

2023 年浙江省绍兴市中考数学真题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

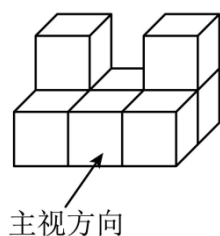
1. 计算 $2-3$ 的结果是 ()

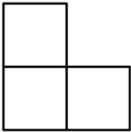
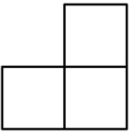
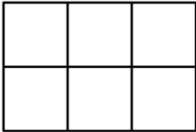
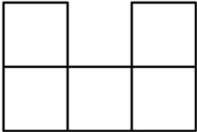
- A. -1 B. -3 C. 1 D. 3

2. 据报道, 2023 年“五一”假期全国国内旅游出游合计 274000000 人次. 数字 274000000 用科学记数法表示是 ()

- A. 27.4×10^7 B. 2.74×10^8 C. 0.274×10^9 D. 2.74×10^9

3. 由 8 个相同的立方体搭成的几何体如图所示, 则它的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

4. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^6 \div a^2 = a^3$ B. $(-a^2)^5 = -a$ C. $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$
D. $(a+1)^2 = a^2 + 1$

5. 在一个不透明的袋子里装有 2 个红球和 5 个白球, 它们除颜色外都相同, 从中任意摸出 1 个球, 则摸出的球为红球的概率是 ()

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{5}{7}$

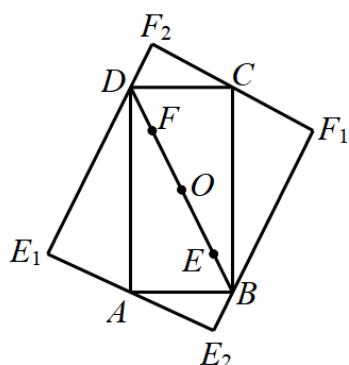
6. 《九章算术》中有一题: “今有大器五、小器一容三斛; 大器一、小器五容二斛. 问大、小器各容几何?” 译文: 今有大容器 5 个, 小容器 1 个, 总容量为 3 斛 (斛: 古代容是单位); 大容器 1 个, 小容器 5 个, 总容量为 2 斛. 问大容器、小容器的容量各是多少斛? 设大容器的容量为 x 斛, 小容器的容量为 y 斛, 则可列方程组是 ()

- A. $\begin{cases} x+5y=3 \\ 5x+y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 5x+y=3 \\ x+5y=2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 5x=y+3 \\ x=5y+2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 5x=y+2 \\ x=5y+3 \end{cases}$

7. 在平面直角坐标系中，将点 (m,n) 先向右平移2个单位，再向上平移1个单位，最后所得点的坐标是（ ）

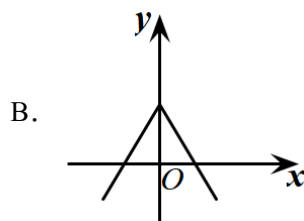
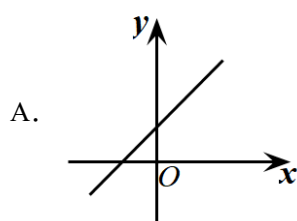
- A. $(m-2,n-1)$ B. $(m-2,n+1)$ C. $(m+2,n-1)$ D. $(m+2,n+1)$

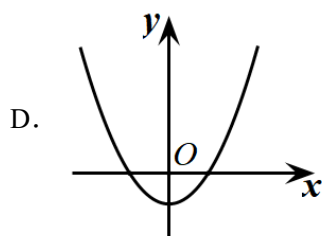
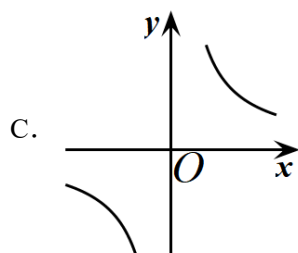
8. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， O 为对角线 BD 的中点， $\angle ABD = 60^\circ$ ．动点 E 在线段 OB 上，动点 F 在线段 OD 上，点 E, F 同时从点 O 出发，分别向终点 B, D 运动，且始终保持 $OE = OF$ ．点 E 关于 AD, AB 的对称点为 E_1, E_2 ；点 F 关于 BC, CD 的对称点为 F_1, F_2 ．在整个过程中，四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 形状的变化依次是（ ）



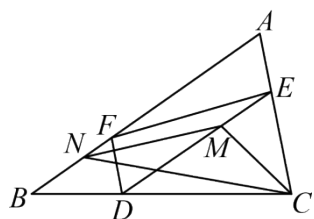
- A. 菱形 \rightarrow 平行四边形 \rightarrow 矩形 \rightarrow 平行四边形 \rightarrow 菱形
 B. 菱形 \rightarrow 正方形 \rightarrow 平行四边形 \rightarrow 菱形 \rightarrow 平行四边形
 C. 平行四边形 \rightarrow 矩形 \rightarrow 平行四边形 \rightarrow 菱形 \rightarrow 平行四边形
 D. 平行四边形 \rightarrow 菱形 \rightarrow 正方形 \rightarrow 平行四边形 \rightarrow 菱形

9. 已知点 $M(-4,a-2), N(-2,a), P(2,a)$ 在同一个函数图象上，则这个函数图象可能是（ ）





10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上的点(不与点 B , C 重合). 过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 AC 于点 E ; 过点 D 作 $DF \parallel AC$ 交 AB 于点 F . N 是线段 BF 上的点, $BN = 2NF$; M 是线段 DE 上的点, $DM = 2ME$. 若已知 $\triangle CMN$ 的面积, 则一定能求出 ()



A. $\triangle AFE$ 的面积

B. $\triangle BDF$ 的面积

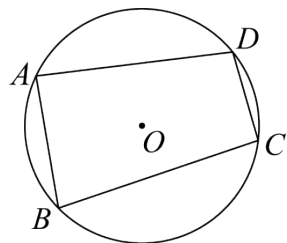
C. $\triangle BCN$ 的面积

D. $\triangle DCE$ 的面积

二、填空题

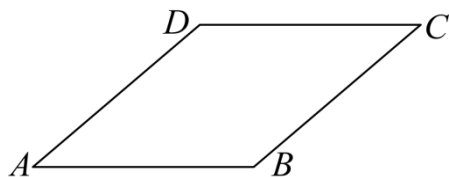
11. 因式分解: $x^2 - 3x = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于圆 O , 若 $\angle D = 100^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是_____.

