

2024 年四川省自贡市中考数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

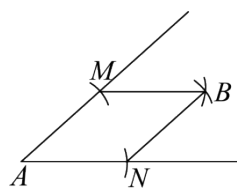
1. 在 0 , -2 , $-\sqrt{3}$, π 四个数中, 最大的数是 ()

- A. -2 B. 0 C. π D. $-\sqrt{3}$

2. 据统计, 今年“五一”小长假期间, 近 70000 人次游览了自贡中华彩灯大世界. 70000 用科学记数法表示为 ()

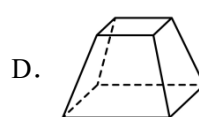
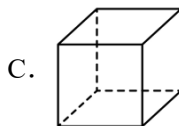
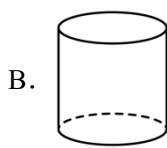
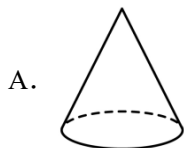
- A. 0.7×10^5 B. 7×10^4 C. 7×10^5 D. 0.7×10^4

3. 如图, 以点 A 为圆心, 适当的长为半径画弧, 交 $\angle A$ 两边于点 M , N , 再分别以 M , N 为圆心, AM 的长为半径画弧, 两弧交于点 B , 连接 MB , NB . 若 $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle MBN =$ ()



- A. 40° B. 50° C. 60° D. 140°

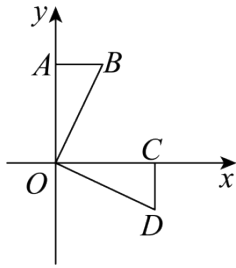
4. 下列几何体中, 俯视图与主视图形状相同的是 ()



5. 学校群文阅读活动中, 某学习小组五名同学阅读课外书的本数分别为 3, 5, 7, 4, 5. 这组数据的中位数和众数分别是 ()

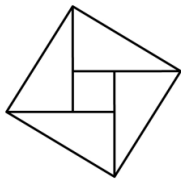
- A. 3, 4 B. 4, 4 C. 4, 5 D. 5, 5

6. 如图, 在平面直角坐标系中, $D(4, -2)$, 将 $\text{Rt}\triangle OCD$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 到 $\triangle OAB$ 位置, 则点 B 坐标为 ()



- A. (2,4) B. (4,2) C. (-4,-2) D. (-2,4)

7. 我国汉代数学家赵爽在他所著《勾股圆方图注》中，运用弦图（如图所示）巧妙地证明了勾股定理。“赵爽弦图”曾作为 2002 年第 24 届国际数学家大会的会徽图案。下列关于“赵爽弦图”说法正确的是（ ）

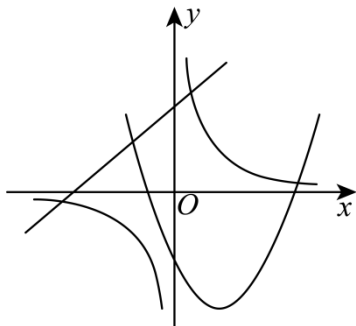


- A. 是轴对称图形 B. 是中心对称图形
C. 既是轴对称图形又是中心对称图形 D. 既不是轴对称图形也不是中心对称图形

8. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + kx - 2 = 0$ 的根的情况是（ ）

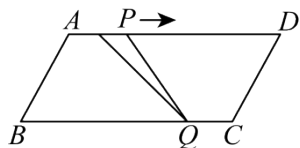
- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 只有一个实数根 D. 没有实数根

9. 一次函数 $y = x - 2n + 4$ ，二次函数 $y = x^2 + (n-1)x - 3$ ，反比例函数 $y = \frac{n+1}{x}$ 在同一直角坐标系中图象如图所示，则 n 的取值范围是（ ）



- A. $n > -1$ B. $n > 2$ C. $-1 < n < 1$ D. $1 < n < 2$

10. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = 6\text{cm}$ ， $BC = 12\text{cm}$ 。点 P 从点 A 出发、以 1cm/s 的速度沿 $A \rightarrow D$ 运动，同时点 Q 从点 C 出发，以 3cm/s 的速度沿 $C \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$ 往复运动，当点 P 到达端点 D 时，点 Q 随之停止运动。在此运动过程中，线段 $PQ = CD$ 出现的次数是（ ）



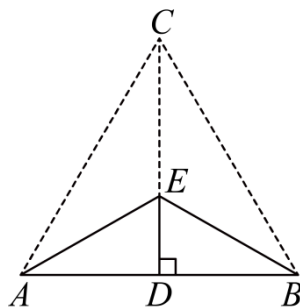
A. 3

B. 4

C. 5

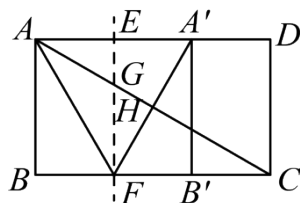
D. 6

11. 如图，等边 $\triangle ABC$ 钢架的立柱 $CD \perp AB$ 于点 D ， AB 长12m. 现将钢架立柱缩短成 DE ， $\angle BED = 60^\circ$. 则新钢架减少用钢（ ）



A. $(24-12\sqrt{3})$ m B. $(24-8\sqrt{3})$ m C. $(24-6\sqrt{3})$ m D. $(24-4\sqrt{3})$ m

12. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， AF 平分 $\angle BAC$ ，将矩形沿直线 EF 折叠，使点 A ， B 分别落在边 AD 、 BC 上的点 A' ， B' 处， EF ， $A'F$ 分别交 AC 于点 G ， H . 若 $GH = 2$ ， $HC = 8$ ，则 BF 的长为（ ）



A. $\frac{20\sqrt{2}}{9}$ B. $\frac{20\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ D. 5

二、填空题

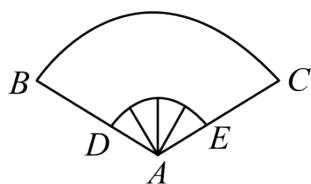
13. 分解因式： $x^2 - 3x =$ _____.

14. 计算： $\frac{3a+1}{a+1} - \frac{2a}{a+1} =$ _____.

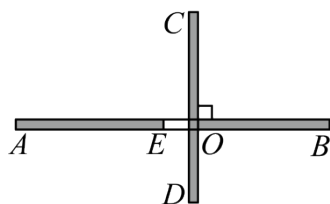
15. 凸七边形的内角和是_____度.

16. 一次函数 $y = (3m+1)x - 2$ 的值随 x 的增大而增大，请写出一个满足条件的 m 的值_____.

