

2024 年浙江省衢州市中考一模数学试题

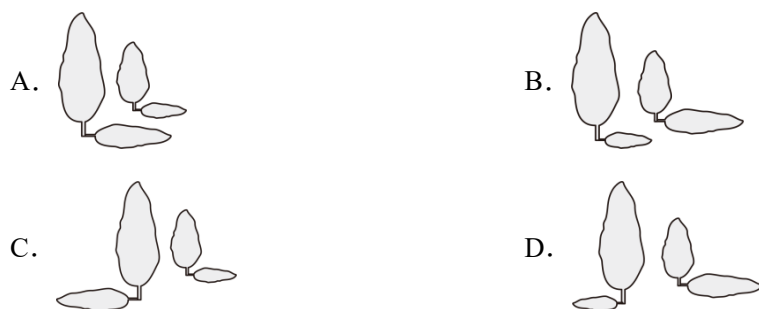
学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 家用冰箱冷冻室的温度需控制在 -4°C 到 -24°C 之间, 则可将冷冻室的温度设为 ()

- A. 0°C B. -3°C C. -18°C D. -25°C

2. 下列四幅图形中, 表示两棵小树在同一时刻同一地点阳光下的影子的图形可能是 ()



3. 一个不透明的布袋里装有 4 个只有颜色不同的球, 其中 3 个红球, 1 个白球. 从中任意摸出 1 个球是红球的概率为 ()

- A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

4. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
C. $(ab^3)^2 = ab^6$ D. $2a^6 \div a^3 = 2a^3$

5. 在平面直角坐标系中, 将点 $A(-1,3)$ 向右平移 3 个单位得到点 B , 则点 B 的坐标为 ()

- A. $(-1,6)$ B. $(2,3)$ C. $(-1,0)$ D. $(-4,3)$

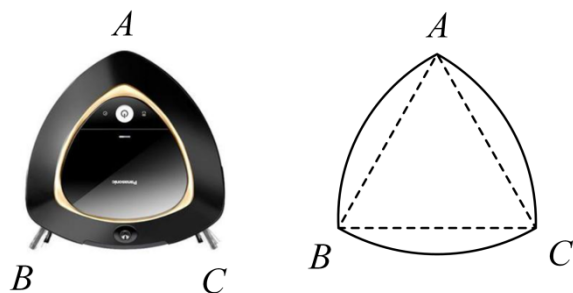
6. 今有三人共车, 二车空: 二人共车, 九人步. 问人与车各几何? (选自《孙子算经》) 现假设有 x 辆车, 则有方程 ()

- A. $3(x-2) = 2x+9$ B. $3x-2 = 2x+9$
C. $3x-2 = 2(x+9)$ D. $3(x-2) = 2(x+9)$

7. 不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) > x+1 \\ \frac{5x-1}{4} \leq x+1 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > 3$ B. $x \leq 2$ C. $2 < x \leq 5$ D. $3 < x \leq 5$

8. 某款扫地机器人的俯视图是一个等宽曲边三角形 ABC （分别以正 $\triangle ABC$ 的三个顶点 A , B , C 为圆心, AB 长为半径画弧得到的图形). 若已知 $AB=6$, 则曲边 \widehat{AB} 的长为 ()



- A. π B. 2π C. 6π D. 12π

9. 某水文局测得一组关于降雨强度 I 和产汇流历时 t 的对应数据如下表 (注: 产汇流历时是北由降雨到产生径流所经历的时间), 根据表中数据, 可得 t 关于 I 的函数表达式近似为 ()

降雨强度 $I(\text{mm/h})$	4	6	8	10	12	14
产汇流历时 $t(\text{h})$	18.0	12.1	9.0	7.2	6.0	5.1

- A. $t = \frac{72}{I}$ B. $t = \frac{I}{72}$ C. $t = -\frac{3}{2}I + 24$ D. $t = -\frac{3}{4}I + 15$

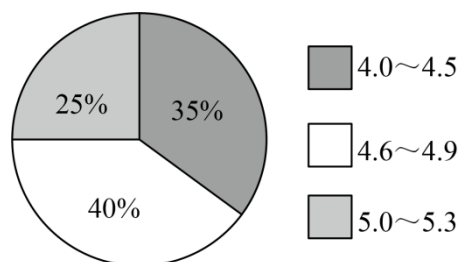
10. 已知二次函数 $y=x^2-2x-3$, 当 $m \leq x \leq m+2$ 时, 函数 y 的最小值是 -4 , 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \geq 1$ B. $m \leq 1$ C. $-1 \leq m \leq 1$ D. $0 \leq m \leq 2$

二、填空题

11. 已知三角形两边长为 3, 4, 则第三条边的长可以是_____ (写出一种即可).

12. 国际上把 5.0 及以上作为正常视力, 下图是某校学生的视力情况统计图, 已知该校视力正常的学生有 500 人, 则未达到正常视力的学生人数为_____.



