

9. (1) 6 m/s (2) $\sqrt{16+20\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}} \text{ m/s} (n=1,2,3,\dots)$

(3) $(73.6+32\sqrt{5}) \text{ J}$

【解析】(1) 滑块从 A 点开始下滑过程中, 由牛顿第二定律得 $mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma_1$, 由运动学公式得 $v_1^2 = 2a_1L$, 解得 $v_1 = 6 \text{ m/s}$.

(2) 滑块从与挡板碰后到速度减为 $v = 4 \text{ m/s}$ 的过程中, 由牛顿第二定律得 $mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta = ma_2$,

滑块从与挡板第 n 次碰后到速度减为 $v = 4 \text{ m/s}$ 的过程中, 由运动学公式得 $v_n^2 - v^2 = 2a_2s_n$,

滑块第 n 次碰后从最高点向下加速, 从速度增大为 $v = 4 \text{ m/s}$ 到与挡板第 $n+1$ 次碰撞的过程中, 由运动学公式得 $v_{n+1}^2 - v^2 = 2a_1s_n$,

解得 $v_n = \sqrt{16+20\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}} \text{ m/s} (n=1,2,3,\dots)$.

(3) 滑块从与挡板第 1 次碰撞到第 2 次碰撞的过程中, $v-t$ 图像如图所示, 滑块从与挡板第 1 次碰撞到速度减为 $v = 4 \text{ m/s}$ 的过程中, 运动时间为 $t_1 = \frac{v_1 - v}{a_2}$,

滑块从与挡板第 1 次碰后到速度减为 $v = 4 \text{ m/s}$ 的过程中, 由 $v-t$

图像的几何意义知滑块与传送带的相对路程为 $\Delta S_1 = \frac{v_1 - v}{2} t_1$, 解

得 $\Delta S_1 = 0.2 \text{ m}$,

滑块从速度减为 $v = 4 \text{ m/s}$ 到与挡板第 2 次碰撞的过程中, 运动时间为 $t_2 = \frac{v + v_2}{a_1}$,

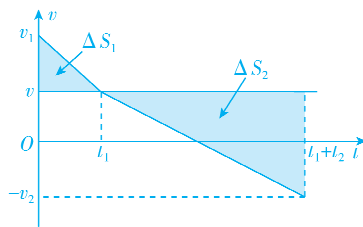
滑块从速度减为 $v = 4 \text{ m/s}$ 到与挡板第 2 次碰撞的过程中, 由 $v-t$

图像的几何意义知滑块与传送带的相对路程为 $\Delta S_2 = \frac{v + v_2}{2} t_2$,

解得 $\Delta S_2 = (9+4\sqrt{5}) \text{ m}$,

滑块与传送带摩擦产生的热量为 $Q = \mu mg\cos\theta (\Delta S_1 + \Delta S_2)$,

解得 $Q = (73.6+32\sqrt{5}) \text{ J}$.



专题 7 动量 动量守恒定律

考向 25 动量定理的应用

1. D 【解析】取非常短的时间 Δt , 取向右为正方向, 根据动量定理有 $-F\Delta t = m\Delta v$, 由题意有 $F = kv$, 则 $-kv\Delta t = m\Delta v$, 即 $-k\Delta x = m\Delta v$, 对运动全过程有 $-kx = m(0 - v_0)$, 解得 $x = 4 \text{ m}$, D 正确, A、B、C 错误.

2. B 【解析】运动员起跳时, 垫板对人的作用力没有位移, 可知其做功为零, 选项 A 错误; 根据位移—时间公式可知, 运动员在空中运动的时间为 $t = 2\sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{\frac{2 \times 0.8}{10}} \text{ s} = 0.8 \text{ s}$, 选项 B 正确; 运动员跳起的瞬间, 垫板对运动员的力与运动员对垫板的力是一对相互作用力, 总是等大反向, 选项 C 错误; 运动员在起跳过程和落回过程中, 垫板对其作用力方向均竖直向上, 则冲量的方向相同, 选项 D 错误.

3. A 【解析】取极短的时间 Δt , 设在这段时间内吹向广告牌的空气的质量为 m , 则 $m = \rho V = \rho Sv\Delta t$, 台风遇到广告牌后速度变为零, 根据动量定理有 $-F\Delta t = 0 - mv$, 解得 $F = 4\,160 \text{ N}$, A 正确.

4. A 【解析】对风筝受力分析如图 1 所示, 作出矢量三角形如图 2 所示, 可知风筝此时获得的垂直风筝面的力 $F = 2mg\cos\theta$, 根据牛顿第三定律可知, 风筝对垂直风筝面的风的作用力大小也为 F , 以风为研究对象, 一小段时间 Δt 内, 垂直吹在风筝面的风的质量 $m = \rho Sv\Delta t$, 在垂直风筝面方向上由动量定理有 $-F \cdot \Delta t = 0 - mv$,

联立解得风筝所在高度的空气密度为 $\rho = \frac{2mg\cos\theta}{Sv^2}$, A 正确.

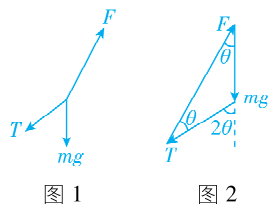


图 1

图 2

5. D 【解析】氙离子经电场加速后以某一速度喷出, 根据动能定理有 $qU = \frac{1}{2}mv^2 - 0$, 解得 $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$, 设单位体积内离子数目为 n , 加速喷出时截面积为 S , 在 Δt 时间内, 有质量为 Δm 的氙离子以速度 v 喷射而出, 则有 $\Delta m = nmSv\Delta t$, 形成电流大小为 I , 则 $I = nqSv$, 由动量定理可得 $F\Delta t = \Delta m \cdot v$, 联立可得 $F = I\sqrt{\frac{2mU}{q}}$, D 正确.

6. D 【解析】由题图乙可知碰撞过程中 F 的冲量大小为 $I_F = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 6\,600 \text{ N} \cdot \text{s} = 330 \text{ N} \cdot \text{s}$, 方向竖直向上, 故 A 错误; 碰撞过程中头锤所受合力的冲量大小为 $I = I_F - Mgt = 300 \text{ N} \cdot \text{s}$, 方向竖直向上, 故 B、C 错误; 头锤落到气囊上时的速度大小为 $v_0 = \sqrt{2gH} = 8 \text{ m/s}$, 与气囊作用过程, 由动量定理得 $I = Mv - (-Mv_0)$, 解得 $v = 2 \text{ m/s}$, 则碰撞结束后头锤上升的最大高度为 $h = \frac{v^2}{2g} = 0.2 \text{ m}$, 故 D 正确.

7. AD 【解析】 $F = 2mg\sin\theta$ 时, 由牛顿第二定律得 $2mg\sin\theta + mg\sin\theta = ma_1$, 解得滑块加速度大小为 $a_1 = 3g\sin\theta$, 方向沿斜面向下; $F = -2mg\sin\theta$ 时, 由牛顿第二定律得 $2mg\sin\theta - mg\sin\theta = ma_2$, 解得滑块加速度大小为 $a_2 = g\sin\theta$, 方向沿斜面向上, 作出滑块在

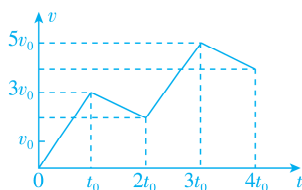
$0 \sim 4t_0$ 内的 $v-t$ 图像, 如图所示, 由图像知, $0 \sim 4t_0$ 内滑块一直沿

斜面运动, **点拨**: 将 $F-t$ 图像转化为 $v-t$ 图像, 利用 $v-t$ 图像分析

斜面向下运动, **A 正确**. 由图像知, $4t_0$ 时滑块的速度不等于 0, 根

点拨: 速度方向始终不变

据动量定理得 $I_{\text{合}} = \Delta p \neq 0$, **B 错误**. 由图像知, t_0 时滑块的速度大于 $2t_0$ 时滑块的速度, 故 t_0 时动量大小不是 $2t_0$ 时的一半, **C 错误**. $v-t$ 图像与横轴围成的面积表示位移, 由图像知, $2t_0 \sim 3t_0$ 内滑块的位移小于 $3t_0 \sim 4t_0$ 内的位移, **D 正确**.