17. 龚扇是自贡“小三绝”之一. 为弘扬民族传统文化，某校手工兴趣小组将一个废弃的大纸杯侧面剪开直接当作扇面，制作了一个龚扇模型（如图）. 扇形外侧两竹条 AB ， AC 夹角为 120° . AB 长30cm，扇面的 BD 边长为18cm，则扇面面积为_____ cm^2 （结果保留 π ）.



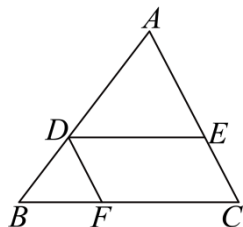
18. 九（1）班劳动实践基地内有一块面积足够大的平整空地．地上两段围墙 $AB \perp CD$ 于点 O （如图），其中 AB 上的 EO 段围墙空缺．同学们测得 $AE = 6.6\text{ m}$ ， $OE = 1.4\text{ m}$ ， $OB = 6\text{ m}$ ， $OC = 5\text{ m}$ ， $OD = 3\text{ m}$ ．班长买来可切断的围栏 16 m ，准备利用已有围墙，围出一块封闭的矩形菜地，则该菜地最大面积是_____ m^2 ．



三、解答题

19. 计算： $(\tan 45^\circ - 2)^0 + |2 - 3| - \sqrt{9}$

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $\angle EDF = \angle C$ ．

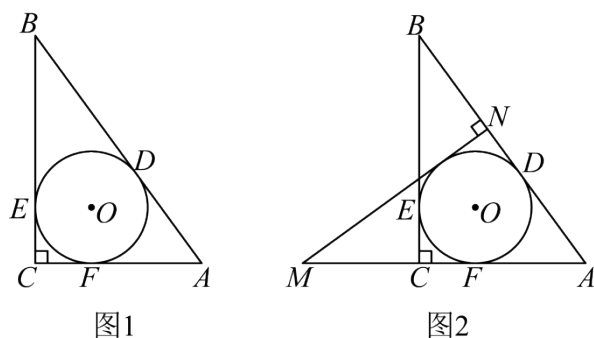


(1) 求证： $\angle BDF = \angle A$ ；

(2) 若 $\angle A = 45^\circ$ ， DF 平分 $\angle BDE$ ，请直接写出 $\triangle ABC$ 的形状．

21. 为传承我国传统节日文化，端午节前夕，某校组织了包粽子活动．已知七（3）班甲组同学平均每小时比乙组多包 20 个粽子，甲组包 150 个粽子所用的时间与乙组包 120 个粽子所用的时间相同．求甲、乙两组同学平均每小时各包多少个粽子．

22. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，切点分别为 D ， E ， F ．



- (1)图 1 中三组相等的线段分别是 $CE = CF$, $AF =$ _____ , $BD =$ _____ ; 若 $AC = 3$, $BC = 4$, 则 $\odot O$ 半径长为 _____ ;
- (2)如图 2, 延长 AC 到点 M , 使 $AM = AB$, 过点 M 作 $MN \perp AB$ 于点 N .
求证: MN 是 $\odot O$ 的切线.

23. 某校为了解学生身体健康状况, 从全校 600 名学生的体质健康测试结果登记表中, 随机选取了部分学生的测试数据进行初步整理 (如图 1). 并绘制出不完整的条形统计图 (如图 2).

成绩	频数	百分比
不及格	3	a
及格	b	20%
良好	45	c
优秀	32	32%

图 1 学生体质健康统计表

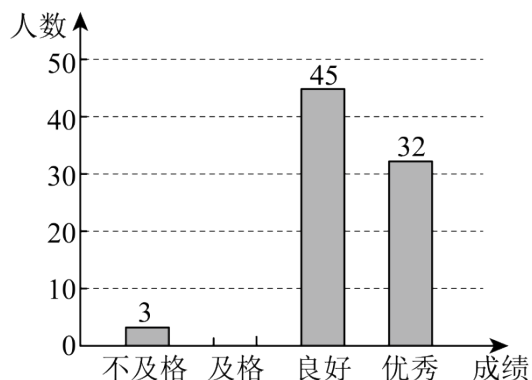
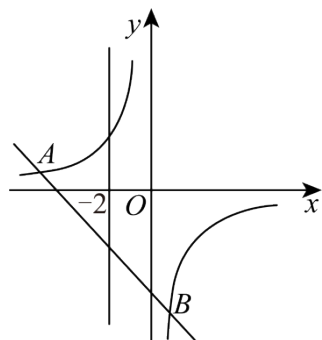


图2 学生体质健康条形统计图

- (1)图 1 中 $a =$ _____ , $b =$ _____ , $c =$ _____ ;

- (2)请补全图2的条形统计图,并估计该校学生体质健康测试结果为“良好”和“优秀”的总人数;
- (3)为听取测试建议,学校选出了3名“良好”1名“优秀”学生,再从这4名学生中随机抽取2人参加学校体质健康测试交流会.请用列表或画树状图的方法,计算所抽取的两人均为“良好”的概率.

24. 如图,在平面直角坐标系中,一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(-6,1)$, $B(1,n)$ 两点.



- (1)求反比例函数和一次函数的解析式;
- (2) P 是直线 $x=-2$ 上的一个动点, $\triangle PAB$ 的面积为 21, 求点 P 坐标;
- (3)点 Q 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 位于第四象限的图象上, $\triangle QAB$ 的面积为 21, 请直接写出 Q 点坐标.

25. 为测量水平操场上旗杆的高度,九(2)班各学习小组运用了多种测量方法.