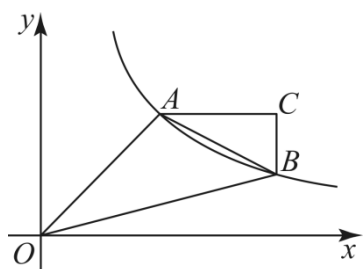


13. 方程 $\frac{3x}{x+1} = \frac{9}{x+1}$ 的解是_____.

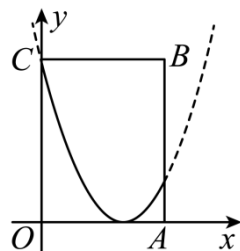
14. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = 40^\circ$, 连接 AC , 以点 A 为圆心, AC 长为半径作弧, 交直线 AD 于点 E , 连接 CE , 则 $\angle AEC$ 的度数是_____.



15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为大于 0 的常数， $x > 0$) 图象上的两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ，满足 $x_2 = 2x_1$. $\triangle ABC$ 的边 $AC \parallel x$ 轴，边 $BC \parallel y$ 轴，若 $\triangle OAB$ 的面积为 6，则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



16. 在平面直角坐标系 xOy 中，一个图形上的点都在一边平行于 x 轴的矩形内部（包括边界），这些矩形中面积最小的矩形称为该图形的关联矩形. 例如：如图，函数 $y = (x-2)^2$ ($0 \leq x \leq 3$) 的图象（抛物线中的实线部分），它的关联矩形为矩形 $OABC$. 若二次函数 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ ($0 \leq x \leq 3$) 图象的关联矩形恰好也是矩形 $OABC$ ，则 $b =$ _____.



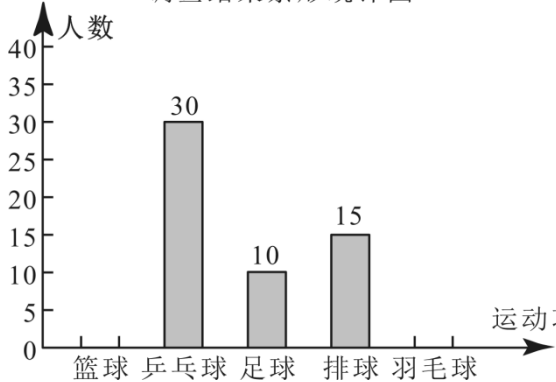
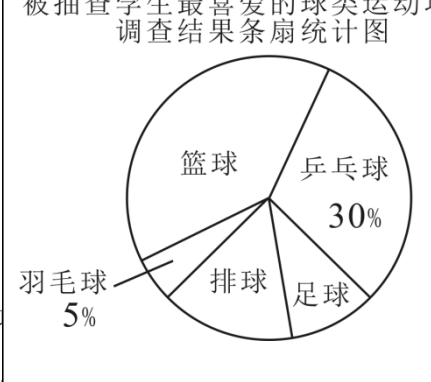
三、解答题

17. (1) 计算： $(\pi-1)^0 - \sqrt{8} + |-2\sqrt{2}|$.

(2) 解不等式： $3x-2 > x+4$.

18. 某校兴趣小组通过调查，形成了如下调查报告（不完整）.

调查目的	1. 了解本校初中生最喜爱的球类运动项目 2. 给学校提出更合理地配置体育运动器材和场地的建议
------	--

调查方式	随机抽样调查	调查对象	部分初中生
调查内容	你最喜爱的一个球类运动项目（必选） A. 篮球 B. 乒乓球 C. 足球 D. 排球 E. 羽毛球		
调查结果	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>被抽查学生最喜爱的球类运动项目 调查结果条形统计图</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>被抽查学生最喜爱的球类运动项目 调查结果条扇统计图</p>  </div> </div>		
建议		

结合调查信息，回答下列问题：

- (1)本次调查共抽查了多少名学生？
- (2)估计该校 900 名初中生中最喜爱篮球项目的人数.
- (3)假如你是小组成员，请你向该校提一条合理建议.

19. 图 1 是某款篮球架，图 2 是其示意图，立柱 OA 垂直地面 OB ，支架 CD 与 OA 交于点 A ，支架 $CG \perp CD$ 交 OA 于点 G ，支架 DE 平行地面 OB ，篮筐 EF 与支架 DE 在同一直线上， $OA = 2.5$ 米， $AD = 0.8$ 米， $\angle AGC = 32^\circ$.



图1

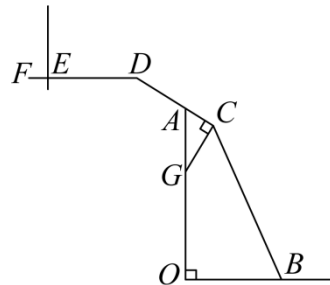


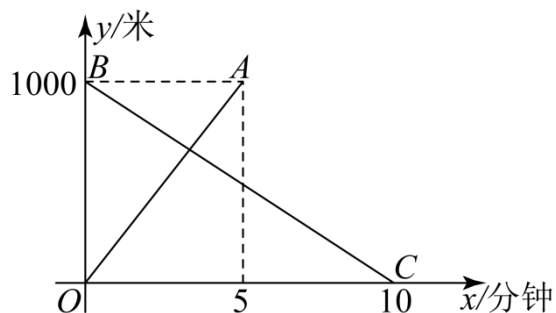
图2

- (1)求 $\angle GAC$ 的度数.
- (2)某运动员准备给篮筐挂上篮网，如果他站在凳子上，最高可以把篮网挂到离地面 3 米处，

那么他能挂上篮网吗？请通过计算说明理由。（参考数据：

$$\sin 32^\circ \approx 0.53, \cos 32^\circ \approx 0.85, \tan 32^\circ \approx 0.62$$

20. 一条笔直的路上依次有 M, P, N 三地，其中 M, N 两地相距 1000 米．甲、乙两机器人分别从 M, N 两地同时出发，去目的地 N, M ，匀速而行．图中 OA, BC 分别表示甲、乙机器人离 M 地的距离 y （米）与行走时间 x （分钟）的函数关系图象．