方法总结 对于方向周期性变化、大小不变的力, 可以画出物体运动的 $v-t$ 图像来分析物体的运动, 类似的方法在交变电场问题中经常使用.

- 8. CD** 【解析】由题图(b)可知, t_1 时刻 B 离开墙面, $0 \sim t_1$ 时间内, 弹簧处于压缩状态, 对 B 有弹力, B 静止, 由平衡条件可知, 墙面对 B 也有弹力, 则 $0 \sim t_1$ 时间内墙对 B 的冲量不为 0, **A 错误**; B 运动后, 二者共速时, 弹簧的弹性势能最大, 形变量也最大, 撤去外力后, 整个系统的机械能守恒, 则弹簧初始的弹性势能等于共速时两物体的动能和弹簧的弹性势能之和, 因此 B 运动后, 弹簧最大的弹性势能小于初始时的弹性势能, 则 B 运动后, 弹簧的最大形变量小于 x , **B 错误**; B 运动后, A 、 B 组成的系统动量守恒, 则

关键点: 初始时刻弹簧压缩量最大, 弹性势能最大

$t_1 \sim t_2$ 时间内, A 减少的动量大小等于 B 增加的动量大小, 即 $|\Delta p_A| = |\Delta p_B|$, $|m_A \Delta v_A| = |m_B \Delta v_B|$, $a-t$ 图像中, 图线与横轴所围图形面积代表 $|\Delta v|$, 则有 $m_A S_2 = m_B S_3$, 解得 $m_A : m_B = S_3 : S_2$, **C 正确**; $a-t$ 图线与横轴所围面积表示速度的变化量大小, 可知 t_2 时刻, A 的速度大小为 $v_A = S_1 - S_2$, B 的速度大小为 $v_B = S_3$, 又知 t_2 时刻, 两物体加速度都达到最大, 弹簧伸长最长, 二者共速, 则有 $v_A = v_B$, 即 $S_1 - S_2 = S_3$, **D 正确**.

- 9. (1) 0.25 4 m/s (2) 4 s**

【解析】(1) $t = 2$ s 时滑块速度最大, 则此时滑块沿斜面方向所受合外力为 0, 由题图(b)可知此时 $F = 8$ N,

由平衡条件有 $mgsin \theta = F + \mu mgcos \theta$,

代入数据解得 $\mu = 0.25$,

滑块从释放到 $t = 2$ s 的过程, 沿斜面方向, 由动量定理有

$$mgt sin \theta - \frac{1}{2} Ft - \mu mgt cos \theta = mv_m,$$

解得 $v_m = 4$ m/s.

(2) 设经过 t_1 滑块到达最低点, 此时滑块速度为 0, 沿斜面方向,

由动量定理有 $mgt_1 sin \theta - I_F - \mu mgt_1 cos \theta = 0$,

由图像可知 $F = 4t$,

所以 $0 \sim t_1$ 时间内 $I_F = \frac{1}{2} \times 4t_1^2$, 联立解得 $t_1 = 4$ s.

关键点: $F-t$ 图像中, 图线与横轴所围图形面积表示 F 的冲量

考向 26 动量守恒定律

- 1. ACD** 【解析】小球 A 、 B 、 C 、 D 、 E 组成的系统只有重力做功, 系统机械能守恒但动量不守恒, 故 **A 正确**, **B 错误**; 由于小球 D 受力

易错点: 区分机械能守恒与动量守恒的条件, 只有重力或系统内弹力做功的系统机械能守恒, 不受外力或所受外力矢量和为 0 的系统动量守恒

平衡, 所以小球 D 在整个过程中不动, 所以轻杆 DB 对小球 B 不做功, 而轻杆 BE 对小球 B 先做负功后做正功, 所以小球 B 的机械能先减少后增加, 当小球 B 落地时小球 E 的速度等于零, 根据

突破点: 小球 B 与小球 E 沿杆方向的速度相等, B 落地时, 杆水平, B 沿杆方向的速度为 0, 即 $v_E = 0$

功能关系有 $2mgh = \frac{1}{2} \times 2mv^2$, 解得小球 B 落地的速度为 $\sqrt{2gh}$,

故 **C 正确**; 轻杆 AC 对小球 A 先做负功再做正功, 当小球 A 的机械能最小时, 轻杆 AC 上没有力, 小球 C 在竖直方向上受力平衡, 所以地面对小球 C 的支持力大小等于重力大小, 故 **D 正确**.

- 2. B** 【解析】 A 、 B 组成的系统受到的合力为零, 因此动量守恒, 而 A 、 B 之间由于存在摩擦生热, 故系统机械能不守恒, **A 错误**; 画出物体 B 和长木板 A 的 $v-t$ 图线, 分别如图中图线 1 和图线 2 所示, 由图可知图线 1 和图线 2 之间的梯形面积表示板长 l , 图线 1 与 t 轴所围的图形面积表示物体 B 的位移 x_1 , 图线 2 与 t 轴所围的图形面积表示长木板 A 的位移 x_2 , 由图可知 $x_1 > l$, $x_2 < l$, 又 $\Delta E_{kB} = fx_1$, $\Delta E_{kA} = fx_2$, $Q = fl$, 有 $\Delta E_{kB} > Q > \Delta E_{kA}$, 可知 **B 正确**, **C 错误**; 若增大 v_0 和长木板 A 的质量 M , 相当于在 $v-t$ 图像中图线 1 将向上移动, 而图线 2 的斜率变小, 即 A 的加速度变小, 可知 B 一定会从长木板 A 的右端滑下, 由 $Q = fl$ 可知 Q 不变, **D 错误**.

- 3. BC** 【解析】滑块和斜面体运动的末状态如图 1 中虚线所示, 由图 1 中加速度的方向可知 a_1 与 a_2 的夹角是钝角, **A 错误**; 滑块和斜面体组成的系统水平方向动量守恒, 且滑块和斜面体初速度为 0, 又滑块与斜面体质量相等, 所以滑块和斜面体水平方向上速度分量大小时刻相等、方向始终相反, 则滑块和斜面体的水平方向加速度分量大小相等、方向相反, **B 正确**; 由面接触的物体不脱离的条件可知, 滑块和斜面体垂直斜面方向的速度分量大小时刻相等, 所以垂直斜面方向的加速度分量大小相等, **C 正确**; 将前述分析的结果画成矢量图, 如图 2 所示, 由几何知识可知, a_1 的大小是 a_2 的 $\sqrt{5}$ 倍, **D 错误**.

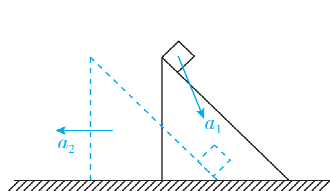


图 1

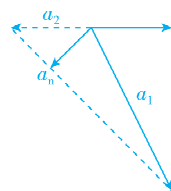


图 2

4. BC 【解析】由题图乙可知 A 同学的初速度为 $v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 5 \text{ m/s}$, A

同学抱住 B 同学后两人的速度为 $v = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = 2 \text{ m/s}$, A、B 组成的系

突破点: 从 $x-t$ 图像获取信息, 两段图线的斜率分别是相抱之前与相抱之后的速度

统动量守恒, 由动量守恒定律得 $m_A v_A = (m_A + m_B) v$, 解得 $m_B = 75 \text{ kg}$, 对 A 同学, 由动量定理得 $I_{BA} = m_A v - m_A v_A = -150 \text{ N} \cdot \text{s}$, A 同学和 B 同学的质量之比为 $\frac{m_A}{m_B} = \frac{50 \text{ kg}}{75 \text{ kg}} = \frac{2}{3}$, A 错误, B 正确; 两人相抱过程中损失的动能为 $\Delta E_k = \frac{1}{2} m_A v_A^2 - \frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 = 375 \text{ J}$,

C 正确; 两人相抱过程中相互间的作用力做功之比为 $\frac{W_{BA}}{W_{AB}} = \frac{\frac{1}{2} m_A v_A^2 - \frac{1}{2} m_A v^2}{\frac{1}{2} m_B v^2} = \frac{7}{2}$, D 错误.