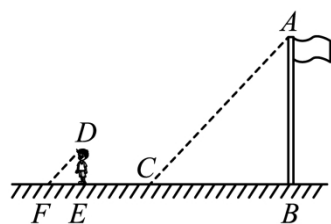


图1(利用影子)

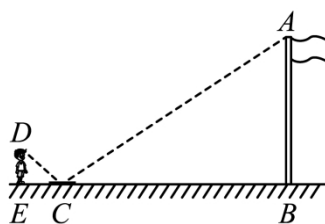


图2(利用镜子)

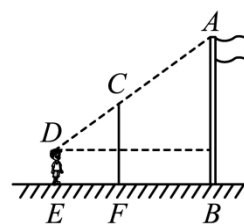
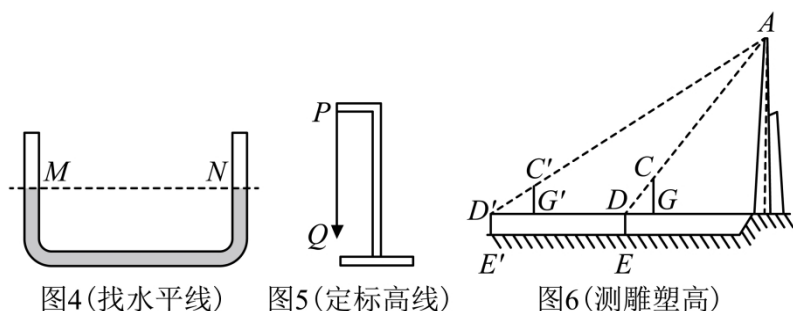


图3(利用标杆)

- (1)如图1, 小张在测量时发现, 自己在操场上的影长 EF 恰好等于自己的身高 DE . 此时, 小组同学测得旗杆 AB 的影长 BC 为 11.3m, 据此可得旗杆高度为 _____ m;
- (2)如图2, 小李站在操场上 E 点处, 前面水平放置镜面 C , 并通过镜面观测到旗杆顶部 A . 小组同学测得小李的眼睛距地面高度 $DE=1.5\text{m}$, 小李到镜面距离 $EC=2\text{m}$, 镜面到旗杆的距离 $CB=16\text{m}$. 求旗杆高度;
- (3)小王所在小组采用图3的方法测量, 结果误差较大. 在更新测量工具, 优化测量方法后, 测量精度明显提高, 研学旅行时, 他们利用自制工具, 成功测量了江姐故里广场雕塑的高

度．方法如下：

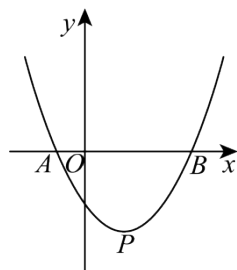


如图 4，在透明的塑料软管内注入适量的水，利用连通器原理，保持管内水面 M ， N 两点始终处于同一水平线上．

如图 5，在支架上端 P 处，用细线系小重物 Q ，标高线 PQ 始终垂直于水平地面．

如图 6，在江姐故里广场上 E 点处，同学们用注水管确定与雕塑底部 B 处于同一水平线的 D ， G 两点，并标记观测视线 DA 与标高线交点 C ，测得标高 $CG = 1.8\text{m}$ ， $DG = 1.5\text{m}$ ．将观测点 D 后移 24m 到 D' 处，采用同样方法，测得 $C'G' = 1.2\text{m}$ ， $D'G' = 2\text{m}$ ．求雕塑高度（结果精确到 1m ）．

26. 如图，抛物线 $y = ax^2 - \frac{3}{2}x + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ ， $B(4, 0)$ 两点，顶点为 P ．



- (1) 求抛物线的解析式及 P 点坐标；
- (2) 抛物线交 y 轴于点 C ，经过点 A ， B ， C 的圆与 y 轴的另一个交点为 D ，求线段 CD 的长；
- (3) 过点 P 的直线 $y = kx + n$ 分别与抛物线、直线 $x = -1$ 交于 x 轴下方的点 M ， N ，直线 NB 交抛物线对称轴于点 E ，点 P 关于 E 的对称点为 Q ， $MH \perp x$ 轴于点 H ．请判断点 H 与直线 NQ 的位置关系，并证明你的结论．

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	A	C	D	A	B	A	C	B
题号	11	12								
答案	D	A								

1. C

【分析】此题主要考查了实数大小比较的方法，正实数都大于0，负实数都小于0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可，解答此题的关键是要明确：正实数 $>0>$ 负实数，两个负实数绝对值大的反而小.

【详解】解：根据实数比较大小的方法，可得：

$$-2 < -\sqrt{3} < 0 < \pi,$$

\therefore 在0，-2， $-\sqrt{3}$ ， π 四个数中，最大的数是 π ，

故选：C.

2. B

【分析】本题考查科学记数法. 科学记数法的一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正整数；当原数的绝对值小于1时， n 是负整数.

【详解】解：70000用科学记数法表示为 7×10^4 ，

故选：B.

3. A

【分析】本题考查了菱形的判定和性质. 证明四边形 $AMBN$ 是菱形，即可求解.

【详解】解：由作图知 $AM = AN = BM = BN$ ，

\therefore 四边形 $AMBN$ 是菱形，

$$\because \angle A = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle MBN = \angle A = 40^\circ,$$


故选：A.

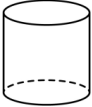
4. C

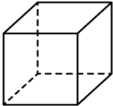
【分析】本题考查了几何体的三视图，根据俯视图是从上面往下面看到的图形，主视图是从

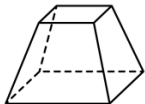
正面看到的图形，据此逐项分析，即可作答.

【详解】

解：A、 的俯视图与主视图分别是带圆心的圆和三角形，故该选项是错误的；

B、 的俯视图与主视图分别是圆和长方形，故该选项是错误的；

C、 的俯视图与主视图都是正方形，故该选项是正确的；

D、 的俯视图与主视图分别是长方形和梯形，故该选项是错误的；

故选：C.

5. D

【分析】本题考查中位数和众数. 将所给数据从小到大排列，第三和第四个数据的平均数即为中位数，出现次数最多的即为众数.

【详解】解：将这组数据从小到大排列：3，4，5，5，7.

则这组数据的中位数为 5，

5 出现次数最多，则众数为 5，

故选：D.

6. A

【分析】本题考查坐标与图形，三角形全等的判定和性质. 由旋转的性质得到

$\text{Rt}\triangle OCD \cong \text{Rt}\triangle OAB$ ，推出 $OA = OC = 4$ ， $AB = CD = 2$ 即可求解.

【详解】解： $\because D(4, -2)$ ，

$\therefore OC = 4$ ， $CD = 2$ ，

\therefore 将 $\text{Rt}\triangle OCD$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 到 $\triangle OAB$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle OCD \cong \text{Rt}\triangle OAB$ ，

$\therefore OA = OC = 4$ ， $AB = CD = 2$ ，

\therefore 点 B 坐标为 $(2, 4)$ ，

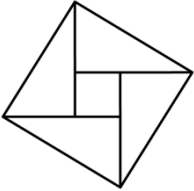
故选：A.

