

2024 年浙江省金华市六校联谊中考模拟考试数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 下列为负数的是 ()

- A. $|-2|$ B. $\sqrt{3}$ C. 0 D. -5

2. 2024 年金华“5·18 国际博物馆日”系列活动开幕式在金华市博物馆举办, 下面四幅图是金华市一些博物馆的标志, 其中不是轴对称图形的是 ()



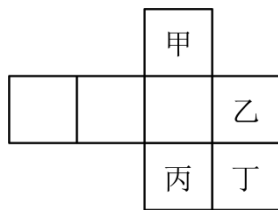
3. 2024 年“五一”假期, 金华市共接待游客 429.6 万人次, 数 429.6 万用科学记数法表示为 ()

- A. 4.296×10^2 B. 4.296×10^6 C. 0.4296×10^7 D. 4.296×10^7

4. 九(1)班采用民主投票的方式评选一名“最有责任心的班干部”, 班里每位同学都可以从 5 名候选人中选择一名无记名投票, 根据投票结果判断最终当选者所需要考虑的统计量是 ()

- A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差

5. 如图, 裁掉一个正方形后不能折叠成正方体的是 ()

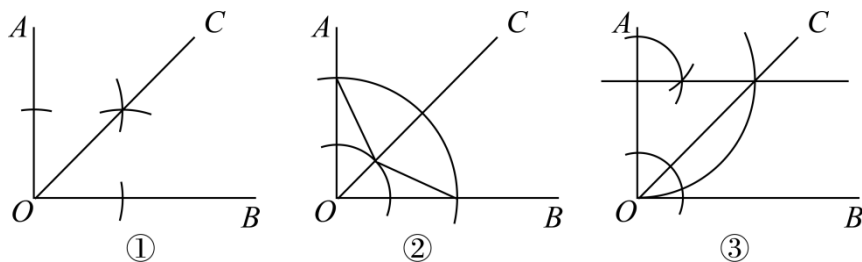


- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

6. 已知点 $(-1, y_1)$, $(1, y_2)$, $(3, y_3)$ 在下列某一函数图像上, 且 $y_1 < y_3 < y_2$, 那么这个函数是 ()

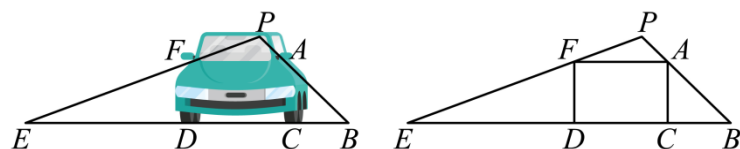
- A. $y = 3x$ B. $y = \frac{3}{x}$ C. $y = -\frac{3}{x}$ D. $y = 3x^2$

7. 如图, 已知 $\angle AOB = 90^\circ$, 根据尺规作图痕迹, 能得出 $\angle AOC = 45^\circ$ 的是 ()



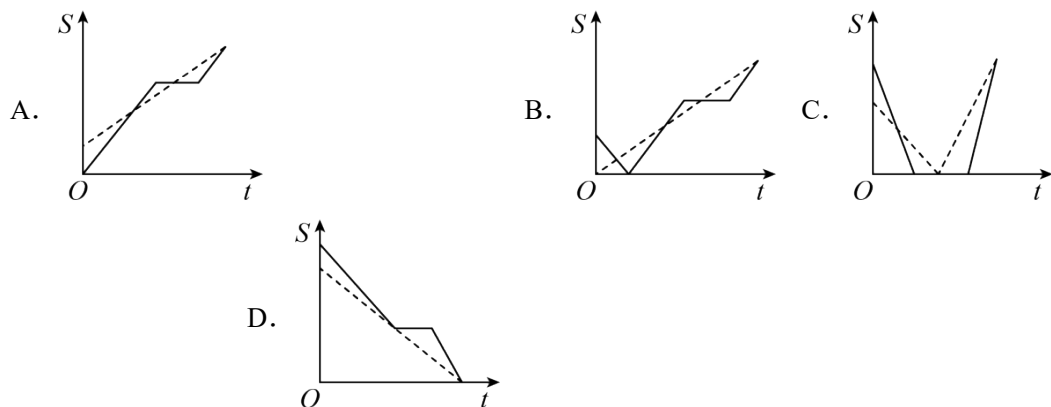
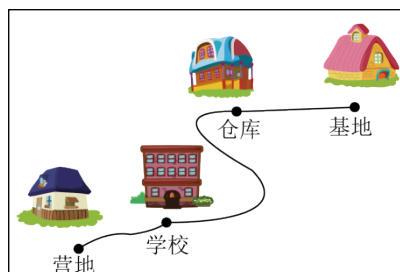
- A. ①③ B. ①② C. ②③ D. ①②③

8. 如图， BE 为驾驶员盲区，驾驶员的眼睛点 P 处与地面 BE 的距离为 1.6 米，车头 $ACDF$ 近似看成一个矩形，且满足 $2AF = 3DF$ ，若车 AF 宽的长为 1.8 米，则盲区 BE 的长是 ()。



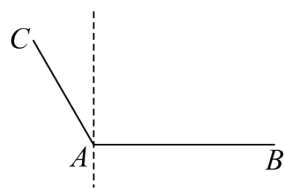
- A. 5.4 米 B. 6 米 C. 7.2 米 D. 8 米

9. 某校与部队联合开展红色之旅研学活动，上午 7:00，部队官兵乘坐军车从营地出发，同时学校师生乘坐大巴从学校出发，沿公路（如图）到爱国主义教育基地进行研学。上午 8:00，军车追上大巴并继续前行，到达仓库后，部队官兵下车领取研学物资，然后乘坐军车按原速前行，最后和师生同时到达基地，设军车与大巴离仓库的路程为 s ，所用时间为 t ，则下列图象能正确反映上述过程的是 ()



10. 如图， A, B, C 是三艘军舰， B 舰在 A 舰正东方向 6 海里处， C 舰在 A 舰北偏西 30° 方向 4 海里处。某日 8:00， A, B, C 三艘军舰同时收到渔船 P 发出的同一求救信号，信号的

传播速度相同，则A舰与渔船P相距（ ）



A. 4海里

B. 6海里

C. $\frac{2}{3}\sqrt{57}$ 海里

D. $\sqrt{57}$ 海里

二、填空题

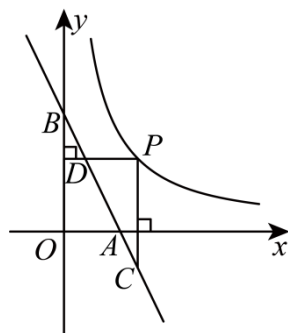
11. 分解因式： $a^2 - 4 =$ _____.

12. 若扇形的圆心角为 120° ，半径为3，则该扇形的面积为_____.

