

16. C 【解析】根据  $\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$ , 解得  $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ,  $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ , 由题图可知  $r_{\text{甲}} > r_{\text{乙}}$ , 可得甲的线速度小于乙的线速度, 甲的角速度小于乙的角速度, 故 A、B 错误; 根据  $\frac{GMm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$ , 解得  $T =$

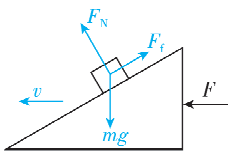
$$\sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}, \text{由几何关系可知 } r_{\text{甲}} = \frac{R}{\sin \theta}, \text{又 } r_{\text{乙}} = 2R, \text{联立解得 } \frac{T_{\text{甲}}}{T_{\text{乙}}} = \frac{1}{2 \sin \theta \sqrt{2 \sin \theta}}, \text{故 C 正确, D 错误.}$$

## 专题 6 功和能

### 考向 20 功和功率的计算

1. A 【解析】对 A 受力分析如图所示, B 对

A 的作用力是支持力与摩擦力的合力, 方向竖直向上, 与物体 A 的位移方向垂直, 所以 B 对 A 的作用力做功为 0, 故 A 正确; B 对 A 的摩擦力方向沿斜面向上, 与

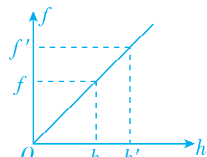


物体 A 的位移的夹角为钝角, 所以 B 对 A 的摩擦力做功不为 0, 故 B 错误; B 对 A 的支持力垂直斜面向上, 与物体 A 的位移的夹角为锐角, 所以 B 对 A 的支持力做功不为 0, 故 C 错误; 物体 A 向左匀速运动, 所受合力为 0, 所以 A 所受合力做功为 0, 故 D 错误.

2. A 【解析】将圆弧分成很多小段  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , 拉力  $F$  在每小段上做的功为  $W_1, W_2, \dots, W_n$ , 因拉力  $F$  大小不变, 方向始终与小球的运动方向成  $37^\circ$  角, 所以  $W_1 = Fl_1 \cos 37^\circ, W_2 = Fl_2 \cos 37^\circ, \dots, W_n = Fl_n \cos 37^\circ$ , 故  $W_F = W_1 + W_2 + \dots + W_n = F \cos 37^\circ (l_1 + l_2 + \dots + l_n) = F \cos 37^\circ \cdot \frac{\pi R}{3} = 16\pi \text{ J}$ , 故 A 正确, B 错误; 同理可得小球克服摩擦力做的功  $W_f = \mu mg \cdot \frac{\pi R}{3} = 8\pi \text{ J}$ , 故 C、D 错误.

**方法总结** 当力的大小不变, 运动为曲线时, 将物体的位移分割成许多小段, 每一小段上的力可以视为恒力, 从而将变力做功转化为在无数多个无穷小的位移上的恒力所做功的代数和.

3. D 【解析】由题意可知,  $f$  与  $h$  成正比,  $f-h$  关系图像如图所示, 对于力-位移图像来说, 其图像与横坐标轴围成的面积等于力所做的功, 每次打桩机对圆柱体做的功相同, 则每次围成的面积相同, 根据数学知识有  $h_1 : h_2 : h_3 : \dots : h_n = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \dots : \sqrt{n}$ , 故有  $h'_n = h_n - h_{n-1} = (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}) h_0$ , 故选 D.



4. BCD 【解析】由图像乙可知, 第 1 s 内的平均速度大小为  $\bar{v}_1 = \frac{x_1}{t} = 1 \text{ m/s}$ , 第 2 s 内的平均速度大小为  $\bar{v}_2 = \frac{x_2}{t} = 1 \text{ m/s}$ , 第 3 s 内的平均速度大小为  $\bar{v}_3 = \frac{x_3}{t} = 2 \text{ m/s}$ , 则第 1 s 内的平均功率为  $P_1 = F_1 \bar{v}_1 = 1 \text{ W}$ , 第 2 s 内的平均功率为  $P_2 = F_2 \bar{v}_2 = 3 \text{ W}$ , 第 3 s 内的平均功率为  $P_3 = F_3 \bar{v}_3 = 4 \text{ W}$ , 即  $P_1 < P_2 < P_3$ , 故 A 错误, B 正确;  $0 \sim 3 \text{ s}$  内力  $F$  对滑块做功为  $W = F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3 = 8 \text{ J}$ , 故 C 正确; 由图像可知, 当  $F_3 = 2 \text{ N}$  时, 滑块匀速运动, 由力的平衡条件可得  $F_3 =$

$F_f$ , 则第 2 s 内滑块克服摩擦力做功的平均功率为  $P = \frac{W_f}{t} = \frac{F_f x_2}{t} = 2 \text{ W}$ , 故 D 正确.

### 方法总结 “图像法”求变力做功

在  $F-x$  图像中, 图线与  $x$  轴所围“面积”的代数和就表示力  $F$  在这段位移内所做的功, 且位于  $x$  轴上方的“面积”为正功, 位于  $x$  轴下方的“面积”为负功.

5. B 【解析】设滑块滑到圆弧轨道某位置与  $O$  连线与竖直方向夹角为  $\theta$  时, 速度大小为  $v$ , 则  $mgR \cos \theta = \frac{1}{2} mv^2$ , 重力瞬时功率  $P_G = mgv \sin \theta$ , 联立可得  $P_G = mg \sqrt{2gR} \sin \theta \sqrt{\cos \theta}$ , 求导得, 当  $\sin \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ , 即  $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$  时, 滑块所受重力的瞬时功率有最大值, 其值为  $P_G = \frac{2mg\sqrt{3gR}}{3}$ , 故选 B.

