

2023 年浙江省嘉兴市中考数学真题

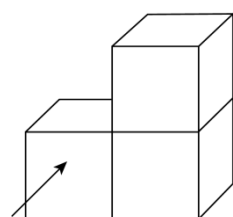
学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

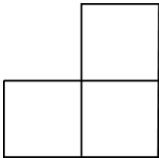

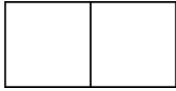
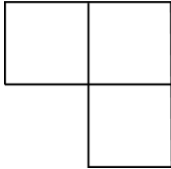
1. $2 \times (-3)$ 的运算结果是 ()

- A. 6 B. -6 C. 1 D. -1

2. 如图的几何体由 3 个同样大小的正方体搭成, 它的俯视图是 ()



主视方向

- A.  B.  C.  D. 

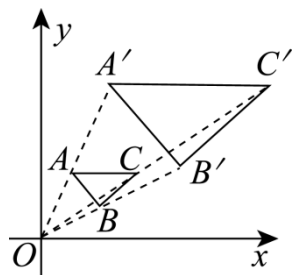
3. 在下面的调查中, 最适合用全面调查的是 ()

- A. 了解一批节能灯管的使用寿命 B. 了解某校 803 班学生的视力情况
C. 了解某省初中生每周上网时长情况 D. 了解京杭大运河中鱼的种类

4. 下列计算正确的是 ()

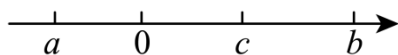
- A. $a^3 + a^3 = a^6$ B. $a^6 - a^6 = a^6$ C. $(a^3)^3 = a^6$ D. $a^{12} \div a^2 = a^{10}$

5. 如图, 在直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(1,2), B(2,1), C(3,2)$, 现以原点 O 为位似中心, 在第一象限内作与 $\triangle ABC$ 的位似比为 2 的位似图形 $\triangle A'B'C'$, 则顶点 C' 的坐标是 ()



- A. (2,4) B. (4,2) C. (6,4) D. (5,4)

6. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论正确的是 ()



- A. $a > c > b$ B. $c - a > b - a$ C. $a + b < 0$ D. $ac^2 < bc^2$

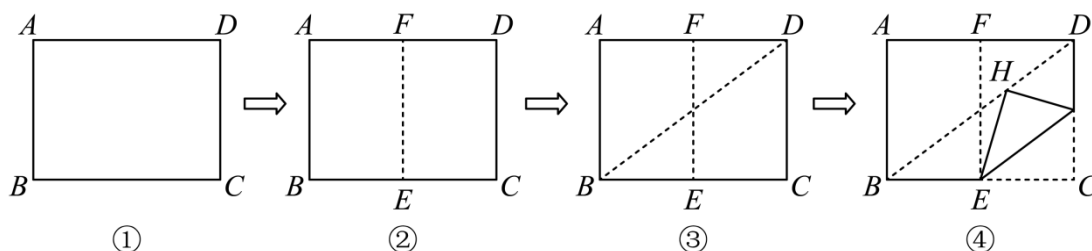
7. 如图，已知矩形纸片 $ABCD$ ，其中 $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，现将纸片进行如下操作：

第一步，如图①将纸片对折，使 AB 与 DC 重合，折痕为 EF ，展开后如图②；

第二步，再将图②中的纸片沿对角线 BD 折叠，展开后如图③；

第三步，将图③中的纸片沿过点 E 的直线折叠，使点 C 落在对角线 BD 上的点 H 处，如图

④。则 DH 的长为 ()

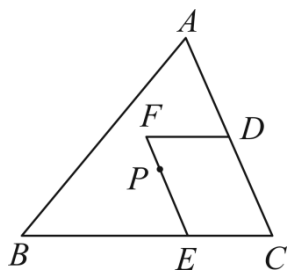


- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{8}{5}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{9}{5}$

8. 已知点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(1, y_3)$ 均在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

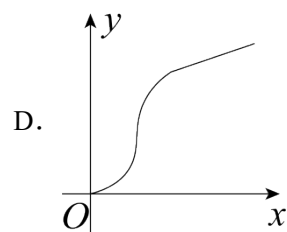
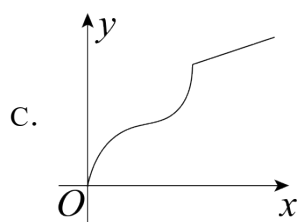
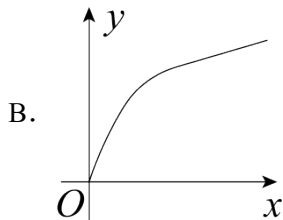
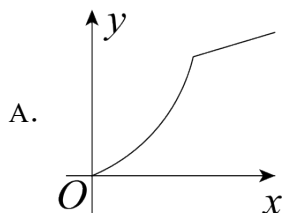
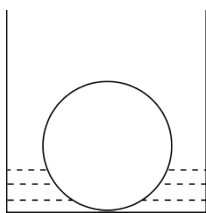
- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

9. 如图，点 P 是 $\triangle ABC$ 的重心，点 D 是边 AC 的中点， $PE \parallel AC$ 交 BC 于点 E ， $DF \parallel BC$ 交 EP 于点 F ，若四边形 $CDFE$ 的面积为 6，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



- A. 15 B. 18 C. 24 D. 36

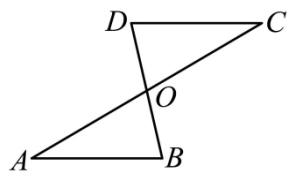
10. 下图是底部放有一个实心铁球的长方体水槽轴截面示意图，现向水槽匀速注水，下列图象中能大致反映水槽中水的深度 (y) 与注水时间 (x) 关系的是 ()



二、填空题

11. 计算: $|-2023| = \underline{\quad}$.

12. 如图, 在 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 中, $\angle A = \angle C$, 请添加一个条件 $\underline{\quad}$, 使得 $\triangle AOB \cong \triangle COD$.



13. 现有三张正面印有 2023 年杭州亚运会吉祥物琮琚、宸宸和莲莲的不透明卡片, 卡片除正面图案不同外, 其余均相同, 将三张卡片正面向下洗匀, 从中随机抽取一张卡片, 则抽出的卡片图案是琮琚的概率是 $\underline{\quad}$.



琮琚

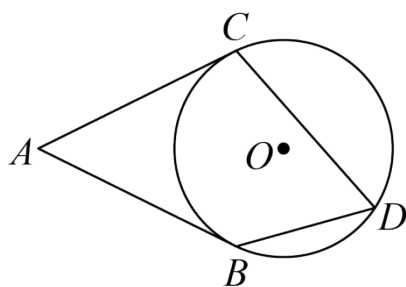


宸宸



莲莲

14. 如图, 点 A 是 $\odot O$ 外一点, AB , AC 分别与 $\odot O$ 相切于点 B, C, 点 D 在 \widehat{BDC} 上, 已知 $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数是 $\underline{\quad}$.



