

- $\frac{15}{2} > 0, 10^{99} - 10 > 0$, 所以数 10^{99} 所对应的点在线段 AB 上, 故选 A.
11. 氢气 【解析】因为 $253 > 195.8 > 183 > 33.34$, 所以 $-253 < -195.8 < -183 < -33.34$, 那么液化温度最低的气体是氢气. 故答案为氢气.
12. -2 或 2 【解析】数轴上与原点的距离为 2 个单位长度的点表示的数是 -2 或 2. 故答案为 -2 或 2.
13. 百 【解析】 $6.4 \times 10^3 = 6\,400$, 则这个近似数精确到百位. 故答案为百.
14. 9 【解析】 $16 + 11 + 12 = 39, 39 - 11 - 15 = 13, 39 - 12 - 13 = 14, x = 39 - 16 - 14 = 9$. 故答案为 9.
15. $6\frac{3}{4}$ 【解析】原式 $= [2 \times (-2)] \otimes (-7) = (-4) \otimes (-7) = \frac{1}{-4} - (-7) = -\frac{1}{4} + 7 = 6\frac{3}{4}$, 故答案为 $6\frac{3}{4}$.
16. 12 【解】因为 $\frac{15+7+11+3+14}{5} = 10$ (台), 所以调动后每个社团的相机数量都为 10 台, 所以 $7+x_1-x_2=10, 11+x_2-x_3=10, 3+x_3-x_4=10, 14+x_4-x_5=10$, 所以 $x_2=x_1-3$, 所以 $x_3=x_2+1=x_1-2$, 所以 $x_4=x_3-7=x_1-9$, 所以 $x_5=x_4+4=x_1-5$, 所以 $|x_1|+|x_2|+|x_3|+|x_4|+|x_5|=|x_1|+|x_1-3|+|x_1-2|+|x_1-9|+|x_1-5|$. 由绝对值的几何意义可知 $|x_1|+|x_1-9|$ 表示的是数轴上表示数 x_1 的点到表示数 0 和数 9 的两个点的距离之和, 所以当 $0 \leq x_1 \leq 9$ 时, $|x_1|+|x_1-9|$ 有最小值, 最小值为 $9-0=9$, 同理当 $2 \leq x_1 \leq 5$ 时, $|x_1-2|+|x_1-5|$ 有最小值, 最小值为 $5-2=3$. 因为 $|x_1-3| \geq 0$, 所以当 $x_1=3$ 时, $|x_1-3|$ 有最小值, 最小值为 0, 所以当 $x_1=3$ 时, $|x_1|+|x_1-9|, |x_1-2|+|x_1-5|$ 和 $|x_1-3|$ 能同时取得最小值, 所以当 $x_1=3$ 时, $|x_1|+|x_1-3|+|x_1-2|+|x_1-5|+|x_1-9|$ 取得最小值, 最小值为 $0+3+9=12$, 所以调动相机总台数 $|x_1|+|x_2|+|x_3|+|x_4|+|x_5|$ 的最小值为 12, 故答案为 12.
- 17-24. 见 P56 答案及评分细则.

卷⑤ 第3章基础诊断卷(A卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	A	B	C	C	B	D	C	B

轻松评分数

11. $\sqrt{2}$ (答案不唯一) 12. 5 13. 0

14. 16 15. -3 16. $x^2 < x < \sqrt{x} < \frac{1}{x}$

17. 【解】(1) $-2^3 + \sqrt[3]{-27} - (-2)^2 \div \sqrt{\frac{16}{81}} = -8 - 3 - 4 \div \frac{4}{9} = -11 - 4 \times \frac{9}{4} = -20$ (3分)

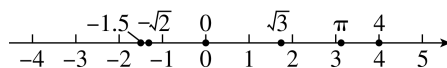
(2) $6 + 2 \times (\sqrt{5} - 3) - 2 \times (\sqrt{5} - 1) = 6 + 2 \times \sqrt{5} - 6 - 2 \times \sqrt{5} + 2 = 2$ (6分)

上分攻略 评分细则

规避失分点

16. 注意审题, 题目要求用“<”连接, 用“>”连接不得分.

18. 【解】如图.



..... (4分)

用“<”连接起来为 $-1.5 < -\sqrt{2} < 0 < \sqrt{3} < \pi < 4$.

..... (8分)

19. 【解】(1) 当 $h = 125$ 时, $t = \sqrt{\frac{h}{5}} = \sqrt{\frac{125}{5}} =$

$\sqrt{25} = 5$ (秒). (3分)

答: 一个物体从 125 米高的塔顶自由下落, 落到地面需要 5 秒. (4分)

(2) 当 $t = 2$ 时, $\sqrt{\frac{h}{5}} = 2$, 所以 $\frac{h}{5} = 4$,

所以 $h = 20$ (7分)

答: 物体下落前距离地面 20 米.

..... (8分)

20. 【解】(1) 因为 $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$, 即 $3 < \sqrt{11} <$

4 , 所以 $\sqrt{11}$ 的整数部分为 3, 小数部分为

$\sqrt{11} - 3$, 所以 $7 + \sqrt{11} = 7 + 3 + \sqrt{11} - 3 = 10 +$

$\sqrt{11} - 3 = x + y$. 因为 x 是整数, $0 < y < 1$, 所以

$x = 10, y = \sqrt{11} - 3$. 故答案为 10, $\sqrt{11} - 3$.

