

# 复习专项(三) 重难题组

## 上分解析

1. **C** 【解析】第四次操作后的结果为 2, 则第三次操作后的结果只能是  $2 \times 2 = 4$ . 第三次操作后的结果为 4, 则第二次操作后的结果可能是  $4 \times 2 = 8$  或  $(4-1) \div 3 = 1$ . 当第二次操作后的结果为 8 时, 第一次操作后的结果只能是  $8 \times 2 = 16$ , 对应的  $m$  为  $16 \times 2 = 32$  或  $(16-1) \div 3 = 5$ ; 当第二次操作后的结果为 1 时, 第一次操作后的结果只能为  $1 \times 2 = 2$ , 对应的  $m$  为  $2 \times 2 = 4$ . 综上所述, 正整数  $m$  的值为 4 或 5 或 32, 故选 C.

2. **A** 【解析】由题图可知  $A_1$  表示的数为  $\sqrt{2}$ . 因为  $1 < \sqrt{2} < 2$ , 所以  $B_1$  表示的数为 2, 所以  $A_1 B_1 = 2 - \sqrt{2}$ , 则  $A_2$  表示的数为  $2 + 2 - \sqrt{2} = 4 - \sqrt{2}$ . 因为  $\sqrt{2}$  的近似值约为 1.414, 所以  $(4 - \sqrt{2})$  的近似值约为 2.586, 所以  $2 < 4 - \sqrt{2} < 3$ , 所以  $B_2$  表示的数为 3, 所以  $A_2 B_2 = \sqrt{2} - 1$ . 同理可得  $A_3 B_3 = 2 - \sqrt{2}$ ,  $A_4 B_4 = \sqrt{2} - 1$ ,  $A_5 B_5 = 2 - \sqrt{2}$ ,  $A_6 B_6 = \sqrt{2} - 1$ ,  $A_7 B_7 = 2 - \sqrt{2}$ ,  $A_8 B_8 = \sqrt{2} - 1$ , 故选 A.

3. 2 024 【解析】当  $x > m$  时,  $y_{(x)} = |x - m| + (m - x) = x - m + m - x = 0$ ; 当  $x \leq m$  时,  $y_{(x)} = |x - m| + (m - x) = m - x + m - x = 2(m - x)$ , 所以  $y_{(1)} + y_{(2)} + y_{(3)} + \dots + y_{(2\ 023)} = 2(m - 1) + 2(m - 2) + 2(m - 3) + \dots + 2[m - (m - 1)] + 2(m - m) + 0 + \dots + 0 = 2[(m - 1) + (m - 2) + (m - 3) + \dots + 1] = 2 \times \frac{(m-1+1)(m-1)}{2} = m(m-1)$ . 因为  $y_{(1)} + y_{(2)} + y_{(3)} + \dots + y_{(2\ 023)} = 2\ 023 \times 2\ 024$ , 所以  $m(m-1) = 2\ 023 \times 2\ 024$ , 所以  $m = 2\ 024$ . 故答案为 2 024.

4. (1) -1 (2) 12 或 -4 【解析】(1)  $\langle 3.2 \rangle - \max\{1, 5\} = 4 - 5 = -1$ , 故答案为 -1. (2) 根据题意得  $\langle x \rangle = x + 1$ . 若  $x > -x$ , 则  $\max\{x, -x\} = x$ , 所以  $2x = x + 1 + 11$ , 所以  $x = 12$ ; 若  $x < -x$ , 则  $\max\{x, -x\} = -x$ , 所以  $-2x = x + 1 + 11$ , 所以  $x = -4$ , 故答案为 12 或 -4.

5. 【解】任务 1:  $\left[\frac{5}{3}\right] = 1, \left[-\frac{10}{3}\right] = -4$ , 故答案为 1, -4.

任务 2: 因为  $-9 \xrightarrow{\text{第一次}} \left[\frac{-9}{3}\right] = -3 \xrightarrow{\text{第二次}} \left[\frac{-3}{3}\right] = -1$ ,

$-10 \xrightarrow{\text{第一次}} \left[\frac{-10}{3}\right] = -4 \xrightarrow{\text{第二次}} \left[\frac{-4}{3}\right] = -2 \xrightarrow{\text{第三次}} \left[\frac{-2}{3}\right] = -1$ ,

$-27 \xrightarrow{\text{第一次}} \left[\frac{-27}{3}\right] = -9 \xrightarrow{\text{第二次}} \left[\frac{-9}{3}\right] = -3 \xrightarrow{\text{第三次}} \left[\frac{-3}{3}\right] = -1$ ,

$-28 \xrightarrow{\text{第一次}} \left[\frac{-28}{3}\right] = -10 \xrightarrow{\text{第二次}} \left[\frac{-10}{3}\right] = -4 \xrightarrow{\text{第三次}} \left[\frac{-4}{3}\right] = -2 \xrightarrow{\text{第四次}} \left[\frac{-2}{3}\right] = -1$ ,

所以若任意整数  $n$  进行 3 次操作, 开始变为固定值 -1, 则  $n$  的最大值和最小值分别是 -10 和 -27.

