

2023 年浙江省台州市中考数学真题

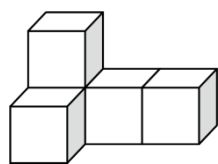
学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

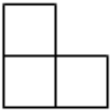
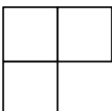
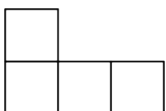
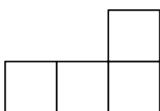
一、单选题

1. 下列各数中, 最小的是 ().

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

2. 如图是由 5 个相同的正方体搭成的立体图形, 其主视图是 ().



- A.  B.  C.  D. 

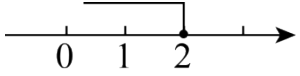
3. 下列无理数中, 大小在 3 与 4 之间的是 ().

- A. $\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{17}$

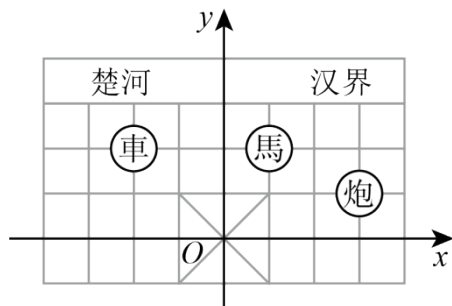
4. 下列运算正确的是 ().

- A. $2(a-1)=2a-2$ B. $(a+b)^2=a^2+b^2$
C. $3a+2a=5a^2$ D. $(ab)^2=ab^2$

5. 不等式 $x+1 \geq 2$ 的解集在数轴上表示为 ().

- A.  B. 
C.  D. 

6. 如图是中国象棋棋盘的一部分, 建立如图所示的平面直角坐标系, 已知“车”所在位置的坐标为 $(-2,2)$, 则“炮”所在位置的坐标为 ().

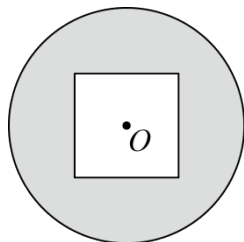


- A. (3,1) B. (1,3) C. (4,1) D. (3,2)

7. 以下调查中，适合全面调查的是 ().

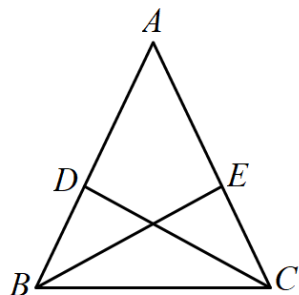
- A. 了解全国中学生的视力情况 B. 检测“神舟十六号”飞船的零部件
C. 检测台州的城市空气质量 D. 调查某池塘中现有鱼的数量

8. 如图， $\odot O$ 的圆心 O 与正方形的中心重合，已知 $\odot O$ 的半径和正方形的边长都为 4，则圆上任意一点到正方形边上任意一点距离的最小值为 ().



- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $4+2\sqrt{2}$ D. $4-2\sqrt{2}$

9. 如图，锐角三角形 ABC 中， $AB=AC$ ，点 D, E 分别在边 AB, AC 上，连接 BE, CD 。下列命题中，假命题是 ().



- A. 若 $CD=BE$ ，则 $\angle DCB=\angle EBC$ B. 若 $\angle DCB=\angle EBC$ ，则 $CD=BE$
C. 若 $BD=CE$ ，则 $\angle DCB=\angle EBC$ D. 若 $\angle DCB=\angle EBC$ ，则 $BD=CE$

10. 抛物线 $y=ax^2-a(a \neq 0)$ 与直线 $y=kx$ 交于 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 两点，若 $x_1+x_2 < 0$ ，则直线 $y=ax+k$ 一定经过 ().

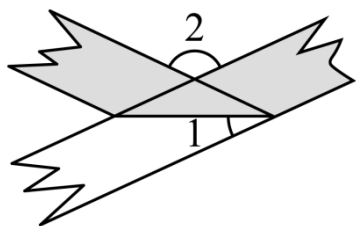
- A. 第一、二象限 B. 第二、三象限 C. 第三、四象限 D. 第一、四象限

二、填空题

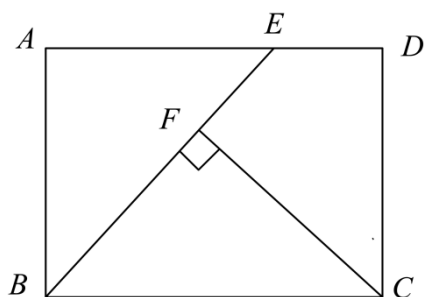
11. 因式分解： $x^2-3x=$ _____.

12. 一个不透明的口袋中有 5 个除颜色外完全相同的小球，其中 2 个红球，3 个白球。随机摸出一个小球，摸出红球的概率是_____.

13. 用一张等宽的纸条折成如图所示的图案，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为_____.

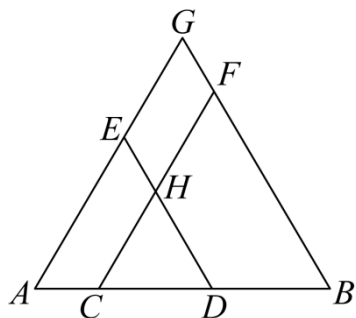


14. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 6$. 在边 AD 上取一点 E ，使 $BE = BC$ ，过点 C 作 $CF \perp BE$ ，垂足为点 F ，则 BF 的长为_____.