7. B

【分析】本题考查了轴对称图形的定义、中心对称图形的定义；平面内，一个图形沿一条直

线折叠，直线两旁的部分能够完全重合的图形，这个图形就叫做轴对称图形；在平面内，把一个图形绕着某个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，即可作答．

【详解】

解：是中心对称图形，但不是轴对称图形

故选：B

8. A

【分析】本题考查的是一元二次方程根的判别式，熟知一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 中，当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根是解题的关键．根据一元二次方程根的判别式解答即可．

【详解】解： $\because \Delta = k^2 - 4 \times 1 \times (-2) = k^2 + 8 > 0$ ，

\therefore 方程有两个不相等的实数根．

故选：A．

9. C

【分析】本题考查了反比例函数的图象，一次函数图象，二次函数的图象与系数的关系，根据题意列不等式组，解不等式组即可得到结论，正确地识别图形是解题的关键．

【详解】解：根据题意得：

$$\begin{cases} -2n + 4 > 0 \\ -\frac{n-1}{2} > 0 \\ n + 1 > 0 \end{cases},$$

解得： $-1 < n < 1$ ，

$\therefore n$ 的取值范围是 $-1 < n < 1$ ，

故选：C．

10. B

【分析】本题考查了平行四边形的判定与性质，一元一次方程的应用，全等三角形的判定与性质，分四种情况：当 $0 < t \leq 4$ 时，当 $4 < t \leq 8$ 时，当 $8 < t \leq 12$ 时，四边形 $CDPQ$ 为平行四边形；当 $0 < t \leq 4$ 时，四边形 $CDPQ$ 为等腰梯形，分别求解即可，掌握相关知识是解题的关键．

键.

【详解】解：在 $\square ABCD$ 中， $AB = 6\text{cm}$ ， $BC = 12\text{cm}$ ，

$\therefore CD = AB = 6\text{cm}$ $AD = BC = 12\text{cm}$ ， $AD \parallel BC$ ，

\because 点 P 从点 A 出发、以 1cm/s 的速度沿 $A \rightarrow D$ 运动，

\therefore 点 P 从点 A 出发到达 D 点的时间为： $12 \div 1 = 12(\text{s})$ ，

\because 点 Q 从点 C 出发，以 3cm/s 的速度沿 $C \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$ 往复运动，

\therefore 点 Q 从点 C 出发到 B 点的时间为： $12 \div 3 = 4$ ，

$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore DP \parallel CQ$ ，

当 $DP = CQ$ 时，四边形 $CDPQ$ 为平行四边形，

$\therefore PQ = CD$ ，

当 $PQ = AB$ 时，四边形 $CDPQ$ 为等腰梯形，

$\therefore PQ = AB = CD$ ，

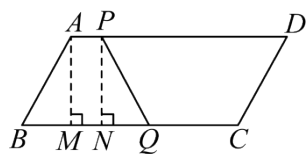
设 P 、 Q 同时运动的时间为 $t(\text{s})$ ，

当 $0 < t \leq 4$ 时， $12 - t = 3t$ ，

$\therefore t = 3$ ，

此时 $DP = CQ$ ，四边形 $CDPQ$ 为平行四边形， $PQ = CD$ ，

如图：过点 A 、 P 分别作 BC 的垂线，分别交 BC 于点 M 、 N ，



\therefore 四边形 $AMNP$ 是矩形，

$\therefore MN = AP = t$ ， $AM = PN$ ，

\because 四边形 $ABQP$ 是等腰梯形，

$\therefore PQ = AB$ ， $\angle PQN = \angle B$ ，

$\because \angle BAM = 90^\circ - \angle B$ ， $\angle QPN = 90^\circ - \angle PQN$ ，

$\therefore \angle BAM = \angle QPN$ ，

$$\because \begin{cases} AM = PN \\ \angle BAM = \angle QPN, \\ AB = PQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle PQN (\text{SAS}),$$

$$\therefore BM = QN,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $AB = 6\text{cm}$,

$$\therefore \angle BAM = 90^\circ - \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore BM = \frac{1}{2}AB = 3\text{cm},$$

$$\therefore BM = QN = 3\text{cm},$$

$$\therefore t = 12 - 3t - 3 - 3,$$

$$\therefore t = \frac{3}{2},$$

此时 $ABQP$ 是等腰梯形, $PQ = AB = CD$,

$$\text{当 } 4 < t \leq 8 \text{ 时, } 12 - t = 12 - 3(t - 4),$$

$$\therefore t = 6,$$

此时 $DP = CQ$, 四边形 $CDPQ$ 为平行四边形, $PQ = CD$,

$$\text{当 } 8 < t \leq 12 \text{ 时, } 12 - t = 3(t - 8),$$

$$\therefore t = 9,$$

此时 $DP = CQ$, 四边形 $CDPQ$ 为平行四边形, $PQ = CD$,

综上, 当 $t = \frac{3}{2}$ 或 $t = 3$ 或 $t = 6$ 或 $t = 9$ 时, $PQ = CD$, 共 4 次,

故选: B.

11. D

【分析】本题考查了等边三角形的性质, 解直角三角形的应用. 利用三角函数的定义分别求

得 $DE = 2\sqrt{3}$, $BE = 4\sqrt{3} = AE$, $CD = 6\sqrt{3}$, 利用新钢架减少用钢

$= AC + BC + CD - AE - BE - DE$, 代入数据计算即可求解.

【详解】解: \because 等边 $\triangle ABC$, $CD \perp AB$ 于点 D , AB 长 12m ,

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB = 6\text{m},$$

$$\because \angle BED = 60^\circ,$$

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{BD}{DE} = \sqrt{3},$$

$$\therefore DE = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle AEG \sim \triangle CFG,$$

$$\therefore \frac{AE}{CF} = \frac{EG}{GF} = \frac{AG}{GC}, \text{ 即 } \frac{AE}{CF} = \frac{EG}{x} = \frac{x}{10} \text{ ①},$$

$$\because AA' \parallel FC,$$

$$\therefore \triangle AA'H \sim \triangle CFH,$$

$$\therefore \frac{AA'}{CF} = \frac{AH}{HC}, \text{ 即 } \frac{AA'}{CF} = \frac{x+2}{8} \text{ ②},$$

$$\because AA' = 2AE,$$

$$\text{由①②得 } \frac{x+2}{8} = \frac{x}{5},$$

$$\text{解得 } x = \frac{10}{3}, \text{ 则 } AG = GF = GO = \frac{10}{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle CFG \text{ 中, } CF = \sqrt{CG^2 - FG^2} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{20\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore \frac{AE}{\frac{20\sqrt{2}}{3}} = \frac{\frac{10}{3}}{10},$$

$$\therefore AE = \frac{20\sqrt{2}}{9}, \text{ 即 } BF = \frac{20\sqrt{2}}{9},$$

故答案为: A.

$$13. x(x-3)$$

【分析】根据提取公因式法因式分解进行计算即可.

$$\text{【详解】解: } x^2 - 3x = x(x-3),$$

故答案为: $x(x-3)$.

