

# 2023 年浙江省湖州市中考数学真题

学校:\_\_\_\_\_姓名:\_\_\_\_\_班级:\_\_\_\_\_考号:\_\_\_\_\_

## 一、单选题

1. 下列各数中, 最小的数是 ( )

- A.  $-2$                       B.  $-1$                       C.  $1$                       D.  $0$

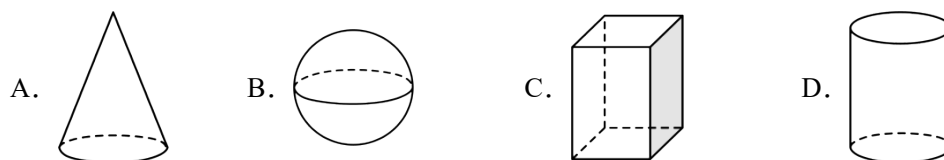
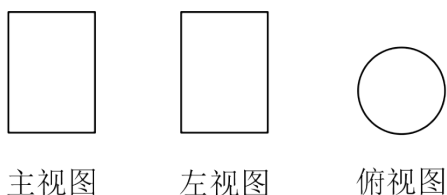
2. 计算  $a^3 \cdot a$  的结果是 ( )

- A.  $a^2$                       B.  $a^3$                       C.  $a^4$                       D.  $a^5$

3. 国家互联网信息办公室 2023 年 5 月 23 日发布的《数字中国发展报告 (2022 年)》显示, 2022 年我国数字经济规模达 502000 亿元. 用科学记数法表示 502000, 正确的是 ( )

- A.  $0.502 \times 10^6$               B.  $5.02 \times 10^6$               C.  $5.02 \times 10^5$               D.  $50.2 \times 10^4$

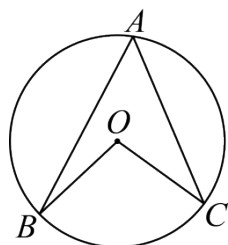
4. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体可能是 ( )



5. 若分式  $\frac{x-1}{3x+1}$  的值为 0, 则  $x$  的值是 ( )

- A.  $1$                       B.  $0$                       C.  $-1$                       D.  $-3$

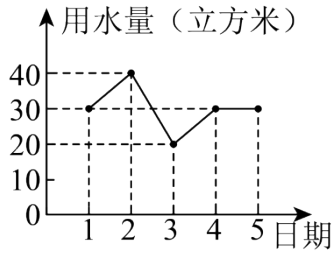
6. 如图, 点  $A, B, C$  在  $\odot O$  上, 连接  $AB, AC, OB, OC$ . 若  $\angle BAC = 50^\circ$ , 则  $\angle BOC$  的度数是 ( )



- A.  $80^\circ$                       B.  $90^\circ$                       C.  $100^\circ$                       D.  $110^\circ$

7. 某住宅小区 6 月 1 日~6 月 5 日每天用水量情况如图所示, 那么这 5 天平均每天的用水量是 ( )

某住宅小区6月1日~6月5日  
每天用水量统计图

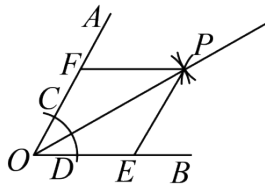


- A. 25 立方米      B. 30 立方米      C. 32 立方米      D. 35 立方米

8. 某品牌新能源汽车 2020 年的销售量为 20 万辆, 随着消费人群的不断增多, 该品牌新能源汽车的销售量逐年递增, 2022 年的销售量比 2020 年增加了 31.2 万辆. 如果设从 2020 年到 2022 年该品牌新能源汽车销售量的平均年增长率为  $x$ , 那么可列出方程是 ( )

- A.  $20(1+2x)=31.2$       B.  $20(1+2x)-20=31.2$   
C.  $20(1+x)^2=31.2$       D.  $20(1+x)^2-20=31.2$

9. 如图, 已知  $\angle AOB$ , 以点  $O$  为圆心, 适当长为半径作圆弧, 与角的两边分别交于  $C, D$  两点, 分别以点  $C, D$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}CD$  长为半径作圆弧, 两条圆弧交于  $\angle AOB$  内一点  $P$ , 连接  $OP$ , 过点  $P$  作直线  $PE \parallel OA$ , 交  $OB$  于点  $E$ , 过点  $P$  作直线  $PF \parallel OB$ , 交  $OA$  于点  $F$ . 若  $\angle AOB = 60^\circ$ ,  $OP = 6\text{cm}$ , 则四边形  $PFOE$  的面积是 ( )



- A.  $12\sqrt{3}\text{cm}^2$       B.  $6\sqrt{3}\text{cm}^2$       C.  $3\sqrt{3}\text{cm}^2$       D.  $2\sqrt{3}\text{cm}^2$

10. 已知在平面直角坐标系中, 正比例函数  $y = k_1x$  ( $k_1 > 0$ ) 的图象与反比例函数  $y = \frac{k_2}{x}$  ( $k_2 > 0$ ) 的图象的两个交点中, 有一个交点的横坐标为 1, 点  $A(t, p)$  和点  $B(t+2, q)$  在函数  $y = k_1x$  的图象上 ( $t \neq 0$  且  $t \neq -2$ ), 点  $C(t, m)$  和点  $D(t+2, n)$  在函数  $y = \frac{k_2}{x}$  的图象上. 当  $p-m$  与  $q-n$  的积为负数时,  $t$  的取值范围是 ( )

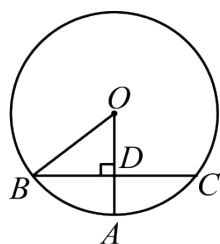
- A.  $-\frac{7}{2} < t < -3$  或  $\frac{1}{2} < t < 1$       B.  $-\frac{7}{2} < t < -3$  或  $1 < t < \frac{3}{2}$   
C.  $-3 < t < -2$  或  $-1 < t < 0$       D.  $-3 < t < -2$  或  $0 < t < 1$

## 二、填空题

11. 计算： $(a+1)(a-1)=$ \_\_\_\_\_.

