

2024 年湖南省中考数学真题试卷

一、选择题:本题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.在日常生活中,若收入 300 元记作+300 元,则支出 180 元应记作()

- A.+180 元 B.+300 元 C.-180 元 D.-480 元

2.据《光明日报》2024 年 3 月 14 日报道:截至 2023 年末,我国境内有效发明专利量达到 401.5 万件,高价值发明专利占比超过四成,成为世界上首个境内有效发明专利数量突破 400 万件的国家.将 4015000 用科学记数法表示应为()

- A. 0.4015×10^7 B. 4.015×10^6 C. 40.15×10^5 D. 4.015×10^7

3.如图,该纸杯的主视图是()



A



B



C



D

4.下列计算正确的是()

- A. $3a^2 - 2a^2 = 1$ B. $a^3 \div a^2 = a (a \neq 0)$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(2a)^3 = 6a^3$

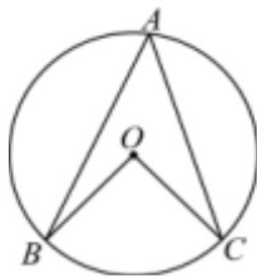
5.计算 $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$ 的结果是()

- A. $2\sqrt{7}$ B. $7\sqrt{2}$ C. 14 D. $\sqrt{14}$

6.下列命题中,正确的是()

- A. 两点之间,线段最短
B. 菱形的对角线相等
C. 正五边形的外角和为 720°
D. 直角三角形是轴对称图形

7.如图, AB, AC 为 $\odot O$ 的两条弦,连接 OB, OC ,若 $\angle A = 45^\circ$,则 $\angle BOC$ 的度数为()

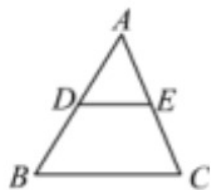


- A. 60° B. 75° C. 90° D. 135°

8. 某班的 5 名同学 1 分钟跳绳的成绩(单位:次)分别为:179,130,192,158,141. 这组数据的中位数是()

- A. 130 B. 158 C. 160 D. 192

9. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D, E 分别为边 AB, AC 的中点. 下列结论中,错误的是()



- A. $DE \parallel BC$ B. $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ C. $BC = \frac{1}{2} DE$ D. $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$

10. 在平面直角坐标系 xOy 中,对于点 $P(x, y)$,若 x, y 均为整数,则称点 P 为“整点”,特别地,当 $\frac{y}{x}$ (其中 $xy \neq 0$),则称“整点” P 为“超整点”. 已知点 $P(2a-4, a+3)$ 在第二象限. 下列说法正确的是()

- A. $a < -3$
 B. 若点 P 为“整点”,则点 P 的个数为 3 个
 C. 若点 P 为“超整点”,则点 P 的个数为 1 个
 D. 若点 P 为“超整点”. 则点 P 到两坐标轴的距离之和大于 10.

二、填空题:本题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.

11. 计算: $-(-2024) =$ _____.

12. 有四枚材质、大小、背面图案完全相同的中国象棋棋子“车”“马”“炮”“帅”,将它们背面朝上任意放置,从中随机翻开一枚,恰好翻到棋子“帅”的概率是_____.

13. 分式方程 $\frac{2}{x+1} = 1$ 的解为_____.

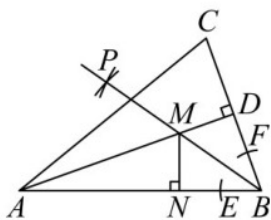
14. 若等腰三角形的一个底角的度数为 40° , 则它的顶角的度数为_____.

15. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 2k = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值为_____.

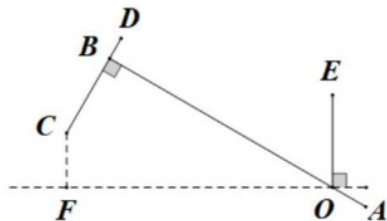
16. 在一定条件下, 乐器中弦振动的频率 f 与弦长 l 成反比例关系, 即 $f = \frac{k}{l}$ (k 为常数

$k \neq 0$). 若某乐器的弦长 l 为 0.9 米, 振动频率 f 为 200 赫兹, 则 k 的值为_____.