【点睛】此题考查了提公因式法因式分解, 熟练掌握提取公因式的方法是解本题的关键.

$$14. 1$$

【分析】本题考查了分式同分母的减法运算, 分母不变, 分子直接相减, 即可作答.

$$\text{【详解】解: } \frac{3a+1}{a+1} - \frac{2a}{a+1} = \frac{3a+1-2a}{a+1} = \frac{a+1}{a+1} = 1.$$

故答案为: 1.

$$15. 900$$

【分析】本题主要考查了多边形内角和定理. 应用多边形的内角和公式计算即可.

$$\text{【详解】解: 七边形的内角和} = (n-2) \times 180^\circ = (7-2) \times 180^\circ = 900^\circ,$$

故答案为：900.

16. 1 (答案不唯一)

【分析】本题考查了一次函数的性质，根据一次函数的值随 x 的增大而增大，得出 $k > 0$ ，写一个满足条件的 m 的值即可，根据 k 的正负性判断函数增减性是解题的关键.

【详解】解：∵ $y = (3m + 1)x - 2$ 的值随 x 的增大而增大，

$$\therefore 3m + 1 > 0,$$

$$\therefore m > -\frac{1}{3},$$

∴ m 的值可以为：1，

故答案为：1 (答案不唯一).

17. 252π

【分析】根据扇形公式进行计算即可. 本题考查了扇面面积计算，掌握扇面面积等于两个扇形面积相减是解题的关键.

【详解】解：扇面面积 = 扇形 BAC 的面积 - 扇形 DAE 的面积

$$= \frac{120 \times \pi \times 30^2}{360} - \frac{120 \times \pi \times (30 - 18)^2}{360}$$

$$= 300\pi - 48\pi$$

$$= 252\pi (\text{cm}^2),$$

故答案为： 252π .

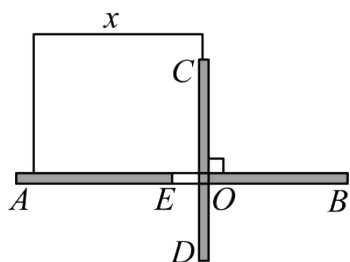
18. 46.4

【分析】本题考查了二次函数的应用. 要利用围墙和围栏围成一个面积最大的封闭的矩形菜地，那就必须尽量使用原来的围墙，观察图形，利用 AO 和 OC 才能使该矩形菜地面积最大，分情况，利用矩形的面积公式列出二次函数，利用二次函数的性质求解即可.

【详解】解：要使该矩形菜地面积最大，则要利用 AO 和 OC 构成矩形，

设矩形在射线 OA 上的一段长为 $x\text{m}$ ，矩形菜地面积为 S ，

当 $x \leq 8$ 时，如图，



则在射线 OC 上的长为 $\frac{16-x-1.4+5}{2} = \frac{19.6-x}{2}$

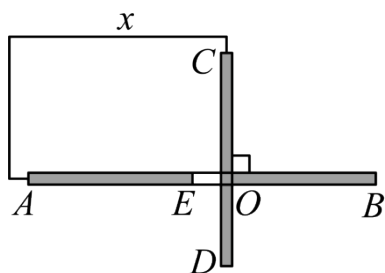
$$\text{则 } S = x \cdot \frac{19.6-x}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + 9.8x = -\frac{1}{2}(x-9.8)^2 + 48.02,$$

$$\because -\frac{1}{2} < 0,$$

\therefore 当 $x \leq 9.8$ 时, S 随 x 的增大而增大,

\therefore 当 $x = 8$ 时, S 的最大值为 46.4;

当 $x > 8$ 时, 如图,



则矩形菜园的总长为 $(16+6.6+5) = 27.6\text{m}$,

则在射线 OC 上的长为 $\frac{27.6-2x}{2}$

$$\text{则 } S = x \cdot (13.8-x) = -x^2 + 13.8x = -(x-6.9)^2 + 47.61,$$

$$\because -1 < 0,$$

\therefore 当 $x < 6.9$ 时, S 随 x 的增大而减少,

\therefore 当 $x > 8$ 时, S 的值均小于 46.4;

综上, 矩形菜地的最大面积是 46.4cm^2 ;

故答案为: 46.4.

19. -1

【分析】本题考查了含特殊角的三角函数的混合运算, 先化简正切值, 再运算零次幂, 绝对值, 算术平方根, 再运算加减, 即可作答.

$$\text{【详解】解: } (\tan 45^\circ - 2)^0 + |2-3| - \sqrt{9}$$

$$= (1-2)^0 + |2-3| - \sqrt{9}$$

$$= 1 + 1 - 3$$

$$= -1.$$

20. (1)见解析

(2) $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

【分析】本题考查了平行线的判定和性质，等腰直角三角形的判定.

(1) 由平行证明 $\angle AED = \angle C$ ，由等量代换得到 $\angle EDF = \angle AED$ ，利用平行线的判定“内错角相等，两直线平行”证明 $DF \parallel AC$ ，即可证明 $\angle BDF = \angle A$ ；

(2) 利用平行线的性质结合角平分线的定义求得 $\angle BDE = 90^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，据此即可得到 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

【详解】(1) 证明： $\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle AED = \angle C，$$

$$\because \angle EDF = \angle C，$$

$$\therefore \angle EDF = \angle AED，$$

$$\therefore DF \parallel AC，$$

$$\therefore \angle BDF = \angle A；$$

(2) 解： $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

$$\because \angle BDF = \angle A，$$

$$\therefore \angle BDF = \angle A = 45^\circ，$$

$$\because DF \text{ 平分 } \angle BDE，$$

$$\therefore \angle BDE = 2\angle BDF = 90^\circ，$$

$$\because DE \parallel BC，$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle BDE = 90^\circ，$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 45^\circ = \angle A，$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等腰直角三角形.}$$

21. 甲组平均每小时包 100 个粽子，乙组平均每小时包 80 个粽子.

【分析】本题主要考查了分式方程的实际应用. 设乙组每小时包 x 个粽子，则甲组每小时包 $(x+20)$ 个粽子，根据时间等于总工作量除以工作效率，即可得出关于 x 的分式方程，解之

并检验后即可得出结果.