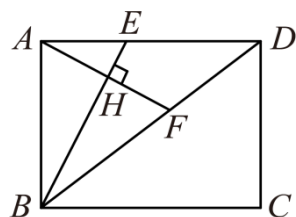
13. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx + 3 = 0$ 的一个根为1，则方程的另一个根为_____.

14. 金华市中考体育考试分为必考项目、选考项目. 选考项目1: 引体向上(男)/仰卧起坐(女)、掷实心球、立定跳远, 50米游泳; 选考项目2: 足球运球绕杆, 篮球运球上篮、排球垫球. 某位男同学选考项目刚好是立定跳远和篮球运球上篮的概率是_____.

15. 如图, 直线 $y = -2x + b$ (b 为常数)与 x 轴交于点A, 与 y 轴交于点B, 点P在函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象上, 过点P分别作 x 、 y 轴的垂线交直线AB于点C, D, 则 $AD \cdot BC$ 的值为_____.



16. 如图, 在矩形ABCD中, $AB = 6$, $AD = 8$, 连结BD, 点E, F分别为AD, BD边上一点, $AF \perp BE$ 于点H.



- (1) 若 $AE = 2$ ，则 $DF =$ _____.
- (2) 若 $DF:AE = k$ ，则 k 可取的最大整数值为_____.

三、解答题

17. 计算： $4 \tan 45^\circ - (\pi - 3)^0 + |-2| - \sqrt{9}$.

18. 小华化简分式 $\frac{3x}{x-2} - 2 = \frac{x-1}{2-x}$ 出现了错误，解答过程如下：

解：去分母得： $3x - 2 = -(x - 1)$ ①

去括号得： $3x - 2 = -x - 1$ ②

移项得： $3x + x = -1 + 2$ ③

合并同类项得： $4x = 1$ ④

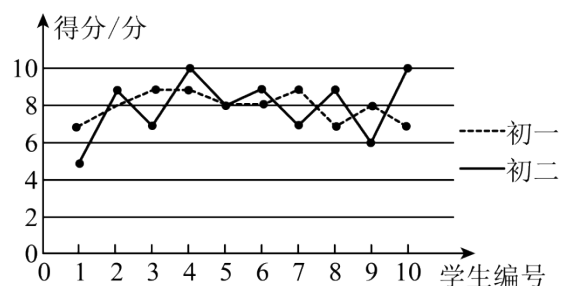
系数化为 1 得： $x = \frac{1}{4}$ ⑤

经检验， $x = \frac{1}{4}$ 是原分式方程的解.

请指出错误步骤（一步即可），并写出正确的解答过程.

19. 4 月 24 日是中国航天日，某校初中部举办了“航天知识”竞赛，每个年级各随机抽取 10 名学生，统计这部分学生的竞赛成绩，并对成绩进行了整理，分析. 下面给出了部分信息.

①初一、初二年级学生得分的折线图如下：



②初三年级学生得分：10，8，7，8，10，6，7，9，10，10；

③初一、初二、初三，三个年级学生得分的平均数和中位数如下：

年级	初一	初二	初三
平均数	8	8	m
中位数	8	8.5	n

根据以上信息，回答下列问题：

(1)分别记初一、初二两个年级学生“航天知识”竞赛成绩的方差为 S_1^2 ， S_2^2 ，由折线统计图可知， S_1^2 S_2^2 （填不等号）.

(2)统计表中 $m = \underline{\quad}$ ， $n = \underline{\quad}$.

(3)根据以上数据，你认为哪个年级对航天知识的掌握情况更好？请说明理由.

20. 已知 $a = \sqrt{2}$ ， $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，显然 $ab = 1$ ，观察下列等式：

$$P_1 = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} = 1,$$

$$P_2 = \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} = 1,$$

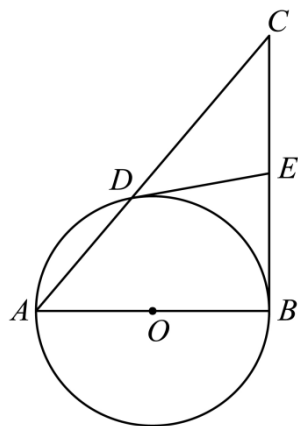
$$P_3 = \frac{1}{1+a^3} + \frac{1}{1+b^3} = 1,$$

(1)猜想：① $P_4 = \frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+b^4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

② $P_n = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2)请证明猜想②成立.

21. 如图，已知：以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AB 为直径作 $\odot O$ ，与斜边 AC 交于点 D ， E 为 BC 边上的中点，连接 DE .



(1)证明： DE 是 $\odot O$ 的切线.

(2)若 $\angle C = 40^\circ$ ， $AD = 6$ ，求 $\odot O$ 的半径.（结果精确到

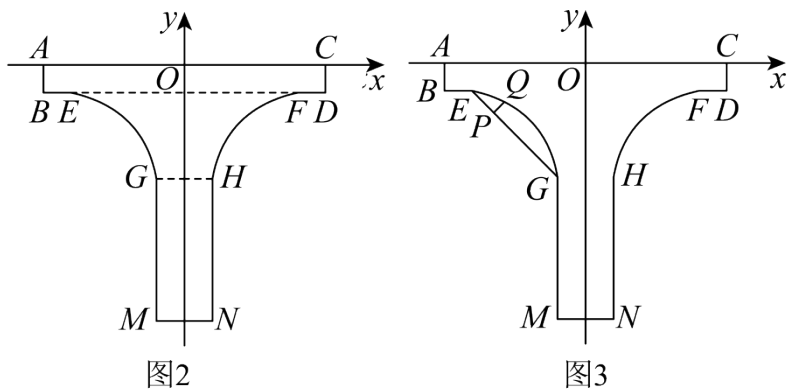
0.1， $\sin 40^\circ \approx 0.64$ ， $\cos 40^\circ \approx 0.77$ ， $\tan 40^\circ \approx 0.84$ ）

22. 建筑是一门不断演化和创新的艺术，近年来，一种名为双曲铝单板的新兴材料以其独特的曲线和光泽，为建筑注入了新的时尚元素，同时也赋予了建筑更多的创意和流动性. 图 1 为某厂家设计制造的双曲铝单板建筑，其横截面（图 2）由两条曲线 EG ， FH （反比例函

数图象的一部分)和若干线段围成,为轴对称图形,其中四边形 $ABDC$ 与四边形 $GMNH$ 均为矩形, $AB=2\text{m}$, $BE=2\text{m}$, $AC=20\text{m}$, $GM=10\text{m}$, $MN=4\text{m}$, 以 AC 的中点 O 为原点, AC 所在直线为 x 轴建立平面直角坐标系.



