

2024 年浙江省丽水市中考一模考试数学模拟试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 下列图形是中心对称图形的是 ()

- A. 等边三角形 B. 直角三角形
C. 平行四边形 D. 正五边形

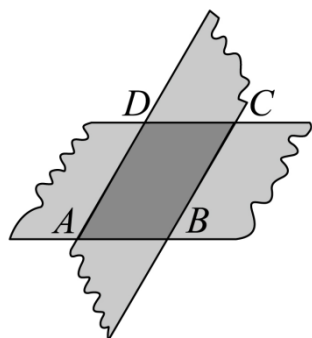
2. 如果水位升高 3m 时水位变化记作 +3m, 那么水位不升不降时水位变化记作 ()

- A. +3m B. -3m C. 0m D. $\pm 3m$

3. 下列计算结果为 a^5 的是 ()

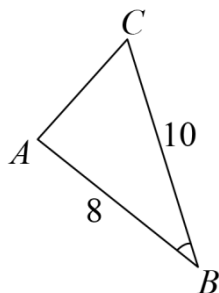
- A. $a^{10} \div a^2$ B. $a^2 \cdot a^3$ C. $a^3 + a^2$ D. $(a^2)^3$

4. 如图, 剪两张对边平行的纸条, 随意交叉叠放在一起, 重合部分构成一个四边形 $ABCD$, 其中一张纸条在转动过程中, 下列结论一定成立的是 ()



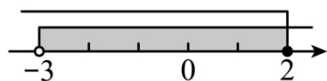
- A. 四边形 $ABCD$ 周长不变 B. $AD = CD$
C. 四边形 $ABCD$ 面积不变 D. $AD = BC$

5. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 8$, $BC = 10$, 则 $\cos B$ 的值是 ()



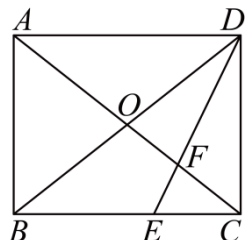
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

6. 某不等式组的解集在数轴上表示为如图所示, 则该不等式组的解集是 ()



- A. $-3 < x \leq 2$ B. $-3 \leq x \leq 2$ C. $x < -3$ 或 $x \geq 2$ D. $x \leq -3$ 或 $x \geq 2$

7. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 交于点 O ，点 E 是 BC 上一点，连结 DE 交对角线 AC 于 F 。若 $\angle CFD = 2\angle BAC$ ，则下列结论错误的是（ ）



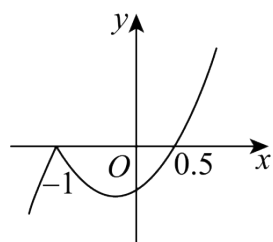
- A. $\angle AOD = \angle DFC$ B. $\angle DFA = \angle DOC$ C. $\angle EFC = 2\angle ACB$
D. $\angle DCF = 2\angle FDO$

8. 已知关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)，当 $b^2 - 4ac = 0$ 时，方程的解为（ ）

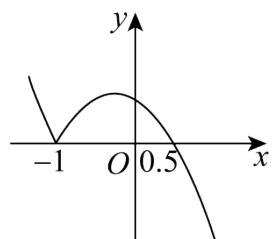
- A. $x_1 = \frac{b}{2a}$, $x_2 = -\frac{b}{2a}$ B. $x_1 = \frac{b}{a}$, $x_2 = -\frac{b}{a}$
C. $x_1 = x_2 = \frac{b}{2a}$ D. $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

9. 在函数图象与性质的拓展课上，小明同学借助几何画板探索函数 $y = |x+1|\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 的图象，请你结合函数解析式的结构，分析他所得到的函数图象是（ ）

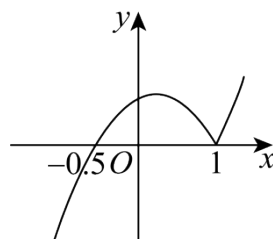
A.



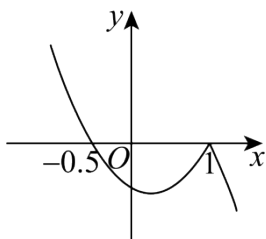
B.



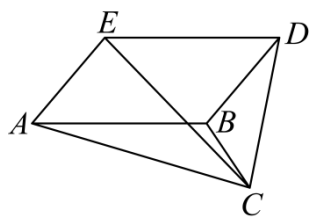
C.



D.



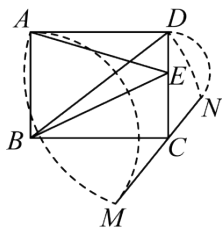
10. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 为钝角, 以 AB 为边向外作平行四边形 $ABDE$, $\angle ABD$ 为钝角, 连结 CE , CD , 设 $\triangle CDE$, $\triangle ACE$, $\triangle BCD$ 的面积分别为 S , S_1 , S_2 , 若知道 $\triangle ABC$ 的面积, 则下列代数式的值可求的是 ()



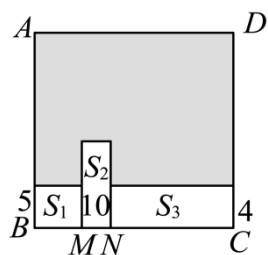
- A. $S + S_1 + S_2$ B. $S - S_1 + S_2$ C. $S + S_1 - S_2$ D. $S - S_1 - S_2$