【详解】解：设乙组平均每小时包 x 个粽子，则甲组平均每小时包 $(x+20)$ 个粽子，

由题意得：

$$\frac{150}{x+20} = \frac{120}{x}, \text{ 解得： } x = 80,$$

经检验： $x = 80$ 是分式方程的解，且符合题意，

\therefore 分式方程的解为： $x = 80$ ，

$$\therefore x + 20 = 100$$

答：甲组平均每小时包 100 个粽子，乙组平均每小时包 80 个粽子.

22. (1) AD ； BE ；1

(2) 见解析

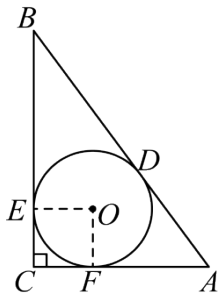
【分析】(1) 根据切线长定理得到 $BD = BF = 3$ ， $AE = AF = 10$ ， $CD = CE$ ，代入求解即可得到答案；

(2) 证明 $\triangle CAB \cong \triangle NAM$ ，推出 $S_{\triangle CAB} = S_{\triangle NAM}$ ， $AN = AC$ ， $MN = BC$ ，求得

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(AC + BC + AB) \cdot r, \quad S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}(AN + AM) \cdot r + \frac{1}{2}MN \cdot OG, \text{ 根据 } S_{\triangle CAB} = S_{\triangle NAM}, \text{ 列}$$

式求得 $OG = r$ ，根据切线的判定定理，即可得到 MN 是 $\odot O$ 的切线.

【详解】(1) 解：连接 OE ， OF ，设 $\odot O$ 半径为 r ，



$\because \odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，切点分别为 D ， E ， F ，

$$\therefore CE = CF, \quad AF = AD, \quad BD = BE;$$

在四边形 $OFCE$ 中， $\angle OFC = \angle C = \angle OEC = 90^\circ$ ，

\therefore 四边形 $ODCE$ 为矩形，

又因为 $OF = OE$ ，

\therefore 四边形 $OFCE$ 为正方形.

则 $CF = CE = r$ ，则 $AF = AD = 3 - r$ ， $BD = BE = 4 - r$ ，

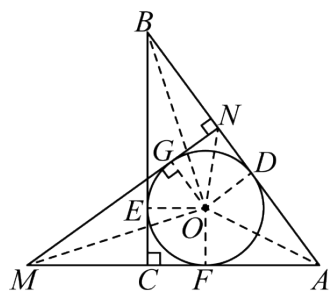
在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中，由勾股定理得 $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

$\therefore AD + BD = AB = 5$ ，即 $3 - r + 4 - r = 5$ ，

解得 $r = 1$ ，

故答案为： AD ； BE ；1；

(2) 证明：连接 OD ， OE ， OF ， OA ， OM ， ON ， OB ，作 $OG \perp MN$ 于点 G ，



设 $\odot O$ 半径为 r ，

$\because MN \perp AB$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle ANM = 90^\circ$ ，

$\because \angle CAB = \angle NAM$ ， $AM = AB$ ，

$\therefore \triangle CAB \cong \triangle NAM$ ，

$\therefore S_{\triangle CAB} = S_{\triangle NAM}$ ， $AN = AC$ ， $MN = BC$ ，

$\because \odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，切点分别为 D ， E ， F ，

$\therefore OD = OE = OF = r$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(AC + BC + AB) \cdot r$ ，

同理 $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}(AN + AM) \cdot r + \frac{1}{2}MN \cdot OG$ ，

$\therefore \frac{1}{2}(AC + BC + AB) \cdot r = \frac{1}{2}(AN + AM) \cdot r + \frac{1}{2}MN \cdot OG$ ，

$\therefore OG = r$ ，

$\therefore OG \perp MN$ ，

$\therefore MN$ 是 $\odot O$ 的切线.

【点睛】 本题考查切线的判定，切线长定理，全等三角形的判定和性质，三角形的内切圆及勾股定理，正确引出辅助线解决问题是解题的关键.

23. (1) 3%；20；45%

(2)补全图见解析，估计该校学生体质健康测试结果为“良好”和“优秀”的总人数为 462 人；

(3)选取的 2 名学生均为“良好”的概率为 $\frac{1}{2}$.

【分析】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ,再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ,然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率. 也考查了统计图.

- (1)用“优秀”等级的频数除以它所占的百分比即可得到样本容量；再分别求得 a 、 b 、 c 的值；
- (2) 根据 (1) 的结果，可补全条形统计图，利用样本估计总体可求解；
- (3) 用列表法表示 12 种等可能的结果数，再找出抽取的两人均为“良好”的结果数，然后根据概率公式求解.

【详解】(1) 解：样本容量为 $30 \div 30\% = 100$,

$$\text{则 } a = \frac{3}{100} \times 100\% = 3\% ,$$

$$b = 100 \times 20\% = 20 ,$$

$$c = \frac{45}{100} \times 100\% = 45\% ,$$

故答案为：3%；20；45%；

(2) 解：补全条形统计图，如图：

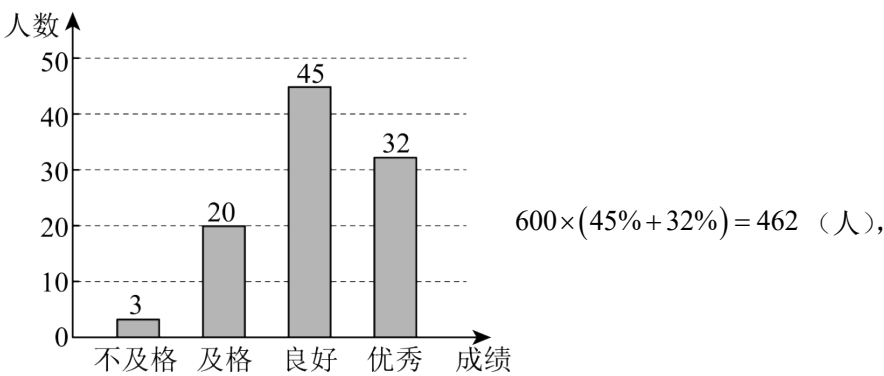


图2 学生体质健康条形统计图

估计该校学生体质健康测试结果为“良好”和“优秀”的总人数为 462 人；

(3) 解：设 3 名“良好”分别用 A 、 B 、 C 表示，1 名“优秀”用 D 表示，列表如下：

	A	B	C	D
A		(B, A)	(C, A)	(D, A)

B	(A, B)		(C, B)	(D, B)
C	(A, C)	(B, C)		(D, C)
D	(A, D)	(B, D)	(C, D)	

由表格可知一共有 12 种等可能性的结果数，其中选取的 2 名学生均为“良好”的结果数有 6 种，

∴选取的 2 名学生均为“良好”的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

24. (1) $y = -\frac{6}{x}$, $y = -x - 5$

(2) 点 P 坐标为 $(-2, 3)$ 或 $(-2, -9)$;

(3) Q 点坐标为 $(3, -2)$ 或 $\left(\frac{-11+\sqrt{145}}{2}, -\frac{11+\sqrt{145}}{2}\right)$

【分析】(1) 先求出 $m = -6$ ，再代入 $B(1, n)$ ，得出 $B(1, -6)$ ，再运用待定系数法解一次函数的解析式，即可作答.