15. 3月12日植树节期间，某校环保小卫士组织植树活动. 第一组植树12棵；第二组比第一组多6人，植树36棵；结果两组平均每人植树的棵数相等，则第一组有_____人.

16. 如图，点 C, D 在线段 AB 上（点 C 在点 A, D 之间），分别以 AD, BC 为边向同侧作等边三角形 ADE 与等边三角形 CBF ，边长分别为 a, b . CF 与 DE 交于点 H ，延长 AE, BF 交于点 G ， AG 长为 c .



(1) 若四边形 $EHFG$ 的周长与 $\triangle CDH$ 的周长相等，则 a, b, c 之间的等量关系为_____.

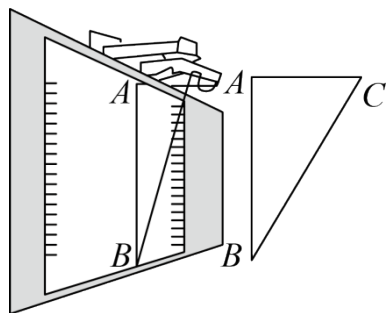
(2) 若四边形 $EHFG$ 的面积与 $\triangle CDH$ 的面积相等，则 a, b, c 之间的等量关系为_____.

三、解答题

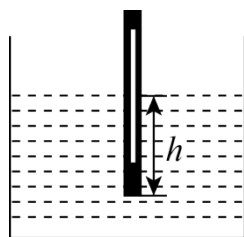
17. 计算： $2^2 + |-3| - \sqrt{25}$.

18. 解方程组:
$$\begin{cases} x+y=7, \\ 2x-y=2. \end{cases}$$

19. 教室里的投影仪投影时, 可以把投影光线 CA , CB 及在黑板上的投影图像高度 AB 抽象成如图所示的 $\triangle ABC$, $\angle BAC = 90^\circ$. 黑板上投影图像的高度 $AB = 120\text{cm}$, CB 与 AB 的夹角 $\angle B = 33.7^\circ$, 求 AC 的长. (结果精确到 1cm . 参考数据: $\sin 33.7^\circ \approx 0.55$, $\cos 33.7^\circ \approx 0.83$, $\tan 33.7^\circ \approx 0.67$)



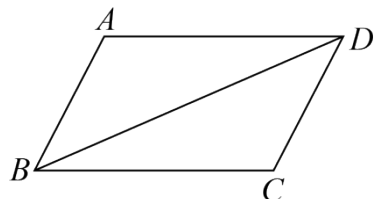
20. 科学课上, 同学用自制密度计测量液体的密度. 密度计悬浮在不同的液体中时, 浸在液体中的高度 h (单位: cm) 是液体的密度 ρ (单位: g/cm^3) 的反比例函数, 当密度计悬浮在密度为 $1\text{g}/\text{cm}^3$ 的水中时, $h = 20\text{cm}$.



(1) 求 h 关于 ρ 的函数解析式.

(2) 当密度计悬浮在另一种液体中时, $h = 25\text{cm}$, 求该液体的密度 ρ .

21. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = \angle C$, BD 为对角线.



(1) 证明: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

(2) 已知 $AD > AB$, 请用无刻度的直尺和圆规作菱形 $BEDF$, 顶点 E, F 分别在边 BC, AD 上 (保留作图痕迹, 不要求写作法).

22. 为了改进几何教学, 张老师选择 A, B 两班进行教学实验研究, 在实验班 B 实施新的教学方法, 在控制班 A 采用原来的教学方法. 在实验开始前, 进行一次几何能力测试 (前测,

总分 25 分)，经过一段时间的教学后，再用难度、题型、总分相同的试卷进行测试（后测），得到前测和后测数据并整理成表 1 和表 2.

表 1：前测数据

测试分数 x	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$	$20 < x \leq 25$
控制班 A	28	9	9	3	1
实验班 B	25	10	8	2	1

表 2：后测数据

测试分数 x	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$	$20 < x \leq 25$
控制班 A	14	16	12	6	2
实验班 B	6	8	11	18	3

(1) A, B 两班的学生人数分别是多少？

(2) 请选择一种适当的统计量，分析比较 A, B 两班的后测数据.

(3) 通过分析前测、后测数据，请对张老师的教学实验效果进行评价.

23. 我们可以通过中心投影的方法建立圆上的点与直线上点的对应关系，用直线上点的位置刻画圆上点的位置，如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，直线 l 是 $\odot O$ 的切线， B 为切点. P, Q 是圆上两点（不与点 A 重合，且在直径 AB 的同侧），分别作射线 AP, AQ 交直线 l 于点 C, D .

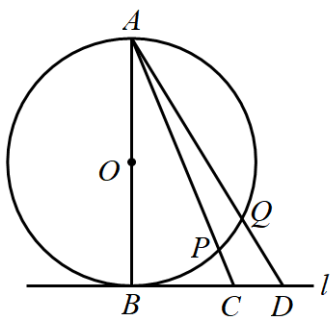


图1

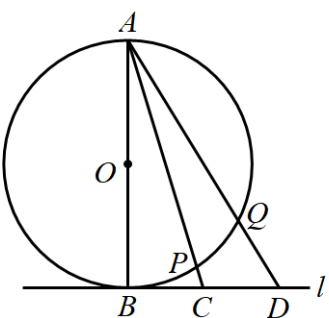


图2

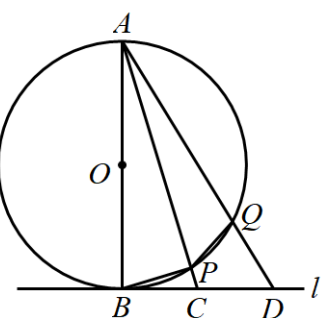


图3

(1) 如图 1，当 $AB = 6$ ， \widehat{BP} 的长为 π 时，求 BC 的长.