15. 我国古代数学名著《张丘建算经》中有这样一题：一只公鸡值 5 钱，一只母鸡值 3 钱，3 只小鸡值 1 钱，现花 100 钱买了 100 只鸡．若公鸡有 8 只，设母鸡有 x 只，小鸡有 y 只，可列方程组为_____．

16. 一副三角板 ABC 和 DEF 中， $\angle C = \angle D = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ ， $BC = EF = 12$ ．将它们叠合在一起，边 BC 与 EF 重合， CD 与 AB 相交于点 G （如图 1），此时线段 CG 的长是_____，现将 $\triangle DEF$ 绕点 $C(F)$ 按顺时针方向旋转（如图 2），边 EF 与 AB 相交于点 H ，连结 DH ，在旋转 0° 到 60° 的过程中，线段 DH 扫过的面积是_____．

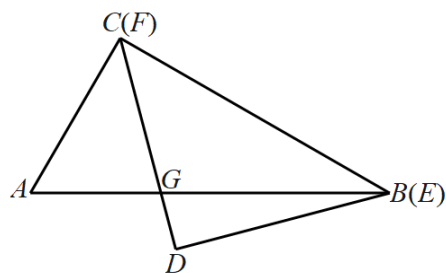


图1

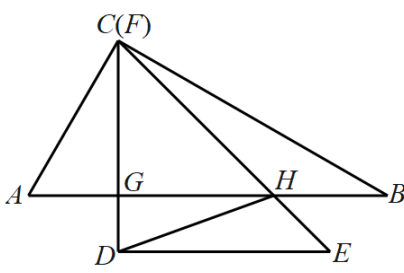


图2

三、解答题

17. (1) 分解因式： $a^2 + 2a$ ．

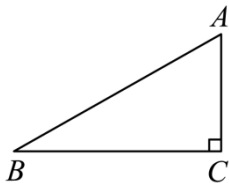
(2) 解不等式： $2(x-1) > x+1$ ．

18. 小丁和小迪分别解方程 $\frac{x}{x-2} - \frac{x-3}{2-x} = 1$ 过程如下：

小丁： 解：去分母，得 $x - (x-3) = x-2$ 去括号，得 $x - x + 3 = x-2$ 合并同类项，得 $3 = x-2$ 解得 $x = 5$ \therefore 原方程的解是 $x = 5$	小迪： 解：去分母，得 $x + (x-3) = 1$ 去括号得 $x + x - 3 = 1$ 合并同类项得 $2x - 3 = 1$ 解得 $x = 2$ 经检验， $x = 2$ 是方程的增根，原方程无解
---	--

你认为小丁和小迪的解法是否正确？若正确，请在框内打“√”；若错误，请在框内打“×”，并写出你的解答过程.

19. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$.



(1)尺规作图：

- ①作线段 BC 的垂直平分线 MN ，交 AB 于点 D ，交 BC 于点 O ；
- ②在直线 MN 上截取 OE ，使 $OE = OD$ ，连接 CD ， BE ， CE .（保留作图痕迹）

(2)猜想证明：作图所得的四边形 $BECD$ 是否为菱形？并说明理由.

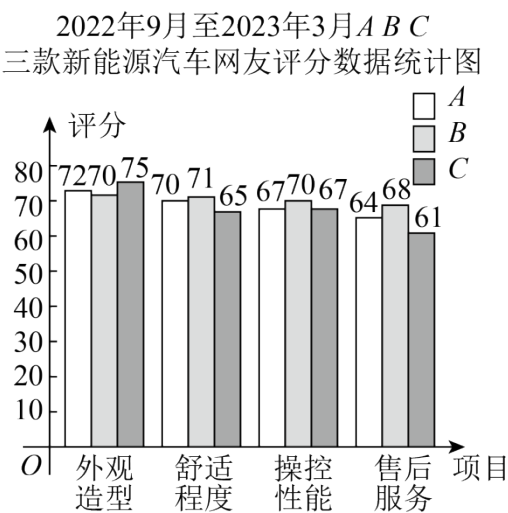
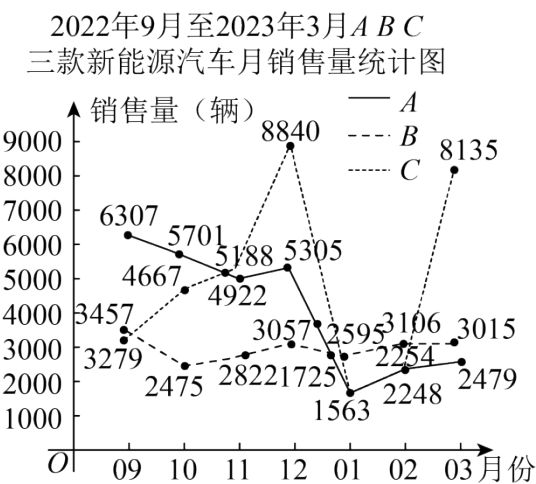
20. 观察下面的等式： $3^2 - 1^2 = 8 \times 1$ ， $5^2 - 3^2 = 8 \times 2$ ， $7^2 - 5^2 = 8 \times 3$ ， $9^2 - 7^2 = 8 \times 4$ ，...

(1)尝试： $13^2 - 11^2 = 8 \times \underline{\hspace{2cm}}$.

(2)归纳： $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8 \times \underline{\hspace{2cm}}$ （用含 n 的代数式表示， n 为正整数）.

(3)推理：运用所学知识，推理说明你归纳的结论是正确的.

21. 小明的爸爸准备购买一辆新能源汽车. 在爸爸的预算范围内，小明收集了 A ， B ， C 三款汽车在 2022 年 9 月至 2023 年 3 月期间的国内销售量和网友对车辆的外观造型、舒适程度、操控性能、售后服务等四项评分数据，统计如下：



(1)数据分析：

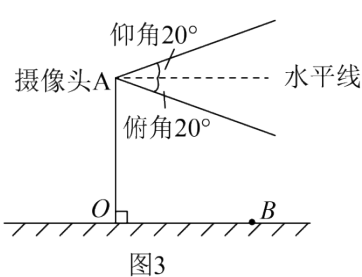
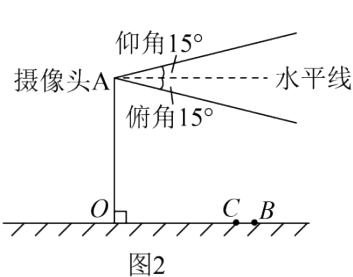
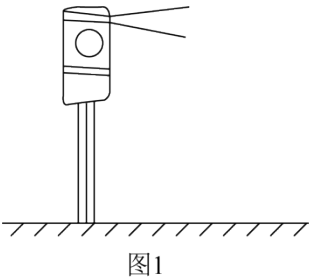
- ①求 B 款新能源汽车在 2022 年 9 月至 2023 年 3 月期间月销售量的中位数；

②若将车辆的外观造型，舒适程度、操控性能，售后服务等四项评分数据按2:3:3:2的比例统计，求A款新能原汽车四项评分数据的平均数.