### 考向 21 机车启动问题

1. C 【解析】高速飞车受牵引力等于阻力时, 速度最大, 则有  $v_m = \frac{P_0}{F_f}$ , 故 A 错误; 对高速飞车, 根据牛顿第二定律可得  $F - F_f = ma$ , 高速飞车达到最大速度前加速度与牵引力并非正比关系, 故 B 错误; 根据动能定理可知  $W_F - W_{Ff} = \frac{1}{2} mv_m^2$ , 则  $W_F = W_{Ff} + \frac{mP_0^2}{2F_f^2} > \frac{mP_0^2}{2F_f^2}$ , 故 C 正确; 根据动能定理可知  $P_0 t - F_f s = \frac{1}{2} mv_m^2$ , 解得  $s = \frac{P_0 t}{F_f} - \frac{mP_0^2}{2F_f^3}$ , 故 D 错误.
2. D 【解析】设汽车的速度为  $v$ , 汽车对空气的作用力为  $F$ , 取  $\Delta t$  时间内空气柱的质量为  $\Delta m$ , 对一小段空气柱应用动量定理可得  $F \cdot \Delta t = \Delta m \cdot v$ , 其中  $\Delta m = \rho v \cdot \Delta t S$ , 解得  $F = \rho S v^2$ , 由牛顿第三定律可得, 空气对汽车的阻力为  $f = F = \rho S v^2$ , 当牵引力等于阻力时速度达到最大, 则  $P = f v_m$ , 解得  $v_m = \sqrt[3]{\frac{P}{\rho S}}$ , 当速度达到最大速度的  $\frac{1}{3}$  时, 此时汽车受到的牵引力为  $F_{\text{牵}} = \frac{P}{\frac{v_m}{3}} = 3 \sqrt[3]{P^2 \rho S}$ , 此时受到的阻力  $f' = \rho S \left(\frac{v_m}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \sqrt[3]{P^2 \rho S}$ , 对汽车根据牛顿第二定律得  $F_{\text{牵}} - f' = ma$ , 解得  $a = \frac{26}{9m} \sqrt[3]{P^2 \rho S}$ , D 正确.

**3. B** 【解析】对赛车,由牛顿第二定律可得  $F_{\text{牵}} - F_f = ma$ , 则有  $F_{\text{牵}} = ma + F_f$ , 由于  $a_{\text{干燥}} > a_{\text{湿滑}}$ ,  $F_f$  恒定, 则有  $F_{\text{干燥}} > F_{\text{湿滑}}$ , 设赛车在干燥路面做匀加速运动达到的最大速度为  $v_{\text{干m}}$ , 在湿滑路面做匀加速运动达到的最大速度为  $v_{\text{湿m}}$ , 有  $P_{\text{额}} = F_{\text{干燥}} v_{\text{干m}} = F_{\text{湿滑}} v_{\text{湿m}}$ , 可知  $v_{\text{干m}} < v_{\text{湿m}}$ , 在干燥路面及湿滑路面赛车的额定功率相同, 当牵引力大小等于阻力时则有  $v_m = \frac{P_{\text{额}}}{F_f}$ , 可知赛车在干燥路面及湿滑路面达到的最大速度相等. **B 正确.**

**4. ABC** 【解析】根据平衡条件可知, 当汽车的速度大小为  $2v_0$  时, 汽车所受的牵引力大小为  $F_1 = f + mg \sin \theta$ , 因为在汽车的速度从  $v_0$  增大到  $2v_0$  的过程中, 汽车发动机的功率均为最大功率, 所以汽车发动机的最大功率  $P_{\text{max}} = F_1 \cdot 2v_0$ , 解得  $P_{\text{max}} = 2f v_0 + 2mg v_0 \sin \theta$ , 故 **A 正确**; 设当汽车的速度大小为  $v_0$  时, 汽车所受的牵引力大小为  $F_2$ , 有  $P_{\text{max}} = F_2 v_0$ , 设此时汽车的加速度大小为  $a$ , 根据牛顿第二定律有  $F_2 - f - mg \sin \theta = ma$ , 解得  $a = \frac{f + mg \sin \theta}{m}$ , 故 **B 正确**; 在汽车的速度从 0 增大到  $v_0$  的过程中, 汽车做匀加速直线运动, 加速时间  $t = \frac{v_0}{a} = \frac{mv_0}{f + mg \sin \theta}$ , 汽车通过的位移大小  $x_1 = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{mv_0^2}{2(f + mg \sin \theta)}$ , 设该过程汽车发动机做的功为  $W$ , 根据动能定理有  $W - mg x_1 \sin \theta - f x_1 = \frac{1}{2} m v_0^2$ , 解得  $W = m v_0^2$ , 故 **C 正确, D 错误.**

**关键点拨** 本题考查了汽车在斜面上恒加速度启动的问题, 解题的关键是知道汽车速度最大时合力为零, 根据图像功率随着速度均匀增大, 汽车牵引力不变, 可知汽车开始做匀加速直线运动.

**5. ABD** 【解析】由题意, 汽车最后以  $v_1$  匀速运动, 则有  $P = F v_1 = f v_1$ , 整理可得汽车所受阻力为  $f = \frac{P}{v_1}$ , **A 正确**; 因为汽车由静止出发做匀加速直线运动, 经过时间  $t$  后, 该汽车的运行里程为  $L$ , 根据位移与加速度的关系可得  $L = \frac{1}{2} a t^2$ , 解得汽车做匀加速运动时的加速度大小为  $a = \frac{2L}{t^2}$ , **B 正确**; 到达速度  $v_1$  时, 发动机做功转化为汽车的动能和克服阻力做的功, 可知发动机做功大于动能的增加量, 即  $W > \frac{1}{2} M v_1^2$ , **C 错误**; 由题意, 根据牛顿第二定律可得  $F - f = Ma$ , 整理可得汽车所受阻力为  $f = \frac{P}{v} - Ma = \frac{P}{at} - Ma = \frac{Pt}{2L} - \frac{2ML}{t^2}$ , 当汽车匀速运动时, 阻力和动力相等, 可得  $v_1 = \frac{P}{f} = \frac{2PLt^2}{Pt^3 - 4ML^2}$ , **D 正确.**

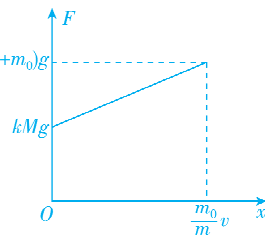
**6. A** 【解析】假设  $ab$  段与水平面的夹角为  $\alpha$ , 则  $F_1 = f + mg \sin \alpha$ , 牵引力不变, 由  $P_1 = F_1 v$  知, 在  $ab$  段发动机的输出功率保持不变, 在  $bc$  段时,  $F_2 = f$ , 则  $P_2 = f v$  也不变且大于  $P_1$ , 假设  $cd$  段与水平面的夹角为  $\theta$ ,  $F_3 = f + mg \sin \theta$ , 则  $P_3 = (f + mg \sin \theta) v$ , 故在  $ab$  段发动机的输出功率最小,  $cd$  段曲面的倾角先增大后减小, 所以  $P_3$  先增大后