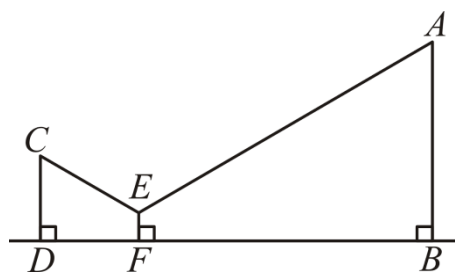
12. 在一个不透明的箱子里放有 7 个红球和 3 个黑球，它们除颜色外其余都相同. 从这个箱子里随机摸出一个球，摸出的球是红球的概率是\_\_\_\_\_.

13. 如图， $OA$  是  $\odot O$  的半径，弦  $BC \perp OA$  于点  $D$ ，连接  $OB$ . 若  $\odot O$  的半径为 5cm， $BC$  的长为 8cm，则  $OD$  的长是\_\_\_\_\_ cm.

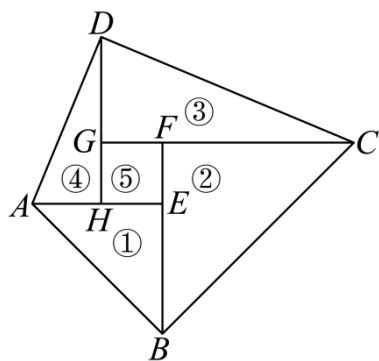


14. 已知  $a$ 、 $b$  为两个连续整数，且  $a < \sqrt{17} < b$ ，则  $a+b=$ \_\_\_\_\_.

15. 某数学兴趣小组测量校园内一棵树的高度，采用以下方法：如图，把支架( $EF$ )放在离树( $AB$ )适当距离的水平地面上的点  $F$  处，再把镜子水平放在支架( $EF$ )上的点  $E$  处，然后沿着直线  $BF$  后退至点  $D$  处，这时恰好在镜子里看到树的顶端  $A$ ，再用皮尺分别测量  $BF$ ， $DF$ ， $EF$ ，观测者目高( $CD$ )的长，利用测得的数据可以求出这棵树的高度. 已知  $CD \perp BD$  于点  $D$ ， $EF \perp BD$  于点  $F$ ， $AB \perp BD$  于点  $B$ ， $BF=6$  米， $DF=2$  米， $EF=0.5$  米， $CD=1.7$  米，则这棵树的高度 ( $AB$  的长) 是\_\_\_\_\_米.



16. 如图，标号为①，②，③，④的四个直角三角形和标号为⑤的正方形恰好拼成对角互补的四边形  $ABCD$ ，相邻图形之间互不重叠也无缝隙，①和②分别是等腰  $\text{Rt}\triangle ABE$  和等腰  $\text{Rt}\triangle BCF$ ，③和④分别是  $\text{Rt}\triangle CDG$  和  $\text{Rt}\triangle DAH$ ，⑤是正方形  $EFGH$ ，直角顶点  $E$ ， $F$ ， $G$ ， $H$  分别在边  $BF$ ， $CG$ ， $DH$ ， $AE$  上.



(1) 若  $EF = 3\text{cm}$ ,  $AE + FC = 11\text{cm}$ , 则  $BE$  的长是\_\_\_\_\_cm.

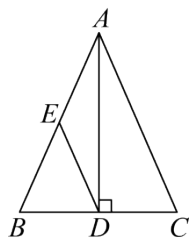
(2) 若  $\frac{DG}{GH} = \frac{5}{4}$ , 则  $\tan \angle DAH$  的值是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

17. 计算:  $4 - (\sqrt{2})^2 \times 3$ .

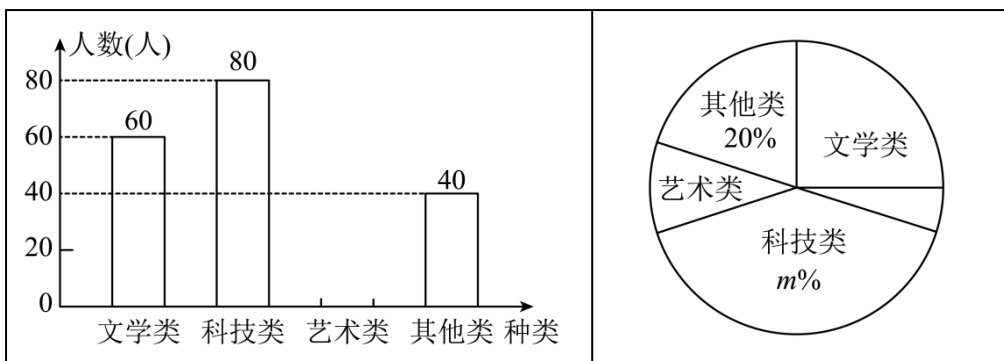
18. 解一元一次不等式组  $\begin{cases} 2x+1 > x & \text{①} \\ x < -3x+8 & \text{②} \end{cases}$

19. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$ , 点  $E$  为  $AB$  的中点, 连结  $DE$ . 已知  $BC = 10$ ,  $AD = 12$ , 求  $BD$ ,  $DE$  的长.



20. 4月23日是世界读书日. 为了解学生的阅读喜好, 丰富学校图书资源, 某校将课外书籍设置了四类: 文学类、科技类、艺术类、其他类, 随机抽查了部分学生, 要求每名学生从中选择自己最喜欢的类, 将抽查结果绘制成如下统计图 (不完整).