13. 篮球比赛规则规定: 赢一场得 2 分, 输一场得 1 分. 某次比赛甲球队赢了 x 场, 输了 y

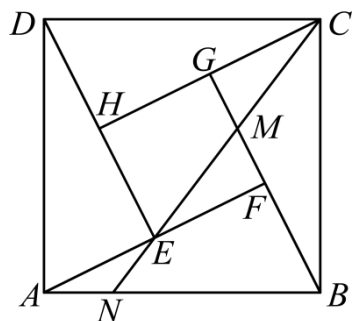
场，积 20 分．若用含 x 的代数式表示 y ，则有 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

14. 在 $\odot O$ 中，半径 $OA = 2$ ，弦 $AB = 2\sqrt{3}$ ，则弦 AB 所对的圆周角大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度．

15. 某校为了解学生在校午餐所需的时间，抽查了 20 名同学在校午餐所花的时间，获得如下数据（单位：分）：9,12,15,10,16,18,19,18,20,38,22,25,20,18,18,20,15,16,21,16．若将这些数据分为 6 组，制作频数表，则频数最大的组是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．

三、解答题

16. 如图，是由四个全等的直角三角形和中间一个小正方形 $EFGH$ 拼成的赵爽弦图，连结 CE 并延长，交 BG 于点 M ，交 AB 于点 N ．记 $\triangle NAE$ 的面积为 S_1 ， $\triangle CGM$ 的面积为 S_2 ．



(1) 若 $NA = NE$ ，则 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．

(2) 若 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$ ，且 $EF = 9$ ，则 AE 的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ．

17. 计算： $2 \times (-3) - \sqrt{4} + |-3| + (\pi - 1)^0$ ．

18. 化简： $\frac{2}{a^2 - 2a} - \frac{1}{a - 2}$ ．

19. 如图，在 5×5 的方格纸中，每个小正方形的边长都为 1，点 A ， B 位于格点处．

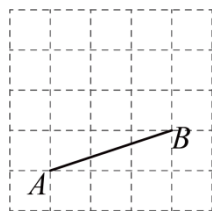


图1

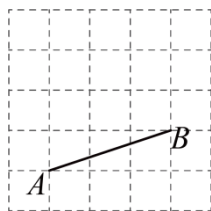


图2

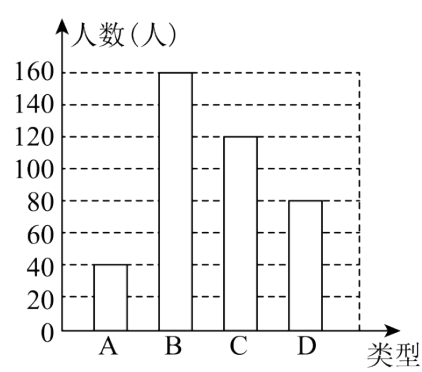
(1) 分别在图 1，图 2 中画出两个不全等的格点 $\triangle ABC$ ，使其内部（不含边）均有 2 个格点．

(2) 任选一个你所画的格点 $\triangle ABC$ ，判断其是否为等腰三角形并说明理由．

20. 某市组织九年级 20000 名学生参加“一路书香，去阿克苏”的捐书活动，每人可捐书 1~

4 本. 为估计本次活动的捐书总数, 随机抽查了 400 名学生的捐赠情况, 绘制了如图所示的条形统计图 (A: 捐 1 本; B: 捐 2 本; C: 捐 3 本; D: 捐 4 本).

各类捐赠数量人数的条形统计图

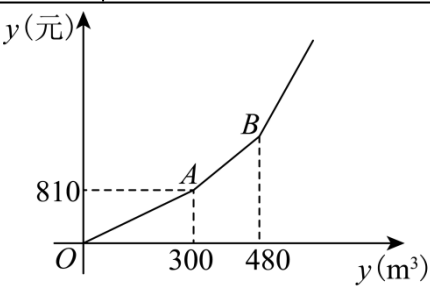


分析: 根据“用样本估计总体”这一统计思想, 既可以先求出被抽查的 400 名同学的人均捐书数, 继而估算 20000 名同学的捐书总数; 也可以.....

请根据分析, 给出两种方法估计本次活动捐书总数, 写出你的解答过程.

21. 我市“一户一表、抄表到户”居民生活用水实行阶梯水价, 三级收费标准如下表, 每户每年应缴水费 y (元) 与用水量 $x(\text{m}^3)$ 关系如图.

分类	用水量 $x(\text{m}^3)$	单价 (元/ m^3)
第 1 级	不超过 300	a
第 2 级	超过 300 不超过 480 的部分	k
第 3 级	超过 480 的部分	6.2



根据图表信息, 解答下列问题:

- (1)小南家 2022 年用水量为 400m^3 , 共缴水费 1168 元. 求 a , k 及线段 AB 的函数表达式.
- (2)小南家 2023 年用水量增加, 共缴水费 1516.4 元, 求 2023 年小南家用水量.

22. 已知矩形纸片 $ABCD$.

第①步: 将纸片沿 AE 折叠, 使点 D 与 BC 边上的点 F 重合, 展开纸片, 连结 AF , DF , DF

与 AE 相交于点 O (如图 1).