5. C 【解析】当三球共速时, 弹簧弹性势能最大、压缩量最大, 弹簧长度最短, 故 A 错误; 由题图可知, B 的速度为零时加速度不为零, 说明弹簧弹力不为 0, 故球 C 受到弹簧弹力, 加速度不为零, 故 B 错误; A、B 发生完全非弹性碰撞, 则 $m_A v_A = (m_A + m_B) v$, 解得 $m_A = 4 \text{ kg}$, A、B、C 整体动量守恒, 有 $(m_A + m_B) v = (m_A + m_B) v' + m_C v_C$, 当弹簧恢复原长时, 此时 $v' = -1 \text{ m/s}$, 满足 $\frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v'^2 + \frac{1}{2} m_C v_C^2$, 联立解得 $m_C = 10 \text{ kg}$, $v_C = 3 \text{ m/s}$, 当 A、

突破点: 当 A、B 速度为 -1 m/s 时, 弹簧处于原长状态, 结合能量守恒定律求解 C 的质量

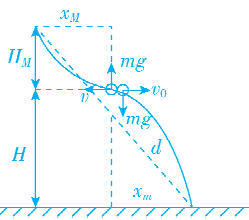
B、C 共速时弹簧形变量最大, 弹力最大, 小球 B 的加速度最大, 根据动量守恒定律和能量守恒定律有 $(m_A + m_B) v = (m_A + m_B + m_C) v_{共}$, $\frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 = \frac{1}{2} (m_A + m_B + m_C) v_{共}^2 + E_p$, 联立解得 $E_p = 30 \text{ J}$, 又 $E_p = \frac{1}{2} kx^2$, 解得 $x = \frac{1}{2} \text{ m}$, 此时对小球 B, 有 $a_{max} = \frac{kx}{m_A + m_B} = 20 \text{ m/s}^2$, 故 C 正确, D 错误.

6. B 【解析】热气球开始时携带物资处于静止状态, 所受合外力为零, 水平抛出 100 kg 的物资瞬间, 水平方向上满足动量守恒, 则有 $0 = Mv - mv_0$, 其

易错点: 不要认为抛出物资后热气球只做竖直方向的运动

中 M 为抛出物资后热气球的质量, m 为物资的质量, 作出热气球和物资分离后的运动示意图如图所示, 在水平方向上, 热气球以速度 v 物资以速度 v_0 做匀速直线运动, 在竖直方向上, 热气球和物资所受合力大小均为 mg , 所以热气球在竖直方向上加速度大小为 $a = \frac{m}{M} g$, 物资在竖直方向上的加速度大小为 g , 由 $H = \frac{1}{2} g t^2$

得物资落地时间为 $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, 这段时间内热气球在竖直方向上的



位移为 $H_M = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{M} g \cdot \frac{2H}{g} = \frac{m}{M} H$, 热气球和物资的水平位移分别为 $x_M = vt = \frac{m}{M} v_0 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$, $x_m = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$, 联立解得二者的距离为 $d = \sqrt{(x_m + x_M)^2 + (H + H_M)^2} = 30\sqrt{3} \text{ m}$, B 正确.

7. B 【解析】根据动量守恒定律可得每发射一颗子弹, 皮划艇增加的速度为 $\Delta v = \frac{mv_0}{M}$, 在 t 时间内沿水平方向发射了 7 发子弹, 则皮划艇在 6 个 $\frac{t}{6}$ 时间内, 分别以 $\Delta v, 2\Delta v, 3\Delta v, \dots$ 匀速运动, 每段匀

易错点: t 时间内发射 7 发子弹, 间隔时间是 6 段

速运动的位移依次为 $x_1 = \Delta v \times \frac{t}{6}$, $x_2 = 2\Delta v \times \frac{t}{6}$, $x_3 = 3\Delta v \times \frac{t}{6}, \dots$, 故 t 时间内皮划艇的总位移为 $x = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = \Delta v \cdot \frac{t}{6} (1+2+3+4+5+6) = \frac{7mv_0 t}{2M}$, B 正确.

8. (1) 5 m/s (2) 3 kg (3) 0.56 m

【解析】(1) 物块 B 沿 NP 运动时恰能经过最高点 P, 根据牛顿第二定律可得 $m_B g = m_B \frac{v_P^2}{R}$, 物块 B 从 N 点到 P 点的过程中, 根据机械能守恒定律可得 $\frac{1}{2} m_B v_B^2 = 2mgR + \frac{1}{2} m_B v_P^2$, 解得物块 B 在 N 点的速度大小为 $v_B = 5 \text{ m/s}$.

(2) A、B 组成的系统动量守恒, 有 $m_1 v = m_1 v_A + m_B v_B$, A、B、弹簧组成的系统机械能守恒, 有 $\frac{1}{2} m_1 v^2 = \frac{1}{2} m_1 v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$, 解得 $m_B = 3 \text{ kg}$.

(3) A、B 组成的系统动量守恒, 物块 A 连接的轻弹簧从接触 B 到弹簧被压缩到最短的过程中有 $m_1 v = m_1 v_1 + m_B v_2$, 则 $m_1 v \Delta t = m_1 v_1 \Delta t + m_B v_2 \Delta t$, 对时间累加求和, 可得 $m_1 v t = m_1 x_A + m_B x_B$, 解得 $x_A = 0.71 \text{ m}$, 弹簧的最大压缩量为 $\Delta x_m = x_A - x_B = 0.56 \text{ m}$.

考向 27 碰撞与爆炸、反冲问题

1. B 【解析】根据动量守恒定律可得 $p_{甲} + p_{乙} = p'_{甲} + p'_{乙}$, 根据系统机械能不会增加可得 $\frac{p_{甲}^2}{2m_{甲}} + \frac{p_{乙}^2}{2m_{乙}} \geq \frac{p_{甲}'^2}{2m_{甲}} + \frac{p_{乙}'^2}{2m_{乙}}$, 碰撞后甲的速度不大于乙的速度, 即 $\frac{p'_{甲}}{m_{甲}} \leq \frac{p'_{乙}}{m_{乙}}$, 联立解得 $0.5 \text{ kg} \leq m_{甲} \leq \frac{6}{7} \text{ kg}$, A、C、D 错误, B 正确.

2. C 【解析】A 球与静止的 B 球发生对心碰撞, 全过程动量守恒, 设 A、B 两球碰撞后的速度分别为 v_1, v_2 , 取速度 v 的方向为正方向, 则有 $mv = mv_1 + 3mv_2$, 碰后 A 反向, 则 $v_1 < 0$, 可得 $v_2 > \frac{1}{3} v$, 碰后的总动能不增加, 则有 $\frac{1}{2} mv^2 \geq \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} \times 3mv_2^2$, 可得 $v_2 \leq \frac{v}{2}$, 故 $\frac{v}{3} < v_2 \leq \frac{v}{2}$, 只有 C 符合要求. 故选 C.

3. C 【解析】由题图可知, 碰撞后两滑块共同速度为正, 总动量为正, 可知碰撞前的总动量也为正, 则碰撞前滑块 I 的动量比滑块 II 的动量大, A 错误; 设滑块 I 的质量为 m_1 , 滑块 II 的质量为

m_2 , 根据动量守恒定律, 结合题图有 $5m_1 - 3m_2 = 2(m_1 + m_2)$, 解得 $m_1 : m_2 = 5 : 3$, **B 错误, C 正确**; 碰撞过程中, 滑块 I 和滑块 II 之间的力为一对相互作用力, 大小始终相等, 同时产生, 同时消失, 故碰撞过程中滑块 I 受到的冲量与滑块 II 受到的冲量大小相等, 方向相反, **D 错误**.

4. A 【解析】 两球发生弹性碰撞, 设 A 球初速度大小为 v_0 , 碰后两球速度大小分别为 v_A 、 v_B , 根据动量守恒定律和机械能守恒定律有 $m_A v_0 = m_A v_A + m_B v_B$, $\frac{1}{2} m_A v_0^2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$, 联立解得 $v_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_0$, $v_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_0$, 由于 $m_A > m_B$, 则 v_A 与 v_B 同向, 均沿顺时针方向运动, 第二次碰撞发生在题图中的 b 点, 从第一次碰撞到第二次碰撞, 有 $x_A = \frac{1}{3} l_{\text{圆}}$, $x_B = \frac{4}{3} l_{\text{圆}}$, 故 A、B 通过的路程之比为

→ **突破点: B 球比 A 球多转过一圈**

$\frac{x_A}{x_B} = \frac{1}{4}$, 两球运动时间相同, 则有 $\frac{v_A}{v_B} = \frac{x_A}{x_B} = \frac{1}{4}$, 联立解得 $\frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{1}$, **A 正确**.