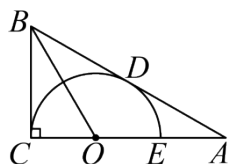
被抽查学生最喜欢的书籍种类的 条形统计图	被抽查学生最喜欢的书籍种类的 扇形统计图
-------------------------	-------------------------



请根据图中信息解答下列问题:

- (1)求被抽查的学生人数,并求出扇形统计图中  $m$  的值.
- (2)请将条形统计图补充完整.(温馨提示:请画在答题卷相对应的图上)
- (3)若该校共有 1200 名学生,根据抽查结果,试估计全校最喜欢“文学类”书籍的学生人数.

21. 如图,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $O$  在边  $AC$  上,以点  $O$  为圆心,  $OC$  为半径的半圆与斜边  $AB$  相切于点  $D$ ,交  $OA$  于点  $E$ ,连结  $OB$ .



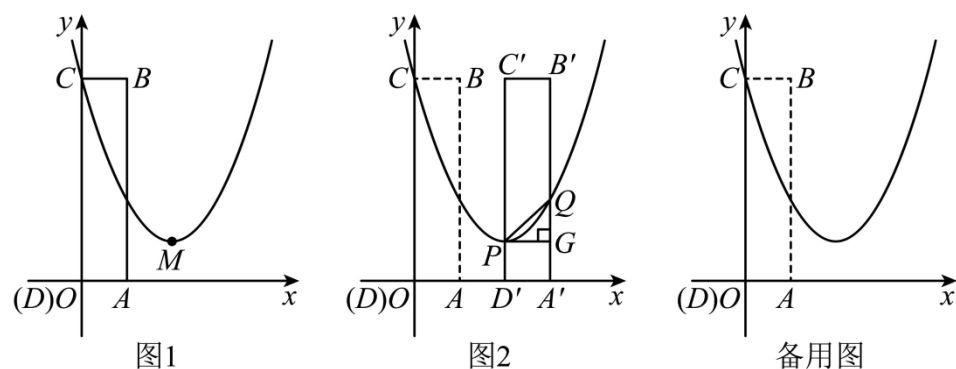
- (1)求证:  $BD = BC$ .
- (2)已知  $OC = 1$ ,  $\angle A = 30^\circ$ , 求  $AB$  的长.

22. 某水产经销商以每千克 30 元的价格购进一批某品种淡水鱼,由销售经验可知,这种淡水鱼的日销售量  $y$  (千克)与销售价格  $x$  (元/千克) ( $30 \leq x < 60$ ) 存在一次函数关系,部分数据如下表所示:

销售价格 $x$ (元/千克)	50	40
日销售量 $y$ (千克)	100	200

- (1)试求出  $y$  关于  $x$  的函数表达式.
  - (2)设该经销商销售这种淡水鱼的日销售利润为  $W$  元,如果不考虑其他因素,求当销售价格  $x$  为多少时,日销售利润  $W$  最大? 最大的日销售利润是多少元?
23. 如图 1,在平面直角坐标系  $xOy$  中,二次函数  $y = x^2 - 4x + c$  的图象与  $y$  轴的交点坐标为  $(0,5)$ , 图象的顶点为  $M$ . 矩形  $ABCD$  的顶点  $D$  与原点  $O$  重合, 顶点  $A$ ,  $C$  分别在  $x$  轴,  $y$

轴上，顶点  $B$  的坐标为  $(1,5)$ 。



(1) 求  $c$  的值及顶点  $M$  的坐标，

(2) 如图 2，将矩形  $ABCD$  沿  $x$  轴正方向平移  $t$  个单位 ( $0 < t < 3$ ) 得到对应的矩形  $A'B'C'D'$ 。已知边  $C'D'$ ， $A'B'$  分别与函数  $y = x^2 - 4x + c$  的图象交于点  $P$ ， $Q$ ，连接  $PQ$ ，过点  $P$  作  $PG \perp A'B'$  于点  $G$ 。

① 当  $t = 2$  时，求  $QG$  的长；

② 当点  $G$  与点  $Q$  不重合时，是否存在这样的  $t$ ，使得  $\triangle PGQ$  的面积为 1？若存在，求出此时  $t$  的值；若不存在，请说明理由。

#### 24. 【特例感知】

(1) 如图 1，在正方形  $ABCD$  中，点  $P$  在边  $AB$  的延长线上，连接  $PD$ ，过点  $D$  作  $DM \perp PD$ ，交  $BC$  的延长线于点  $M$ 。求证： $\triangle DAP \cong \triangle DCM$ 。

#### 【变式求异】

(2) 如图 2，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点  $D$  在边  $AB$  上，过点  $D$  作  $DQ \perp AB$ ，交  $AC$  于点  $Q$ ，点  $P$  在边  $AB$  的延长线上，连接  $PQ$ ，过点  $Q$  作  $QM \perp PQ$ ，交射线  $BC$  于点  $M$ 。已知  $BC = 8$ ， $AC = 10$ ， $AD = 2DB$ ，求  $\frac{PQ}{QM}$  的值。

#### 【拓展应用】

(3) 如图 3，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点  $P$  在边  $AB$  的延长线上，点  $Q$  在边  $AC$  上 (不与点  $A$ ， $C$  重合)，连接  $PQ$ ，以  $Q$  为顶点作  $\angle PQM = \angle PBC$ ， $\angle PQM$  的边  $QM$  交射线  $BC$  于点  $M$ 。若  $AC = mAB$ ， $CQ = nAC$  ( $m, n$  是常数)，求  $\frac{PQ}{QM}$  的值 (用含  $m, n$  的代数式表示)。