..... (4分)

(2) 将 $x = 10, y = \sqrt{11} - 3$ 代入 $3x + \sqrt{11} -$

y , 得 $3 \times 10 + \sqrt{11} - \sqrt{11} + 3 = 33$ (8分)

21. 【解】(1) $x = \sqrt{0.01} = 0.1, y = \sqrt{100} = 10$. 故

答案为 0.1, 10. (2分)

(2) 被开方数的小数点每向右移动 2 位, 相

应的算术平方根的小数点就向右移动 1

位. 故答案为右, 1. (4分)

(3) ① 因为 $\sqrt{5} \approx 2.24$, 所以 $\sqrt{500} \approx 22.4$.

..... (7分)

② 因为 $\sqrt{2m} \approx 7.07, \sqrt{5\,000} \approx 70.7$,

所以 $2m = 50$, 解得 $m = 25$ (10分)

22. 【解】(1) 因为阴影正方形的面积为 2,

$(\sqrt{2})^2 = 2$, 所以小方格对角线长是 $\sqrt{2}$. 故答

案为 $\sqrt{2}$ (2分)

(2) 由(1)知, 正方形的对角线长为 $\sqrt{2}$, 所

以点 M 表示的数比 1 小 $\sqrt{2}$,

找准采分点

18. 将所有数字表示在数轴上得 4 分. 注意不要忘记 0 也需要表示在数轴上, 必须用“<”连接, 用“>”不得分.

规避失分点

19. 应用题需要写答句, 否则扣 1 分.

找准采分点

20. (1) 每空 2 分, 不需要写解答过程.

找准采分点

21. (1) (2) 每空 1 分.

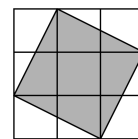
规避失分点

21. (3) ① 注意题目中间的是约等于多少, 要使用“ \approx ”, 否则扣 1 分.

所以点 M 表示的数是 $1 - \sqrt{2}$. 故答案为 $1 -$

$\sqrt{2}$ (4分)

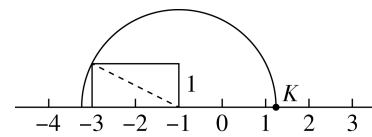
(3) ① 如图(1), 阴影部分即为面积是 5 的正方形.



图(1)

..... (8分)

② 在数轴上作长为 2 个单位长度, 宽为 1 个单位长度的长方形, 以表示 -1 的点为圆心, 长方形的对角线长为半径画弧, 交数轴于 K , 如图(2), 点 K 即为所求.



图(2)

..... (12分)

上分解析

1. B 【解析】因为 $2^2 = 4$, 所以 4 的算术平方根为 2. 故选 B.

2. C 【解析】“ $\frac{16}{25}$ 的平方根是 $\pm \frac{4}{5}$ ”, 用式子表示为 $\pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}$. 故选 C.

3. A 【解析】 $\sqrt{3}, \frac{\pi}{2}$ 是无限不循环小数, 它们是无理数, 所以无理数共有 2 个, 故选 A.

上分总结 | 无理数常见的三种类型

- (1) 开不尽的方根, 如 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{5}$ 等. (2) 特定结构的无限不循环小数, 如 0.303 003 000 300 003... (相邻两个 3 之间依次多一个 0). (3) 含有 π 的绝大部分数, 如 2π . 注意: 判断一个数是否为无理数, 不能只看形式, 要看化简结果. 如 $\sqrt{16}$ 是有理数, 而不是无理数.

4. B 【解析】A 选项, 1 的立方根为 1, 故此选项不符合题意; B 选项, -1 的立方根为 -1, 故此选项符合题意; C 选项, $1^3 = 1$, 1 的立方根为 1, 即 1^3 的立方根为 1, 故此选项不符合题意; D 选项, $\sqrt[3]{1} = 1$, 1 的立方根为 1, 即 $\sqrt[3]{1}$ 的立方根为 1, 故此选项不符合题意. 故选 B.

5. C 【解析】 $(-9)^2 = 81, \sqrt{(-9)^2} = 9, -|-49| = -49$. 因为 -49 是负数, 所以没有平方根, 故选 C.

6. C 【解析】因为 $1 < 2 < 4$, 所以 $1 < \sqrt{2} < 2$, 所以 $-2 < -\sqrt{2} < -1$, 所以 $0 < -\sqrt{2} + 2 < 1$, 所以实数 $-\sqrt{2} + 2$ 在数轴上对应的点可能是 C 点, 故选 C.

7. B 【解析】当输入的 x 的值为 16 时, $\sqrt{16} = 4$, 4 是整数, 不是无理数;

$\sqrt{4}=2$, 2 是整数, 不是无理数; $\sqrt{2}$ 是无理数, 故输出的 y 的值为 $\sqrt{2}$, 故选 B.

8. D 【解析】因为 9 的平方根是 x , 所以 $x=\pm 3$. 因为 -27 的立方根是 y , 所以 $y=-3$. 当 $x=3, y=-3$ 时, $x+y=3+(-3)=0$; 当 $x=-3, y=-3$ 时, $x+y=-3+(-3)=-6$. 综上, $x+y$ 的值为 0 或 -6, 故选 D.

