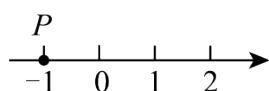


# 2024 年河南省中考数学试题

学校:\_\_\_\_\_姓名:\_\_\_\_\_班级:\_\_\_\_\_考号:\_\_\_\_\_

## 一、单选题

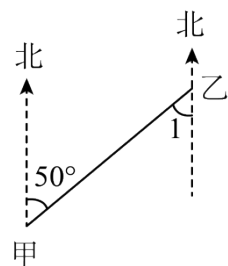
1. 如图, 数轴上点  $P$  表示的数是 ( )



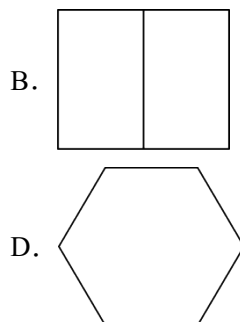
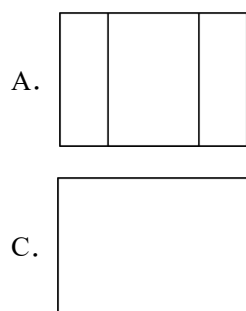
- A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2
2. 据统计, 2023 年我国人工智能核心产业规模达 5784 亿元, 数据“5784 亿”用科学记数法表示为 ( )

- A.  $5784 \times 10^8$                       B.  $5.784 \times 10^{10}$                       C.  $5.784 \times 10^{11}$                       D.  $0.5784 \times 10^{12}$

3. 如图, 乙地在甲地的北偏东  $50^\circ$  方向上, 则  $\angle 1$  的度数为 ( )



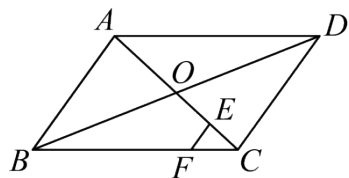
- A.  $60^\circ$                       B.  $50^\circ$                       C.  $40^\circ$                       D.  $30^\circ$
4. 信阳毛尖是中国十大名茶之一. 如图是信阳毛尖茶叶的包装盒, 它的主视图为 ( )



5. 下列不等式中, 与  $-x > 1$  组成的不等式组无解的是 ( )

- A.  $x > 2$       B.  $x < 0$       C.  $x < -2$       D.  $x > -3$

6. 如图，在  $\square ABCD$  中，对角线  $AC$ ， $BD$  相交于点  $O$ ，点  $E$  为  $OC$  的中点， $EF \parallel AB$  交  $BC$  于点  $F$ 。若  $AB = 4$ ，则  $EF$  的长为 ( )



- A.  $\frac{1}{2}$       B. 1      C.  $\frac{4}{3}$       D. 2

7. 计算  $\left( \underset{\substack{\uparrow \\ a}}{a \cdot a \cdots a} \right)^3$  的结果是 ( )

- A.  $a^5$       B.  $a^6$       C.  $a^{a+3}$       D.  $a^{3a}$

8. 豫剧是国家级非物质文化遗产，因其雅俗共赏，深受大众喜爱。正面印有豫剧经典剧目人物的三张卡片如图所示，它们除正面外完全相同。把这三张卡片背面朝上洗匀，从中随机抽取一张，放回洗匀后，再从中随机抽取一张，两次抽取的卡片正面相同的概率为 ( )



豫剧·花木兰



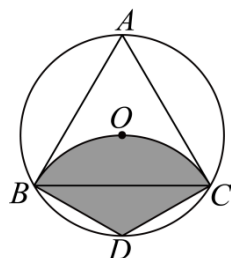
豫剧·七品芝麻官



豫剧·朝阳沟

- A.  $\frac{1}{9}$       B.  $\frac{1}{6}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $\frac{1}{3}$

9. 如图， $\odot O$  是边长为  $4\sqrt{3}$  的等边三角形  $ABC$  的外接圆，点  $D$  是  $\widehat{BC}$  的中点，连接  $BD$ ， $CD$ 。以点  $D$  为圆心， $BD$  的长为半径在  $\odot O$  内画弧，则阴影部分的面积为 ( )



- A.  $\frac{8\pi}{3}$       B.  $4\pi$       C.  $\frac{16\pi}{3}$       D.  $16\pi$

10. 把多个用电器连接在同一个插线板上，同时使用一段时间后，插线板的电源线会明显发热，存在安全隐患。数学兴趣小组对这种现象进行研究，得到时长一定时，插线板电源线中

的电流  $I$  与使用电器的总功率  $P$  的函数图象（如图 1），插线板电源线产生的热量  $Q$  与  $I$  的函数图象（如图 2）。下列结论中错误的是（ ）

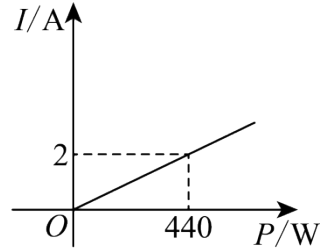
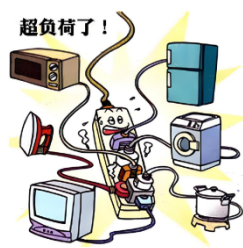


图1

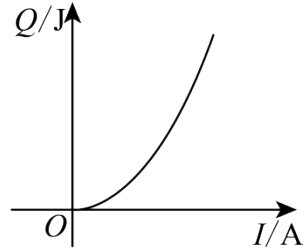


图2

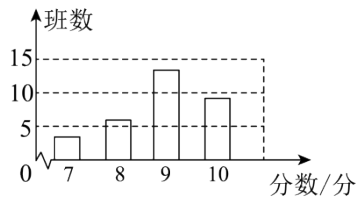
- A. 当  $P = 440\text{W}$  时， $I = 2\text{A}$
- B.  $Q$  随  $I$  的增大而增大
- C.  $I$  每增加  $1\text{A}$ ， $Q$  的增加量相同
- D.  $P$  越大，插线板电源线产生的热量  $Q$  越多

## 二、填空题

11. 请写出  $2m$  的一个同类项：\_\_\_\_\_.

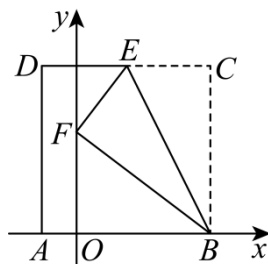
12. 2024 年 3 月是第 8 个全国近视防控宣传教育月，其主题是“有效减少近视发生，共同守护光明未来”.某校组织各班围绕这个主题开展板报宣传活动，并对各班的宣传板报进行评分，得分情况如图，则得分的众数为\_\_\_\_\_分.