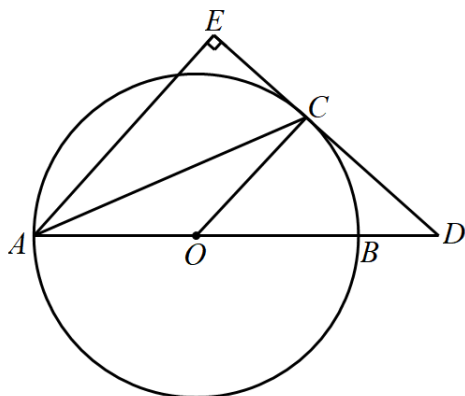


(1) 求 OA 所在直线的表达式．

(2) 出发后甲机器人行走多少时间，与乙机器人相遇？

(3) 甲机器人到 P 地后，再经过 1 分钟乙机器人也到 P 地，求 P, M 两地间的距离．

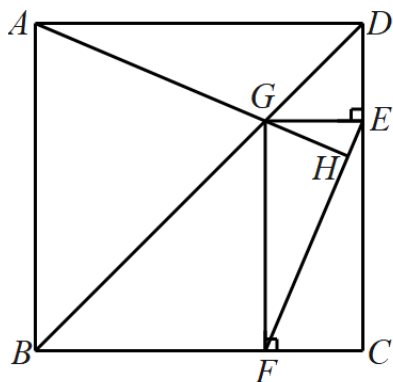
21. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 是 $\odot O$ 上一点，过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CD ，交 AB 的延长线于点 D ，过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E ．



(1) 若 $\angle EAC = 25^\circ$ ，求 $\angle ACD$ 的度数．

(2) 若 $OB = 2, BD = 1$ ，求 CE 的长．

22. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， G 是对角线 BD 上的一点（与点 B, D 不重合）， $GE \perp CD, GF \perp BC, E, F$ 分别为垂足．连接 EF, AG ，并延长 AG 交 EF 于点 H ．



(1) 求证: $\angle DAG = \angle EGH$.

(2) 判断 AH 与 EF 是否垂直, 并说明理由.

23. 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$.

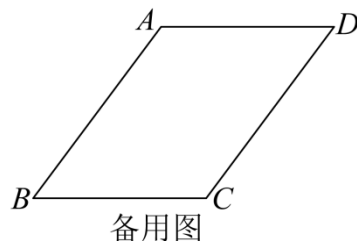
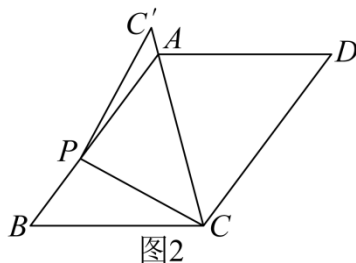
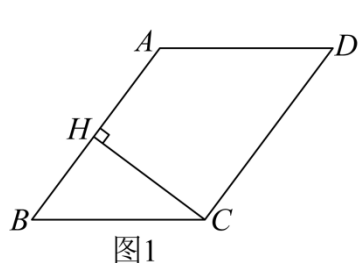
(1) 当 $b = 4, c = 3$ 时,

① 求该函数图象的顶点坐标.

② 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, 求 y 的取值范围.

(2) 当 $x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2; 当 $x > 0$ 时, y 的最大值为 3, 求二次函数的表达式.

24. 在平行四边形 $ABCD$ 中 (顶点 A, B, C, D 按逆时针方向排列), $AB = 12, AD = 10, \angle B$ 为锐角, 且 $\sin B = \frac{4}{5}$.



(1) 如图 1, 求 AB 边上的高 CH 的长.

(2) P 是边 AB 上的一动点, 点 C, D 同时绕点 P 按逆时针方向旋转 90° 得点 C', D' .

① 如图 2, 当点 C' 落在射线 CA 上时, 求 BP 的长.

② 当 $\triangle AC'D'$ 是直角三角形时, 求 BP 的长.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	D	C	C	B	D	A	B	D

1. A

【分析】根据有理数的减法法则进行计算即可.

【详解】解: $2-3=-1$,

故选: A.

【点睛】本题主要考查了有理数的减法, 解题的关键是掌握有理数的减法计算法则. 减去一个数等于加上它的相反数.

2. B

【分析】科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同, 由此进行求解即可得到答案.

【详解】解: $274000000 = 2.74 \times 10^8$,

故选 B.

【点睛】本题主要考查了科学记数法, 解题的关键在于能够熟练掌握科学记数法的定义.

3. D

【分析】找到从正面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

【详解】从正面看第一层是三个小正方形, 第二层左边一个小正方形, 中间没有, 右边 1 个小正方形,

故选: D.

【点睛】本题考查了三视图的知识, 要求同学们掌握主视图是从物体的正面看得到的视图.

4. C

【分析】根据同底数幂相除法则判断选项 A; 根据幂的乘方法则判断选项 B; 根据平方差公式判断选项 C; 根据完全平方公式判断选项 D 即可.

【详解】解: A. $a^6 \div a^2 = a^4 \neq a^3$, 原计算错误, 不符合题意;

B. $(-a^2)^5 = -a^{10} \neq -a$, 原计算错误, 不符合题意;

C. $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$, 原计算正确, 符合题意;

D. $(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1 \neq a^2 + 1$, 原计算错误, 不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题考查了同底数幂相除法、幂的乘方法、平方差公式、完全平方公式等知识, 熟练掌握各运算法则是解答本题的关键.

5. C

【分析】根据概率的意义直接计算即可.

【详解】解: 在一个不透明的袋子中装有 2 个红球和 5 个白球, 它们除颜色外其他均相同, 从中任意摸出 1 个球, 共有 7 种可能, 摸到红球的可能为 2 种, 则摸出红球的概率是 $\frac{2}{7}$,

故选: C.

【点睛】本题考查了概率的计算, 解题关键是熟练运用概率公式.

6. B

【分析】设大容器的容积为 x 斛, 小容器的容积为 y 斛, 根据“大容器 5 个, 小容器 1 个, 总容量为 3 斛; 大容器 1 个, 小容器 5 个, 总容量为 2 斛”即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组.

【详解】解: 设大容器的容积为 x 斛, 小容器的容积为 y 斛,

根据题意得:
$$\begin{cases} 5x + y = 3 \\ x + 5y = 2 \end{cases}.$$

故选: B.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组, 根据数量关系列出关于 x 、 y 的二元一次方程组是解题的关键.

7. D

【分析】把 (m, n) 横坐标加 2, 纵坐标加 1 即可得出结果.

【详解】解: 将点 (m, n) 先向右平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位, 最后所得点的坐标是 $(m+2, n+1)$.

故选: D.