(2) 如图 2，当 $\frac{AQ}{AB} = \frac{3}{4}$ ， $\widehat{BP} = \widehat{PQ}$ 时，求 $\frac{BC}{CD}$ 的值.

(3) 如图 3，当 $\sin \angle BAQ = \frac{\sqrt{6}}{4}$ ， $BC = CD$ 时，连接 BP, PQ ，直接写出 $\frac{PQ}{BP}$ 的值.

24. 【问题背景】

“刻漏”是我国古代的一种利用水流计时的工具. 综合实践小组准备用甲、乙两个透明的竖直放置的容器和一根带节流阀(控制水的流速大小)的软管制作简易计时装置.

【实验操作】

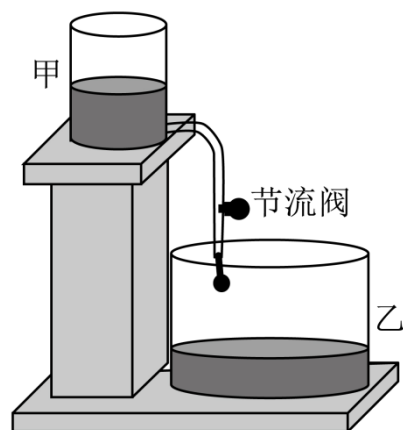
综合实践小组设计了如下的实验: 先在甲容器里加满水, 此时水面高度为 30cm, 开始放水后每隔 10min 观察一次甲容器中的水面高度, 获得的数据如下表:

流水时间 t/min	0	10	20	30	40
水面高度 h/cm (观察值)	30	29	28.1	27	25.8

任务 1 分别计算表中每隔 10min 水面高度观察值的变化量.

【建立模型】

小组讨论发现: “ $t=0$, $h=30$ ”是初始状态下的准确数据, 水面高度值的变化不均匀, 但可以用一次函数近似地刻画水面高度 h 与流水时间 t 的关系.



任务 2 利用 $t=0$ 时, $h=30$; $t=10$ 时, $h=29$ 这两组数据求水面高度 h 与流水时间 t 的函数解析式.

【反思优化】

经检验, 发现有两组表中观察值不满足任务 2 中求出的函数解析式, 存在偏差. 小组决定优化函数解析式, 减少偏差. 通过查阅资料后知道: t 为表中数据时, 根据解析式求出所对应的函数值, 计算这些函数值与对应 h 的观察值之差的平方和, 记为 w ; w 越小, 偏差越小.

任务 3 (1) 计算任务 2 得到的函数解析式的 w 值.

(2) 请确定经过 $(0,30)$ 的一次函数解析式, 使得 w 的值最小.

【设计刻度】

得到优化的函数解析式后，综合实践小组决定在甲容器外壁设计刻度，通过刻度直接读取时间。

任务 4 请你简要写出时间刻度的设计方案。

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	C	A	B	A	B	D	A	D

1. D

【分析】根据正数大于零，零大于负数，两个负数，绝对值大的反而小判断即可．

【详解】解：∵2，1 是正数，-1，-2 是负数，

∴最小数的是在-1，-2 里，

又 $|-1|=1$ ， $|-2|=2$ ，且 $1<2$ ，

∴ $-2<-1$ ，

∴最小数的是-2．

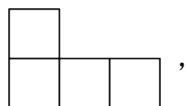
故选：D．

【点睛】本题主要考查了有理数大小比较，解答此题的关键是掌握有理数大小比较法则．

2. C

【分析】根据主视图是从该组合体的正面观察得到的图形进行判断即可．

【详解】解：由图可知，其主视图如图所示：



故选：C．

【点睛】本题考查简单组合体的主视图，理解主视图是从物体正面观察所得到的图形是解题的关键．

3. C

【分析】根据无理数的估算可得答案，熟练掌握无理数的估算是解题的关键

【详解】解：∵ $3=\sqrt{9}$ ， $4=\sqrt{16}$ ，而 $2\sqrt{2}=\sqrt{8}$ ， $9<13<16$ ，

∴大小在 3 与 4 之间的是 $\sqrt{13}$ ，

故选：C．

4. A

【分析】根据去括号法则判断 A；根据完全平方公式判断 B；根据合并同类项法则判断 C；根据积的乘方法则判断 D 即可．

【详解】解：A. $2(a-1)=2a-2$ ，计算正确，符合题意；

B. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \neq a^2 + b^2$ ，计算错误，不符合题意；

C. $3a + 2a = 5a \neq 5a^2$ ，，计算错误，不符合题意；

D. $(ab)^2 = a^2b^2 \neq ab^2$ ，计算错误，不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了去括号法则，合并同类项法则，积的乘方法则，完全平方公式等知识，熟练掌握各运算法则是解题的关键.

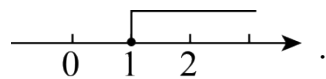
5. B

【分析】根据一元一次不等式的性质解出未知数的取值范围，在数轴上表示即可求出答案.

【详解】解： $\because x+1 \geq 2$ ，

$\therefore x \geq 1$.