**关键点:** 曲面可看作不同倾角的斜面

减小, **A 正确, B、C、D 错误.**

**7. D** 【解析】设运输车的牵引力为

$F$ , 运输车始终匀速运动, 则有  $F = k(M + m_0)g$ , 运输车的质量逐渐增大, 受到的阻力与时间的关系式为  $f = k(M + mt)g$ , 前进  $x$  的距离用时  $t = \frac{x}{v}$ ,



可得  $F = f = k \left( M + m \frac{x}{v} \right) g$ , 整个过程中用时  $t_1 = \frac{m_0}{m}$ , 故整个过程中前进的距离为  $x_1 = v t_1 = \frac{m_0}{m} v$ , 由牵引力的表达式可知牵引力  $F$  是随位移  $x$  逐渐增大的变力, 作出  $F-x$  图像如图所示, 图线与坐标

轴所围面积表示牵引力做功, 则  $W = \frac{[k(M + m_0)g + kMg] \frac{m_0}{m} v}{2} = \frac{k m_0 (2M + m_0) g v}{2m}$ , 故发动机的平均功率为  $P = \frac{W}{t_1} = \frac{k(2M + m_0) g v}{2}$ , 故选 **D.**

**8. D** 【解析】根据  $P = Fv$ , 可得  $\frac{1}{v} = \frac{1}{P} \cdot F$ , 结合图线的斜率可得  $P = 8 \text{ W}$ , 即模型车的速度从  $2 \text{ m/s}$  增加至  $4 \text{ m/s}$  的过程中, 模型车以恒定的功率行驶, 速度最大时合外力为零, 即牵引力等于阻力, 根据图像可知, 在  $F = 2 \text{ N}$  时速度达到最大值, 因此有  $F = f = 2 \text{ N}$ , **A 错误**; 由图像可知小车初始牵引力为  $F_0 = 4 \text{ N}$ , 且匀加速结束时模型车的速度大小  $v_1 = 2 \text{ m/s}$ , 根据牛顿第二定律有  $F_0 - f = ma$ , 解得加速度  $a = 2 \text{ m/s}^2$ , 根据匀变速直线运动速度与时间的关系可得匀加速运动的时间  $t_1 = \frac{v_1}{a} = 1 \text{ s}$ , **B 错误**; 根据以上分析可知, 模型车牵引力的最大功率即为匀加速结束时获得的功率, 可知最大功率为  $8 \text{ W}$ , **C 错误**; 根据题意, 模型车速度达到最大用时  $5 \text{ s}$ , 而匀加速阶段用时  $1 \text{ s}$ , 可知模型车以恒定功率运动时间  $t_2 = 4 \text{ s}$ , 根据动能定理有  $P t_2 - f x_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$ , 式中  $v_2 = 4 \text{ m/s}$ ,  $v_1 = 2 \text{ m/s}$ , 解得  $x_2 = 13 \text{ m}$ , 匀加速阶段位移  $x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 \text{ m} = 1 \text{ m}$ , 总位移  $x = x_1 + x_2 = 14 \text{ m}$ , **D 正确.**

**关键点拨** 由题图读出模型车受到的最小的牵引力为  $2 \text{ N}$ , 此时其加速度为  $0$ , 受力平衡, 根据平衡条件得到模型车受到的阻力大小. 由图像可知, 模型车先做匀加速运动, 读出牵引力, 根据牛顿第二定律求出加速度, 由  $v = at$  计算匀加速运动的时间. 当速度达到  $2 \text{ m/s}$  时, 模型车开始以额定功率行驶, 根据图像斜率的倒数为功率求解模型车牵引力的最大功率. 根据动能定理和运动学公式相结合求解模型车运动的总位移.

## 考向 22 动能定理的应用

**1. C** 【解析】小碗飞出后做平抛运动, 由平抛运动规律可得  $v = \frac{x}{t}$ , 解得  $v = 4 \text{ m/s}$ , 小碗由静止到飞出的过程中, 由动能定理有

$W = \frac{1}{2}mv^2$ , 故摩擦力对小碗所做的功  $W = 0.8 \text{ J}$ , 故选 C.

**2. A** 【解析】 $a$  球向右运动  $0.1 \text{ m}$  时, 由几何关系得,  $b$  上升距离为  $h_1 = 0.4 \text{ m} - \sqrt{0.5^2 - 0.4^2} \text{ m} = 0.1 \text{ m}$ , 设此时细绳与水平方向夹角为  $\theta$ ,  $\theta$  的正切值为  $\tan \theta = \frac{3}{4}$ , 可知  $\cos \theta = \frac{4}{5}$ ,  $\sin \theta = \frac{3}{5}$ , 由运动的合成与分解知识可知  $v_b \sin \theta = v_a \cos \theta$ , 可得  $v_b = 8 \text{ m/s}$ , 以  $b$  球为研究对象, 由动能定理得  $W_F - mgh_1 = \frac{1}{2}mv_b^2$ , 代入数据解得  $W_F = 33 \text{ J}$ , **A 正确**.

**3. AC** 【解析】 $Q$  在  $ab$  段运动的过程中, 轻杆、 $P$ 、 $Q$  三者的加速度相同, 三者相对静止, 对轻杆、 $P$ 、 $Q$  整体, 加速度  $a = \frac{3mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta}{3m} = \frac{3g \sin \theta - \mu g \cos \theta}{3}$ , 设轻杆对  $Q$  的弹力大小为  $N$ , 则有  $mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta + N = ma$ , 可得  $N = \frac{2}{3}\mu mg \cos \theta$ , 故 **A 正确**, **B 错误**;  $ab$  段粗糙, 整个过程中  $P$ 、 $Q$  和轻杆组成的系统经过  $ab$  段时, 损失的机械能为  $\Delta E = 3\mu mg L \cos \theta$ , 故 **C 正确**; 设  $P$  滑离  $a$  点时速度大小为  $v$ , 根据动能定理有  $3mg \cdot 3L \sin \theta - 3\mu mg L \cos \theta = \frac{1}{2} \times 3mv^2$ , 得  $v = \sqrt{6gL \sin \theta - 2\mu g L \cos \theta}$ , 故 **D 错误**.

一题多解

$Q$  在  $ab$  段运动的过程中, 轻杆、 $P$ 、 $Q$  三者的加速度相同, 三者相对静止, 对  $P$  有  $2mg \sin \theta - N' = 2ma$ , 可得  $N' = \frac{2}{3}\mu mg \cos \theta$ ,  $N = N'$ .

