

2023 年浙江省衢州市中考数学真题

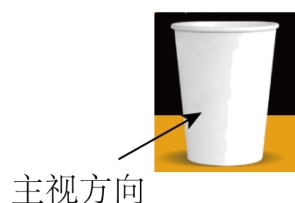
学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

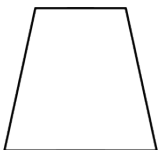
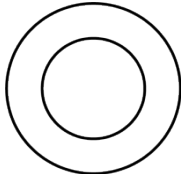
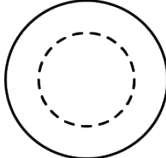
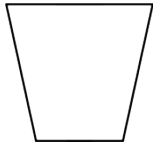
一、单选题

1. 手机信号的强弱通常采用负数来表示, 绝对值越小表示信号越强 (单位: dBm), 则下列信号最强的是 ()

- A. -50 B. -60 C. -70 D. -80

2. 如图是国家级非物质文化遗产衢州莹白瓷的直口杯, 它的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. 下列运算, 结果正确的是 ()

- A. $3a + 2a = 5a^2$ B. $3a - 2a = 1$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ D. $a \div a^2 = a$

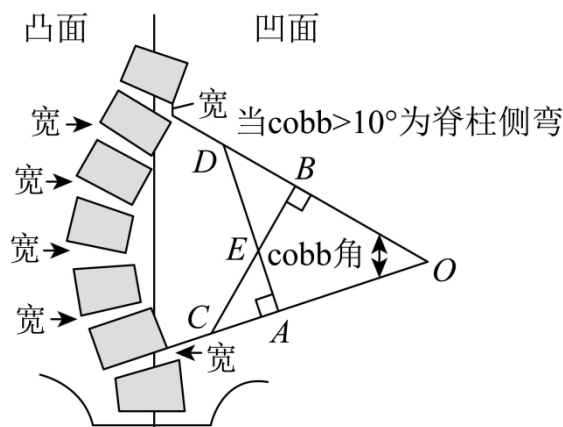
4. 某公司 5 名员工在一次义务募捐中的捐款额为 (单位: 元): 30, 50, 50, 60, 60. 若捐款最少的员工又多捐了 20 元, 则分析这 5 名员工捐款额的数据时, 不受影响的统计量是 ()

- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

5. 下列各组数满足方程 $2x + 3y = 8$ 的是 ()

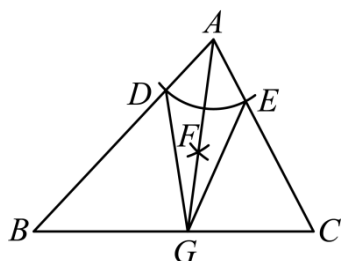
- A. $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

6. 如图是脊柱侧弯的检测示意图, 在体检时为方便测出 Cobb 角 $\angle O$ 的大小, 需将 $\angle O$ 转化为与它相等的角, 则图中与 $\angle O$ 相等的角是 ()



- A. $\angle BEA$ B. $\angle DEB$ C. $\angle ECA$ D. $\angle ADO$

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以点 A 为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交 AB , AC 于点 D , E . 分别以点 D , E 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}DE$ 长为半径画弧, 交于 $\angle BAC$ 内一点 F . 连结 AF 并延长, 交 BC 于点 G . 连结 DG , EG . 添加下列条件, 不能使 $BG=CG$ 成立的是 ()

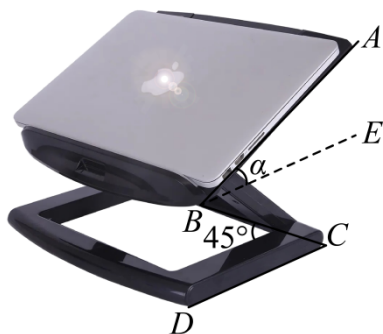


- A. $AB=AC$ B. $AG \perp BC$ C. $\angle DGB = \angle EGC$ D. $AG=AC$

8. 某人患了流感, 经过两轮传染后共有 36 人患了流感. 设每一轮传染中平均每人传染了 x 人, 则可得到方程 ()

- A. $x+(1+x)=36$ B. $2(1+x)=36$ C. $1+x+x(1+x)=36$ D. $1+x+x^2=36$

9. 如图, 一款可调节的笔记本电脑支架放置在水平桌面上, 调节杆 $BC = \sqrt{2}a$, $AB = b$, AB 的最大仰角为 α . 当 $\angle C = 45^\circ$ 时, 则点 A 到桌面的最大高度是 ()



- A. $a + \frac{b}{\cos a}$ B. $a + \frac{b}{\sin a}$ C. $a + b \cos a$ D. $a + b \sin a$

10. 已知二次函数 $y = ax^2 - 4ax$ (a 是常数, $a < 0$) 的图象上有 $A(m, y_1)$ 和 $B(2m, y_2)$ 两

点. 若点 A, B 都在直线 $y = -3a$ 的上方, 且 $y_1 > y_2$, 则 m 的取值范围是 ()

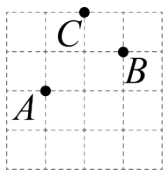
- A. $1 < m < \frac{3}{2}$ B. $\frac{4}{3} < m < 2$ C. $\frac{4}{3} < m < \frac{3}{2}$ D. $m > 2$

二、填空题

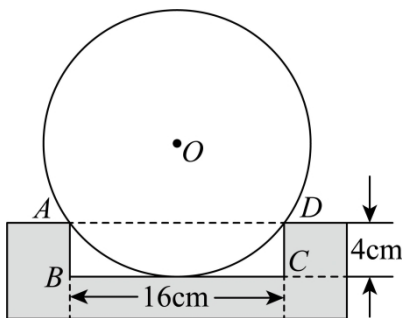
11. 计算: $\sqrt{4} - 1 = \underline{\hspace{1cm}}$.

12. 衢州飞往成都每天有 2 趟航班. 小赵和小黄同一天从衢州飞往成都, 如果他们可以选择其中任一航班, 则他们选择同一航班的概率等于 $\underline{\hspace{1cm}}$.

13. 在如图所示的方格纸上建立适当的平面直角坐标系, 若点 A 的坐标为 $(0, 1)$, 点 B 的坐标为 $(2, 2)$, 则点 C 的坐标为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

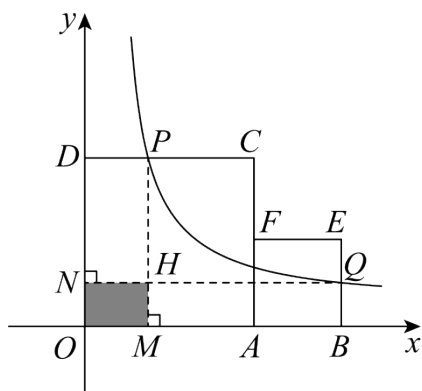


14. 如图是一个圆形餐盘的正面及其固定支架的截面图, 凹槽 $ABCD$ 是矩形. 当餐盘正立且紧靠支架于点 A, D 时, 恰好与 BC 边相切, 则此餐盘的半径等于 $\underline{\hspace{1cm}}$ cm.