任务 3: 315. 因为  $8 \xrightarrow{\text{第一次}} \left[\frac{8}{3}\right] = 2 \xrightarrow{\text{第二次}} \left[\frac{2}{3}\right] = 0$ ,

$9 \xrightarrow{\text{第一次}} \left[\frac{9}{3}\right] = 3 \xrightarrow{\text{第二次}} \left[\frac{3}{3}\right] = 1 \xrightarrow{\text{第三次}} \left[\frac{1}{3}\right] = 0, \dots$ ,

$26 \xrightarrow{\text{第一次}} \left[\frac{26}{3}\right] = 8 \xrightarrow{\text{第二次}} \left[\frac{8}{3}\right] = 2 \xrightarrow{\text{第三次}} \left[\frac{2}{3}\right] = 0$ ,

$27 \xrightarrow{\text{第一次}} \left[\frac{27}{3}\right] = 9 \xrightarrow{\text{第二次}} \left[\frac{9}{3}\right] = 3 \xrightarrow{\text{第三次}} \left[\frac{3}{3}\right] = 1 \xrightarrow{\text{第四次}} \left[\frac{1}{3}\right] = 0$ ,

所以所有符合条件的数的和为  $9 + 10 + \dots + 26 = 315$ .

6. 【解】(1) ①当  $a = 1, b = 2$  时, 点  $B$  的“2 倍联动点”表示的数为  $(3-1) \times 2 = 4$ ; ②当  $a = 2, b = 1$  时, 点  $B$  的“2 倍联动点”表示的数为  $(3-2) \times 1 = 1$ , 所以点  $B$  的“2 倍联动点”表示的数是 1 或 4, 故答案为 1 或 4.

(2) 设点  $C$  表示的数是  $x$ , 则  $b(x-a) = x$ , 整理得  $(b-1)x = ab$ . 由题意得  $b-1 \neq 0, ab = 4, a, b$  均为正整数, 所以当  $b = 2$  时,  $a = 2, x = 4$ ; 当  $b = 4$  时,  $a = 1, x = \frac{4}{3}$ , 所以点  $C$  表示的数是  $\frac{4}{3}$  或 4.

(3) 设  $P$  的运动时间为  $t$  秒. 由题意可知  $t$  秒后  $P$  点表示的数是  $m+t, Q$  点表示的数是  $n+3t$ . 设  $P$  的“6 倍联动点” $P'$  是  $P$  向左移动  $a$  个单位得到的点对应的数乘  $b$  得到的数对应的点, 则  $ab = 6$ , 所以  $P'$  表示的数为  $(m+t-a)b$ , 所以  $|(m+t-a)b - n - 3t| = 3$ , 即  $|(b-3)t - n + bm - ab| = 3$ , 则由题意得  $b-3 = 0$ , 所以  $b = 3$ , 所以  $a = 2$ , 所以  $|3m - n - 6| = 3$ .

设  $M$  的“ $k$  倍联动点” $N$  是  $M$  向左移动  $c$  个单位得到的点对应的数乘  $d$  得到的数对应的点, 则  $cd = k$ , 所以  $(m-c)d = n$ .

当  $3m - n - 6 = 3$  时,  $n = 3m - 9$ , 所以  $(m-c)d = 3m - 9$ , 所以  $dm - cd = 3m - 9$ , 所以  $d = 3, cd = 9$ , 即  $k = 9$ ;

当  $3m - n - 6 = -3$  时,  $n = 3m - 3$ , 所以  $(m-c)d = 3m - 3$ , 所以  $dm - cd = 3m - 3$ , 所以  $d = 3, cd = 3$ , 即  $k = 3$ .

综上,  $k$  的值为 3 或 9.

7. 【解】(1) 若  $d\left(\frac{OC}{AOB}\right) = \frac{3}{5}$ , 则  $\angle AOC = \frac{3}{5} \angle AOB$ ; 若  $\angle AOC = \frac{1}{4} \angle BOC$ , 则  $\angle AOC = \frac{1}{5} \angle AOB$ , 所以  $d\left(\frac{OC}{AOB}\right) = \frac{1}{5}$ . 故答案为  $\frac{3}{5}, \frac{1}{5}$ .

(2) ①由题意可知  $\angle AOP = (10t)^\circ, \angle BOQ = (10t)^\circ$ . 因为  $\angle AOB = 120^\circ$ , 所以  $\angle AOP = \frac{t}{12} \angle AOB$ , 所以  $d\left(\frac{OP}{AOB}\right) = \frac{t}{12}$ . 因为  $\angle AOQ = \angle AOB - \angle BOQ = (120 - 10t)^\circ$ , 所以  $\angle AOQ = \frac{120-10t}{120} \angle AOB = \left(1 - \frac{t}{12}\right) \angle AOB$ , 所以  $d\left(\frac{OQ}{AOB}\right) = 1 - \frac{t}{12}$ , 所以  $d\left(\frac{OP}{AOB}\right) + d\left(\frac{OQ}{AOB}\right) = 1$ .