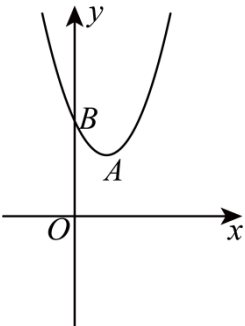
图1



请回答下列问题:

- (1)如图 2, 求 EG 所在图象的函数表达式.
- (2)如图 3, 为在曲面实现自动化操作, 工程师安装了支架 EG , 并加装了始终垂直于 EG 的伸缩机械臂 PQ 用来雕刻 EG 所在曲面的花纹, 请问点 P 在 EG 上滑动过程中, PQ 最长为多少米?

23. 如图, 已知抛物线的顶点为 $A(1,2)$, 与 y 轴的交点为 $B(0,3)$, 点 M 为该抛物线上一动点.



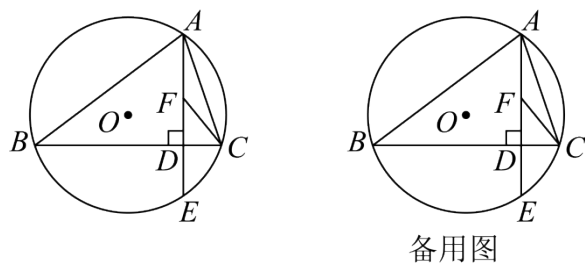
- (1)求该抛物线的表达式.

(2)将此抛物线绕点 $C(-1,0)$ 顺时针旋转 90° 得图形 G , 其中点 A 的对应点为点 A' , 点 M 的对应点为点 M' .

①求点 A' 的坐标, 并求出点 M' 的横坐标 m 与纵坐标 n 之间的数量关系.

②请直接写出 $-3 \leq n \leq 2$ 时, m 的取值范围.

24. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AB = BC$, 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 延长 AD 交 $\odot O$ 于点 E , 在 AD 上截取 $DF = DE$, 连结 CF .



(1)求证: $\angle ABC = 2\angle CAD$.

(2)若 $\tan \angle CAD = \frac{1}{2}$, 求 $\frac{AB}{AC}$ 的值.

(3)在 BC 上取一点 H , 使得 $CH = CF$, 连结 AH , 若 $AB = 10$, $\triangle AHC$ 的面积为 10, 求 AC 和 OH 的长.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	B	B	A	B	D	C	C	C

1. D

【分析】根据正负数的意义分析即可；

【详解】解：A、 $|-2|=2$ 是正数，故该选项不符合题意；

B、 $\sqrt{3}$ 是正数，故该选项不符合题意；

C、0 不是负数，故该选项不符合题意；

D、 $-5 < 0$ 是负数，故该选项符合题意．

故选 D．

【点睛】本题考查正负数的概念和意义，熟练掌握绝对值、算术平方根和正负数的意义是解决本题的关键．

2. A

【分析】本题考查了轴对称图形的定义，掌握把一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合，这样的图形是轴对称图形成为解题的关键．

根据轴对称图形的定义逐项判断即可．

【详解】解：A、不是轴对称图形，故本选项符合题意；

B、是轴对称图形，故本选项不符合题意；

C、是轴对称图形，故本选项不符合题意；

D、是轴对称图形，故本选项不符合题意．

故选：A．

3. B

【分析】本题主要考查科学记数法，根据科学记数法的表示方法求解即可．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．解题关键是正确确定 a 的值以及 n 的值．

【详解】解：数 429.6 万用科学记数法表示为 4.296×10^6 ．

故选：B．

4. B

【分析】本题主要考查统计量的选择，解题的关键是掌握平均数、众数、中位数、方差的意义

义.

根据众数的实际意义求解即可.

【详解】解：班里每位同学都可以从 5 名候选人中选择一名无记名投票. 根据投票结果判断最终当选者所需要考虑的统计量是众数，

故选：B.

5. A

【分析】本题主要考查了展开图折叠成几何体，熟练掌握正方体的表面展开图是解题的关键.

根据正方体的展开图即可解答.

【详解】解：由正方体的展开图可知，裁掉乙或丙或丁原图都可以折叠成正方形，故裁掉一个正方形后不能折叠成正方体的是甲.

故选：A.

6. B

【分析】本题主要考查了一次函数、二次函数和反比例函数的图像与性质，熟练掌握相关知识是解题关键. 根据题意可知在 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，据此性质逐项分析判断即可.

【详解】解： $\because 1 < 3$ ，且 $y_3 < y_2$ ，

\therefore 可知在 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，

A. $y = 3x$ ， y 随 x 的增大而增大，不符合题意；

B. $y = \frac{3}{x}$ ， $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，符合题意；

C. $y = -\frac{3}{x}$ ， $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，不符合题意；

D. $y = 3x^2$ ， $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，不符合题意.

故选：B.

7. D

【分析】本题考查作图-基本作图、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、角平分线的作法等知识点，读懂图象信息、灵活运用相关知识是解题的关键.

①由基本作图可知 $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ$ ；②利用全等三角形的性质证明 $\angle FOJ = \angle EOJ$

即可；③利用等腰直角三角形的性质证明 $\angle AOC = 45^\circ$ 即可.

【详解】解：如图①中，由作图可知 OC 平分 $\angle AOB$ ，

$$\because \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ;$$

如图②中，由作图可知 $OE = OF$ ， $OM = ON$ ，

在 $\triangle OEN$ 和 $\triangle OFM$ 中，

$$\begin{cases} OE = OF \\ \angle EON = \angle FOM \\ ON = OM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OEN \cong \triangle OFM (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle ENF = \angle EMF,$$

$$\because OE = OF, OM = ON,$$

$$\therefore FN = EM,$$

在 $\triangle JFN$ 和 $\triangle JEM$ 中，

$$\begin{cases} \angle FJN = \angle EJM \\ \angle JNF = \angle JME, \\ NF = ME \end{cases}$$

$$\therefore \triangle JFN \cong \triangle JEM (\text{AAS}),$$

$$\therefore JF = JE,$$

由于 $OF = OE$ ， $JF = JE$ ， $OJ = OJ$ ，

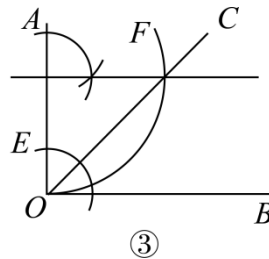
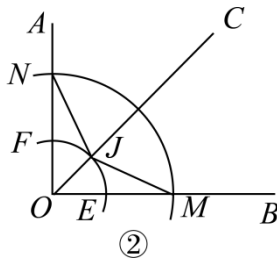
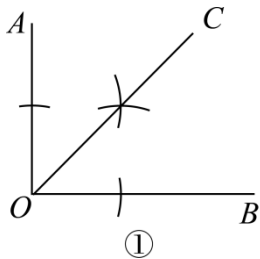
则 $\triangle FOJ \cong \triangle EOJ$ ，

$$\therefore \angle AOC = 45^\circ;$$

如图③中，由作图可知 $\triangle OEF$ 是等腰直角三角形，可以推出 $\angle AOC = 45^\circ$ 。

综上，①②③能得出 $\angle AOC = 45^\circ$ ；

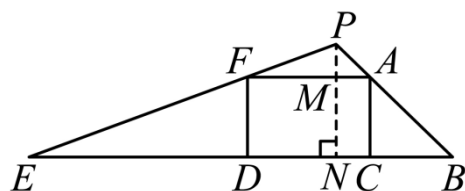
故选：D.