\therefore 在数轴上表示如图所示：



故选：B.

【点睛】本题考查了一元一次不等式的解法即在数轴上表示不等式的解集，解题的关键在于熟练掌握一元一次不等式的性质.

6. A

【分析】根据已知条件，确定平面直角坐标系原点，最后即可求出答案.

【详解】解： \because “车”所在位置的坐标为 $(-2, 2)$ ，

\therefore 确定点O即是平面直角坐标系的原点，且每一格的单位长度是1，

\therefore “炮”所在位置的坐标为 $(3, 1)$.

故选：A.

【点睛】本题考查了平面直角坐标系，解题的关键在于根据已知条件确定原点.

7. B

【分析】根据普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似进行判断.

【详解】解：A. 了解全国中学生的视力情况，适合抽样调查，故本选项不合题意；

B. 检测“神舟十六号”飞船的零部件，适合采用全面调查方式，故本选项符合题意；

C. 检测台州的城市空气质量, 适合抽样调查, 故本选项不合题意;

D. 调查某池塘中现有鱼的数量, 适合抽样调查, 故本选项不合题意;

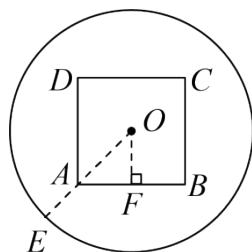
故选: B.

【点睛】此题考查全面调查与抽样调查, 关键是根据普查得到的调查结果比较准确, 但所费人力、物力和时间较多, 而抽样调查得到的调查结果比较近似进行判断.

8. D

【分析】设正方形四个顶点分别为 A 、 B 、 C 、 D , 连接 OA 并延长, 交 $\odot O$ 于点 E , 由题意可得, EA 的长度为圆上任意一点到正方形边上任意一点距离的最小值, 求解即可.

【详解】解: 设正方形四个顶点分别为 A 、 B 、 C 、 D , 连接 OA 并延长, 交 $\odot O$ 于点 E , 过点 O 作 $OF \perp AB$, 如下图:



则 EA 的长度为圆上任意一点到正方形边上任意一点距离的最小值,

由题意可得: $OE = AB = 4$, $AF = OF = \frac{1}{2}AB = 2$

由勾股定理可得: $OA = \sqrt{OF^2 + AF^2} = 2\sqrt{2}$,

$\therefore AE = 4 - 2\sqrt{2}$,

故选: D

【点睛】此题考查了圆与正多边形的性质, 勾股定理, 解题的关键是熟练掌握圆与正多边形的性质, 确定出圆上任意一点到正方形边上任意一点距离的最小值的位置.

9. A

【分析】由 $AB = AC$, 可得 $\angle ABC = \angle ACB$, 再由 $CD = BE$, $BC = CB$, 由 SSA 无法证明 $\triangle BCD$ 与 $\triangle CBE$ 全等, 从而无法得到 $\angle DCB = \angle ECB$; 证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 可得 $CD = BE$; 证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, 可得 $\angle ACD = \angle ABE$, 即可证明; 证明 $\triangle DBC \cong \triangle ECB (ASA)$, 即可得出结论.

【详解】解: $\because AB = AC$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$,

∵若 $CD = BE$,

又 $BC = CB$,

∴ $\triangle BCD$ 与 $\triangle CBE$ 满足“SSA”的关系, 无法证明全等,

因此无法得出 $\angle DCB = \angle ECB$, 故 A 是假命题,

∵若 $\angle DCB = \angle ECB$,

∴ $\angle ACD = \angle ABE$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACD = \angle ABE \\ AB = AC \\ \angle A = \angle A \end{cases},$$

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ACD (ASA)$,

∴ $CD = BE$, 故 B 是真命题;

若 $BD = CE$, 则 $AD = AE$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle A = \angle A \\ AE = AD \end{cases},$$

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ACD (SAS)$,

∴ $\angle ACD = \angle ABE$,

∵ $\angle ABC = \angle ACB$,

∴ $\angle DCB = \angle ECB$, 故 C 是真命题;

若 $\angle DCB = \angle ECB$, 则在 $\triangle DBC$ 和 $\triangle ECB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABC = \angle ACB \\ BC = BC \\ \angle DCB = \angle ECB \end{cases},$$

∴ $\triangle DBC \cong \triangle ECB (ASA)$,

∴ $BD = CE$, 故 D 是真命题;

故选: A.

【点睛】 本题考查等腰三角形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫假命题, 判断命题的真假关键是掌握相关性质定理.

10. D

【分析】根据已知条件可得出 $ax^2 - kx - a = 0$ ，再利用根与系数的关系，分情况讨论即可求出答案.

【详解】解：∵ 抛物线 $y = ax^2 - a (a \neq 0)$ 与直线 $y = kx$ 交于 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 两点，

$$\therefore kx = ax^2 - a,$$

$$\therefore ax^2 - kx - a = 0.$$

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{k}{a},$$

$$\because x_1 + x_2 < 0,$$

$$\therefore \frac{k}{a} < 0.$$

当 $a > 0$ ， $k < 0$ 时，直线 $y = ax + k$ 经过第一、三、四象限，

当 $a < 0$ ， $k > 0$ 时，直线 $y = ax + k$ 经过第一、二、四象限，

综上所述， $y = ax + k$ 一定经过一、四象限.

故选：D.

【点睛】本题考查了二次函数的图象与系数的关系，解题的关键在于熟练掌握根与系数关系公式.