【点睛】本题考查点的平移中坐标的变换, 把 (a, b) 向上 (或向下) 平移 h 个单位, 对应的纵坐标加上 (或减去) h , 把 (a, b) 向右 (或向左) 平移 n 个单位, 对应的横坐标加上 (或

减去) n . 掌握平移规律是解题的关键.

8. A

【分析】根据题意, 分别证明四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 是菱形, 平行四边形, 矩形, 即可求解.

【详解】 \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB \parallel CD, \angle BAD = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle ABD = 60^\circ, \angle ADB = \angle CBD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore OE = OF, OB = OD,$$

$$\therefore DF = EB$$

\therefore 对称,

$$\therefore DF = DF_2, BF = BF_1, BE = BE_2, DE = DE_1$$

$$\therefore E_1F_2 = E_2F_1$$

\therefore 对称,

$$\therefore \angle F_2DC = \angle CDF = 60^\circ, \angle EDA = \angle E_1DA = 30^\circ$$

$$\therefore \angle E_1DB = 60^\circ,$$

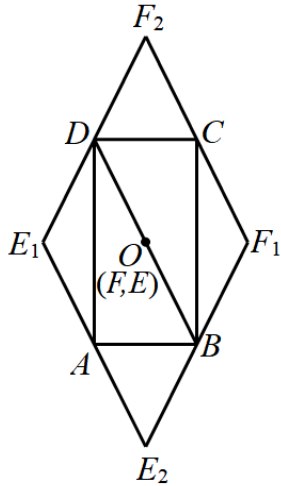
$$\text{同理 } \angle F_1BD = 60^\circ,$$

$$\therefore DE_1 \parallel BF_1$$

$$\therefore E_1F_2 \parallel E_2F_1$$

\therefore 四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 是平行四边形,

如图所示,



当 E, F, O 三点重合时, $DO = BO$,

$$\therefore DE_1 = DF_2 = AE_1 = AE_2$$

$$\text{即 } E_1E_2 = E_1F_2$$

\therefore 四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 是菱形,

如图所示, 当 E, F 分别为 OD, OB 的中点时,

设 $DB = 4$, 则 $DF_2 = DF = 1$, $DE_1 = DE = 3$,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AB = 2, AD = 2\sqrt{3}$,

连接 AE , AO ,

$$\because \angle ABO = 60^\circ, BO = 2 = AB,$$

$\therefore \triangle ABO$ 是等边三角形,

$\because E$ 为 OB 中点,

$$\therefore AE \perp OB, BE = 1,$$

$$\therefore AE = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

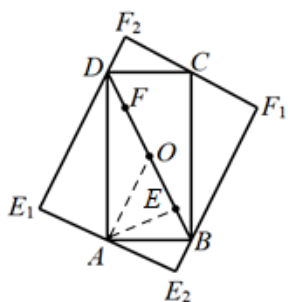
根据对称性可得 $AE_1 = AE = \sqrt{3}$,

$$\therefore AD^2 = 12, DE_1^2 = 9, AE_1^2 = 3,$$

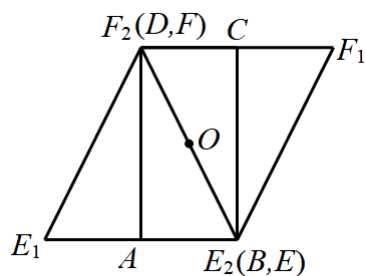
$$\therefore AD^2 = AE_1^2 + DE_1^2,$$

$\therefore \triangle DE_1A$ 是直角三角形, 且 $\angle E_1 = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 是矩形,



当 F, E 分别与 D, B 重合时, $\triangle BE_1D, \triangle BDF_1$ 都是等边三角形, 则四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 是菱形



\therefore 在整个过程中, 四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 形状的变化依次是菱形 \rightarrow 平行四边形 \rightarrow 矩形 \rightarrow 平行四边形 \rightarrow 菱形,

故选: A.

【点睛】本题考查了菱形的性质与判定, 平行四边形的性质与判定, 矩形的性质与判定, 勾股定理与勾股定理的逆定理, 轴对称的性质, 含 30° 角的直角三角形的性质, 熟练掌握以上知识是解题的关键.

9. B

【分析】点 $M(-4, a-2), N(-2, a), P(2, a)$ 在同一个函数图象上, 可得 N, P 关于 y 轴对称, 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 即可得出答案.

【详解】解: $\because N(-2, a), P(2, a),$

\therefore 得 N, P 关于 y 轴对称,

\therefore 选项 A、C 错误,

$\because M(-4, a-2), N(-2, a)$ 在同一个函数图象上,

\therefore 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大,

\therefore 选项 D 错误, 选项 B 正确.

故选: B.

【点睛】此题考查了函数的图象．注意掌握排除法在选择题中的应用是解此题的关键．

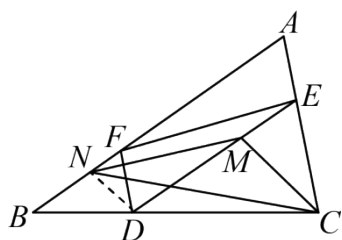
10. D

【分析】如图所示，连接 ND ，证明 $\triangle FBD \sim \triangle EDC$ ，得出 $\frac{FB}{ED} = \frac{FD}{EC}$ ，由已知得出

$\frac{NF}{ME} = \frac{BF}{DE}$ ，则 $\frac{FD}{EC} = \frac{NF}{ME}$ ，又 $\angle NFD = \angle MEC$ ，则 $\triangle NFD \sim \triangle MEC$ ，进而得出

$\angle MCD = \angle NDB$ ，可得 $MC \parallel ND$ ，结合题意得出 $S_{\triangle EMC} = \frac{1}{2} S_{\triangle DMC} = \frac{1}{2} S_{\triangle MNC}$ ，即可求解．

【详解】解：如图所示，连接 ND ，



$\because DE \parallel AB$ ， $DF \parallel AC$ ，

$\therefore \angle ECD = \angle FDB$ ， $\angle FBD = \angle EDC$ ， $\angle BFD = \angle A$ ， $\angle A = \angle DEC$ ．