(2) 先得出直线 AB 与直线 $x = -2$ 的交点 C 的坐标，根据求不规则面积运用割补法列式化简得 $\frac{1}{2} \times |-3 - p| \times 7 = 21$ ，解出 p ，即可作答.

(3) 要进行分类讨论，当点 Q 在点 B 的右边时和点 Q 在点 B 的左边时，根据求不规则面积运用割补法列式，其中运用公式法解方程，注意计算问题，即可作答.

【详解】(1) 解：依题意把 $A(-6, 1)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$ ，得出 $1 = \frac{m}{-6}$

解得 $m = -6$

把 $B(1, n)$ 代入 $y = -\frac{6}{x}$ 中，得出 $n = -\frac{6}{1} = -6$

∴ $B(1, -6)$

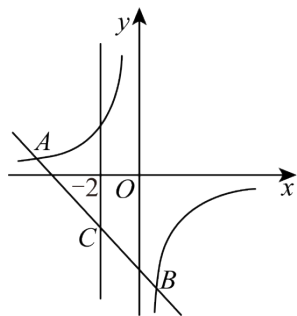
则把 $A(-6, 1)$ 和 $B(1, -6)$ 分别代入 $y = kx + b$

得出 $\begin{cases} 1 = -6k + b \\ -6 = k + b \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k = -1 \\ b = -5 \end{cases}$

$$\therefore y = -x - 5;$$

(2) 解：记直线 AB 与直线 $x = -2$ 的交点为 C



$$\therefore y = -x - 5$$

$$\therefore \text{当 } x = -2 \text{ 时, 则 } y = -x - 5 = 2 - 5 = -3$$

$$\therefore C(-2, -3)$$

$\therefore P$ 是直线 $x = -2$ 上的一个动点,

$$\therefore \text{设点 } P(-2, p),$$

$\therefore \triangle PAB$ 的面积为 21,

$$\therefore \frac{1}{2} \times PC \times |x_A - (-2)| + \frac{1}{2} \times PC \times |x_B - (-2)| = \frac{1}{2} \times PC \times |x_A - x_B| = \frac{1}{2} \times PC \times (x_B - x_A) = 21$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times |-3 - p| \times 7 = 21$$

$$\therefore |-3 - p| = 6$$

解得 $p = 3$ 或 -9

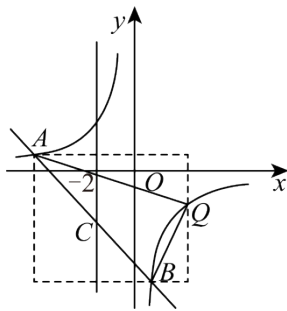
$$\therefore \text{点 } P \text{ 坐标为 } (-2, 3) \text{ 或 } (-2, -9);$$

$$(3) \text{ 解: 由 (1) 得出 } y = -\frac{6}{x}$$

\therefore 点 Q 在反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 位于第四象限的图象上,

$$\therefore \text{设点 } Q \text{ 的坐标为 } \left(q, -\frac{6}{q}\right) (q > 0)$$

如图：点 Q 在点 B 的右边时



$\therefore \triangle QAB$ 的面积为 21, $A(-6,1)$ 和 $B(1,-6)$

$$\therefore 21 = (1+6) \times (q+6) - \frac{1}{2} \times (1+6) \times (1+6) - \frac{1}{2} \times (q+6) \times \left(1 + \frac{6}{q}\right) - \frac{1}{2} \times (q-1) \times \left(-\frac{6}{q} + 6\right)$$

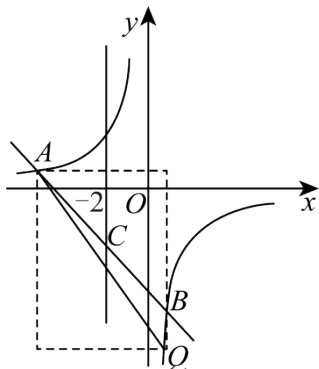
$$\text{整理得 } 21 = 7 \times (q+6) - \frac{49}{2} - \frac{1}{2} \times (q+6) \times \left(1 + \frac{6}{q}\right) - \frac{1}{2} \times (q-1) \times \left(-\frac{6}{q} + 6\right)$$

解得 $q = 3$ (负值已舍去)

经检验 $q = 3$ 是原方程的解,

$\therefore Q$ 点坐标为 $(3, -2)$

如图: 点 Q 在点 B 的左边时



$\therefore \triangle QAB$ 的面积为 21, $A(-6,1)$ 和 $B(1,-6)$

$$\therefore 21 = (1+6) \times \left(\frac{6}{q} + 1\right) - \frac{1}{2} \times \left(\frac{6}{q} + 1\right) \times (q+6) - \frac{1}{2} \times (1+6) \times (1+6) - \frac{1}{2} \times (1-q) \times \left(-6 + \frac{6}{q}\right)$$

$$\text{整理得 } 21 = 7 \times \left(\frac{6}{q} + 1\right) - \frac{1}{2} \times \left(\frac{6}{q} + 1\right) \times (q+6) - \frac{49}{2} - \frac{1}{2} \times (1-q) \times \left(-6 + \frac{6}{q}\right)$$

解得 $0 < q = \frac{-11 + \sqrt{145}}{2} < 1$, 符合题意, $q = \frac{-11 - \sqrt{145}}{2} < 0$, 不符合题意,

则 $-\frac{6}{q} = -\frac{11 + \sqrt{145}}{2}$, 故 $Q\left(\frac{-11 + \sqrt{145}}{2}, -\frac{11 + \sqrt{145}}{2}\right)$

综上：Q 点坐标为 $(3, -2)$ 或 $\left(\frac{-11+\sqrt{145}}{2}, -\frac{11+\sqrt{145}}{2}\right)$ 。