(2)合理建议：

请按你认为的各项“重要程度”设计四项评分数据的比例，并结合销售量，以此为依据建议小明的爸爸购买哪款汽车？说说你的理由.

22. 图1是某住宅单元楼的人脸识别系统（整个头部需在摄像头视角围内才能被识别），其示意图如图2，摄像头A的仰角、俯角均为15°，摄像头高度OA=160cm，识别的最远水平距离OB=150cm.



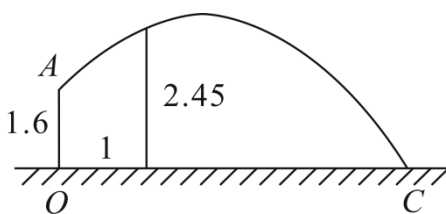
(1)身高208cm的小杜，头部高度为26cm，他站在离摄像头水平距离130cm的点C处，请问小杜最少需要下蹲多少厘米才能被识别.

(2)身高120cm的小若，头部高度为15cm，踮起脚尖可以增高3cm，但仍无法被识别. 社区及时将摄像头的仰角、俯角都调整为20°（如图3），此时小若能被识别吗？请计算说明.（精确到0.1cm，参考数据

$$\sin 15^{\circ} \approx 0.26, \cos 15^{\circ} \approx 0.97, \tan 15^{\circ} \approx 0.27, \sin 20^{\circ} \approx 0.34, \cos 20^{\circ} \approx 0.94, \tan 20^{\circ} \approx 0.36)$$

23. 根据以下素材，探究完成任务.

如何把实心球掷得更远？
素材 1
<p>小林在练习投掷实心球，其示意图如图，第一次练习时，球从点A处被抛出，其路线是抛物线. 点A距离地面1.6m，当球到OA的水平距离为1m时，达到最大高度为1.8m.</p>

素材 2	
<p>根据体育老师建议，第二次练习时，小林在正前方1m处（如图）架起距离地面高为2.45m的横线．球从点A处被抛出，恰好越过横线，测得投掷距离$OC = 8\text{m}$．</p> 	
问题解决	
任务 1	
计算投掷距离	建立合适的直角坐标系，求素材 1 中的投掷距离 OB ．
任务 2	
探求高度变化	求素材 2 和素材 1 中球的最大高度的变化量
任务 3	
提出训练建议	为了把球掷得更远，请给小林提出一条合理的训练建议．

24. 小贺在复习浙教版教材九上第 81 页第 5 题后，进行变式、探究与思考：如图 1， $\odot O$ 的直径 CD 垂直弦 AB 于点 E ，且 $CE = 8$ ， $DE = 2$ ．

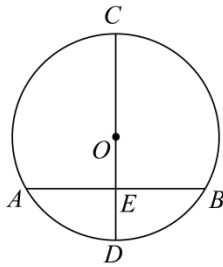


图1

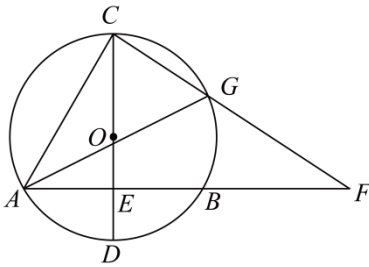


图2

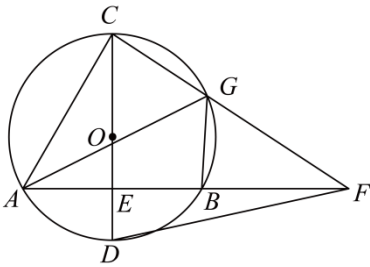


图3

- (1)复习回顾：求 AB 的长．
- (2)探究拓展：如图 2，连接 AC ，点 G 是 \widehat{BC} 上一动点，连接 AG ，延长 CG 交 AB 的延长线于点 F ．
- ①当点 G 是 \widehat{BC} 的中点时，求证： $\angle GAF = \angle F$ ；

- ②设 $CG = x$ ， $CF = y$ ，请写出 y 关于 x 的函数关系式，并说明理由；
- ③如图 3，连接 DF ， BG ，当 $\triangle CDF$ 为等腰三角形时，请计算 BG 的长.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	B	D	C	D	D	B	B	D

1. B

【分析】根据有理数乘法法则计算可求解.

【详解】解: $2 \times (-3) = -6$.

故选: B.

【点睛】本题主要考查有理数的乘法运算, 掌握有理数乘法运算是解题的关键.

2. C

【分析】找到从上面所看到的图形即可.

【详解】解: 从上面看从下往上数, 左边有 1 个正方形, 右边有 1 个正方形,

\therefore 俯视图是:



故选: C.

【点睛】本题考查了简单组合体的三视图, 解题的关键是掌握三视图.

3. B

【分析】根据全面调查与抽样调查的特点对四个选项进行判断.

【详解】A、了解一批节能灯管的使用寿命, 具有破坏性, 适合采用抽样调查, 不符合题意;

B、了解某校 803 班学生的视力情况, 适合采用普查, 符合题意;

C、了解某省初中生每周上网时长情况, 适合采用抽样调查, 不合题意;

D、了解京杭大运河中鱼的种类, 适合采用抽样调查, 不合题意.

故选: B.

【点睛】本题考查了全面调查与抽样调查: 如何选择调查方法要根据具体情况而定. 一般来讲: 通过普查可以直接得到较为全面、可靠的信息, 但花费的时间较长, 耗费大, 且一些调查项目并不适合普查. 其二, 调查过程带有破坏性. 如: 调查一批灯泡的使用寿命就只能采取抽样调查, 而不能将整批灯泡全部用于实验. 其三, 有些被调查的对象无法进行普查.

4. D

【分析】根据整式的加减法计算法则, 幂的乘方计算法则及同底数幂除法法则依次计算判断.