宣传板报得分情况  
(满分10分)

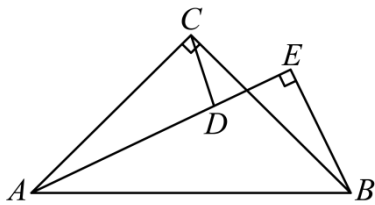


13. 若关于  $x$  的方程  $\frac{1}{2}x^2 - x + c = 0$  有两个相等的实数根，则  $c$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 如图，在平面直角坐标系中，正方形  $ABCD$  的边  $AB$  在  $x$  轴上，点  $A$  的坐标为  $(-2,0)$ ，点  $E$  在边  $CD$  上. 将  $\triangle BCE$  沿  $BE$  折叠，点  $C$  落在点  $F$  处. 若点  $F$  的坐标为  $(0,6)$ ，则点  $E$  的坐标为\_\_\_\_\_.



15. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB = 3$ ，线段  $CD$  绕点  $C$  在平面内旋转，过点  $B$  作  $AD$  的垂线，交射线  $AD$  于点  $E$ 。若  $CD = 1$ ，则  $AE$  的最大值为\_\_\_\_\_，最小值为\_\_\_\_\_。

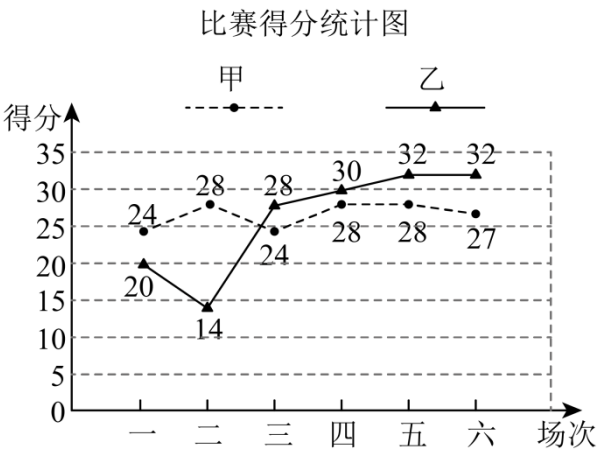


三、解答题

16. (1) 计算： $\sqrt{2} \times \sqrt{50} - (1 - \sqrt{3})^0$ ；

(2) 化简： $\left(\frac{3}{a-2} + 1\right) \div \frac{a+1}{a^2-4}$ 。

17. 为提升学生体质健康水平，促进学生全面发展，学校开展了丰富多彩的课外体育活动。在八年级组织的篮球联赛中，甲、乙两名队员表现优异，他们在近六场比赛中关于得分、篮板和失误三个方面的统计结果如下。



技术统计表

队员	平均每场得分	平均每场篮板	平均每场失误
甲	26.5	8	2
乙	26	10	3

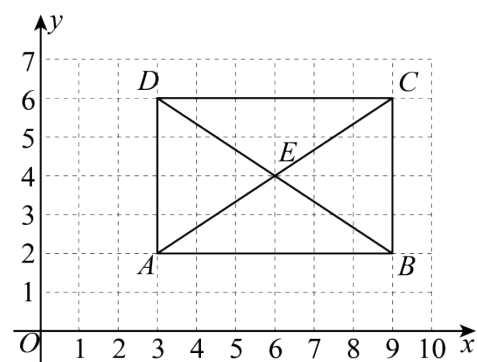
根据以上信息，回答下列问题。

(1)这六场比赛中，得分更稳定的队员是\_\_\_\_\_（填“甲”或“乙”）；甲队员得分的中位数为27.5分，乙队员得分的中位数为\_\_\_\_\_分。

(2)请从得分方面分析：这六场比赛中，甲、乙两名队员谁的表现更好.

(3)规定“综合得分”为：平均每场得分 $\times 1$ +平均每场篮板 $\times 1.5$ +平均每场失误 $\times (-1)$ ，且综合得分越高表现越好. 请利用这种评价方法，比较这六场比赛中甲、乙两名队员谁的表现更好.

18. 如图，矩形  $ABCD$  的四个顶点都在格点（网格线的交点）上，对角线  $AC$ ， $BD$  相交于点  $E$ ，反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象经过点  $A$ .

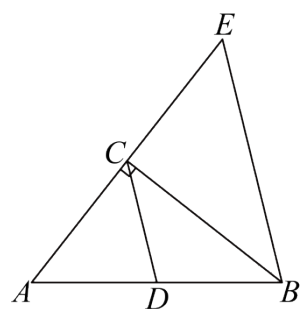


(1)求这个反比例函数的表达式.

(2)请先描出这个反比例函数图象上不同于点  $A$  的三个格点，再画出反比例函数的图象.

(3)将矩形  $ABCD$  向左平移，当点  $E$  落在这个反比例函数的图象上时，平移的距离为 \_\_\_\_\_.

19. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $CD$  是斜边  $AB$  上的中线， $BE \parallel DC$  交  $AC$  的延长线于点  $E$ .



(1)请用无刻度的直尺和圆规作  $\angle ECM$ ，使  $\angle ECM = \angle A$ ，且射线  $CM$  交  $BE$  于点  $F$ （保留作图痕迹，不写作法）.

(2)证明（1）中得到的四边形  $CDBF$  是菱形

20. 如图 1，塑像  $AB$  在底座  $BC$  上，点  $D$  是人眼所在的位置. 当点  $B$  高于人的水平视线  $DE$  时，由远及近看塑像，会在某处感觉看到的塑像最大，此时视角最大. 数学家研究发现：当经过  $A$ ， $B$  两点的圆与水平视线  $DE$  相切时（如图 2），在切点  $P$  处感觉看到的塑像最大，此

时  $\angle APB$  为最大视角.

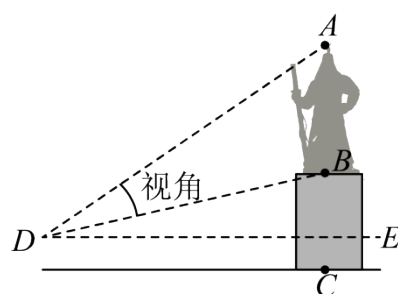


图1

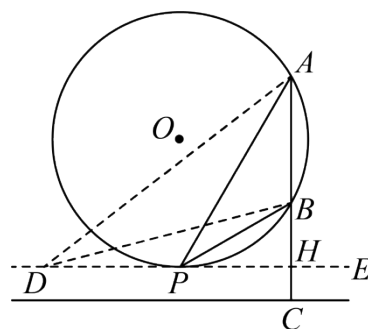


图2

(1)请仅就图 2 的情形证明  $\angle APB > \angle ADB$ .

