 $PG \perp QE$ 于点 G ,
 $PG = \frac{1}{2}AP = \frac{\sqrt{3}}{2}t$, 则 $S = \frac{1}{2}QE \cdot PG = \frac{\sqrt{3}}{4}t^2$, 此时 $0 < t \leq \frac{3}{2}$; 当点 P 在 AD 上, 点 E 在 AC 延长线上时, 记 PE 与 AC 交于点 F , 此时重合部分为四边形 $FPQC$, 此时
 $CF = CE \cdot \tan \angle E = \sqrt{3}(2t-3)$, 因此 $S_{\triangle FCE} = \frac{1}{2}CE \cdot CF = \frac{\sqrt{3}}{2}(2t-3)^2$, 故可得
 $S = S_{\triangle PQE} - S_{\triangle FCE} = -\frac{7\sqrt{3}}{4}t^2 + 6\sqrt{3}t - \frac{9}{2}\sqrt{3}$, 此时 $\frac{3}{2} < t < 2$; 当点 P 在 DB 上, 重合部分为 $\triangle PQC$, 此时 $PD = \sqrt{3}t - 2\sqrt{3}$, $PC = CD + PD = \sqrt{3}t - \sqrt{3} = \sqrt{3}(t-1)$, 解直角三角形得
 $QC = \frac{PC}{\tan \angle PQC} = \frac{\sqrt{3}}{3}PC = t-1$, 故 $S = \frac{1}{2}QC \cdot PC = \frac{\sqrt{3}}{2}(t-1)^2$, 此时 $2 \leq t < 4$, 再综上即可求解.

【详解】(1) 解: 过点 Q 作 $QH \perp AD$ 于点 H , 由题意得: $AP = \sqrt{3}t$



$$\because \angle C = 90^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle PAQ = \angle BAD = 30^\circ,$$

$$\because PQ \parallel AB,$$

$$\therefore \angle APQ = \angle BAD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle PAQ = \angle APQ,$$

$$\therefore QA = QP,$$

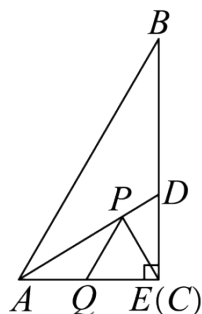
$$\therefore \triangle APQ \text{ 为等腰三角形},$$

$$\because QH \perp AP,$$

$$\therefore HA = \frac{1}{2}AP = \frac{\sqrt{3}}{2}t,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AHQ \text{ 中, } AQ = \frac{AH}{\cos \angle PAQ} = t;$$

(2) 解: 如图,



$\because \triangle PQE$ 为等边三角形,

$$\therefore QE = QP,$$

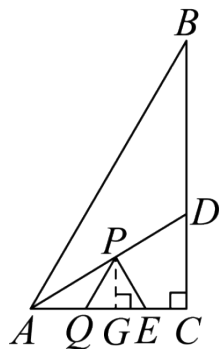
由 (1) 得 $QA = QP$,

$$\therefore QE = QA,$$

$$\text{即 } AE = 2AQ = 2t = 3,$$

$$\therefore t = \frac{3}{2};$$

(3) 解: 当点 P 在 AD 上, 点 E 在 AC 上, 重合部分为 $\triangle PQE$, 过点 P 作 $PG \perp QE$ 于点 G ,



$$\because \angle PAQ = 30^\circ,$$

$$\therefore PG = \frac{1}{2}AP = \frac{\sqrt{3}}{2}t,$$

$\because \triangle PQE$ 是等边三角形,

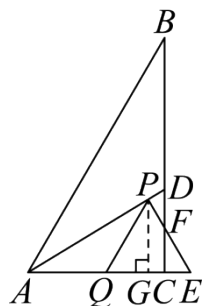
$$\therefore QE = PQ = AQ = t,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}QE \cdot PG = \frac{\sqrt{3}}{4}t^2,$$