【详解】解：A、 $a^3 + a^3 = 2a^3$ ，故错误；

B、 $a^6 - a^6 = 0$ ，故错误；

C、 $(a^3)^3 = a^9$ ，故错误；

D、 $a^{12} \div a^2 = a^{12-2} = a^{10}$ ，故正确；

故选：D.

【点睛】此题考查了整式的计算法则，熟练掌握整式的加减法计算法则，幂的乘方计算法则及同底数幂除法法则是解题的关键.

5. C

【分析】直接根据位似图形的性质即可得.

【详解】解： $\because \triangle ABC$ 的位似比为 2 的位似图形是 $\triangle A'B'C'$ ，且 $C(3,2)$ ，

$\therefore C'(2 \times 3, 2 \times 2)$ ，即 $C'(6,4)$ ，

故选：C.

【点睛】本题考查了坐标与位似图形，熟练掌握位似图形的性质是解题关键.

6. D

【分析】根据 a ， b ， c 对应的点在数轴上的位置，利用不等式的性质逐一判断即可.

【详解】解：由数轴得： $a < 0 < c < b$ ， $|a| < |b|$ ，

故选项 A 不符合题意；

$\because c < b$ ， $\therefore c - a < b - a$ ，故选项 B 不符合题意；

$\because |a| < |b|$ ， $a < b$ ， $\therefore a + b > 0$ ，故选项 C 不符合题意；

$\because a < b$ ， $c \neq 0$ ， $\therefore ac^2 < bc^2$ ，故选项 D 符合题意；

故选：D.

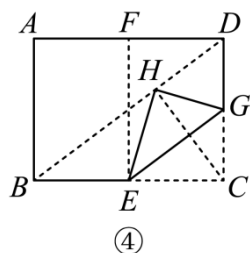
【点睛】本题考查的是实数与数轴，绝对值的概念，不等式的性质，掌握以上知识是解题的关键.

7. D

【分析】根据折叠的性质得出 $EB = EH = EC$ ， $CH \perp BD$ ，等面积法求得 CH ，根据

$\tan \angle BDC = \frac{BC}{CD} = \frac{CH}{HD}$ ，即可求解.

【详解】解：如图所示，连接 CH ，



∴折叠，

$$\therefore EB = EH = EC$$

∴B, C, H 在以 E 为圆心，BC 为直径的圆上，

$$\therefore \angle BHC = 90^\circ,$$

$$\therefore CH \perp BD$$

∵矩形 ABCD，其中 $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，

$$\therefore BC = 4, CD = 3$$

$$\therefore BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 5,$$

$$\therefore CH = \frac{BC \times CD}{BD} = \frac{12}{5},$$

$$\therefore \tan \angle BDC = \frac{BC}{CD} = \frac{CH}{HD}$$

$$\therefore HD = \frac{9}{5},$$

故选：D.

【点睛】本题考查了矩形与折叠问题，直径所对的圆周角是直角，勾股定理，正切的定义，熟练掌握以上知识是解题的关键.

8. B

【分析】根据反比例函数的图象与性质解答即可.

【详解】解：∵ $k = 3 > 0$ ，

∴图象在一三象限，且在每个象限内 y 随 x 的增大而减小，

$$\therefore -2 < -1 < 0 < 1,$$

$$\therefore y_2 < y_1 < 0 < y_3.$$

故选：B.

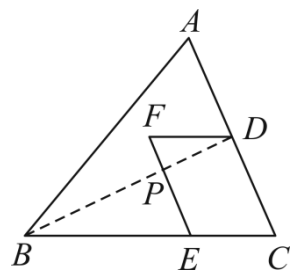
【点睛】本题考查了反比例函数的图象与性质，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数， $k \neq 0$) 的图象是双曲线，当 $k > 0$ ，反比例函数图象的两个分支在第一、三象限，在每一象限内， y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ ，反比例函数图象的两个分支在第二、四象限，在每一象限内， y 随

x 的增大而增大.

9. B

【分析】连接 BD , 根据三角形重心的性质可知: P 在 BD 上, 由三角形中线平分三角形的面积可知: $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle BDC}$, 证明 $\triangle DFP \sim \triangle BEP$ 和 $\triangle BEP \sim \triangle BCD$, 根据相似三角形面积的比等于相似比的平方可解答.

【详解】解: 如图, 连接 BD ,



\because 点 P 是 $\triangle ABC$ 的重心, 点 D 是边 AC 的中点, P 在 BD 上,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle BDC},$$

$$BP:PD = 2:1,$$

$$\because DF \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle DFP \sim \triangle BEP$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DFP}}{S_{\triangle BEP}} = \frac{1}{4},$$

$$\because EF \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle BEP \sim \triangle BCD,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BEP}}{S_{\triangle BCD}} = \left(\frac{BP}{BD}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9},$$

设 $\triangle DFP$ 的面积为 m , 则 $\triangle BEP$ 的面积为 $4m$, $\triangle BCD$ 的面积为 $9m$,

\because 四边形 $CDFE$ 的面积为 6,

$$\therefore m + 9m - 4m = 6,$$

$$\therefore m = 1,$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 的面积为 } 9,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积是 } 18.$$

故选: B.

【点睛】本题主要考查了三角形重心的性质, 相似三角形的判定与性质, 难度适中, 准确作

出辅助线是解题的关键.

10. D

【分析】根据蓄水池的横断面示意图,可知水的深度增长的速度由慢到快,然后再由快到慢,最后不变,进而求解即可.

【详解】解:由蓄水池的横断面示意图可得,
水的深度增长的速度由慢到快,然后再由快到慢,最后不变,
故选: D.

【点睛】主要考查了函数图象的读图能力和函数与实际问题结合的应用.要能根据函数图象的性质和图象上的数据分析得出函数的类型和所需要的条件,结合实际意义得到正确的结论.

11. 2023

【分析】负数的绝对值是它的相反数,由此可解.

【详解】解: -2023 的相反数是 2023 ,

故 $|-2023| = 2023$,

故答案为: 2023 .

【点睛】本题主要考查了求一个数的绝对值,解题的关键是掌握正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数.

12. $OA = OC$ 或 $OB = OD$ 或 $AB = CD$

【分析】根据对顶角相等可得 $\angle AOB = \angle COD$,再添加边相等,可利用 ASA 或 AAS 判定 $\triangle AOB \cong \triangle COD$.

【详解】解: \because 在 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 中, $\angle A = \angle C$, $\angle AOB = \angle COD$,

\therefore 添加 $OA = OC$, 则 $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (ASA);

或添加 $OB = OD$, 则 $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (AAS);

或添加 $AB = CD$, 则 $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (AAS);

故答案为: $OA = OC$ (答案不唯一).