二、填空题

11. “ x 与 5 的差大于 x 的 3 倍”用不等式表示为_____.
12. 在一个不透明的袋子中有除颜色外均相同的 6 个白球和若干黑球, 通过多次摸球试验后, 发现摸到白球的频率约为 30%, 估计袋中黑球有_____个.
13. 已知二次函数 $y = (m - 2)x^2 - 4x + 2m - 8$ 的图象经过原点, 它可以由抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 平移得到, 则 a 的值是 _____.
14. 勾股数是指能成为直角三角形三条边长的三个正整数, 世界上第一次给出勾股数公式的是中国古代数学著作《九章算术》. 现有勾股数 a , b , c , 其中 a , b 均小于 c , $a = \frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{2}$, m 是大于 1 的奇数, 则 $b =$ _____ (用含 m 的式子表示).
15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 10$, ① 在边 CD 上取一点 E , 连接 BE , ② 以点 B 为圆心, AB 长为半径画弧, 以点 E 为圆心, AE 长为半径画弧, 两弧相交于点 A , M ; ③ 类比② 以点 B 为圆心, BD 长为半径画弧, 以点 E 为圆心, ED 长为半径画弧, 两弧相交于点 D , N . 连接 MN , 当 MN 恰好经过点 C 时, DE 的长是_____.



16. 如图，已知正方形 $ABCD$ ，点 M ， N 在 BC 上且点 M 在点 N 的左侧，在 BC 的同侧以 BM ， MN ， NC 为一边，另一边分别为 5, 10, 4 在正方形内部作三个矩形，其面积分别为 S_1 ， S_2 ， S_3 ．若 $S_3 = 2S_2$ ， $S_1 + S_2 + S_3 = 100$ ，则阴影部分图形的周长为_____．



三、解答题

17. 小红解方程 $3x(x-1)-x+1=0$ 的过程如下：

解： $3x(x-1)-(x-1)=0$ ，.....①

$3x-1=0$ ，.....②

$3x=1$ ，.....③

$x=\frac{1}{3}$ ．.....④

(1)小红的解答过程是有错误的，请指出开始出现错误的那一步的序号；

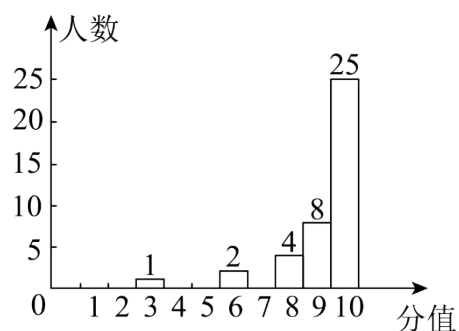
(2)写出你的解答过程．

18. 某校九年级学生进行了体育中考模拟测试，现任意抽取该校九年级部分男生、女生的长跑测试成绩（满分为10分），将数据整理得到如下统计表和统计图：

九年级男生长跑测试成绩统计表		
分值	人数	百分比
1	1	2.5%
2	0	0

3	2	5%
4	1	2.5%
5	1	2.5%
6	2	5%
7	1	2.5%
8	4	10%
9	8	20%
10	20	50%

九年级女生长跑测试成绩统计图

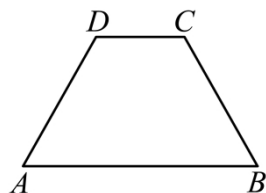


(1) 写出男、女学生测试成绩的众数；

(2) 分别求出男、女学生测试成绩的满分率 (满分率 = $\frac{\text{满分人数}}{\text{总人数}} \times 100\%$)；

(3) 为了更好地提高长跑测试成绩，请你结合相关的统计量，对该校后期长跑备考提出一条合理化的建议。

19. 如图，已知在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle C = \angle D$.



(1) 求证： $AD = BC$ ；

(2) 若 $AB = 17$ ， $AD = 2CD = 10$ ， 求 AB 与 CD 间的距离。

20. 小陈同学从市场上购买了如图1的花盆，花盆底部的横截面是直径为35cm 的圆，他家

中有如图 2 的托盘，托盘底部的横截面是边长为 60cm 的正三角形．



图1



图2

(1)求正三角形一边的高线长；

(2)这个托盘是否适用于该花盆?请判断并说明理由．

21. 设函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$, $y_2 = k_2x$ (k_1, k_2 是常数, $k_1 \neq 0, k_2 \neq 0$), 点 $A(2,4)$ 在函数 y_2 的图象上, 且两个函数图象的一个交点 B 的坐标为 $(1,m)$.

(1)求函数 y_1 的表达式；

(2)若点 C 在函数 y_2 的图象上, 点 C 先向下平移 3 个单位, 再向左平移 3 个单位, 得点 D , 点 D 恰好落在函数 y_1 的图象上, 求点 C 的坐标.

22. 如图 1 是一个立方体纸盒的示意图, 图 2、图 3 分别是该立方体纸盒两种不同的表面展开图.



图1

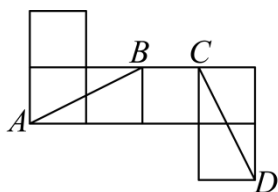


图2

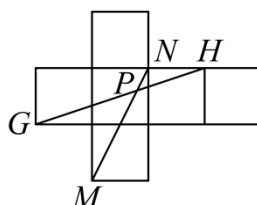


图3

(1)如图 2, 连结 AB , CD , 猜想 AB , CD 的位置关系并说明理由；

(2)如图 3, 连结 MN , GH 交于点 P , 求 $\frac{NP}{MP}$ 的值.

23. 设二次函数 $y = ax^2 + bx + 1$ ($a \neq 0, b$ 是常数), 已知函数值 y 和自变量 x 的部分对应取值如下表所示:

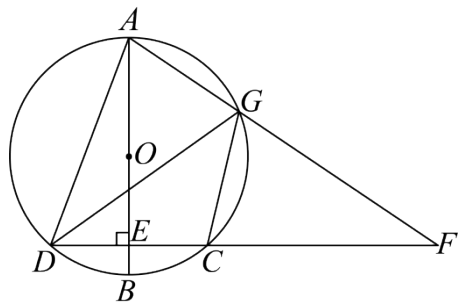
x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	m	1	n	1	p	...