11. $x(x - 3)$

【详解】试题分析：提取公因式 x 即可，即 $x^2 - 3x = x(x - 3)$.

考点：因式分解.

12. $\frac{2}{5}$

【分析】根据概率的公式即可求出答案.

【详解】解：由题意得摸出红球的情况有两种，总共有 5 个球，

$$\therefore \text{摸出红球的概率} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}.$$

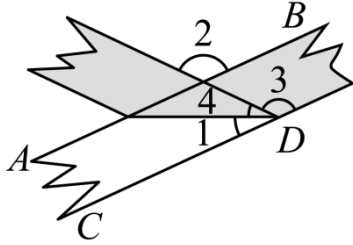
$$\text{故答案为：}\frac{2}{5}.$$

【点睛】本题考查了概率的求法，解题的关键在于熟练掌握概率的简单计算公式：概率 = 事件发生的可能情况 ÷ 事件总情况.

13. $140^\circ / 140$ 度

【分析】如图，先标注点与角，由对折可得： $\angle 1 = \angle 4 = 20^\circ$ ，求解
 $\angle 3 = 180^\circ - 2 \times 20^\circ = 140^\circ$ ，利用 $AB \parallel CD$ ，从而可得答案.

【详解】解：如图，先标注点与角，



由对折可得： $\angle 1 = \angle 4 = 20^\circ$ ，

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - 2 \times 20^\circ = 140^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 140^\circ;$$

故答案为： 140°

【点睛】本题考查的是折叠的性质，平行线的性质，熟记两直线平行，同位角相等是解本题的关键.

$$14. \quad 2\sqrt{5}$$

【分析】利用矩形的性质、勾股定理求出 AE ，利用 AAS 证明 $\triangle ABE \cong \triangle FCB$ ，根据全等三角形的性质求解即可.

【详解】解： \because 矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 6$ ，

$$\therefore BC = AD = 6, \quad \angle A = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\text{又 } BE = BC,$$

$$\therefore BE = 6,$$

$$\therefore AE = \sqrt{BE^2 - AB^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\because CF \perp BE, \quad \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFC = 90^\circ, \quad \angle ABE = 90^\circ - \angle EBC = \angle BCF,$$

$$\therefore \angle A = \angle BFC,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FCB$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle BFC \\ \angle ABE = \angle FCB, \\ BE = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FCB (\text{AAS}),$$

$$\therefore BF = AE = 2\sqrt{5}.$$

故答案为： $2\sqrt{5}$.

【点睛】 本题考查矩形的性质、勾股定理、全等三角形的判定与性质等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键.

15. 3

【分析】 审题确定等量关系：第一组平均每人植树棵数=第二组平均每人植树棵数，列方程求解，注意检验.

【详解】 设第一组有 x 人，则第二组有 $(x+6)$ 人，根据题意，得

$$\frac{12}{x} = \frac{36}{x+6}$$

去分母，得 $12(x+6) = 36x$

解得， $x = 3$

经检验， $x = 3$ 是原方程的根.

故答案为： 3

【点睛】 本题考查分式方程的应用，审题明确等量关系是解题的关键，注意分式方程的验根.

$$16. \quad 5a + 5b = 7c \quad a^2 + b^2 = c^2$$

【分析】 由题意可得： $\triangle ABG$ 为等边三角形，四边形 $EHFG$ 为平行四边形， $AB = AG = c$ ，

(1) 分别求得四边形 $EHFG$ 的周长与 $\triangle CDH$ 的周长，根据题意，求解即可；(2) 分别求得四边形 $EHFG$ 的面积与 $\triangle CDH$ 的面积，根据题意，求解即可.

【详解】 解：等边三角形 ADE 与等边三角形 CBF 中， $\angle A = \angle B = \angle EDA = \angle HCD = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle CDH$ 和 $\triangle ABG$ 为等边三角形， $CF \parallel AG$ ， $ED \parallel BG$

$\therefore AB = AG = BG = c$ ， 四边形 $EHFG$ 为平行四边形，

又 \because 等边三角形 ADE 与等边三角形 CBF

$\therefore GF = c - b$ ， $EG = c - a$ ， $AC = c - b$ ，

$\therefore CD = AD - AC = a + b - c$ ，

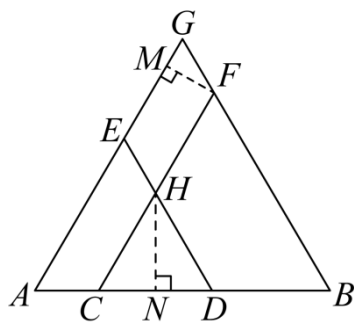
(1) 平行四边形 $EHFG$ 的周长为： $2(FG + EG) = 2(c - b + c - a) = 4c - 2a - 2b$ ，

$\triangle CDH$ 的周长为： $3CD = 3a + 3b - 3c$

由题意可得： $3a + 3b - 3c = 4c - 2a - 2b$

即： $5a + 5b = 7c$ ；

(2) 过点 F 作 $FM \perp EG$ ，过点 H 作 $HN \perp CD$ ，如下图：



在 $Rt\triangle FMG$ 中， $GF = c - b$ ， $\angle GMF = 90^\circ$ ， $\angle G = 60^\circ$ ，

$$\therefore MF = GF \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}(c-b)}{2}$$