8. C

【分析】本题考查了矩形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，如图，根据 $2AF = 3DF$ ，可得 $DF = 1.2$ ，作 $PN \perp BE$ ，交 BE 于点 N ，交 AF 于点 M ，根据矩形的性质可得四边形 $MNDF$ 是矩形，可得 $MN = DF$ ，可证 $\triangle PAF \sim \triangle PBE$ ，根据相似三角形对应表的比等于对应高的比，由此即可求解，掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键。

【详解】解：如图所示，过点 P 作 $PN \perp BE$ ，交 BE 于点 N ，交 AF 于点 M ，则 $PN = 1.6\text{m}$ ，



$$\because 2AF = 3DF, \quad AF = 1.8\text{m},$$

$$\therefore DF = \frac{2}{3}AF = \frac{2}{3} \times 1.8 = 1.2(\text{m}),$$

\because 四边形 $ACDF$ 是矩形，

$\therefore AF \parallel CD, \quad DF \perp BE$ ，且 $PN \perp BE$ ，

\therefore 四边形 $MNDF$ 是矩形，

$$\therefore MN = DF = 1.2\text{m}, \quad PM \perp AF,$$

$$\therefore PM = PN - MN = 1.6 - 1.2 = 0.4(\text{m}),$$

$$\therefore \frac{PM}{PN} = \frac{0.4}{1.6} = \frac{1}{4},$$

$\because AF \parallel BE$ ，

$\therefore \triangle PAF \sim \triangle PBE$ ，

$$\therefore \frac{AF}{BE} = \frac{PM}{PN} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore BE = 4AF = 4 \times 1.8 = 7.2\text{m},$$

故选：C。

9. C

【分析】本题考查了函数图象，根据题意、明确两个变量之间的关系是解题的关键。根据题意结合函数图像的实际意义逐项判断即可。

【详解】解：根据题意，函数 s 表示车与大巴离仓库的路程，所用时间为 t ，

A、该图象反映随着行驶时间增大，距离仓库越来越远，不符合题意；

B、军车到达仓库后停留了一段时间，函数图象没有显示出来，不符合题意；

C、图象准确反映了题意，符合题意；

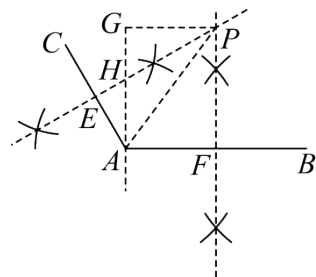
D、图象函数一直下降，不符合题意．

故选：C．

10. C

【分析】本题考查了方位角解直角三角形，矩形的性质，勾股定理的运用，掌握方位角解直角三角形的计算，图形结合分析思想是解题的关键．根据题意，可确定点 P 在线段 AB ， AC 垂直平分线的交点处，如图所示，可得 $PE \perp AC$ ， $PF \perp AB$ ，作 $PG \perp AG$ ， PE 与 AG 交于点 H ，可得四边形 $AFPG$ 是矩形，根据 $\angle CAG = 30^\circ$ ，运用特殊角的三角函数可得 AH ， GH 的值，在直角 $\triangle APG$ 中根据勾股定理即可求解．

【详解】解：根据题意，点 P 到 A ， B ， C 三艘军舰的距离相等，即点 P 在线段 AB ， AC 垂直平分线的交点处，作图如下，



$\therefore PE \perp AC$ ， $PF \perp AB$ ，垂足分别为点 E ， F ，作 $AG \perp AB$ ，过点 P 作 $PG \perp AG$ 于点 G ， PE 与 AG 交于点 H ，连接 AP ，

由题意得 $AC = 4$ 海里， $AB = 6$ 海里，四边形 $AFPG$ 是矩形，

$$\therefore AE = CE = \frac{1}{2} AC = 2 \text{ 海里}, \quad AF = BF = \frac{1}{2} AB = 3 \text{ 海里}, \quad AG = FP, \quad AF = PG = 3 \text{ 海里},$$

$$\because \angle CAH = 30^\circ, \quad \angle AEH = 90^\circ,$$

$$\therefore \cos \angle EAH = \cos 30^\circ = \frac{AE}{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore AH = \frac{2\sqrt{3}}{3} AE = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ 海里}, \quad \text{且 } \angle AHE = \angle PHG = 60^\circ,$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle PHG \text{ 中}, \quad \tan \angle PHG = \tan 60^\circ = \frac{PG}{GH} = \sqrt{3},$$

$$\therefore GH = \frac{\sqrt{3}}{3} PG = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 3 = \sqrt{3} \text{ 海里},$$

$$\therefore AG = AH + GH = \frac{4\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{7\sqrt{3}}{3} \text{ 海里},$$

$$\text{在 } Rt\triangle APG \text{ 中}, \quad AP = \sqrt{AG^2 + PG^2} = \sqrt{\left(\frac{7\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 3^2} = \frac{2}{3}\sqrt{57} \text{ 海里},$$

故选：C .

11. $(a+2)(a-2)$

【分析】本题考查了运用公式法分解因式，根据题意，运用平方差公式进行分解因式即可求解，掌握乘法公式分解因式是解题的关键 .

【详解】解： $a^2 - 4 = (a+2)(a-2)$ ，

故答案为： $(a+2)(a-2)$.

12. 3π

【分析】本题考查了扇形面积的计算，根据扇形面积的计算公式 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi r^2}{360}$ （ n 是扇形圆心角的度数， r 是扇形的半径），由此即可求解，掌握扇形面积的计算公式是解题的关键.

【详解】解：根据题意可得， $S_{\text{扇形}} = \frac{120\pi \times 3^2}{360} = 3\pi$ ，

故答案为： 3π .

13. 3

【分析】先将 $x=1$ 代入求得 m 的值，然后解一元二次方程即可求出另一根.

【详解】解： \because 一元二次方程 $x^2 + mx + 3 = 0$ 的一个根为 1

$\therefore 1 + m + 3 = 0$ ，即 $m = -4$

$\therefore x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x-1)(x-3) = 0$

$x-1=0$ ， $x-3=0$

$\therefore x=1$ 或 $x=3$ ，即该方程的另一根为 3.