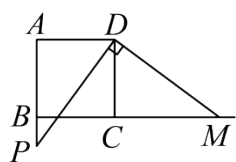


图1

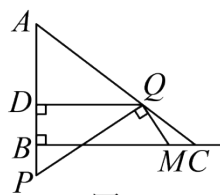


图2

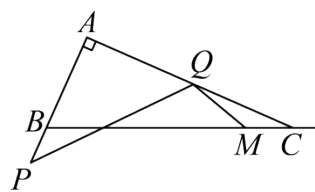


图3





参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	C	D	A	C	B	D	B	D

1. A

【分析】正数大于一切负数；0 大于负数，小于正数；两个正数比较大小，绝对值大的数就大；两个负数比较大小，绝对值大的数反而小．

【详解】解：∵ $|-2|=2$ ， $|-1|=1$ ， $2>1$ ，

∴ $-2<-1<0<1$ ，

∴最小的数是 $-2$ ．

故选：A．

【点睛】本题考查有理数的大小比较，掌握有理数大小比较的方法是解题关键．

2. C

【分析】利用同底数幂的乘法法则解题即可．

【详解】解： $a^3 \cdot a = a^4$ ，

故选 C．

【点睛】本题考查同底数幂的乘法，掌握运算法则是解题的关键．

3. C

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， $n$ 为整数．确定 $n$ 的值时，要看把原数变成 $a$ 时，小数点移动了多少位， $n$ 的绝对值与小数点移动的位数相同．

【详解】解：用科学记数法表示 502000 为 $5.02 \times 10^5$ ．

故选：C．

【点睛】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 $a$ 与 $n$ 值是关键．

4. D

【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看所得到的图形，从而得出答案．

【详解】解：∵主视图和左视图是长方形，

∴几何体是柱体，

∵俯视图是圆，

∴该几何体是圆柱，故 D 正确.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了由三视图确定几何体的形状，主要考查学生空间想象能力.

5. A

【分析】分式的值等于零时，分子等于零，且分母不等于零.

【详解】解：依题意得： $x-1=0$  且  $3x+1 \neq 0$ ,

解得  $x=1$ .

故选：A.

【点睛】本题考查了分式的值为零的条件. 分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零.

6. C

【分析】根据圆周角定理解答即可.

【详解】解：∵  $\angle BAC = 50^\circ$ ,

∴  $\angle BOC = 2\angle BAC = 110^\circ$ ;

故选：C.

【点睛】本题考查了圆周角定理，熟知在同圆或等圆中，同弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半是解题关键.

7. B

【分析】根据平均数的计算公式将上面的值代入进行计算即可.

【详解】解：平均每天的用水量是  $\frac{30+40+20+30+30}{5} = 30$  立方米，

故选 B.

【点睛】本题考查从统计图中获取信息及平均数的计算方法，解题的关键是从图中获取确定这组数据中的数据.

8. D

【分析】设年平均增长率为  $x$ ，根据 2020 年销量为 20 万辆，到 2022 年销量增加了 31.2 万辆列方程即可.

【详解】解：设年平均增长率为  $x$ ，由题意得

$$20(1+x)^2 - 20 = 31.2,$$

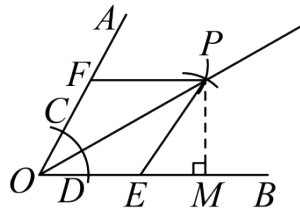
故选：D.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用—增长率问题，准确理解题意，熟练掌握知识点是解题的关键.

9. B

【分析】过  $P$  作  $PM \perp OB$  于  $M$ ，再判定四边形  $PFOE$  为平行四边形，再根据勾股定理求出边和高，最后求出面积.

【详解】解：过  $P$  作  $PM \perp OB$  于  $M$ ，



由作图得：  $OP$  平分  $\angle AOB$ ，

$$\therefore \angle POB = \angle AOP = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore PM = \frac{1}{2} OP = 3\text{cm},$$

$$\therefore OM = \sqrt{OP^2 - PM^2} = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore PE \parallel OA, PF \parallel OB,$$

$$\therefore \text{四边形 } PFOE \text{ 为平行四边形, } \angle EPO = \angle POA = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle POE = \angle OPE,$$

$$\therefore OE = PE,$$

$$\text{设 } OE = PE = x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle PEM \text{ 中, } PE^2 - MP^2 = EM^2,$$

$$\text{即: } x^2 - 3^2 = (3\sqrt{3} - x)^2,$$

$$\text{解得: } x = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } OEPF} = OE \cdot PM = 2\sqrt{3} \times 3 = 6\sqrt{3} (\text{cm}^2).$$

故选：B.

【点睛】本题考查了基本作图，掌握平行四边形的判定定理，勾股定理及平行四边形的面积公式是解题的关键.

10. D

【分析】将交点的横坐标 1 代入两个函数，令二者函数值相等，得  $k_1 = k_2$ ．令  $k_1 = k_2 = k$ ，代入两个函数表达式，并分别将点  $A$ 、 $B$  的坐标和点  $C$ 、 $D$  的坐标代入对应函数，进而分别求出  $p-m$  与  $q-n$  的表达式，代入解不等式  $(p-m)(q-n) < 0$  并求出  $t$  的取值范围即可．

【详解】解：∵  $y = k_1x$  ( $k_1 > 0$ ) 的图象与反比例函数  $y = \frac{k_2}{x}$  ( $k_2 > 0$ ) 的图象的两个交点中，有一个交点的横坐标为 1，

$$\therefore k_1 = k_2.$$

$$\text{令 } k_1 = k_2 = k (k > 0), \text{ 则 } y = k_1x = kx, \quad y = \frac{k_2}{x} = \frac{k}{x}.$$

$$\text{将点 } A(t, p) \text{ 和点 } B(t+2, q) \text{ 代入 } y = kx, \text{ 得 } \begin{cases} p = kt \\ q = k(t+2) \end{cases};$$

$$\text{将点 } C(t, m) \text{ 和点 } D(t+2, n) \text{ 代入 } y = \frac{k}{x}, \text{ 得 } \begin{cases} m = \frac{k}{t} \\ n = \frac{k}{t+2} \end{cases}.$$

$$\therefore p - mp - m = kt - \frac{k}{t} = k\left(t - \frac{1}{t}\right), \quad q - n = k(t - (t+2)) - \frac{k}{t+2} = k\left(t+2 - \frac{1}{t+2}\right),$$