②因为  $OP$  运动到  $OB$  时,  $OP, OQ$  停止运动,  $120 \div 10 = 12$  (秒), 所以  $0 \leq t \leq 12$ . 当  $0 \leq t \leq 6$  时,  $\angle BOQ = (20t)^\circ$ , 所以  $\angle AOQ = (120 - 20t)^\circ$ , 所以  $d\left(\frac{OQ}{AOB}\right) = \frac{120-20t}{120} = 1 - \frac{t}{6}$ . 因为  $d\left(\frac{OP}{AOB}\right) = \frac{t}{12}, d\left(\frac{OP}{AOB}\right) + d\left(\frac{OQ}{AOB}\right) = \frac{3}{4}$ , 所以  $\frac{t}{12} + 1 - \frac{t}{6} = \frac{3}{4}$ , 解得  $t = 3$ . 当  $6 < t \leq 12$  时,  $\angle AOQ = (20t - 120)^\circ$ , 所以  $d\left(\frac{OQ}{AOB}\right) = \frac{20t-120}{120} = \frac{t}{6} - 1$ , 所以  $\frac{t}{12} + \frac{t}{6} - 1 = \frac{3}{4}$ , 解得  $t = 7$ . 综上,  $t$  的值为 3 或 7.

(3) 由射线所对应的时间可知  $\angle AOB = \angle BOC = \angle AOC = \frac{4}{12} \times 360^\circ = 120^\circ$ . 因为  $OP, OQ$  同时到射线  $OB$  停止旋转, 所以  $OQ$  的速度是  $OP$  的 2 倍, 所以  $\angle AOQ = 2 \angle AOP$ . 因为  $d\left(\frac{OP}{AOB}\right) = a$ , 所以  $\angle AOP = (120a)^\circ$ , 所以

$\angle AOQ = (240a)^\circ$ . 当射线  $OQ$  运动到  $\angle BOC$  内部时,  $\angle COQ = (240a - 120)^\circ$ , 所以  $\angle COQ = (2a-1) \times \angle COB$ , 所以  $d\left(\frac{OQ}{COB}\right) = 2a-1$ .

## 卷15 期末综合检测卷

### 答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	A	C	A	D	B	B	C	B

### 轻松评分数

11.  $\sqrt{2}$  (答案不唯一) 12.  $-\frac{2}{3}$  3

13. 25 14. 4 或 8 15. -5

16. (1) 8 (2) 9. 4 或 6. 6

17. 【解】(1) 原式  $= -1 - (-2) + 4 - 5 \dots$  (2 分)  
 $= -1 + 2 + 4 - 5$   
 $= 0. \dots \dots \dots$  (4 分)

(2) 原式  $= \frac{2}{3} \times \frac{15}{2} - 4 \times \frac{5}{2} - (-1)$   
 $= 5 - 10 + 1 \dots \dots \dots$  (7 分)  
 $= -4. \dots \dots \dots$  (8 分)

18. 【解】(1)  $4x - 3(7-x) = 6$ ,  
 所以  $4x - 21 + 3x = 6, \dots \dots \dots$  (2 分)  
 所以  $7x = 27$ ,  
 所以  $x = \frac{27}{7}. \dots \dots \dots$  (4 分)

(2)  $\frac{3x-1}{3} = 1 - \frac{x+1}{6}$ , 所以  $2(3x-1) = 6 - (x+1)$ , 所以  $6x - 2 = 6 - x - 1$ , 所以  $6x + x = 2 + 6 - 1$ , 所以  $7x = 7$ , 所以  $x = 1. \dots \dots \dots$  (8 分)

19. 【解】(1) 因为  $a$  是最大的负整数,  $d$  的相反数是它本身, 所以  $a = -1, d = 0$ .  
 因为  $|b| = 1, |c| = 5$ , 且  $b$  与  $c$  的乘积小于 0,  $b+c > 0$ , 所以  $b = -1, c = 5$ .  
 故答案为 -1, -1, 5, 0.  $\dots \dots \dots$  (4 分)

(2) 因为  $x$  是  $c$  的算术平方根的小数部分,  $c = 5, 2 < \sqrt{5} < 3$ , 所以  $\sqrt{5}$  的整数部分是 2, 所以  $x = \sqrt{5} - 2, \dots \dots \dots$  (6 分)  
 所以  $2x + 6 = 2 \times (\sqrt{5} - 2) + 6 = 2 \times \sqrt{5} - 4 + 6 = 2\sqrt{5} + 2. \dots \dots \dots$  (8 分)

20. 【解】(1) 根据题意可知,  $A - 2B = 2x^2 - 3xy + 2y - 2(x^2 + x - xy + 1) = 2x^2 - 3xy + 2y - 2x^2 - 2x + 2xy - 2 = -xy + 2y - 2x - 2. \dots \dots \dots$  (3 分)

### 上分攻略 评分细则

#### 找准采分点

17. (1) 按照实数的运算法则计算, 每个部分算对得 0.5 分, 结果正确再得 2 分.

#### 找准采分点

17. (2) 按照实数的运算法则计算, 每个部分算对得 1 分, 结果正确再得 1 分.

#### 找准采分点

18. 每小问 4 分, 不写文字说明不扣分.