第②步：将纸片继续沿 DF 折叠，点 C 的对应点 G 恰好落在 AF 上，展开纸片，连接 DG ，与 AE 交于点 H (如图 2).

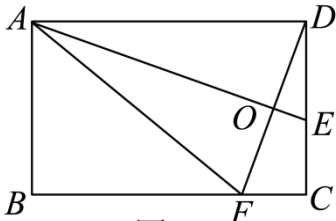


图1

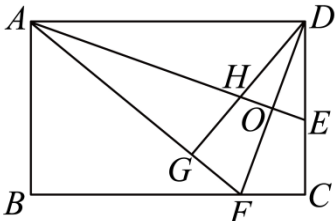
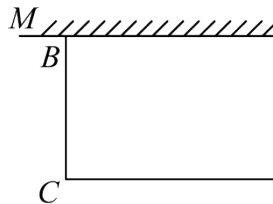
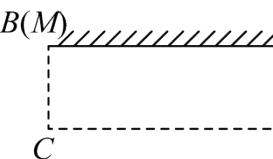


图2

(1)请猜想 DE 和 DH 的数量关系并证明你的结论.

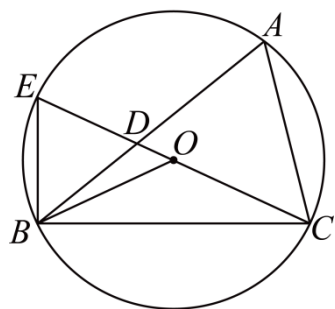
(2)已知 $DE = 5$ ， $CE = 4$ ，求 $\tan \angle CDF$ 的值和 AH 的长.

23. 综合与实践

矩形种植园最大面积探究		
情境	实践基地有一长为 12 米的墙 MN ，研究小组想利用墙 MN 和长为 40 米的篱笆，在前面的空地围出一个面积最大的矩形种植园．假设矩形一边 $CD = x$ ，矩形种植园的面积为 S ．	 <p>图1</p>  <p>图2</p>
分析	要探究面积 S 的最大值，首先应将另一边 BC 用含 x 的代数式表示，从而得到 S 关于 x 的函数表达式，同时求出自变量的取值范围，再结合函数性质求出最值．	
探究	思考一：将墙 MN 的一部分用来替代篱笆 按图 1 的方案围成矩形种植园（边 AB 为墙 MN 的一部分）.	
	思考二：将墙 MN 的全部用来替代篱笆 按图 2 的方案围成矩形种植园（墙 MN 为边 AB 的一部分）.	
解决问题	（1）根据分析，分别求出两种方案中的 S 的最大值；比较并判断矩形种植园的面积最大值为多少．	

类比 应用	(2) 若“情境”中篱笆长为 20 米，其余条件不变，请画出矩形种植园面积最大的方案示意图（标注边长）.
----------	--

24. 在 $\triangle ABC$ 中， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，连结 CO 并延长，交 AB 于点 D ，交 $\odot O$ 于点 E ， $\angle ACE = 2\angle BCE$. 连结 OB ， BE .



(1) 求证： $\angle ABE = \angle EOB$.

(2) 求证： $BD^2 = \frac{1}{2} ED \cdot EC$.

(3) 已知 $AC = 2EB$ ， $AB = 11$ ，是否能确定 $\odot O$ 的大小？若能，请求出 $\odot O$ 的直径；若不能，请说明理由.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	D	B	A	D	B	A	C

1. C

【分析】本题主要考查了有理数大小的比较，根据 $-25 < -24 < -18 < -4 < -3 < 0$ 进行求解即可.

【详解】解：∵ $-25 < -24 < -18 < -4 < -3 < 0$,

∴ 在 -4°C 到 -24°C 之间的是 -18°C ,

故选：C.

2. A

【分析】本题考查了平行投影：由平行光线形成的投影是平行投影，如物体在太阳光的照射下形成的影子就是平行投影.

利用“在同一时刻同一地点阳光下的影子的方向应该一致，树高与影长的比相等”对各选项进行判断.

【详解】解：两棵小树在同一时刻同一地点阳光下的影子的方向应该一致，树高与影长的比相等，所以 A 选项满足条件.

故选：A.

3. B

【分析】本题主要考查概率公式，解题的关键是掌握随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

直接利用概率公式求解可得.

【详解】解：从中任意摸出 1 个球共有 4 种结果，其中摸出的球是红球的有 3 种结果，

∴ 从中任意摸出 1 个球是红球的概率为 $\frac{3}{4}$,

故选：B.

4. D

【分析】此题考查了整式的计算，正确掌握同底数幂的乘法法则、合并同类项法则、积的乘方法则及同底数幂除法法则是解题的关键. 根据同底数幂的乘法法则、合并同类项法则、积的乘方法则及同底数幂除法法则依次计算判断.

【详解】解：A、 a^2 、 a^3 不是同类项不能合并，故该项不符合题意；

B、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故该项不符合题意；

C、 $(ab^3)^2 = a^2b^6$ ，故该项不符合题意；

D、 $2a^6 \div a^3 = 2a^3$ ，故该项符合题意；

故选：D.