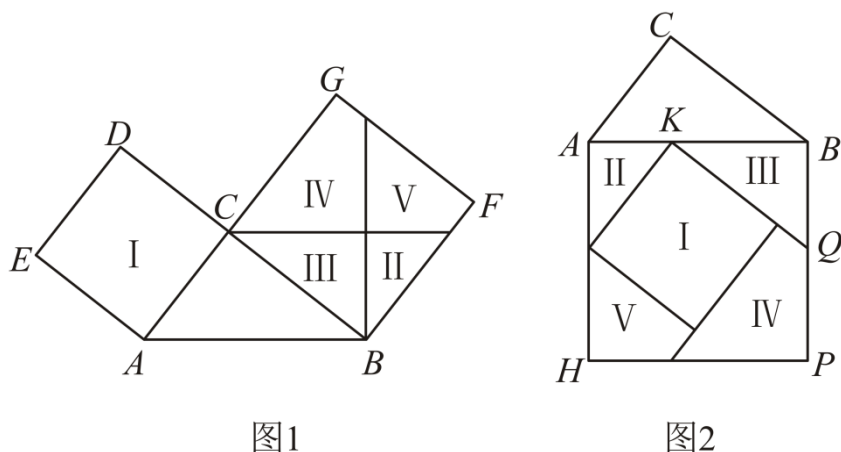


15. 如图, 点 A, B 在 x 轴上, 分别以 OA, AB 为边, 在 x 轴上方作正方形 $OACD$,

$ABEF$. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象分别交边 CD, BE 于点 P, Q . 作 $PM \perp x$ 轴于点 M , $QN \perp y$ 轴于点 N . 若 $OA = 2AB$, Q 为 BE 的中点, 且阴影部分面积等于 6, 则 k 的值为 $\underline{\hspace{1cm}}$.



16. 下面是勾股定理的一种证明方法：图 1 所示纸片中， $\angle ACB = 90^\circ$ ($AC < BC$)，四边形 $ACDE$ ， $CBFG$ 是正方形. 过点 C ， B 将纸片 $CBFG$ 分别沿与 AB 平行、垂直两个方向剪裁成四部分，并与正方形 $ACDE$ ， $\triangle ABC$ 拼成图 2.



- (1) 若 $\cos \angle ABC = \frac{3}{4}$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 16，则纸片Ⅲ的面积为_____.
- (2) 若 $\frac{PQ}{BQ} = \frac{19}{15}$ ，则 $\frac{BK}{AK} = \frac{\quad}{\quad}$.

三、解答题

17. (1) 计算： $(a+2)(a-2)$;

(2) 化简： $\frac{a^2-4}{a+2}+2$.

18. 小红在解方程 $\frac{7x}{3} = \frac{4x-1}{6} + 1$ 时，第一步出现了错误：

解： $2 \times 7x = (4x-1) + 1$,

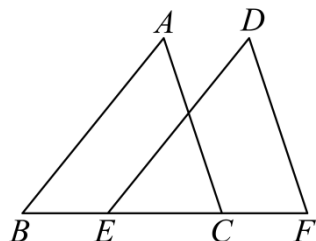
.....

(1) 请在相应的方框内用横线划出小红的错误处；

(2)写出你的解答过程.

19. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, B, E, C, F 在同一条直线上. 下面四个条件:

- ① $AB = DE$; ② $AC = DF$; ③ $BE = CF$; ④ $\angle ABC = \angle DEF$.



(1)请选择其中的三个条件, 使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (写出一种情况即可);

(2)在(1)的条件下, 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

20. 【数据的收集与整理】

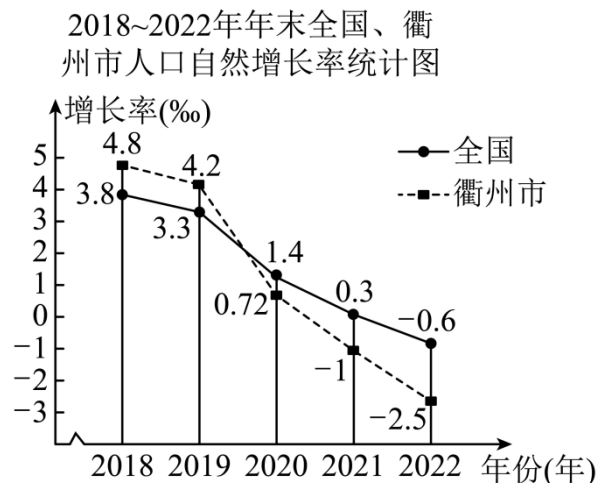
根据国家统计局统一部署, 衢州市统计局对2022年我市人口变动情况进行了抽样调查, 抽样比例为5%. 根据抽样结果推算, 我市2022年的出生率为5.5‰, 死亡率为8‰, 人口自然增长率为-2.5‰, 常住人口数为 a 人(‰表示千分号). (数据来源: 衢州市统计局)

【数据分析】

(1)请根据信息推测人口自然增长率与出生率、死亡率的关系;

(2)已知本次调查的样本容量为11450, 请推算 a 的值;

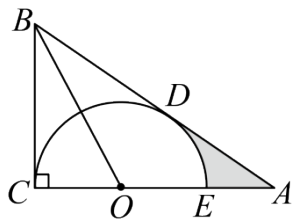
(3)将我市及全国近五年的人口自然增长率情况绘制成如下统计图. 根据统计图分析:



①对图中信息作出评判 (写出两条);

②为扭转目前人口自然增长率的趋势, 请给出一条合理化建议.

21. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, O 为 AC 边上一点, 连结 OB , 以 OC 为半径的半圆与 AB 边相切于点 D , 交 AC 边于点 E .



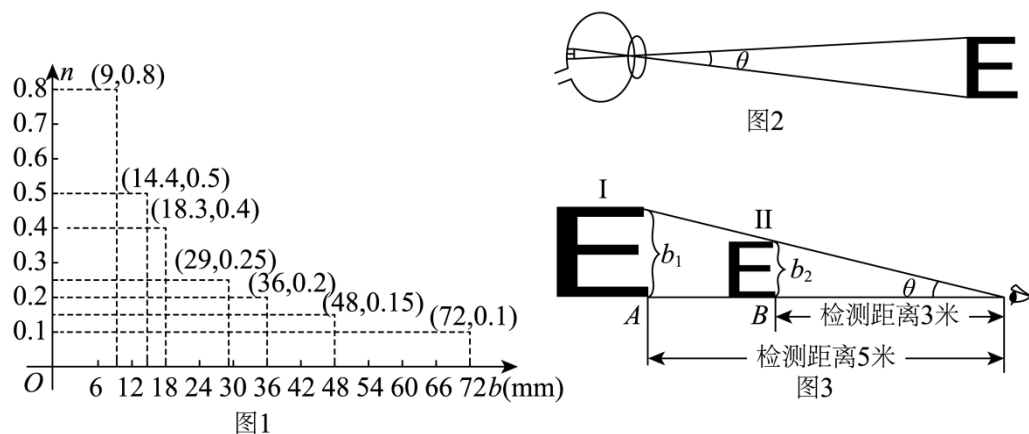
(1)求证: $BC = BD$;

(2)若 $OB = OA$, $AE = 2$, ①求半圆 O 的半径; ②求图中阴影部分的面积.