#### 找准采分点

19. (1) 每个空 1 分.

#### 找准采分点

19. (2) 通过估算  $\sqrt{5}$  介于 2 和 3 之间, 求出其小数部分得 2 分, 求出正确结果得 2 分.

## 答案及评分细则

- 把  $x=1, y=2$  代入得原式  $= -1 \times 2 + 2 \times 2 - 2 \times 1 - 2 = -2$ . ..... (5分)
- (2) 根据(1)可知,  $A-2B = -xy + 2y - 2x - 2 = (2-x)y - 2x - 2$ . 因为多项式  $A-2B$  的值与字母  $y$  的取值无关, 所以  $2-x=0$ , ..... (7分)
- 解得  $x=2$ . ..... (8分)
- 21. 【解】** (1) 因为  $AB = 4CD = 160$  cm, 所以  $CD = 40$  cm. 因为  $BC$  最长为  $160 - 40 = 120$  (cm), 最短为  $40 - 20 = 20$  (cm), 所以该款晾衣杆可达到的最长长度为  $160 + 120 + 40 = 320$  (cm), 最短长度为  $160 + 20 + 40 = 220$  (cm). ..... (4分)
- (2) 存在. 因为  $AB-BC=BC-CD$ , 所以  $160-BC=BC-40$ , 所以  $BC = 100$  cm, 此时  $AD = 300$  cm, 符合题意.
- 故在  $BC$  段伸缩的过程中, 存在“ $AB-BC=BC-CD$ ”的情况, 此时  $BC$  的长为  $100$  cm. .... (8分)
- 22. 【解】** (1) 由题意得他月纳税  $(8\ 000 - 5\ 000) \times 3\% + (15\ 000 - 8\ 000) \times 10\% = 90 + 700 = 790$  (元), ..... (2分)
- 所以他的税后月工资为  $15\ 000 - 790 = 14\ 210$  (元).
- 答: 他的税后月工资为  $14\ 210$  元. .... (4分)
- (2) 设他的税前月工资为  $x$  元. 因为  $(8\ 000 - 5\ 000) \times 3\% + (17\ 000 - 8\ 000) \times 10\% = 990$  (元),  $990 + (30\ 000 - 17\ 000) \times 20\% = 3\ 590$  (元),  $990 < 1\ 590 < 3\ 590$ , 所以  $17\ 000 < x < 30\ 000$ . .... (7分)
- 由题意得  $990 + (x - 17\ 000) \times 20\% = 1\ 590$ , ..... (9分)
- 解得  $x = 20\ 000$ .
- 答: 他的税前月工资为  $20\ 000$  元. .... (10分)
- 23. 【解】** (1) 若  $n = 129$ , 交换百位数字与个位数字得到  $921$ . 因为  $921 - 129 = 792$ ,  $792 \div 99 = 8$ , 所以  $F(129) = 8$ . ..... (2分)
- (2) 因为  $n = 100a + 10b + c$ , 所以交换个位数字与百位数字后的数为  $100c + 10b + a$ , 所以  $|100a + 10b + c - 100c - 10b - a| = |99a - 99c| = 99|a - c|$ . .... (4分)
- 因为  $a, c$  均为正整数, 所以  $F(n) = 99|a - c| \div 99 = |a - c|$  必为正整数. .... (6分)

## 上分攻略 评分细则

### 找准采分点

20. (1) 得到  $A-2B$  的化简结果得 3 分, 正确代入求值得 2 分.

### 找准采分点

20. (2) 根据  $A-2B$  的值与字母  $y$  的取值无关得  $2-x=0$  得 1 分.

### 找准采分点

21. (1) 求出该款晾衣杆可达到的最长长度和最短长度各得 2 分.

### 找准关键点

22. (1) 根据材料提供的缴税方式, 分段计算税费, 并求出税后月工资即可.

### 找准关键点

22. (2) 先确定他的税前月工资  $x$  的范围, 再通过已知的缴税方式得到关于  $x$  的一元一次方程, 求解即可.

### 找准采分点

23. (1) 根据题中的运算方法求出  $F(129)$  的值即可得 2 分.

### 找准采分点

23. (2) 得到两数的差为  $99|a-c|$  得 2 分.

- (3) 因为  $s = 850 + x, t = 170 + y$ , 所以  $F(s) = |x-8|, F(t) = |y-1|$ . 因为  $\frac{F(t)}{F(s)} = \frac{|y-1|}{|x-8|}$  恒为正整数, 所以  $|x-8| = 1$ , 所以  $x = 7$  或  $9$ .

- ..... (8分)
- 当  $|y-1|$  取最大值时,  $F(t) - F(s)$  取最大值, 所以  $|y-1| = 8$ . 因为  $y$  为小于 10 的正整数, 所以  $y = 9$ , ..... (9分)
- 此时  $F(t) - F(s)$  取得最大值, 为  $8 - 1 = 7$ .
- 综上,  $F(t) - F(s)$  的最大值为 7, 此时  $x = 7$  或  $9, y = 9$ . .... (10分)

- 24. 【解】** (1) 由题可得  $\angle BOP = 2\angle POA$ , 且  $\angle AOB = 45^\circ$ , 所以  $\angle BOP = \frac{2}{3}\angle AOB$ , 所以  $\angle BOP = 30^\circ$ . 故答案为  $30^\circ$ . .... (1分)
- (2) 由题意可得  $\angle COP = 3\angle AOP, \angle COQ = 3\angle BOQ$ , 所以  $\angle COP = \frac{3}{4}\angle AOC, \angle COQ = \frac{3}{4}\angle BOC$ .