5. A 【解析】 A 球与 B 球第一次碰撞的过程中, 取水平向右为正方向, 根据动量守恒定律有 $mv_0 = -m \cdot kv_0 + 4mv_B$, 碰撞过程中系统的总动能不会增加, 则有 $\frac{1}{2} mv_0^2 \geq \frac{1}{2} m(kv_0)^2 + \frac{1}{2} \times 4mv_B^2$, 要使 A 球能与 B 球再次发生碰撞, 则 A 球与固定挡板发生弹性碰撞后返回的速度要大于 B 球的速度, 即 $kv_0 > v_B$, 联立得 $\frac{1}{3} < k \leq \frac{3}{5}$, **A 正确, B、C、D 错误**.

6. B 【解析】 当弹簧恢复原长时, 物块 Q 的速度最大, 当弹簧压缩量最大时, 两个物块速度相同, 物块 Q 的速度不是最大, 故 **A 错误**.

→ **易错点: 此时 Q 受弹力继续加速**

误; 当弹簧恢复原长时, 根据动量守恒定律有 $m_P v_0 = m_P v_P + m_Q v_Q$, 根据机械能守恒定律有 $\frac{1}{2} m_P v_0^2 = \frac{1}{2} m_P v_P^2 + \frac{1}{2} m_Q v_Q^2$, 根据动量定理有 $I = m_P v_0$, 联立解得 $v_Q = 4 \text{ m/s}$, $v_P = 1 \text{ m/s}$, 则物块 Q 的最大速度为 4 m/s , 物块 P 离开弹簧时的速度大小为 1 m/s , 故 **B 正确, D 错误**; 弹簧最短时, 弹簧压缩量最大, 弹簧的弹性势能最大, 此时两物块速度相同, 根据动量守恒定律有 $m_P v_0 = (m_P + m_Q) v$, 根据能量守恒定律可知弹簧的最大弹性势能为 $E_p = \frac{1}{2} m_P v_0^2 - \frac{1}{2} (m_P + m_Q) v^2$, 解得 $E_p = 3 \text{ J}$, 故 **C 错误**.

7. A 【解析】 对女子和竹竿组成的系统, 可看成人船模型, 所以有 $m_1 x_1 = m_2 x_2$, 代入数据可得女子的质量为 $m_2 = 45 \text{ kg}$, **A 正确**.

8. C 【解析】 设卫星原本速度为 v_1 , 地球质量为 M , 由万有引力提供向心力, 有 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v_1^2}{R}$, 喷出气体后卫星速度为 kv_1 , 质量为 Δm 的气体相对地面的速度为 v , 由动量守恒定律, 有 $mv_1 = (m - \Delta m) kv_1 + \Delta m v$, 又 $G \frac{Mm}{R_0^2} = mg$, 联立解得 $v = \frac{m + k\Delta m - km}{\Delta m} \sqrt{\frac{gR_0^2}{R}}$, **C**

正确.

9. D 【解析】 “水火箭”向下喷出水, 水对“水火箭”的反作用力是“水火箭”的动力, **A 错误**; “水火箭”上升过程先加速后减速, 先处于超重状态后处于失重状态, **B 错误**; 喷水的极短时间内, 由动量守恒定律可得 $mv_0 - (M - m)v_1 = 0$, 解得“水火箭”获得的最大速度为 $v_1 = \frac{m}{M - m} v_0$, **C 错误**; 以向下为正方向, “水火箭”上升过程由动量定理可得 $(M - m)gt_1 + \bar{f}_1 t_1 = (M - m)v_1 - 0$, “水火箭”下降过程由动量定理可得 $(M - m)gt_2 - \bar{f}_2 t_2 = (M - m)v - 0$, 其中 $\bar{f}_1 t_1 = k\bar{v}_1 t_1 = kh$, $\bar{f}_2 t_2 = k\bar{v}_2 t_2 = kh$, 联立解得 $t = t_1 + t_2 = \frac{(M - m)v + mv_0}{(M - m)g}$, **D 正确**.

→ **突破点: 上升和下降过程中阻力的冲量大小相等**

10. CD 【解析】 爆炸后甲、丙从同一高度做平抛运动, 乙从该高度自由下落, 根据运动学公式可知, 落地时间均为 $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, **A、B**

错误; 爆炸过程动量守恒, 有 $mv = -\frac{1}{3}mv_{\text{丙}} + \frac{1}{3}mv_{\text{甲}}$, 由题意知 $v_{\text{丙}} = v$, 解得 $v_{\text{甲}} = 4v$, 爆炸后甲、丙从同一高度做平抛运动, 甲、丙落地点到乙落地点 O 的距离比为 $x_{\text{甲}} : x_{\text{丙}} = v_{\text{甲}} : v_{\text{丙}} = 4 : 1$, **C 正确**; 根据能量守恒定律可得爆炸过程释放的化学能 $\Delta E = \frac{1}{2} \times$

$\frac{m}{3}v_{\text{甲}}^2 + \frac{1}{2} \times \frac{m}{3}v_{\text{丙}}^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{7}{3}mv^2$, **D 正确**.

快解 爆炸后甲、乙、丙的落地时间均相同, 可知 A、B 错误, 本题是多选题, 可知正确选项为 C、D.

11. B 【解析】 炮弹爆炸的过程在水平方向上动量守恒, 设炮弹爆炸前的速度大小为 v , 则有 $\frac{1}{2} \times 2mv^2 = E$, 解得 $v = \sqrt{\frac{E}{m}}$, 设爆炸后瞬间两块碎片的速度分别为 v_1 、 v_2 , 且 $v_1 > v_2$, 以爆炸前炮弹的速度方向为正方向, 由动量守恒定律和能量守恒定律有 $2mv = mv_1 + mv_2$, $E + \frac{1}{4}E = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$, 解得 $v_1 = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{E}{m}}$, $v_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{E}{m}}$, 根据平抛运动规律有 $H = \frac{1}{2}gt^2$, 两块碎片落地点之间的距离 $x = (v_1 - v_2)t$, 解得 $x = \sqrt{\frac{2EH}{mg}}$, **B 正确**.

关键点拨 分析清楚炮弹与碎片的运动过程是解题的前提, 炮弹爆炸过程系统动量守恒, 应用动量守恒定律与能量守恒定律求出爆炸后两碎片的速度, 爆炸后两碎片做平抛运动, 应用平抛运动规律求出两碎片落地点间的距离, 解题时注意正方向的选择.

12. (1) $12mgR$ (2) $\frac{55}{8}R$

【解析】 (1) 点燃炸药后 a、b 小球分开的过程, 由动量守恒定律有 $m_a v_a = m_b v_b$, a、b 小球分开后, 对 a 小球, 由机械能守恒定律有 $m_a gR = \frac{1}{2} m_a v_a^2$, 又 $m_a = 3m_b = 3m$, 解得 $v_a = \sqrt{2gR}$, $v_b =$

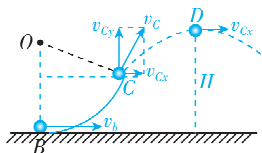
$3\sqrt{2gR}$, 则炸药点燃后, 至少释放的能量为 $E = \frac{1}{2}m_a v_a^2 + \frac{1}{2}m_b v_b^2 = 12mgR$.

(2) b 小球离开 C 点后做斜上抛运动, 当 $v_{cy} = 0$ 时, b 小球上升

→ **易错点:** 不能直接用动能定理求解

到最高点 D 处, 如图所示,

b 小球从 B 到 C 过程, 由动能定理有 $-m_b gR(1 - \cos 60^\circ) = \frac{1}{2}m_b v_c^2 - \frac{1}{2}m_b v_b^2$, b 小球离开轨道时水平分速度 $v_{cx} = v_c \cos 60^\circ$, v_{cx} 即为 b 小球在最高点时的速度, b 小球从 B 到 D 过程, 由动能定理有 $-m_b gH = \frac{1}{2}m_b v_{cx}^2 - \frac{1}{2}m_b v_b^2$, 联立解得 $H = \frac{55}{8}R$.