则平行四边形 $EHFG$ 的面积为 $EG \times MF = \frac{\sqrt{3}(c-a)(c-b)}{2}$

在 $Rt\triangle CNH$ 中， $CH = a + b - c$ ， $\angle CNH = 90^\circ$ ， $\angle HCN = 60^\circ$ ，

$$\therefore HN = CH \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}(a+b-c)}{2}$$

则 $\triangle CDH$ 的面积为： $\frac{1}{2} \times CD \times HN = \frac{\sqrt{3}(a+b-c)^2}{4}$

$$\text{由题意可得：} \frac{\sqrt{3}(a+b-c)^2}{4} = \frac{\sqrt{3}(c-a)(c-b)}{2}$$

化简可得： $a^2 + b^2 = c^2$

故答案为： $5a + 5b = 7c$ ； $a^2 + b^2 = c^2$

【点睛】此题考查了平行四边形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，解直角三角形，解题的关键是熟练掌握并灵活利用等边三角形的性质求得对应线段的长度。

17. 2

【分析】根据绝对值的性质和算术平方根分别进行化简，再按照有理数加减混合运算即可求出答案。

$$\text{【详解】解：} 2^2 + |-3| - \sqrt{25}$$

$$= 4 + 3 - 5$$

$$= 2.$$

【点睛】本题考查了实数的运算，解题的关键在于熟练掌握绝对值的性质、算术平方根，乘方的相关运算。

$$18. \begin{cases} x=3, \\ y=4. \end{cases}$$

【分析】把两个方程相加消去 y ，求解 x ，再把 x 的值代入第 1 个方程求解 y 即可.

$$\text{【详解】解: } \begin{cases} x+y=7 \text{ ①} \\ 2x-y=2 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{①}+\text{②}, \text{ 得 } 3x=9.$$

$$\therefore x=3.$$

$$\text{把 } x=3 \text{ 代入 ①, 得 } y=4.$$

$$\therefore \text{这个方程组的解是 } \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}.$$

【点睛】本题考查的是二元一次方程组的解法，熟练的利用加减消元法解方程组是解本题的关键.

19. AC 的长约为 80cm

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由 $AC = AB \cdot \tan 33.7^\circ$ ，再代入数据进行计算即可.

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB=120$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\angle B=33.7^\circ$ ，

$$\therefore AC = AB \cdot \tan 33.7^\circ$$

$$\approx 120 \times 0.67$$

$$= 80.4$$

$$\approx 80(\text{cm}).$$

$$\therefore AC \text{ 的长约为 } 80\text{cm}.$$

【点睛】本题考查的是解直角三角形的实际应用，熟练的利用锐角的正切求解直角三角形的边长是解本题的关键.

$$20. (1) h = \frac{20}{\rho}.$$

(2) 该液体的密度 ρ 为 $0.8\text{g}/\text{cm}^3$.

【分析】(1) 由题意可得，设 $h = \frac{k}{\rho}$ ，把 $\rho=1$ ， $h=20$ 代入解析式，求解即可；

(2) 把 $h=25\text{cm}$ 代入 (1) 中的解析式，求解即可.

【详解】(1) 解：设 h 关于 ρ 的函数解析式为 $h = \frac{k}{\rho}$ ，

把 $\rho = 1$ ， $h = 20$ 代入解析式，得 $k = 1 \times 20 = 20$ 。

$\therefore h$ 关于 ρ 的函数解析式为 $h = \frac{20}{\rho}$ 。

(2) 解：把 $h = 25$ 代入 $h = \frac{20}{\rho}$ ，得 $25 = \frac{20}{\rho}$ 。

解得： $\rho = 0.8$ 。

答：该液体的密度 ρ 为 0.8 g/cm^3 。

【点睛】此题考查了反比例函数的应用，待定系数法求反比例函数解析式，解题的关键是理解题意，灵活利用反比例函数的性质进行求解。

21. (1) 见解析

(2) 见解析

【分析】(1) 先证明 $\angle ADB = \angle CBD$ ，再证明 $180^\circ - (\angle ADB + \angle A) = 180^\circ - (\angle CBD + \angle C)$ ，

即 $\angle ABD = \angle CDB$ ，从而可得结论；

(2) 作对角线 BD 的垂直平分线交 AD 于 F ，交 BC 于 E ，从而可得菱形 $BEDF$ 。

【详解】(1) 证明： $\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle CBD$ ，

$\because \angle A = \angle C$ ，

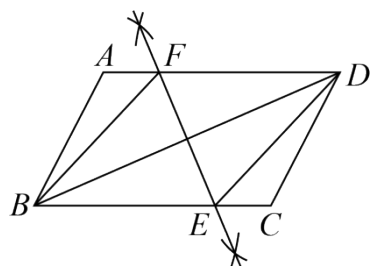
$\therefore 180^\circ - (\angle ADB + \angle A) = 180^\circ - (\angle CBD + \angle C)$ ，

即 $\angle ABD = \angle CDB$ 。

$\therefore AB \parallel CD$ 。

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

(2) 如图，



四边形 $BEDF$ 就是所求作的菱形。

【点睛】本题考查的是平行四边形的判定与性质，作线段的垂直平分线，菱形的判定，熟练的利用菱形的判定进行作图是解本题的关键.

22. (1) A, B 两班的学生人数分别是 50 人, 46 人

(2) 见解析

(3) 见解析

【分析】(1) 由统计表中的数据个数之和可得两个班的总人数;

(2) 先求解两个班成绩的平均数, 再判断中位数落在哪个范围, 以及 15 分以上的百分率, 再比较即可;

(3) 先求解前测数据的平均数, 判断前测数据两个班的中位数落在哪个组, 计算 15 人数的增长百分率, 再从这三个分面比较即可.