17. 如图, 在锐角三角形 ABC 中, AD 是边 BC 上的高, 在 BA, BC 上分别截取线段 BE, BF , 使 $BE = BF$; 分别以点 E, F 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧, 在 $\angle ABC$ 内, 两弧交于点 P , 作射线 BP , 交 AD 于点 M , 过点 M 作 $MN \perp AB$ 于点 N . 若 $MN = 2, AD = 4MD$, 则 $AM =$ _____.



18. 如图为《天工开物》记载的用于舂(chōng)捣谷物的工具——“碓(duì)”的平面示意图, 已知 $AB \perp CD$ 于点 B , AB 与水平线 l 相交于点 O , $OE \perp l$. 若 $BC = 4$ 分米, $OB = 12$ 分米, $\angle BOE = 60^\circ$, 则点 C 到水平线 l 的距离 CF 为_____分米(结果用含根号的式子表示).

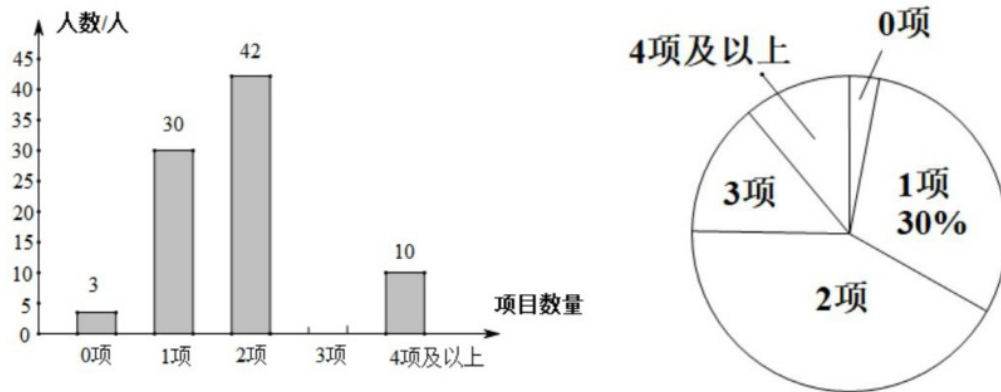


三、解答题: 本题共 8 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (6 分) 计算: $|-3| + (-\frac{1}{2})^0 + \cos 60^\circ - \sqrt{4}$.

20. (6 分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - 4}{x^2} \cdot \frac{x}{x + 2} + \frac{3}{x}$, 其中 $x = 3$.

21. (8 分) 某校为了解学生五月份参与家务劳动的情况, 随机抽取了部分学生进行调查. 家务劳动的项目主要包括: 扫地、拖地、洗碗、洗衣、做饭和简单维修等. 学校德育处根据调查结果制作了如下两幅不完整的统计图:



请根据以上信息,解答下列问题:

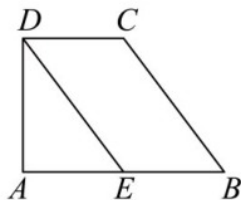
(1)本次被抽取的学生人数为_____人:

(2)补全条形统计图

(3)在扇形统计图中,“4项及以上”部分所对应扇形的圆心角度数是____°.

(4)若该校有学生 1200 人,请估计该校五月份参与家务劳动的项目数量达到 3 项及以上的学生人数.

22. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 E 在边 AB 上, _____. 请从“① $\angle B = \angle AED$; ② $AE = BE, AE = CD$ ”这两组条件中任选一组作为已知条件,填在横线上(填序号),再解决下列问题:



(1) 求证:四边形 $BCDE$ 为平行四边形

(2) 若 $AD \perp AB, AD = 8, BC = 10$, 求线段 AE 的长.

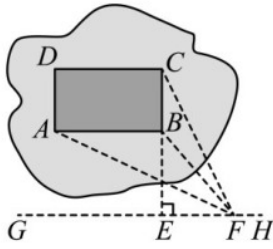
23.(9 分)某村决定种植脐橙和黄金贡柚,助推村民增收致富,已知购买 1 棵脐橙树苗和 2 棵黄金贡柚树苗共需 110 元;购买 2 棵脐橙树苗和 3 棵黄金贡柚树苗共需 190 元.

(1)求脐橙树苗和黄金贡柚树苗的单价

(2)该村计划购买脐橙树苗和黄金贡柚树苗共 1000 棵.总费用不超过 38000 元,问最多可以购买脐橙树苗多少棵?

24.(9 分)某数学研究性学习小组在老师的指导下,利用课余时间进行测量活动.