**4. D** 【解析】物块上滑时满足  $mg \sin \theta + \mu_1 mg \cos \theta = ma$ , 解得  $a = 8 \text{ m/s}^2$ , 物块上滑的最大距离  $L = \frac{v_0^2}{2a} = 1 \text{ m}$ , **A 错误**; 根据  $2a \frac{L}{2} = v_0^2 - v_1^2$ , 可得物块上滑到最大距离的中点时速度大小  $v_1 = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$ , **B 错误**; 物块在最高点所受摩擦力为  $f_1 = \mu_2 mg \cos 37^\circ$ , 在最高点  $\mu_2 = 0.5$ , 解得  $f_1 = 0.4mg$ , 回到斜面底端时  $\mu_2 = 0$ ,  $f_2 = 0$ , 物块在返回过程中, 根据  $mgL \sin \theta - \frac{f_1}{2}L = \frac{1}{2}mv^2$ , 解得  $v = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$ , **C 错误**; 物块上滑和下滑过程中克服摩擦力做功分别为  $W_1 = \mu_1 mg L \cos \theta = 0.2mgL$ ,  $W_2 = \frac{f_1}{2}L = 0.2mgL$ , **D 正确**.

**5. BC** 【解析】在  $N$  点满足  $4.5mg - mg = \frac{mv_N^2}{R}$ , 小球从释放点到  $N$  点的过程中, 由动能定理得  $mg \cdot 2R - W = \frac{1}{2}mv_N^2 - 0$ , 解得  $W = \frac{1}{4}mgR$ , 因为小球经过  $PN$  段比  $NQ$  段同一高度处的速度大, 则小球经过  $PN$  段比  $NQ$  段同一高度处所受的支持力大, 则  $PN$  段比  $NQ$  段克服摩擦力做功多, 即  $NQ$  段克服摩擦力做功  $W' <$

【关键点】速度越大, 支持力越大, 滑动摩擦力越大

$\frac{1}{4}mgR$ , 从  $N$  到  $Q$  过程, 由动能定理得  $-mgR - W' = \frac{1}{2}mv_Q^2 - \frac{1}{2}mv_N^2$ , 解得  $\frac{1}{2}mv_Q^2 > \frac{1}{2}mgR$ , 设小球冲出  $Q$  点后可上升的最大高

度为  $h$ , 由动能定理得  $-mgh = 0 - \frac{1}{2}mv_Q^2$ , 解得  $h > \frac{R}{2}$ , **A、D 错误**, **B 正确**; 由以上分析知, 小球从  $Q$  返回  $P$  的过程中克服摩擦力做功小于从  $P$  到  $Q$  过程克服摩擦力做功, 即  $W_{QP} < \frac{1}{2}mgR$ , 从  $Q$  到  $P$  过程, 由动能定理得  $-W_{QP} = \frac{1}{2}mv_P'^2 - \frac{1}{2}mv_Q^2$ , 可得第二次经过  $P$  点时  $v_P' > 0$ , 即小球能第二次经过  $P$  点, **C 正确**.

**6. A** 【解析】由题图乙可知, 物块从  $D$  点离开轨道后到落回轨道所用时间为  $t = (1.675 - 0.875) \text{ s} = 0.8 \text{ s}$ , 该过程中物块做竖直上抛运动, 有  $2v_D = gt$ , 得  $v_D = 4 \text{ m/s}$ , 故 **A 正确**; 滑块经过  $C$  点时, 重力和支持力的合力提供向心力, 即  $F_0 - mg = m \frac{v_C^2}{R}$ , 滑块由  $C$  点运动到  $D$  点过程中, 根据动能定理有  $-mgR = \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_C^2$ , 联立得  $F_0 = 70 \text{ N}$ , 故 **B 错误**; 物块水平抛出后做平抛运动, 将物块经过  $B$  点时的速度沿着水平方向和竖直方向分解, 如图所示, 由图可知  $v_B \sin \theta = v_0$ , 物块由  $B$  点运动到  $D$  点过程中, 根据动能定理有  $mgR \sin \theta = \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_B^2$ , 联立得  $v_0 = \sqrt{3} \text{ m/s}$ , 故 **C 错误**; 物块在  $AC$  段运动过程中, 物块竖直方向的速度先增大后减小, 因此重力的瞬时功率先增大后减小, 故 **D 错误**.

7. (1) 95 N (2)  $0.6 \leq \mu < 0.9$  或  $\mu \leq 0.15$

思路导引

相撞的瞬间物块的速度不变, 此时绳受到的拉力最大

摆线与  $B$  相撞后物块做匀减速直线运动

物块做完整圆周运动的临界条件: 最高点处  $v = \sqrt{gR}$

不脱离轨道临界条件: 物块到该点速度为 0

物块能到达  $A$  点, 且  $v_A > 0$

物块在  $D \rightarrow A$  过程克服摩擦力做功  $W_f < E_{kD}$

【解析】(1) 物块由  $C$  到  $D$  运动, 根据动能定理有  $mgL = \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ , 解得  $v_D = 3 \text{ m/s}$ , 在  $D$  点, 由牛顿第二定律得  $F_m - mg = m \frac{v_D^2}{r}$ , 解得  $F_m = 95 \text{ N}$ , 由牛顿第三定律知, 摆线能承受的最大拉力为  $95 \text{ N}$ .

(2) 物块能到达圆弧轨道, 则有  $\mu mg s < \frac{1}{2}mv_D^2$ , 解得  $\mu < 0.9$ , 不脱离圆弧轨道, 若运动高度小于或等于  $R$ , 则满足  $-\mu mg s - mgh = 0 - \frac{1}{2}mv_D^2$ ,  $h \leq R$ , 解得  $\mu \geq 0.6$ , 不脱离圆弧轨道, 若恰好到达圆弧轨道最高点, 在最高点有  $mg = m \frac{v'^2}{R}$ , 运动高度为  $2R$ , 由  $D$  点至圆弧

轨道最高点,由动能定理得  $-\mu mgs - 2mgR = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv_b^2$ ,代入  $v' \geq \sqrt{gR}$ ,解得  $\mu \leq 0.15$ ,综上,物块在圆弧轨道上不脱离轨道的条件为  $0.6 \leq \mu < 0.9$  或  $\mu \leq 0.15$ .

### 考向 23 机械能守恒定律的应用

1. D 【解析】在物体  $P$  下落的过程中,物体  $P$ 、 $Q$  和弹簧组成的系统机械能守恒,弹簧先处于压缩状态后处于伸长状态,弹性势能先减小后增加,则物体  $P$ 、 $Q$  组成的系统机械能先增加后减小,故 A、B 错误;在物体  $P$  下落的过程中,物体  $P$ 、 $Q$  组成的系统重力势能减少了  $\Delta E_p = 2mgL - mgL = mgL$ ,则弹簧的弹性势能增加了  $mgL$ ,故 C 错误, D 正确.