由 (2) 知当点 E 与点 C 重合时, $t = \frac{3}{2}$,

$$\therefore S = \frac{\sqrt{3}}{4} t^2 \left(0 < t \leq \frac{3}{2} \right);$$

当点 P 在 AD 上, 点 E 在 AC 延长线上时, 记 PE 与 AC 交于点 F , 此时重合部分为四边形 $FPQC$, 如图,



$\because \triangle PQE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle E = 60^\circ,$$

$$\text{而 } CE = AE - AC = 2t - 3,$$

$$\therefore CF = CE \cdot \tan \angle E = \sqrt{3}(2t - 3),$$

$$\therefore S_{\triangle FCE} = \frac{1}{2} CE \cdot CF = \frac{1}{2} (2t - 3) \times \sqrt{3} (2t - 3) = \frac{\sqrt{3}}{2} (2t - 3)^2,$$

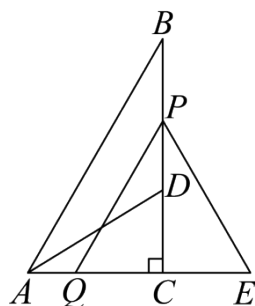
$$\therefore S = S_{\triangle PQE} - S_{\triangle FCE} = \frac{\sqrt{3}}{4} t^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} (2t - 3)^2 = -\frac{7\sqrt{3}}{4} t^2 + 6\sqrt{3}t - \frac{9}{2}\sqrt{3},$$

$$\text{当点 } P \text{ 与点 } D \text{ 重合时, 在 Rt}\triangle ADC \text{ 中, } AD = \frac{AC}{\cos \angle DAC} = 2\sqrt{3} = AP = \sqrt{3}t,$$

$$\therefore t = 2,$$

$$\therefore S = -\frac{7\sqrt{3}}{4} t^2 + 6\sqrt{3}t - \frac{9}{2}\sqrt{3} \left(\frac{3}{2} < t < 2 \right);$$

当点 P 在 DB 上, 重合部分为 $\triangle PQC$, 如图,



$$\because \angle DAC = 30^\circ \quad \angle DCA = 90^\circ,$$

$$\text{由上知 } DC = \sqrt{3},$$

$$\therefore AD = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{此时 } PD = \sqrt{3}t - 2\sqrt{3},$$

$$\therefore PC = CD + PD = \sqrt{3}t - \sqrt{3} = \sqrt{3}(t-1),$$

$\therefore \triangle PQE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle PQE = 60^\circ,$$

$$\therefore QC = \frac{PC}{\tan \angle PQC} = \frac{\sqrt{3}}{3} PC = t-1,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} QC \cdot PC = \frac{\sqrt{3}}{2} (t-1)^2,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAD = 30^\circ,$$

$$\therefore DA = DB = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{当点 } P \text{ 与点 } B \text{ 重合时, } \sqrt{3}t = AD + DB = 4\sqrt{3},$$

解得: $t = 4$,

$$\therefore S = \frac{\sqrt{3}}{2} (t-1)^2 (2 \leq t < 4),$$

$$\text{综上所述: } \begin{cases} S = \frac{\sqrt{3}}{4} t^2, 0 < t \leq \frac{3}{2} \\ S = -\frac{7\sqrt{3}}{4} t^2 + 6\sqrt{3}t - \frac{9}{2}\sqrt{3}, \frac{3}{2} < t < 2. \\ S = \frac{\sqrt{3}}{2} (t-1)^2, 2 \leq t < 4 \end{cases}$$

【点睛】本题考查了直角三角形的性质，解直角三角形的相关计算，等腰三角形的判定与性质，等边三角形的性质，平行线的性质，熟练掌握知识点，正确添加辅助线是解决本题的关键。

$$26. (1) k=1, a=1, b=-2$$

$$(2) \text{I: } x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 1; \text{ II: } t < 2 \text{ 或 } t \geq 11; \text{ III: } -1 \leq m \leq 0 \text{ 或 } 1 \leq m \leq 2$$

【分析】本题考查了二次函数与一次函数的图像与性质，待定系数法求函数解析式，一元二次方程的解，正确理解题意，利用数形结合的思想是解决本题的关键。

(1) 先确定输入 x 值的范围，确定好之后将 x, y 的值代入所给的 y 关于 x 的函数解析式种解方程或方程组即可；

(2) I: 可知一次函数解析式为: $y=x+3$, 二次函数解析式为: $y=x^2-2x+3$, 当 $x>0$ 时,
 $y=x^2-2x+3$, 对称轴为直线 $x=1$, 开口向上, 故 $x\geq 1$ 时, y 随着 x 的增大而增大; 当 $x\leq 0$
 时, $y=x+3$, $k=1>0$, 故 $x\leq 0$ 时, y 随着 x 的增大而增大;