5. B

【分析】本题考查坐标与平移，关键是根据左右平移只改变点的横坐标，左减右加进行解答.

让点A的横坐标加3，纵坐标不变即可得到点B的坐标.

【详解】解：由题中的平移规律可知：点B的横坐标为 $-1+3=2$ ；
纵坐标为3；

\therefore 点B的坐标为 $(2,3)$.

故选：B.

6. A

【分析】本题考查一元一次方程的应用，读懂题意，根据两种方式的总人数相等列方程即可.

【详解】解：设有 x 辆车，根据题意，得 $3(x-2)=2x+9$ ，

故选：A.

7. D

【分析】本题考查解一元一次不等式组，解题关键是熟知解一元一次不等式的步骤：去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化为1.

分别解两个不等式，求出解集公共部分即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} 2(x-1) > x+1 \text{①} \\ \frac{5x-1}{4} \leq x+1 \text{②} \end{cases}$$

由①得： $x > 3$ ；

由②得： $5x-1 \leq 4x+4$ ，解得： $x \leq 5$ ，

\therefore 原不等式组的解集为： $3 < x \leq 5$ ，

故选：D.

8. B

【分析】本题考查的是正多边形和圆的知识，掌握弧长公式是解题的关键. 根据正三角形的

性质求出弧的半径和圆心角，根据弧长的计算公式求解即可．

【详解】解：由题意得 $\triangle ABC$ 是正三角形，

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ, AB = BC = AC = 2,$$

$$\therefore \widehat{AB} \text{ 的长为: } \frac{60 \cdot \pi \times 2}{180} = 2\pi.$$

故选：B．

9. A

【分析】本题考查函数的关系式，通过表格中两个变量的对应值的变化关系，发现它们的乘积相等是正确解答的关键．

根据表格中两个变量的对应值，探索两个变量的乘积，进而得出两个变量的函数关系式．

【详解】解：由表格中两个变量的对应值可得，

$$4 \times 18.0 = 72 \approx 6 \times 12.1 = 8 \times 9.0 = 10 \times 7.2 = 12 \times 6.0 \approx 14 \times 5.1,$$

所以 t 与 I 成反比例关系，

$$\text{所以 } t \text{ 与 } I \text{ 的函数关系式为 } t = \frac{72}{I},$$

故选：A．

10. C

【分析】本题主要考查了二次函数的最值问题，把解析式化为顶点式求出抛物线开口向上，顶点坐标为 $(1, -4)$ ，再根据当 $m \leq x \leq m+2$ 时，函数 y 的最小值是 -4 可得 $m \leq 1 \leq m+2$ ，解之即可得到答案．

$$\text{【详解】解：} \because \text{抛物线解析式为 } y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4,$$

$$\therefore \text{抛物线开口向上，顶点坐标为 } (1, -4),$$

$$\therefore y \text{ 的最小值即为 } -4,$$

$$\therefore \text{当 } m \leq x \leq m+2 \text{ 时，函数 } y \text{ 的最小值是 } -4,$$

$$\therefore m \leq 1 \leq m+2,$$

$$\therefore -1 \leq m \leq 1,$$

故选：C．

11. 2

【分析】本题考查三角形三边关系．三角形三边关系定理：三角形两边之和大于第三边，三角形的两边差小于第三边，由此得到 $1 < x < 7$ ，即可得到答案．

【详解】解：设三角形第三条边的长是 x ，

$$\therefore 4-3 < x < 4+3,$$

$$\therefore 1 < x < 7,$$

\therefore 第三条边的长可以是 2.

故答案为：2（答案不唯一）.

12. 1500

【分析】解答本题的关键是明确题意，由扇形统计图某项数目所占百分比求总量，再用总量求某项数目，利用数形结合的思想解答.

先利用 500 人的正常视力学生在所有学生中所占的 25% 的比例，从而得出所有学生有 2000 人，让所有学生人数减去正常视力学生人数，从而得出未达到正常视力的学生人数.

【详解】解：由题可得 5.0 及以上作为正常视力 500 名学生占有所有人的 25%，

$$\therefore \text{全校共计人数为 } \frac{500}{25\%} = 2000 \text{ 人},$$

故未达到正常视力的学生人数为 $2000 - 500 = 1500$ 人 .

13. $20 - 2x$

【分析】根据题意列出方程，求出 y 与 x 的关系式；本题考查了列代数式，根据题意列出方程是解答本题的关键.

【详解】由题意可得： $2x + y = 20$ ，

$$\therefore y = 20 - 2x$$

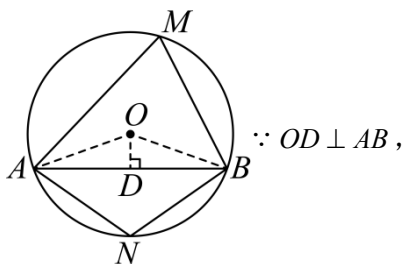
故答案为： $20 - 2x$.

14. 60 或 120

【分析】本题考查了圆周角定理，垂径定理，解直角三角形，画出正确的图形是解题的关键.