- ① 当  $\angle AOC = 120^\circ$  时, 可求得  $\angle COP = 90^\circ, \angle AOP = 30^\circ, \angle BOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ , 则  $\angle COQ = 45^\circ, \angle BOQ = 15^\circ$ , 所以  $\angle POQ = \angle POC + \angle COQ = 135^\circ$ . 故答案为  $135^\circ$ . .... (2分)

- ② 不会发生变化. 当  $\angle AOC = x$  时,  $\angle BOC = 180^\circ - x, \angle POC = \frac{3}{4}x$ , 所以  $\angle COQ = \frac{3}{4}(180^\circ - x)$ , 则  $\angle POQ = \angle POC + \angle COQ = \frac{3}{4}(x + 180^\circ - x) = 135^\circ$ . .... (4分)

- (3) 设  $\angle MOC = \alpha$ , 则  $\angle NOC = 87^\circ - \alpha$ . 分以下四种情况:
- 当  $\angle AOM = 4\angle COM, \angle BON = 4\angle CON$  时, 因为  $\angle MOC = \alpha, \angle NOC = 87^\circ - \alpha$ , 所以  $\angle AOM = 4\alpha, \angle BON = 4(87^\circ - \alpha)$ . 又因为  $\angle AOM + \angle MON + \angle BON = 180^\circ$ , 所以  $4\alpha + 87^\circ + 4(87^\circ - \alpha) = 180^\circ$ , 方程无解. .... (6分)

- 当  $\angle AOM = 4\angle COM, 4\angle BON = \angle CON$  时, 因为  $\angle MOC = \alpha, \angle NOC = 87^\circ - \alpha$ , 所以  $\angle AOM = 4\alpha, \angle BON = \frac{1}{4}(87^\circ - \alpha)$ . 又因为  $\angle AOM + \angle MON + \angle BON = 180^\circ$ , 所以  $4\alpha + 87^\circ + \frac{1}{4}(87^\circ - \alpha) = 180^\circ$ ,

### 找准关键点

23. (3) 若形如  $\frac{A}{B}$  ( $A, B$  均为大于 0 的整数) 的式子恒为正整数, 则分母  $B = 1$ .

### 找准采分点

24. (2) ① 本小题 2 分.

### 找准关键点

24. (2) ① 的特殊化到②的一般化的过程中, 需要明确: 无论  $\angle AOC$  的度数为何值, 在计算的过程中都会被抵消, 所得答案与  $\angle AOC$  的度数无关.

- 所以  $\alpha = 19^\circ$ , 所以  $\angle AOC = 5\alpha = 5 \times 19^\circ = 95^\circ$ . ..... (8分)
- 当  $4\angle AOM = \angle COM, \angle BON = 4\angle CON$  时, 因为  $\angle MOC = \alpha, \angle CON = 87^\circ - \alpha$ , 所以  $\angle AOM = \frac{1}{4}\alpha, \angle BON = 4(87^\circ - \alpha)$ . 又因为  $\angle AOM + \angle MON + \angle BON = 180^\circ$ , 所以  $\frac{1}{4}\alpha + 87^\circ + 4(87^\circ - \alpha) = 180^\circ$ , 所以  $\alpha = 68^\circ$ , 所以  $\angle AOC = \frac{1}{4}\alpha + \alpha = \frac{1}{4} \times 68^\circ + 68^\circ = 85^\circ$ . ..... (10分)
- 当  $4\angle AOM = \angle COM, 4\angle BON = \angle CON$  时, 因为  $\angle MOC = \alpha, \angle CON = 87^\circ - \alpha$ , 所以  $\angle AOM = \frac{1}{4}\alpha, \angle BON = \frac{1}{4}(87^\circ - \alpha)$ . 又因为  $\angle AOM + \angle MON + \angle BON = 180^\circ$ , 所以  $\frac{1}{4}\alpha + 87^\circ + \frac{1}{4}(87^\circ - \alpha) = 180^\circ$ , 方程无解.
- 综上所述,  $\angle AOC = 85^\circ$  或  $95^\circ$ . ... (12分)

### 找准关键点

24. (3) 因为每条 5 分位线有两种情况, 所以此题需要分四种情况, 注意不要漏解.

