

专题5 万有引力与天体运动

考向17 开普勒定律的应用

1. B 【解析】霍曼转移轨道为椭圆, 设其轨道半长轴为 r 则 $r =$

$$\frac{1.5r_0 + r_0}{2} = 1.25r_0, \text{ 设探测器从地球轨道运动至火星轨道用时}$$

为 t , 根据开普勒第三定律得 $\frac{r_0^3}{T_0^2} = \frac{r^3}{(2t)^2}$, 其中 $T_0 = 1$ 年, 解得 $t =$

关键点: 探测器在霍曼转移轨道上运动的周期是其从地球轨道运动至火星轨道所用时间的2倍

$$\frac{5\sqrt{5}}{16}T_0 \approx 0.7 \text{ 年, B 正确, A、C、D 错误.}$$

2. AC 【解析】由开普勒第二定律可知地球在近日点运行速度最大, 在远日点运行速度最小, 夏至时地球在远日点运行速度最小, 根据对称性可知, 从冬至到夏至的运行时间为周期的一半, 由开普勒第二定律可知从冬至到春分的运行速度大于从春分到夏至的运行速度, 故从冬至到春分的运行时间小于地球公转周期的 $\frac{1}{4}$, 故 A 正确, B 错误; 地球和火星都是绕太阳运行的行星, 由开普勒第一定律可知太阳既在地球公转轨道的焦点上, 也在火星公转轨道的焦点上, 故 C 正确; 若用 a 代表椭圆轨道的半长轴, T 代表公转周期, 由开普勒第三定律可知, 所有绕太阳运行的行星轨道半长轴的三次方与公转周期的平方的比值都相等, 即 $\frac{a^3}{T^2} = k$, 地球和火星都是绕太阳运行的行星, 则对应的 k 值相同, 故 D 错误.

3. A 【解析】根据开普勒第三定律可得 $\frac{T_{\text{地}}^3}{r_{\text{地}}^3} = \frac{T_{\text{火}}^3}{r_{\text{火}}^3}$, 可得火星的公转周期与地球的公转周期之比为 $\frac{T_{\text{火}}}{T_{\text{地}}} = \sqrt{\frac{r_{\text{火}}^3}{r_{\text{地}}^3}} = \sqrt{\frac{1.5^3}{1^3}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^3}$, 故 A 正确, B 错误; 夏至时, 地球处于远日点, 根据开普勒第二定律可知, 公转线速度最小, 故 C、D 错误.

4. BC 【解析】根据题意可知 $r_M = 2R$, $r_N = R$, 由牛顿第二定律有 $\frac{GMm}{r^2} = ma$, 则 $a_M = \frac{GM}{r_M^2} = \frac{GM}{4R^2}$, $a_N = \frac{GM}{r_N^2} = \frac{GM}{R^2}$, 则探测器在椭圆轨道上 M 、 N 两点的加速度大小之比为 $1:4$, 故 A 错误; 根据开普勒第二定律可知 $\frac{1}{2}r_N v_N \Delta t = \frac{1}{2}r_M v_M \Delta t$, 则 $v_M : v_N = 1:2$, 故 B 正确; 探测器在近火轨道上做圆周运动, 万有引力提供向心力有 $\frac{GMm}{R^2} = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$, 在火星表面上的一物体, 其重力由万有引力提供, 则有 $\frac{GMm'}{R^2} = m'g$, 联立解得 $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$, 故 C 正确; 椭圆的半长轴为 $a = 1.5R$, 根据开普勒第三定律有 $\frac{T_{\text{椭}}^2}{a^3} = \frac{T^2}{R^3} = \frac{(1.5R)^3}{R^3} = 3.375$, 则探测器在椭圆轨道上的周期为 $T_{\text{椭}} = 3\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$, 故 D 错误.