故答案为 3.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的解和解一元二次方程，关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx + 3 = 0$ 的一个根为 1 求得 m 的值成为解答本题的关键.

14. $\frac{1}{12}$

【分析】本题考查了列表法或画树状图法求随机事件的概率，根据题意，把所有等可能结果表示出来，再根据概率的计算公式即可求解，掌握列表法或画树状图法求随机事件的概率的方法是解题的关键.

【详解】解：引体向上（男）/仰卧起坐（女）、掷实心球、立定跳远，50 米游泳的项目用 A, B, C, D 表示，足球运球绕杆，篮球运球上篮、排球垫球的项目用 E, F, G 表示，

列表法表示所有等可能结果如下，

	E	F	G
A	(A,E)	(A,F)	(A,G)
B	(B,E)	(B,F)	(B,G)
C	(C,E)	(C,F)	(C,G)
D	(D,E)	(D,F)	(D,G)

共有 12 种等可能结果，其中某位男同学选考项目刚好是立定跳远和篮球运球上篮的结果为 (C,F) ，

$$\therefore P((C,F) \text{ 事件}) = \frac{1}{12},$$

故答案为： $\frac{1}{12}$.

15. 10

【分析】本题考查了一次函数与反比例函数的综合，掌握一次函数图象，反比例函数图象上点的特点，两点之间距离公式的计算是解题的关键.

根据题意分别求出 $A\left(\frac{b}{2}, 0\right)$ ， $B(0, b)$ ，设 $P\left(m, \frac{4}{m}\right)$ ，根据图形可得点 D 的纵坐标为 $\frac{4}{m}$ ，点 C 的横坐标为 m ，分别代入直线 $y = -2x + b$ 中可得 $D\left(\frac{bm-4}{2m}, \frac{4}{m}\right)$ ， $C(m, -2m+b)$ ，根据两点之间距离公式分别求出 AD ， BC 即可求解.

【详解】解：在直线 $y = -2x + b$ 中，令 $x = 0$ ，则 $y = b$ ，令 $y = 0$ ，则 $x = \frac{b}{2}$ ，

$$\therefore A\left(\frac{b}{2}, 0\right), B(0, b),$$

\because 点 P 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上，

\therefore 设 $P\left(m, \frac{4}{m}\right)$ ，根据图示可得， $m > 0$ ，

$\because PD \perp y$ 轴交于直线 $y = -2x + b$ 于点 D ， $PC \perp x$ 轴与直线 $y = -2x + b$ 交于点 C ，

\therefore 点 D 的纵坐标为 $\frac{4}{m}$ ，点 C 的横坐标为 m ，

\therefore 把 $y = \frac{4}{m}$ 代入直线解析式得， $-2x + b = \frac{4}{m}$ ，

解得, $x = \frac{bm-4}{2m}$, 即 $D\left(\frac{bm-4}{2m}, \frac{4}{m}\right)$,

把 $x = m$ 代入直线解析式得, $y = -2m + b$,

$\therefore C(m, -2m + b)$,

$$\therefore AD = \sqrt{\left(\frac{b}{2} - \frac{bm-4}{2m}\right)^2 + \left(0 - \frac{4}{m}\right)^2} = \frac{2\sqrt{5}}{m}, \quad BC = \sqrt{(0-m)^2 + (b+2m-b)^2} = \sqrt{5}m,$$

$$\therefore AD \cdot BC = \frac{2\sqrt{5}}{m} \times \sqrt{5}m = 10,$$

故答案为: 10 .

16. $\frac{40}{13} / 3 \frac{1}{13} \quad 2$

【分析】本题考查了矩形的性质, 正切, 相似三角形的判定和性质, 不等式等知识的综合运用, 掌握矩形的性质, 相似三角形的判定和性质是解题的关键.

(1) 根据矩形的性质, 运用勾股定理可得 $BD = 10$, $\angle ABE = \angle HAE$, 如图, 延长 AF 交 CD 于点 G , 根据正切值的计算可得 $DG = \frac{8}{3}$, 根据 $AB \parallel CD$, 可证 $\triangle ABF \sim \triangle GDF$, 可得

$$\frac{DG}{AG} = \frac{DF}{10 - DF}, \text{ 由此即可求解;}$$

(2) 根据题意, 设 $AE = x$, 则 $DF = kx$, 根据 (1) 的计算方法可得, $DG = \frac{4}{3}x$,

$$\frac{\frac{4}{3}x}{6} = \frac{kx}{10 - kx}, \text{ 解得, } x = \frac{20 - 9k}{2k}, \text{ 由 } x > 0, \text{ 解不等式组 } \begin{cases} 20 - 9k > 0 \\ 2k > 0 \end{cases}, \text{ 即可求解.}$$

【详解】解: (1) \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

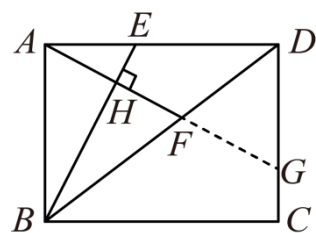
$$\therefore \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ, \quad AB = CD = 6, \quad AD = BC = 8, \quad AB \parallel CD,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $AE = 2$, $AB = 6$,

$$\therefore \tan \angle ABE = \frac{AE}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

如图所示, 延长 AF 交 CD 于点 G ,



$\therefore AF \perp BE$,

$$\therefore \angle ABE + \angle BAH = \angle BAH + \angle HAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HAE = \angle ABE,$$

$$\therefore \tan \angle ABE = \tan \angle HAE,$$

$$\text{在 } Rt\triangle ADG \text{ 中, } \tan \angle DGA = \tan \angle ABE = \frac{DG}{AD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore DG = \frac{1}{3}AD = \frac{1}{3} \times 8 = \frac{8}{3},$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAG = \angle AGD, \text{ 且 } \angle AFB = \angle GFD,$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle GDF,$$

$$\therefore \frac{DG}{AB} = \frac{DF}{BF}, \text{ 且 } BF = BD - DF = 10 - DF,$$

$$\therefore \frac{\frac{8}{3}}{6} = \frac{DF}{10 - DF},$$

$$\text{解得, } DF = \frac{40}{13},$$

$$\text{故答案为: } \frac{40}{13};$$

(2) 根据题意, 设 $AE = x (x > 0)$, 则 $DF = kx$,

$$\text{由 (1) 可得, } \tan \angle BAE = \frac{AE}{AD} = \frac{x}{6}, \tan \angle DAG = \frac{DG}{AD} = \frac{DG}{8}, \text{ 且 } \tan \angle ABE = \tan \angle DAG,$$

$$\therefore \frac{x}{6} = \frac{DG}{8},$$

$$\therefore DG = \frac{4}{3}x,$$

$$\therefore \frac{DG}{AB} = \frac{DF}{BF}, \text{ 且 } DF = kx, \text{ } BF = BD - DF = 10 - kx,$$

$$\therefore \frac{\frac{4}{3}x}{6} = \frac{kx}{10 - kx},$$

$$\therefore x = \frac{20 - 9k}{2k},$$

$$\because x > 0,$$

$$\therefore \frac{20 - 9k}{2k} > 0,$$

$$\therefore \begin{cases} 20 - 9k > 0 \\ 2k > 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 20 - 9k < 0 \\ 2k < 0 \end{cases} \text{ (无解),}$$

解得， $0 < k < \frac{20}{9}$ ，

$\therefore k$ 取最大整数，

$\therefore k = 2$ ，

故答案为：2 .