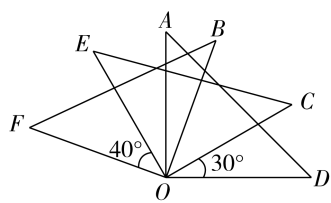
## 上分解析

- 1. C 【解析】** 由题意得小李得了  $80 - 8 = 72$  (分), 故选 C.
- 2. B 【解析】**  $10.6$  万亿  $= 10\ 600\ 000\ 000\ 000 = 1.06 \times 10^{13}$ . 故选 B.
- 3. A 【解析】** A 选项,  $-a^2b + ba^2 = 0$ , 故本选项计算正确, 符合题意; B 选项,  $3(a+b) = 3a + 3b$ , 故本选项计算错误, 不符合题意; C 选项,  $x^2 + 2x^2 = 3x^2$ , 故本选项计算错误, 不符合题意; D 选项,  $2m$  与  $3n$  不是同类项, 不能合并, 故本选项计算错误, 不符合题意. 故选 A.
- 4. C 【解析】** 因为  $25 < 27 < 36$ , 所以  $5 < \sqrt{27} < 6$ , 所以估计  $\sqrt{27}$  的值在 5 和 6 之间, 故选 C.
- 5. A 【解析】** 高速公路在建设过程中, 通常要从大山中开挖隧道穿过, 把道路取直以缩短路程, 其中的数学原理是两点之间线段最短. 故选 A.
- 6. D 【解析】** A 选项, 若  $a = b$ , 则  $a + 3 = b + 3$ , 原式变形错误, 不符合题意; B 选项, 若  $a^2 = 3a$ , 则当  $a \neq 0$  时,  $a = 3$ , 原式变形错误, 不符合题意; C 选项, 若  $ac = bc$ , 则当  $c \neq 0$  时,  $a = b$ , 原式变形错误, 不符合题意; D 选项, 若  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ , 则  $a = b$ , 原式变形正确, 符合题意. 故选 D.
- 7. B 【解析】** 根据题意可得  $c < a < 0 < b, |a| < |b|$ . ① 因为  $a < 0, b > 0, c < 0$ , 所以  $abc > 0$ , 故①错误; ② 因为  $a < 0, b > 0, |a| < |b|$ , 所以  $a + b > 0$ , 故②错误; ③ 因为  $c < a < 0$ , 所以  $a - c > 0$ , 故③正确; ④ 因为  $a < 0 < b, |a| < |b|$ , 即  $a, b$  异号, 所以  $-1 < \frac{a}{b} < 0$ , 故④正确. 综上所述, ③④是正确的, 共 2 个. 故选 B.



8. B 【解析】根据题意得  $\frac{x-14}{6} = \frac{x}{8}$ . 故选 B.

9. C 【解析】如图所示. 因为  $\angle AOC = 90^\circ - \angle COD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ,  $\angle EOB = 90^\circ - \angle EOF = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ , 所以  $\angle AOB = \angle AOC + \angle BOE - \angle COE = 60^\circ + 50^\circ - 90^\circ = 20^\circ$ , 故选 C.



10. B 【解析】由所给图形可知, 第 1 幅图中“●”的个数为  $3 = 1 \times 3$ ; 第 2 幅图中“●”的个数为  $8 = 2 \times 4$ ; 第 3 幅图中“●”的个数为  $15 = 3 \times 5$ ; 第 4 幅图中“●”的个数为  $24 = 4 \times 6$ ;  $\dots$ , 所以第  $n$  幅图中“●”的个数为  $n(n+2)$ , 所以  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{12}} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{12 \times 14} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{14}\right) = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{12} - \frac{1}{14}\right) = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{13} - \frac{1}{14}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{123}{91} = \frac{123}{182}$ . 故选 B.

### 上分技巧 | 找图形规律

依次写出前几幅图中“●”的个数, 找到每幅图中“●”的个数与图序的关系, 从而得到第  $n$  幅图中“●”的个数.

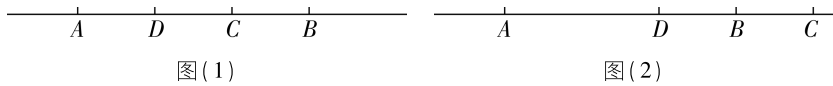
11.  $\sqrt{2}$  (答案不唯一)

12.  $-\frac{2}{3}$  3 【解析】根据单项式定义得单项式  $\frac{-2x^2y}{3}$  的系数是  $-\frac{2}{3}$ , 次数是

3. 故答案为  $-\frac{2}{3}, 3$ .

13. 25 【解析】由题可知  $2a-1+(-a+3)=0$ , 解得  $a=-2$ , 所以  $2a-1=2 \times (-2)-1=-5$ . 因为  $(-5)^2=25$ , 所以这个正数为 25.

14. 4 或 8 【解析】如图(1), 当点  $C$  在点  $B$  的左边时, 因为  $AB=12, CB=4$ , 所以  $AC=AB-CB=8$ . 因为  $D$  是  $AC$  中点, 所以  $AD=\frac{1}{2}AC=4$ . 如图(2), 当点  $C$  在点  $B$  的右边时, 因为  $AB=12, CB=4$ , 所以  $AC=AB+CB=16$ . 因为  $D$  是  $AC$  中点, 所以  $AD=\frac{1}{2}AC=8$ . 综上所述,  $AD$  的长为 4 或 8. 故答案为 4 或 8.