【详解】(1) 解: A 班的人数: $28+9+9+3+1=50$ (人)

B 班的人数: $25+10+8+2+1=46$ (人)

答: A, B 两班的学生人数分别是 50 人, 46 人.

$$(2) \bar{x}_A = \frac{14 \times 2.5 + 16 \times 7.5 + 12 \times 12.5 + 6 \times 17.5 + 2 \times 22.5}{50} = 9.1,$$

$$\bar{x}_B = \frac{6 \times 2.5 + 8 \times 7.5 + 11 \times 12.5 + 18 \times 17.5 + 3 \times 22.5}{46} \approx 12.9,$$

从平均数看, B 班成绩好于 A 班成绩.

从中位数看, A 班中位数在 $5 < x \leq 10$ 这一范围, B 班中位数在 $10 < x \leq 15$ 这一范围, B 班成绩好于 A 班成绩.

从百分率看, A 班 15 分以上的人数占 16%, B 班 15 分以上的人数约占 46%, B 班成绩好于 A 班成绩.

(3) 前测结果中:

$$\bar{x}'_A = \frac{28 \times 2.5 + 9 \times 7.5 + 9 \times 12.5 + 3 \times 17.5 + 1 \times 22.5}{50} = 6.5$$

$$\bar{x}'_B = \frac{25 \times 2.5 + 10 \times 7.5 + 8 \times 12.5 + 2 \times 17.5 + 1 \times 22.5}{46} \approx 6.4$$

从平均数看, 两班成绩较前测都有上升, 但实验班提升得更明显, 因此张老师新的教学方法效果较好.

从中位数看, 两班前测中位数均在 $0 < x \leq 5$ 这一范围, 后测 A 班中位数在 $5 < x \leq 10$ 这一范围, B 班中位数在 $10 < x \leq 15$ 这一范围, 两班成绩较前测都有上升, 但实验班提升得更明显,

因此张老师新的教学方法效果较好.

从百分率看, A 班 15 分以上的人数增加了 100%, B 班 15 分以上的人数增加了 600%, 两班成绩较前测都有上升, 但实验班提升得更明显, 因此张老师新的教学方法效果较好.

【点睛】本题考查的是从统计表中获取信息, 平均数, 中位数的含义, 增长率的含义, 选择合适的统计量作分析, 熟练掌握基础的统计知识是解本题的关键.

23. (1) $2\sqrt{3}$

(2) $\frac{3}{4}$

(3) $\frac{\sqrt{10}}{4}$

【分析】(1) 根据扇形的弧长公式即可求出 $\angle BOP$ 度数, 利用切线的性质和解直角三角形即可求出 BC 的长.

(2) 根据等弧所对圆周角相等推出 $\angle BAC = \angle DAC$, 再根据角平分线的性质定理推出 $CF = CB$, 利用直角三角形的性质即可求出 $\angle FCD = \angle BAQ$, 通过等量转化和余弦值可求出答案.

(3) 根据三角形相似的性质证明 $\triangle APQ \sim \triangle ADC$ 和 $\triangle APB \sim \triangle ABC$, 从而推出 $\frac{PQ}{CD} = \frac{AP}{AD}$ 和 $\frac{BP}{BC} = \frac{AP}{AB}$, 利用已知条件将两个比例线段相除, 根据正弦值即可求出答案

【详解】(1) 解: 如图 1, 连接 OP , 设 $\angle BOP$ 的度数为 n .

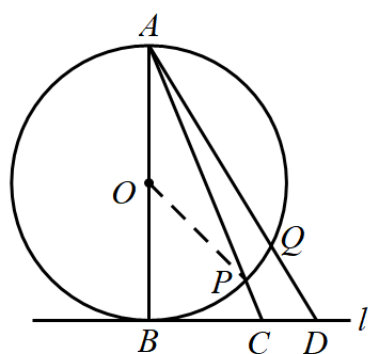


图1

$\because AB = 6$, $\overset{\circ}{BP}$ 的长为 π ,

$$\therefore \frac{n \cdot \pi \cdot 3}{180} = \pi.$$

$$\therefore n = 60, \text{ 即 } \angle BOP = 60^\circ.$$

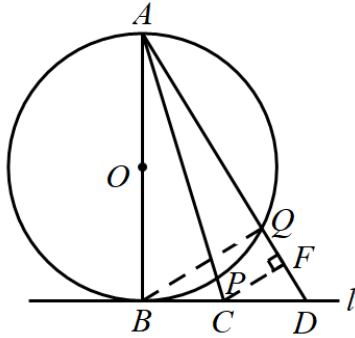
$$\therefore \angle BAP = \frac{1}{2} \angle BOP = 30^\circ.$$

\because 直线 l 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ.$$

$$\therefore BC = \frac{AB}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}.$$