(1)若 $m = 0$ 时, 求二次函数的表达式；

(2) 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, y 有最小值为 $\frac{1}{2}$, 求 a 的值;

(3) 若 $a < -3$, 求证: $n - m - p > 20$.

24. 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , G 是 \widehat{AC} 上的一点, AG , DC 的延长线交于点 F , 连结 AD .



(1) 若 $\angle FGC = 70^\circ$, 求 $\angle AGD$ 的度数;

(2) 若点 G 是 \widehat{AC} 的中点.

① 写出 AD 与 CF 的数量关系并证明你的结论;

② 若 $AG = a$, $CF = b$, 求 CD 的长 (用含 a , b 的代数式表示).

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	C	B	D	D	A	D	D	A	B

1. C

【分析】根据中心对称图形的定义依次进行判断即可得.

【详解】解：A、等边三角形，不是中心对称图形，选项说法错误，不符合题意；

B、直角三角形，不是中心对称图形，选项说法错误，不符合题意；

C、平行四边形，是中心对称图形，选项说法正确，符合题意；

D、正五边形，不是中心对称图形，选项说法错误，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了中心对称图形，解题的关键是掌握中心对称图形的定义.

2. C

【分析】本题考查了正负数和0的意义，根据正负数和0的意义即可求解，掌握正负数和0的意义是解题的关键.

【详解】解：如果水位升高3m时水位变化记作+3m，那么水位不升不降时水位变化记作0m，

故选：C.

3. B

【分析】本题考查了整式的运算，根据同底数幂的除法、同底数幂的乘法、合并同类项、幂的乘方运算法则分别求出每个选项的结果即可求解，掌握整式的运算法则是解题的关键.

【详解】解：A、 $a^{10} \div a^2 = a^8$ ，该选项不合题意；

B、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，该选项符合题意；

C、 a^3 与 a^2 不是同类项，不能合并，该选项不合题意；

D、 $(a^2)^3 = a^6$ ，该选项不合题意；

故选：B.

4. D

【分析】由平行四边形的性质进行判断，即可得到答案.

【详解】解：由题意可知，

$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel BC,$

∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $AD = BC$; 故 D 符合题意;

随着一张纸条在转动过程中, AD 不一定等于 CD , 四边形 $ABCD$ 周长、面积都会改变; 故

A、B、C 不符合题意;

故选: D

【点睛】本题考查了平行四边形的判定和性质, 解题的关键是掌握平行四边形对边相等.

5. D

【分析】直接根据余弦的定义, 在直角三角形中一个锐角的余弦等于邻边比斜边.

【详解】解: ∵ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 8$, $BC = 10$,

$$\therefore \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

故选 D

【点睛】本题考查了求一个角的余弦, 掌握余弦的定义是解题的关键.

6. A

【分析】本题考查了在数轴上表示不等式的解集, 根据数轴即可求解, 掌握不等式组的解集为各不等式解集的公共部分是解题的关键.

【详解】解: 由数轴可得, 该不等式组的解集为 $-3 < x \leq 2$,

故选: A.

7. D

【分析】本题考查了矩形的性质, 等腰三角形的性质, 三角形外角性质, 直角三角形性质, 由矩形的对角线性质可得 $\angle OAB = \angle OBA$, 进而由三角形外角性质得 $\angle AOD = 2\angle BAC$, 即可判断 A; 进而由 A 可判断 B; 由 $\angle ACB = 90^\circ - \angle BAC$, $\angle EFC = 2(90^\circ - \angle BAC)$ 即可判断 C; 由 $OC = OD$ 得 $\angle OCD = \angle ODC$, 因根据条件无法推出 DF 平分 $\angle ODC$, 故推导不出 $\angle DCF = 2\angle FDO$, 即可判断 D; 掌握矩形的性质是解题的关键.

【详解】解: ∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore AC = BD, OA = OC = \frac{1}{2}AC, OB = OD = \frac{1}{2}BD, \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore OA = OB, OC = OD,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle OAB + \angle OBA = 2\angle OAB = 2\angle BAC,$$

$$\therefore \angle CFD = 2\angle BAC,$$

$\therefore \angle AOD = \angle DFC$ ，故 A 正确，不符合题意；

$\because \angle AOD = \angle DFC$ ，

$\therefore 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - \angle DFC$ ，

即 $\angle DFA = \angle DOC$ ，故 B 正确，不符合题意；

$\because \angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ - \angle BAC$ ，

$\because \angle EFC = 180^\circ - \angle CFD = 180^\circ - 2\angle BAC = 2(90^\circ - \angle BAC)$ ，

$\therefore \angle EFC = 2\angle ACB$ ，故 C 正确，不符合题意；

$\because OC = OD$ ，

$\therefore \angle OCD = \angle ODC$ ，

\because 根据条件无法推出 DF 平分 $\angle ODC$ ，

\therefore 推导不出 $\angle ODC = 2\angle FDO$ ，

故推导不出 $\angle DCF = 2\angle FDO$ ，故 D 错误，符合题意。

故选：D。

8. D

【分析】根据一元二次方程根的判别式得出方程有两个相等的实数根，然后根据求根公式即可得出答案。

【详解】解： $\because b^2 - 4ac = 0$ ，

\therefore 方程有两个相等的实数根，

$\because x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，

\therefore 方程的解为 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ ，

故选：D。

【点睛】此题考查了一元二次方程根的判别式。一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根。

9. A

【分析】本题主要考查了二次函数图象的识别，分别求出当 $x \geq -1$ 时，当 $x < -1$ 时的函数解析式即可得到答案。

【详解】解：当 $x \geq -1$ 时， $y = (x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right) = x^2 + \frac{1}{2}x - 1$ ，即此时是一个开口向上的二次函数，

当 $x < -1$ 时， $y = -(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right) = -x^2 - \frac{1}{2}x + 1$ ，即此时是一个开口向下的二次函数，

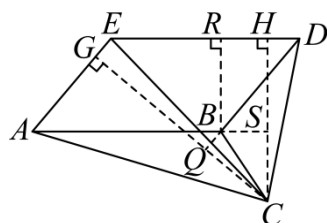
∴四个选项中只有 A 选项符合题意，

故选：A.