22. 视力表中蕴含着很多数学知识, 如: 每个“E”形图都是正方形结构, 同一行的“E”是全等图形且对应着同一个视力值, 不同的检测距离需要不同的视力表.

素材 1 国际通用的视力表以 5 米为检测距离, 任选视力表中 7 个视力值 n , 测得对应行的“E”形图边长 b (mm), 在平面直角坐标系中描点如图 1.

探究 1 检测距离为 5 米时, 归纳 n 与 b 的关系式, 并求视力值 1.2 所对应行的“E”形图边长.



素材 2 图 2 为视网膜成像示意图, 在检测视力时, 眼睛能看清最小“E”形图所成的角叫做分辨视角 θ , 视力值 n 与分辨视角 θ (分) 的对应关系近似满足 $n = \frac{1}{\theta} (0.5 \leq \theta \leq 10)$.

探究 2 当 $n \geq 1.0$ 时, 属于正常视力, 根据函数增减性写出对应的分辨视角 θ 的范围.

素材 3 如图 3, 当 θ 确定时, 在 A 处用边长为 b_1 的 I 号“E”测得的视力与在 B 处用边长为 b_2 的 II 号“E”测得的视力相同.

探究 3 若检测距离为 3 米, 求视力值 1.2 所对应行的“E”形图边长.

23. 某龙舟队进行 500 米直道训练, 全程分为启航, 途中和冲刺三个阶段. 图 1, 图 2 分别表示启航阶段和途中阶段龙舟划行总路程 s (m) 与时间 t (s) 的近似函数图象. 启航阶段的函数表达式为 $s = kt^2 (k \neq 0)$; 途中阶段匀速划行, 函数图象为线段; 在冲刺阶段, 龙舟先加速

后匀速划行，加速期龙舟划行总路程 $s(\text{m})$ 与时间 $t(\text{s})$ 的函数表达式为

$$s = k(t - 70)^2 + h (k \neq 0).$$

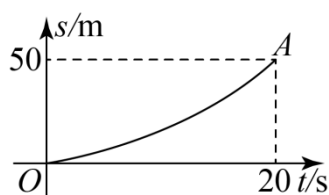


图1

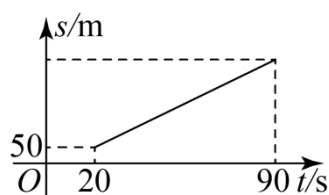


图2

(1) 求出启航阶段 $s(\text{m})$ 关于 $t(\text{s})$ 的函数表达式 (写出自变量的取值范围),

(2) 已知途中阶段龙舟速度为 5m/s .

① 当 $t = 90\text{s}$ 时, 求出此时龙舟划行的总路程,

② 在距离终点 125 米处设置计时点, 龙舟到达时, $t \leq 85.20\text{s}$ 视为达标, 请说明该龙舟队能否达标;

(3) 冲刺阶段, 加速期龙舟用时 1s 将速度从 5m/s 提高到 5.25m/s , 之后保持匀速划行至终点. 求该龙舟队完成训练所需时间 (精确到 0.01s).

24. 如图 1, 点 O 为矩形 $ABCD$ 的对称中心, $AB = 4$, $AD = 8$, 点 E 为 AD 边上一点

($0 < AE < 3$), 连接 EO 并延长, 交 BC 于点 F , 四边形 $ABFE$ 与 $A'B'FE$ 关于 EF 所在直线成轴对称, 线段 $B'F$ 交 AD 边于点 G .

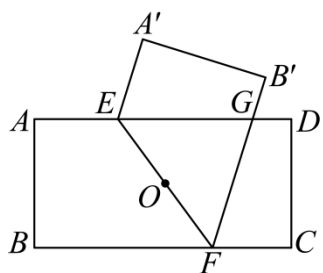


图1

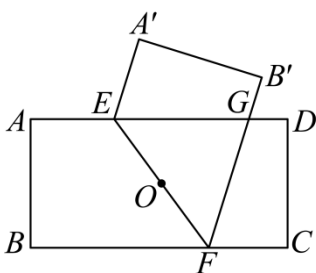


图1备用图

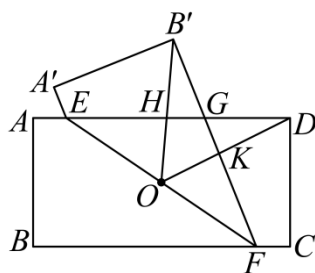


图2

(1) 求证: $GE = GF$;

(2) 当 $AE = 2DG$ 时, 求 AE 的长;

(3) 令 $AE = a$, $DG = b$.

① 求证: $(4 - a)(4 - b) = 4$;

② 如图 2, 连接 OB' , OD , 分别交 AD , $B'F$ 于点 H , K . 记四边形 $OKGH$ 的面积为 S_1 , $\triangle DGK$ 的面积为 S_2 . 当 $a = 1$ 时, 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	B	A	B	D	C	D	C

1. A

【分析】根据题意，比较各数的绝对值大小，即可解答.

【详解】解：∵ $|-50| < |-60| < |-70| < |-80|$,

则信号最强的是 -50 ,

故选：A.

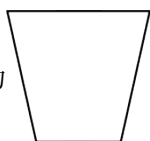
【点睛】本题考查了有理数的大小比较，负数比较大小时，绝对值大的反而小，熟知比较法则是解题的关键.

2. D

【分析】根据视图的意义，从正面看所得到的图形即可.

【详解】

解：该直口杯的主视图为



故选：D.

【点睛】本题考查简单几何体的三视图，理解视图的意义是正确判断的前提.

3. C

【分析】根据同底数幂相乘，同底数幂相除，合并同类项，逐一判断即可解答.

【详解】解： $3a + 2a = 5a$ ，故 A 错误；

$3a - 2a = a$ ，故 B 错误；

$a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故 C 正确；

$a \div a^2 = a^{-1}$ ，故 D 错误，

故选：C.

【点睛】本题考查了同底数幂相乘，同底数幂相除，合并同类项，熟知计算法则是解题的关键.

4. B

【分析】根据捐款最少的员工又多捐了 20 元，则从小到大的顺序不变，即中位数不变，即可解答.

【详解】解：根据题意，可得 $30+20=50$ ，即捐款额为：50，50，50，60，60，此时中位数不变，平均数，众数，方差都会受到影响，

故选：B.

【点睛】本题考查了中位数，众数，方差，平均数，熟知以上概念是解题的关键.

5. A

【分析】代入 x, y 的值，逐一判断即可解答.