$$\therefore (p-m)(q-n) = k^2\left(t - \frac{1}{t}\right)\left(t+2 - \frac{1}{t+2}\right) < 0,$$

$$\therefore \left(t - \frac{1}{t}\right)\left(t+2 - \frac{1}{t+2}\right) < 0.$$

$$\therefore \left(t - \frac{1}{t}\right)\left(t+2 - \frac{1}{t+2}\right) = \frac{t^2-1}{t} \cdot \frac{(t+2)^2-1}{t+2} = \frac{(t+1)^2(t-1)(t+3)}{t(t+2)} < 0,$$

$$\therefore \frac{(t-1)(t+3)}{t(t+2)} < 0,$$

$$\therefore t(t-1)(t+2)(t+3) < 0.$$

$$\textcircled{1} \text{ 当 } t < -3 \text{ 时, } t(t-1)(t+2)(t+3) > 0,$$

$\therefore t < -3$  不符合要求，应舍去；

$$\textcircled{2} \text{ 当 } -3 < t < -2 \text{ 时, } t(t-1)(t+2)(t+3) < 0,$$

$\therefore -3 < t < -2$  符合要求；

$$\textcircled{3} \text{ 当 } -2 < t < 0 \text{ 时, } t(t-1)(t+2)(t+3) > 0,$$

$\therefore -2 < t < 0$  不符合要求，应舍去；

④当  $0 < t < 1$  时,  $t(t-1)(t+2)(t+3) < 0$ ,

$\therefore 0 < t < 1$  符合要求;

⑤当  $t > 1$  时,  $t(t-1)(t+2)(t+3) > 0$ ,

$\therefore t > 1$  不符合要求, 应舍去.

综上,  $t$  的取值范围是  $-3 < t < -2$  或  $0 < t < 1$ .

故选: D.

【点睛】本题考查反比例函数与一次函数的交点, 解不等式是本题的关键.

11.  $a^2 - 1$

【分析】符合平方差公式结构, 直接利用平方差公式计算即可.

【详解】 $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$ ,

故答案为:  $a^2 - 1$ .

【点睛】此题主要考查平方差公式的运用, 熟练掌握, 即可解题.

12.  $\frac{7}{10}/0.7$

【分析】利用概率公式进行计算即可.

【详解】解: 从袋中任意摸出一个球有  $7+3=10$  种等可能的结果, 其中从袋中任意摸出一个球是红球的结果有 7 种,

$\therefore P = \frac{7}{10}$

故答案为:  $\frac{7}{10}$ .

【点睛】本题考查概率. 熟练掌握概率公式, 是解题的关键.

13. 3

【分析】根据垂径定理可得  $AD$  的长, 根据勾股定理可得结果.

【详解】解:  $\because BC \perp OA$ ,

$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ ,

$\therefore OD = \sqrt{OB^2 - BD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ,

故答案为: 3.

【点睛】此题主要考查了垂径定理和勾股定理. 垂直于弦的直径平分这条弦, 并且平分这条弦所对的两条弧.

14. 9

【详解】解： $\because 16 < 17 < 25$ ,

$$\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$$

$$\therefore a=4, b=5.$$

$$\therefore a+b=9,$$

故答案为：9.

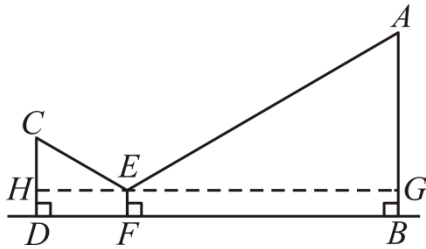
15. 4.1

【分析】

过点  $E$  作水平线交  $AB$  于点  $G$ ，交  $CD$  于点  $H$ ，根据镜面反射的性质求出  $\triangle CHE \sim \triangle AGE$ ，再根据对应边成比例解答即可.

【详解】

过点  $E$  作水平线交  $AB$  于点  $G$ ，交  $CD$  于点  $H$ ，如图，



$\because DB$  是水平线， $CD, EF, AB$  都是铅垂线.

$$\therefore DH = EF = GB = 0.5 \text{ 米}, EH = DF = 2 \text{ 米}, EG = FB = 6 \text{ 米},$$

$$\therefore CH = CD - DH = 1.7 - 0.5 = 1.2 \text{ (米)},$$

又根据题意，得  $\angle CHE = \angle AGE = 90^\circ, \angle CEH = \angle AEG$ ,

$$\therefore \triangle CHE \sim \triangle AGE,$$

$$\therefore \frac{EH}{EG} = \frac{CH}{AG}, \text{ 即 } \frac{2}{6} = \frac{1.2}{AG},$$

解得： $AG = 3.6$  米，

$$\therefore AB = AG + GB = 3.6 + 0.5 = 4.1 \text{ (米)}.$$

故答案为：4.1.

【点睛】本题考查的是相似三角形的应用，通过作辅助线构造相似三角形，并利用相似三角形的对应边成比例是解答此题的关键.