10. B

【分析】本题考查的是矩形的判定与性质，平行四边形的性质，如图，过 C 作 $CH \perp DE$ 于 H ，交 AB 的延长线于 S ，过 B 作 $BR \perp DE$ 于 R ，过 C 作 $CG \perp AE$ 于 G ，交 DB 于 Q ，再证明四边形 $BSHR$ 是矩形，结合三角形的面积公式计算 $S - S_1 + S_2$ 即可.

【详解】解：如图，过 C 作 $CH \perp DE$ 于 H ，交 AB 的延长线于 S ，过 B 作 $BR \perp DE$ 于 R ，过 C 作 $CG \perp AE$ 于 G ，交 DB 于 Q ，



∵平行四边形 $ABDE$ ，

∴ $AE \parallel DB$ ， $AE = DB$ ， $AB \parallel DE$ ， $AB = DE$ ，

∴ $CQ \perp BD$ ， $AB \perp CH$ ，

∴四边形 $BSHR$ 是矩形，

∴ $BR = SH$ ，

∴ $S - S_1 + S_2$

$$= \frac{1}{2}DE \cdot CH - \left(\frac{1}{2}AE \cdot CG - \frac{1}{2}BD \cdot CQ \right)$$

$$= \frac{1}{2}DE \cdot CH - \frac{1}{2}AE \cdot GQ$$

$$= \frac{1}{2}DE \cdot CH - \frac{1}{2}DE \cdot BR$$

$$= \frac{1}{2}DE \cdot CH - \frac{1}{2}DE \cdot SH$$

$$= \frac{1}{2}AB \cdot CS$$

$$=S_{\triangle ABC};$$

故选 B

$$11. \quad x-5>3x$$

【分析】本题考查的是列不等式，根据题中的不等关系列出不等式即可，读懂题意，正确列出不等式是解题关键.

【详解】解：“ x 与 5 的差大于 x 的 3 倍”用不等式表示为 $x-5>3x$,

故答案为: $x-5>3x$

$$12. \quad 14$$

【分析】根据概率公式 $P_{(n)} = \frac{n}{m}$ 求出总的情况，利用总的情况减去白球的即可得到答案;

【详解】解：由题意可得，

$$\text{总的可能有: } 6 \div 30\% = 20,$$

$$20 - 6 = 14,$$

故答案为: 14.

【点睛】本题考查求简单概率，解题的关键是熟练掌握概率公式 $P_{(n)} = \frac{n}{m}$.

$$13. \quad 2$$

【分析】先由抛物线过原点求解 m 的值，再由抛物线的平移不改变抛物线的形状与开口方向，所以二次项的系数相同，从而可得答案.

【详解】解： \because 二次函数 $y = (m-2)x^2 - 4x + 2m - 8$ 的图象经过原点，

$$\therefore 2m - 8 = 0,$$

$$\therefore m = 4,$$

$$\text{所以抛物线为: } y = 2x^2 - 4x,$$

\because 它可以由抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 平移得到，

$$\therefore a = 2.$$

故答案为: 2

【点睛】本题考查的是抛物线的性质，抛物线的平移，掌握“抛物线的平移不改变抛物线的形状与开口方向”是解本题的关键.

$$14. \quad m$$

【分析】根据直角三角形的性质，直角边小于斜边得到 a ， b 为直角边， c 为斜边，根据勾

股定理即可得到 b 的值.

【详解】解：由于现有勾股数 a, b, c ，其中 a, b 均小于 c ，

$\therefore a, b$ 为直角边， c 为斜边，

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2,$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + b^2 = \left(\frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{2}\right)^2,$$

$$\text{得到 } \frac{1}{4}m^4 - \frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{4} + b^2 = \frac{1}{4}m^4 + \frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{4},$$

$$\therefore b^2 = m^2,$$

$$\therefore b = \pm m,$$

$\because m$ 是大于 1 的奇数，

$$\therefore b = m.$$

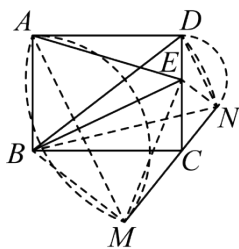
故答案为： m .

【点睛】 本题考查勾股定理的应用，分清楚 a, b 为直角边， c 为斜边是解题的关键.

15. 3

【分析】 本题考查了线段垂直平分线的判定，轴对称图形的性质，矩形的性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理，连接 AM 、 BM 、 BN 、 ME 、 EN 、 DN ，先证明四边形 $AMND$ 关于直线 BE 对称，得到 $AD = MN$ ，再证明 $\triangle BAD \cong \triangle BMN$ ，得到 $\angle BAD = \angle BMN = 90^\circ$ ，即可得 $MC = 6$ ，同理可得 $\angle MNE = \angle ADE = 90^\circ$ ，设 $DE = EN = x$ ，则 $CE = 8 - x$ ，由勾股定理可得 $x^2 + 4^2 = (8 - x)^2$ ，解方程即可求解，正确作出辅助线是解题的关键.