【详解】解：当 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 时，方程左边 $= 2 \times 1 + 3 \times 2 = 8$ ，方程左边 = 方程右边，故 A 符合题意；

当 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 时，方程左边 $= 2 \times 2 + 3 \times 1 = 7$ ，方程左边 \neq 方程右边，故 B 不符合题意；

当 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 时，方程左边 $= 2 \times (-1) + 3 \times 2 = 4$ ，方程左边 \neq 方程右边，故 C 不符合题意；

当 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 时，方程左边 $= 2 \times 2 + 3 \times 4 = 16$ ，方程左边 \neq 方程右边，故 D 不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了二元一次方程的解，熟知使得二元一次方程两边的值相等的两位未知数是二元一次方程的解，是解题的关键.

6. B

【分析】根据直角三角形的性质可知： $\angle O$ 与 $\angle ADO$ 互余， $\angle DEB$ 与 $\angle ADO$ 互余，根据同角的余角相等可得结论.

【详解】由示意图可知： $\triangle DOA$ 和 $\triangle DBE$ 都是直角三角形，

$$\therefore \angle O + \angle ADO = 90^\circ, \quad \angle DEB + \angle ADO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle O,$$

故选：B.

【点睛】本题考查直角三角形的性质的应用，掌握直角三角形的两个锐角互余是解题的关键.

7. D

【分析】根据题意可知 AG 是三角形的角平分线，再结合选项所给的条件逐次判断能否得出 $BG = CG$ 即可.

【详解】根据题中所给的作图步骤可知，

AG 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 即 $\angle BAG = \angle CAG$.

当 $AB = AC$ 时, 又 $\angle BAG = \angle CAG$, 且 $AG = AG$,

所以 $\triangle ABG \cong \triangle ACG$ (SAS),

所以 $BG = CG$,

故 A 选项不符合题意.

当 $AG \perp BC$ 时,

$\angle AGB = \angle AGC = 90^\circ$,

又 $\angle BAG = \angle CAG$, 且 $AG = AG$,

所以 $\triangle ABG \cong \triangle ACG$ (ASA),

所以 $BG = CG$,

故 B 选项不符合题意.

当 $\angle DGB = \angle EGC$ 时,

因为 $\angle BAG = \angle CAG$, $AD = AE$, $AG = AG$,

所以 $\triangle ADG \cong \triangle AEG$ (AAS),

所以 $\angle AGD = \angle AGE$,

又 $\angle DGB = \angle EGC$,

所以 $\angle AGD + \angle DGB = \angle AGE + \angle EGC$,

即 $\angle AGB = \angle AGC$.

又 $\angle AGB + \angle AGC = 90^\circ$,

所以 $\angle AGB = \angle AGC = 90^\circ$,

则方法同 (2) 可得出 $BG = CG$,

故 C 选项不符合题意.

故选: D.

【点睛】本题考查全等三角形的判定, 熟知全等三角形的判定定理是解题的关键.

8. C

【分析】患流感的人把病毒传染给别人, 自己仍然患病, 包括在总数中. 设每一轮传染中平均每人传染了 x 人, 则第一轮传染了 x 个人, 第二轮作为传染源的是 $(x+1)$ 人, 则传染 $x(x+1)$ 人, 依题意列方程: $1+x+x(1+x)=36$.

【详解】由题意得: $1+x+x(1+x)=36$,

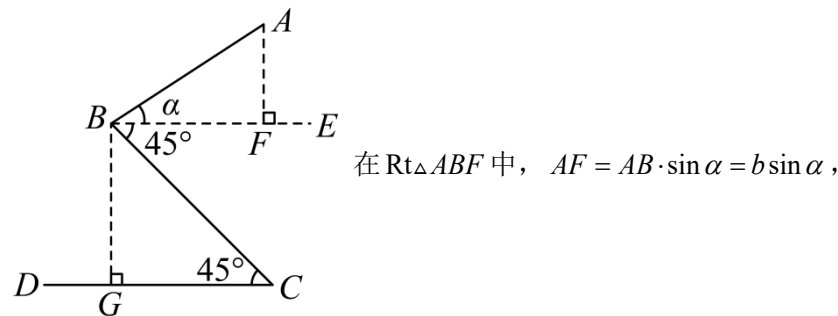
故选: C.

【点睛】本题考查的是根据实际问题列一元二次方程．找到关键描述语，找到等量关系准确地列出方程是解决问题的关键．

9. D

【分析】过点A作 $AF \perp BE$ 于F，过点B作 $BG \perp CD$ 于G，利用解直角三角形可得 $AF = b \sin \alpha$ ， $BG = a$ ，根据点A到桌面的最大高度 $= BG + AF$ ，即可求得答案．

【详解】如图，过点A作 $AF \perp BE$ 于F，过点B作 $BG \perp CD$ 于G，



在 $\text{Rt}\triangle BCG$ 中, $BG = BC \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2}a \times \frac{\sqrt{2}}{2} = a$,

\therefore 点A到桌面的最大高度 $= BG + AF = a + b \sin \alpha$,

故选: D.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，解题关键是添加辅助线，构造直角三角形，利用解直角三角形解决问题．

10. C

【分析】根据已知条件列出不等式，利用二次函数与x轴的交点和二次函数的性质，即可解答．

【详解】解: $\because a < 0$,

$\therefore y = -3a > 0$,

\because 点A, B都在直线 $y = -3a$ 的上方, 且 $y_1 > y_2$,

可列不等式: $4am^2 - 8am > -3a$,

$\because a < 0$,

可得 $4m^2 - 8m + 3 < 0$,

设抛物线 $y_1 = 4m^2 - 8m + 3$, 直线 $x_1 = 0$,

$\therefore 4m^2 - 8m + 3 < 0$ 可看作抛物线 $y_1 = 4m^2 - 8m + 3$ 在直线 $y_1 = 0$ 下方的取值范围,

当 $y_1 = 0$ 时, 可得 $0 = 4m^2 - 8m + 3$,

$$\text{解得 } m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore 4 > 0,$$

$$\therefore y_1 = 4m^2 - 8m + 3 \text{ 的开口向上,}$$

$$\therefore 4m^2 - 8m + 3 < 0 \text{ 的解为 } \frac{1}{2} < m < \frac{3}{2},$$

$$\text{根据题意还可列不等式: } am^2 - 4am > 4am^2 - 8am,$$

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore \text{可得 } m^2 - 4m < 4m^2 - 8m,$$

$$\text{整理得 } -3m^2 + 4m < 0,$$

$$\text{设抛物线 } y_2 = -3m^2 + 4m, \text{ 直线 } x_2 = 0,$$

$$\therefore -3m^2 + 4m < 0 \text{ 可看作抛物线 } y_2 = -3m^2 + 4m \text{ 在直线 } y_2 = 0 \text{ 下方的取值范围,}$$

$$\text{当 } y_2 = 0 \text{ 时, 可得 } 0 = -3m^2 + 4m,$$

$$\text{解得 } m_1 = 0, m_2 = \frac{4}{3},$$

$$\therefore -3 < 0,$$

$$\therefore \text{抛物线 } y_2 = -3m^2 + 4m \text{ 开口向下,}$$

$$\therefore -3m^2 + 4m < 0 \text{ 的解为 } m < 0 \text{ 或 } m > \frac{4}{3},$$

$$\text{综上所述, 可得 } \frac{4}{3} < m < \frac{3}{2},$$

故选: C.