按要求画出图形，连接 OA 、 OB ，过点 O 作 $OD \perp AB$ ，根据垂径定理，求出 AD 的长，再根据特殊角的三角函数值求出 $\angle AOD$ ，再通过圆周角定理，即可解答.

【详解】解：如图，连接 OA 、 OB ，过点 O 作 $OD \perp AB$ ，交 AB 于点 D ，



$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3},$$

$$\because AO = 2,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AOD \text{ 中, } \sin \angle AOD = \frac{AD}{AO} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 2\angle AOD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AMB = \frac{1}{2}\angle AOB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ANB = 180^\circ - \angle AMB = 120^\circ$$

故答案为：60 或 120.

15. 13.5~18.5

【分析】本题考查了频数分布表. 熟练掌握频数分布表是解题的关键.

将数据从小到大依次排序为, 由题意知, 最大值与最小值的差为 $38 - 9 = 29$, 分 6 组, 则组距为 5, 可分组为 8.5~13.5、13.5~18.5、18.5~23.5、23.5~28.5、28.5~33.5、33.5~38.5, 然后求各组的频数, 最后作答即可.

【详解】解: 将数据从小到大依次排序为:

9,10,12,15,15,16,16,16,18,18,18,18,19,20,20,20,21,22,25,38,

由题意知, 最大值与最小值的差为 $38 - 9 = 29$, 分 6 组, 则组距为 5,

分组为 8.5~13.5、13.5~18.5、18.5~23.5、23.5~28.5、28.5~33.5、33.5~38.5, 频数分别为 3、9、6、1、1、1,

\therefore 频数最大的组为 13.5~18.5,

故答案为: 13.5~18.5.

$$16. \quad \frac{1}{2} \quad \frac{9}{2}$$

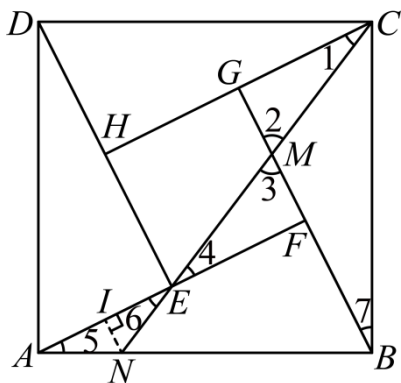
【分析】(1) 过点 N 作 $NI \perp AF$ 交于点 I , 根据已知得出 $\angle 5 = \angle 1$, 证出 $\triangle AIN \sim \triangle CGM$, 得

$$\frac{IN}{GM} = \frac{AI}{CG}, \text{ 由三线合一得到 } I \text{ 为 } EA \text{ 中点, 再结合 } \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2}AE \cdot IN}{CG \cdot GM} = \frac{IN}{GM} \text{ 即可求出; (2) 根}$$

据已知证出 $\triangle CGM \sim \triangle EFM$, 得到 $\frac{CG}{EF} = \frac{GM}{FM}$, 根据 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$ 得到 $\frac{3IN}{CG} = \frac{IN}{EF}$,

$$\frac{IN}{\frac{2}{3}CG} = \frac{CG}{9 + CG}, \text{ 令 } CG = t, \text{ 列出等式计算出结果即可.}$$

【详解】(1) 过点 N 作 $NI \perp AF$ 交于点 I ,



$$\therefore NA = NE$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 6$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 6$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 4$$

$$\therefore CH \parallel AF$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 1$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 1$$

$$\text{设 } AE = x$$

$$\therefore DH = CG = BF = AE = x$$

在 $\triangle AIN$ 与 $\triangle CGM$ 中,

$$\therefore \angle 5 = \angle 1, \angle AIN = \angle CGM = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle AIN \sim \triangle CGM$$

$$\therefore \frac{IN}{GM} = \frac{AI}{CG}$$

$$\therefore NA = NE, AE \perp IN$$

由三线合一: I 为 EA 中点

$$\therefore \frac{IN}{GM} = \frac{\frac{1}{2}AE}{CG} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2}AE \cdot IN}{CG \cdot GM} = \frac{IN}{GM} = \frac{1}{2}$$

(2) 在 $\triangle CGM$ 与 $\triangle EFM$ 中,

$$\therefore \angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3$$

$$\therefore \triangle CGM \sim \triangle EFM$$

$$\therefore \frac{CG}{EF} = \frac{GM}{FM}$$

$$\therefore EF = GF = 9, AE = CG$$

$$\therefore \frac{CG}{9} = \frac{GM}{9 - GM}$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{IN}{GM} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore GM = 3IN$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4 = \angle 6$$

$$\therefore \tan \angle 1 = \frac{GM}{CG} = \tan \angle 6 = \frac{IN}{E}$$

$$\therefore \frac{3IN}{CG} = \frac{IN}{E}$$

$$\therefore E = \frac{1}{3}CG, AI = \frac{1}{3}CG$$

$$\tan \angle 5 = \frac{IN}{AI} = \frac{BF}{AF}$$

$$\therefore \frac{IN}{\frac{2}{3}CG} = \frac{CG}{9 + CG}$$

$$\text{令 } CG = t,$$

$$\text{则 } IN = \frac{2t^2}{3(9+t)}$$

$$\therefore \frac{CG}{9} = \frac{GM}{9 - GM} = \frac{3IN}{9 - 3IN} = \frac{IN}{3 - IN}$$