【详解】解：如图，连接 AM 、 BM 、 BN 、 ME 、 EN 、 DN ，



由题意可得 $AB = MB$ ， $AE = ME$ ， $BD = BN$ ， $DE = NE$ ，

$\therefore AB = MB$ ， $AE = ME$ ，

$\therefore BE$ 是 AM 的垂直平分线，

$\because BD = BN$ ， $DE = NE$ ，

$\therefore BE$ 是 DN 的垂直平分线，

∴ 四边形 $AMND$ 关于直线 BE 对称,

$$\therefore AD = MN,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ, \quad CD = AB = 8, \quad AD = BC = 10,$$

$$\therefore MN = 10,$$

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle BMN$ 中,

$$\begin{cases} AD = MN \\ AB = MB, \\ BD = BN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle BMN \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BMN = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = 8,$$

$$\therefore MB = 8,$$

$$\text{又} \therefore BC = 10,$$

$$\therefore MC = \sqrt{BC^2 - MB^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\therefore CN = MN - MC = 10 - 6 = 4,$$

同理可证 $\triangle MNE \cong \triangle ADE$ (SSS),

$$\therefore \angle MNE = \angle ADE = 90^\circ,$$

设 $DE = EN = x$, 则 $CE = 8 - x$,

在 $\text{Rt}\triangle CNE$ 中, $EN^2 + CN^2 = CE^2$,

$$\therefore x^2 + 4^2 = (8 - x)^2,$$

解得 $x = 3$,

$$\therefore DE = 3,$$

故答案为: 3.

16. 82

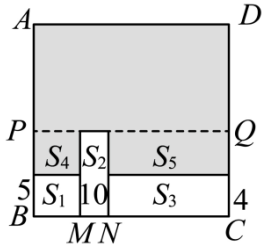
【分析】本题考查了正方形和矩形的性质, 过中间矩形的上宽作 $PQ \parallel BC$, 根据图形得到

$S_4 = S_1$, $S_5 = \frac{3}{2}S_3$, 进而得到 $S_{\text{矩形}BCQP} = 2S_1 + S_2 + \frac{5}{2}S_3$, 又由 $S_3 = 2S_2$ 可得

$S_{\text{矩形}BCQP} = 2S_1 + 3S_3$, 由 $S_1 + S_2 + S_3 = 100$ 得 $S_1 + \frac{3}{2}S_3 = 100$, 即可得 $S_{\text{矩形}BCQP} = 200$, 由此可得

$10BC = 200$ ，即得到 $BC = 20$ ，即可求出阴影部分图形的周长，掌握正方形和矩形的性质是解题的关键。

【详解】解：如图，过中间矩形的上宽作 $PQ \parallel BC$ ，



由题意可得， $S_4 = S_1$ ， $S_5 = \frac{6}{4}S_3 = \frac{3}{2}S_3$ ，

$$\therefore S_{\text{矩形}BCQP} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = S_1 + S_2 + S_3 + S_1 + \frac{3}{2}S_3 = 2S_1 + S_2 + \frac{5}{2}S_3,$$

$$\because S_3 = 2S_2,$$

$$\therefore S_2 = \frac{1}{2}S_3$$

$$\therefore S_{\text{矩形}BCQP} = 2S_1 + S_2 + \frac{5}{2}S_3 = 2S_1 + \frac{1}{2}S_3 + \frac{5}{2}S_3 = 2S_1 + 3S_3,$$

$$\because S_1 + S_2 + S_3 = 100,$$

$$\therefore S_1 + \frac{1}{2}S_3 + S_3 = 100,$$

$$\therefore S_1 + \frac{3}{2}S_3 = 100,$$

$$\therefore S_{\text{矩形}BCQP} = 2S_1 + 3S_3 = 2\left(S_1 + \frac{3}{2}S_3\right) = 200,$$

$$\because S_{\text{矩形}BCQP} = PB \cdot BC = 10BC,$$

$$\therefore 10BC = 200,$$

$$\therefore BC = 20,$$

$$\therefore \text{阴影部分图形的周长} = 20 \times 4 + (10 - 5) + (10 - 4) - 5 - 4 = 82.$$

17. (1)②

(2) $x = \frac{1}{3}$ 或 $x = 1$ ，过程见解析

【分析】本题主要考查了解一元二次方程：

(1) 观察解方程过程可知，在第②步方程两边直接除以 $(x-1)$ ，没有考虑到 $x-1=0$ 的情况；

(2) 先提取公因式 $(x-1)$ 得到 $(3x-1)(x-1)=0$ ，据此解方程即可．

【详解】(1) 解：观察解方程过程可知，在第②步方程两边直接除以 $(x-1)$ ，没有考虑到 $x-1=0$ 的情况；

(2) 解： $3x(x-1)-x+1=0$

$$3x(x-1)-(x-1)=0$$

$$(3x-1)(x-1)=0$$

$$3x-1=0 \text{ 或 } x-1=0$$

$$\text{解得 } x=\frac{1}{3} \text{ 或 } x=1.$$

18. (1)男生测试成绩的众数为10分，女生测试成绩的众数为10分；

(2)男生测试成绩的满分为50%，女生测试成绩的满分为62.5%；

(3)应加强8分、9分同学的训练，尽可能最后考试中取得10分，同时对低分的同学也提出要求，尽可能提高自己长跑的成绩．

【分析】(1) 根据众数的定义即可求解；

(2) 求出男、女学生测试人数，根据满分的计算方法计算即可求解；

(3) 根据男、女学生测试成绩，提出一条合理化的建议即可；

本题考查了频数分布表和频数分布直方图，众数，根据频数分布表和频数分布直方图，看懂频数分布表和频数分布直方图是解题的关键．

【详解】(1) 解：由统计表和统计图可知，男生测试成绩的众数为10分，女生测试成绩的众数为10分；

(2) 解：男生人数为 $1 \div 2.5\% = 40$ 人，

$$\therefore \text{男生测试成绩的满分为} = \frac{20}{40} \times 100\% = 50\%;$$

女生人数为 $1+2+4+8+25=40$ 人，

$$\therefore \text{女生测试成绩的满分为} = \frac{25}{40} \times 100\% = 62.5\%;$$

(3) 答：应加强8分、9分同学的训练，尽可能最后考试中取得10分，同时对低分的同学也提出要求，尽可能提高自己长跑的成绩．（合理即可）

19. (1)证明见解析；

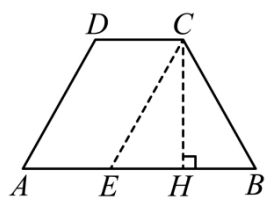
(2)8.