### 上分技巧 | 求线段长的分类讨论

当某一点位置不确定时, 一般要分类讨论, 该点可能在线段上, 也可能在线段的延长线上, 本题中点  $C$  可能在线段  $AB$  上, 也可能在线段  $AB$  的延长线上.

15. -5 【解析】当  $x < -3$  时,  $1-x-x-3=4$ , 解得  $x=-3$ , 不符合条件, 舍去; 当  $-3 \leq x < 1$  时,  $1-x+x+3=4$ , 故此范围内的整数均符合条件, 这些整数为  $-3, -2, -1, 0$ ; 当  $x \geq 1$  时,  $x-1+x+3=4$ , 解得  $x=1$ , 所以方程的所有整数解的和为  $-3-2-1+0+1=-5$ . 故答案为 -5.

### 上分技巧 | 解含绝对值的方程

解含绝对值的方程可以通过讨论每个绝对值符号内代数式的正负, 去掉绝对值符号, 从而将含绝对值的方程转化成一般方程. 本题也可以用绝对值的几何意义, 借助于数轴来求解.

16. (1) 8 (2) 9.4 或 6.6 【解析】设  $AE=CG=x, AH=CF=y, DF=BH=m, DE=BG=n$ , 则⑤的相邻两边长分别为  $y-m, n-x$ . 因为长方形  $ABCD$  的周长为 16, 所以  $x+y+m+n=8$ .

(1) 因为⑤为正方形, 所以  $y-m=n-x$ , 所以  $x+y=m+n=4$ , 所以②的周长为  $2(m+n)=2 \times 4=8$ , 故答案为 8.

(2) 因为  $x+y+m+n=8$ , 所以  $m+n=8-(x+y)$ . 因为⑤的长与宽之差为 1.4, 所以  $y-m-(n-x)=1.4$  或  $n-x-(y-m)=1.4$ , 所以  $x+y-(m+n)=1.4$  或  $(m+n)-(x+y)=1.4$ , 所以  $x+y-[8-(x+y)]=1.4$  或  $8-(x+y)-(x+y)=1.4$ , 所以  $2(x+y)=9.4$  或  $2(x+y)=6.6$ , 所以①的周长为  $2(x+y)=9.4$  或 6.6, 故答案为 9.4 或 6.6.

17-24. 见 P84 答案及评分细则.

## 第三部分 新考向推荐

### 中考新考向备训

#### 上分解析

1. B 【解析】由题意得, 题图(2)表示的过程是在计算  $3+(-4)$ . 故选 B.

2. A 【解析】由题意可得  $10x+3(5-x)=30$ , 故选 A.

3. 2 1 【解析】根据题图(2)可知,  $ad=10, bd=10m, cd=45$ . 由  $ad=10, cd=45$  可知  $d=5$ , 则  $a=2, c=9, b=2m$ . 由题图(2)可得  $ae=10n+6, be=32, ce=72$ . 由  $ce=72$  可知  $e=8$ , 则  $b=4$ , 所以  $2m=4, ae=10n+6=16$ , 解得  $m=2, n=1$ , 故答案为 2, 1.

4. A 【解析】由题表可知, 纽约时间比北京时间晚 13 个小时, 所以  $20+16-13=23$ , 即到达纽约时当地的时间是 10 月 1 日 23 时. 故选 A.

5. C 【解析】 $0.000\ 006=6 \times 10^{-6}$ . 故选 C.

6. 【解】(1) ①设乙容器的底面积为  $S \text{ cm}^2$ , 则甲容器的底面积为  $2S \text{ cm}^2$ , 所以乙容器内水位上升高度为  $\frac{2S \cdot 10}{S}=20 \text{ cm}$ , 故答案为 20.

②不会溢出. 理由如下: 设虹吸现象结束时, 乙容器内的水位上升  $2x \text{ cm}$ , 则易得甲容器内的水位下降  $x \text{ cm}$ . 由题意, 得  $30+(30-x)=2x$ , 解得  $x=20$ , 所以乙容器内的水位上升  $40 \text{ cm}$ . 因为乙容器的高度为  $40 \text{ cm}$ , 所以乙容器内的水不会溢出.

(2) 分两种情况讨论: 当虹吸现象结束, 乙容器内无水溢出时, 设甲容器内水位高度为  $y \text{ cm}$ , 则乙容器内水位高度为  $3y \text{ cm}$ . 由题意, 得  $2(30-y)=3y$ , 解得  $y=12$ , 则  $3y-y=36-12=24$ . 故此时长方体木块的高度  $h$  的值为 24.

当虹吸现象结束, 乙容器内有水溢出时, 乙容器内水位高度为  $40 \text{ cm}$ , 所以甲容器内水位高度为  $\frac{40}{3} \text{ cm}$ , 所以甲容器内水位下降  $30 - \frac{40}{3}$

$\frac{50}{3}(\text{cm})$ . 因为  $\frac{50}{3} \times 2 = \frac{100}{3} < 40$ , 所以不合题意. 综上所述, 长方体木块高度  $h$  的值为 24.