$$(3 - IN)t = 9IN$$

$$3t = (9 + t)IN$$

$$IN = \frac{3t}{9 + t}$$

$$\therefore IN = \frac{2t^2}{3(9+t)}$$

$$\therefore \frac{2t^2}{3(9+t)} = \frac{3t}{9+t}$$

$$\therefore 2t = 9$$

$$t = \frac{9}{2}$$

$$\text{即 } AE = CG = \frac{9}{2}$$

【点睛】本题主要考查正方形性质，相似三角形的判定和性质，三角形面积公式，列代数式等知识，熟练掌握以上知识并准确列出等式是解题关键.

17. -4

【分析】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

原式第一项利用异号两数相乘的法则计算，第二项利用算术平方根定义化简，第三项利用绝对值的代数意义化简，最后一项利用零指数幂法则计算即可得到结果.

$$\text{【详解】解：} 2 \times (-3) - \sqrt{4} + |-3| + (\pi - 1)^0.$$

$$= -6 - 2 + 3 + 1$$

$$= -4.$$

$$18. -\frac{1}{a}$$

【分析】本题考查的是异分母分式的加减运算，先通分化为同分母分式，然后分子相减即可求解.

$$\text{【详解】解：} \frac{2}{a^2 - 2a} - \frac{1}{a - 2}$$

$$= \frac{2}{a(a-2)} - \frac{a}{a(a-2)}$$

$$= \frac{2-a}{a(a-2)}$$

$$= -\frac{1}{a}.$$

19. (1)见解析

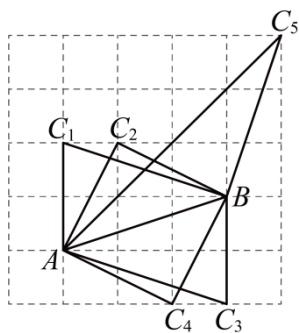
(2) $\triangle ABC$ 为等腰三角形，见解析

【分析】本题考查的是格点作图及勾股定理的应用，根据图中已知线段正确作图是解题关键，

(1) 按要求画出两个不全等的格点 $\triangle ABC$ 即可；

(2) 通过计算所作三角形边长判断即可；

【详解】(1) 解：如图，作 $\triangle ABC_1$ ($\triangle ABC_3$)， $\triangle ABC_2$ ($\triangle ABC_4$)， $\triangle ABC_5$ 三种三角形中的任意两个即可；



(2) 解：分别计算 AB 和 $AC_3(BC_1, BC_5)$ 的长度， $AB = \sqrt{10}$ ， $AC_3(BC_1, BC_5) = \sqrt{10}$ ；

或者分别计算 AC_2 和 BC_2 的长度， $AC_2 = \sqrt{5}$ ， $BC_2 = \sqrt{5}$ ；

所以 $\triangle ABC$ 为等腰三角形.

20. 本次活动的捐书总数约为 50000 本，见解析

【分析】本题考查了用样本估计总体，条形统计图等知识，可以用样本的平均数估计总体的平均数进行求解，也可以用的总数估计总体的总数进行求解等.

【详解】解：①利用平均数估计

$$\bar{x} = \frac{1 \times 40 + 2 \times 160 + 3 \times 120 + 4 \times 80}{400} = 2.6$$

$$\therefore 20000 \times 2.6 = 52000 \text{ (本)}$$

估计本次活动的捐书总数约为 52000 本.

②利用总数估计

$$S_{400 \text{ 人捐书}} = 1 \times 40 + 2 \times 160 + 3 \times 120 + 4 \times 80 = 1040$$

$$\therefore S_{20000 \text{ 人捐书}} = 1040 \times \frac{20000}{400} = 52000 \text{ (本)}$$

估计本次活动的捐书总数约为 52000 本.

或者利用中位数估计

$$\text{中位数为 } \frac{2+3}{2} = 2.5$$

$$\therefore 20000 \times 2.5 = 50000 \text{ (本)}$$

估计本次活动的捐书总数约为 50000 本.

$$21. (1) a = 2.7, k = 3.58, y = 3.58x - 264 (300 \leq x \leq 480)$$

$$(2) 490 \text{ m}^3$$

【分析】本题主要考查了一次函数的实际应用，一元一次方程的实际应用：

(1) 根据函数图象即可求出 a 的值，进而求出 k 的值，再求出点 B 的坐标，即可利用待定系数法求出对应的函数解析式；

(2) 先推出 $x > 480$ ，进而根据共缴水费 1516.4 元列出方程求解即可。

【详解】(1) 解：由图表可知： $a = 810 \div 300 = 2.7$ ，

$$\therefore k = (1168 - 810) \div (400 - 300) = 3.58;$$

$$\therefore \text{当用水量为 } 480\text{m}^3 \text{ 时，每年应缴水费为 } 810 + 3.58 \times (480 - 300) = 1454.4 \text{ 元}$$

$$\therefore B(480, 1454.4)$$

设 $y_{AB} = k'x + b$ ，把 $A(300, 810)$ ， $B(480, 1454.4)$ 代入，得

$$\begin{cases} 300k' + b = 810, \\ 480k' + b = 1454.4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k' = 3.58, \\ b = -264 \end{cases}$$

$$\therefore \text{线段 } AB \text{ 的函数表达式为 } y = 3.58x - 264 (300 \leq x \leq 480).$$