$\therefore \triangle FBD \sim \triangle EDC$ ， $\angle NFD = \angle MEC$ ．

$\therefore \frac{FB}{ED} = \frac{FD}{EC}$ ．

$\because DM = 2ME$ ， $BN = 2NF$ ，

$\therefore NF = \frac{1}{3} BF$ ， $ME = \frac{1}{3} DE$

$\therefore \frac{NF}{ME} = \frac{BF}{DE}$ ．

$\therefore \frac{FD}{EC} = \frac{NF}{ME}$ ．

又 $\because \angle NFD = \angle MEC$ ，

$\therefore \triangle NFD \sim \triangle MEC$ ．

$\therefore \angle ECM = \angle FDN$ ．

$\because \angle FDB = \angle ECD$

$\therefore \angle MCD = \angle NDB$ ．

$\therefore MC \parallel ND$ ．

$\therefore S_{\triangle MNC} = S_{\triangle MDC}$ ．

$\because DM = 2ME$ ，

$$\therefore S_{\triangle EMC} = \frac{1}{2} S_{\triangle DMC} = \frac{1}{2} S_{\triangle MNC}.$$

$$\therefore S_{\triangle DCE} = S_{\triangle EMC} + S_{\triangle DMC},$$

$$\therefore S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2} S_{\triangle MNC} + S_{\triangle MNC} = \frac{3}{2} S_{\triangle MNC}.$$

故选：D.

【点睛】本题考查了相似三角形的知识，解题的关键是掌握相似三角形的性质与判定，平行线的判定和性质，等面积转换.

$$11. x(x-3)$$

【详解】试题分析：提取公因式 x 即可，即 $x^2 - 3x = x(x-3)$.

考点：因式分解.

$$12. 80^\circ/80 \text{ 度}$$

【分析】根据圆内接四边形的性质：对角互补，即可解答.

【详解】解： \because 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$,

$$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ,$$

$$\because \angle D = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle D = 80^\circ.$$

故答案为： 80° .

【点睛】本题主要考查了圆内接四边形的性质，掌握圆内接四边形的对角互补是解答本题的关键.

$$13. x=3$$

【分析】先去分母，左右两边同时乘以 $(x+1)$ ，再根据解一元一次方程的方法和步骤进行解答，最后进行检验即可.

【详解】解：去分母，得： $3x = 9$,

化系数为 1，得： $x = 3$.

检验：当 $x = 3$ 时， $x+1 \neq 0$,

$\therefore x = 3$ 是原分式方程的解.

故答案为： $x = 3$.

【点睛】本题主要考查了解分式方程，解题的关键是掌握解分式方程的方法和步骤，正确找

出最简公分母，注意解分式方程要进行检验.

14. 10° 或 80°

【分析】根据题意画出图形，结合菱形的性质可得 $\angle CAD = \frac{1}{2} \angle DAB = 20^\circ$ ，再进行分类讨论：

当点 E 在点 A 上方时，当点 E 在点 A 下方时，即可进行解答.

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形， $\angle DAB = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle DAB = 20^\circ,$$

连接 CE ，

① 当点 E 在点 A 上方时，如图 E_1 ，

$$\therefore AC = AE_1, \angle CAE_1 = 20^\circ,$$

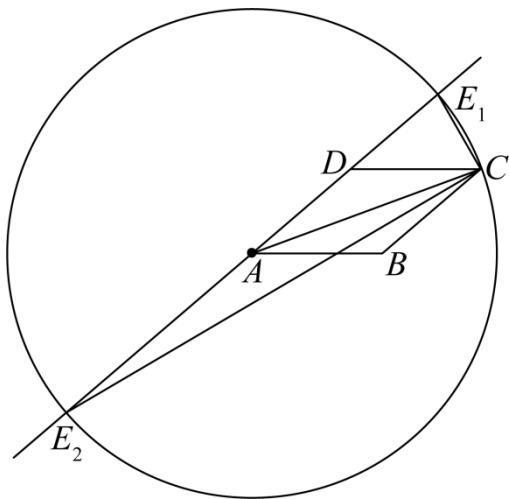
$$\therefore \angle AE_1C = \frac{1}{2}(180^\circ - 20^\circ) = 80^\circ,$$

② 当点 E 在点 A 下方时，如图 E_2 ，

$$\therefore AC = AE_1, \angle CAE_1 = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AE_2C = \frac{1}{2} \angle CAE_1 = 10^\circ,$$

故答案为： 10° 或 80° .



【点睛】本题主要考查了菱形的性质，等腰三角形的性质，三角形的内角和以及三角形的外角定理，解题的关键是掌握菱形的对角线平分内角；等腰三角形两底角相等，三角形的内角和为 180° ；三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角之和.

15. 2

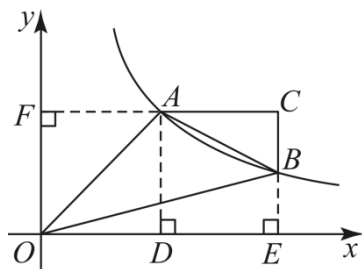
【分析】过点 A 、 B 作 $AF \perp y$ 轴于点 F ， $AD \perp x$ 轴于点 D ， $BE \perp x$ 于点 E ，利用

$S_{\text{五边形}FABEO} = S_{\triangle AFO} + S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BOE} = k + 6$, $S_{\text{五边形}FABEO} = S_{\text{矩形}AFOD} + S_{\text{梯形}ADEB} = k + S_{\text{梯形}ADEB}$, 得到

$S_{\text{梯形}ADEB} = 6$, 结合梯形的面积公式解得 $x_1 y_1 = 8$, 再由三角形面积公式计算

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} (x_2 - x_1) \cdot (y_1 - y_2) = \frac{1}{2} x_1 \cdot \frac{1}{2} y_1 = \frac{1}{4} x_1 y_1, \text{即可解答.}$$

【详解】解：如图，过点 A 、 B 作 $AF \perp y$ 轴于点 F , $AD \perp x$ 轴于点 D , $BE \perp x$ 于点 E ,



$$\therefore S_{\text{五边形}FABEO} = S_{\triangle AFO} + S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BOE} = k + 6$$

$$S_{\text{五边形}FABEO} = S_{\text{矩形}AFOD} + S_{\text{梯形}ADEB} = k + S_{\text{梯形}ADEB}$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ADEB} = 6$$

$$\therefore \frac{(y_2 + y_1)(x_2 - x_1)}{2} = 6$$

$$\therefore x_2 = 2x_1$$

$$\therefore y_2 = \frac{1}{2} y_1$$

$$\therefore \frac{(y_2 + y_1)(x_2 - x_1)}{2} = \frac{(\frac{1}{2} y_1 + y_1)(2x_1 - x_1)}{2} = \frac{3}{4} y_1 x_1 = 6$$

$$\therefore x_1 y_1 = 8$$

$$\therefore k = 8$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} (x_2 - x_1) \cdot (y_1 - y_2) = \frac{1}{2} x_1 \cdot \frac{1}{2} y_1 = \frac{1}{4} x_1 y_1 = \frac{1}{4} \times 8 = 2$$

故答案为：2.