【分析】(1) 过点 C 作 $CE \parallel AD$ ，交 AB 于 E ，可得 $\angle CEB = \angle A$ ，四边形 $AECD$ 是平行四边形， $\angle A + \angle D = 180^\circ$ ， $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$ ，得到 $AD = EC$ ， $\angle A = \angle B$ ，进而可得 $\angle CEB = \angle B$ ，得到 $EC = BC$ ，即可得到 $AD = BC$ ；

(2) 过点 C 作 $CH \perp EB$ 于 H ，根据 (1) 可得 $AE = CD = 5$ ， $BC = AD = 10$ ，进而得到 $BE = 12$ ，由等腰三角形三线合一得到 $BH = 6$ ，再根据勾股定理即可求解；
本题考查了平行四边形的判定与性质，平行线的性质，补角性质，等腰三角形的性质与判定，勾股定理，正确作出辅助线构造平行四边形是解题的关键.

【详解】(1) 证明：过点 C 作 $CE \parallel AD$ ，交 AB 于 E ，则 $\angle CEB = \angle A$ ，
 $\because CE \parallel AD$ ，
 \therefore 四边形 $AECD$ 是平行四边形， $\angle A + \angle D = 180^\circ$ ， $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$ ，
 $\therefore AD = EC$ ，
 $\because \angle BCD = \angle D$ ，
 $\therefore \angle A = \angle B$ ，
 $\therefore \angle CEB = \angle B$ ，
 $\therefore EC = BC$
 $\therefore AD = BC$ ；

(2) 解：过点 C 作 $CH \perp EB$ 于 H ，



$\because EC = BC$ ， $CH \perp EB$ ，
 $\therefore BH = \frac{1}{2}BE$ ， $\angle CHB = 90^\circ$ ，
 $\because AD = 2CD = 10$ ，
 $\therefore CD = 5$ ， $BC = AD = 10$ ，
 \because 四边形 $AECD$ 是平行四边形，
 $\therefore AE = CD = 5$ ，
 $\therefore BE = AB - AE = 17 - 5 = 12$ ，

$$\therefore BH = \frac{1}{2} \times 12 = 6,$$

$$\therefore CH = \sqrt{BC^2 - BH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

即 AB 与 CD 间的距离为 8.

20. (1) $30\sqrt{3}\text{cm}$;

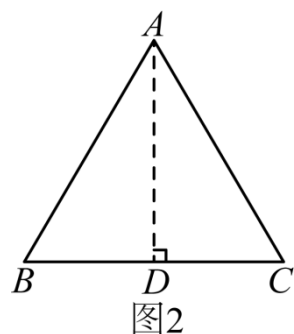
(2) 这个托盘不适用该花盆, 理由见解析.

【分析】(1) 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D , 根据等边三线的性质及勾股定理即可求解;

(2) 这个托盘不适用该花盆. 设点 O 为 $\triangle ABC$ 的内切圆的圆心, 求出 $\triangle ABC$ 的内切圆的直径, 跟花盆底部横截面的直径比较即可判断求解;

本题考查了等边三角形的性质, 勾股定理, 等边三角形的内切圆, 根据等边三角形的性质求出内切圆的半径是解题的关键.

【详解】(1) 解: 如图 2, 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D ,



$\because \triangle ABC$ 为正三角形,

$$\therefore AB = BC = AC = 60\text{cm}, \quad \angle B = \angle BAC = 60^\circ,$$

$\because AD \perp BC$,

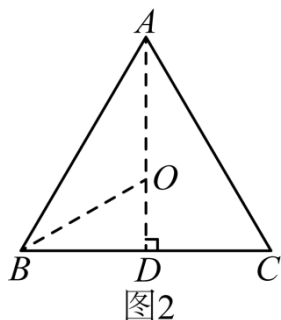
$$\therefore BD = \frac{1}{2} BC = 30\text{cm}, \quad \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{60^2 - 30^2} = 30\sqrt{3}\text{cm},$$

\therefore 正三角形一边的高线长为 $30\sqrt{3}\text{cm}$;

(2) 解: 这个托盘不适用该花盆, 理由如下:

设点 O 为 $\triangle ABC$ 的内切圆的圆心,



$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle OBD = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \frac{OD}{BD} = \tan 30^\circ,$$

$$\therefore OD = BD \cdot \tan 30^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3} \text{ cm},$$

$\therefore \triangle ABC$ 内切圆的半径为 $10\sqrt{3} \text{ cm}$,

$\therefore \triangle ABC$ 内切圆的直径为 $20\sqrt{3} \text{ cm}$

\because 花盆底部横截面的直径为 35 cm ,

又 $\because 20\sqrt{3} \text{ cm} < 35 \text{ cm}$,

\therefore 这个托盘不适用该花盆.

21. (1) $y_1 = \frac{2}{x}$;

(2) $C(1, 2)$ 或 $C\left(\frac{7}{2}, 7\right)$.

【分析】(1) 利用点 $A(2, 4)$ 求得 $y_2 = 2x$, 进而得到 $B(1, 2)$, 代入 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ 即可求解;

(2) 设点 $C(m, 2m)$, 由平移可得 $D(m-3, 2m-3)$, 代入 $y_1 = \frac{2}{x}$ 即可求解;

本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 待定系数法求函数解析式, 平移的性质, 一次函数和反比例函数的性质, 利用待定系数法求出函数解析式是解题的关键.