【点睛】本题考查了三角形全等的判定方法,判定两个三角形全等的一般方法有: SSS、SAS、ASA、AAS、HL. 注意: AAA、SSA 不能判定两个三角形全等,判定两个三角形全等时,必须有边的参与,若有两边一角对应相等时,角必须是两边的夹角.

13. $\frac{1}{3}$

【分析】根据概率公式即可求解.

【详解】解：将三张卡片正面向下洗匀，从中随机抽取一张卡片，则抽出的卡片图案是琮琤的概率是 $\frac{1}{3}$

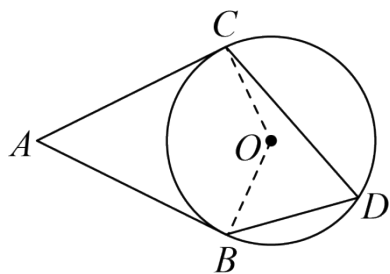
故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点睛】本题考查了概率公式求概率，熟练掌握概率公式是解题的关键.

14. $65^\circ/65$ 度

【分析】连接 CO, BO ，根据切线的性质得出 $\angle ACO = \angle ABO = 90^\circ$ ，根据四边形内角和得出 $\angle COB = 130^\circ$ ，根据圆周角定理即可求解.

【详解】解：如图 CO, BO ，



$\because AB, AC$ 分别与 $\odot O$ 相切于点 B, C ,

$\therefore \angle ACO = \angle ABO = 90^\circ$,

$\because \angle A = 50^\circ$,

$\therefore \angle COB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 130^\circ$,

$\because \widehat{BC} = \widehat{BC}$,

$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \angle BOC = 65^\circ$,

故答案为： 65° .

【点睛】本题考查了切线的性质，圆周角定理，求得 $\angle COB = 130^\circ$ 是解题的关键.

15.
$$\begin{cases} 5 \times 8 + 3x + \frac{1}{3}y = 100 \\ x + y + 8 = 100 \end{cases}$$

【分析】根据“现花100钱买了100只鸡”，列出方程组即可.

【详解】解：依题意得：
$$\begin{cases} 5 \times 8 + 3x + \frac{1}{3}y = 100 \\ x + y + 8 = 100 \end{cases}$$
,

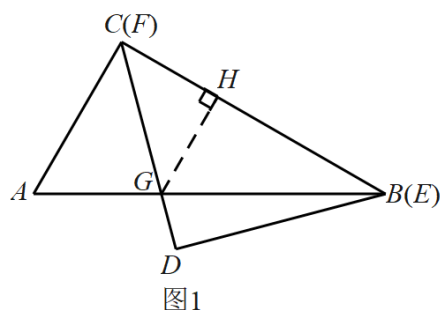
故答案为:
$$\begin{cases} 5 \times 8 + 3x + \frac{1}{3}y = 100 \\ x + y + 8 = 100 \end{cases}.$$

【点睛】本题主要考查了二元一次方程组的应用. 明确题意, 准确列出方程组是解题的关键.

16. $6\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$ $12\pi - 18\sqrt{3} + 18$

【分析】如图 1, 过点 G 作 $GH \perp BC$ 于 H , 根据含 30° 直角三角形的性质和等腰直角三角形的性质得出 $BH = \sqrt{3}GH$, $GH = CH$, 然后由 $BC = 12$ 可求出 GH 的长, 进而可得线段 CG 的长; 如图 2, 将 $\triangle DEF$ 绕点 C 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle D_1E_1F$, FE_1 与 AB 交于 G_1 , 连接 D_1D , AD_1 , $\triangle D_2E_2F$ 是 $\triangle DEF$ 旋转 0° 到 60° 的过程中任意位置, 作 $DN \perp CD_1$ 于 N , 过点 B 作 $BM \perp D_1D$ 交 D_1D 的延长线于 M , 首先证明 $\triangle CDD_1$ 是等边三角形, 点 D_1 在直线 AB 上, 然后可得线段 DH 扫过的面积是弓形 D_1D_2D 的面积加上 $\triangle D_1DB$ 的面积, 求出 DN 和 BM , 然后根据线段 DH 扫过的面积 $= S_{\text{弓形}D_1D_2D} + S_{\triangle D_1DB} = S_{\text{扇形}CD_1D} - S_{\triangle CD_1D} + S_{\triangle D_1DB}$ 列式计算即可.

【详解】解: 如图 1, 过点 G 作 $GH \perp BC$ 于 H ,



$$\because \angle ABC = 30^\circ, \angle DEF = \angle DFE = 45^\circ, \angle GHB = \angle GHC = 90^\circ,$$

$$\therefore BH = \sqrt{3}GH, \quad GH = CH,$$

$$\because BC = BH + CH = \sqrt{3}GH + GH = 12,$$

$$\therefore GH = 6\sqrt{3} - 6,$$

$$\therefore CG = \sqrt{2}GH = \sqrt{2} \times (6\sqrt{3} - 6) = 6\sqrt{6} - 6\sqrt{2};$$

如图 2, 将 $\triangle DEF$ 绕点 C 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle D_1E_1F$, FE_1 与 AB 交于 G_1 , 连接 D_1D ,

由旋转的性质得: $\angle E_1CB = \angle DCD_1 = 60^\circ$, $CD = CD_1$,

$\therefore \triangle CDD_1$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$,

$\therefore \angle CG_1B = 90^\circ$,

$\therefore CG_1 = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore CE_1 = BC$,

$\therefore CG_1 = \frac{1}{2}CE_1$, 即 AB 垂直平分 CE_1 ,

$\therefore \triangle CD_1E_1$ 是等腰直角三角形,

\therefore 点 D_1 在直线 AB 上,

连接 AD_1 , $\triangle D_2E_2F$ 是 $\triangle DEF$ 旋转 0° 到 60° 的过程中任意位置,

则线段 DH 扫过的面积是弓形 D_1D_2D 的面积加上 $\triangle D_1DB$ 的面积,

$\therefore BC = EF = 12$,

$\therefore DC = DB = \frac{\sqrt{2}}{2}BC = 6\sqrt{2}$,

$\therefore D_1C = D_1D = 6\sqrt{2}$,

作 $DN \perp CD_1$ 于 N , 则 $ND_1 = NC = 3\sqrt{2}$,

$\therefore DN = \sqrt{D_1D^2 - ND_1^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{6}$,

过点 B 作 $BM \perp D_1D$ 交 D_1D 的延长线于 M , 则 $\angle M = 90^\circ$,

$\therefore \angle D_1DC = 60^\circ$, $\angle CDB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDM = 180^\circ - \angle D_1DC - \angle CDB = 30^\circ$,

$\therefore BM = \frac{1}{2}BD = 3\sqrt{2}$,

\therefore 线段 DH 扫过的面积 $= S_{\text{弓形}D_1D_2D} + S_{\triangle D_1DB}$,

$= S_{\text{扇形}CD_1D} - S_{\triangle CD_1D} + S_{\triangle D_1DB}$,

$= \frac{60\pi \cdot (6\sqrt{2})^2}{360} - \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} + \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$,

$$=12\pi-18\sqrt{3}+18,$$

故答案为: $6\sqrt{6}-6\sqrt{2}$, $12\pi-18\sqrt{3}+18$.