II: 问题转化为抛物线 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=t$ 在 $0<x<4$ 时无交点, 考虑两个临界状态,
 当 $t=2$ 时, 抛物线 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=t$ 在 $0<x<4$ 时正好一个交点, 因此当 $t<2$ 时,
 抛物线 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=t$ 在 $0<x<4$ 时没有交点; 当 $x=4$, $y=11$, 故当 $t=11$ 时,
 抛物线 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=t$ 在 $0<x\leq 4$ 时正好一个交点, 因此当 $t\geq 11$ 时, 抛物线
 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=t$ 在 $0<x<4$ 时没有交点, 当 $t<2$ 或 $t\geq 11$ 时, 抛物线 $y=x^2-2x+3$
 与直线 $y=t$ 在 $0<x<4$ 时没有交点, 即方程 $ax^2+bx+3-t=0$ 无解;

III: 可求点 P 、 Q 关于直线 $x=\frac{1}{2}$ 对称, 当 $x=1$, $y_{\text{最小值}}=2$, 当 $x=0$ 时, $y_{\text{最大值}}=3$, 当图
 像对应函数的最大值与最小值均不随 m 的变化而变化, 而当 $x=2$ 时, $y=3$, $x=-1$ 时,
 $y=2$, 故①当 $m>\frac{1}{2}$, 由题意得: $\begin{cases} -1\leq -m+1\leq 0 \\ 1\leq m\leq 2 \end{cases}$, 则 $1\leq m\leq 2$; ②当 $m<\frac{1}{2}$, 由题意得:

$$\begin{cases} -1\leq m\leq 0 \\ 1\leq -m+1\leq 2 \end{cases}, \text{ 则 } -1\leq m\leq 0, \text{ 综上: } -1\leq m\leq 0 \text{ 或 } 1\leq m\leq 2.$$

【详解】(1) 解: $\because x=-2<0$,

\therefore 将 $x=-2$, $y=1$ 代入 $y=kx+3$,

得: $-2k+3=1$,

解得: $k=1$,

$\because x=2>0, x=3>0$,

\therefore 将 $x=2, y=3$, $x=3, y=6$ 代入 $y=ax^2+bx+3$

$$\text{得: } \begin{cases} 4a+2b+3=3 \\ 9a+3b+3=6 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases};$$

(2) 解: I, $\because k=1, a=1, b=-2$,

∴一次函数解析式为： $y=x+3$ ，二次函数解析式为： $y=x^2-2x+3$

当 $x>0$ 时， $y=x^2-2x+3$ ，对称轴为直线 $x=1$ ，开口向上，

∴ $x\geq 1$ 时， y 随着 x 的增大而增大；

当 $x\leq 0$ 时， $y=x+3$ ， $k=1>0$ ，

∴ $x\leq 0$ 时， y 随着 x 的增大而增大，

综上， x 的取值范围： $x\leq 0$ 或 $x\geq 1$ ；

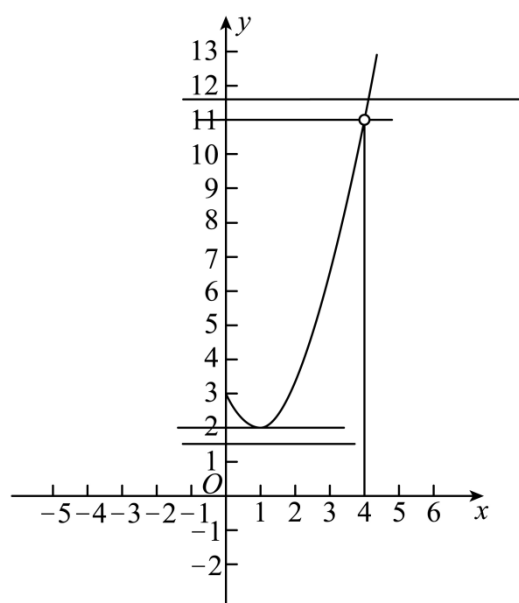
II, ∵ $ax^2+bx+3-t=0$ ，

∴ $ax^2+bx+3=t$ ，在 $0<x<4$ 时无解，

∴问题转化为抛物线 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=t$ 在 $0<x<4$ 时无交点，