【详解】(1) 解: 把 $A(2, 4)$ 代入得, $4 = 2k_2$,

$$\therefore k_2 = 2,$$

$$\therefore y_2 = 2x,$$

把 $B(1, m)$ 代入 $y_2 = 2x$ 得, $m = 2 \times 1 = 2$,

$$\therefore B(1,2),$$

把 $B(1,2)$ 代入 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ 得, $2 = \frac{k_1}{1}$,

$$\therefore k_1 = 2,$$

$$\therefore y_1 = \frac{2}{x};$$

(2) 解: 设点 $C(m, 2m)$, 由平移可得 $D(m-3, 2m-3)$,

\because 点 D 恰好落在函数 y_1 的图象上,

$$\therefore 2m-3 = \frac{2}{m-3},$$

整理得, $2m^2 - 9m + 7 = 0$,

解得 $m=1$ 或 $m=\frac{7}{2}$,

$$\therefore C(1,2) \text{ 或 } C\left(\frac{7}{2}, 7\right).$$

22. (1) $AB \perp CD$, 理由见解析;

$$(2) \frac{1}{4}.$$

【分析】(1) $AB \perp CD$. 延长 AB 、 DC , 相交于点 E , 证明 $\triangle ABM \cong \triangle CDN$ 得到

$\angle ABM = \angle CDN$, 即可得到 $\angle ABM + \angle DCN = 90^\circ$, 进而得到 $\angle CBE + \angle BCE = 90^\circ$, 即可求证;

(2) 设正方形边长为 a , 证明 $\triangle HAN \sim \triangle HGF$ 得到 $\frac{AN}{GF} = \frac{HN}{HF}$, 即可得 $AN = \frac{1}{3}a$, 同理可得 $BC = \frac{1}{3}a$, 进而得 $MC = \frac{4}{3}a$, 又由 $\triangle ANP \sim \triangle CMP$ 即可求出 $\frac{NP}{MP}$ 的值;

本题考查了全等三角形的判定和性质, 对顶角的性质, 垂直的判定, 相似三角形的判定和性质, 掌握全等三角形的判定和性质及相似三角形的判定和性质是解题的关键.

【详解】(1) 解: $AB \perp CD$, 理由如下:

延长 AB 、 DC , 相交于点 E ,

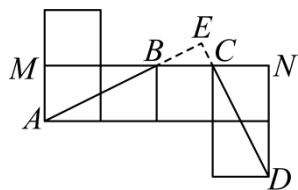


图2

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle CDN$ 中,

$$\begin{cases} AM = CN \\ \angle AMB = \angle CND, \\ BM = DN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle CDN (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle ABM = \angle CDN,$$

$$\because \angle CDN + \angle DCN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABM + \angle DCN = 90^\circ,$$

$$\because \angle CBE = \angle ABM, \angle BCE = \angle DCN,$$

$$\therefore \angle CBE + \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore AE \perp DE,$$

即 $AB \perp CD$;

(2) 解: 如图,

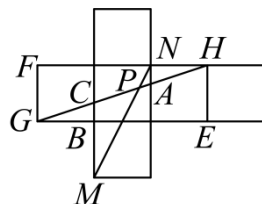


图3

设正方形边长为 a ,

$$\because AN \parallel FG,$$

$$\therefore \triangle HAN \sim \triangle HGF,$$

$$\therefore \frac{AN}{GF} = \frac{HN}{HF},$$

$$\text{即 } \frac{AN}{a} = \frac{a}{3a},$$

$$\therefore AN = \frac{1}{3}a,$$

$$\text{同理可得, } BC = \frac{1}{3}a,$$

$$\therefore MC = a + \frac{1}{3}a = \frac{4}{3}a,$$

$$\because AN \parallel MC,$$

$$\therefore \triangle ANP \sim \triangle CMP,$$

$$\therefore \frac{NP}{MP} = \frac{AN}{CM} = \frac{\frac{1}{3}a}{\frac{4}{3}a} = \frac{1}{4}.$$

$$23. (1) y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1;$$

$$(2) \frac{1}{2} \text{ 或 } -\frac{1}{6};$$

(3) 证明见解析.

【分析】(1) 利用表格数据以及待定系数法求解即可;

(2) 由表可知, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 经过 $(0,1), (2,1)$ 两点, 进而得到抛物线的对称轴为直线 $x=1$, 则 $b = -2a$, 即 $y = ax^2 - 2ax + 1$, 再分 $a > 0$ 和 $a < 0$ 两种情况解答即可;

(3) 利用二次函数的解析式求出 m, n, p , 结合二次函数的对称轴进而得到 $n - m - p = -7a - 1$, 利用一次函数的性质即可求证;

本题考查了待定系数法求二次函数的解析式, 二次函数的性质, 一次函数的性质, 掌握二次函数和一次函数的性质是解题的关键.

【详解】(1) 解: 把 $(-1,0), (2,1)$ 代入 $y = ax^2 + bx + 1$ 得,

$$\begin{cases} a - b + 1 = 0 \\ 4a + 2b + 1 = 1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{二次函数的表达式为 } y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1;$$

(2) 解: 由表可知, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 经过 $(0,1), (2,1)$ 两点,

$$\therefore \text{当 } x=0 \text{ 或 } x=2 \text{ 时, } y=1,$$

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x=1$,

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1, \text{ 即 } b = -2a,$$

$$\therefore y = ax^2 - 2ax + 1$$

$$\therefore \text{当 } -1 \leq x \leq 3 \text{ 时, } y \text{ 有最小值为 } \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{①当 } a > 0, x=1 \text{ 时, 函数有最小值 } \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2} = a - 2a + 1, \text{ 解得: } a = \frac{1}{2};$$

②当 $a < 0$, 则 $x = -1$ 或 $x = 3$ 时, 函数 y 取得最小值,

$$\therefore \frac{1}{2} = 3^2 a - 6a + 1, \quad a = -\frac{1}{6};$$

综上, a 的值 $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{6}$.