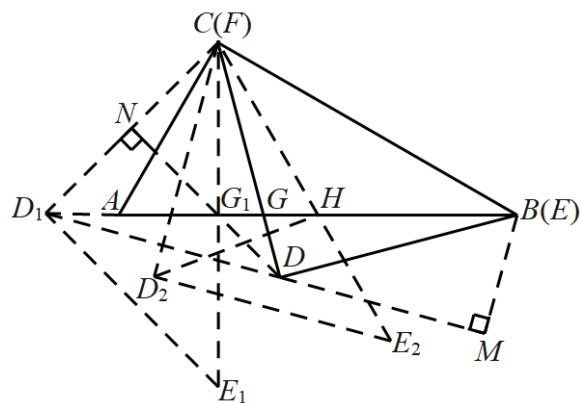


图2

【点睛】本题主要考查了旋转的性质，含 30° 直角三角形的性质，二次根式的运算，解直角三角形，等边三角形的判定和性质，勾股定理，扇形的面积计算等知识，作出图形，证明点 D_1 在直线 AB 上是本题的突破点，灵活运用各知识点是解题的关键.

17. (1) $a(a+2)$; (2) $x > 3$.

【分析】(1) 利用提取公因式法分解因式即可;

(2) 按照解不等式的一般步骤求解即可.

【详解】解: (1) $a^2 + 2a = a(a+2)$;

(2) $2(x-1) > x+1$

去括号, 得 $2x-2 > x+1$,

移项合并, 得 $x > 3$.

【点睛】本题考查了因式分解的方法和解不等式, 熟练掌握因式分解的方法和解不等式的步骤是解题的关键.

18. 都错误, 见解析

【分析】根据解分式方程的步骤判断小丁和小迪的解法是否正确, 再正确解方程即可.

【详解】小丁和小迪的解法都错误;

解: 去分母, 得 $x+(x-3)=x-2$,

去括号, 得 $2x-3=x-2$,

解得, $x=1$,

经检验： $x=1$ 是方程的解.

【点睛】本题考查分式方程的解法，熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键.

19. (1)①见解析；②见解析

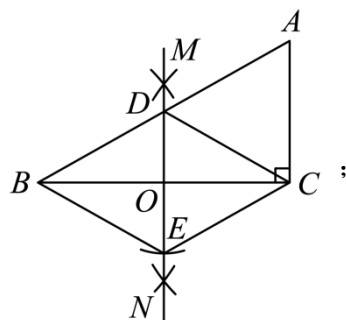
(2)四边形 $BECD$ 是菱形，见解析

【分析】(1) ①根据垂直平分线的画法作图；②以点 O 为圆心， OD 为半径作圆，交 ON 于点 E ，连线即可；

(2) 根据菱形的判定定理证明即可.

【详解】(1) ①如图：直线 MN 即为所求；

②如图，即为所求；



(2) 四边形 $BECD$ 是菱形，理由如下：

$\because MN$ 垂直平分 BC ，

$\therefore OB = OC, BD = CD$ ，

$\because OD = OE$ ，

\therefore 四边形 $BECD$ 是平行四边形，

又 $\because BD = CD$ ，

\therefore 四边形 $BECD$ 是菱形.

【点睛】此题考查了基本作图—线段垂直平分线，截取线段，菱形的判定定理，熟练掌握基本作图方法及菱形的判定定理是解题的关键.

20. (1)6

(2) n

(3)见解析

【分析】(1) 根据题目中的例子，可以直接得到结果；

(2) 根据题目中给出的式子,可以直接得到答案;

(3) 将 (2) 中等号左边用平方差公式计算即可.

【详解】(1) 解: $\because 3^2 - 1^2 = 8 \times 1$, $5^2 - 3^2 = 8 \times 2$, $7^2 - 5^2 = 8 \times 3$, $9^2 - 7^2 = 8 \times 4$,
 $\therefore 11^2 - 9^2 = 8 \times 5$, $13^2 - 11^2 = 8 \times 6$,

故答案为: 6;

(2) 由题意得: $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n$,

故答案为: n ;

$$\begin{aligned} (3) & (2n+1)^2 - (2n-1)^2 \\ &= (2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1) \\ &= 4n \times 2 \\ &= 8n. \end{aligned}$$

【点睛】此题考查了数字类的变化规律,有理数的混合运算,列代数式,平方差公式,正确理解题意,发现式子的变化特点是解题的关键.

21. (1)①3015 辆, ②68.3 分

(2)选 B 款, 理由见解析

【分析】(1) ①根据中位数的概念求解即可;

②根据加权平均数的计算方法求解即可;

(2) 根据加权平均数的意义求解即可.

【详解】(1) ①由中位数的概念可得,

B 款新能源汽车在 2022 年 9 月至 2023 年 3 月期间月销售量的中位数为 3015 辆;

$$\textcircled{2} \bar{x}_1 = \frac{72 \times 2 + 70 \times 3 + 67 \times 3 + 64 \times 2}{2 + 3 + 3 + 2} = 68.3 \text{ 分}.$$

$\therefore A$ 款新能原汽车四项评分数据的平均数为 68.3 分;

(2) 给出 1:2:1:2 的权重时,

$$\bar{x}_A = \frac{72 \times 1 + 70 \times 2 + 67 \times 1 + 64 \times 2}{1 + 2 + 1 + 2} \approx 67.8 \text{ (分)},$$

$$\bar{x}_B = \frac{70 \times 1 + 71 \times 2 + 70 \times 1 + 68 \times 2}{1 + 2 + 1 + 2} \approx 69.7 \text{ (分)},$$

$$\bar{x}_C = \frac{75 \times 1 + 65 \times 2 + 67 \times 1 + 61 \times 2}{1 + 2 + 1 + 2} \approx 65.7 \text{ (分)},$$

结合 2023 年 3 月的销售量,

\therefore 可以选 B 款.

【点睛】此题考查了中位数和加权平均数, 以及利用加权平均数做决策, 解题的关键是熟练掌握以上知识点.

22. (1) 12.9cm

(2) 能, 见解析

【分析】(1) 根据正切值求出 EF 长度, 再利用三角形全等可求出 $EF = DF = 35.1(\text{cm})$, 最后利用矩形的性质求出 CE 的长度, 从而求出蹲下的高度.