16. 4 3

【分析】(1) 将  $AE$  和  $FC$  用  $BE$  表示出来，再代入  $AE + FC = 11\text{cm}$ ，即可求出  $BE$  的长；

(2) 由已知条件可以证明  $\angle DAH = \angle CDG$ ，从而得到  $\tan \angle DAH = \tan \angle CDG$ ，设  $AH = x$ ， $DG = 5k$ ， $GH = 4k$ ，用  $x$  和  $k$  的式子表示出  $CG$ ，再利用  $\tan \angle DAH = \tan \angle CDG$  列方程，解出  $x$ ，从而求出  $\tan \angle DAH$  的值。

【详解】解：(1)  $\because \text{Rt}\triangle ABE$  和  $\text{Rt}\triangle BCF$  都是等腰直角三角形，

$$\therefore AE = BE, BF = CF,$$

$$\because AE + FC = 11\text{cm},$$

$$\therefore BE + BF = 11\text{cm},$$

$$\text{即 } BE + BE + EF = 11\text{cm},$$

$$\text{即 } 2BE + EF = 11\text{cm},$$

$$\because EF = 3\text{cm},$$

$$\therefore BE = 4\text{cm},$$

故答案为：4；

(2) 设  $AH = x$ ，

$$\because \frac{DG}{GH} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \text{可设 } DG = 5k, GH = 4k,$$

$\because$  四边形  $EFGH$  是正方形，

$$\therefore HE = EF = FG = GH = 4k,$$

$\because \text{Rt}\triangle ABE$  和  $\text{Rt}\triangle BCF$  都是等腰直角三角形，

$$\therefore AE = BE, BF = CF, \angle ABE = \angle CBF = 45^\circ,$$

$$\therefore CG = CF + GF = BF + 4k = BE + 8k = AH + 12k = x + 12k,$$

$$\angle ABC = \angle ABE + \angle CBF = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  对角互补，

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADH + \angle CDG = 90^\circ,$$

$\because$  四边形  $EFGH$  是正方形，

$$\therefore \angle AHD = \angle CGD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADH + \angle DAH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAH = \angle CDG,$$

$$\therefore \tan \angle DAH = \tan \angle CDG,$$

$$\therefore \frac{DH}{AH} = \frac{CG}{DG}, \text{ 即 } \frac{5k+4k}{x} = \frac{x+12k}{5k},$$

$$\text{整理得: } x^2 + 12kx - 45k^2 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 3k, \quad x_2 = -15k \text{ (舍去),}$$

$$\therefore \tan \angle DAH = \frac{DH}{AH} = \frac{9k}{3k} = 3.$$

故答案为: 3.

【点睛】本题考查正方形的性质，等腰直角三角形的性质，三角函数定义，一元二次方程的解法等，弄清图中线段间的关系是解题的关键.

17. -2

【分析】根据实数的运算顺序进行计算即可.

【详解】解: 原式  $= 4 - 2 \times 3$

$$= 4 - 6$$

$$= -2.$$

【点睛】本题考查实数的运算，掌握二次根式的性质是解题的关键.

18.  $-1 < x < 2$

【分析】根据不等式的性质，分别解一元一次不等式，然后求出两个解集的公共部分即可.

$$\text{【详解】解: } \begin{cases} 2x+1 > x \text{ ①} \\ x < -3x+8 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①，得  $x > -1$ ,

解不等式②，得  $x < 2$ ,

所以原不等式组的解是  $-1 < x < 2$ .

【点睛】本题主要考查解一元一次不等式组，掌握不等式的性质，解一元一次不等式的方法是解题的关键.

$$19. \quad BD = 5, DE = \frac{13}{2}$$

【分析】先根据等腰三角形三线合一性质求出  $BD$  的长，再根据勾股定理求得  $AB$  的长，最后根据条件可知  $DE$  是  $\triangle ABC$  的中位线，求得  $DE$  的长.

【详解】解,  $\because AB = AC$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$ ,



$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC.$$

$$\because BC = 10,$$

$$\therefore BD = 5.$$

$$\because AD \perp BC \text{ 于点 } D,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AB^2 = AD^2 + BD^2.$$

$$\because AD = 12,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13,$$

$$\because E \text{ 为 } AB \text{ 的中点,}$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB = \frac{13}{2}.$$

【点睛】此题考查了三角形中位线的判定与性质、等腰三角形的性质，熟记三角形中位线的判定与性质、等腰三角形的性质是解题的关键.

20. (1)200 人，40

(2)见解析

(3)360 人

【分析】(1) 根据其它类的人数和所占的百分比求出调查的总人数，用科技类的人数比上总人数，即可得出科技类的学生人数占抽样人数的百分比；

(2) 用总人数减去文学类、科技类和其他的人数，求出艺术类的人数，补条形统计图即可；

(3) 用 1200 乘以文学类书籍所占的百分比，即可得出答案.

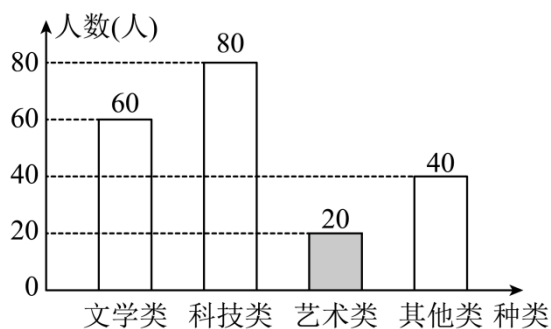
【详解】(1) 被抽查的学生人数是  $40 \div 20\% = 200$  (人)

$$\therefore \frac{80}{200} \times 100\% = 40\%,$$

$\therefore$  扇形统计图中  $m$  的值是 40.

(2)  $\because 200 - 60 - 80 - 40 = 20$  (人),

$\therefore$  补全的条形统计图如图所示



$$(3) \therefore 1200 \times \frac{60}{200} = 360 \text{ (人)},$$

$\therefore$  估计全校最喜欢“文学类”书籍的学生人数共有 360 人.

【点睛】本题考查的是条形统计图及其应用与用样本估计总体的知识, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据, 能够根据各个数据进行正确计算.

21. (1) 见解析

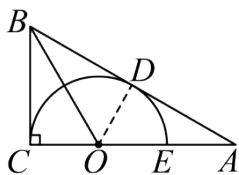
$$(2) 2\sqrt{3}$$

【分析】(1) 连结  $OD$ , 根据切线的性质得  $OD \perp AB$ , 再根据“HL”证明

$\text{Rt}\triangle ODB \cong \text{Rt}\triangle OCB$ , 可得答案;

(2) 先求出  $\angle ABC = 60^\circ$ , 可得  $\angle CBO$ , 根据特殊角三角函数求出  $BC$ , 进而求出答案.