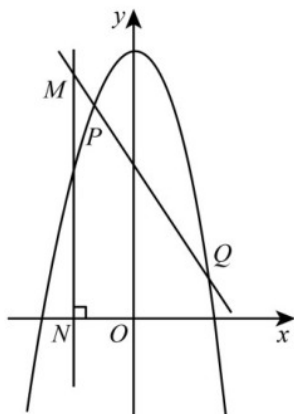
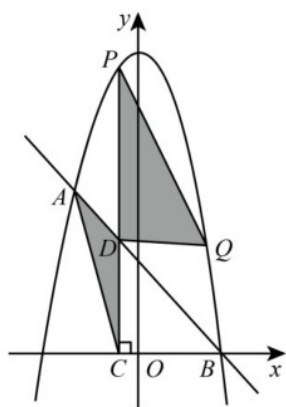
活动主题	测算某水池中雕塑底座的底面积
------	----------------

测量工具		皮尺、测角仪、计算器等
活动过程	模型抽象	<p>某休闲广场的水池中有一雕塑,其底座的底面为矩形 $ABCD$,其示意图如下:</p> 
	测绘过程与数据信息	<p>①在水池外取一点 E, 使得点 C, B, E 在同一条直线上</p> <p>②过点 E 作 $GH \perp CE$, 并沿 EH 方向前进到点 F, 用皮尺测得 EF 的长为 4 米</p> <p>③在点 F 处用测角仪测得 $\angle CFG = 60.3^\circ$, $\angle BFG = 45^\circ$, $\angle AFG = 21.8^\circ$</p> <p>④用计算器计算得: $\sin 60.3^\circ \approx 0.87$, $\cos 60.3^\circ \approx 0.50$, $\tan 60.3^\circ \approx 1.75$. $\sin 21.8^\circ \approx 0.37$, $\cos 21.8^\circ \approx 0.93$, $\tan 21.8^\circ \approx 0.40$.</p>

请根据表格中提供的信息,解决下列问题（结果保留整数）:

- （1）求线段 CE 和 BC 的长度;
- （2）求底座的底面 $ABCD$ 的面积.

25.已知二次函数 $y = -x^2 + c$ 的图像经过点 $A(-2,5)$,点 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 是此二次函数的图像上的两个动点.



(1) 求此二次函数的表达式

(2) 如图 1, 此二次函数的图像与 x 轴的正半轴交于点 B , 点 P 在直线 AB 的上方, 过点 P 作 $PC \perp x$ 轴于点 C , 交 AB 于点 D , 连接 AC, DQ, PQ . 若 $x_2 = x_1 + 3$, 求证 $\frac{S_{\triangle PDQ}}{S_{\triangle ADC}}$ 的值为定值

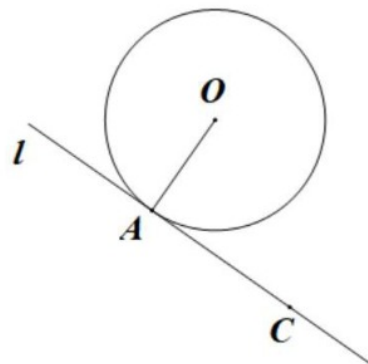
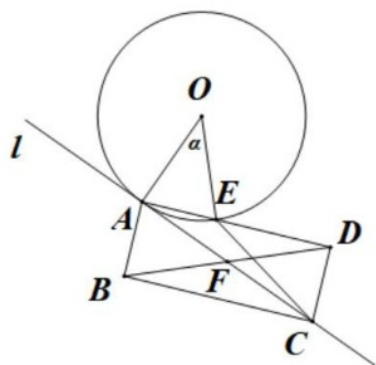
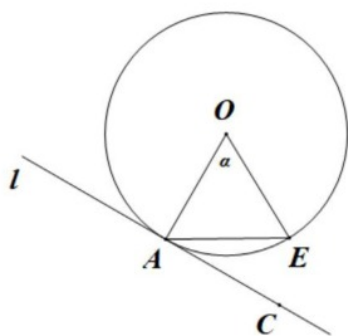
(3) 如图 2, 点 P 在第二象限, $x_2 = -2x_1$, 若点 M 在直线 PQ 上, 且横坐标为 $x_1 - 1$, 过点 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N , 求线段 MN 长度的最大值.

26. 【问题背景】

已知点 A 是半径为 r 的 $\odot O$ 上的定点,连接 OA ,将线段 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ 得到 OE ,连接 AE ,过点 A 作 $\odot O$ 的切线 l ,在直线 l 上取点 C ,使得 $\angle CAE$ 为锐角.