【点睛】本题考查反比例函数中 k 的几何意义，是重要考点，掌握相关知识是解题关键.

$$16. \frac{7}{12} \text{ 或 } -\frac{25}{12}$$

【分析】根据题意求得点 $A(3,0)$, $B(3,4)$, $C(0,4)$, 根据题意分两种情况，待定系数法求解解析式即可求解.

【详解】由 $y = (x-2)^2 (0 \leq x \leq 3)$, 当 $x=0$ 时, $y=4$,

$$\therefore C(0,4),$$

$\because A(3,0)$, 四边形 $ABCO$ 是矩形,

$$\therefore B(3,4),$$

①当抛物线经过 O, B 时, 将点 $(0,0), B(3,4)$ 代入 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c (0 \leq x \leq 3)$,

$$\therefore \begin{cases} c = 0 \\ \frac{1}{4} \times 9 + 3b + c = 4 \end{cases}$$

$$\text{解得: } b = \frac{7}{12}$$

②当抛物线经过点 A, C 时, 将点 $A(3,0), C(0,4)$ 代入 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c (0 \leq x \leq 3)$,

$$\therefore \begin{cases} c = 4 \\ \frac{1}{4} \times 9 + 3b + c = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } b = -\frac{25}{12}$$

综上所述, $b = \frac{7}{12}$ 或 $b = -\frac{25}{12}$,

故答案为: $\frac{7}{12}$ 或 $-\frac{25}{12}$.

【点睛】本题考查了待定系数法求抛物线解析式, 理解新定义, 最小矩形的限制条件是解题的关键.

17. (1) 1; (2) $x > 3$

【分析】(1) 根据零指数幂的性质、二次根式的化简、绝对值的性质依次解答;

(2) 先移项, 再合并同类项, 最后化系数为 1 即可解答.

【详解】解: (1) 原式 $= 1 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 1$.

(2) 移项得 $3x - x > 6$,

即 $2x > 6$,

$$\therefore x > 3.$$

\therefore 原不等式的解是 $x > 3$.

【点睛】本题考查实数的混合运算、零指数幂、二次根式的化简和解一元一次不等式等知识, 是基础考点, 掌握相关知识是解题关键.

18. (1) 100

(2) 360

(3)答案不唯一，见解析

【分析】(1) 根据乒乓球人数和所占比例，求出抽查的学生数；

(2) 先求出喜爱篮球学生比例，再乘以总数即可；

(3) 从图中观察或计算得出，合理即可.

【详解】(1) 被抽查学生数： $30 \div 30\% = 100$ ，

答：本次调查共抽查了 100 名学生.

(2) 被抽查的 100 人中最喜爱羽毛球的人数为： $100 \times 5\% = 5$ ，

\therefore 被抽查的 100 人中最喜爱篮球的人数为： $100 - 30 - 10 - 15 - 5 = 40$ ，

$\therefore 900 \times \frac{40}{100} = 360$ (人).

答：估计该校 900 名初中生中最喜爱篮球项目的人数为 360.

(3) 答案不唯一，如：因为喜欢篮球的学生较多，建议学校多配置篮球器材、增加篮球场等地等.

【点睛】本题考查从条形统计图和扇形统计图获取信息的能力，并用所获取的信息反映实际问题.

19. (1) 58°

(2) 该运动员能挂上篮网，理由见解析

【分析】(1) 根据直角三角形的两个锐角互余即可求解；

(2) 延长 OA, ED 交于点 M ，根据题意得出 $\angle ADM = 32^\circ$ ，解 $\text{Rt}\triangle ADM$ ，求得 AM ，根据 $OM = OA + AM$ 与 3 比较即可求解.

【详解】(1) 解： $\because CG \perp CD$ ，

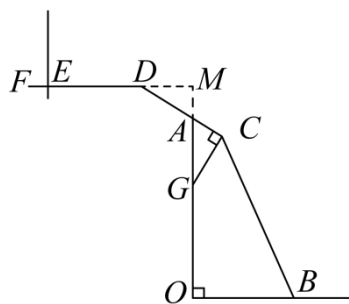
$\therefore \angle ACG = 90^\circ$ ，

$\because \angle AGC = 32^\circ$ ，

$\therefore \angle GAC = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$.

(2) 该运动员能挂上篮网，理由如下.

如图，延长 OA, ED 交于点 M ，



$\because OA \perp OB, DE \parallel OB$,

$\therefore \angle DMA = 90^\circ$,

又 $\because \angle DAM = \angle GAC = 58^\circ$,

$\therefore \angle ADM = 32^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ADM$ 中, $AM = AD \sin 32^\circ \approx 0.8 \times 0.53 = 0.424$,

$\therefore OM = OA + AM = 2.5 + 0.424 = 2.924 < 3$,

\therefore 该运动员能挂上篮网.

【点睛】 本题考查了解直角三角形的应用，直角三角形的两个锐角互余，熟练掌握三角函数的定义是解题的关键.

20. (1) $y = 200x$

(2) 出发后甲机器人行走 $\frac{10}{3}$ 分钟，与乙机器人相遇

(3) P, M 两地间的距离为 600 米

【分析】 (1) 利用待定系数法即可求解；

(2) 利用待定系数法求出 BC 所在直线的表达式，再列方程组求出交点坐标，即可；

(3) 列出方程即可解决.

【详解】 (1) $\because O(0,0), A(5,1000)$,

$\therefore OA$ 所在直线的表达式为 $y = 200x$.

(2) 设 BC 所在直线的表达式为 $y = kx + b$,

$\because B(0,1000), C(10,0)$,

$\therefore \begin{cases} 1000 = 0 + b, \\ 0 = 10k + b, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -100, \\ b = 1000. \end{cases}$

$\therefore y = -100x + 1000$.