考向18 万有引力定律的应用

1. D 【解析】根据题意, 两实心球之间的万有引力大小为 $G \frac{M^2}{(4R)^2} = G \frac{M^2}{16R^2} = F$, 由于小球密度均匀, 被挖去的小球的体积是大球的 $\frac{1}{8}$, 则其质量 $m = \frac{1}{8}M$, 设想左边仍是实心球, 把右边实心球挖掉一个小球, 则左边实心球对右边球的万有引力大小为

$$F_1 = G \frac{M^2}{(4R)^2} - G \frac{M \cdot \frac{1}{8}M}{\left(4R + \frac{R}{2}\right)^2} = \frac{73}{81}F, \text{ 左边被挖掉的小球在原位置}$$

$$\text{时, 对右边大球剩余部分的万有引力大小为 } F_2 = G \frac{M \cdot \frac{1}{8}M}{\left(4R + \frac{R}{2}\right)^2} -$$

$$G \frac{\frac{1}{8}M \cdot \frac{1}{8}M}{\left(\frac{R}{2} + 4R + \frac{R}{2}\right)^2} = \frac{719}{8100}F, \text{ 则剩余部分之间的万有引力大小为}$$

$$\Delta F = F_1 - F_2 = \frac{73}{81}F - \frac{719}{8100}F = \frac{6581}{8100}F, \text{ 故 D 正确.}$$

关键点拨 利用填补法的思想先求左边实心球对右边球剩余部分的引力, 同理, 再求出左边小球对右边大球剩余部分的万有引力, 再利用等效的思想把多余的万有引力减去即可.

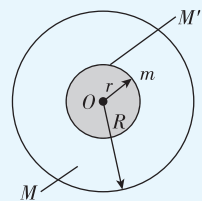
2. A 【解析】根据在天体表面附近, 重力等于万有引力可得 $\frac{GMm_0}{R^2} = m_0g$, 解得 $g = \frac{GM}{R^2}$, 则月球表面的重力加速度为 $g_{\text{月}} = \frac{M_{\text{月}}}{M_{\text{地}}} \cdot \frac{R_{\text{地}}^2}{R_{\text{月}}^2} g \approx 0.2g$, 对嫦娥六号, 根据动量定理有 $(F - 0.2mg)t_0 = mv_0$, 解得 $F = m\left(0.2g + \frac{v_0}{t_0}\right)$, A 正确.

3. A 【解析】在深度为 d 处有 $G \frac{M'm_1}{(R-d)^2} = m_1g_1$, 在高度为 h 处有 $G \frac{Mm_2}{(R+h)^2} = m_2g_2$, 又 $\frac{M'}{M} = \frac{(R-d)^3}{R^3}$, 解得深度为 d 处和高度为 h 处的重力加速度之比为 $\frac{g_1}{g_2} = \frac{(R-d)(R+h)^2}{R^3}$, A 正确.

方法总结 两个推论计算万有引力

推论 I: 在匀质球壳的空腔内任意位置处, 质点受到球壳的万有引力的合力为零, 即 $\Sigma F = 0$.

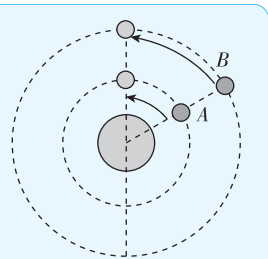
推论 II: 如图所示, 在匀质球体内部距离球心 r 处的质点 (m) 受到的万有引力等于球体内半径为 r 的同心球体 (M') 对它的引力, 即 $F = G \frac{M'm}{r^2}$.



方法总结 如图所示两同心转动的

卫星 ($r_A < r_B$) 同向转动时, 由相距最近到下次相距最近, 角度关系为 $\theta_A - \theta_B = 2\pi$, 角速度关系为 $(\omega_A - \omega_B)t = 2\pi$, 周期关系为 $(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B})t = 1$;

由相距最近到下次相距最远, 角度关系为 $\theta_A - \theta_B = \pi$, 角速度关系为 $(\omega_A - \omega_B)t = \pi$, 周期关系为 $(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B})t = \frac{1}{2}$.