9. C 【解析】因为 $2\ 025<2\ 026<2\ 116$, 所以 $45<\sqrt{2\ 026}<46$, 即 $45<\sqrt{2\ 026}<45+1$, 所以 $n=45$, 故选 C.

10. B 【解析】由题意得, $b<0, c>a>0, |c|>|b|>|a|$. ①因为 $ab+ac=a(b+c), b+c>0, a>0$, 所以 $ab+ac>0$, 故结论①正确; ② $-a-b+c>0$, 故结论②错误; ③ $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}=1-1+1=1$, 故结论③错误; ④ $|a-b|+|c+b|-|a-c|=a-b+c+b-(-a+c)=2a$, 故结论④错误; ⑤当 $b\leq x\leq a$ 时, $|x-b|+|x-a|$ 有最小值, 为 $a-b$, 故结论⑤正确. 故正确的结论有 2 个. 故选 B.

11. $\sqrt{2}$ (答案不唯一) 【解析】因为 $1<\sqrt{2}<2$, 所以符合条件的 m 值可以是 $\sqrt{2}$, 故答案为 $\sqrt{2}$ (答案不唯一).

12. 5 【解析】由题意可得, 每个方块的体积为 $1\ 000\div 8=125(\text{cm}^3)$, 则每个方块的棱长为 $\sqrt[3]{125}=5(\text{cm})$. 故答案为 5.

13. 0 【解析】平方根和立方根都等于它本身的数是 0, 故答案为 0.

上分总结 | 平方根与立方根

平方根等于它本身的数是 0, 立方根等于它本身的数是 1, -1, 0, 平方根和立方根都等于它本身的数是 0.

14. 16 【解析】因为 $|x-4|+\sqrt{y+11}=0$, 所以 $x-4=0, y+11=0$, 所以 $x=4, y=-11$, 所以 $x-y+1=4-(-11)+1=16$. 故答案为 16.

15. -3 【解析】 $8*16=\sqrt[3]{8}-\sqrt{16}=2-4=-2, (-1)\div(-2)=(-1)^2-(-2)^2=1-4=-3$, 故答案为 -3.

16. $x^2<x<\sqrt{x}<\frac{1}{x}$ 【解析】令 $x=0.01$, 则 $x^2=0.000\ 1, \sqrt{x}=0.1, \frac{1}{x}=100$. 因为 $0.000\ 1<0.01<0.1<100$, 所以 $x^2<x<\sqrt{x}<\frac{1}{x}$. 故答案为 $x^2<x<\sqrt{x}<\frac{1}{x}$.

上分技巧 | 特殊值法

可利用特殊值法, 依次求值并比较大小.

17-22. 见 P58 答案及评分细则.

第 3 章 对点上分 (类题推送)

上分解析

基础上分

1. D 【解析】因为 0 和 1 的算术平方根还是 0 和 1, 所以算术平方根是它本

身的数是 0 和 1. 故选 D.

2. 3 $\pm\frac{1}{4}$ 【解析】 $\sqrt{81}=9$, 9 的算术平方根为 3, 所以 $\sqrt{81}$ 的算术平方根为 3. 因为 $\pm\sqrt{\frac{1}{16}}=\pm\frac{1}{4}$, 所以 $\frac{1}{16}$ 的平方根是 $\pm\frac{1}{4}$. 故答案为 3, $\pm\frac{1}{4}$.

3. 2 【解析】因为 $\sqrt{x-y+3}+\sqrt{x+1}=0$, 所以 $x-y+3=0, x+1=0$, 所以 $x=-1, y=2$. 故答案为 2.

4. 2 【解析】因为 $\sqrt{x-2}\geq 0$, 所以当 $x=2$ 时, $\sqrt{x-2}$ 的值最小, 是 0, 故答案为 2.

5. 16. 2 【解析】因为 $16.2^2=262.44$, 所以 $\sqrt{262.44}=16.2$. 故答案为 16. 2.

6. (1) $\sqrt{6}$ (2) 11 或 83 或 -79 【解析】(1) 输入的 x 值为 8 时, $|x-2|=|8-2|=6$, 6 取算术平方根为 $\sqrt{6}$, $\sqrt{6}$ 是无理数, 所以输出的 y 值为 $\sqrt{6}$, 故答案为 $\sqrt{6}$.

(2) 根据题意可得若经过一次转换, 则 $|x-2|=3$, 则 $x=5$ 或 -1. 因为 $10\leq |x|<100$, 所以 5 和 -1 均不符合题意; 若经过两次转换, 则 $|x-2|=9$, 则 $x=11$ 或 -7 (舍去); 若经过三次转换, 则 $|x-2|=81$, 则 $x=83$ 或 -79; 若经过四次转换, 则 $|x-2|=6\ 561$, 则 $x=6\ 563$ 或 -6 559. 因为 $10\leq |x|<100$, 所以 6 563 和 -6 559 均不符合题意. 故答案为 11 或 83 或 -79.