#### 方法总结 判断机械能是否守恒的三种方法

1. 利用机械能的定义判断:看物体动能、势能之和是否不变.
2. 利用做功判断:若物体或系统只有重力(或弹簧的弹力)做功,或者虽受其他力,但其他力不做功(或做功代数和为 0),则机械能守恒.
3. 利用能量转化判断:若物体或系统与外界没有能量交换,物体或系统内也没有机械能与其他形式能的转化,则机械能守恒.

2. C 【解析】物块在  $A$  点时,由平衡条件得  $mg \tan 45^\circ = kx = k(L - s_{OA})$ ,解得  $s_{OA} = L - \frac{mg}{k}$ ,由于  $OC$  沿竖直方向且光滑斜面与水平方向的夹角为  $45^\circ$ ,则由几何关系得  $OC$  间距离也为  $L - \frac{mg}{k}$ ,故 A 错误;从  $A$  到  $B$  弹簧弹力与物块位移方向夹角为钝角,则物块从  $A$  点运动到  $B$  点的过程中,弹簧对物块做负功,可知物块机械能减小,故 B 错误;物块在  $B$  点时,弹簧的弹力大小为  $F = kx' = k(L - s_{OA} \cos 45^\circ) = \frac{(2 - \sqrt{2})kL}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}mg$ ,故 C 正确;物块从  $A$  到  $C$  的过程,由动能定理得  $\Delta E_k = E_{kC} - E_{kA} = mgs_{OC} = mg\left(L - \frac{mg}{k}\right)$ ,故 D 错误.

3. BC 【解析】题图甲中,滑块和弹性绳组成的系统机械能守恒,弹性绳恢复原长前,弹性绳的弹性势能逐渐减小,滑块机械能增加,弹性绳恢复原长后弹性势能不变,滑块机械能不变;题图乙中,滑块和弹簧组成的系统机械能守恒,弹簧的弹性势能先减小后增大,则滑块机械能先增大后减小,故 A 错误;由 A 项分析可知,题图甲中,当滑块滑到最低点时速度最大,由几何关系可得,弹性绳处于原长时  $A_1C_1 = R$ ,由能量守恒定律得  $\frac{1}{2}k(2R - R)^2 + 2mgR = \frac{1}{2}mv_{1m}^2$ ,可得  $v_{1m} = 10 \text{ m/s}$ ,故 B 正确;由 A 项分析可知,题图乙中,滑块和弹簧组成的系统机械能守恒,由几何关系可得,弹簧处于原长时  $A_2C_2 = R$ ,当弹簧恢复原长时,由能量守恒定律得  $\frac{1}{2}k(2R - R)^2 + mg \cdot 2R \cos^2 \theta = \frac{1}{2}mv_2^2$ ,可得  $v_2 = 3\sqrt{10} \text{ m/s}$ ,故 C 正确;根据题意,结合 A 项分析可知,当  $\theta$  小于  $30^\circ$ ,滑块下降相同高度,题图甲中,重力势能全部转化为滑块动能,题图乙中,

重力势能转化为滑块动能和弹簧弹性势能,则在相同高度处,题图甲中滑块的速度大于题图乙中滑块的速度,则题图甲中滑块的重力瞬时功率大于题图乙中滑块的重力瞬时功率,故 D 错误.

**方法总结** 由轻弹簧连接的物体系统,一般既有重力做功又有弹簧弹力做功,这时系统内物体的动能、重力势能和弹簧的弹性势能相互转化,而总的机械能守恒.对同一弹簧,弹性势能的大小完全由弹簧的形变量决定,无论弹簧伸长或压缩.

4. C 【解析】刚释放的时候,物块有向下的加速度,根据牛顿第二定律有  $mg - T = ma$ ,可知拉力小于  $mg$ ,故 A 错误;在软绳从静止到刚离开滑轮的过程中,拉力对软绳做了功,软绳的机械能不守恒,故 B 错误;设软绳刚离开滑轮的时候,物块和软绳的速度为  $v$ ,根据机械能守恒定律有  $mg \cdot \frac{l}{2} + \frac{mg}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot v^2$ ,计算可得  $v = \frac{\sqrt{3gl}}{2}$ ,则物块机械能的减少量为  $E_{\text{减}} = mg \cdot \frac{l}{2} - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8}mgl$ ,故 C 正确;系统的机械能是守恒的,由于物块的机械能减少了  $\frac{1}{8}mgl$ ,所以软绳的机械能增加了  $\frac{1}{8}mgl$ ,故 D 错误.

5. D 【解析】小球在水平位置和  $D$  点时速度均为 0,重力功率也为 0,故重力的功率先增大后减小, A 错误;设  $AD$  的长为  $3L$ ,根据机械能守恒定律得  $Mg \cdot 2L = mg \cdot 3L \cos 37^\circ$ ,解得  $M : m = 6 : 5$ , B 错误;小球在水平位置和  $D$  点时,小球和小物块的速度相等且均为 0,  $AC$  的长度不变,小球做圆周运动,其他位置小球的速度沿  $BD$  方向的分速度大小等于小物块的速度大小,因此只有 2 个位置两者的速度相等, C 错误;设小球在最低点  $D$  点时,沿  $BD$  方向的加速度大小为  $a$ ,  $BD$  中的拉力为  $T$ ,根据牛顿第二定律得  $Mg - T = Ma$ ,  $T - mg \cos 53^\circ = ma$ ,解得  $T = \frac{8}{11}Mg$ , D 正确.