17. 2

【分析】本题主要考查了实数的混合运算、特殊角的三角函数值、零次幂等知识点，灵活运用相关运算法则成为解题的关键.

先根据特殊角的三角函数值、零次幂、绝对值、算术平方根的知识化简，然后再运算即可.

【详解】解： $4 \tan 45^\circ - (\pi - 3)^0 + |-2| - \sqrt{9}$
 $= 4 \times 1 - 1 + 2 - 3$
 $= 4 - 1 + 2 - 3$
 $= 2$.

18. 从①步开始出错，正确的解析过程见详解

【分析】本题主要考查解分式方程，根据去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化为 1 的方法即可求解，掌握解分式的性质，解分式方程的方法是解题的关键.

【详解】解：去分母时，等式两边的各项都要乘以公分母，
 \therefore 在去分母时应为： $3x - 2(x - 2) = -(x - 1)$ ，故从①步开始出错；
正确的解析过程如下，

方程两边同时乘以 $(x - 2)$ ，去分母得， $3x - 2(x - 2) = -(x - 1)$

去括号得， $3x - 2x + 4 = -x + 1$

移项得， $3x - 2x + x = 1 - 4$

合并同类项得， $2x = -3$

系数化为 1 得， $x = -\frac{3}{2}$

检验，当 $x = -\frac{3}{2}$ 时，原分式方程的分母不为 0，有意义，

$\therefore x = -\frac{3}{2}$ 是原分式方程的解.

19. (1) <

(2) 8.5, 8.5

(3) 初三年级对航天知识的掌握情况更好，理由见解析

【分析】本题主要考查折线统计图、平均数、中位数、众数和方差等知识点，理解相关统计量的意义和计算方法是解题的关键.

(1) 根据方差的意义即可解答；

(2) 根据算术平均数的意义可得 m 的值；根据中位数的定义可得 n 的值；

(3) 分别根据平均数、中位数、众数进行分析判断即可.

【详解】(1) 解：由折线图可知，初一学生得分的波动比初二的小，所以成绩更稳定的是初一，即 $S_1^2 < S_2^2$.

故答案为：<；

(2) 解：由题意得： $m = \frac{1}{10}(10+8+7+8+10+6+7+9+10+10) = 8.5$ ，

把初三年级学生得分从小到大排列，排在中间的两个数分别是 8、9，故中位数

$$n = \frac{8+9}{2} = 8.5,$$

故答案为：8.5, 8.5；

(3) 解：初三年级对航天知识的掌握情况更好，理由如下：

初三年级学生得分的平均数大于初一、初二学生得分的平均数.

20. (1) ① 1; ② $\frac{1}{1+a^n} + \frac{1}{1+b^n}$, 1

(2) 见解析

【分析】本题考查了分式的加减运算、规律型问题等知识点，熟练掌握分式的运算法则是解本题的关键.

(1) ① 根据分式的加法法则计算即可；② 利用 (1) 得出的规律猜想出结论即可；

(2) 根据分式的加法法则计算即可解答.

【详解】(1) 解：① $\because ab = 1$ ，

$$\therefore P_4 = \frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+b^4}$$

$$= \frac{1+b^4+1+a^4}{(1+a^4)(1+b^4)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2+a^4+b^4}{1+a^4+b^4+a^4b^4} \\
&= \frac{2+a^4+b^4}{2+a^4+b^4} \\
&= 1.
\end{aligned}$$

故答案为 1.

②猜想: $p_n = \frac{1}{1+a^n} + \frac{1}{1+b^n} = 1$

故答案为: $\frac{1}{1+a^n} + \frac{1}{1+b^n}, 1$.

(2) 证明: $P_n = \frac{1}{1+a^n} + \frac{1}{1+b^n} = \frac{b^n+1+a^n+1}{(a^n+1)(b^n+1)} = \frac{2+a^n+b^n}{a^n b^n + a^n + b^n + 1} = \frac{2+a^n+b^n}{2+a^n+b^n} = 1$.

21. (1)见解析

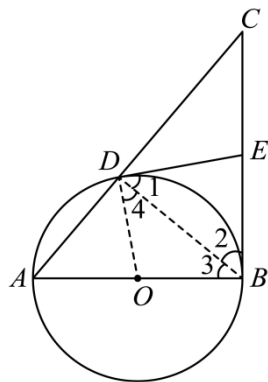
(2)4.7

【分析】主要考查了切线的判定方法、解直角三角函数、圆周角定理等知识点. 灵活运用相关性质成为解题的关键.

(1) 如图 1, 连接 OD 、 DB , 然后根据圆周角定理、直角三角形的性质、等腰三角形的性质可得 $\angle EDO = 90^\circ$, 即可证明结论;

(2) 根据直角三角形两锐角互余得 $\angle ABD = 40^\circ$, 根据 $\sin \angle ABD = \frac{AD}{AB}$, 然后代入数据可求得 AB , 进而确定 $\odot O$ 的半径.

【详解】(1) 证明: 如图 1, 连接 OD 、 DB ;



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CDB = 90^\circ$.

$\because E$ 为 BC 边上的中点,

$$\therefore CE = EB = DE,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

$$\because OB = OD,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4.$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3.$$

\because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$,

$$\therefore \angle EDO = \angle 1 + \angle 4 = 90^\circ.$$

$\because D$ 为 $\odot O$ 上的点,

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: $\because \angle ABC = 90^\circ$, $\angle C = 40^\circ$,

$$\therefore \angle A = 50^\circ,$$

$$\because \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = 40^\circ$$

$$\because \sin \angle ABD = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore AB = \frac{AD}{\sin \angle ABD} = \frac{6}{\sin 50^\circ} = \frac{6}{0.64} = 9.375.$$

$\therefore \odot O$ 的半径为 4.7.

$$22. (1) y = \frac{16}{x}$$

$$(2) \sqrt{2} \text{ 米}$$

【分析】(1) 根据题意可得 $E(-8, -2)$, 再利用待定系数法解答, 即可求解;

(2) 先求出 EG 所在直线解析式为 $y = -x - 10$, 再根据反比例函数图像轴对称的性质, 可得曲线 EG 关于直线 $y = x$ 轴对称, 然后联立, 即可求解.