一题多解 b 小球离开轨道时竖直分速度 $v_{cy} = v_c \sin 60^\circ$, 从 C 运动到最高点的过程中, 竖直方向有 $h = \frac{v_{cy}^2}{2g}$, b 小球运动过程中距水平地面的最大高度 $H = h + R - R \cos 60^\circ$, 联立可得 $H = \frac{55}{8}R$.

13. BD 【解析】设红色小球与 1 号小球碰撞后两球的速度分别为 v_{01} 和 v_1 , 取向右为正方向, 根据动量守恒定律有 $mv_0 = mv_{01} + 2mv_1$, 由能量守恒定律有 $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_{01}^2 + \frac{1}{2} \times 2mv_1^2$, 解得 $v_{01} = -\frac{1}{3}v_0$, $v_1 = \frac{2}{3}v_0$, 白色小球碰撞时交换速度, 10 号小球的最终速度大小为 $\frac{2}{3}v_0$, **A 错误, B 正确**; 红色小球第 2 次与 1 号小球碰撞后, 有 $m \cdot \frac{v_0}{3} = mv_{02} + 2mv_2$, $\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}mv_{02}^2 + \frac{1}{2} \times 2mv_2^2$, 解得 $v_{02} = -\left(\frac{1}{3}\right)^2 v_0$, 以此类推, 红色小球最终速度大小为 $\left(\frac{1}{3}\right)^{10} v_0$, **C 错误, D 正确**.

→ **关键点:** 之后的碰撞中, 9 号小球不会追上 10 号小球, 所以第一次碰撞后 10 号小球的速度就是最终速度

14. AD 【解析】物块 A 与第 1 个小球碰撞过程, 根据动量守恒定律得 $mv_0 + 0 = mv_A + mv_{球}$, 根据机械能守恒定律得 $\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}mv_{球}^2$, 解得 $v_A = 0$, $v_{球} = v_0$, 碰后交换速度, 对物块 A , 根据动能定理有 $-\mu mg \cdot ns_0 = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$, 解得 $n = 8.1$, 物块 A 能与 8 个小球碰撞, 每个小球发生 2 次碰撞, 则物块 A 最多能与小球碰撞 16 次, **A 正确, B 错误**; 设物块 A 运动至第 5 个小球处的速度为 v_5 , 由动能定理有 $-\mu mg \cdot 5s_0 = \frac{1}{2}mv_5^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$, 物块 A 与第

5 个小球碰后交换速度, 第 5 个小球在最高点处, 根据机械能守恒定律有 $\frac{1}{2}mv_5^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg \cdot 2L_5$, 根据牛顿第二定律有 $mg = m \frac{v^2}{L_5}$, 解得 $L_5 = 0.62 \text{ m}$, **C 错误, D 正确**.

→ **突破点:** 小球恰好能在竖直平面内做完整的圆周运动, 临界条件是在最高点重力恰好提供向心力

15. C 【解析】三个小球由静止同时释放, 与挡板碰前的瞬间速度相同, 由 $2aH = v^2$, 得 $v_A = v_B = v_C = \sqrt{2aH}$, 由题意可知, C 球与挡板碰撞后反向碰 B 球, B 球再反向碰 A 球, 由于都是弹性碰撞, 动量和机械能都守恒, 以沿斜面向上为正方向, 对 C 球与 B 球碰撞过程有 $m_C v_C - m_B v_B = m_B v'_B + \frac{1}{2}m_C v_C^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{2}m_B v_B'^2$, 对 B 球和 A 球的碰撞过程有 $m_B v'_B - m_A v_A = m_A v'_A + \frac{1}{2}m_B v_B'^2 + \frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}m_A v_A'^2$, 联立解得 $m_A : m_B : m_C = 1 : 2 : 6$, $v'_A = 3\sqrt{2aH}$, 则 A 球沿斜面向上运动的最大位移为 $h_{\max} = \frac{v_A'^2}{2a} = 9H$, **C 正确, A、B、D 错误**.

重难专项 7 四种典型的碰撞模型

1. AD 【解析】子弹 A 以 100 m/s 的水平初速度在极短时间内击穿物体 B 后速度减为 40 m/s , 则 A 、 B 组成的系统动量守恒, 根据动量守恒定律有 $m_A v_0 = m_A v_1 + m_B v_2$, B 上升到最高点的过程中, 与 C 组成的系统水平方向动量守恒, 机械能守恒, 有 $m_B v_2 = (m_B + m_C) v_3$, $\frac{1}{2}m_B v_2^2 = \frac{1}{2}(m_B + m_C) v_3^2 + m_B gh$, 解得 $h = 0.6 \text{ m}$, **A 正确, B 错误**; B 返回到最低点时, 与 C 组成的系统水平方向动量守恒, 机械能守恒, 此时 C 的速度最大, 则有 $m_B v_2 = -m_B v_4 + m_C v_5$, $\frac{1}{2}m_B v_2^2 = \frac{1}{2}m_B v_4^2 + \frac{1}{2}m_C v_5^2$, 解得 $v_5 = 8 \text{ m/s}$, **C 错误, D 正确**.

2. BC 【解析】设碰后瞬间 b 、 c 的速度大小为 v_1 , 碰后 b 、 c 的加速度大小为 $a_{共}$, 由题图乙可知 $x = v_1 t_0 - \frac{1}{2}a_{共} t_0^2 = \frac{v_0 t_0}{2}$, 抛物线的顶点为 Q , 根据 $x-t$ 图像的切线斜率表示速度, 有 $v_1 = a_{共} \cdot 2t_0$, 联

→ **突破点:** 根据图像中的点及图线的含义, 结合数学知识求解

立解得 $v_1 = \frac{2v_0}{3}$, $a_{共} = \frac{v_0}{3t_0}$, 根据题意可知, t_0 时刻 a 、 b 、 c 速度相同,

设为 $v_{共}$, 设 a 的加速度大小为 a_A , 则有 $v_{共} = v_1 - a_{共} t_0 = \frac{v_0}{3}$, $v_{共} =$

$a_A t_0$, 解得 $a_A = \frac{v_0}{3t_0}$, 对 a 根据牛顿第二定律可得 $a_A = \frac{\mu m_a g}{m_a} = \mu g$, 解

得 a 、 b 间的动摩擦因数为 $\mu = \frac{v_0}{3gt_0}$, 故 **A 错误, B 正确**; 设 b 、 c 的

质量分别为 m_b 、 m_c , 物块 c 与 b 发生碰撞过程, 根据动量守恒定律可得 $m_c v_0 = (m_b + m_c) v_1$, 其中 $v_1 = \frac{2v_0}{3}$, 联立可得 b 、 c 的质量比为 $m_b : m_c = 1 : 2$, 故 **C 正确, D 错误**.

3. (1) 6 m/s (2) $\frac{4}{15} \text{ m}$ (3) 180 N

【解析】(1) 长木板和滑块组成的系统动量守恒, 共速时有 $m_1 v_0 =$

$(M+m_1)v_1$, 解得 $v_1=6\text{ m/s}$.

(2) 设碰撞后小物块的速度大小为 v , 长木板和小物块组成的系统在碰撞过程中动量守恒、机械能守恒, 有 $Mv_1=Mv_1'+mv$,

$$\frac{1}{2}Mv_1^2=\frac{1}{2}Mv_1'^2+\frac{1}{2}mv^2, \text{ 解得 } v_1'=-2\text{ m/s}, v=4\text{ m/s},$$

小物块滑上凹槽后, 小物块和凹槽组成的系统水平方向动量守恒, 总体的机械能守恒, 有

$$mv=(m+m_2)v_{\text{共}}, \frac{1}{2}mv^2=mgh+\frac{1}{2}m_2v_{\text{共}}^2+\frac{1}{2}mv_{\text{共}}^2,$$

$$\text{联立解得 } h=\frac{4}{15}\text{ m}.$$

(3) 从小物块滑上凹槽到返回凹槽最低点的过程, 小物块和凹槽组成的系统水平方向动量守恒, 总体的机械能守恒, 设小物块返回凹槽最低点时的速度为 v_3 , 凹槽速度为 v_2 , 有 $mv=m_2v_2+mv_3$,

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m_2v_2^2+\frac{1}{2}mv_3^2,$$

$$\text{解得 } v_2=\frac{16}{3}\text{ m/s}, v_3=\frac{4}{3}\text{ m/s},$$

在最低点, 对小物块, 由牛顿第二定律有 $F_N-mg=\frac{m(v_2-v_3)^2}{R}$,

关键点: 凹槽和小物块都有相对水平面的速度, 所以求凹槽的支持力时, 要用二者的相对速度大小列方程解得 $F_N=180\text{ N}$.