(3) 27.5. 若发生虹吸现象的过程中无水溢出, 当乙容器内水位高度为  $40 \text{ cm}$  时,  $h$  有最大值. 当乙容器内水位上升到  $10 \text{ cm}$  时, 甲容器内水位下降  $2.5 \text{ cm}$ ; 当乙容器内水位继续上升  $30 \text{ cm}$ , 甲容器内水位继续下降  $15 \text{ cm}$ , 此时  $h+30-2.5-15=40$ , 解得  $h=27.5$ , 所以长方体木块的高度  $h$  的最大值为 27.5.

7.  $\sqrt{3}, -\sqrt{3}$  (答案不唯一)

8.  $3 \times (-4) \times (-2) \times 1 = 24$  (答案不唯一)

9. 【解】 $\pi - 6 + \left(-\frac{1}{2} \times \sqrt{64} \div \sqrt[3]{64}\right) \div \frac{1}{\pi} = -6$ . (答案不唯一)

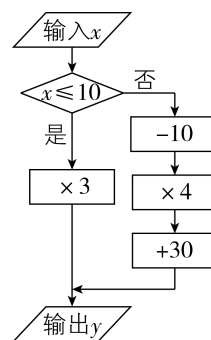
10. 【解】(1) ①当输入数  $x=-2$  时, 输出数  $y=(-2) \times 2-5=-4-5=-9$ , 故答案为 -9.

②根据题意得第一个“□”内应填  $\times 5$ , 第二个“□”内应填  $-3$ , 故答案为  $\times 5, -3$ .

(2) ①输入数  $x=-1$ , 则  $(-1) \times 2-3=-2-3=-5 > -20$ , 继续输入数  $x=-5$ , 则  $(-5) \times 2-3=-10-3=-13 > -20$ , 继续输入数  $x=-13$ , 则  $(-13) \times 2-3=-26-3=-29 < -20$ , 则输出数  $y=-29$ , 故答案为 -29.

②若  $x > 0$ , 当  $y=17$  时,  $x=17+5=22$ ; 若  $x \leq 0$ , 当  $y=17$  时,  $x^2+1=17$ , 解得  $x=-4$  或 4 (舍去), 则  $x=22$  或 -4, 故答案为 22 或 -4.

(3) 如图所示.



11. 【解】(1) 因为  $\angle DPC = 180^\circ - \angle CPA - \angle DPB$ ,  $\angle CPA = 60^\circ$ ,  $\angle DPB = 30^\circ$ , 所以  $\angle DPC = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ .

(2) 因为  $PF$  平分  $\angle APD$ ,  $PE$  平分  $\angle CPD$ , 所以  $\angle APF = \angle DPF$ ,  $\angle CPE = \angle DPE$ . 设  $\angle CPE = \angle DPE = x$ ,  $\angle CPF = y$ , 则  $\angle APF = \angle DPF = 2x+y$ . 因为  $\angle CPA = 60^\circ$ , 所以  $y+2x+y=60^\circ$ , 所以  $x+y=30^\circ$ , 所以  $\angle EPF = x+y=30^\circ$ .

(3) 不变. 设运动时间为  $t \text{ s}$ , 则  $\angle BPM = (2t)^\circ$ ,  $\angle APN = (3t)^\circ$ , 所以  $\angle BPN = (180-2t)^\circ$ , 所以  $\angle CPD = 360^\circ - \angle DPB - \angle BPN - \angle CPA - \angle APN = (90-t)^\circ$ , 所以  $\frac{\angle CPD}{\angle BPN} = \frac{(90-t)^\circ}{(180-2t)^\circ} = \frac{1}{2}$ .

12. 【解】任务 1: 根据题意得  $A, C$  两球相距  $180-50-40-30=60(\text{cm})$ ,  $A$  球到右挡板  $E$  的距离为  $40+30=70(\text{cm})$ . 因为  $A$  球在数轴上表示原点,  $B$  球表示的数为 40,  $A, B$  两球相距  $40 \text{ cm}$ , 所以  $C$  球表示的数为 -60, 右挡板  $E$  表示的数为 70. 故答案为 -60, 70.

任务 2: 根据题意得  $70 \div 10 = 7(\text{s})$ ,  $(180 \times 2 + 70) \div 10 = 43(\text{s})$ .

答:  $B$  球第一次撞向右挡板  $E$  的时间为 7 s,  $B$  球第二次撞向右挡板  $E$  的时间为 43 s.

任务 3: 由题意得  $A$  球到左挡板  $D$  的距离为  $180-70=110(\text{cm})$ . 因为左挡板  $D$  在数轴的负半轴上, 所以左挡板  $D$  表示的数为 -110. 根据题意得  $C$  球的运动范围为  $-110 \sim -60$ ,  $A$  球的运动范围为  $-60 \sim 40$ ,  $B$  球的运动范围为  $40 \sim 70$ . 因为  $650 - (70+180+180+180) = 40(\text{cm})$ , 所以当 3 个钢球运动的路程和为 650 cm 时,  $C$  球正在运动, 此时  $C$  球到左挡板  $D$  的距离为 40 cm, 所以此时  $C$  球在数轴上表示的数是  $-110+40=-70$ . 故答案为 -70.