【点睛】本题考查了二次函数图象上的点的坐标特征, 一次函数图象上点的坐标特征, 正确列出不等式是解题的关键.

11. 1

【分析】先计算算术平方根, 然后计算减法.

【详解】解: 原式=2-1=1.

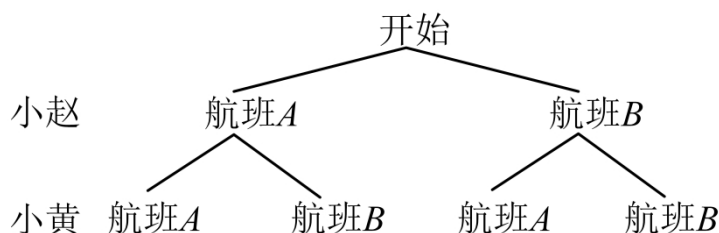
故答案是: 1.

【点睛】本题考查了算术平方根的概念: 一般地, 如果一个正数 x 的平方等于 a , 即 $x^2=a$, 那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根.

$$12. \frac{1}{2}/0.5$$

【分析】根据题意画出树状图，利用树状图计算概率即可.

【详解】解：根据题意，画出树状图如下，



由树状图可知，共有 4 中等可能的结果，其中小赵和小黄选择同一航班有 2 中结果，

故他们选择同一航班的概率为 $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

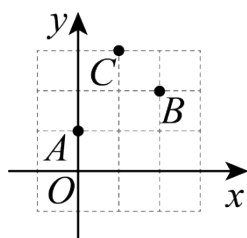
故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点睛】本题主要考查了列举法求概率，正确画出树状图是解题关键.

13. 作图见解析，(1,3)

【分析】根据点 A 、 B 的坐标可确定原点的位置，再作平面直角坐标系即可，从而可确定点 C 的坐标.

【详解】解：建立平面直角坐标系如图所示：



\therefore 点 C 的坐标为(1,3),

故答案为：(1,3).

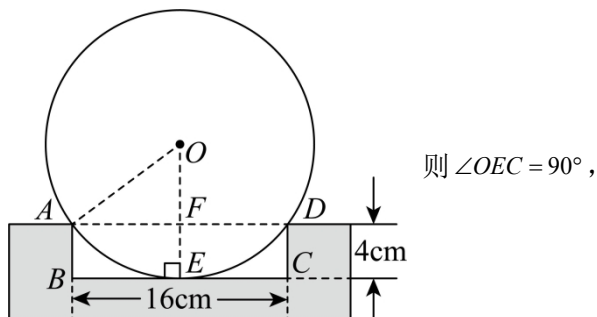
【点睛】本题考查平面直角坐标系、在坐标系中确定点的坐标，根据点 A 、 B 的坐标确定原点的位置是解题的关键.

14. 10

【分析】连接 OA ，过点 O 作 $OE \perp BC$ ，交 BC 于点 E ，交 AD 于点 F ，则点 E 为餐盘与 BC 边的切点，由矩形的性质得 $AD = BC = 16$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$ ，则四边形 $CDFE$ 是矩形， $OE \perp AD$ ，得 $CD = EF = 4$ ， $\angle AFO = 90^\circ$ ， $AF = DF = 8$ ，设餐盘的半径为 x cm，则 $OA = OE = x$ ， $OF = x - 4$ ，然后由勾股定理列出方程，解方程即可.

【详解】由题意得： $BC=16$ ， $CD=4$ ，

如图，连接 OA ，过点 O 作 $OE \perp BC$ ，交 BC 于点 E ，交 AD 于点 F ，



\because 餐盘与 BC 边相切，

\therefore 点 E 为切点，

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD=BC=16$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$ ，

\therefore 四边形 $CDFE$ 是矩形， $OE \perp AD$ ，

$\therefore CD=EF=4$ ， $\angle AFO=90^\circ$ ， $AF=DF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times 16=8$ ，

设餐盘的半径为 x ，

则 $OA=OE=x$ ，

$\therefore OF=OE-EF=x-4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AFO$ 中，由勾股定理得： $AF^2+OF^2=OA^2$ ，

即 $8^2+(x-4)^2=x^2$ ，

解得： $x=10$ ，

\therefore 餐盘的半径为 10，

故答案为： 10.

【点睛】本题考查了切线的性质、矩形的判定与性质、勾股定理等知识，熟练掌握勾股定理是解题的关键.

15. 24

【分析】设 $OA=4a$ ，则 $AB=2a$ ，从而可得 $A(4a,0)$ 、 $B(6a,0)$ ，由正方形的性质可得

$C(4a,4a)$ ，由 $QN \perp y$ 轴，点 P 在 CD 上，可得 $P\left(\frac{k}{4a}, 4a\right)$ ，由于 Q 为 BE 的中点， $BE \perp x$

轴，可得 $BQ=\frac{1}{2}AB=a$ ，则 $Q(6a,a)$ ，由于点 Q 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图象上可得

$k = 6a^2$ ，根据阴影部分为矩形，且长为 $\frac{k}{4a}$ ，宽为 a ，面积为 6，从而可得 $12 \times 4ak \times a = 6$ ，

即可求解。

【详解】解：设 $OA = 4a$ ，

$$\because OA = 2AB,$$

$$\therefore AB = 2a,$$

$$\therefore OB = AB + OA = 6a,$$

$$\therefore B(6a, 0),$$

在正方形 $ABEF$ 中， $AB = BE = 2a$ ，

$\because Q$ 为 BE 的中点，

$$\therefore BQ = \frac{1}{2}AB = a,$$

$$\therefore Q(6a, a),$$

$\because Q$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上，

$$\therefore k = 6a \times a = 6a^2,$$

\because 四边形 $OACD$ 是正方形，

$$\therefore C(4a, 4a),$$

$\because P$ 在 CD 上，

$\therefore P$ 点纵坐标为 $4a$ ，

$\because P$ 点在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上，

$$\therefore P \text{ 点横坐标为 } x = \frac{k}{4a},$$

$$\therefore P\left(\frac{k}{4a}, 4a\right),$$

$$\because \angle HMO = \angle HNO = \angle NOM = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $OMHN$ 是矩形，

$$\therefore NH = \frac{k}{4a}, \quad MH = a,$$

$$\therefore S_{\square OMHN} = NH \times MH = \frac{k}{4a} \times a = 6,$$

$$\therefore k = 24,$$

故答案为：24.