(2)经测量,最大视角  $\angle APB$  为  $30^\circ$ , 在点  $P$  处看塑像顶部点  $A$  的仰角  $\angle APE$  为  $60^\circ$ , 点  $P$  到塑像的水平距离  $PH$  为  $6\text{m}$ . 求塑像  $AB$  的高 (结果精确到  $0.1\text{m}$ . 参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.73$ ).

21. 为响应“全民植树增绿, 共建美丽中国”的号召, 学校组织学生到郊外参加义务植树活动, 并准备了  $A, B$  两种食品作为午餐. 这两种食品每包质量均为  $50\text{g}$ , 营养成分表如下.

A 营养成分表	
项目	每50g
热量	700kJ
蛋白质	10g
脂肪	5.3g
碳水化合物	28.7g
钠	205mg

B 营养成分表	
项目	每50g
热量	900kJ
蛋白质	15g
脂肪	18.2g
碳水化合物	6.3g
钠	236mg

(1)若要从这两种食品中摄入  $4600\text{kJ}$  热量和  $70\text{g}$  蛋白质, 应选用  $A, B$  两种食品各多少包?

(2)运动量大的人或青少年对蛋白质的摄入量应更多. 若每份午餐选用这两种食品共  $7$  包, 要使每份午餐中的蛋白质含量不低于  $90\text{g}$ , 且热量最低, 应如何选用这两种食品?

22. 从地面竖直向上发射的物体离地面的高度  $h(\text{m})$  满足关系式  $h = -5t^2 + v_0 t$ , 其中  $t(\text{s})$  是物体运动的时间,  $v_0(\text{m/s})$  是物体被发射时的速度. 社团活动时, 科学小组在实验楼前从地面竖直向上发射小球.

(1)小球被发射后 \_\_\_\_\_  $\text{s}$  时离地面的高度最大 (用含  $v_0$  的式子表示).

(2)若小球离地面的最大高度为  $20\text{m}$ , 求小球被发射时的速度.

(3)按 (2) 中的速度发射小球, 小球离地面的高度有两次与实验楼的高度相同. 小明说: “这两次间隔的时间为  $3\text{s}$ .” 已知实验楼高  $15\text{m}$ , 请判断他的说法是否正确, 并说明理由.

### 23. 综合与实践

在学习特殊四边形的过程中，我们积累了一定的研究经验，请运用已有经验，对“邻等对补四边形”进行研究

定义：至少有一组邻边相等且对角互补的四边形叫做邻等对补四边形．

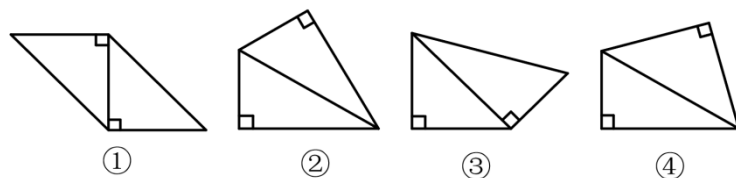


图1

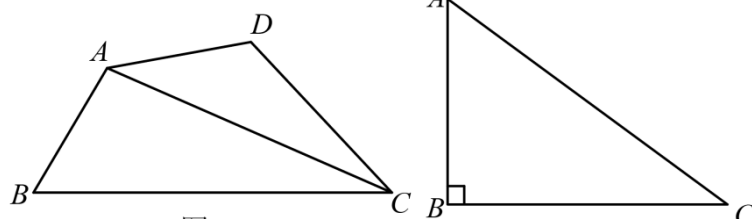


图2

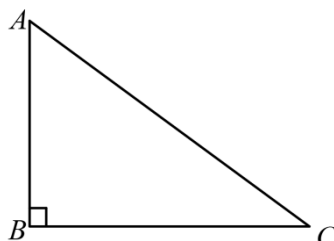


图3

#### (1)操作判断

用分别含有  $30^\circ$  和  $45^\circ$  角的直角三角形纸板拼出如图 1 所示的 4 个四边形，其中是邻等对补四边形的有\_\_\_\_\_（填序号）．

#### (2)性质探究

根据定义可得出邻等对补四边形的边、角的性质．下面研究与对角线相关的性质．

如图 2，四边形  $ABCD$  是邻等对补四边形， $AB = AD$ ， $AC$  是它的一条对角线．

①写出图中相等的角，并说明理由；

②若  $BC = m$ ， $DC = n$ ， $\angle BCD = 2\theta$ ，求  $AC$  的长（用含  $m$ ， $n$ ， $\theta$  的式子表示）．

#### (3)拓展应用

如图 3，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，分别在边  $BC$ ， $AC$  上取点  $M$ ， $N$ ，使四边形  $ABMN$  是邻等对补四边形．当该邻等对补四边形仅有一组邻边相等时，请直接写出  $BN$  的长．





参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	B	A	A	B	D	D	C	C

1. A

【分析】本题考查了数轴，掌握数轴的定义是解题的关键.

根据数轴的定义和特点可知，点  $P$  表示的数为  $-1$ ，从而求解.

【详解】解：根据题意可知点  $P$  表示的数为  $-1$ ，

故选：A.

2. C

【分析】本题考查了用科学记数法表示绝对值较大的数，一般形式为  $a \times 10^n$ ，其中

$1 \leq |a| < 10$ ，确定  $a$  和  $n$  的值是解题的关键.

用科学记数法表示绝对值较大的数时，一般形式为  $a \times 10^n$ ，其中  $1 \leq |a| < 10$ ，且  $n$  比原来的整数位数少 1，据此判断即可.

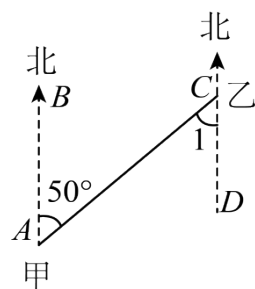
【详解】解：5784 亿  $= 578400000000 = 5.784 \times 10^{11}$ .

故选：C.

3. B

【分析】本题主要考查了方向角，平行线的性质，利用平行线的性质直接可得答案.

【详解】解：如图，



由题意得， $\angle BAC = 50^\circ$ ， $AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle BAC = 50^\circ$ ，

故选：B.