【详解】(1) 如图, 连结  $OD$ ,



$\because$  半圆  $O$  与  $AB$  相切于点  $D$ ,

$$\therefore OD \perp AB.$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODB = \angle OCB = 90^\circ.$$

$$\because OD = OC, OB = OB,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ODB \cong \text{Rt}\triangle OCB (HL).$$

$$\therefore BD = BC.$$

(2) 如图,  $\because \angle A = 30^\circ, \angle ACB = 90^\circ,$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ.$$

$$\because \text{Rt}\triangle ODB \cong \text{Rt}\triangle OCB,$$

$$\therefore \angle CBO = \angle DBO = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ.$$

$$\because OC = 1,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCO \text{ 中, } \tan 30^\circ = \frac{OC}{BC},$$

$$\therefore BC = \frac{OC}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \sin 30^\circ = \frac{BC}{AB},$$

$$\therefore AB = \frac{BC}{\sin 30^\circ} = 2\sqrt{3}.$$

【点睛】本题主要考查了切线的性质，全等三角形的性质和判定，特殊角的三角函数值等，构造全等三角形是解题的关键.

$$22. (1) y = -10x + 600$$

(2) 销售价格为每千克 45 元时，日销售利润最大，最大日销售利润是 2250 元

【分析】(1) 设  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为  $y = kx + b$ ，由表中数据即可得出结论；

(2) 根据每日总利润 = 每千克利润  $\times$  销售量列出函数解析式，根据函数的性质求最值即可.

【详解】(1) 解：设  $y$  关于  $x$  的函数表达式为  $y = kx + b (k \neq 0)$ .

将  $x = 50$ ,  $y = 100$  和  $x = 40$ ,  $y = 200$  分别代入，得：

$$\begin{cases} 50k + b = 100 \\ 40k + b = 200 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -10 \\ b = 600 \end{cases},$$

$\therefore y$  关于  $x$  的函数表达式是：  $y = -10x + 600$ ;

$$(2) \text{ 解: } W = (x - 30)(-10x + 600) = -10x^2 + 900x - 18000,$$

$$\because -10 < 0,$$

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{900}{-20} = 45 \text{ 时, 在 } 30 \leq x < 60 \text{ 的范围内,}$$

$W$  取到最大值，最大值是 2250.

答：销售价格为每千克 45 元时，日销售利润最大，最大日销售利润是 2250 元.

【点睛】本题考查一次函数、二次函数的应用，关键是根据等量关系写出函数解析式.

23. (1)  $c=5$ ，顶点  $M$  的坐标是  $(2,1)$

(2) ① 1；② 存在， $t=\frac{1}{2}$  或  $\frac{5}{2}$

【分析】(1) 把  $(0,5)$  代入抛物线的解析式即可求出  $c$ ，把抛物线转化为顶点式即可求出顶点坐标；

(2) ① 先判断当  $t=2$  时， $D'$ ， $A'$  的坐标分别是  $(2,0)$ ， $(3,0)$ ，再求出  $x=3$ ， $x=2$  时点  $Q$  的纵坐标与点  $P$  的纵坐标，进而求解；

② 先求出  $QG=2$ ，易得  $P$ ， $Q$  的坐标分别是  $(t, t^2-4t+5)$ ， $(t+1, t^2-2t+2)$ ，然后分点  $G$  在点  $Q$  的上方与点  $G$  在点  $Q$  的下方两种情况，结合函数图象求解即可.

【详解】(1)  $\because$  二次函数  $y=x^2-4x+c$  的图象与  $y$  轴的交点坐标为  $(0,5)$ ，

$\therefore c=5$ ，

$\therefore y=x^2-4x+5=(x-2)^2+1$ ，

$\therefore$  顶点  $M$  的坐标是  $(2,1)$ .

(2) ①  $\because A$  在  $x$  轴上， $B$  的坐标为  $(1,5)$ ，

$\therefore$  点  $A$  的坐标是  $(1,0)$ .

当  $t=2$  时， $D'$ ， $A'$  的坐标分别是  $(2,0)$ ， $(3,0)$ .

当  $x=3$  时， $y=(3-2)^2+1=2$ ，即点  $Q$  的纵坐标是 2，

当  $x=2$  时， $y=(2-2)^2+1=1$ ，即点  $P$  的纵坐标是 1.

$\because PG \perp A'B'$ ，

$\therefore$  点  $G$  的纵坐标是 1，

$\therefore QG=2-1=1$ .

② 存在. 理由如下：

$\because \triangle PGQ$  的面积为 1， $PG=1$ ，

$$\therefore QG = 2.$$

根据题意，得  $P, Q$  的坐标分别是  $(t, t^2 - 4t + 5), (t+1, t^2 - 2t + 2)$ .

如图 1，当点  $G$  在点  $Q$  的上方时， $QG = t^2 - 4t + 5 - (t^2 - 2t + 2) = 3 - 2t = 2$ ,

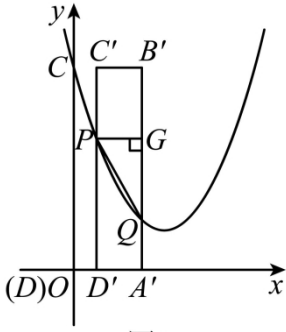
此时  $t = \frac{1}{2}$  (在  $0 < t < 3$  的范围内),  


图1

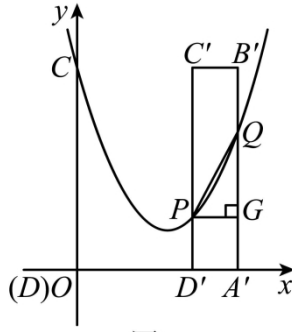


图2

如图 2，当点  $G$  在点  $Q$  的下方时， $QG = t^2 - 2t + 2 - (t^2 - 4t + 5) = 2t - 3 = 2$ ,

此时  $t = \frac{5}{2}$  (在  $0 < t < 3$  的范围内).