考向 19 卫星运动问题

1. AC 【解析】对于卫星 A、B, 根据万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} =$

$m\omega^2 r$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$, 由题图可知 $r_A < r_B$, 所以 $\omega_A > \omega_B$, 对于卫星 P、B, 由于卫星 B 是地球同步卫星, 可知 $\omega_P = \omega_B$, 则卫星 A、B、P 的角速度大小关系为 $\omega_A > \omega_B = \omega_P$, 故 **A 正确**; 对于卫星 A、B, 由万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 解得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 因为 $r_A < r_B$, 所以 $v_A > v_B$, 对于卫星 P、B, 根据 $v = \omega r$, 由于 $\omega_B = \omega_P$, $r_B > r_P$, 所以 $v_B > v_P$, 则卫星 A、B、P 的线速度大小关系为 $v_A > v_B > v_P$, 故 **B 错误**; 对于卫星 B、P, 根据 $a_n = \omega^2 r$, 由于 $\omega_B = \omega_P$, $r_B > r_P$, 所以卫星 B 的向心加速度大于卫星 P 随地球自转的向心加速度, 故 **C 正确**; 地球同步卫星 B 在 12 h 内转动的圆心角为 $\theta = 2\pi \times \frac{12}{24} = \pi$, 由 A 项可知 $\omega_A > \omega_B$, 则卫星 A 转动得更快, 12 h 内转过的圆心角大于 π , 故 **D 错误**.

2. D 【解析】卫星绕地球做圆周运动, 万有引力提供向心力, 则 $G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r = m \frac{v^2}{r}$, 解得 $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$, $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 设卫星 M、N 的运行周期分别为 T_M 、 T_N , 其中 $T_N = T$, 则 $\frac{T_M}{T_N} = \frac{T_M}{T} = \sqrt{\frac{r_M^3}{r_N^3}} =$

$\sqrt{\frac{2^3}{1^3}} = 2\sqrt{2}$, 所以 $T_M = 2\sqrt{2}T$, **A 错误**; 设经过时间 t , 卫星 M 与卫

星 N 又一次相距最近, 则 $(\frac{2\pi}{T_N} - \frac{2\pi}{T_M})t = 2\pi$, 由 A 项分析可知 $T_M =$

→ **关键点:** 角速度大的卫星比角速度小的卫星多走一圈

$2\sqrt{2}T$, $T_N = T$, 解得 $t = \frac{8+2\sqrt{2}}{7}T$, **B 错误**; 第一宇宙速度是最小发射速度, 则卫星 N 的发射速度大于第一宇宙速度, **C 错误**; 由 A 项

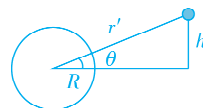
分析可知 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 则卫星在时间 t' 内扫过的面积为 $S = \frac{v t' r}{2} =$

$\frac{t' r}{2} \sqrt{\frac{GM}{r}} = \frac{t'}{2} \sqrt{GM r}$, 所以 M、N 分别与地心 O 连线在相等时间内

扫过的面积之比为 $\frac{S_M}{S_N} = \sqrt{\frac{r_M}{r_N}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$, **D 正确**.

3. C 【解析】根据万有引力提供向心力有

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r, \text{ 可得同步卫星的周期为}$$



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}, \text{ 由题图乙可知, 地球自转一圈, 卫星 FZ01 运动三}$$

圈, 卫星 FZ01 做圆周运动, 故卫星 FZ01 的周期为 $T' = \frac{T}{3} =$

$$2\pi \sqrt{\frac{r'^3}{GM}}, \text{ 则卫星 FZ01 的轨道半径与同步卫星的轨道半径关系}$$

为 $r' = \frac{r}{\sqrt[3]{9}} \approx \frac{r}{2}$, 故 **A、B 错误**; 卫星 FZ01 纬度最高时, 根据题图乙

可知 $\theta = 30^\circ$, 如图所示, 卫星离地球球心所在水平面的高度为

$$h = r' \sin 30^\circ \approx \frac{r}{4} = 1.65R > R, \text{ 即卫星高度大于北极点的高度, 卫}$$

星 FZ01 可以记录到北极点的气候变化, 同理可知, 卫星 FZ01 可以记录到南极点的气候变化, 故 **C 正确, D 错误**.