4. A

【分析】本题主要考查简单几何体的三视图，根据主视图的定义求解即可. 从正面看，在后面的部分会被遮挡，看见的为矩形，注意有两条侧棱出现在正面.

【详解】解：主视图从前往后看（即从正面看）时，能看得见的棱，则主视图中对应为实线，且图形为矩形，左右两边各有一个小矩形；

故选 A.

5. A

【分析】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到”的原则是解题的关键. 根据此原则对选项一一进行判断即可.

【详解】根据题意  $-x > 1$ ，可得  $x < -1$ ，

A、此不等式组无解，符合题意；

B、此不等式组解集为  $x < -1$ ，不符合题意；

C、此不等式组解集为  $x < -2$ ，不符合题意；

D、此不等式组解集为  $-3 < x < -1$ ，不符合题意；

故选：A

6. B

【分析】本题考查了相似三角形的判定与性质，平行四边形的性质等知识，利用平行四边形的性质、线段中点定义可得出  $CE = \frac{1}{4}AC$ ，证明  $\triangle CEF \sim \triangle CAB$ ，利用相似三角形的性质求解即可.

【详解】解： $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AC,$$

$\because$  点  $E$  为  $OC$  的中点，

$$\therefore CE = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{4}AC,$$

$\because EF \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle CEF \sim \triangle CAB$ ，

$$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{CE}{AC}, \text{ 即 } \frac{EF}{4} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore EF = 1,$$

故选：B.

7. D

【分析】本题考查的是乘方的含义，幂的乘方运算的含义，先计算括号内的运算，再利用幂的乘方运算法则可得答案.

【详解】解：  $(\underbrace{a \cdot a \cdots a}_{a \uparrow})^3 = (a^a)^3 = a^{3a}$ ，

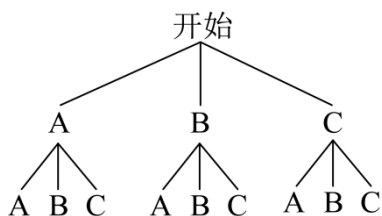
故选 D

8. D

【分析】本题考查了树状图法或列表法求概率，解题的关键是正确画出树状图得到所有的等可能的结果数．根据题意，利用树状图法将所有结果都列举出来，然后根据概率公式计算解即可．

【详解】解：把 3 张卡片分别记为 A、B、C，

画树状图如下：



共有 9 种等可能的结果，其中两次抽取的卡片正面相同的结果有 3 种，

∴两次抽取的卡片图案相同的概率为  $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ．

故选:D.

9. C

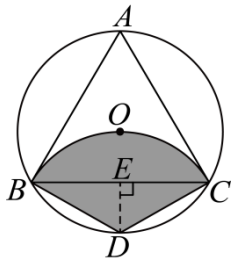
【分析】过 D 作  $DE \perp BC$  于 E，利用圆内接四边形的性质，等边三角形的性质求出

$\angle BDC = 120^\circ$ ，利用弧、弦的关系证明  $BD = CD$ ，利用三线合一性质求出

$BE = \frac{1}{2}BC = 2\sqrt{3}$ ， $\angle BDE = \frac{1}{2}\angle BDC = 60^\circ$ ，在  $\text{Rt}\triangle BDE$  中，利用正弦定义求出  $BD$ ，最后

利用扇形面积公式求解即可．

【详解】解:过 D 作  $DE \perp BC$  于 E，



∵  $\odot O$  是边长为  $4\sqrt{3}$  的等边三角形  $ABC$  的外接圆，

∴  $BC = 4\sqrt{3}$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle BDC + \angle A = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle BDC = 120^\circ,$$

$\because$  点  $D$  是  $\widehat{BC}$  的中点,

$$\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD},$$

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} BC = 2\sqrt{3}, \quad \angle BDE = \frac{1}{2} \angle BDC = 60^\circ,$$

$$\therefore BD = \frac{BE}{\sin \angle BDE} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 4,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{120\pi \cdot 4^2}{360} = \frac{16\pi}{3},$$

故选: C.

【点睛】本题考查了圆内接四边形的性质, 等边三角形的性质, 等腰三角形的性质, 扇形面积公式, 解直角三角形等知识, 灵活应用以上知识是解题的关键.

10. C

【分析】本题考查了函数的图象, 准确从图中获取信息, 并逐项判定即可.

【详解】解: 根据图 1 知: 当  $P = 440\text{W}$  时,  $I = 2\text{A}$ , 故选项 A 正确, 但不符合题意;

根据图 2 知:  $Q$  随  $I$  的增大而增大, 故选项 B 正确, 但不符合题意;

根据图 2 知:  $Q$  随  $I$  的增大而增大, 但前半段增加的幅度小, 后面增加的幅度大, 故选项 C 错误, 符合题意;

根据图 1 知:  $I$  随  $P$  的增大而增大, 又  $Q$  随  $I$  的增大而增大, 则  $P$  越大, 插线板电源线产生的热量  $Q$  越多, 故选项 D 正确, 但不符合题意;

故选: C.

11.  $m$  (答案不唯一)

【分析】本题考查的是同类项的含义, 根据同类项的定义直接可得答案.

【详解】解:  $2m$  的一个同类项为  $m$ ,

故答案为:  $m$

12. 9

【分析】本题考查了众数的概念, 解题的关键是熟知相关概念, 出现次数最多的数叫做众数.

根据众数的概念求解即可.

【详解】解: 根据得分情况图可知: 9 分的班级数最多, 即得分的众数为 9.

故答案为：9.

13.  $\frac{1}{2}/0.5$

【分析】本题考查一元二次方程根与判别式的关系. 掌握一元二次方程  $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$  的根的判别式为  $\Delta=b^2-4ac$ ，且当  $\Delta>0$  时，该方程有两个不相等的实数根；当  $\Delta=0$  时，该方程有两个相等的实数根；当  $\Delta<0$  时，该方程没有实数根是解题关键. 根据一元二次方程根与其判别式的关系可得： $\Delta=(-1)^2-4 \times \frac{1}{2}c=0$ ，再求解即可.

【详解】解： $\because$  方程  $\frac{1}{2}x^2-x+c=0$  有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta=(-1)^2-4 \times \frac{1}{2}c=0,$$

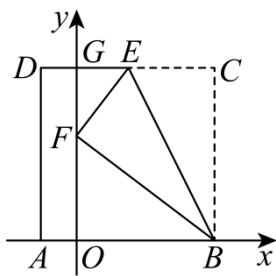
$$\therefore c=\frac{1}{2},$$

故答案为： $\frac{1}{2}$ .