(2) 解： $\because 1454.4 < 1516.4$ ，

$$\therefore x > 480,$$

$$\therefore 810 + (480 - 300) \times 3.58 + 6.2(x - 480) = 1516.4,$$

解得 $x = 490$ 。

$$\therefore 2023 \text{ 年小南家用水量为 } 490\text{m}^3.$$

22. (1) $DE = DH$ ，见解析

$$(2) \frac{1}{3}, AH = 4\sqrt{10}.$$

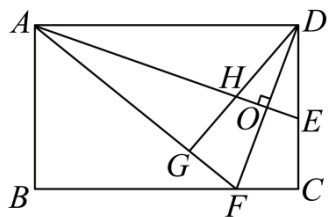
【分析】(1) 由折叠的性质知 $AE \perp DF$ ， $OF = OD$ ， $\angle EDO = \angle HDO$ ，根据 ASA 证明 $\triangle DEO \cong \triangle DHO$ 即可得到 $DE = DH$ ；

$$(2) \text{连接 } EF, \text{ 利用勾股定理列式求得 } CF = \sqrt{EF^2 - CE^2} = 3, DF = \sqrt{CD^2 + CF^2} = 3\sqrt{10},$$

再利用正切函数的定义求得 $\tan \angle CDF = \frac{CF}{CD} = \frac{1}{3}$ ，利用等角的余角相等求得

$\tan \angle ODH = \tan \angle DAE = \tan \angle CDF = \frac{1}{3}$ ，据此求解即可．

【详解】（1）解： $DE = DH$ ，理由如下：



由第①步折叠知： $AE \perp DF$ ， $OF = OD$ ，

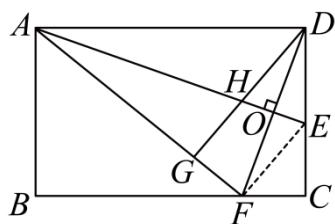
则有 $\angle EOD = \angle HOD = 90^\circ$ ，

由第②步折叠知： $\angle CDF = \angle GDF$ ，即 $\angle EDO = \angle HDO$ ，

又 $DO = DO$ 所以 $\triangle DEO \cong \triangle DHO$ (ASA)，

$\therefore DE = DH$ ；

（2）解：连接 EF ，



由折叠的性质得 $EF = DE = 5$ ，

$\because CE = 4$ ，

$\therefore CF = \sqrt{EF^2 - CE^2} = 3$ ，

$\therefore \tan \angle CDF = \frac{CF}{CD} = \frac{3}{5+4} = \frac{1}{3}$ ，

$\because DF = \sqrt{CD^2 + CF^2} = 3\sqrt{10}$ ，

$\therefore OD = \frac{1}{2}DF = \frac{3\sqrt{10}}{2}$ ，

$\because \angle EAD + \angle DEA = 90^\circ$ ， $\angle CDF + \angle DEA = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle CDF$ ，

$\therefore \tan \angle ODH = \tan \angle DAE = \tan \angle CDF = \frac{1}{3}$ ，

$\therefore OH = \frac{1}{3}OD = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ， $OA = 3OD = \frac{9\sqrt{10}}{2}$ ，

$\therefore AH = OA - OH = 4\sqrt{10}$ ．

【点睛】本题考查了矩形与折叠问题，解直角三角形的应用，全等三角形的判定和性质，勾股定理与折叠问题．解题的关键是灵活运用所学知识解决问题．

23. (1) 方案 1 中 $S_{\max} = 168$ ，方案 2 中 $S_{\max} = 169$ ，矩形种植园面积最大为 169m^2 ；(2) 见解析

【分析】题目主要考查二次函数的应用，根据题意，列出二次函数关系式，然后再求最值即可得出结果，理解题意是解题关键．

(1) 方案 1：根据题意得出面积的函数关系式，然后利用其性质求解即可；方案 2：设 $AB = CD = x$ ，然后确定相应函数关系式求解即可；

(2) 同 (1) 方法类似，确定函数关系式求解即可．

【详解】(1) 方案 1：∵ $CD = x$ ，则 $AD = BC = \frac{40-x}{2}$ ，

$$\therefore S = x \cdot \frac{40-x}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + 20x = -\frac{1}{2}(x-20)^2 + 200,$$