4. AC 【解析】地球极地表面的重力加速度为 g , 有 $m_0 g = \frac{GMm_0}{R^2}$, 近

地卫星的线速度即为第一宇宙速度, 由万有引力提供向心力, 有

$$\frac{GMm}{R^2} = m \frac{v_1^2}{R}, \text{ 联立可得地球的第一宇宙速度为 } v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} =$$

\sqrt{gR} , 故 **A 正确**; 第一宇宙速度 7.9 km/s 是卫星绕地球做匀速圆周运动的最大速度, 宏图一号卫星组绕地球运动的轨道半径

$r > R$, 由 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ 可知宏图一号卫星组的线速度小于 7.9 km/s, 故 **B 错误**; 宏图一号卫星组绕地球做匀速圆周运动的线速度大小

为 v , 有 $\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 又 $GM = gR^2$, 可得轨道半径为 $r = \frac{R^2 g}{v^2}$, 又

$$T = \frac{2\pi r}{v}, \text{ 可得宏图一号卫星组的周期为 } T = \frac{2\pi R^2 g}{v^3}, \text{ 故 } \text{C 正确}; \text{ 由}$$

于地球的自转方向与卫星的绕行方向垂直, 故宏图一号卫星组运动的轨道平面不可能始终与地球某一经线平面重合, 故 **D 错误**.

5. B 【解析】设该星球表面的重力加速度大小为 g , 小球做圆周运

动的半径为 L , 根据圆周运动规律, 有 $F_1 + mg = m \frac{v_1^2}{L}$, $F_2 - mg =$

$$m \frac{v_2^2}{L}, \text{ 根据动能定理, 有 } mg \cdot 2L = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2, \text{ 解得 } g = \frac{F_2 - F_1}{6m},$$

$$\text{第一宇宙速度 } v_0 = \sqrt{gR} = \sqrt{\frac{(F_2 - F_1)R}{6m}}, \text{ A 错误}; \text{ 根据 } G \frac{Mm_0}{R^2} =$$

→ **关键点:** 牢记星球的第一宇宙速度公式可快速解题

$$m_0 g, \text{ 解得该星球的质量 } M = \frac{gR^2}{G} = \frac{(F_2 - F_1)R^2}{6Gm}, \text{ 该星球的平均密}$$

$$\text{度 } \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{F_2 - F_1}{8\pi GmR}, \text{ B 正确, C 错误}; \text{ 根据 } G \frac{Mm'}{(2R)^2} = m' \frac{v^2}{2R}, \text{ 解}$$

$$\text{得 } v = \sqrt{\frac{(F_2 - F_1)R}{12m}}, \text{ D 错误.}$$

- 6. D** 【解析】对 b 、 c 、 d 三颗卫星, 根据 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r = ma_{\text{向}}$, 可得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$, $a_{\text{向}} = \frac{GM}{r^2}$. 因为 c 为同步卫星, 有 $T_a = T_c$, 则 $\omega_a = \omega_c$, 由 $a = \omega^2 r$ 可知 $a_a < a_c < g$, 故 **A、B 错误**; 由 $v = \omega r$ 可知, $v_a < v_c$, 由 $l = vt$ 可知, 在相同时间 t 内 a 转过的弧长小于 c 转过的弧长, **C 错误**; 由 $\omega_b > \omega_c = \omega_a > \omega_d$, $\theta = \omega t$, 可知相同时间内 $\theta_b > \theta_c = \theta_a > \theta_d$, 故 **D 正确**.

方法总结 近地卫星、同步卫星、高空卫星的比较

比较项目	近地卫星 (r_2 、 ω_2 、 v_2 、 a_2)	同步卫星 (r_3 、 ω_3 、 v_3 、 a_3)	高空卫星 (r_4 、 ω_4 、 v_4 、 a_4)	赤道上随地球自转的物体 (r_1 、 ω_1 、 v_1 、 a_1)
向心力来源	万有引力 $G \frac{Mm}{r^2} = ma_n = m\omega^2 r = m \frac{v^2}{r}$			万有引力的一个分力
轨道半径	$r_4 > r_3 > r_2 > r_1$			
角速度	$\omega_2 > \omega_1 = \omega_3 > \omega_4$			
线速度	$v_2 > v_3 > v_1$ 、 $v_2 > v_3 > v_4$			
向心加速度	$a_2 > a_3 > a_1$ 、 $a_2 > a_3 > a_4$			