【点睛】本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，几何综合，待定系数法求一次函数的解析式，割补法求面积，公式法解方程，正确掌握相关性质内容是解题的关键。

25. (1)11.3

(2)旗杆高度为12m；

(3)雕塑高度为29m。

【分析】本题考查平行投影，相似三角形的应用。

(1) 根据同一时刻物高与影长对应成比例，进行求解即可；

(2) 根据镜面反射性质，可求出 $\angle ACB = \angle ECD$ ，得出 $\triangle ACB \sim \triangle DCE$ ，最后根据三角形相似的性质，即可求出答案；

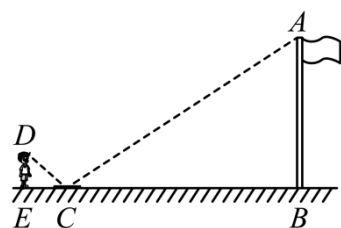
(3) $BG = xm$ ，由题意得： $\triangle DGC \sim \triangle DBA$ ， $\triangle D'G'C' \sim \triangle D'BA$ ，利用相似三角形的性质列出式子，计算即可求解。

【详解】(1) 解：由题意得 $DE = DF$ ，由题意得： $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ ，

$\therefore AB = BC = 11.3m$ ，

故答案为：11.3；

(2) 解：如图，由题意得， $DE = 1.5m$ ， $EC = 2m$ ， $BC = 16m$ ，



根据镜面反射可知： $\angle ACB = \angle ECD$ ，

$\therefore AB \perp BE$ ， $DE \perp BE$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle DEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle DCE$ ，

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{CB}{CE}$ ，即 $\frac{AB}{1.5} = \frac{16}{2}$ ，

$\therefore AB = 12$ ，

答：旗杆高度为12m；

(3) 解: 设 $BG = xm$,

由题意得: $\triangle DGC \sim \triangle DBA$, $\triangle D'G'C' \sim \triangle D'BA$,

$$\therefore \frac{CG}{AB} = \frac{DG}{DG+x}, \quad \frac{C'G'}{AB} = \frac{D'G'}{D'D+DG+x},$$

$$\text{即 } \frac{1.8}{AB} = \frac{1.5}{1.5+x}, \quad \frac{1.2}{AB} = \frac{2}{24+1.5+x},$$

$$\therefore \frac{\frac{1.8}{AB}}{\frac{1.2}{AB}} = \frac{\frac{1.5}{1.5+x}}{\frac{2}{24+1.5+x}},$$

$$\text{整理得 } 3.6(1.5+x) = 1.8(25.5+x),$$

解得 $x = 22.5$, 经检验符合他

$$\therefore AB = 1.8 \times (1.5 + 22.5) \div 1.5 = 28.8 \approx 29(\text{m}),$$

答: 雕塑高度为 29m.

$$26. (1) y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2, \quad P\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8}\right)$$

(2) 4

(3) 点 H 在直线 NQ 上, 见详解

【分析】(1) 待定系数法即可求解二次函数解析式, 再进行配方即可求点 P 坐标;

(2) 先由 $\angle ACO$ 与 $\angle CBO$ 的正切值相等得到 $\angle ACO = \angle CBO$, 继而可证明 $\angle ACB = 90^\circ$, 再由垂径定理得到 $CD = 2CO = 4$;

(3) 将点 $P\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8}\right)$ 代入 $y = kx + n$ 得直线 MN 表达式为 $y = kx - \frac{3}{2}k - \frac{25}{8}$, 则

$$y_N = -k - \frac{3}{2}k - \frac{25}{8} = -\left(\frac{5}{2}k + \frac{25}{8}\right), \text{ 而点 } E \text{ 为 } BN \text{ 中点, 则 } y_E = -\left(\frac{5}{4}k + \frac{25}{16}\right), \text{ 可求}$$

$$y_Q = 2y_E - y_P = -\frac{5}{2}k, \text{ 联立抛物线与直线 } MN \text{ 表达式, 得: } \begin{cases} y = kx - \frac{3}{2}k - \frac{25}{8} \\ y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 \end{cases}, \text{ 可求}$$

$$x_M = \frac{4k+3}{2}, \text{ 可证明 } \tan \angle QHG = \tan \angle NHA, \text{ 得到 } \angle QHG = \angle NHA, \text{ 即可求解.}$$

【详解】(1) 解: \because 抛物线 $y = ax^2 - \frac{3}{2}x + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$ 两点,

$$\therefore \text{代入得: } \begin{cases} a + \frac{3}{2} + c = 0 \\ 16a - 6 + c = 0 \end{cases},$$

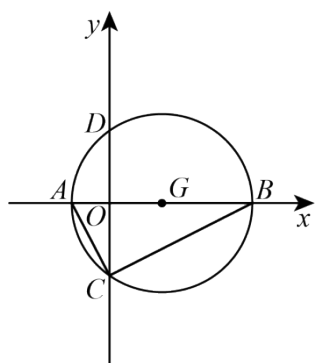
$$\text{解得: } \begin{cases} a = \frac{1}{2}, \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2,$$

$$\text{而 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 = \frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{8},$$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8}\right);$$

(2) 解: 如图:



$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = -2,$$

$$\therefore \text{点 } C(0, -2),$$

$$\therefore A(-1, 0), B(4, 0),$$

$$\therefore \tan \angle ACO = \frac{AO}{OC} = \frac{1}{2}, \quad \tan \angle CBO = \frac{CO}{BO} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle ACO = \angle CBO,$$

$$\therefore \angle CBO + \angle OCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO + \angle OCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$\therefore AB$ 是经过点 A 、 B 、 C 的 $\odot G$ 的直径,

$\therefore AB \perp CD$, AB 经过圆心,

$$\therefore CD = 2CO = 4;$$

(3) 解: 如图:

$$\because \tan \angle QHG = \frac{QG}{HG} = \frac{\frac{5}{2}k}{\frac{4k+3}{2} - \frac{3}{2}} = \frac{5}{4}, \quad \tan \angle NHA = \frac{NA}{HA} = \frac{\frac{5}{2}k + \frac{25}{8}}{\frac{4k+3}{2} + 1} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \angle QHG = \angle NHA,$$

\therefore 点 N 、 Q 、 H 三点共线，

\therefore 点 H 在直线 NQ 上.

【点睛】 本题考查了二次函数与一次函数的综合题，待定系数法求二次函数解析式，圆周角定理，垂径定理，平行线分线段成比例定理，三角函数，抛物线与直线的交点问题，熟练掌握知识点是解题的关键.