(3) 证明: 由表和二次函数可得,

$$m = a - b + 1, \quad n = a + b + 1, \quad p = 9a + 3b + 1,$$

$$\therefore n - m - p = a + b + 1 - (a - b + 1) - (9a + 3b + 1) = -9a - b - 1,$$

\because 二次函数的对称轴为直线 $x = 1$,

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a,$$

$$\therefore n - m - p = -9a - (-2a) - 1 = -7a - 1,$$

$$\because -7 < 0,$$

$\therefore n - m - p$ 的值随 a 的减小而增大,

$$\therefore \text{当 } a < -3 \text{ 时, } n - m - p > -7 \times (-3) - 1 = 20, \text{ 即 } n - m - p > 20.$$

24. (1) 70° ;

$$(2) \textcircled{1} AD = CF, \text{ 理由见解析; } \textcircled{2} CD = \frac{b^3 - 2a^2b}{a^2}.$$

【分析】(1) 由圆内接四边形性质可得 $\angle ADC + \angle AGC = 180^\circ$, 进而得到 $\angle ADC = 70^\circ$, 由垂径定理得到 $\widehat{AD} = \widehat{AC}$, 再根据圆周角定理即可得到 $\angle AGD$ 的度数;

(2) ① $AD = CF$. 连接 AC , 由点 G 是 \widehat{AC} 的中点, 可得

$\angle ADG = \angle CDG = \angle ACG = \angle CAG$, 进而得到 $\angle ADC = 2\angle CAG$, 又由 $\widehat{AD} = \widehat{AC}$ 得到

$\angle ADC = \angle ACD$, 推导出 $\angle ACD = 2\angle CAG$, 得到 $\angle CAG = \angle F$, 即得 $AC = CF$, 即可求证;

$$\textcircled{2} \text{ 证明 } \triangle AGC \sim \triangle ACF, \text{ 得到 } \frac{AC}{AF} = \frac{AG}{AC}, \text{ 可得 } AF = \frac{b^2}{a}, \text{ 进而得 } GF = AF - AG = \frac{b^2 - a^2}{a},$$

$$\text{再证明 } \triangle FGC \sim \triangle FDA, \text{ 得到 } \frac{FD}{FA} = \frac{FG}{FC}, \text{ 即得 } FD = \frac{b^3 - a^2b}{a^2}, \text{ 利用线段的和差关系即可求解.}$$

【详解】(1) 解：∵ $\angle FGC = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle AGC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

∵ 四边形 $ADCG$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，

$$\therefore \angle ADC + \angle AGC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ,$$

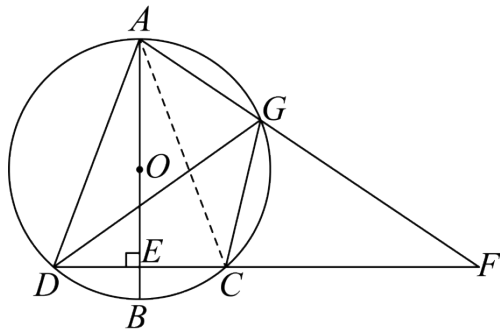
∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ，

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{AC},$$

$$\therefore \angle AGD = \angle ADC = 70^\circ;$$

(2) 解：① $AD = CF$ ，理由如下：

如图，连接 AC ，



∵ 点 G 是 \widehat{AC} 的中点，

$$\therefore \widehat{AG} = \widehat{CG},$$

$$\therefore \angle ADG = \angle CDG = \angle ACG = \angle CAG,$$

$$\therefore \angle ADC = 2\angle CAG,$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{AC},$$

$$\therefore AD = AC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ACD = 2\angle CAG,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle CAG + \angle F,$$

$$\therefore \angle CAG = \angle F,$$

$$\therefore AC = CF,$$

$$\therefore AD = CF;$$

② 解: $\because \angle FGC + \angle AGC = 180^\circ, \angle ADC + \angle AGC = 180^\circ,$

$$\therefore \angle FGC = \angle ADC,$$

$$\because \angle ADC = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle FGC = \angle ACD,$$

$$\because \angle ACD + \angle ACF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AGC = \angle ACF,$$

$$\text{又} \because \angle CAG = \angle FAC,$$

$$\therefore \triangle AGC \sim \triangle ACF,$$

$$\therefore \frac{AC}{AF} = \frac{AG}{AC},$$

由①得, $AC = CF = b,$

$$\therefore \frac{b}{AF} = \frac{a}{b},$$

$$\therefore AF = \frac{b^2}{a},$$

$$\therefore GF = AF - AG = \frac{b^2}{a} - a = \frac{b^2 - a^2}{a},$$

$$\because \angle FGC = \angle ADC, \angle F = \angle F,$$

$$\therefore \triangle FGC \sim \triangle FDA,$$

$$\therefore \frac{FD}{FA} = \frac{FG}{FC},$$

$$\therefore \frac{FD}{\frac{b^2}{a}} = \frac{\frac{b^2 - a^2}{a}}{b},$$

$$\text{解得 } FD = \frac{b^3 - a^2b}{a^2},$$

$$\therefore CD = DF - CF = \frac{b^3 - a^2b}{a^2} - b = \frac{b^3 - 2a^2b}{a^2}.$$

【点睛】本题考查了圆内接四边形的性质，垂径定理，圆周角定理，补角性质，三角形外角性质，等腰三角形的性质，相似三角形的判定和性质，掌握圆的有关性质定理是解题的关键。