7. 【解】(1) 因为一个正数 x 的两个不同的平方根分别是 $2a-1$ 和 $-a+2$, 所以 $2a-1+(-a+2)=0$, 解得 $a=-1$, 所以 $x=(2a-1)^2=(-3)^2=9$. (2) 将 $x=9, a=-1$ 代入 $3x+2a$, 得 $3x+2a=3\times 9-2=25$. 因为 25 的平方根为 ± 5 , 所以 $3x+2a$ 的平方根为 ± 5 .

8. A 【解析】①无理数是无限不循环小数, 故①正确; ②数轴上的点与实数一一对应, 故②错误; ③绝对值等于本身的数是正数和 0, 故③错误; ④平方根等于本身的数是 0, 故④错误. 故选 A.

9. $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ 【解析】因为 $\sqrt{2}-\sqrt{5}<0$, 所以 $\sqrt{2}-\sqrt{5}$ 的相反数是 $-(\sqrt{2}-\sqrt{5})=\sqrt{5}-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}-\sqrt{5}$ 的绝对值是 $\sqrt{5}-\sqrt{2}$.

10. $<$ 【解析】因为 $28<32$, 所以 $\sqrt{28}<\sqrt{32}$. 故答案为 $<$.

11. 13 【解析】因为 $3<\sqrt{13}<4$, 所以 $6<\sqrt{13}+3<7$, 所以 $a=6, b=7$, 所以 $a+b=6+7=13$, 故答案为 13.

12. 【解】无理数: $2-\pi, -\sqrt{2}, 0.737\ 337\ 333\ 7\cdots$ (相邻两个 7 之间依次多一个 3); 整数: $0, -9, \sqrt[3]{729}, \sqrt{(-3)^2}$; 分数: $0.\dot{1}\dot{2}, -6.8, \frac{13}{9}, 80\%$.

13. 【解】(1) 因为点 B 在点 A 的右侧, $AB=2$, 点 A 表示的数为 $-\sqrt{2}$, 点 B 表示的数为 m , 所以 $m=-\sqrt{2}+2$.

(2) 因为 $m=-\sqrt{2}+2$, 所以 $|m-2|-|1-m|=|-\sqrt{2}+2-2|-|1+\sqrt{2}-2|=|-\sqrt{2}|-|-\sqrt{2}-1|=\sqrt{2}-\sqrt{2}+1=1$.

(3) 由 $|2c+4|$ 与 $\sqrt{d-4}$ 互为相反数, 可得 $|2c+4|+\sqrt{d-4}=0$. 又因为 $|2c+4|$ 与 $\sqrt{d-4}$ 均为非负数, 所以 $2c+4=0, d-4=0$, 所以 $c=-2, d=4$, 所以 $2c+5d=2\times(-2)+5\times 4=-4+20=16$. 因为 16 的平方根为 ± 4 , 所以 $2c+5d$ 的平方根为 ± 4 .

14. 2 $\sqrt[3]{4}$ 【解析】因为 $\sqrt{64}=8, 2^3=8$, 所以 $\sqrt{64}$ 的立方根为 2. 4 的立方根是 $\sqrt[3]{4}$. 故答案为 2, $\sqrt[3]{4}$.

15. 2 【解析】大铅球的体积为 $\frac{4}{3}\pi\times 1^3+\frac{4}{3}\pi\times(\sqrt[3]{7})^3=\frac{32}{3}\pi(\text{cm}^3)$, 大铅球的半径为 $\sqrt[3]{\frac{32}{3}\pi\times\frac{3}{4}\div\pi}=2(\text{cm})$. 故答案为 2.

16. 【解】(1) 因为 $2+(-2)=0, 2^3=8, (-2)^3=-8$, 且 $8+(-8)=0$, 所以“若两个数的立方根互为相反数, 则这两个数也互为相反数”成立.

(2) 由 (1) 验证的结论知, $1-2x+7=0$, 所以 $x=4$,

所以 $1-\sqrt{x}=1-\sqrt{4}=1-2=-1$.

17. 8 【解析】由题意得, $9\star(-125)=\sqrt{9}-\sqrt[3]{-125}=3-(-5)=3+5=8$, 故答案为 8.

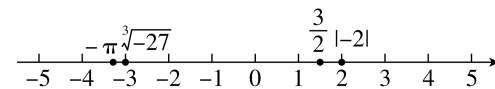
18. 【解】(1) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}\times\sqrt{\frac{1}{4}}-\sqrt{(-2)^2}=-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}-2=-2\frac{1}{3}$. (2) $\sqrt{3}-\sqrt{25}+|\sqrt{3}-3|+\sqrt[3]{1-\frac{63}{64}}=\sqrt{3}-5+3-\sqrt{3}+\frac{1}{4}=-\frac{7}{4}$.

重难上分

上分专题 (二) 实数的大小比较

1. D 【解析】由题图可知, $-1<a<0, b>1, a<b$ 且 $|a|<|b|$. A 选项, 因为 $a<b$, 所以 $a-b<0$, 故 A 不符合题意; B 选项, 因为 $-1<a<0, b>1$, 所以 $a+b>0$, 故 B 不符合题意; C 选项, 因为 $a<0, b>0$, 所以 $ab<0$, 故 C 不符合题意; D 选项, 因为 $-1<a<0$, 所以 $a+2>0$, 故 D 符合题意. 故选 D.

2. 【解】如图.



所以 $-\pi<\sqrt[3]{-27}<\frac{3}{2}<|-2|$.