6. B 【解析】小球  $A$  由静止到达最低点过程中,  $A$ 、 $B$  组成的系统机械能守恒,有  $2mgL - 3mg \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2mv_A^2 + \frac{1}{2} \cdot 3mv_B^2$ ,两小球为同轴转动,角速度相同,由  $v = \omega r$  可知,两球的线速度大小之比为  $v_A : v_B = 2 : 1$ ,解得  $v_A = 2\sqrt{\frac{gL}{11}}$ , A 错误;小球  $A$  由静止到达最低点过程中,设杆对小球  $A$  所做的功为  $W$ ,对小球  $A$ ,由动能定理有  $2mgL + W = \frac{1}{2} \cdot 2mv_A^2$ ,解得  $W = -\frac{18mgL}{11}$ , D 错误;设  $OA$  与竖直方向夹角为  $\theta$  时球  $A$ 、 $B$  速度达到最大,对系统,由机械能守恒定律有  $2mgL \cos \theta - 3mg \cdot \frac{L}{2}(1 - \sin \theta) = \frac{1}{2} \cdot 2mv_A'^2 + \frac{1}{2} \cdot 3mv_B'^2$ ,根据上述分析可知  $v_A' = 2v_B'$ ,整理可得  $v_B' = \sqrt{\frac{gL}{11}(4 \cos \theta + 3 \sin \theta - 3)}$ ,因

**关键点:** 利用辅助角公式,计算三角函数的最大值

为  $4 \cos \theta + 3 \sin \theta = 5 \times \left( \frac{4}{5} \cos \theta + \frac{3}{5} \sin \theta \right) = 5 \sin(53^\circ + \theta)$ ,所以当



$\theta=37^\circ$ 时,小球 A、B 速度达到最大,小球 B 速度最大值为  $v'_B =$

$\sqrt{\frac{2gL}{11}}$ , C 错误, B 正确.

### 一题多解 质心法

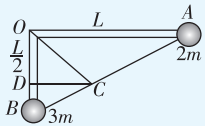
设连接体的质心在 C 点,利用质心公

式有  $3m \cdot BC = 2m \cdot CA$ ,解得  $CD =$

$\frac{2}{5}OA = \frac{2}{5}L$ ,  $OD = \frac{3}{5}OB = \frac{3}{10}L$ ,  $OC =$

$\frac{L}{2}$ ,可得  $\tan \angle COD = \frac{CD}{OD} = \frac{4}{3}$ ,即  $\angle COD = 53^\circ$ ,当 C 点运动到

最低点时系统的速度最大,即 OA 与竖直方向夹角为  $37^\circ$ 时小球 A、B 速度达到最大.



### 7. B 【解析】

在小球 A 下落到最低点的

过程中, A 和 B 组成的系统只有重力

做功,故 A 和 B 组成的系统机械能守

恒,故 A 错误;刚释放小球 A 时,由牛

顿第二定律可知  $2mg \sin \theta = 2ma$ ,解得  $a = \frac{\sqrt{3}}{2}g$ ,故 B 正确;小环 B

的速度最大时,小环 B 在竖直方向上的合力为零,轻杆的弹力竖

直分量为  $mg$ ,而只有 A 到达最低点, B 速度为零时,轻杆的水平

分量才为零,故小环 B 的速度最大时,轻杆弹力大于  $mg$ ,故 C 错

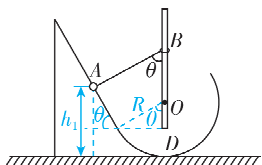
误;如图所示,设 A 初始时刻距离最低点的距离为  $h_1$ ,由几何关

系可知  $R \sin \theta + \frac{(h_1 - \frac{1}{2}R)}{\tan \theta} = 1.5R \sin \theta$ ,解得  $h_1 = \frac{5}{4}R$ ,设小环 B

初始时刻距离最低点的距离为  $h_2$ ,由几何关系可知  $h_2 = h_1 +$

$1.5R \cos \theta = 2R$ ,由系统机械能守恒可知  $2mgh_1 + mg(h_2 - 1.5R) =$

$\frac{1}{2} \times 2mv_A^2$ ,解得  $v_A = \sqrt{3gR}$ ,故 D 错误.



## 考向 24 功能关系的应用

### 1. A 【解析】

上滑过程中,摩擦力对木块做负功,木块的机械能要

减少,由题图乙可知物块的机械能减少了  $\Delta E = 4E_0 - 3E_0 = E_0$ ,动

能减少了  $\Delta E_k = 4E_0$ ,所以木块的重力势能增加了  $\Delta E_p = 4E_0 - E_0 =$

$3E_0$ ,故 D 错误;设木块质量为  $m$ ,由题图乙可知木块上滑的距离

为  $x_0$ ,则有  $\mu mg \cos 37^\circ \cdot x_0 = E_0$ ,则木块受到的摩擦力大小为  $f =$

$\mu mg \cos 37^\circ = \frac{E_0}{x_0}$ ,故 B 错误;木块上滑过程中,重力做负功,木块

的动能转化为重力势能,有  $mg \cdot x_0 \sin 37^\circ = 3E_0$ ,则木块的重力

大小为  $G = mg = \frac{5E_0}{x_0}$ ,故 A 正确;木块与斜面间的动摩擦因数为

$\mu = \frac{E_0}{x_0 mg \cos 37^\circ} = \frac{1}{4}$ ,故 C 错误.

### 方法总结 解决图像问题的基本步骤

(1) 观察题目给出的图像,弄清纵坐标、横坐标所对应的物理量及图线所表示的物理意义.

(2) 根据物理规律推导出纵坐标与横坐标所对应的物理量间的函数关系式.

(3) 将推导出的物理规律与数学上与之相对应的标准函数关系式相对比,找出图线的斜率、截距、图线的交点、图线下的面积等所表示的物理意义,分析解答问题,或者利用函数图线上的特定值代入函数关系式求物理量.

### 2. AD 【解析】

小球停止运动时,受力平衡,根据平衡条件和胡克定律得  $k\Delta x = mg$ ,  $\Delta x = L - \frac{1}{2}L = \frac{L}{2}$ ,解得  $k = \frac{2mg}{L}$ , A 正确;由分析

可知小球开始从高处下落,第一次经过 O 点动能不为零,最后在该位置静止,说明运动过程中有阻力作用,故小球与弹簧组成的

系统机械能不守恒, B 错误;由于小球在运动过程中有阻力作用,第一次下落过程中合力为零的位置并不在最后的静止位置,故 O 点不是下落过程中速度最大处, C 错误;小球从被释放到第一次经过最后的静止位置,根据能量守恒定律有  $mg \cdot (h + \frac{L}{2}) = E_p +$

$E_k + Q_f$ ,则  $E_p = mg(h + \frac{L}{2}) - E_k - Q_f < mg \cdot (h + \frac{L}{2})$ , D 正确.