【初步感知】

(1) 如图 1, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, $\angle CAE = \quad^\circ$



【问题探究】

(2) 以线段 AC 为对角线作矩形 $ABCD$, 使得边 AD 过点 E . 连接 CE , 对角线 AC, BD 相交于

点 F.

①如图 2,当 $AC = 2r$ 时,求证:无论 α 在给定的范围内如何变化, $BC = CD + ED$ 总成立:

②如图 3,当 $AC = \frac{4}{3}r$, $\frac{CE}{OE} = \frac{2}{3}$ 时,请补全图形,并求 $\tan \alpha$ 及 $\frac{AB}{BC}$ 的值.

2024 年湖南省中考数学真题试卷解析

一、选择题.

1. 【答案】C

2. 【答案】B

3. 【答案】A

4. 【答案】B

5. 【答案】D

6. 【答案】A

7. 【答案】C

8. 【答案】B

9. 【答案】D

【解析】解： \because 点 D, E 分别为边 AB, AC 的中点

$\therefore DE \parallel BC, BC = 2DE$, 故 A、C 正确

$\because DE \parallel BC$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$, 故 B 正确

$\because \triangle ADE \sim \triangle ABC$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}, \text{故 D 错误}$$

故选: D.

10. 【答案】C

【解析】解： \because 点 $P(2a-4, a+3)$ 在第二象限

$$\therefore \begin{cases} 2a-4 < 0 \\ a+3 > 0 \end{cases}$$

$\therefore -3 < a < 2$, 故选项 A 错误

\because 点 $P(2a-4, a+3)$ 为“整点”, $-3 < a < 2$

\therefore 整数 a 为 $-2, -1, 0, 1$

\therefore 点 P 的个数为 4 个, 故选项 B 错误

\therefore “整点” P 为 $(-8, 1), (-6, 2), (-4, 3), (-2, 4)$

$$\therefore \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}, \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}, \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}, \frac{4}{-2} = -2$$

\therefore “超整点”P 为 $(-2, 4)$,故选项 C 正确

\therefore 点 $P(2a-4, a+3)$ 为“超整点”

\therefore 点 P 坐标为 $(-2, 4)$

\therefore 点 P 到两坐标轴的距离之和 $2+4=6$,故选项 D 错误

故选:C.

二、填空题.

11. 【答案】2024

12. 【答案】 $\frac{1}{4}$

13. 【答案】 $x=1$

14. 【答案】100

15. 【答案】2

16. 【答案】180

17. 【答案】6

18. 【答案】 $(6-2\sqrt{3})$

三、解答题.

19. 【答案】 $\frac{5}{2}$

20. 【答案】 $\frac{x+1}{x}, \frac{4}{3}$

21. 【答案】(1) 100 (2) 见解析

(3) 36 (4) 300 人

【小问 1 详解】

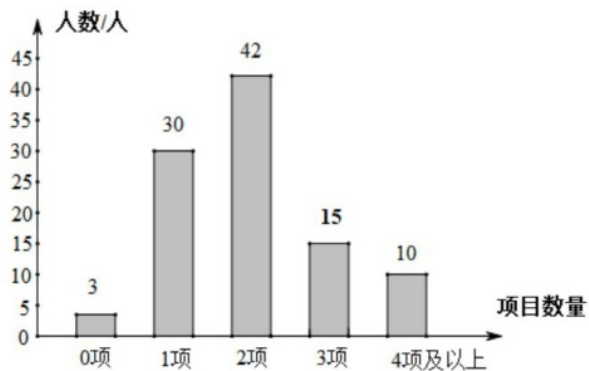
解:根据题意得: $30 \div 30\% = 100$ 人

故答案为:100

【小问 2 详解】

$$100 - 3 - 30 - 42 - 10 = 15$$

补全统计图如下:



【小问 3 详解】

$$360^\circ \times \frac{10}{100} = 36^\circ$$

故答案为:36

【小问 4 详解】

$$1200 \times \frac{15+10}{100} = 300 \text{ 人.}$$

22. 【答案】(1) ①或②,证明见解析;