∴对于 $y=x^2-2x+3$ ，当 $x=1$ 时， $y=2$

∴顶点为 $(1,2)$ ，如图：



∴当 $t=2$ 时，抛物线 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=t$ 在 $0<x<4$ 时正好一个交点，

∴当 $t<2$ 时，抛物线 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=t$ 在 $0<x<4$ 时没有交点；

当 $x=4$ ， $y=16-8+3=11$ ，

∴当 $t=11$ 时，抛物线 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=t$ 在 $0<x\leq 4$ 时正好一个交点，

∴当 $t\geq 11$ 时，抛物线 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=t$ 在 $0<x<4$ 时没有交点，

∴当 $t < 2$ 或 $t \geq 11$ 时，抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 与直线 $y = t$ 在 $0 < x < 4$ 时没有交点，

即：当 $t < 2$ 或 $t \geq 11$ 时，关于 x 的方程 $ax^2 + bx + 3 - t = 0$ (t 为实数)，在 $0 < x < 4$ 时无解；

III: ∵ $x_P = m, x_Q = -m + 1$,

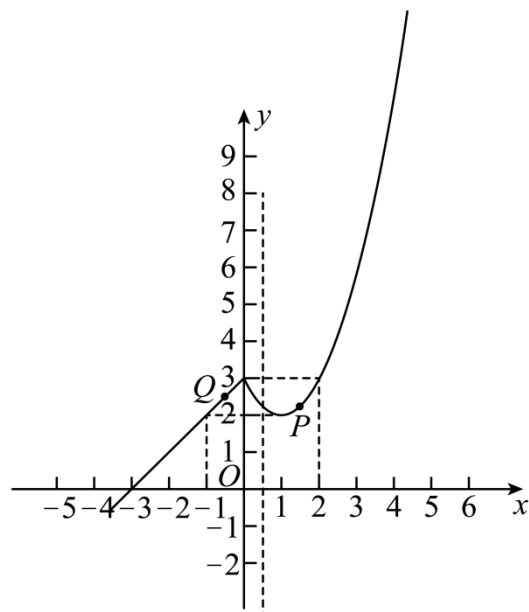
$$\therefore \frac{m + (-m + 1)}{2} = \frac{1}{2},$$

∴点 P 、 Q 关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称，

当 $x = 1$ ， $y_{\text{最小值}} = 1 - 2 + 3 = 2$ ，当 $x = 0$ 时， $y_{\text{最大值}} = 3$ ，

∴当图像对应函数的最大值与最小值均不随 m 的变化而变化，而当 $x = 2$ 时， $y = 3$ ， $x = -1$ 时， $y = 2$ ，

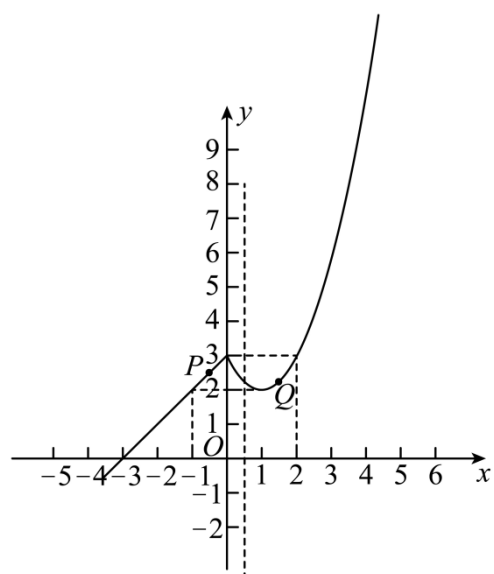
∴①当 $m > \frac{1}{2}$ ，如图：



由题意得：
$$\begin{cases} -1 \leq -m + 1 \leq 0 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases},$$

∴ $1 \leq m \leq 2$ ；

②当 $m < \frac{1}{2}$ ，如图：



由题意得： $\begin{cases} -1 \leq m \leq 0 \\ 1 \leq -m+1 \leq 2 \end{cases}$,

$\therefore -1 \leq m \leq 0$,

综上： $-1 \leq m \leq 0$ 或 $1 \leq m \leq 2$.