14. (3,10)

【分析】设正方形  $ABCD$  的边长为  $a$ ， $CD$  与  $y$  轴相交于  $G$ ，先判断四边形  $AOGD$  是矩形，得出  $OG=AD=a$ ， $DG=AO$ ， $\angle EGF=90^\circ$ ，根据折叠的性质得出  $BF=BC=a$ ， $CE=FE$ ，在  $\text{Rt}\triangle BOF$  中，利用勾股定理构建关于  $a$  的方程，求出  $a$  的值，在  $\text{Rt}\triangle EGF$  中，利用勾股定理构建关于  $CE$  的方程，求出  $CE$  的值，即可求解.

【详解】解：设正方形  $ABCD$  的边长为  $a$ ， $CD$  与  $y$  轴相交于  $G$ ，



则四边形  $AOGD$  是矩形，

$$\therefore OG=AD=a, \quad DG=AO, \quad \angle EGF=90^\circ,$$

$\because$  折叠，

$$\therefore BF=BC=a, \quad CE=FE,$$

$$\because \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (-2,0), \text{ 点 } F \text{ 的坐标为 } (0,6),$$

$$\therefore AO=2, \quad FO=6,$$

$$\therefore BO = AB - AO = a - 2,$$

在  $\text{Rt}\triangle BOF$  中,  $BO^2 + FO^2 = BF^2$ ,

$$\therefore (a-2)^2 + 6^2 = a^2,$$

解得  $a = 10$ ,

$$\therefore FG = OG - OF = 4, \quad GE = CD - DG - CE = 8 - CE,$$

在  $\text{Rt}\triangle EGF$  中,  $GE^2 + FG^2 = EF^2$ ,

$$\therefore (8-CE)^2 + 4^2 = CE^2,$$

解得  $CE = 5$ ,

$$\therefore GE = 3,$$

$\therefore$  点  $E$  的坐标为  $(3,10)$ ,

故答案为:  $(3,10)$ .

【点睛】本题考查了正方形的性质, 坐标与图形, 矩形的判定与性质, 折叠的性质, 勾股定理等知识, 利用勾股定理求出正方形的边长是解题的关键.

$$15. \quad 2\sqrt{2} + 1/1 + 2\sqrt{2} \quad 2\sqrt{2} - 1/-1 + 2\sqrt{2}$$

【分析】根据题意得出点  $D$  在以点  $C$  为圆心, 1 为半径的圆上, 点  $E$  在以  $AB$  为直径的圆上, 根据  $AE = AB \cdot \cos \angle BAE$ , 得出当  $\cos \angle BAE$  最大时,  $AE$  最大,  $\cos \angle BAE$  最小时,  $AE$  最小, 根据当  $AE$  与  $\odot C$  相切于点  $D$ , 且点  $D$  在  $\triangle ABC$  内部时,  $\angle BAE$  最小,  $AE$  最大, 当  $AE$  与  $\odot C$  相切于点  $D$ , 且点  $D$  在  $\triangle ABC$  外部时,  $\angle BAE$  最大,  $AE$  最小, 分别画出图形, 求出结果即可.

【详解】解:  $\because \angle ACB = 90^\circ$ ,  $CA = CB = 3$ ,

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

$\because$  线段  $CD$  绕点  $C$  在平面内旋转,  $CD = 1$ ,

$\therefore$  点  $D$  在以点  $C$  为圆心, 1 为半径的圆上,

$\because BE \perp AE$ ,

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

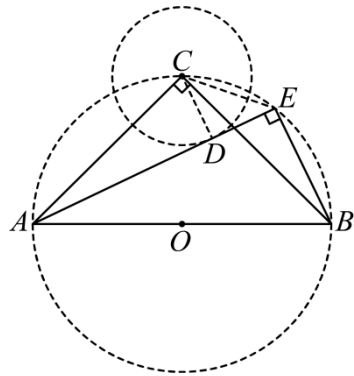
$\therefore$  点  $E$  在以  $AB$  为直径的圆上,

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $AE = AB \cdot \cos \angle BAE$ ,

$\because AB$  为定值,

∴当  $\cos \angle BAE$  最大时,  $AE$  最大,  $\cos \angle BAE$  最小时,  $AE$  最小,

∴当  $AE$  与  $\odot C$  相切于点  $D$ , 且点  $D$  在  $\triangle ABC$  内部时,  $\angle BAE$  最小,  $AE$  最大, 连接  $CD$ ,  $CE$ , 如图所示:



则  $CD \perp AE$ ,

∴  $\angle ADC = \angle CDE = 90^\circ$ ,

∴  $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$ ,

∵  $\overline{AC} = \overline{AC}$ ,

∴  $\angle CED = \angle ABC = 45^\circ$ ,

∴  $\angle CDE = 90^\circ$ ,

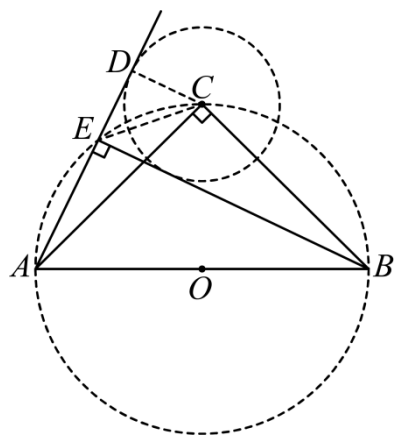
∴  $\triangle CDE$  为等腰直角三角形,

∴  $DE = CD = 1$ ,

∴  $AE = AD + DE = 2\sqrt{2} + 1$ ,

即  $AE$  的最大值为  $2\sqrt{2} + 1$ ;

当  $AE$  与  $\odot C$  相切于点  $D$ , 且点  $D$  在  $\triangle ABC$  外部时,  $\angle BAE$  最大,  $AE$  最小, 连接  $CD$ ,  $CE$ , 如图所示:



则  $CD \perp AE$ ,

$$\therefore \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2},$$

$\because$  四边形  $ABCE$  为圆内接四边形,

$$\therefore \angle CEA = 180^\circ - \angle ABC = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = 180^\circ - \angle CEA = 45^\circ,$$

$$\because \angle CDE = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle CDE$  为等腰直角三角形,

$$\therefore DE = CD = 1,$$

$$\therefore AE = AD - DE = 2\sqrt{2} - 1,$$

即  $AE$  的最小值为  $2\sqrt{2} - 1$ ;

故答案为:  $2\sqrt{2} + 1$ ;  $2\sqrt{2} - 1$ .