- 7. C** 【解析】 b 卫星为近地轨道卫星, 则 b 卫星运动的线速度等于第一宇宙速度, 即为 7.9 km/s , **A 错误**; 由 $G \frac{Mm}{r'^2} = m \frac{v^2}{r'}$, 可得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r'}}$, 由于 $r_b < r_c$, 则 $v_b > v_c$, 由 $v = \omega r'$ 可得 $v_c > v_a$, 可知 $v_b > v_c > v_a$, b 的线速度最大, **B 错误**; 设 a 、 b 、 c 做匀速圆周运动的向心加速度大小分别为 a_a 、 a_b 、 a_c , 由题意可知 a 、 c 具有相同的角速度, 根据 $a = \omega^2 r'$, 可得 $a_a : a_c = R : r$, 由 $G \frac{Mm}{r'^2} = ma$, 可得 $a = \frac{GM}{r'^2}$, 对 b 、 c 有 $a_b : a_c = r^2 : R^2$, 则 a 、 b 做匀速圆周运动的向心加速度大小之比为 $\left(\frac{R}{r} \right)^3$, **C 正确**; 由于不知道 a 、 b 、 c 的质量, 所以无法判断它们的机械能的大小, **D 错误**.

易错点: 注意机械能与物体的质量有关

- 8. B** 【解析】设地球的质量为 M , 地球自转的周期为 T , 物体在地球表面两极处的重力等于物体受到的万有引力, 即 $mg_0 = G \frac{Mm}{R^2}$, 物体在赤道处, 由牛顿第二定律得 $G \frac{Mm}{R^2} - mg_1 = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}$, 对北斗地球同步卫星, 由万有引力提供向心力得 $G \frac{Mm'}{(R+h)^2} = m' \frac{4\pi^2 (R+h)}{T^2}$, 联立

关键点: 地球同步卫星的周期与地球自转周期相同

解得北斗地球同步卫星距离地球表面的高度 $h = \left(\sqrt[3]{\frac{g_0}{g_0 - g_1}} - 1 \right) R$,

易错点: 地球同步卫星的轨道半径为卫星到地心的距离

A 错误, B 正确; 地球的平均密度 $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, 又 $GM = g_0 R^2$, 解得

$\rho = \frac{3g_0}{4\pi GR}$, **C 错误**; 对地球的近地卫星, 由万有引力提供向心力

得 $G \frac{Mm_0}{R^2} = m_0 \frac{4\pi^2 R}{T_0^2} = m_0 g_0$, 解得 $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g_0}}$, **D 错误**.

- 9. B** 【解析】临界状态其逃逸速度恰好等于光速, 由题意可得第一宇宙速度可表示为 $v_1 = \frac{c}{\sqrt{2}}$, 根据万有引力提供向心力可得 $G \frac{Mm}{R'^2} = m \frac{v_1^2}{R'}$, 在该星球表面附近有 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, 联立解得 $R' \approx 0.009 \text{ m} = 9 \text{ mm}$, **B 正确**.

- 10. A** 【解析】根据万有引力提供向心力, 有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} r$, 解得

题图(a)中月球绕地球运动的周期为 $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$, 若地月系统是一个双星系统, 设地月双星系统中 O 点到地心距离为 r_1 , O

点到月球球心距离为 r_2 , 由万有引力提供向心力得 $G \frac{Mm}{r^2} = M \frac{4\pi^2}{T_2^2} r_1$, $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T_2^2} r_2$, 又 $r = r_1 + r_2$, 联立可得 $r_1 = \frac{m}{M+m} r$, $r_2 =$

$\frac{M}{M+m} r$, $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G(M+m)}} < T_1$, 故 **C、D 错误**; 题图(a)中设地球的半径为 R , 所以地球密度为 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT_1^2} = \frac{3\pi r^3}{GT_1^2 R^3}$, 故 **B 错**

误; 题图(a)中, 若把部分月壤运回到地球, 设部分月壤质量为 Δm , 则 $(m - \Delta m) \frac{4\pi^2}{T_1^2} r < G \frac{(M + \Delta m)(m - \Delta m)}{r^2}$, 即此时月球做圆周运动所需的向心力小于月球与地球间的万有引力, 月球做近心运动, 月球绕地球做圆周运动的轨道半径将变小, 故 **A 正确**.