【点睛】本题考查反比例函数图象的性质及正方形的性质及矩形的面积公式，读懂题意，灵活运用所学知识是解题的关键.

$$16. \quad 9 \quad \frac{25}{9} / 2 \frac{7}{9}$$

【分析】(1) 在图1中，过C作 $CM \perp AB$ 于M，由 $\cos \angle ABC = \frac{3}{4}$ ，可得 $CT = \frac{3}{4}BC$ ， $CM = \frac{3}{4}AC$ ，故 $CT \cdot CM = \frac{3}{4}BC \cdot \frac{3}{4}AC = \frac{9}{16}BC \cdot AC$ ，而 $\triangle ABC$ 的面积为16，即可得纸片III的面积为 $\frac{1}{2}CT \cdot BT = \frac{1}{2}CT \cdot CM = 9$ ；

(2) 标识字母如图，设 $NT = 19t$ ，证明 $\triangle BFN \cong \triangle CBW$ (ASA)，可得 $BN = CW = 34t$ ，由 $\triangle BCT \sim \triangle WBT$ ，有 $CT \cdot WT = BT^2$ ，即 $CT \cdot (34t - CT) = (15t)^2$ ，可得 $CT = 9t$ 或 $CT = 25t$ ，而 $BK = CT$ ， $AK = WT$ ，即可得到答案.

【详解】(1) 在图1中，过C作 $CM \perp AB$ 于M，如图：

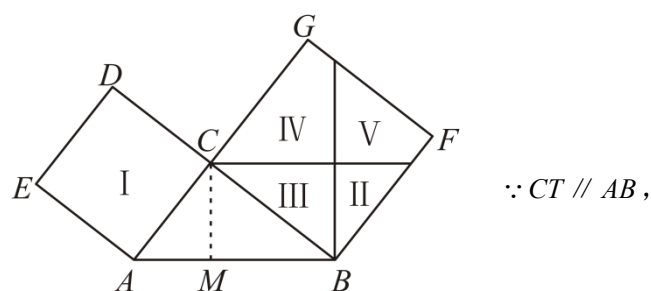


图1

$$\therefore \angle ABC = \angle BCT,$$

$$\because \cos \angle ABC = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \cos \angle BCT = \frac{3}{4}, \text{ 即 } \frac{CT}{BC} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore CT = \frac{3}{4}BC,$$

$$\because \angle ACM = 90^\circ - \angle BCM = \angle ABC,$$

$$\therefore \cos \angle ACM = \cos \angle ABC = \frac{3}{4}, \text{ 即 } \frac{CM}{AC} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore CM = \frac{3}{4}AC,$$

$$\therefore CT \cdot CM = \frac{3}{4}BC \cdot \frac{3}{4}AC = \frac{9}{16}BC \cdot AC,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 的面积为 } 16,$$

$$\therefore \frac{BK}{AK} = \frac{25}{9}.$$

故答案为: $\frac{25}{9}$.

【点睛】本题考查相似三角形的性质与判定, 涉及正方形性质及应用, 全等三角形性质与判定, 锐角三角函数等知识, 解题的关键是掌握三角形相似的判定定理.

17. (1) $a^2 - 4$; (2) a

【分析】(1) 利用平方差公式求解即可;

(2) 利用平方差公式和分式的性质进行化简即可.

【详解】解: (1) $(a+2)(a-2)$

$$= a^2 - 4;$$

$$\begin{aligned} (2) & \frac{a^2 - 4}{a + 2} + 2 \\ &= \frac{(a+2)(a-2)}{a+2} + 2 \\ &= a - 2 + 2 \\ &= a. \end{aligned}$$

【点睛】本题考查分式的化简、平方差公式、多项式乘多项式, 熟练掌握平方差公式是解题的关键.

18. (1) 划线见解析

(2) $x = \frac{1}{2}$, 过程见解析

【分析】(1) 根据解一元一次方程去分母的过程, 即可解答;

(2) 根据解一元一次方程的步骤, 计算即可.

【详解】(1) 解: 划线如图所示:

解: $2 \times 7x = (4x - 1) + 1,$
 $\dots\dots$

(2) 解: $\frac{7x}{3} = \frac{4x-1}{6} + 1,$

$$2 \times 7x = 4x - 1 + 6,$$

$$2 \times 7x - 4x = -1 + 6,$$

$$10x = 5,$$

$$x = \frac{1}{2}.$$

【点睛】本题考查了解一元一次方程，熟知解方程的步骤是解题的关键.

19. (1)①②③或①③④ (写出一种情况即可)

(2)见解析

【分析】(1) 根据两三角形全等的判定条件，选择合适的条件即可；

(2) 根据(1)中所选的条件，进行证明即可.

【详解】(1) 解：根据题意，可以选择的条件为：①②③；

或者选择的条件为：①③④；

(2) 证明：当选择的条件为①②③时，

$$\therefore BE = CF,$$

$$\therefore BE + EC = CF + EC,$$

$$\text{即 } BC = EF,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ BC = EF \\ AC = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (\text{SSS});$$

当选择的条件为①③④时，

$$\therefore BE = CF,$$

$$\therefore BE + EC = CF + EC,$$

$$\text{即 } BC = EF,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle ABC = \angle DEF \\ BC = EF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (\text{SAS}).$$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定，熟知全等三角形的判定条件是解题的关键.

20. (1)人口自然增长率 = 出生率 - 死亡率

$$(2) a = 2290000$$

(3)①我国近五年的人口自然增长率逐年下降；自 2021 年以来，衢州市得人口呈负增长（答案不唯一）；

②建议国家加大政策优惠，鼓励人们多生育（答案不唯一）

【分析】（1）根据题意，可得人口自然增长率等于出生率减死亡率；

（2）根据样本容量=总体×抽样比例求出 a 的值即可；

（3）①根据统计图进行解答，合理即可；

②根据目前人口自然增长率的趋势，提出合理建议，即可解答.

【详解】（1）解：根据题意可知，人口自然增长率=出生率-死亡率；

（2）解：由题意，可得 $5\%_0 a = 11450$ ，

解得 $a = 2290000$ ；

（3）解：①我国近五年的人口自然增长率逐年下降；自 2021 年以来，衢州市得人口呈负增长；

②建议国家加大政策优惠，鼓励人们多生育.

【点睛】本题考查了总体，合体，样本，样本容量，折线统计图，用调查作决策，看懂折线图，并熟知上述概念之间的联系是解题的关键.

21. (1)证明过程见解析

(2)①2；② $2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$

【分析】（1）连接 OD ，由切线的性质得出 $\angle ODB = 90^\circ$ ，证明 $Rt\triangle ODB \cong Rt\triangle OCB$ ，再由全等三角形的判定即可得出结论；

（2）①证出 $\angle OBD = \angle OBC = \angle A = 30^\circ$ ，再由直角三角形的性质即可求解；

②由勾股定理求出 $AD = 2\sqrt{3}$ ， $\angle AOD = 60^\circ$ ，由三角形面积公式和扇形的面积公式求解即可.