【点睛】本题主要考查了切线的性质, 圆周角定理, 圆内接四边形的性质, 勾股定理, 等腰三角形的性质, 解直角三角形的相关计算, 解题的关键是作出辅助线, 熟练掌握相关的性质, 找出  $AE$  取最大值和最小值时, 点  $D$  的位置.

16. (1) 9 (2)  $a + 2$

【分析】本题考查了实数的运算, 分式的运算, 解题的关键是:

(1) 利用二次根式的乘法法则, 二次根式的性质, 零指数幂的意义化简计算即可;

(2) 先把括号里的式子通分相加, 然后把除数的分母分解因式, 再把除数分子分母颠倒后与前面的结果相乘, 最后约分化简即可.

【详解】解: (1) 原式  $= \sqrt{100} - 1$

$$= 10 - 1$$

$$= 9;$$

$$(2) \text{ 原式} = \left( \frac{3}{a-2} + \frac{a-2}{a-2} \right) \div \frac{a+1}{(a+2)(a-2)}$$

$$= \frac{a+1}{a-2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{a+1}$$

$$= a + 2.$$

17. (1) 甲 29



(2)甲

(3)乙队员表现更好

【分析】本题考查了折线统计图，统计表，中位数，加权平均数等知识，解题的关键是：

(1) 根据折线统计图的波动判断得分更稳定的球员，根据中位数的定义求解即可；

(2) 根据平均每场得分以及得分的稳定性求解即可；

(3) 分别求出甲、乙的综合得分，然后判断即可．

【详解】(1) 解：从比赛得分统计图可得，甲的得分上下波动幅度小于乙的的得分上下波动幅度，

∴得分更稳定的队员是甲，

乙的得分按照从小到大排序为 14，20，28，30，32，32，最中间两个数为 28，30，

∴中位数为  $\frac{28+30}{2} = 29$ ，

故答案为：乙，29；

(2) 解：因为甲的平均每场得分大于乙的平均每场得分，且甲的得分更稳定，  
所以甲队员表现更好；

(3) 解：甲的综合得分为  $26.5 \times 1 + 8 \times 1.5 + 2 \times (-1) = 36.5$ ，

乙的综合得分为  $26 \times 1 + 10 \times 1.5 + 3 \times (-1) = 38$ ，

∴  $36.5 < 38$ ，

∴乙队员表现更好．

18. (1)  $y = \frac{6}{x}$

(2) 见解析

(3)  $\frac{9}{2}$

【分析】本题考查了待定系数法求反比例函数解析，画反比例函数图象，平移的性质等知识，  
解题的关键是：

(1) 利用待定系数法求解即可；

(2) 分别求出  $x=1$ ， $x=2$ ， $x=6$  对应的函数值，然后描点、连线画出函数图象即可；

(3) 求出平移后点 E 对应点的坐标，利用平移前后对应点的横坐标相减即可求解．

【详解】(1) 解：反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象经过点  $A(3,2)$ ,

$$\therefore 2 = \frac{k}{3},$$

$$\therefore k = 6,$$

$\therefore$  这个反比例函数的表达式为  $y = \frac{6}{x}$ ;

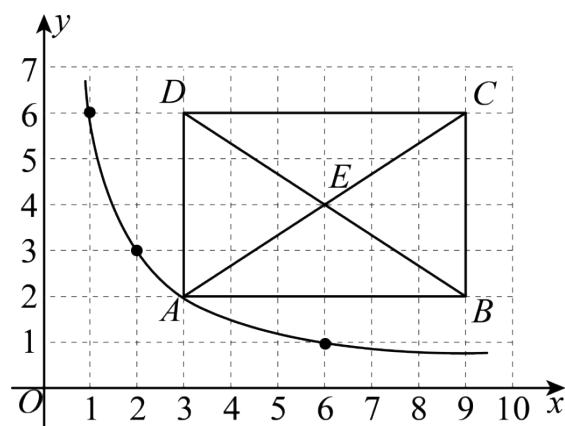
(2) 解：当  $x=1$  时,  $y=6$ ,

当  $x=2$  时,  $y=3$ ,

当  $x=6$  时,  $y=1$ ,

$\therefore$  反比例函数  $y = \frac{6}{x}$  的图象经过  $(1,6)$ ,  $(2,3)$ ,  $(6,1)$ ,

画图如下:



(3) 解： $\because E(6,4)$  向左平移后,  $E$  在反比例函数的图象上,

$\therefore$  平移后点  $E$  对应点的纵坐标为 4,

$$\text{当 } y=4 \text{ 时, } 4 = \frac{6}{x},$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{平移距离为 } 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}.$$

故答案为:  $\frac{9}{2}$ .

19. (1) 见解析

(2) 见解析

【分析】本题考查了尺规作图, 菱形的判定, 直角三角形斜边中线的性质等知识, 解题的关

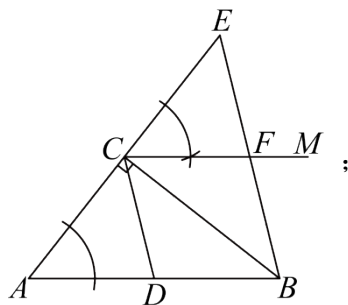
键是：

(1) 根据作一个角等于已知角的方法作图即可；

(2) 先证明四边形  $CDBF$  是平行四边形，然后利用直角三角形斜边中线的性质得出

$CD = BD = \frac{1}{2}AB$ ，最后根据菱形的判定即可得证．

【详解】(1) 解：如图，



(2) 证明： $\because \angle ECM = \angle A$ ，

$\therefore CM \parallel AB$ ，

$\because BE \parallel DC$ ，

$\therefore$  四边形  $CDBF$  是平行四边形，

$\because$  在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $CD$  是斜边  $AB$  上的中线，

$\therefore CD = BD = \frac{1}{2}AB$ ，

$\therefore$  平行四边形  $CDBF$  是菱形．

20. (1) 见解析

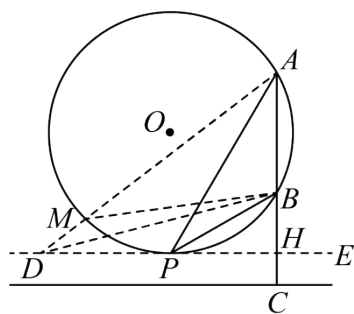
(2) 塑像  $AB$  的高约为 6.9m

【分析】本题考查了圆周角定理，三角形外角的性质，解直角三角形的应用等知识，解题的关键是：

(1) 连接  $BM$ ，根据圆周角定理得出  $\angle AMB = \angle APB$ ，根据三角形外角的性质得出  $\angle AMB > \angle ADB$ ，然后等量代换即可得证；

(2) 在  $\text{Rt}\triangle AHP$  中，利用正切的定义求出  $AH$ ，在  $\text{Rt}\triangle BHP$  中，利用正切的定义求出  $BH$ ，即可求解．

【详解】(1) 证明：如图，连接  $BM$ ．



则  $\angle AMB = \angle APB$ .