方法总结 板块模型思路总结

求速度: 根据动量守恒定律求解, 研究对象为一个系统;

求时间: 根据动量定理求解, 研究对象为一个物体;

求系统产生的内能或相对位移: 根据能量守恒定律 $Q=F_f\Delta x$ 或 $Q=E_{\text{初}}-E_{\text{末}}$, 研究对象为一个系统.

4. C 【解析】子弹射入物块 A 的过程中, 子弹与物块 A 组成的系统动量守恒, 有 $kmv_0=(m+km)v_1$, 解得 $v_1=\frac{k}{k+1}v_0$, 子弹动量的变化

$$\Delta p=kmv_1-kmv_0=-\frac{kmv_0}{k+1}, \text{ A 错误; 物块 } A \text{ 的动能增加量为 } \Delta E_{kA}=$$

易错点: 动量变化量是矢量, 注意正负号

$$\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{k^2mv_0^2}{2(k+1)^2}, \text{ B 错误; 当弹簧第一次被压缩到最短时, 物块 } B$$

的动量最大, 此时子弹与物块 A 、物块 B 共速, 根据动量守恒定律, 有 $kmv_0=(2m+km)v_2$, 解得 $v_2=\frac{k}{k+2}v_0$, 则物块 B 的动量最大

值为 $p_{Bm}=\frac{kmv_0}{k+2}$, **C 正确**; 弹簧第一次被压缩到最短的过程中, 弹

$$\text{簧具有的最大弹性势能为 } \Delta E_p=\frac{1}{2}(m+km)v_1^2-\frac{1}{2}(2m+km)v_2^2=\\ \frac{k^2mv_0^2}{2(k+1)(k+2)}, \text{ D 错误.}$$

5. BC 【解析】 t_0 时刻, 由动量守恒定律可知 $m_Bv_0=(m_B+m)\times 0.8v_0$, 解得 $m_B=4m$, 故 **A 错误**; 由图像可知 t_0 时刻两物块速度相等, 弹簧弹性势能最大, 根据机械能守恒定律有 $E_{\text{pmax}}=$

$$\frac{1}{2}m_Bv_0^2-\frac{1}{2}(m_B+m)(0.8v_0)^2, \text{ 解得 } E_{\text{pmax}}=\frac{2}{5}mv_0^2, \text{ 故 B 正确; 同}$$

一时刻弹簧对 A 、 B 的弹力大小相等, 由牛顿第二定律可知同一时刻 $a_A=4a_B$, 同一时刻 A 、 B 的瞬时速度分别为 $v_A=\sum a_At$, $v_B=v_0-$

$$\sum \frac{a_A}{4}t, \text{ 根据位移等于速度在时间上的累积可得 } s_A=\sum v_At, s_B=$$

$$\sum v_Bt, \text{ 又 } s_A=0.28v_0t_0, \text{ 解得 } s_B=v_0t_0-\frac{1}{4}\times 0.28v_0t_0=0.93v_0t_0, \text{ 弹簧}$$

压缩量的最大值 $\Delta s=s_B-s_A=0.65v_0t_0$ 故 **C 正确, D 错误**.

一题多解 B 接触弹簧后, 压缩弹簧过程中, A 、 B 动量守恒,

有 $m_Bv_0=m_Bv_B+mv_A$, 对方程两边同时乘时间 Δt , 有 $4mv_0\Delta t=$

$4mv_B\Delta t+mv_A\Delta t$, $0\sim t_0$ 之间, 位移等于速度在时间上的累积,

可得 $4mv_0t_0=4ms_B+ms_A$, 又 $s_A=0.28v_0t_0$, 代入可得 $s_B=$

$0.93v_0t_0$, 则第一次碰撞过程中, 弹簧压缩量的最大值 $\Delta s=$

$s_B-s_A=0.65v_0t_0$, 故 **C 正确, D 错误**.

6. AD 【解析】小球与槽组成的系统水平方向动量守恒, 有 mv_1-

$$5mv_2=0, \text{ 又 } x_1=v_1t, x_2=v_2t, x_1+x_2=2R, \text{ 解得 } x_1=\frac{5}{3}R, x_2=\frac{1}{3}R, \text{ 故}$$

A 正确; 小球在最低点时, 小球与槽的速度均最大, 设速度大小

分别为 v_3 、 v_4 , 由机械能守恒定律有 $2mgR=\frac{1}{2}mv_3^2+\frac{1}{2}\times 5mv_4^2$, 由

水平方向动量守恒可得 $mv_3-5mv_4=0$, 解得 $v_3=\sqrt{\frac{10}{3}}gR$, $v_4=$

$\sqrt{\frac{2}{15}}gR$, 故 **B、C 错误**; 若槽固定, 设小球下落到槽内速度和水平

方向夹角为 θ 时重力功率最大, 即竖直方向速度最大, 有

$$mgR(1+\cos\theta)=\frac{1}{2}mv^2, N-mg\cos\theta=m\frac{v^2}{R}, N\cos\theta=mg, \text{ 解得}$$

$$\cos\theta=\frac{1}{3}, v=\sqrt{\frac{8gR}{3}}, \text{ 则 } \sin\theta=\sqrt{\frac{8}{9}}, \text{ 则重力的最大功率为 } P=$$

$$mgv\sin\theta=\frac{8mg}{3}\sqrt{\frac{gR}{3}}, \text{ 故 D 正确.}$$

7. (1) 20 N (2) 0.01 m (3) 0.4 m

【解析】(1) 橡皮泥击中物块过程, 根据动量守恒定律, 有 $m_0v_0=$

$(m_0+m)v$, 解得橡皮泥击中物块后瞬间速度大小为 $v=1\text{ m/s}$, 根

据牛顿第二定律可得 $N-(m_0+m)g=(m_0+m)\frac{v^2}{r}$, 解得 $N=20\text{ N}$,

根据牛顿第三定律可知, 橡皮泥击中物块后瞬间物块对弧形槽的压力大小为 20 N .

(2) 物块沿弧形槽上滑到最大高度时, 物块与弧形槽具有相同的水平速度, 根据系统水平方向动量守恒有 $(m_0+m)v=(m_0+m+M)v'$, 解得 $v'=0.8\text{ m/s}$, 根据系统机械能守恒有 $\frac{1}{2}(m_0+m)v^2=$

$$\frac{1}{2}(m_0+m+M)v'^2+(m_0+m)gh, \text{ 解得物块沿弧形槽上滑的最大高}$$

度为 $h=0.01\text{ m}$.

(3) 设物块回到弧形槽底端时, 以向右为正方向, 物块和弧形槽

的速度分别为 v_1 、 v_2 , 根据水平方向动量守恒有 $(m_0+m)v=(m_0+$

$m)v_1 + Mv_2$, 根据机械能守恒定律有 $\frac{1}{2}(m_0 + m)v^2 = \frac{1}{2}(m_0 + m)v_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$, 联立解得 $v_1 = 0.6 \text{ m/s}$, $v_2 = 1.6 \text{ m/s}$, 物块离开弧形槽后

→ **关键点:** 不要想当然认为 v_1 和 v_2 反向

做平抛运动, 竖直方向有 $h = \frac{1}{2}gt^2$, 解得 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.4 \text{ s}$, 则物块落地瞬间到物体左端的距离为 $\Delta x = v_2 t - v_1 t = 0.4 \text{ m}$.