3. 【解】(1) 因为 $a<-1, 0<b<1$, 所以 $-a>-b$. 故答案为 $>$.

(2) 因为 $a<-1, 0<b<1$, 所以 $1-a>0, -b+1>0, b-a>0$, 所以 $|1-a|-|-b+1|+|b-a|=1-a-(-b+1)+b-a=2b-2a$.

4. $<$ $<$ 【解析】因为 $11=\sqrt{121}, 119<121$, 所以 $\sqrt{119}<\sqrt{121}$, 即 $\sqrt{119}<11$. 因为 $2=\sqrt[3]{8}, 7<8$, 所以 $\sqrt[3]{7}<\sqrt[3]{8}$, 所以 $\sqrt[3]{7}<2$. 故答案为 $<, <$.

5. B 【解析】因为 $\sqrt[3]{1}<\sqrt[3]{6}<\sqrt[3]{8}$, 所以 $1<\sqrt[3]{6}<2$, 即 $1<a<2$. 又因为 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 所以 $2<\sqrt{5}<3$, 即 $2<b<3$, 所以 $a<c<b$, 故选 B.

6. B 【解析】将 a, b, c 同时平方, 得 $a^2=14, b^2=17, c^2=\frac{31}{2}=15.5$. 因为 $14<$

答案及上分解析

15. $5 < 17$, a, b, c 均为正数, 所以 $a < c < b$. 故选 B.
7. 【解】因为正方形 $ABCD$ 的面积为 5, 且 $AD = AE$, 所以 $AD = AE = \sqrt{5}$.
因为点 A 表示的数是 0, 点 E 在点 A 左侧, 所以点 E 表示的数为 $-\sqrt{5}$.
因为 $(\sqrt{5})^2 = 5$, $2.5^2 = 6.25$, $5 < 6.25$, 所以 $\sqrt{5} < 2.5$,
所以 $-\sqrt{5} > -2.5$, 所以点 E 所表示的数大于 -2.5 .
8. 【解】 $7 - \sqrt{11} - \sqrt{9} = 7 - \sqrt{11} - 3 = 4 - \sqrt{11}$.
因为 $3 < \sqrt{11} < 4$, 所以 $4 - \sqrt{11} > 0$,
即 $7 - \sqrt{11} - \sqrt{9} > 0$, 所以 $7 - \sqrt{11} > \sqrt{9}$.
9. 【解】 $\frac{\sqrt{5}-1}{3} > \frac{1}{3}$. 理由: $\frac{\sqrt{5}-1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{5}-2}{3}$.
因为 $5 > 4$, 所以 $\sqrt{5} > 2$, 所以 $\sqrt{5}-2 > 0$,
所以 $\frac{\sqrt{5}-2}{3} > 0$, 所以 $\frac{\sqrt{5}-1}{3} > \frac{1}{3}$.
10. > 【解析】因为 $3 < \sqrt{13} < 4$, $\sqrt[3]{64} = 4$, $\sqrt[3]{69} > \sqrt[3]{64} = 4$, 所以 $\sqrt{13} < \sqrt[3]{69}$, 所以 $-\sqrt{13} > -\sqrt[3]{69}$. 故答案为 $>$.
11. > 【解析】因为 $\sqrt{26} > \sqrt{25}$, 所以 $\sqrt{26} > 5$. 因为 $\sqrt[3]{123} < \sqrt[3]{125}$, 所以 $\sqrt[3]{123} < 5$, 所以 $\sqrt{26} > \sqrt[3]{123}$. 故答案为 $>$.

卷⑥ 第3章提优验收卷(B卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	B	C	B	D	B	C	B	C

轻松评分数

11. 2 12. < 13. 6(答案不唯一)

14. 9 15. 三 16. 1 024

17. 【解】整数: ③④⑥; (2分)
分数: ①⑨⑩; (4分)
无理数: ②⑤⑦⑧. (6分)

18. 【解】(1) 因为 $2a+1$ 的平方根是 ± 3 , 所以 $2a+1=9$, 解得 $a=4$ (1分)
因为 $5a+2b-2$ 的算术平方根是 4, 所以 $5a+2b-2=16$, 解得 $b=-1$, (2分)
所以 $3a-4b=3 \times 4 - 4 \times (-1) = 12+4=16$, 所以 $3a-4b$ 的平方根是 ± 4 (3分)
(2) 因为 $|a-\sqrt{2}| + \sqrt{b-5} + (c-3\sqrt{2})^2 = 0$, 所以 $a-\sqrt{2}=0, b-5=0, c-3\sqrt{2}=0$, 解得 $a=\sqrt{2}, b=5, c=3\sqrt{2}$ (6分)

上分攻略 评分细则

规避失分点

17. 每个括号内只能写对应数字的序号, 写数字不得分.

找准采分点

18. (2) a, b, c 的值每写对一个得 1 分.