$\because \angle AMB > \angle ADB$ ,

$\therefore \angle APB > \angle ADB$ .

(2) 解: 在  $\text{Rt}\triangle AHP$  中,  $\angle APH = 60^\circ$ ,  $PH = 6$ .

$$\because \tan \angle APH = \frac{AH}{PH},$$

$$\therefore AH = PH \cdot \tan 60^\circ = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}.$$

$$\because \angle APB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BPH = \angle APH - \angle APB = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BHP \text{ 中, } \tan \angle BPH = \frac{BH}{PH},$$

$$\therefore BH = PH \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore AB = AH - BH = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \approx 4 \times 1.73 \approx 6.9(\text{m}).$$

答: 塑像  $AB$  的高约为  $6.9\text{m}$ .

21. (1) 选用  $A$  种食品 4 包,  $B$  种食品 2 包

(2) 选用  $A$  种食品 3 包,  $B$  种食品 4 包

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用, 一元一次不等式的应用, 解题的关键是:

(1) 设选用  $A$  种食品  $x$  包,  $B$  种食品  $y$  包, 根据“从这两种食品中摄入  $4600\text{kJ}$  热量和  $70\text{g}$  蛋白质”列方程组求解即可;

(2) 设选用  $A$  种食品  $a$  包, 则选用  $B$  种食品  $(7-a)$  包, 根据“每份午餐中的蛋白质含量不低于  $90\text{g}$ ”列不等式求解即可.

【详解】(1) 解: 设选用  $A$  种食品  $x$  包,  $B$  种食品  $y$  包,

$$\text{根据题意, 得 } \begin{cases} 700x + 900y = 4600, \\ 10x + 15y = 70. \end{cases}$$

解方程组，得  $\begin{cases} x=4, \\ y=2. \end{cases}$

答：选用  $A$  种食品 4 包， $B$  种食品 2 包.

(2) 解：设选用  $A$  种食品  $a$  包，则选用  $B$  种食品  $(7-a)$  包，

根据题意，得  $10a+15(7-a) \geq 90$ .

$\therefore a \leq 3$ .

设总热量为  $w$  kJ，则  $w=700a+900(7-a)=-200a+6300$ .

$\because -200 < 0$ ,

$\therefore w$  随  $a$  的增大而减小.

$\therefore$  当  $a=3$  时， $w$  最小.

$\therefore 7-a=7-3=4$ .

答：选用  $A$  种食品 3 包， $B$  种食品 4 包.

22. (1)  $\frac{v_0}{10}$

(2)  $20(\text{m/s})$

(3) 小明的说法不正确，理由见解析

【分析】本题考查了二次函数的应用，解题的关键是：

(1) 把函数解析式化成顶点式，然后利用二次函数的性质求解即可；

(2) 把  $t = \frac{v_0}{10}$ ， $h=20$  代入  $h=-5t^2+v_0t$  求解即可；

(3) 由 (2)，得  $h=-5t^2+20t$ ，把  $h=15$  代入，求出  $t$  的值，即可作出判断.

【详解】(1) 解：  $h=-5t^2+v_0t$

$$=-5\left(t-\frac{v_0}{10}\right)^2+\frac{v_0^2}{20},$$

$\therefore$  当  $t = \frac{v_0}{10}$  时， $h$  最大，

故答案为：  $\frac{v_0}{10}$ ；

(2) 解：根据题意，得

当  $t = \frac{v_0}{10}$  时,  $h = 20$ ,

$$\therefore -5 \times \left(\frac{v_0}{10}\right)^2 + v_0 \times \frac{v_0}{10} = 20,$$

$\therefore v_0 = 20$  (m/s) (负值舍去);

(3) 解: 小明的说法不正确.

理由如下:

由 (2), 得  $h = -5t^2 + 20t$ ,

当  $h = 15$  时,  $15 = -5t^2 + 20t$ ,

解方程, 得  $t_1 = 1$ ,  $t_2 = 3$ ,

$\therefore$  两次间隔的时间为  $3 - 1 = 2$  s,

$\therefore$  小明的说法不正确.

23. (1)②④

(2)①  $\angle ACD = \angle ACB$ . 理由见解析; ②  $\frac{m+n}{2\cos\theta}$

(3)  $\frac{12\sqrt{2}}{5}$  或  $\frac{12\sqrt{2}}{7}$

【分析】(1) 根据邻等对补四边形的定义判断即可;

(2) ① 延长  $CB$  至点  $E$ , 使  $BE = DC$ , 连接  $AE$ , 根据邻等对补四边形定义、补角的性质可得出  $\angle ABE = \angle D$ , 证明  $\triangle ABE \cong \triangle ADC$  (SAS), 得出  $\angle E = \angle ACD$ ,  $AE = AC$ , 根据等边对等角得出  $\angle E = \angle ACB$ , 即可得出结论;

② 过  $A$  作  $AF \perp EC$  于  $F$ , 根据三线合一性质可求出  $CF = \frac{m+n}{2}$ , 由 ① 可得

$\angle ACD = \angle ACB = \theta$ , 在  $\text{Rt}\triangle AFC$  中, 根据余弦的定义求解即可;

(3) 分  $AB = BM$ ,  $AN = AB$ ,  $MN = AN$ ,  $BM = MN$  四种情况讨论即可.