- 11. B** 【解析】设 $AB = CD = a$, 根据题意, 由几何关系可知, 题图甲中对角线上两颗星的距离为 $r_1 = \sqrt{2}a$, 题图甲中每颗星受力情况如图 1 所示, 由万有引力公式 $F = G \frac{Mm}{r^2}$ 可得, $F_1 = \frac{Gm^2}{a^2}$, $F_2 = \frac{Gm^2}{(\sqrt{2}a)^2}$, 则每颗星所受合力大小为 $F_{\text{合}1} = \sqrt{2F_1^2 + F_2^2} = \frac{(2\sqrt{2}+1)Gm^2}{2a^2}$, 由合力提供向心力有 $F_{\text{合}1} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}a$, 解得

$T_1 = 2\pi a \sqrt{\frac{2a}{(4+\sqrt{2})Gm}}$, 根据题意, 由几何关系可知, 题图乙中,

三角形顶点上的两颗星间的距离为 $r_2 = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$, 题图乙中三角形顶点上的星受力情况如图 2 所示, 由万有引力公式 $F = G \frac{Mm}{r^2}$ 可

$$\text{得, } F_3 = \frac{Gm^2}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}a\right)^2} = \frac{3Gm^2}{4a^2}, F_4 = \frac{Gm^2}{\left(\frac{2}{3}a\right)^2} = \frac{9Gm^2}{4a^2}, \text{则三角形顶点上}$$

的星所受合力为 $F_{\text{合}2} = 2F_3 \cos 30^\circ + F_4 = \frac{3(\sqrt{3}+3)Gm^2}{4a^2}$, 由合力提

供向心力有 $F_{\text{合}2} = m \frac{4\pi^2}{T_2^2} \times \frac{2}{3}a$, 解得 $T_2 = \frac{4\pi a}{3} \sqrt{\frac{2a}{(\sqrt{3}+3)Gm}}$, 故

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{2}+4}}, \text{B 正确.}$$

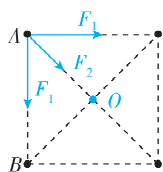


图 1

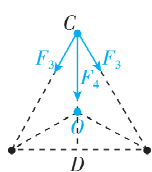


图 2

方法总结 多星模型

所研究星体所受万有引力的合力提供其做圆周运动的向心力,除中央星体外,各星体的角速度、周期相同.常见的多星模型及其规律如下.

	$\frac{Gm^2}{(2R)^2} + \frac{GMm}{R^2} = ma_{\text{向}}$
	$\frac{Gm^2}{L^2} \times \cos 30^\circ \times 2 = ma_{\text{向}}$
	$\frac{Gm^2}{L^2} \times \cos 45^\circ \times 2 + \frac{Gm^2}{(\sqrt{2}L)^2} = ma_{\text{向}}$
	$\frac{Gm^2}{L^2} \times \cos 30^\circ \times 2 + \frac{GMm}{\left(\frac{L}{\sqrt{3}}\right)^2} = ma_{\text{向}}$

12. CD 【解析】由题设条件知,卫星在 P 和 Q 点变轨时,均向高轨道变轨,故需要增大速度,使卫星做离心运动,故 **A 错误**;根据开普勒第二定律有 $v_P R = v_Q \times (4R - R)$,可得 $v_Q = \frac{v_P}{3}$,卫星沿椭圆

轨道运动到 Q 点时的动能 $E_k = \frac{1}{2}mv_Q^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_P}{3}\right)^2 = \frac{1}{12}mgR$,故

B 错误;卫星在近地圆轨道运行时有 $mg = m \frac{v_1^2}{R}$,在 P 点变轨时,

根据动能定理有 $W = \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{mgR}{4}$,故 **C 正确**;在①轨道