19. 【解】(1) 因为 $3 < 4 < 5$, 所以 $\sqrt{3} < \sqrt{4} < \sqrt{5}$,
故答案为 $<, <$ (2分)
(2) 因为 $\sqrt{3} < \sqrt{4} < \sqrt{5}$, 所以 $\sqrt{3} - \sqrt{4} < 0, \sqrt{4} - \sqrt{5} < 0$, 所以 $|\sqrt{3} - \sqrt{4}| = \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}$,
 $|\sqrt{4} - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - \sqrt{4} = \sqrt{5} - 2$, 故答案为 $2 - \sqrt{3}, \sqrt{5} - 2$ (4分)
(3) $|\sqrt{3} - \sqrt{4}| + |\sqrt{4} - \sqrt{5}| + |\sqrt{5} - \sqrt{6}| + |\sqrt{6} - \sqrt{7}| + \dots + |\sqrt{99} - \sqrt{100}| = -\sqrt{3} + \sqrt{4} - \sqrt{4} + \sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{6} + \sqrt{7} - \dots - \sqrt{99} + \sqrt{100} = -\sqrt{3} + \sqrt{100} = 10 - \sqrt{3}$ (8分)
20. 【解】(1) $\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{9} \times \sqrt{16}$ (2分)
根据题意, 当 $a \geq 0, b \geq 0$ 时, \sqrt{ab} 与 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ 之间的大小关系为 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.
..... (5分)
(2) 根据题意, 举例: $\sqrt{25 \times 1} = \sqrt{25} \times \sqrt{1}$, 验证: $\sqrt{25 \times 1} = 5, \sqrt{25} \times \sqrt{1} = 5$, 所以 $\sqrt{25 \times 1} = \sqrt{25} \times \sqrt{1}$, 所以猜想的结果正确.
..... (7分)
(3) $\sqrt{81 \times 144} = \sqrt{81} \times \sqrt{144} = 9 \times 12 = 108$.
..... (10分)
21. 【解】(1) ①它的立方根是两位数; ②它的立方根的个位数字是 6; ③46 656 的立方根是 36. 故答案为 ①两, ②6, ③36.
..... (3分)
(2) ①因为 $\sqrt[3]{1\ 000} = 10, \sqrt[3]{1\ 000\ 000} = 100$,
 $1\ 000 < 195\ 112 < 1\ 000\ 000$, 所以能确定 195 112 的立方根是个两位数.
..... (5分)
②因为 195 112 的个位数是 2, $8^3 = 512$, 所以能确定 195 112 的立方根的个位数是 8.
..... (7分)
③划去 195 112 后面的三位 112 得到数 195, $\sqrt[3]{125} < \sqrt[3]{195} < \sqrt[3]{216}$, 所以 $5 < \sqrt[3]{195} < 6$, 所以能确定 195 112 的立方根的十位数是 5. (9分)
故 195 112 的立方根是 58. (10分)

规避失分点

19. (1) (2) 每空 1 分. (2) 中 $\sqrt{4} - \sqrt{3}, \sqrt{5} - \sqrt{4}$ 需要写出化简后的结果, 否则不得分.

找准采分点

20. (2) 题干中要求先举例子再验证, 举例得 1 分, 验证得 1 分.

规避失分点

21. (1) 每空 1 分, 其中 ① 的答案写成 “2” 或 “二” 不得分.

找准采分点

21. (2) 按照题目中的步骤计算, 共分为三步, 每步过程得 2 分, 直接写答案仅得 1 分.

22. 【解】(1) 因为 $5^2 < 26 < 6^2$, 所以 $\sqrt{26}$ 的“共同体区间”是 $(5, 6)$, 故答案为 $(5, 6)$.
..... (2分)
(2) 因为 $\sqrt{a^2} = a (a > 0)$, 无理数 $a (a > 0)$ 的“共同体区间”为 $(2, 3)$, 即无理数 $\sqrt{a^2}$ 的“共同体区间”为 $(2, 3)$, 所以 $2^2 < a^2 < 3^2$, 即 $4 < a^2 < 9$ (5分)
(3) 因为 $\sqrt{x-3} + |2\ 023 + (y-4)^2| = 2\ 024$,
所以 $\begin{cases} \sqrt{x-3} = 1, & \text{或} \\ (y-4)^2 = 0 & \end{cases} \begin{cases} \sqrt{x-3} = 0, & \text{或} \\ (y-4)^2 = 1, & \end{cases}$
解得 $\begin{cases} x=4, & \text{或} \\ y=4 & \end{cases} \begin{cases} x=3, & \text{或} \\ y=5 & \end{cases} \begin{cases} x=3, & \text{或} \\ y=3. & \end{cases}$ (8分)
分以下三种情况:
当 $x=4, y=4$ 时, $x(y+1) = 20$.
因为 $4^2 < 20 < 5^2$, 所以 $\sqrt{x(y+1)}$ 的“共同体区间”为 $(4, 5)$; (9分)
当 $x=3, y=5$ 时, $x(y+1) = 18$.
因为 $4^2 < 18 < 5^2$,
所以 $\sqrt{x(y+1)}$ 的“共同体区间”为 $(4, 5)$; (10分)
当 $x=3, y=3$ 时, $x(y+1) = 12$.
因为 $3^2 < 12 < 4^2$, 所以 $\sqrt{x(y+1)}$ 的“共同体区间”为 $(3, 4)$ (11分)
综上, $\sqrt{x(y+1)}$ 的“共同体区间”为 $(4, 5)$ 或 $(3, 4)$ (12分)

找准采分点

22. (1) 填空题不必写过程, 答对即可得 2 分.