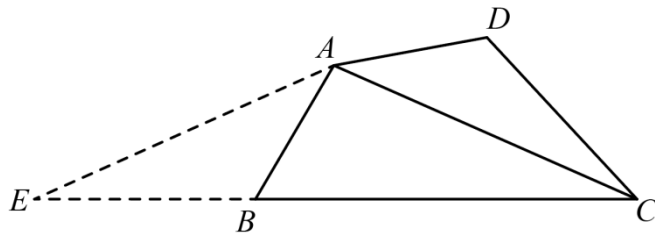
【详解】(1) 解: 观察图知, 图 ① 和图 ③ 中不存在对角互补, 图 2 和图 4 中存在对角互补且邻边相等,

故图 ② 和图 ④ 中四边形是邻等对补四边形,

故答案为: ②④;

(2) 解: ①  $\angle ACD = \angle ACB$ , 理由:

延长  $CB$  至点  $E$ ，使  $BE = DC$ ，连接  $AE$ ，



$\because$  四边形  $ABCD$  是邻等对补四边形，

$$\therefore \angle ABC + \angle D = 180^\circ,$$

$$\because \angle ABC + \angle ABE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle D,$$

$$\because AB = AD,$$

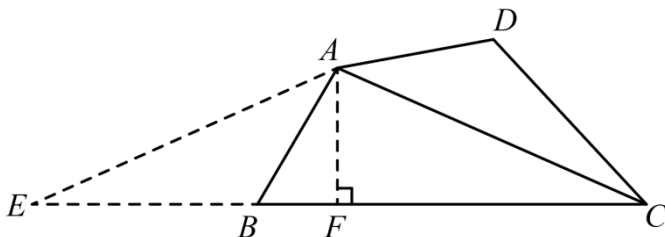
$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADC (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle E = \angle ACD, \quad AE = AC,$$

$$\therefore \angle E = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ACB;$$

② 过  $A$  作  $AF \perp EC$  于  $F$ ，



$$\because AE = AC,$$

$$\therefore CF = \frac{1}{2} CE = \frac{1}{2} (BC + BE) = \frac{1}{2} (BC + DC) = \frac{m+n}{2},$$

$$\because \angle BCD = 2\theta,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ACB = \theta,$$

在  $\text{Rt}\triangle AFC$  中， $\cos \theta = \frac{CF}{AC},$

$$\therefore AC = \frac{CF}{\cos \theta} = \frac{m+n}{2 \cos \theta};$$

(3) 解：  $\because \angle B = 90^\circ, \quad AB = 3, \quad BC = 4,$

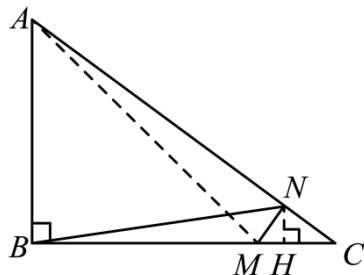
$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5,$$

∵ 四边形  $ABMN$  是邻等对补四边形,

$$\therefore \angle ANM + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ANM = 90^\circ,$$

当  $AB = BM$  时, 如图, 连接  $AM$ , 过  $N$  作  $NH \perp BC$  于  $H$ ,



$$\therefore AM^2 = AB^2 + BM^2 = 18,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AMN \text{ 中 } MN^2 = AM^2 - AN^2 = 18 - AN^2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CMN \text{ 中 } MN^2 = CM^2 - CN^2 = (4-3)^2 - (5-AN)^2,$$

$$\therefore 18 - AN^2 = (4-3)^2 - (5-AN)^2,$$

$$\text{解得 } AN = 4.2,$$

$$\therefore CN = \frac{4}{5},$$

$$\because \angle NHC = \angle ABC = 90^\circ, \quad \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle NHC \sim \triangle ABC,$$

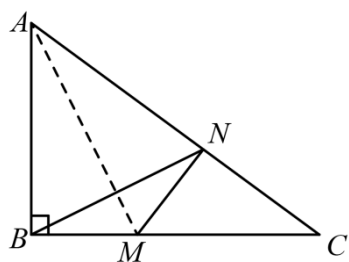
$$\therefore \frac{NC}{AC} = \frac{NH}{AB} = \frac{CH}{CB}, \quad \text{即 } \frac{\frac{4}{5}}{5} = \frac{NH}{3} = \frac{CH}{4},$$

$$\therefore NH = \frac{12}{25}, \quad CH = \frac{16}{25},$$

$$\therefore BH = \frac{84}{25},$$

$$\therefore BN = \sqrt{BH^2 + NH^2} = \frac{12}{5}\sqrt{2};$$

当  $AN = AB$  时, 如图, 连接  $AM$ ,



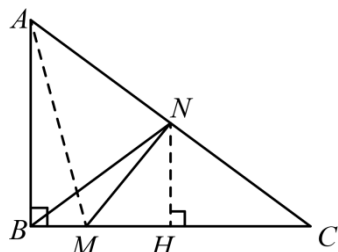


$$\because AM = AM,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABM \cong \text{Rt}\triangle ANM,$$

$$\therefore BM = NM, \text{ 故不符合题意, 舍去;}$$

当  $AN = MN$  时, 连接  $AM$ , 过  $N$  作  $NH \perp BC$  于  $H$ ,



$$\because \angle MNC = \angle ABC = 90^\circ, \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle CMN \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{CN}{BC} = \frac{MN}{AB}, \text{ 即 } \frac{CN}{4} = \frac{5-CN}{3},$$

$$\text{解得 } CN = \frac{20}{7},$$

$$\because \angle NHC = \angle ABC = 90^\circ, \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle NHC \sim \triangle ABC,$$

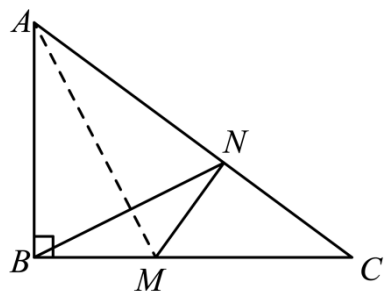
$$\therefore \frac{NC}{AC} = \frac{NH}{AB} = \frac{CH}{CB}, \text{ 即 } \frac{\frac{20}{7}}{5} = \frac{NH}{3} = \frac{CH}{4},$$

$$\therefore NH = \frac{12}{7}, CH = \frac{16}{7},$$

$$\therefore BH = \frac{12}{7},$$

$$\therefore BN = \sqrt{BH^2 + NH^2} = \frac{12}{7}\sqrt{2};$$

当  $BM = MN$  时, 如图, 连接  $AM$ ,



$$\because AM = AM,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABM \cong \text{Rt}\triangle ANM,$$

$\therefore AN = AB$ ，故不符合题意，舍去；

综上， $BN$  的长为  $\frac{12\sqrt{2}}{5}$  或  $\frac{12\sqrt{2}}{7}$ 。

【点睛】本题考查了相似三角形的判定与性质，等腰三角形的性质，全等三角形的判定与性质，解直角三角形，勾股定理等知识，明确题意，理解新定义，添加合适辅助线，构造全等三角形、相似三角形是解题的关键。