【详解】（1）证明：如图，连接 OD ，

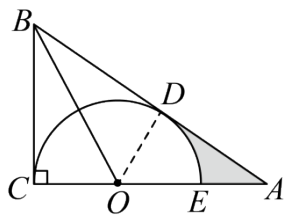
$\because BD$ 是 $\odot O$ 的切线，点 D 为切点，

$\therefore \angle ODB = 90^\circ$ ，

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $OC = OD$ ， $OB = OB$ ，

$\therefore Rt\triangle ODB \cong Rt\triangle OCB (HL)$ ，

$$\therefore BC = BD ;$$



$$(2) \text{ 解: } ① \because OB = OA ,$$

$$\therefore \angle OBD = \angle A ,$$

$$\because \text{Rt}\triangle ODB \cong \text{Rt}\triangle OCB ,$$

$$\therefore \angle OBD = \angle OBC ,$$

$$\therefore \angle OBD = \angle OBC = \angle A ,$$

$$\text{又} \because \angle OBD + \angle OBC + \angle A = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle OBD = \angle OBC = \angle A = 30^\circ ,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ODA \text{ 中, } \sin \angle A = \frac{OD}{OA} ,$$

$$\therefore OD = \frac{1}{2} OA ,$$

$$\because OD = OE ,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2} OA ,$$

$$\therefore OE = AE = 2 ,$$

$$\therefore \text{半圆 } O \text{ 的半径为 } 2 ;$$

$$② \text{ 在 } \text{Rt}\triangle ODA \text{ 中, } OD = 2 , OA = 4 ,$$

$$\therefore AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = 2\sqrt{3} ,$$

$$\therefore S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2} OD \cdot AD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} ,$$

$$\because \angle A = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ ,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle OAD} - S_{\text{扇形} ODE} = 2\sqrt{3} - \frac{60\pi \times 2^2}{360} = 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} .$$

【点睛】本题考查切线的性质、全等三角形的判定与性质、扇形的面积公式、锐角三角函数及勾股定理，熟练掌握切线的性质是解题的关键.

22. 探究1:检测距离为5米时,视力值1.2所对应的“E”形图边长为6mm,视力值1.2所对应的“E”形图边长为6mm;

探究 2: $0.5 \leq \theta \leq 1.0$;

探究 3: 检测距离为 3m 时, 视力值 1.2 所对应行的“E”形图边长为 $\frac{18}{5}$ mm.

【分析】探究 1: 由图象中的点的坐标规律得到 n 与 b 成反比例关系, 由待定系数法可得

$$n = \frac{7.2}{b}, \text{ 将 } n = 1.2 \text{ 代入 } n = \frac{7.2}{b} \text{ 得: } b = 6;$$

探究 2: 由 $n = \frac{1}{\theta}$, 知在自变量 θ 的取值范围内, n 随着 θ 的增大而减小, 故当 $n \geq 1.0$ 时,

$$0 < \theta \leq 1.0, \text{ 即可得 } 0.5 \leq \theta \leq 1.0;$$

探究 3: 由素材可知, 当某人的视力确定时, 其分辨视角也是确定的, 可得 $\frac{6}{5} = \frac{b_2}{3}$, 即可解得答案.

【详解】探究 1:

由图象中的点的坐标规律得到 n 与 b 成反比例关系,

$$\text{设 } n = \frac{k}{b} (k \neq 0), \text{ 将其中一点 } (9, 0.8) \text{ 代入得: } 0.8 = \frac{k}{9},$$

$$\text{解得: } k = 7.2,$$

$$\therefore n = \frac{7.2}{b}, \text{ 将其余各点一一代入验证, 都符合关系式;}$$

$$\text{将 } n = 1.2 \text{ 代入 } n = \frac{7.2}{b} \text{ 得: } b = 6;$$

答: 检测距离为 5 米时, 视力值 1.2 所对应行的“E”形图边长为 6mm, 视力值 1.2 所对应行的“E”形图边长为 6mm;

探究 2:

$$\because n = \frac{1}{\theta},$$

\therefore 在自变量 θ 的取值范围内, n 随着 θ 的增大而减小,

$$\therefore \text{当 } n \geq 1.0 \text{ 时, } 0 < \theta \leq 1.0,$$

$$\therefore 0.5 \leq \theta \leq 1.0,$$

$$\therefore 0.5 \leq \theta \leq 1.0;$$

探究 3: 由素材可知, 当某人的视力确定时, 其分辨视角也是确定的, 由相似三角形性质可

$$\text{得 } \frac{b_1}{\text{检测距离}_1} = \frac{b_2}{\text{检测距离}_2},$$

由探究 1 知 $b_1 = 6$,

$$\therefore \frac{6}{5} = \frac{b_2}{3},$$

解得 $b_2 = \frac{18}{5}$,

答: 检测距离为 3m 时, 视力值 1.2 所对应的“E”形图边长为 $\frac{18}{5}$ mm.

【点睛】本题考查反比例函数的综合应用, 涉及待定系数法, 函数图象上点坐标的特征, 相似三角形的性质等知识, 解题的关键是读懂题意, 能将生活中的问题转化为数学问题加以解决.

23. (1) $s = \frac{1}{8}t^2 (0 < t \leq 20)$

(2) ①龙舟划行的总路程为 400m; ②该龙舟队能达标.

(3) 该龙舟队完成训练所需时间为 109.07s

【分析】(1) 把 $A(20, 50)$ 代入 $s = kt^2$ 得出 k 的值, 则可得出答案;

(2) ①设 $s = 5t + b$, 把 $(20, 50)$ 代入, 得出 $50 = 5 \times 20 + b$, 求得 $b = -50$, 当 $t = 90$ 时, 求出 $s = 400$, 则可得出答案;

②把 $s = 375$ 代入 $s = 5t - 50$, 求得 $t = 85$, 则可得出答案;

(3) 由 (1) 可知 $k = \frac{1}{8}$, 把 $(90, 400)$ 代入 $s = \frac{1}{8}(t - 70)^2 + h$, 求得 $h = 350$. 求出 $s = 405.125$, 则可得出答案.

【详解】(1) 把 $A(20, 50)$ 代入 $s = kt^2$ 得 $50 = 400k$,

解得 $k = \frac{1}{8}$,

\therefore 启航阶段总路程 s 关于时间 t 的函数表达式为 $s = \frac{1}{8}t^2 (0 < t \leq 20)$;

(2) ①设 $s = 5t + b$, 把 $(20, 50)$ 代入, 得 $50 = 5 \times 20 + b$,

解得 $b = -50$,

$\therefore s = 5t - 50$.

当 $t = 90$ 时, $s = 450 - 50 = 400$.

\therefore 当 $t = 90$ 时, 龙舟划行的总路程为 400m.

② $500 - 125 = 375$,

把 $s = 375$ 代入 $s = 5t - 50$,

得 $t = 85$.

$\therefore 85 < 85.20$,

\therefore 该龙舟队能达标.

(3) 加速期: 由 (1) 可知 $k = \frac{1}{8}$,

把 (90, 400) 代入 $s = \frac{1}{8}(t-70)^2 + h$,

得 $h = 350$.

\therefore 函数表达式为 $s = \frac{1}{8}(t-70)^2 + 350$,

把 $t = 91$ 代入 $s = \frac{1}{8}(t-70)^2 + 350$,

解得 $s = 405.125$.