(2) 解: 如图 2, 连接 BQ , 过点 C 作 $CF \perp AD$ 于点 F ,



$\because AB$ 为直径,

图2

$$\therefore \angle BQA = 90^\circ.$$

$$\therefore \cos \angle BAQ = \frac{AQ}{AB} = \frac{3}{4}.$$

$$\because \widehat{BP} = \widehat{PQ},$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAC.$$

$$\because CF \perp AD, AB \perp BC,$$

$$\therefore CF = CB.$$

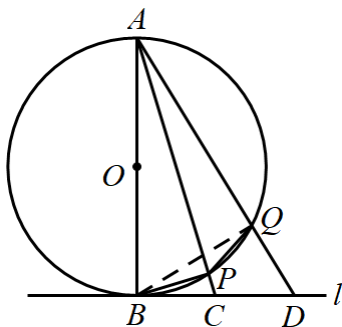
$$\because \angle BAQ + \angle ADB = 90^\circ, \angle FCD + \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FCD = \angle BAQ.$$

$$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{FC}{CD} = \cos \angle FCD = \cos \angle BAQ = \frac{3}{4}.$$

(3) 解: $\frac{\sqrt{10}}{4}$, 理由如下:

如图 3, 连接 BQ ,



$\because AB \perp BC, BQ \perp AD,$

图3

$$\therefore \angle ABQ + \angle BAD = 90^\circ, \quad \angle ADB + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABQ = \angle ADC,$$

$$\because \angle ABQ = \angle APQ,$$

$$\therefore \angle APQ = \angle ADC.$$

$$\because \angle PAQ = \angle CAD,$$

$$\therefore \triangle APQ \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{PQ}{CD} = \frac{AP}{AD}. \quad (1)$$

$$\because \angle BAP = \angle BAC, \quad \angle ABC = \angle APB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle APB \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{BP}{BC} = \frac{AP}{AB}. \quad (2)$$

$$\because BC = CD,$$

$$(1) \div (2) \text{ 得, } \frac{PQ}{BP} = \frac{AB}{AD} = \cos \angle BAQ.$$

$$\therefore \sin \angle BAQ = \frac{\sqrt{6}}{4},$$

$$\therefore \cos \angle BAQ = \frac{\sqrt{10}}{4}.$$

【点睛】本题是圆的综合题，考查了圆周角定理，相似三角形的判定与性质，解直角三角形以及三角函数、切线的性质定理、扇形的弧长公式，角平分线性定理等，解题的关键在于熟练掌握相关性质定理和相关计算公式。

24. 任务 1：见解析；任务 2： $h = -0.1t + 30$ ；任务 3：(1) 0.05，(2) $h = -0.102t + 30$ ；任务 4：见解析

【分析】任务 1：根据表格每隔 10min 水面高度数据计算即可；

任务 2：根据每隔 10min 水面高度观察值的变化量大约相等，得出水面高度 h 与流水时间 t 的是一次函数关系，由待定系数法求解；

任务 3：(1) 先求出对应时间的水面高度，再按求 w 值；

(2) 设 $h = kt + 30$ ，然后根据表格中数据求出此时 w 的值是关于 k 的二次函数解析式；由此求出 w 的值最小时 k 值即可；

任务 4：根据高度随时间变化规律，以相同时间刻画不同高度即可，类似如数轴三要素，有原点、正方向与单位长度。最大量程约为 294min 可以代替单位长度要素。

【详解】解：任务 1：变化量分别为， $29 - 30 = -1(\text{cm})$ ； $28.1 - 29 = -0.9(\text{cm})$ ；

$$27 - 28.1 = -1.1(\text{cm}); \quad 25.8 - 27 = -1.2(\text{cm});$$

任务 2: 设 $h = kt + b$,

$$\because t = 0 \text{ 时}, h = 30, \quad t = 10 \text{ 时}, h = 29;$$

$$\therefore \begin{cases} b = 30, \\ 10k + b = 29. \end{cases}$$

\therefore 水面高度 h 与流水时间 t 的函数解析式为 $h = -0.1t + 30$.

任务 3: (1) 当 $t = 0$ 时, $h = -0.1t + 30 = 30$,

$$\text{当 } t = 10 \text{ 时}, h = -0.1t + 30 = 29,$$

$$\text{当 } t = 20 \text{ 时}, h = -0.1t + 30 = 28,$$

$$\text{当 } t = 30 \text{ 时}, h = -0.1t + 30 = 27,$$

$$\text{当 } t = 40 \text{ 时}, h = -0.1t + 30 = 26,$$

$$\begin{aligned} \therefore w &= (30 - 30)^2 + (29 - 29)^2 + (28 - 28.1)^2 + (27 - 27)^2 + (26 - 25.8)^2 \\ &= 0.05. \end{aligned}$$

(2) 设 $h = kt + 30$, 则

$$\begin{aligned} w &= (30 - 30)^2 + (10k + 30 - 29)^2 + (20k + 30 - 28.1)^2 + (30k + 30 - 27)^2 + (40k + 30 - 25.8)^2 \\ &= (10k + 1)^2 + (20k + 1.9)^2 + (30k + 3)^2 + (40k + 4.2)^2 \\ &= 3000k^2 + 612k + 1^2 + 1.9^2 + 3^2 + 4.2^2. \end{aligned}$$

$$\text{当 } k = -\frac{612}{2 \times 3000} = -0.102 \text{ 时}, w \text{ 最小.}$$

\therefore 优化后的函数解析式为 $h = -0.102t + 30$.

任务 4: 时间刻度方案要点:

① 时间刻度的 0 刻度在水位最高处;

② 刻度从上向下均匀变大;

③ 每 0.102cm 表示 1min (1cm 表示时间约为 9.8min).

【点睛】本题主要考查一次函数和二次函数的应用、方差的计算, 熟练掌握待定系数法求解解析式及一次函数的函数值、二次函数的最值是解题的关键.