甲、乙机器人相遇时，即 $200x = -100x + 1000$ ，解得 $x = \frac{10}{3}$ ，

\therefore 出发后甲机器人行走 $\frac{10}{3}$ 分钟，与乙机器人相遇。

(3) 设甲机器人行走 t 分钟时到 P 地， P 地与 M 地距离 $y = 200t$ ，

则乙机器人 $(t+1)$ 分钟后到 P 地， P 地与 M 地距离 $y = -100(t+1) + 1000$ ，

由 $200t = -100(t+1) + 1000$ ，得 $t = 3$ 。

$\therefore y = 600$ 。

答： P, M 两地间的距离为 600 米。

【点睛】本题考查了一次函数的图象与性质，用待定系数法可求出函数表达式，要利用方程组的解，求出两个函数的交点坐标，充分应用数形结合思想是解题的关键。

21. (1) 115°

(2) $CE = \frac{2}{3}\sqrt{5}$

【分析】(1) 根据三角形的外角的性质， $\angle ACD = \angle AEC + \angle EAC$ 即可求解。

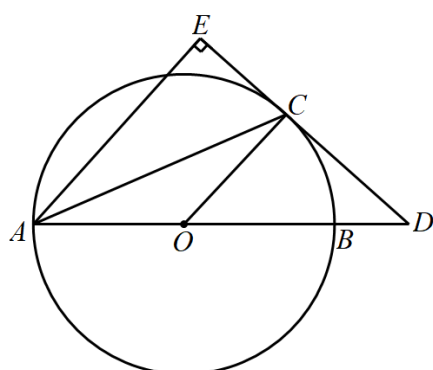
(2) 根据 CD 是 $\odot O$ 的切线，可得 $\angle OCD = 90^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中，勾股定理求得 $CD = \sqrt{5}$ ，

根据 $OC \parallel AE$ ，可得 $\frac{CD}{CE} = \frac{OD}{OA}$ ，进而即可求解。

【详解】(1) 解： $\because AE \perp CD$ 于点 E ，

$\therefore \angle AEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle AEC + \angle EAC = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ$ 。



(2) $\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线， OC 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore \angle OCD = 90^\circ$ 。

在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中，

$$\because OC = OB = 2, OD = OB + BD = 3,$$

$$\therefore CD = \sqrt{OD^2 - OC^2} = \sqrt{5}.$$

$$\because \angle OCD = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore OC \parallel AE$$

$$\therefore \frac{CD}{CE} = \frac{OD}{OA}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{5}}{CE} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CE = \frac{2}{3}\sqrt{5}.$$

【点睛】本题考查了三角形外角的性质，切线的性质，勾股定理，平行线分线段成比例，熟练掌握以上知识是解题的关键.

22. (1)见解析

(2) AH 与 EF 垂直，理由见解析

【分析】(1) 由正方形的性质，得到 $AD \perp CD$ ，结合垂直于同一条直线的两条直线平行，可得 $AD \parallel GE$ ，再根据平行线的性质解答即可；

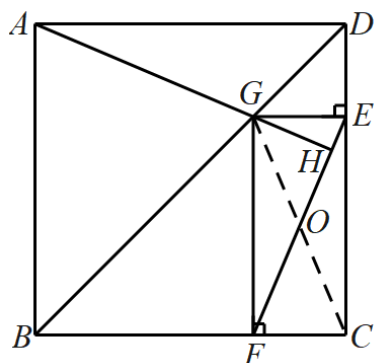
(2) 连接 GC 交 EF 于点 O ，由 SAS 证明 $\triangle ADG \cong \triangle CDG$ ，再根据全等三角形对应角相等得到 $\angle DAG = \angle DCG$ ，继而证明四边形 $FCEG$ 为矩形，最后根据矩形的性质解答即可.

【详解】(1) 解：在正方形 $ABCD$ 中， $AD \perp CD$

$$\therefore GE \perp CD$$

$$\therefore AD \parallel GE,$$

$$\therefore \angle DAG = \angle EGH.$$



(2) AH 与 EF 垂直，理由如下.

连接 GC 交 EF 于点 O .

$\because BD$ 为正方形 $ABCD$ 的对角线，

$$\therefore \angle ADG = \angle CDG = 45^\circ,$$

$$\text{又} \because DG = DG, AD = CD,$$

$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle CDG,$$

$$\therefore \angle DAG = \angle DCG.$$

在正方形 $ABCD$ 中, $\angle ECF = 90^\circ$,

$$\text{又} \because GE \perp CD, GF \perp BC,$$

\therefore 四边形 $FCEG$ 为矩形,

$$\therefore OE = OC,$$

$$\therefore \angle OEC = \angle OCE,$$

$$\therefore \angle DAG = \angle OEC.$$

$$\text{又} \because \angle DAG = \angle EGH,$$

$$\therefore \angle EGH + \angle GEH = \angle OEC + \angle GEH = \angle GEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GHE = 90^\circ,$$

$$\therefore AH \perp EF.$$

【点睛】本题考查正方形的性质、平行线的性质、全等三角形的判断与性质、矩形的判定与性质等知识, 综合性较强, 是重要考点, 掌握相关知识是解题关键.

$$23. (1) \textcircled{1}(2, 7); \textcircled{2} \text{当 } -1 \leq x \leq 3 \text{ 时, } -2 \leq y \leq 7$$

$$(2) y = -x^2 + 2x + 2$$

【分析】(1) ①将 $b=4, c=3$ 代入解析式, 化为顶点式, 即可求解;

②已知顶点 $(2, 7)$, 根据二次函数的增减性, 得出当 $x=2$ 时, y 有最大值 7, 当 $x=-1$ 时取得最小值, 即可求解;

(2) 根据题意 $x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2; $x > 0$ 时, y 的最大值为 3, 得出抛物线的对称轴 $x = \frac{b}{2}$ 在 y 轴的右侧, 即 $b > 0$, 由抛物线开口向下, $x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2, 可知 $c=2$, 根据顶点坐标的纵坐标为 3, 求出 $b=2$, 即可得解.

【详解】(1) 解: ①当 $b=4, c=3$ 时, $y = -x^2 + 4x + 3 = -(x-2)^2 + 7$,

\therefore 顶点坐标为 $(2, 7)$.

② \because 顶点坐标为 $(2, 7)$. 抛物线开口向下,

当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, y 随 x 增大而增大,

当 $2 \leq x \leq 3$ 时, y 随 x 增大而减小,

\therefore 当 $x=2$ 时, y 有最大值 7.

$$\text{又 } 2 - (-1) > 3 - 2$$

\therefore 当 $x=-1$ 时取得最小值, 最小值 $y=-2$;

\therefore 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, $-2 \leq y \leq 7$.