$\therefore (500 - 405.125) \div 5.25 \approx 18.07$,

$\therefore 90 + 1 + 18.07 = 109.07$.

答: 该龙舟队完成训练所需时间为 109.07s.

【点睛】本题是二次函数综合题, 考查了二次函数的应用, 一次函数的性质, 二次函数图象上点的坐标特征, 待定系数法, 根据条件准确得到表达式是解题关键.

24. (1) 见解析

(2) $6 - 2\sqrt{3}$

(3) ① 见解析; ② $\frac{S_1}{S_2} = \frac{13}{8}$

【分析】(1) 根据轴对称和矩形的性质, 证明 $\angle GEF = \angle GFE$, 即可解答;

(2) 过点 G 作 $GH \perp BC$ 于 H , 设 $DG = x$, 则 $AE = 2x$, 求得 $GE = GF = 8 - 3x$, 再利用勾股定理, 列方程即可解答;

(3) ① 过点 O 作 $OQ \perp AD$ 于 Q , 连接 OA, OD, OG , 证明 $\triangle GOQ \sim \triangle OEQ$, 可得

$\frac{GQ}{OQ} = \frac{OQ}{EQ}$, 得到 $GQ \cdot EQ = 4$, 即可解答;

② 连接 $B'D, OG, OB$, 证明 $\triangle DOG \cong \triangle B'OG$, 进而证明 $\triangle DGK \cong \triangle B'GH$, 进而证明

$\triangle OGK \cong \triangle OGH$, 可得 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2S_{\triangle OGK}}{S_2}$, 再证明 $\triangle OKF \sim \triangle DKB', \triangle EGF \sim \triangle DGB'$, 得到

$\frac{OK}{DK} = \frac{OF}{B'D}$, 再得到 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2OK}{DK} = \frac{2OF}{B'D} = \frac{EF}{B'D}$, 最后根据 ① 中结论, 即可解答.

【详解】(1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle GEF = \angle EFB$,

\because 四边形 $ABFE$ 与 $A'B'FE$ 关于 EF 所在直线成轴对称,

$$\therefore \angle BFE = \angle EFG,$$

$$\therefore \angle GEF = \angle EFG,$$

$$\therefore GE = GF;$$

(2) 解: 如图, 过点 G 作 $GH \perp BC$ 于 H ,

设 $DG = x$, 则 $AE = 2x$,

$$\therefore EG = 8 - 3x = GF,$$

$$\therefore \angle GHC = \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $GHCD$ 为矩形,

$$\therefore CH = DC = 4,$$

\therefore 点 O 为矩形 $ABCD$ 的对称中心,

$$\therefore AE = CF = 2x,$$

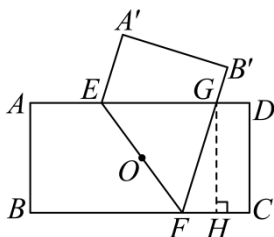
$$\therefore FH = FC - CH = x,$$

在 $\text{Rt}\triangle GHF$ 中, $GF^2 = FH^2 + GH^2$,

$$\text{可得方程 } (8 - 3x)^2 = x^2 + 4^2,$$

解得 $x_1 = 3 - \sqrt{3}, x_2 = 3 + \sqrt{3}$ (此时 $AE > AD$, 故舍去 0),

$$\therefore AE = 2x = 6 - 2\sqrt{3};$$



(3) 解: ①证明: 过点 O 作 $OQ \perp AD$ 于 Q , 连接 OA, OD, OG ,

\therefore 点 O 为矩形 $ABCD$ 的对称中心,

$$\therefore OE = OF, OA = OD, OQ = \frac{1}{2} AB = 2,$$

$$\therefore GE = GF,$$

$$\therefore GO \perp EF,$$

$$\therefore \angle GOQ = 90^\circ - \angle EOQ = \angle QEO,$$

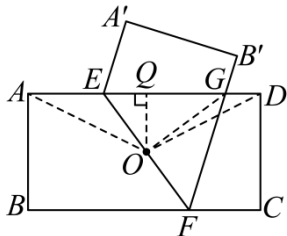
$$\therefore \angle OQE = \angle GQO = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle GOQ \sim \triangle OEQ,$$

$$\therefore \frac{GQ}{OQ} = \frac{OQ}{EQ}, \text{ 即 } GQ \cdot EQ = OQ^2 = 4,$$

$$\therefore EQ = AQ - AE = 4 - a, \quad GQ = DQ - GD = 4 - b,$$

$$\therefore (4 - a)(4 - b) = 4;$$



②如图，连接 $B'D, OG, OB$ ，

由题意可得 $BF = B'F$ ，

\because 点 O 为矩形 $ABCD$ 的对称中心，

$$\therefore BF = B'F = ED,$$

同理可得 $OD = OB = OB'$ ，

由 (1) 知 $GF = GE$ ，

$$\therefore B'F - GF = DE - GE,$$

即 $B'G = DG$ ，

$$\therefore OG = OG,$$

$$\therefore \triangle DOG \cong \triangle B'OG \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle ODG = \angle OB'G,$$

$$\therefore DG = B'G, \angle DGK = \angle B'GH,$$

$$\therefore \triangle DGK \cong \triangle B'GH \text{ (ASA)},$$

$$\therefore DK = B'H, GK = GH,$$

$$\therefore OD - DK = OB' - B'H,$$

即 $OK = OH$ ，

$$\therefore OG = OG,$$

$$\therefore \triangle OGK \cong \triangle OGH \text{ (SSS)},$$

$$\therefore S_{\triangle OGK} = S_{\triangle OGH},$$

$$\therefore S_1 = 2S_{\triangle OGK},$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{2S_{\triangle OGK}}{S_2},$$

$$\because \angle EGF = \angle DGB', GE = GF, GD = GB',$$

$$\therefore \angle GEF = \angle GFE = \angle GDB' = \angle GB'D,$$

$$\therefore \frac{OK}{DK} = \frac{OF}{B'D},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle OGK}}{S_2} = \frac{OK}{B'D},$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{2OK}{DK} = \frac{2OF}{B'D} = \frac{EF}{B'D},$$

$$\because \triangle EGF \sim \triangle DGB',$$

$$\therefore \frac{EF}{B'D} = \frac{GE}{GD},$$

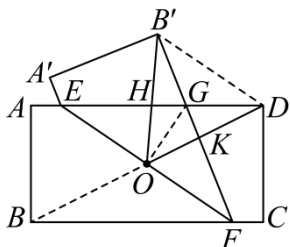
当 $a=1$ 时, 由①可得 $(4-1)(4-b)=4$,

$$\text{解得 } b = \frac{8}{3},$$

$$\therefore AE=1, DG = \frac{8}{3},$$

$$\therefore GE = AD - AE - DG = \frac{13}{3},$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{EF}{B'D} = \frac{GE}{GD} = \frac{13}{8}.$$



【点睛】 本题考查了四边形综合应用, 涉及轴对称变换, 全等三角形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质, 勾股定理, 解题的关键是正确作出辅助线, 构造全等三角形和相似三角形是解题的关键.