(2) 根据正切值求出 MP 长度, 再利用三角形全等可求出 $MP = PN = 54.0(\text{cm})$, 最后利用矩形的性质求出 BP 的长度, 即可求出 BN 长度, 与踮起脚尖后的高度进行比较, 即可求出答案.

【详解】(1) 解: 过点 C 作 OB 的垂线分别交仰角、俯角线于点 E, D , 交水平线于点 F , 如图所示,

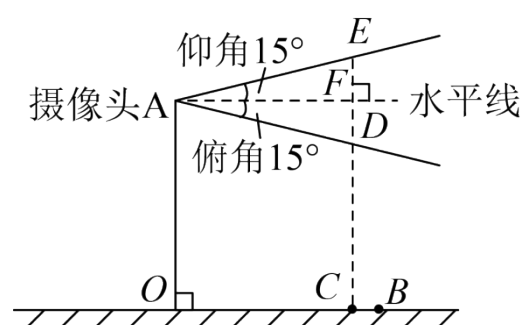


图2

在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中, $\tan \angle EAF = \frac{EF}{AF}$.

$$\therefore EF = AF \cdot \tan 15^\circ = 130 \times 0.27 = 35.1(\text{cm}).$$

$$\because AF = AF, \angle EAF = \angle DAF, \angle AFE = \angle AFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle AEF.$$

$$\therefore EF = DF = 35.1(\text{cm}).$$

$$\therefore CE = CF + EF = 160 + 35.1 = 195.1(\text{cm}), \quad ED = 2EF = 35.1 \times 2 = 70.2(\text{cm}) > 26(\text{cm}),$$

$$\therefore \text{小杜下蹲的最小距离} = 208 - 195.1 = 12.9(\text{cm}).$$

(2) 解：能，理由如下：

过点 B 作 OB 的垂线分别交仰角、俯角线于点 M ， N ，交水平线于点 P ，如图所示，

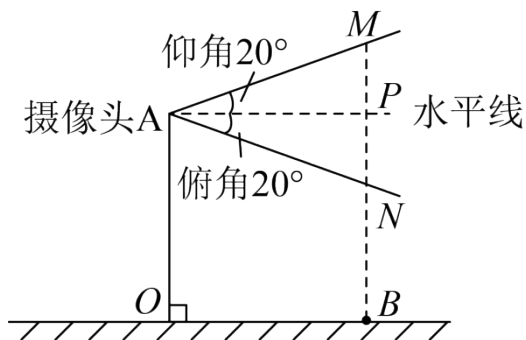


图3

$$\text{在 Rt}\triangle APM \text{ 中, } \tan \angle MAP = \frac{MP}{AP}.$$

$$\therefore MP = AP \cdot \tan 20^\circ = 150 \times 0.36 = 54.0(\text{cm}),$$

$$\therefore AP = AP, \angle MAP = \angle NAP, \angle APM = \angle APN = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AMP \cong \triangle ANP.$$

$$\therefore PN = MP = 54.0(\text{cm}),$$

$$\therefore BN = BP - PN = 160 - 54.0 = 106.0(\text{cm}).$$

$$\text{小若垫起脚尖后头顶的高度为 } 120 + 3 = 123(\text{cm}).$$

$$\therefore \text{小若头顶超出点 } N \text{ 的高度 } 123 - 106.0 = 17.0(\text{cm}) > 15(\text{cm}).$$

$$\therefore \text{小若垫起脚尖后能被识别.}$$

【点睛】本题考查的是解直角三角形的实际应用，涉及到的知识点有锐角三角函数中的正切值、矩形的性质、三角形的全等，解题的关键在于是否能根据生活实际题结合数学相关知识。解题的重点在于熟练掌握相关概念、性质和全等方法。

23. 任务一：4m；任务二： $\frac{22}{15}$ m；任务三：应该尽量提高掷出点的高度、尽量提高掷出点的速度、选择适当的掷出仰角

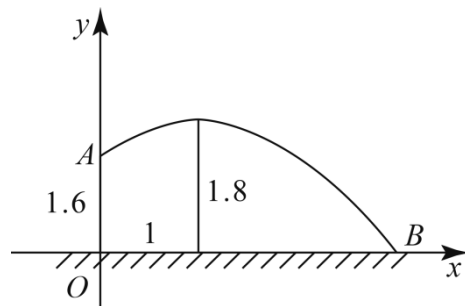
【分析】任务一：建立直角坐标系，由题意得：抛物线的顶点坐标为(1,1.8)，设抛物线的解析式为 $y = a(x-1)^2 + 1.8$ ，过点(0,1.6)，利用待定系数法求出解析式，当 $y=0$ 时求出 x 的值即可得到 OB ；

任务二：建立直角坐标系，求出任务二的抛物线解析式，得到顶点纵坐标，与任务一的纵坐

标相减即可；

任务三：根据题意给出合理的建议即可．

【详解】任务一：建立如图所示的直角坐标系，



由题意得：抛物线的顶点坐标为 $(1, 1.8)$ ，

设抛物线的解析式为 $y = a(x-1)^2 + 1.8$ ，过点 $(0, 1.6)$ ，

$$\therefore a + 1.8 = 1.6,$$

解得 $a = -0.2$ ，

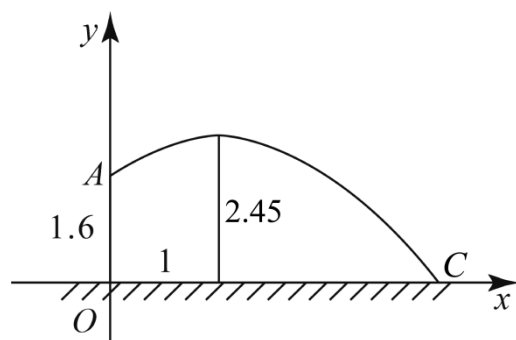
$$\therefore y = -0.2(x-1)^2 + 1.8,$$

当 $y = 0$ 时， $-0.2(x-1)^2 + 1.8 = 0$ ，

得 $x_1 = 4, x = -2$ （舍去），

\therefore 素材 1 中的投掷距离 OB 为 4m；

(2) 建立直角坐标系，如图，



设素材 2 中抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ，

由题意得，过点 $(0, 1.6), (1, 2.45), (8, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} c = 1.6 \\ a + b + c = 2.45 \\ 64a + 8b + c = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -0.15 \\ b = 1 \\ c = 1.6 \end{cases},$$

$$\therefore y = -0.15x^2 + x + 1.6$$

$$\therefore \text{顶点纵坐标为} \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \times (-0.15) \times 1.6 - 1^2}{4 \times (-0.15)} = \frac{49}{15},$$

$$\frac{49}{15} - 1.8 = \frac{22}{15} \text{ (m)},$$

$$\therefore \text{素材 2 和素材 1 中球的最大高度的变化量为} \frac{22}{15} \text{ m};$$

任务三：应该尽量提高掷出点的高度、尽量提高掷出点的速度、选择适当的掷出仰角。

【点睛】此题考查了二次函数的实际应用，求函数解析式，求抛物线与坐标轴的距离，正确理解题意建立恰当的直角坐标系是解题的关键。

24. (1) $AB = 8$;

$$(2) \textcircled{1} \text{见解析}; \textcircled{2} y = \frac{80}{x}; \textcircled{3} BG \text{ 的长为 } \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ 或 } 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}.$$