【详解】(1) 解: $\because AC = 20\text{m}$, $AB = 2\text{m}$, $BE = 2\text{m}$, O 为 AC 中点, $AO = 10\text{m}$,

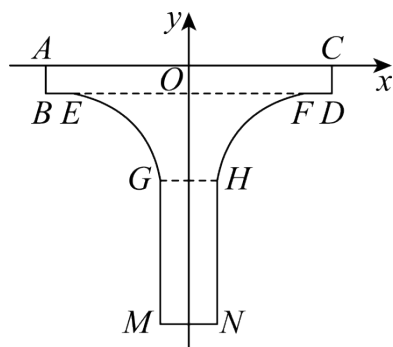
$$\therefore E(-8, -2),$$

设 EG 所在双曲线的表达式为 $y = \frac{k}{x}$,

将点 E 坐标 $(-8, -2)$ 代入表达式中, 得: $-2 = \frac{k}{-8}$

解得： $k=16$ ，

\therefore 抛物线表达式为 $y=\frac{16}{x}$ ；



(2) 解：根据题意得：点 E 与点 G 坐标分别为 $(-8,-2)$ ， $(-2,-8)$ ，

设 EG 所在直线解析式为 $y=k_1x+b_1$ ，

将 E 、 G 两点坐标代入得： $\begin{cases} -8=-2k_1+b_1 \\ -2=-8k_1+b_1 \end{cases}$ ，

解得 $k_1=-1$ ， $b_1=-10$ ，

$\therefore EG$ 所在直线解析式为 $y=-x-10$ ，

根据反比例函数图像轴对称的性质，曲线 EG 关于直线 $y=x$ 轴对称，

联立 $\begin{cases} y=-x-10 \\ y=x \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-5 \end{cases}$ ，

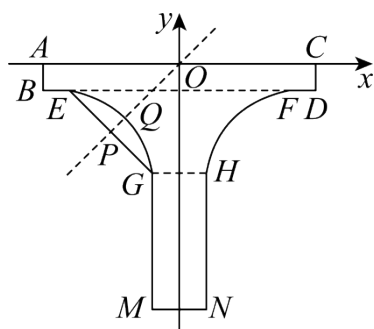
$\therefore P(-5,-5)$ ，

联立 $\begin{cases} y=-x-10 \\ y=\frac{16}{x} \end{cases}$ ，

解得： $\begin{cases} x=-4 \\ y=-4 \end{cases}$ ，

$\therefore Q(-4,-4)$ ，

$\therefore PQ_{\max}=\sqrt{(-4+5)^2+(-4+5)^2}=\sqrt{2}(\text{m})$ 。



【点睛】本题主要考查了反比例函数的实际应用，求反比例函数解析式，求一次函数解析式，一次函数与反比例函数的交点问题，利用数形结合思想解答是解题的关键.

23. (1) $y = (x-1)^2 + 2$

(2) ① $A'(1, -2)$, $m = n^2 + 4n + 5$; ② $1 \leq m \leq 17$

【分析】本题主要考查了待定系数法、旋转变换、三角形全等的判定与性质等知识点，正确作出辅助线、构造全等三角形解决问题成为解题的关键.

(1) 设抛物线的表达式为 $y = a(x-1)^2 + 2$, 把 $B(0, 3)$ 代入可得 $a = 1$, 然后写出解析式即可;

(2) ① 如图: 过 C 作 $PQ \parallel y$ 轴, 过 A 作 $AP \perp PQ$ 于 P , 过 A' 作 $A'Q \perp PQ$ 于 Q , 证明 $\triangle ACP \cong \triangle CA'Q$ (AAS) 可得 $AP = CQ = 2$, $CP = A'Q = 2$, 即 $A'(1, -2)$; 过 C 作 $GH \parallel y$ 轴, 过 M 作 $MG \perp GH$ 于 G , 过 M' 作 $M'H \perp GH$ 于 H , 同理可得 $\triangle MCG \cong \triangle CM'H$ (AAS), 可得

$$GM = CH, CG = MH, \text{ 设 } M(p, p^2 - 2p + 3), \text{ 则 } \begin{cases} p - (-1) = 0 - n \\ p^2 - 2p + 3 - 0 = m - (-1) \end{cases}, \text{ 消掉 } p \text{ 即可解}$$

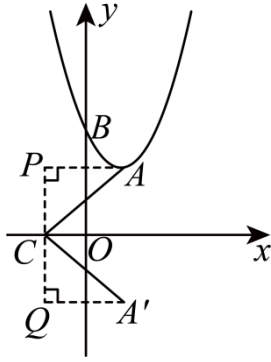
答; ② 由 $m = n^2 + 4n + 5 = (n+2)^2 + 1, -3 \leq n \leq 2$, 即可得当 $n = -2$ 时, m 取最小值 1, 当 $n = 2$ 时, m 取最大值 $(2+2)^2 + 1 = 17$, 从而 m 的取值范围即可.

【详解】(1) 解: 设抛物线的表达式为 $y = a(x-1)^2 + 2$,

把 $B(0, 3)$ 代入得: $3 = a + 2$, 解得 $a = 1$,

\therefore 该抛物线的表达式为 $y = (x-1)^2 + 2$.

(2) 解: ① 如图: 过 C 作 $PQ \parallel y$ 轴, 过 A 作 $AP \perp PQ$ 于 P , 过 A' 作 $A'Q \perp PQ$ 于 Q ,



$\because A'$ 是由 A 顺时针旋转 90° 得到,

$\therefore \angle ACA' = 90^\circ, AC = A'C,$

$\therefore \angle ACP = 90^\circ - \angle A'CQ = \angle A',$

$\because \angle P = \angle Q = 90^\circ,$

$\therefore \triangle ACP \cong \triangle CA'Q (\text{AAS}),$

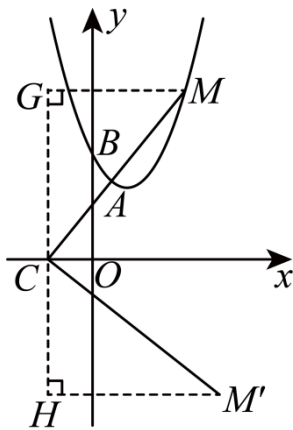
$\therefore AP = CQ, CP = A'Q,$

$\because A(1, 2), C(-1, 0),$

$\therefore AP = CQ = 2, CP = A'Q = 2,$

$\therefore A'(1, -2).$

如图: 过 C 作 $GH \parallel y$ 轴, 过 M 作 $MG \perp GH$ 于 G , 过 M' 作 $M'H \perp GH$ 于 H ,