3. A 【解析】设细绳与竖直方向的夹角为  $\theta$ ,对 Q 受力分析可得,细绳的拉力  $T = \frac{mg}{\cos \theta}$ ,当 Q 匀速上升时,  $\theta$  变大,则细绳的拉力逐渐增大, A 正确;Q 沿细绳方向的分速度  $v_{\text{绳}} = v_0 \cos \theta$ , P 沿绳方向的分速度  $v_P \sin \theta = v_{\text{绳}}$ ,可得小球 P 的速度  $v_P = \frac{v_0}{\tan \theta}$ ,当  $\theta$  变大时,

小球 P 的速度减小,做减速运动, B 错误;对 P、Q 整体,由能量转化关系有  $W = \Delta E_Q + \Delta Q + \Delta E_{kP}$ ,因为小球 P 的动能减小,即  $\Delta E_{kP} < 0$ ,可知  $W < \Delta E_Q + \Delta Q$ , C 错误;对小球 P 受力分析可得,竖直方向上有  $F_N = mg + T \cos \theta > mg$ ,根据牛顿第三定律可知,小球 P 对水平杆的压力  $F'_N = F_N > mg$ ,则  $\Delta Q = \mu F_N > \mu mgx$ , D 错误.

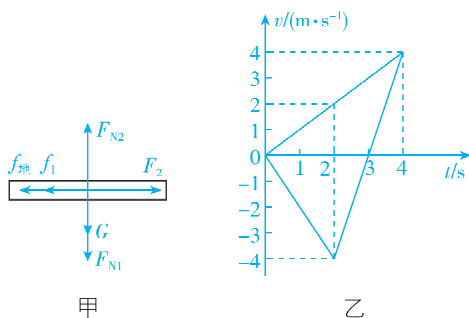
### 4. ACD 【解析】

用  $v_A$  表示 A 球转过  $\alpha$  角时 A 球的速度大小,用  $v_B$  表示 A 球转过  $\alpha$  角时 B 球的速度大小,  $v$  表示此时立方体的速度大小,则  $v_B \cos \alpha = v$ ,由于 A 与 B 的角速度相同,  $v = \omega r$ ,且  $OA = \frac{L}{3}$ ,则  $OB = \frac{2L}{3}$ ,则  $v_A = \frac{1}{2}v_B$ ,根据能量守恒定律可知,力 F 做的功等于滑块 C 的动能增量与球 A、B 机械能增量之和,则力 F 做的功大于滑块 C 的动能增量与球 A、B 重力势能增量之和,可得

$F \cdot \frac{1}{3}L \sin \alpha = \frac{1}{2}mv_A^2 - mg(\frac{1}{3}L - \frac{1}{3}L \cos \alpha) + \frac{1}{2}mv_B^2 + mg(\frac{2}{3}L - \frac{2}{3}L \cos \alpha) + \frac{1}{2}mv^2$ ,解得  $v_A = \sqrt{\frac{2FL \sin \alpha - 2mgL(1 - \cos \alpha)}{3m(5 + 4 \cos^2 \alpha)}}$ ,由几何关系可知转过的最大角度为  $\alpha = 60^\circ$ ,在 B、C 分离前,由于 B、C 一直接触,滑块 C 向左做加速运动,则 A 在水平方向上做加速运动,则力 F 的功率增加,故 A、C 正确;分离前 C 的动能为  $E_{kC} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2v_A \cos \alpha)^2$ ,分离前 A 的动能为  $E_{kA} = \frac{1}{2}mv_A^2$ ,由数学知识可知角度转动的范围为  $0 \leq \alpha \leq 60^\circ$ ,则  $1 \leq 2 \cos \alpha \leq 2$ ,可知  $E_{kC} \geq E_{kA}$ ,故 B 错误;当  $\alpha = 60^\circ$ 时, C 速度最大,为  $v = v_B \cos \alpha =$

$2v_A \cos \alpha = \sqrt{\frac{\sqrt{3}FL - mgL}{18m}}$ ,故 D 正确.

- 5. BC** 【解析】对长木板进行受力分析,受力示意图如图甲所示,根据牛顿第二定律有  $F_2 - \mu_1 mg - \mu_2 (M+m)g = Ma_M$ ,  $a_M = 1 \text{ m/s}^2$ ,故 **A 错误**;对小物块进行受力分析,小物块先在拉力、摩擦力的作用下做匀加速直线运动,后在摩擦力作用下做匀减速直线运动,加速度大小分别为  $a_1 = \frac{F_1 - \mu_1 mg}{m} = 2 \text{ m/s}^2$  和  $a_2 = \mu_1 g = 4 \text{ m/s}^2$ ,长木板和小物块在  $0 \sim 4 \text{ s}$  内的  $v-t$  图像如图乙所示, $0 \sim 2 \text{ s}$  小物块做匀加速直线运动,位移  $x = 4 \text{ m}$ , $F_1$  对小物块做功为  $W = 12 \text{ J}$ ,故 **B 正确**;两条  $v-t$  图线围成的面积表示小物块相对于长木板运动的路程,由  $v-t$  图像可知  $L = 12 \text{ m}$ ,小物块与长木板之间因摩擦产生的热量  $Q = \mu_1 mgL = 24 \text{ J}$ ,故 **C 正确**;恒力对小物块、长木板系统做的功等于系统机械能的增加量加上摩擦生热,故 **D 错误**.



- 6.** (1)  $\mu g \cos \theta - g \sin \theta$   $5g \sin \theta - \mu g \cos \theta$  (2)  $\frac{(5 \sin \theta - \mu \cos \theta) x_0}{2 \sin \theta}$   
(3)  $\frac{18x_0 \sin \theta - gt^2(\mu \cos \theta - \sin \theta)^2}{2(\mu \cos \theta + \sin \theta)} + \frac{gt^2(\mu \cos \theta - \sin \theta)^2}{2 \sin \theta}$

【解析】(1) 初始时,整个系统处于静止状态,则有  $kx_0 = 2mg \sin \theta$ ,解除锁定的瞬间,对于 A,有  $\mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma_A$ ,对于 B,有  $k \cdot 3x_0 - mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta = ma_B$ ,解得  $a_A = \mu g \cos \theta - g \sin \theta$ ,  $a_B = 5g \sin \theta - \mu g \cos \theta$ .

(2) B 速度最大时,其加速度为 0,则有  $kx = mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta$ , B 的位移大小  $x_1 = 3x_0 - x$ ,解得  $x_1 = \frac{(5 \sin \theta - \mu \cos \theta) x_0}{2 \sin \theta}$ .