$$\therefore t = \frac{1}{2} \text{ 或 } \frac{5}{2}.$$

【点睛】本题考查了二次函数图象上点的坐标特点、矩形的性质以及三角形的面积等知识，熟练掌握二次函数的图象与性质、灵活应用数形结合思想是解题的关键.

$$24. (1) \text{ 见解析}; (2) \frac{8}{3}; (3) \frac{1-n}{n} \sqrt{1+m^2}$$

【分析】(1) 根据 ASA 证明  $\triangle DAP \cong \triangle DCM$  即可;

(2) 证明  $\triangle DQP \sim \triangle NQM$ , 得出  $\frac{PQ}{QM} = \frac{DQ}{QN} = \frac{DQ}{DB}$ , 根据勾股定理  $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = 6$ ,

根据  $DQ \parallel BC$ , 得出  $\triangle ADQ \sim \triangle ABC$ , 求出  $\frac{DQ}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$ , 得出  $DQ = \frac{16}{3}$ , 求出

$$\frac{PQ}{QM} = \frac{DQ}{DB} = \frac{8}{3};$$

(3)  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{1+m^2} AB$ , 作  $QN \perp BC$  于点  $N$ , 证明  $\triangle QAP \sim \triangle QNM$ , 得出

$$\frac{PQ}{QM} = \frac{AQ}{NQ}. \text{ 证明 } \triangle QCN \sim \triangle BCA, \text{ 得出 } \frac{QN}{BA} = \frac{CQ}{CB} = \frac{mnAB}{\sqrt{1+m^2} AB} = \frac{mn}{\sqrt{1+m^2}}, \text{ 求出}$$

$$\frac{PQ}{QM} = \frac{AQ}{NQ} = \frac{1-n}{n} \sqrt{1+m^2}.$$

【详解】(1) 证明: 在正方形  $ABCD$  中,

$$\angle A = \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ, AD = DC,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle A = \angle DCM = 90^\circ, \\
&\because DM \perp PD, \\
&\therefore \angle ADP + \angle PDC = \angle CDM + \angle PDC = 90^\circ, \\
&\therefore \angle ADP = \angle CDM, \\
&\therefore \triangle DAP \cong \triangle DCM \text{ (ASA)}.
\end{aligned}$$

(2) 如图 1, 作  $QN \perp BC$  于点  $N$ , 如图所示:

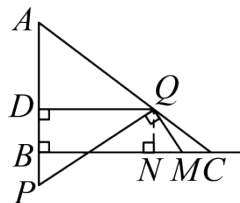


图1

$$\begin{aligned}
&\because \angle ABC = 90^\circ, \quad DQ \perp AB, \\
&\therefore \text{四边形 } DBNQ \text{ 是矩形}, \\
&\therefore \angle DQN = 90^\circ, \quad QN = DB, \\
&\because QM \perp PQ, \\
&\therefore \angle DQP + \angle PQN = \angle MQN + \angle PQN = 90^\circ, \\
&\therefore \angle DQP = \angle MQN, \\
&\because \angle QDP = \angle QNM = 90^\circ, \\
&\therefore \triangle DQP \sim \triangle NQM, \\
&\therefore \frac{PQ}{QM} = \frac{DQ}{QN} = \frac{DQ}{DB}, \\
&\because BC = 8, \quad AC = 10, \quad \angle ABC = 90^\circ, \\
&\therefore AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = 6, \\
&\because AD = 2DB, \\
&\therefore DB = 2, \\
&\because \angle ADQ = \angle ABC = 90^\circ, \\
&\therefore DQ \parallel BC, \\
&\therefore \triangle ADQ \sim \triangle ABC, \\
&\therefore \frac{DQ}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}, \\
&\therefore DQ = \frac{16}{3},
\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{PQ}{QM} = \frac{DQ}{DB} = \frac{8}{3};$$

$$(3) \because AC = mAB, CO = nAC,$$

$$\therefore CQ = mnAB,$$

$$\therefore AQ = AC - CQ = (m - mn)AB.$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{1+m^2}AB,$$

如图 2, 作  $QN \perp BC$  于点  $N$ ,

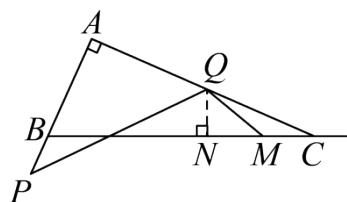


图2

$$\because \angle A + \angle ABN + \angle BNQ + \angle AQN = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle ABN + \angle AQN = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AQN = \angle PBN.$$

$$\because \angle PQM = \angle PBC,$$

$$\therefore \angle PQM = \angle AQN,$$

$$\therefore \angle AQP = \angle NQM,$$

$$\because \angle A = \angle QNM = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle QAP \sim \triangle QNM,$$

$$\therefore \frac{PQ}{QM} = \frac{AQ}{NQ}.$$

$$\because \angle A = \angle QNC = 90^\circ, \angle QCN = \angle BCA,$$

$$\therefore \triangle QCN \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \frac{QN}{BA} = \frac{CQ}{CB} = \frac{mnAB}{\sqrt{1+m^2}AB} = \frac{mn}{\sqrt{1+m^2}},$$

$$\therefore QN = \frac{mn}{\sqrt{1+m^2}}AB$$

$$\therefore \frac{PQ}{QM} = \frac{AQ}{NQ} = \frac{1-n}{n}\sqrt{1+m^2}.$$

【点睛】本题主要考查了三角形全等和三角形相似的判定和性质，勾股定理，矩形的判定和性质，平行线的判定和性质，解题的关键是作出辅助线，熟练掌握三角形相似的判定方

法.