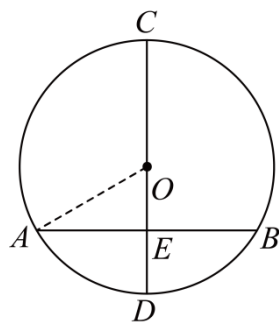
【分析】(1) 先求得 $\odot O$ 的直径为 10，再利用垂径定理求得 $AE = BE$ ，在 $\text{Rt}\triangle OAE$ 中，利用勾股定理即可求解；

(2) $\textcircled{1}$ 连接 DG ，由点 G 是 \widehat{BC} 的中点，推出 $\angle GAF = \angle D$ ，根据等角的余角相等即可证明结论成立；

$\textcircled{2}$ 利用勾股定理求得 $AC = 4\sqrt{5}$ ，利用垂径定理得到 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ ，推出 $\angle CAF = \angle CGA$ ，证明 $\triangle CAF \sim \triangle CGA$ ，利用相似三角形的性质即可求解；

$\textcircled{3}$ 分两种情况讨论，当 $CF = CD = 10$ 和 $DF = CD = 10$ 时，证明 $\triangle FGB \sim \triangle FAC$ ，利用相似三角形的性质求解即可。

【详解】(1) 解：连接 OA ，



$\because \odot O$ 的直径 CD 垂直弦 AB 于点 E ，且 $CE = 8$ ， $DE = 2$ ，

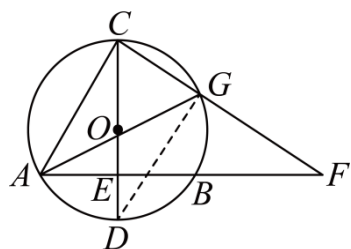
$\therefore CD = CE + DE = 10$ ， $AE = BE$ ，

$\therefore OA = OD = \frac{1}{2}CD = 5$ ， $OE = OD - DE = 3$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OAE$ 中， $AE = \sqrt{OA^2 - OE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，

$\therefore AB = 2AE = 8$ ；

(2) 解：①连接 DG ，



\because 点 G 是 \widehat{BC} 的中点，

$\therefore \widehat{CG} = \widehat{BG}$ ，

$\therefore \angle GAF = \angle D$ ，

$\because \odot O$ 的直径 CD 垂直弦 AB 于点 E ，

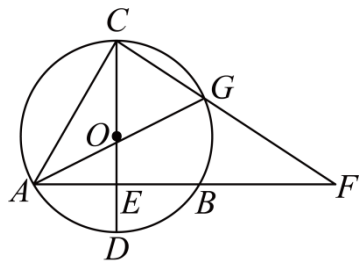
$\therefore \angle CGD = \angle CEF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle F = 90^\circ - \angle DCG = \angle D$ ，

$\therefore \angle GAF = \angle F$ ；

② $\because CE = 8$ ， $AE = 4$ ， $\angle CEA = 90^\circ$ ，

$\therefore AC = \sqrt{AE^2 + CE^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$ ，



$\because \odot O$ 的直径 CD 垂直弦 AB 于点 E ,

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BC},$$

$$\therefore \angle CAF = \angle CGA,$$

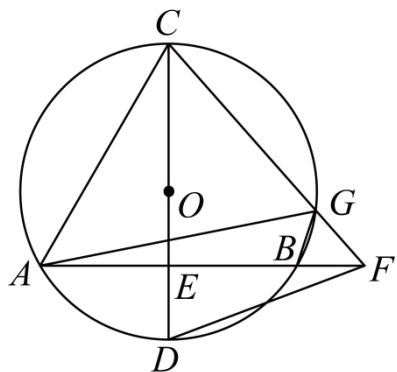
$$\therefore \angle ACF = \angle GCA,$$

$$\therefore \triangle CAF \sim \triangle CGA,$$

$$\therefore \frac{AC}{CG} = \frac{CF}{AC}, \text{ 即 } \frac{4\sqrt{5}}{x} = \frac{y}{4\sqrt{5}},$$

$$\therefore y = \frac{80}{x};$$

③ 当 $CF = CD = 10$ 时,



在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中, $EF = \sqrt{CF^2 - CE^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$,

$$\therefore BF = EF - BE = 2,$$

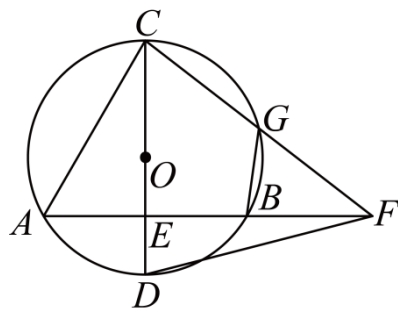
$$\because \angle FGB = 180^\circ - \angle BGC = \angle FAC,$$

$$\therefore \triangle FGB \sim \triangle FAC,$$

$$\therefore \frac{BG}{AC} = \frac{BF}{CF}, \text{ 即 } \frac{BG}{4\sqrt{5}} = \frac{2}{10},$$

$$\therefore BG = \frac{4\sqrt{5}}{5};$$

当 $DF = CD = 10$ 时,



在 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中, $EF = \sqrt{DF^2 - DE^2} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6}$,

在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中, $CF = \sqrt{CE^2 + EF^2} = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{6})^2} = 4\sqrt{10}$,

$$\therefore BF = EF - BE = 4\sqrt{6} - 4,$$

同理 $\triangle FGB \sim \triangle FAC$,

$$\therefore \frac{BG}{AC} = \frac{BF}{CF}, \text{ 即 } \frac{BG}{4\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{6} - 4}{4\sqrt{10}},$$

$$\therefore BG = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2};$$

综上, BG 的长为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 或 $4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$.

【点睛】 本题考查了圆周角定理, 垂径定理, 相似三角形的判定和性质, 勾股定理, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件.