$$\because 0 < x \leq 12,$$

$$\therefore \text{当 } x = 12 \text{ 时, } S_{\max} = 168,$$

$$\text{方案 2: 设 } AB = CD = x, \text{ 则 } AD = BC = \frac{40+12-2x}{2} = 26-x,$$

$$\therefore S = x \cdot (26-x) = -x^2 + 26x = -(x-13)^2 + 169,$$

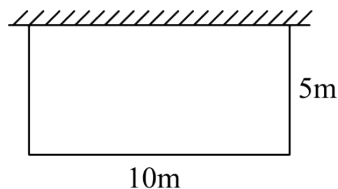
$$\because 12 \leq x < 26,$$

$$\text{当 } x = 13 \text{ 时, } S_{\max} = 169.$$

$$\because 169 > 168,$$

$$\therefore \text{矩形种植园面积最大为 } 169\text{m}^2;$$

(2) 图示如下：



(同 (1) 过程，可分别求得：

$$\text{方案 1: } \because AB = x, \text{ 则 } AD = BC = \frac{20-x}{2}.$$

$$\therefore S = x \cdot \frac{20-x}{2} = -\frac{1}{2}(x-10)^2 + 50 \quad (0 < x \leq 12).$$

∴当 $x=10$ 时, $S_{\max}=50$.

方案 2: $S=x \cdot \frac{32-2x}{2} = -x^2 + 16x$ ($12 \leq x < 16$)

∴当 x 为 12 时, S 达到最大, 最大值是 48.

可见矩形种植园面积最大为 50m^2 , 此时 $CD=10$.

24. (1)见解析

(2)见解析

(3)能, $7+3\sqrt{3}$

【分析】本题主要考查了圆周角定理, 相似三角形的判定以及性质, 同弧所对的圆周角相等
等知识掌握这些性质定理是解题的关键.

(1) 由圆周角定理可知 $\angle EOB=2\angle BCE$, 结合已知条件, 可得出 $\angle EOB=\angle ACE$, 由同弧
所对的圆周角相等可知 $\angle ACE=\angle ABE$, 等量代换可 $\angle ABE=\angle EOB$.

(2) 证明 $\triangle BED \sim \triangle OEB$, 由相似的性质可得 $\frac{BE}{OE} = \frac{ED}{EB}$, $\frac{BE}{OE} = \frac{BD}{OB}$, 即可得

$$BD^2 = ED \cdot OE = ED \cdot \frac{1}{2} EC = \frac{1}{2} ED \cdot EC.$$

(3) 先证明 $\triangle EDB \sim \triangle ADC$, 可得出 $\frac{EB}{AC} = \frac{ED}{AD} = \frac{BD}{CD}$, 令 $EB=BD=x$, $ED=y$, 则有

$$AC=DC=2x, AD=2y, \text{ 结合 (2) 可得出 } x^2 = \frac{1}{2} y(y+2x), \text{ 化简可得 } y = (\sqrt{3}-1)x, \text{ 结}$$

合已知条件即可求出直径.

【详解】(1) 证明: $\because \angle EOB=2\angle BCE$, $\angle ACE=2\angle BCE$

$$\therefore \angle EOB = \angle ACE.$$

$$\text{又 } \angle ACE = \angle ABE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle EOB.$$

(2) $\because \angle ABE = \angle EOB$, $\angle BED = \angle OEB$

$$\therefore \triangle BED \sim \triangle OEB,$$

$$\therefore \frac{BE}{OE} = \frac{ED}{EB},$$

$$\text{即 } EB^2 = OE \cdot ED$$

$$\text{由相似知 } \frac{BE}{OE} = \frac{BD}{OB},$$

$$\text{又 } OE = OB,$$

$$\therefore BE = BD,$$

$$\therefore BD^2 = ED \cdot OE = ED \cdot \frac{1}{2} EC = \frac{1}{2} ED \cdot EC.$$

(3) 能确定 $\odot O$ 的大小.

$$\because \angle EDB = \angle ADC, \quad \angle E = \angle A,$$

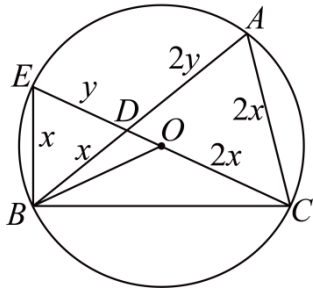
$$\therefore \triangle EDB \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{EB}{AC} = \frac{ED}{AD} = \frac{BD}{CD}.$$

$$\text{已知 } AC = 2EB,$$

$$\therefore \text{令 } EB = BD = x, \quad ED = y,$$

则有 $AC = DC = 2x$, $AD = 2y$ (如图).



$$\text{由 (2) 知 } x^2 = \frac{1}{2} y(y + 2x),$$

$$\text{化简得到 } y^2 + 2xy - 2x^2 = 0,$$

$$\text{解得 } y = \frac{-2x \pm \sqrt{4x^2 + 8x^2}}{2} = (-1 \pm \sqrt{3})x,$$

$$\therefore y = (\sqrt{3} - 1)x.$$

$$\text{又 } AB = x + 2y = (2\sqrt{3} - 1)x = 11,$$

$$\therefore x = \frac{11}{2\sqrt{3} - 1} = 2\sqrt{3} + 1.$$

$$\therefore \text{直径 } EC = 2x + y = (\sqrt{3} + 1)x = (\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} + 1) = 7 + 3\sqrt{3}$$