(3) 从解除锁定到共速,设 A、B 的位移大小分别为  $x_2$ 、 $x_3$ ,共同速度为  $v$ ,对于 A,有  $v = a_A t$ ,  $x_2 = \frac{1}{2} a_A t^2$ ,对于系统,能量守恒,则有

$\frac{1}{2} k (3x_0)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2mv^2 + mgx_2 \sin \theta + mgx_3 \sin \theta + \mu mg \cos \theta \cdot (x_3 - x_2)$ ,由题意知  $\mu > \tan \theta$ ,则共速后,A 与 B 一起沿斜面向上做匀减速运动,对 A、B 整体(A、B 整体的位移大小为  $x_4$ ),有  $-2mgx_4 \sin \theta = 0 - \frac{1}{2} \times 2mv^2$ ,所以 B 沿斜面向上运动的最大位移

为  $x_m = x_3 + x_4$ ,解得  $x_m = \frac{18x_0 \sin \theta - gt^2(\mu \cos \theta - \sin \theta)^2}{2(\mu \cos \theta + \sin \theta)} + \frac{gt^2(\mu \cos \theta - \sin \theta)^2}{2 \sin \theta}$ .

- 7. C** 【解析】根据速度—时间图像与时间轴围成的面积表示位移可知,传送带底端到顶端的距离  $L = \frac{4+12}{2} \times 1 \text{ m} + \frac{1}{2} \times 1 \times 4 \text{ m} = 10 \text{ m}$ ,故 **A 错误**.由题图乙可知,在  $0 \sim 1 \text{ s}$  内物块的速度大于传送带的速度,物块所受摩擦力的方向沿传送带向下,与物块运动

的方向相反,摩擦力做负功; $1 \sim 2 \text{ s}$  内,物块的速度小于传送带的速度,物块所受摩擦力的方向沿传送带向上,与物块运动的方向相同,摩擦力做正功,故 **B 错误**.根据速度—时间图像斜率表示加速度可知, $0 \sim 1 \text{ s}$  内与  $1 \sim 2 \text{ s}$  内物块的加速度大小分别为  $a_1 = \frac{12-4}{1} \text{ m/s}^2 = 8 \text{ m/s}^2$ ,  $a_2 = \frac{4-0}{2-1} \text{ m/s}^2 = 4 \text{ m/s}^2$ ,根据牛顿第二定律列式分别有  $\mu mg \cos \theta + mg \sin \theta = ma_1$ ,  $-\mu mg \cos \theta + mg \sin \theta = ma_2$ ,解得  $\mu = 0.25$ ,故 **C 正确**.由 B 项分析可知传送带速度为  $4 \text{ m/s}$ ,根据速度—时间图像与时间轴围成的面积表示位移可得, $0 \sim 1 \text{ s}$  内物块相对传送带的位移  $\Delta x_1 = \frac{(12-4) \times 1}{2} \text{ m} = 4 \text{ m}$ , $1 \sim 2 \text{ s}$  内相对传送带的位移  $\Delta x_2 = 4 \times 1 \text{ m} - \frac{4 \times 1}{2} \text{ m} = 2 \text{ m}$ ,由  $Q = \mu mg \Delta x \cos \theta$ ,可知两段时间内物块与传送带间因摩擦产生的热量不等,故 **D 错误**.

#### 方法总结 滑动摩擦力做功的能量问题

- ① 滑动摩擦力做功时,一部分机械能从一个物体转移到另一个物体,另一部分机械能转化为内能,因此滑动摩擦力做功有机能损失.
- ② 一对滑动摩擦力做功的代数和总是负值,总功  $W = -F_f \cdot x_{\text{相对}}$ ,等于发生相对滑动时产生的热量.

- 8.** (1)  $17.2 \text{ N}$  (2)  $0.42 \text{ s}$  (3) 见解析

【解析】(1) 由动能定理得  $mgx \sin \theta - \mu mg \cos \theta \cdot x + mgR(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} mv_c^2$ ,在 c 点,由牛顿第二定律得  $F_N - mg = \frac{mv_c^2}{R}$ ,联立解得  $v_c = 3 \text{ m/s}$ ,  $F_N = 17.2 \text{ N}$ ,根据牛顿第三定律得,滑块滑到圆弧面上 c 点时对轨道的压力大小  $F'_N = F_N = 17.2 \text{ N}$ .

(2) 假设滑块可以在传送带上由  $3 \text{ m/s}$  加速到  $5 \text{ m/s}$ ,则有  $\mu mg = ma$ ,  $v^2 - v_c^2 = 2ax_0$ ,解得  $a = 5 \text{ m/s}^2$ ,  $x_0 = 1.6 \text{ m} < 1.7 \text{ m}$ ,则滑块在传送带上先加速后匀速,有  $t_1 = \frac{v - v_c}{a} = 0.4 \text{ s}$ ,  $t_2 = \frac{L_{\text{cd}} - x_0}{v} = 0.02 \text{ s}$ ,则  $t = t_1 + t_2 = 0.42 \text{ s}$ .

(3) ① 假设滑块恰好从 c 点一直加速到 d 点,则  $v^2 - v_c^2 = 2aL_{\text{cd}}$ ,解得  $v_{c1} = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$ ,下滑过程,由动能定理得  $mgx_1 \sin \theta - \mu mg \cos \theta \cdot x_1 + mgR(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} mv_{c1}^2$ ,解得  $x_1 = 0.75 \text{ m}$ ,当  $0 < x \leq 0.75 \text{ m}$  时,有

$L = \sqrt{2[gx \sin \theta - \mu g \cos \theta \cdot x + gR(1 - \cos \theta)] + 2aL_{\text{cd}}} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{22+4x} \text{ (m)}$ ;② 假设滑块恰好从 c 点一直减速到 d 点,则有  $v^2 - v_c^2 = -2aL_{\text{cd}}$ ,解得  $v_{c2} = \sqrt{42} \text{ m/s}$ ,下滑过程,由动能定理得  $mgx_2 \sin \theta - \mu mg \cos \theta \cdot x_2 + mgR(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} mv_{c2}^2$ ,解得  $x_2 = 9.25 \text{ m}$ ,当  $x \geq 9.25 \text{ m}$  时,  $L = \sqrt{2[gx \sin \theta - \mu g \cos \theta \cdot x + gR(1 - \cos \theta)] - 2aL_{\text{cd}}} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{4x-12} \text{ (m)}$ ;③ 当  $0.75 \text{ m} < x < 9.25 \text{ m}$  时,滑块到 d 点的速度均为  $v = 5 \text{ m/s}$ ,则有  $L = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 5 \text{ m}$ .综上,当  $x \leq 0.75 \text{ m}$  时,  $L = \sqrt{22+4x} \text{ (m)}$ ;当  $0.75 \text{ m} < x < 9.25 \text{ m}$  时,  $L = 5 \text{ m}$ ;当  $x \geq 9.25 \text{ m}$  时,  $L = \sqrt{4x-12} \text{ (m)}$ .