(2) 6

【小问 1 详解】

解:选择①

证明: $\because \angle B = \angle AED$

$\therefore DE \parallel CB$

$\because AB \parallel CD$

\therefore 四边形 $BCDE$ 为平行四边形

选择②

证明: $\because AE = BE, AE = CD$

$\therefore CD = BE,$

$\because AB \parallel CD$

\therefore 四边形 $BCDE$ 为平行四边形

【小问 2 详解】

解:由 (1) 得 $DE = BC = 10$

$\because AD \perp AB, AD = 8$

$$\therefore AE = \sqrt{DE^2 - AD^2} = 6.$$

23. 【答案】(1) 50 元,30 元

(2) 400 棵

【小问 1 详解】

解:设脐橙树苗和黄金贡柚树苗的单价分别为 x 元/棵, y 元/棵

根据题意,得
$$\begin{cases} x+2y=110 \\ 2x+3y=190 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x=50 \\ y=30 \end{cases}$$

答:脐橙树苗和黄金贡柚树苗的单价分别为 50 元/棵,30 元/棵

【小问 2 详解】

解:设购买脐橙树苗 a 棵,则购买黄金贡柚树苗 $(1000-a)$ 棵

根据题意,得 $50a+30(1000-a) \leq 38000$

解得 $a \leq 400$

答:最多可以购买脐橙树苗 400 棵.

24. 【答案】(1) 7;3 (2) 18

【小问 1 详解】

解: $\because GH \perp CE$, EF 的长为 4 米, $\angle CFG = 60.3^\circ$

$$\therefore \tan \angle CFE = \tan 60.3^\circ = \frac{CE}{EF} \approx 1.75$$

$$\therefore CE = 7 \text{ 米}$$

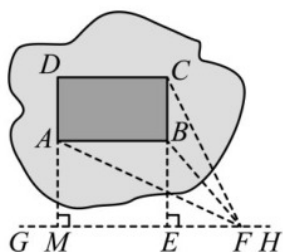
$$\because \angle BFG = 45^\circ$$

$$\therefore BE = EF = 4 \text{ 米}$$

$$\therefore CB = CE - BE = 3 \text{ 米}$$

【小问 2 详解】

过点 A 作 $AM \perp GH$ 于点 M,如图所示:



$$\because \angle AFG = 21.8^\circ$$

$$\therefore \tan \angle AFG = \tan 21.8^\circ = \frac{AM}{MF} \approx 0.4$$

$$\because AM = BE = 4 \text{ 米}$$

$$\therefore MF = 10 \text{ 米}$$

$$\therefore AB = ME = 10 - 4 = 6 \text{ 米}$$

\therefore 底座的底面 $ABCD$ 的面积为: $3 \times 6 = 18$ 平方米.

25. 【答案】(1) $y = -x^2 + 9$

(2) 为定值 3, 证明见解析

$$(3) \frac{37}{4}$$

【小问 1 详解】

\because 二次函数 $y = -x^2 + c$ 的图象经过点 $A(-2, 5)$

$$\therefore 5 = -4 + c$$

$$\therefore c = 9$$

$$\therefore y = -x^2 + 9$$

【小问 2 详解】

当 $y = 0$ 时, $0 = -x^2 + 9$

$$\therefore x_1 = -3, x_2 = 3$$

$$\therefore B(3, 0)$$

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$

$$\therefore \begin{cases} -2k + b = 5 \\ 3k + b = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore y = -x + 3$$

设 $P(x_1, -x_1^2 + 9)$, 则 $Q(x_1 + 3, -(x_1 + 3)^2 + 9)$, $D(x_1, -x_1 + 3)$

$$\therefore PD = -x_1^2 + 9 - (-x_1 + 3) = -x_1^2 + x_1 + 6 = (x_1 + 2)(-x_1 + 3), CD = -x_1 + 3.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle PDQ}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{(x+2)(-x_1+3)(x_1+3-x_1)}{(-x_1+3)(x_1+2)} = 3$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle PDQ}}{S_{\triangle ADC}} \text{ 的值为定值}$$

【小问 3 详解】

设 $P(x_1, -x_1^2 + 9)$, 则 $Q(-2x_1, -4x_1^2 + 9)$

设直线 PQ 的解析式为 $y = mx + n$

$$\therefore \begin{cases} mx_1 + n = -x_1^2 + 9 \\ -2mx_1 + n = -4x_1^2 + 9 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} m = x_1 \\ n = -2x_1^2 + 9 \end{cases}$$

$$\therefore y = x_1x - 2x_1^2 + 9$$

当 $x = x_1 - 1$ 时

$$y = x_1(x_1 - 1) - 2x_1^2 + 9 = -\left(x_1 + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{37}{4}$$

\therefore 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, 线段 MN 长度的最大值 $\frac{37}{4}$.