关键点拨 物块—斜(曲)面模型特点

①上升到最大高度: 物块与弧形轨道或斜面体具有共同水平速度 $v_{共}$, 此时物块的竖直速度 $v_y = 0$. 系统水平方向动量守恒, $mv_0 = (M + m)v_{共}$; 系统机械能守恒, $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(M + m)v_{共}^2 + mgh$, 其中 h 为物块上升的最大高度, 不一定等于弧形轨道或斜面体的高度(物块不脱离轨道或斜面).

②返回最低点: 物块与弧形轨道或斜面体分离点. 水平方向动量守恒, $mv_0 = Mv_1 + mv_2$, 系统机械能守恒, $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$ (相当于完成了弹性碰撞).

重难点专项 8 三种力学观点的综合应用

1. B 【解析】甲、乙两小球碰撞为完全非弹性碰撞, 两小球碰撞过程中动量守恒, 有 $m_{甲}v_{甲} + m_{乙}v_{乙} = (m_{甲} + m_{乙})v$, 由 $v-t$ 图像可知, $v_{甲} = -5 \text{ m/s}$, $v_{乙} = 5 \text{ m/s}$, $v = 0$, 已知 $m_{甲} = 1 \text{ kg}$, 可得小球乙的质量为 1 kg , **A 错误**; 碰撞过程中损失的机械能为 $\Delta E = \frac{1}{2}m_{甲}v_{甲}^2 + \frac{1}{2}m_{乙}v_{乙}^2 = 25 \text{ J}$, **B 正确**; 由 $v-t$ 图像斜率表示加速度可知, 甲、乙两小球碰撞后一起运动的加速度大小为 5 m/s^2 , 斜面光滑, 加速度 $a = g\sin\theta$, 可知 $\sin\theta = \frac{1}{2}$, 则 $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$, **C 错误**; 根据 $v-t$ 图线与 t 轴所围图形的面积表示位移可知, 碰撞位置距离出发点为 20 m , 由 $v^2 = 2ax$, 可得两小球回到出发点时的速度大小为 $10\sqrt{2} \text{ m/s}$, **D 错误**.

2. BCD 【解析】挡板对小球和圆弧槽组成的系统有力的作用, 因此小球和圆弧槽组成的系统动量不守恒, 故 **A 错误**; 小球和圆弧槽组成的系统, 只有系统内的弹力做功, 系统机械能守恒, 故 **B 正确**; 从小球进入圆弧槽到运动至 B 点的过程中, 小球和圆弧槽组成的系统机械能守恒, 平行于 EF 方向动量守恒, 可得 $mv_m = Mv_M$, $\frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$, 解得 $v_m = \frac{9\sqrt{10}}{10} \text{ m/s}$, $v_M = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ m/s}$. 以圆弧槽为参考系, 小球在 B 点的速度为 $v_m + v_M$, 在 B 点对小球由牛顿第二定律有 $F_N = m \frac{(v_m + v_M)^2}{R} = 10 \text{ N}$, 根据牛顿第三定律可知, 小球通过 B 点时对圆弧槽的压力大小为 10 N , 故 **C 正确**; 从小球进入圆弧槽到离开圆弧槽, 平行于 EF 方向, 由动量守恒定律可得 $m \frac{x_m}{t} = M \frac{x_M}{t}$, 又 $x_m + x_M = 2R$, 联立解得 $x_M = 0.2 \text{ m}$, 故 **D**

正确.

3. C 【解析】设甲、乙质量均为 m , 碰前瞬间甲的速度为 v_1 , 乙的速度为 v_2 , 碰后瞬间甲的速度为 v_1' , 乙的速度为 v_2' , 碰撞过程由动量守恒定律和机械能守恒定律有 $mv_1 + mv_2 = mv_1' + mv_2'$, $\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2$, 解得 $v_1' = v_2$, $v_2' = v_1$, 即甲、乙发生碰撞时速度互换, 设甲、乙最终的共同速度为 v_3 , 则有 $mv_0 = 2mv_3$, 解得 $v_3 = \frac{v_0}{2}$, 则达到共速时所需的时间为 $t = \frac{v_0}{2\mu g}$, 碰撞使两者速度互换, 即甲、乙共速前, 乙的速度不一定小于甲的速度, 故 **A、B 错误**; 设从开始到相对静止过程中, 甲、乙相对滑动的总路程为 s , 根据动能定理有 $-\mu mgs = \frac{1}{2} \times 2m \times \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$, 解得 $s = \frac{v_0^2}{4\mu g}$, 故 **C 正确**; 如果甲、乙碰撞的次数为 n , 设最终相对静止时甲距离乙左端的距离为 s_0 , 若第 n 次碰撞发生在平板车的左挡板, 有 $L + 2L(n - 1) + s_0 = s$ ($n = 2, 4, 6, \dots$), 解得 $s_0 = \frac{v_0^2}{4\mu g} + L - 2nL$ ($n = 2, 4, 6, \dots$), 若第 n 次碰撞发生在平板车的右挡板, 有 $L + 2L(n - 1) + 2L - s_0 = s$ ($n = 1, 3, 5, \dots$), 解得 $s_0 = 2nL + L - \frac{v_0^2}{4\mu g}$ ($n = 1, 3, 5, \dots$), 故最终甲距离乙左端的距离不可能为 $\frac{v_0^2}{4\mu g} - 2nL$, 故 **D 错误**.

4. D 【解析】由题图乙知, C 与 A 碰撞前的速度为 $v_1 = 9 \text{ m/s}$, 碰后二者共速, 速度为 $v_2 = 3 \text{ m/s}$, 由动量守恒定律得 $m_C v_1 = (m_A + m_C)v_2$, 解得 $m_C = 1 \text{ kg}$, **A 错误**; A 、 C 粘在一起后压缩弹簧, 当 A 、 C 速度为零时, 弹簧的压缩量最大, 弹性势能最大, 由能量守恒定律可知, 弹簧的最大弹性势能为 $E_p = \frac{1}{2}(m_A + m_C)v_2^2 = 13.5 \text{ J}$, **B 错误**; $4 \sim 12 \text{ s}$ 时间内, B 静止, 墙壁对物块 B 的力始终等于弹簧对 B 的力, 弹簧两端的弹力大小相等, 则墙壁对 B 的力和弹簧对 A 、 C 的力大小始终相等, 且同向, 故墙壁对 B 的冲量大小等于弹簧对 A 、 C 的冲量大小, 由题图乙可知, 12 s 末, A 、 C 速度为 $v_3 = -3 \text{ m/s}$, 根据动量定理有 $I = (m_A + m_C)v_3 - (m_A + m_C)v_2$, 代入数据得 $I = -18 \text{ N} \cdot \text{s}$, **C 错误**; 由题图乙知, A 、 C 向左运动的速度大小为 3 m/s 时, 弹簧恢复原长, 此后 B 离开墙壁, 弹簧再次恢复原长时, B 有最大速度, 设为 v_B , 设 A 、 C 此时速度为 v_4 , 系统的动量守恒、机械能守恒, 则有 $(m_A + m_C)v_3 = (m_A + m_C)v_4 + m_B v_B$, $\frac{1}{2}(m_A + m_C)v_3^2 = \frac{1}{2}(m_A + m_C)v_4^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$, 联立解得 $v_B = -3.6 \text{ m/s}$, 故 B 的最大速度大小为 3.6 m/s , **D 正确**.