同理可得 $\triangle MCG \cong \triangle CM'H (\text{AAS}),$

$\therefore GM = CH, CG = M'H,$

设 $M(p, p^2 - 2p + 3),$

$\because C(-1, 0), M'(m, n),$

$$\therefore \begin{cases} p - (-1) = 0 - n \\ p^2 - 2p + 3 - 0 = m - (-1) \end{cases} \text{消掉 } p \text{ 得: } (-n-1)^2 - 2(-n-1) + 3 = m + 1, \text{ 整理得:}$$

$$m = n^2 + 4n + 5.$$

$$\text{②由①可得: } m = n^2 + 4n + 5 = (n+2)^2 + 1,$$

$$\therefore -3 \leq n \leq 2,$$

$$\therefore \text{当 } n = -2 \text{ 时, } m \text{ 取最小值 } 1,$$

$$\text{当 } n = 2 \text{ 时, } m \text{ 取最大值 } (2+2)^2 + 1 = 17,$$

$$\therefore m \text{ 的取值范围是 } 1 \leq m \leq 17.$$

24. (1)证明过程见详解

$$(2) \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$(3) AC = 2\sqrt{10}, OH = \frac{5\sqrt{2}}{3}$$

【分析】(1) 设 $\angle CAD = \alpha$, 根据直角三角形两锐角互余可得 $\angle ACD = 90^\circ - \alpha$, 根据等腰三角形的性质可得 $\angle BAC = \angle BCA = 90^\circ - \alpha$, 再根据三角形内角和定理可得 $\angle ABC = 2\alpha$, 由此即可求解;

(2) 根据题意可得 BC 垂直平分 EF , 由 $\overline{AC = AC}$, 可得 $\angle ABC = \angle AEC$, $\angle FAC = \angle FCA = \alpha$, 所以可得点 B, F 在线段 AC 的垂直平分线上, 如图所示, 连接 BF 并延长交于 AC 于点 G , 可得 $\tan \angle CAD = \tan \angle ABG = \frac{AG}{BG} = \frac{1}{2}$, 在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中, 设 $AG = CG = x (x > 0)$, 则

$AC = 2AG = 2x$, $BG = 2x$, 根据勾股定理可求出 $AB = \sqrt{5}x$, 由此即可求解;

(3) 由 (2) 可得, $AF = CF = CE = CH$, 如图所示, 过点 H 作 $HK \perp AC$ 于点 K , 可证 $\triangle AFG \cong \triangle HCK$ (AAS), 得到 $HK = AG = CG$, 根据 $S_{\triangle AHC} = 10$, $AB = 10$, 可求出 $AG = \sqrt{10}$, 则 $AC = 2\sqrt{10}$, 在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中, 根据勾股定理可得 $BG = 3\sqrt{10}$, 设 $CD = y$, 则 $BD = 10 - y$, 由勾股定理可得 $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$, 可求出 $CD = 2$, 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AD = 6$, 所以有 $\tan \angle ABC = \frac{AD}{BD} = \frac{3}{4}$, 可求出 $DE = \frac{8}{3}$, 在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, 运用勾股定理可得 $CE = \frac{10}{3}$, 由此求出 $CH = CE = \frac{10}{3}$, 如图所示, 连接 OH , 可得 $BM = 5$, $MH = \frac{5}{3}$, 再根据三角形相似的判定

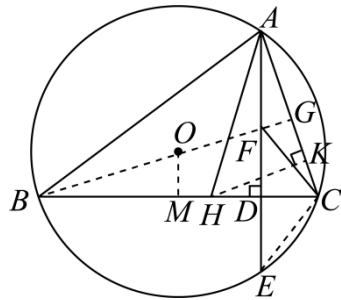
答案第 18 页，共 20 页

$$\therefore AB = \sqrt{AG^2 + BG^2} = \sqrt{x^2 + (2x)^2} = \sqrt{5}x,$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{5}x}{2x} = \frac{\sqrt{5}}{2};$$

(3) 解: 由(2)可得, $AF = CF = CE = CH$,

如图所示, 过点 H 作 $HK \perp AC$ 于点 K ,



$$\therefore BG \parallel HK,$$

$$\therefore \angle AGF = \angle HKC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GBC = \angle KHC = \angle CAD,$$

$$\therefore \triangle AFG \cong \triangle HCK \text{ (AAS)},$$

$$\therefore HK = AG = CG,$$

$$\because S_{\triangle AHC} = 10, AB = 10,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AC \cdot HK = \frac{1}{2} \times 2AG \cdot AG = 10,$$

$$\therefore AG = \sqrt{10},$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{10},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABG \text{ 中, } AB = 10, AG = \sqrt{10},$$

$$\therefore BG = \sqrt{AB^2 - AG^2} = \sqrt{10^2 - (\sqrt{10})^2} = 3\sqrt{10},$$

$$\text{设 } CD = y, \text{ 则 } BD = 10 - y,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AD^2 = AB^2 - BD^2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACD \text{ 中, } AD^2 = AC^2 - CD^2,$$

$$\therefore AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2, \text{ 即 } 10^2 - (10 - y)^2 = (2\sqrt{10})^2 - y^2,$$

$$\text{解得, } y = 2, \text{ 即 } CD = 2,$$

$$\therefore BD = 10 - 2 = 8,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$,

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{AD}{BD} = \frac{3}{4},$$

$$\because \widehat{AC} = \widehat{AC},$$

$$\therefore \angle E = \angle ABC,$$

$$\therefore \tan \angle E = \frac{CD}{DE} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore DE = \frac{4}{3}CD = \frac{4}{3} \times 2 = \frac{8}{3},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle CDE \text{ 中, } CE = \sqrt{CD^2 + DE^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = \frac{10}{3},$$

$$\therefore CH = CE = \frac{10}{3},$$

如图所示, 连接 OH , 过点 O 作 $OM \perp BC$ 于点 M ,

$$\therefore BM = BC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5,$$

$$\therefore MH = MC - CH = 5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3}, \quad \angle OBM = \angle CBG, \quad \angle BMO = \angle BGC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BOM \sim \triangle BCG,$$

$$\therefore \frac{OM}{CG} = \frac{BM}{BG}, \quad \text{即 } \frac{OM}{\sqrt{10}} = \frac{5}{3\sqrt{10}},$$

$$\text{解得, } OM = \frac{5}{3},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle OMH \text{ 中, } OH = \sqrt{OM^2 + MH^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{3}.$$

【点睛】本题主要考查圆与几何图形的综合, 掌握圆的基础知识, 全等三角形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质, 垂径定理, 勾股定理, 同弧所对圆周角相等, 等腰三角形的判定和性质等知识的综合运用, 构造辅助线, 图形结合思想是解题的关键.