(2) $\because x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2; $x > 0$ 时, y 的最大值为 3,

\therefore 抛物线的对称轴 $x = \frac{b}{2}$ 在 y 轴的右侧,

$$\therefore b > 0,$$

\because 抛物线开口向下, $x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2,

$$\therefore c = 2,$$

$$\text{又 } \because \frac{4 \times (-1) \times c - b^2}{4 \times (-1)} = 3,$$

$$\therefore b = \pm 2,$$

$$\because b > 0,$$

$$\therefore b = 2,$$

\therefore 二次函数的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 2$.

【点睛】 本题考查了待定系数法求二次函数解析式, 顶点式, 二次函数的最值问题, 熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

24. (1) 8

$$(2) \textcircled{1} BP = \frac{34}{7}; \textcircled{2} BP = 6 \text{ 或 } 8 \pm \sqrt{2}$$

【分析】 (1) 利用正弦的定义即可求得答案;

(2) $\textcircled{1}$ 先证明 $\triangle PQC' \cong \triangle CHP$, 再证明 $\triangle AQC' \sim \triangle AHC$, 最后利用相似三角形对应边成比例列出方程即可;

$\textcircled{2}$ 分三种情况讨论完成, 第一种: C' 为直角顶点; 第二种: A 为直角顶点; 第三种, D' 为直角顶点, 但此种情况不成立, 故最终有两个答案.

【详解】 (1) 在 $\square ABCD$ 中, $BC = AD = 10$,

在 $Rt\triangle BCH$ 中, $CH = BC \sin B = 10 \times \frac{4}{5} = 8$.

(2) ①如图 1, 作 $CH \perp BA$ 于点 H , 由 (1) 得, $BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = 6$, 则

$$AH = 12 - 6 = 6,$$

作 $C'Q \perp BA$ 交 BA 延长线于点 Q , 则 $\angle CHP = \angle PQC' = 90^\circ$,

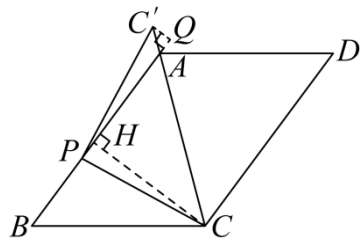


图1

$$\therefore \angle C'PQ + \angle PC'Q = 90^\circ.$$

$$\because \angle C'PQ + \angle CPH = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PC'Q = \angle CPH.$$

由旋转知 $PC' = PC$,

$$\therefore \triangle PQC' \cong \triangle CHP.$$

设 $BP = x$, 则 $PQ = CH = 8, C'Q = PH = 6 - x, QA = PQ - PA = x - 4$.

$$\because C'Q \perp AB, CH \perp AB,$$

$$\therefore C'Q \parallel CH,$$

$$\therefore \triangle AQC' \sim \triangle AHC,$$

$$\therefore \frac{C'Q}{CH} = \frac{QA}{HA}, \text{ 即 } \frac{6-x}{8} = \frac{x-4}{6},$$

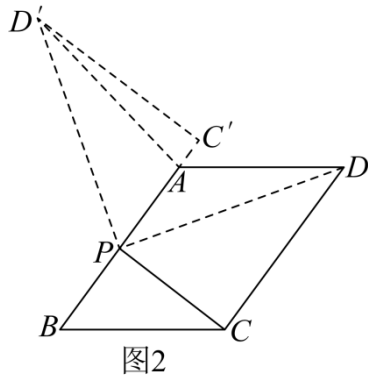
$$\therefore x = \frac{34}{7},$$

$$\therefore BP = \frac{34}{7}.$$

②由旋转得 $\triangle PCD \cong \triangle PC'D', CD = C'D', CD \perp C'D'$,

又因为 $AB \parallel CD$, 所以 $C'D' \perp AB$.

情况一: 当以 C' 为直角顶点时, 如图 2.



$$\because C'D' \perp AB,$$

$\therefore C'$ 落在线段 BA 延长线上.

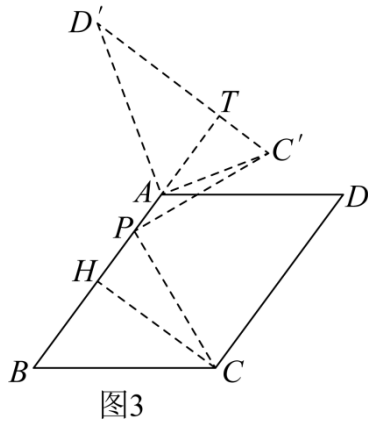
$$\because PC \perp PC',$$

$$\therefore PC \perp AB,$$

由 (1) 知, $PC = 8$,

$$\therefore BP = 6.$$

情况二: 当以 A 为直角顶点时, 如图 3.



设 $C'D'$ 与射线 BA 的交点为 T ,

作 $CH \perp AB$ 于点 H .

$$\because PC \perp PC',$$

$$\therefore \angle CPH + \angle TPC' = 90^\circ,$$

$$\because C'D' \perp AT,$$

$$\therefore \angle PC'T + \angle TPC' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CPH = \angle PC'T.$$

$$\text{又} \because \angle CHP = \angle PTC' = 90^\circ, PC = C'P,$$

$$\therefore \triangle CPH \cong \triangle PC'T,$$

$$\therefore C'T = PH, PT = CH = 8.$$

设 $C'T = PH = t$ ，则 $AP = 6 - t$ ，

$$\therefore AT = PT - PA = 2 + t$$

$$\because \angle C'AD' = 90^\circ, C'D' \perp AB,$$

$$\therefore \triangle ATD' \sim \triangle C'TA,$$

$$\therefore \frac{AT}{TD'} = \frac{C'T}{TA},$$

$$\therefore AT^2 = C'T \cdot TD',$$

$$\therefore (2 + t)^2 = t(12 - t),$$

$$\text{化简得 } t^2 - 4t + 2 = 0,$$

$$\text{解得 } t = 2 \pm \sqrt{2},$$

$$\therefore BP = BH + HP = 8 \pm \sqrt{2}.$$

情况三：当以 D' 为直角顶点时，

点 P 落在 BA 的延长线上，不符合题意。

综上所述， $BP = 6$ 或 $8 \pm \sqrt{2}$ 。

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质，正弦的定义，全等的判定及性质，相似的判定及性质，理解记忆相关定义，判定，性质是解题的关键。