5. C 【解析】因球之间的碰撞均为弹性碰撞, 则碰撞过程中动量守恒, 机械能守恒, A 、 B 发生第一次碰撞, 设碰后 A 的速度为 v_1 , B 的速度为 v_2 , 以向右为正方向, 根据动量守恒定律有 $m_A v_0 = m_A v_1 + m_B v_2$, 根据机械能守恒定律有 $\frac{1}{2}m_A v_0^2 = \frac{1}{2}m_A v_1^2 + \frac{1}{2}m_B v_2^2$, 解得 $v_1 = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}v_0 = -1 \text{ m/s}$, $v_2 = \frac{2m_A}{m_A + m_B}v_0 = 2 \text{ m/s}$, 由上两式可知, 碰

撞后A球反弹,B球向右运动与C球发生碰撞,此碰撞为第二次碰撞,因B、C球质量相等,B与C碰后交换速度,B静止,即B碰后的速度为 $v_3=0$,C碰后的速度为 $v_4=2\text{ m/s}$,由于C的质量小于D的质量,故C和D碰撞后反弹,此碰撞为第三次碰撞,设碰后C的速度为 v_5 ,D的速度为 v_6 ,根据动量守恒定律和机械能守恒定律解得 $v_5=\frac{m_C-m_D}{m_C+m_D}v_4=-\frac{4}{3}\text{ m/s}$, $v_6=\frac{2m_C}{m_C+m_D}v_4=\frac{2}{3}\text{ m/s}$,C反向,和B发生碰撞,此碰撞为第四次碰撞,设碰后C的速度为 v_7 ,B的速度为 v_8 ,根据动量守恒定律和机械能守恒定律解得 $v_7=\frac{m_C-m_B}{m_C+m_B}v_5=0$, $v_8=\frac{2m_C}{m_C+m_B}v_5=-\frac{4}{3}\text{ m/s}$,由于B的速度 v_8 大于A的速度 v_1 ,故B会追上A,且B的质量大于A,则B与A再次碰撞后不会反弹,B与A此次碰撞为第五次碰撞.故从A开始运动起,四个小球一共发生5次碰撞,C正确.

6. D 【解析】木板所受地面的最大静摩擦力为 $f_2=4\mu_2mg$,所受物块的滑动摩擦力为 $f_1=3\mu_1mg$,若 $\frac{\mu_1}{\mu_2}=1.2$,则 $f_2>f_1$,故木板不动,对物块,由动能定理有 $-3\mu_1mgx=0-\frac{1}{2}\times 3mv_0^2$,解得 $x=\frac{v_0^2}{2\mu_1g}$,故A

错误;若 $\frac{\mu_1}{\mu_2}=2$,则 $f_1>f_2$,木板将先向右做匀加速直线运动直至与物块达到共同速度 v ,此后两者一起做匀减速运动直至停止,共

关键点:共速后,木板与物块的加速度相同

速前,由牛顿第二定律得,物块、木板的加速度大小分别为 $a_1=\frac{\mu_1\times 3mg}{3m}=\mu_1g$ 、 $a_2=\frac{\mu_1\times 3mg-\mu_2\times 4mg}{m}=\mu_1g$,设经过时间 t_1 二者共

速,由运动学规律有 $v=v_0-a_1t_1$, $v=a_2t_1$,解得 $v=\frac{v_0}{2}$, $t_1=\frac{v_0}{2\mu_1g}$,故

相对滑动的距离即为木板最短长度,为 $x=\frac{1}{2}(v_0+v)t_1-\frac{1}{2}at_1^2=\frac{v_0^2}{4\mu_1g}$,木板发生的位移为 $x_2=\frac{1}{2}vt_1=\frac{v_0^2}{8\mu_1g}$,设共速后至减速到零

所用时间为 t_2 ,位移为 x_3 ,两者的加速度大小为 $a_3=\frac{\mu_2\times 4mg}{4m}=\mu_2g$,由 $v-a_3t_2=0$, $x_3=\frac{v^2}{2a_3}$,解得 $t_2=\frac{v_0}{2\mu_2g}$, $x_3=\frac{v^2}{2\mu_2g}=\frac{v_0^2}{4\mu_1g}$,故

在整个运动过程中,地面对木板的摩擦力冲量大小为 $I_{f_2}=4\mu_2mg(t_1+t_2)=3mv_0$,地面与木板间因摩擦产生的热量为 $Q_{f_2}=4\mu_2mg(x_2+x_3)=\frac{3}{4}mv_0^2$,故B、C错误,D正确.

7. (1)30 N (2)1.6 J (3)0.4 m/s

【解析】(1)滑块下滑到轨道底端时,有 $m_BgR=\frac{1}{2}m_Bv_0^2-0$,解得

$v_0=2\text{ m/s}$,在底端根据牛顿第二定律有 $F_N-m_Bg=m_B\frac{v_0^2}{R}$,解得

$F_N=30\text{ N}$,由牛顿第三定律可知B对A的压力大小为30 N.

(2)当B滑上C后,对B分析,受到的摩擦力向左,根据牛顿第二定律有 $f_B=\mu_1m_Bg=m_Ba_1$,解得加速度大小为 $a_1=2\text{ m/s}^2$,对C分析,受B向右的摩擦力 μ_1m_Bg 和地面向左的摩擦力 $f_{地C}=\mu_2(m_B+$

$m_C)g$,根据牛顿第二定律有 $f_{地C}-f_{BC}=\mu_2(m_B+m_C)g-\mu_1m_Bg=m_Ca_2$,解得加速度大小为 $a_2=10\text{ m/s}^2$,方向向左,B静止时,由运动学公式得B向右运动的距离 $x_1=\frac{v_0^2}{2a_1}=1\text{ m}$,此时C向右运动的

距离 $x_2=\frac{v_0^2}{2a_2}=0.2\text{ m}$,由功能关系可知,B、C间因摩擦产生的热

量 $Q=\mu_1m_Bg(x_1-x_2)$,可得 $Q=1.6\text{ J}$.

(3)B到达C右端时,根据运动学公式,有 $v_0t_1-\frac{1}{2}a_1t_1^2-(v_0t_1-\frac{1}{2}a_2t_1^2)=0.16\text{ m}$,解得 $t_1=0.2\text{ s}$,又 $t_1=\frac{v_0}{a_2}$,可知C刚停下时B

与C相碰,此时B的速度 $v_{B1}=v_0-a_1t_1=1.6\text{ m/s}$,由动量守恒定律得 $m_Bv_{B1}=(m_B+m_C)v_{BC}$,解得B、C碰撞结束时的共同速度大小为 $v_{BC}=0.4\text{ m/s}$.

8. (1) $\frac{1}{3}\sqrt{2gR}$ (2) i. $\frac{16}{9}mg$ ii. $\frac{16}{8}R$

【解析】(1)A球运动至水平轨道时,根据机械能守恒定律有

$2mgR=\frac{1}{2}\cdot 2mv_0^2$,解得 $v_0=\sqrt{2gR}$,

A球与1号球发生弹性碰撞,因两球质量相等,故碰后速度交换,即碰后1号球的速度为 $v_0=\sqrt{2gR}$,1号球与2号球发生弹性碰撞,根据动量守恒定律和机械能守恒定律有

$2mv_0=2mv_1+mv_2$, $\frac{1}{2}\times 2mv_0^2=\frac{1}{2}\times 2mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2$,

联立解得 $v_1=\frac{1}{3}\sqrt{2gR}$, $v_2=\frac{4}{3}\sqrt{2gR}$.

(2) i. 2号球和3号球质量相等,所以2号球和3号球碰撞后速度为0,2号球位移为R,F作用在1号球上,使其速度大小由 v_1

增大到 v_0 ,1号球再次与2号球碰撞前,由动能定理得 $FR=\frac{1}{2}\times$

$2mv_0^2-\frac{1}{2}\times 2mv_1^2$,解得 $F=\frac{16}{9}mg$.

ii. 设F作用下1号球的总位移为x,对1~2024号小球组成的整体,由动能定理得 $Fx=\frac{1}{2}\times 2\ 023mv_2^2+\frac{1}{2}\times 2mv_2^2-\frac{1}{2}\times 2mv_0^2$,最终,

易错点:注意1号球和其余2 023个球质量不同

1~2 024号小球的速度大小均为 v_2 ,设F作用的总时间为t,对整体,由动量定理得 $Ft=2\ 023mv_2+2mv_2-2mv_0$,

1号球与2 024号球之间的距离为 $d=v_2t-x$,联立解得 $d=\frac{16}{8}R$.

9. (1) 20 m/s^2 ,方向竖直向上 (2)3 m/s,方向水平向右 (3)6 s

【解析】(1)小物块a从圆弧最高点滑到最低点,根据动能定理有 $mgr=\frac{1}{2}mv^2$,在圆弧轨道的底端,向心加速度为 $a=\frac{v^2}{r}$,解得 $v=$

10 m/s , $a=20\text{ m/s}^2$,方向竖直向上.

(2)根据上述可知,小物块a运动到传送带上的初速度大小为 10 m/s ,在传送带上先做匀减速直线运动,减速至 6 m/s 时,根据