和在③轨道上运行时,卫星与地心的连线单位时间内扫过的面

$$\text{积之比 } \frac{S_1}{S_3} = \frac{v_1 R}{3v_3 R} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{R}}}{3\sqrt{\frac{GM}{3R}}} = 1 : \sqrt{3}, \text{故 D 正确.}$$

13. C 【解析】若卫星过 C 点做圆周运动,轨道为以地球球心到 C 点为半径的圆,设该轨道为轨道 4,根据万有引力提供向心力有

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \text{解得 } v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, r_4 < r_2, \text{则 } v_4 > v_2, \text{由轨道 4 变轨到椭圆}$$

轨道 1,需要在 C 点加速,则在轨道 1 上 C 点的速度 $v_C > v_4$,则 $v_C > v_2$,所以卫星在轨道 1 上 C 点的速度大于在轨道 2 上 B 点的

速度, **A 正确**;卫星由轨道 1 在 A 点和由轨道 2 在 B 点加速变轨到轨道 3,则卫星在轨道 3 上的机械能大于在轨道 1 上的机械

能, **B 正确**;轨道 2 的半径为 $\frac{\overline{AC} + \overline{BC}}{2} = \frac{3a + a}{2} = 2a$,在轨道 2 上经

过 A 点的加速度等于在轨道 1 上经过 A 点的加速度,又卫星在

【关键点】卫星在 A 点只受到万有引力作用,根据牛顿第二定律可得出此结论

轨道 2 上 A 点的线速度大小为 v ,则在轨道 2 上经过 A 点的加

速度等于 $\frac{v^2}{2a}$,则在轨道 1 上经过 A 点的加速度等于 $\frac{v^2}{2a}$, **C 错误**;

轨道 1 的半长轴为 $\frac{3a}{2} = 1.5a$,轨道 2 的半径为 $2a$,由开普勒第

三定律得 $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{(1.5a)^3}{(2a)^3}$,卫星在轨道 2 与在轨道 1 上运行的周

期之比 $\frac{T_2}{T_1} = \frac{8}{3\sqrt{3}}$, **D 正确**.故 C 符合题意.

14. D 【解析】卫星和月球的角速度相同,根据 $v = \omega r$,可知该卫星的线速度比月球的线速度大,故 **A 错误**;根据 $a = \omega^2 r$,可知该卫星的向心加速度比月球的向心加速度大,故 **B 错误**;当卫星的

发射速度达到 11.2 km/s 时,就可以摆脱地球引力的束缚,飞离地球进入环绕太阳运行的轨道,所以该卫星的发射速度小于第

二宇宙速度 11.2 km/s ,故 **C 错误**;对卫星有 $F_{\text{卫}} = G \frac{Mm_0}{(L+d)^2} +$

【易错点】卫星没有脱离地球的引力束缚,其发射速度小于第二宇宙速度

$$G \frac{mm_0}{d^2} = m_0 \omega^2 (L+d), \text{对月球有 } F_{\text{月}} = G \frac{Mm}{L^2} = m \omega^2 L, \text{联立得 } \frac{M}{L^3} =$$

$$\frac{M}{(L+d)^3} + \frac{m}{d^2(L+d)}, \text{故 D 正确.}$$

15. A 【解析】设地球和火星的公转半径分别为 $R_{\text{地}}$ 、 $R_{\text{火}}$,有

$$\frac{R_{\text{地}} + R_{\text{火}}}{R_{\text{火}} - R_{\text{地}}} = 5, \text{解得 } \frac{R_{\text{地}}}{R_{\text{火}}} = \frac{2}{3}; \text{设太阳的半径为 } r, \text{质量为 } M, \text{火星被}$$

太阳遮挡的时间为 t ,以地球为参考系,如图所示,有

$$\frac{\sqrt{\frac{GM}{200r}}t - 2r}{200r} = \frac{\left(\sqrt{\frac{GM}{200r}} + \sqrt{\frac{GM}{300r}}\right)t}{500r}, \sqrt{\frac{GM}{(200r)^3}} = \frac{2\pi}{365 \text{ 天}}, \text{解得}$$

$t \approx 2 \text{ 天}$, **A 正确**.