找准关键点

22. (2) $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a > 0), \\ 0 (a = 0), \\ -a (a < 0). \end{cases}$

找准采分点

22. (3) 分三种情况讨论, 每种情况得 1 分.

上分解析

1. A 【解析】数“ $\sqrt{2}$ ”是一个无理数. 故选 A.
2. B 【解析】A 选项, $\sqrt{4} = 2$, 故原式不正确, 不符合题意; B 选项, $\sqrt[3]{-27} = -3$, 故原式正确, 符合题意; C 选项, $\pm\sqrt{16} = \pm 4$, 故原式不正确, 不符合题意; D 选项, $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{3^2} = 3$, 故原式不正确, 不符合题意. 故选 B.
3. B 【解析】①正确; ②倒数等于本身的数是 ± 1 , 错误; ③正确; ④16 的平方根是 ± 4 , 错误. 正确的有 2 个, 故洪涛同学的得分为 $2 \times 25 = 50$ (分). 故选 B.
4. C 【解析】A 选项, 实数和数轴上的点一一对应, 故原说法错误, 不符合

题意;B选项,无理数包括正无理数、负无理数,故原说法错误,不符合题意;C选项,实数都能用数轴上的点表示,故原说法正确,符合题意;D选项,带根号的数不一定是无理数,例如 $\sqrt{4}$ 是有理数,故原说法错误,不符合题意. 故选C.

5. B 【解析】因为 $\sqrt[3]{2.37} \approx 1.333$,所以 $\sqrt[3]{2\ 370} \approx 13.33$,故选B.

上分技巧 | 被开方数与立方根的关系

被开方数小数点向右移动三位,其立方根的小数点就向右移动一位.

6. D 【解析】因为 $|a|=2, \sqrt[3]{b}=3$,所以 $a=\pm 2, b=27$,所以 $2a-b=2\times 2-27=-23$ 或 $2a-b=2\times (-2)-27=-31$,故选D.

7. B 【解析】因为 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$,所以 $\sqrt{2}\star\sqrt{3}=\sqrt{3}$. 因为 $\sqrt{7}>\sqrt{3}$,所以原式= $\sqrt{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{7-3}=\sqrt{4}=2$,故选B.

8. C 【解析】因为该圆的半径为1个单位长度,所以该圆的周长为 2π 个单位长度. 因为把圆沿数轴向左无滑动地滚动一周,此时点A与数轴上的点B重合,所以点B表示的数是 $1-2\pi$. 故选C.

9. B 【解析】设溶液的体积为 x L. 因为瓶子正放时,瓶内溶液的高度为30 cm;将瓶子倒放时,空余部分的高度为10 cm,所以空余部分的体积为 $\frac{1}{3}x$ L. 依题意得 $x+\frac{1}{3}x=1$,所以 $x=0.75$. 设圆柱形杯子的内底面半径约为 a cm,则 $15\pi a^2=0.75\times 1\ 000$,所以 $a=\sqrt{\frac{50}{\pi}}\approx 4.0$,即圆柱形杯子的内底面半径约为4.0 cm,故选B.

10. C 【解析】根据题意,得 $\sqrt{S_1}=\sqrt{1+1+\frac{1}{4}}=\frac{3}{2}=1+1-\frac{1}{2}$, $\sqrt{S_2}=\sqrt{1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}}=\frac{5}{3}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$, $\sqrt{S_3}=\sqrt{1+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}}=\frac{7}{4}=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$, ..., 所以 $\sqrt{S_n}=1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$, 所以 $\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}+\cdots+\sqrt{S_{24}}=1+1-\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+1+\frac{1}{24}-\frac{1}{25}=24+1-\frac{1}{25}=24\frac{24}{25}$. 故选C.

11. 2 【解析】因为 $\sqrt{16}=4, \sqrt{4}=2$,所以 $\sqrt{16}$ 的算术平方根是2. 故答案为2.

上分警示 | 平方根与算术平方根的计算

计算时需要注意看清题目中是16还是 $\sqrt{16}$,并且要注意题目中问的是平方根还是算术平方根,一个正数有两个平方根,一个算术平方根.

12. < 【解析】因为 $12<18$,所以 $\sqrt{12}<\sqrt{18}$. 故答案为<.

13. 6(答案不唯一) 【解析】因为 $\sqrt{36}=\sqrt{6\times 6}=6$,所以 $n=6$. 故答案为6(答案不唯一).

14. 9 【解析】由题意得, $4-m+2m-11=0$,解得 $m=7$,则这个正数为 $(4-7)^2=9$,故答案为9.

15. 三 【解析】对36进行操作: $36 \xrightarrow{\text{第一次}} \{\sqrt{36}\}=6 \xrightarrow{\text{第二次}} \{\sqrt{6}\}=3 \xrightarrow{\text{第三次}} \{\sqrt{3}\}=2$,所以对36进行三次操作后变为2,故答案为三.