26. 【答案】(1) 30° ; ①证明见解析; ② $\frac{4}{3}, \frac{1}{2}$

解: (1) 由题意得 $\angle AOE = \alpha = 60^\circ$

$$\because OA = OE$$

$\therefore \triangle OEA$ 是等边三角形

$$\therefore \angle OAE = 60^\circ$$

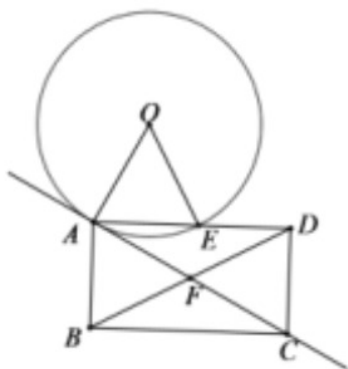
\because 直线 l 是 $\odot O$ 的切线

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CAE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

故答案为: 30°

(2) ①如图:



$$\because OA = OE,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle OEA$$

$$\because \angle AOE = \alpha$$

$$\therefore \angle OAE + \angle OEA + \alpha = 180^\circ$$

$$\therefore \angle OAE = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$$

$$\because \angle OAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DAC = \frac{1}{2}\alpha$$

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形

$$\therefore FA = DF, CF = DF = \frac{1}{2}AC = r,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle FDA = \frac{1}{2}\alpha$$

$$\therefore \angle DFC = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\alpha = \alpha$$

$$\because OA = OB = r$$

$$\therefore OA = FC, OE = FD$$

$$\because \angle AOE = \angle DFC$$

$$\therefore \triangle OAE \cong \triangle FCD$$

$$\therefore AE = CD$$

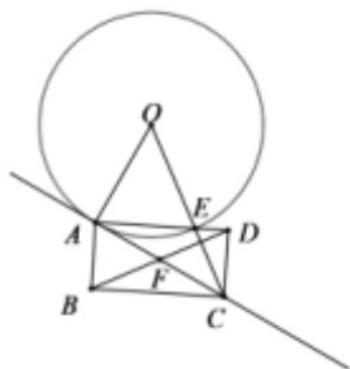
\because 四边形 $ABCD$ 是矩形

$$\therefore BC = AD$$

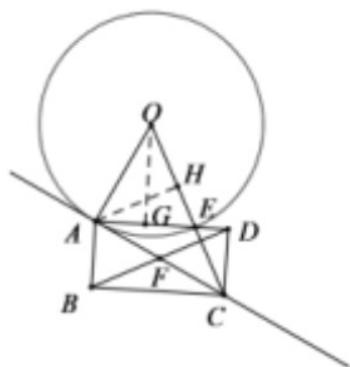
$$\because AD = AE + DE$$

$$\therefore BC = CD + DE$$

②补全图形如图:



过点 O 作 $OG \perp AE$ 于点 E, $AH \perp OE$ 于点 H



在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $OA = r$, $AC = \frac{4}{3}r$

\therefore 由勾股定理得 $OC = \frac{5}{3}r$

$$\therefore \frac{CE}{OE} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore CE = \frac{2}{3}r$$

$$\therefore OC = OE + CE$$

\therefore 点 E 在线段 OC 上

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle ACO, \tan \alpha = \frac{AC}{AO} = \frac{4}{3}$$

$$\because OG \perp AE, OA = OE$$

$$\therefore \angle EOG = \frac{1}{2}\alpha$$

$$\because AH \perp OE$$

$$\therefore \angle EOG + \angle OEA = \angle EAH + \angle OEA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EAH = \angle EOG = \frac{1}{2}\alpha$$

$$\text{在 Rt}\triangle OAH \text{ 中, } \tan \alpha = \frac{AH}{OH} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{设 } AH = 4m, OH = 3m$$

$$\therefore \text{由勾股定理得 } OA = OE = 5m$$

$$\therefore HE = 5m - 3m = 2m$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AHE \text{ 中, } \tan \angle EAH = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{HE}{AH} = \frac{1}{2}$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是矩形}$$

$$\therefore AD \parallel BC$$

$$\therefore \angle ACB = \angle DAC = \frac{1}{2}\alpha$$

$$\text{而 } \angle EAH = \frac{1}{2}\alpha$$

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}\alpha$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \tan \angle ACB = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}.$$