16. 1 024 【解析】因为整数 a, b, c 满足 $1\ 000a+10\times\sqrt[3]{b}+c^2=2\ 024$,所以 $\sqrt[3]{b}$ 为整数. 因为 $|b|<100$,所以 $b=\pm 64$ 或 ± 27 或 ± 8 或 ± 1 ,所以 $\sqrt[3]{b}=\pm 4$ 或 ± 3 或 ± 2 或 ± 1 ,所以当 $a=3$ 时, $1\ 000a+10\times\sqrt[3]{b}+c^2\geq 3\ 000+10\times(-4)+0=2\ 960>2\ 024$,不成立. 又因为 $a>1$,所以 $a=2$,所以 $1\ 000\times 2+10\times\sqrt[3]{b}+c^2=2\ 024$,所以 $10\times\sqrt[3]{b}+c^2=24$. 当 $b=1$ 时, $10\times 1+c^2=24, c=\pm\sqrt{14}$,不是整数,不合题意;当 $b=8$ 时, $10\times 2+c^2=24, c=\pm 2$,符合题意;当 $b=27$ 时, $10\times 3+c^2=24, c^2=-6<0$,不合题意;当 $b=64$ 时, $10\times 4+c^2=24, c^2=-16<0$,不合题意;当 $b=-1$ 时, $10\times(-1)+c^2=24, c=\pm\sqrt{34}$,不是整数,不合题意;当 $b=-8$ 时, $10\times(-2)+c^2=24, c=\pm\sqrt{44}$,不是整数,不合题意;当 $b=-27$ 时, $10\times(-3)+c^2=24, c=\pm\sqrt{54}$,不是整数,不合题意;当 $b=-64$ 时, $10\times(-4)+c^2=24, c=\pm 8$,符合题意. 综上可知,整数 a, b, c 的值分别为2, 8, 2或2, 8, -2或2, -64, 8或2, -64, -8. 当整数 a, b, c 的值分别为2, 8, 2时, $abc=2\times 8\times 2=32$;当整数 a, b, c 的值分别为2, 8, -2时, $abc=2\times 8\times(-2)=-32$;当整数 a, b, c 的值分别为2, -64, 8时, $abc=2\times(-64)\times 8=-1\ 024$;当整数 a, b, c 的值分别为2, -64, -8时, $abc=2\times(-64)\times(-8)=1\ 024$. 综上可知, abc 的最大值是1 024. 故答案为1 024.

17-22. 见P60答案及评分细则.

卷⑦ 期中综合检测卷

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	B	B	C	D	C	D	A	C

轻松评分数

11. -7 12. $-\frac{1}{2}$ 6 11 13. 3.1 百

14. 2.3 15. 5 16. -1

17. 【解】(1)原式= $24\times\frac{2}{3}-24\times\frac{1}{2}+24\times\frac{3}{4}=16-12+18=22$. (4分)

(2)原式= $-1+3-(2-\sqrt{3})=-1+3-2+\sqrt{3}=\sqrt{3}$. (8分)

上分攻略 | 评分细则

找准采分点

17. 每小题4分,结果算错不得分.

18. 【解】设正方体铁块的棱长为 a cm. 根据题意,得 $a^3=12\times 9\times 2$,解得 $a=6$.

答:正方体铁块的棱长为6 cm. ... (8分)

19. 【解】(1)因为点A表示的数是-5,点B在点A的右边,且点A到点B的距离为3,所以点B表示的数为 $3-5=-2$,故答案为-2. (4分)

(2)当点B为原点时, $b=0$. 因为点A在点B的左边,点A到点B的距离为3,点C在点B的右边,点B到点C的距离为8,所以点A表示的数为 $0-3=-3$,点C表示的数为 $0+8=8$,即 $a=-3, c=8$,所以 $m=a+b+c=-3+0+8=5$ (8分)

20. 【解】(1)因为 $a-4$ 的立方根是1,所以 $a-4=1$,所以 $a=5$. 因为 b 的绝对值是4,所以 $b=\pm 4$. 因为 $3<\sqrt{11}<4$,所以 $\sqrt{11}$ 的整数部分 $c=3$ (3分)

(2)当 $a=5, b=4, c=3$ 时, $2a-3b+c=2\times 5-3\times 4+3=10-12+3=1$,所以 $2a-3b+c$ 的平方根为 ± 1 ; (5分)
当 $a=5, b=-4, c=3$ 时, $2a-3b+c=2\times 5-3\times(-4)+3=10+12+3=25$,所以 $2a-3b+c$ 的平方根是 ± 5 . 综上, $2a-3b+c$ 的平方根是 ± 1 或 ± 5 (8分)

21. 【解】(1)根据题意,得 $(1-2-3+4)+(5-6-7+8)=0$,故该非负数最小为0. (2分)

(2)根据题意,得 $(1+2-3)+(4-5-6+7)+\cdots+(2\ 024-2\ 025-2\ 026+2\ 027)=0$,故该非负数最小为0. (4分)

(3)该非负数最小是0或1. 分四种情况:当 n 是4的倍数时,该非负数最小为0;当 n 除以4余1时,该非负数最小为1;当 n 除以4余2时,该非负数最小为1;当 n 除以4余3时,该非负数最小为0. (8分)

规避失分点

18. 应用题需要写答句,不写答句扣1分.

找准采分点

19. (2)求出点A和点C表示的数各得1分.

找准采分点

20. (1)求出 a, b, c 的值,每个得1分.

规避失分点

20. (2)答案不全不得分.

找准采分点

21. (3)共有四种情况,每种情况得1分.