

题意;B选项,无理数包括正无理数、负无理数,故原说法错误,不符合题意;C选项,实数都能用数轴上的点表示,故原说法正确,符合题意;D选项,带根号的数不一定是无理数,例如 $\sqrt{4}$ 是有理数,故原说法错误,不符合题意. 故选 C.

5. B 【解析】因为 $\sqrt[3]{2.37} \approx 1.333$,所以 $\sqrt[3]{2\,370} \approx 13.33$,故选 B.

上分技巧 | 被开方数与立方根的关系

被开方数小数点向右移动三位,其立方根的小数点就向右移动一位.

6. D 【解析】因为 $|a|=2, \sqrt[3]{b}=3$,所以 $a=\pm 2, b=27$,所以 $2a-b=2\times 2-27=-23$ 或 $2a-b=2\times (-2)-27=-31$,故选 D.

7. B 【解析】因为 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$,所以 $\sqrt{2}\star\sqrt{3}=\sqrt{3}$. 因为 $\sqrt{7}>\sqrt{3}$,所以原式= $\sqrt{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{7-3}=\sqrt{4}=2$,故选 B.

8. C 【解析】因为该圆的半径为 1 个单位长度,所以该圆的周长为 2π 个单位长度. 因为把圆沿数轴向左无滑动地滚动一周,此时点 A 与数轴上的点 B 重合,所以点 B 表示的数是 $1-2\pi$. 故选 C.

9. B 【解析】设溶液的体积为 x L. 因为瓶子正放时,瓶内溶液的高度为 30 cm;将瓶子倒放时,空余部分的高度为 10 cm,所以空余部分的体积为 $\frac{1}{3}x$ L. 依题意得 $x+\frac{1}{3}x=1$,所以 $x=0.75$. 设圆柱形杯子的内底面半径约为 a cm,则 $15\pi a^2=0.75\times 1\,000$,所以 $a=\sqrt{\frac{50}{\pi}}\approx 4.0$,即圆柱形杯子的内底面半径约为 4.0 cm,故选 B.

10. C 【解析】根据题意,得 $\sqrt{S_1}=\sqrt{1+1+\frac{1}{4}}=\frac{3}{2}=1+1-\frac{1}{2}$, $\sqrt{S_2}=\sqrt{1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}}=\frac{5}{3}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$, $\sqrt{S_3}=\sqrt{1+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}}=\frac{7}{4}=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$,...,所以 $\sqrt{S_n}=1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$,所以 $\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}+\cdots+\sqrt{S_{24}}=1+1-\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+1+\frac{1}{24}-\frac{1}{25}=24+1-\frac{1}{25}=24\frac{24}{25}$. 故选 C.

11. 2 【解析】因为 $\sqrt{16}=4, \sqrt{4}=2$,所以 $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 2. 故答案为 2.

上分警示 | 平方根与算术平方根的计算

计算时需要注意看清题目中是 16 还是 $\sqrt{16}$,并且要注意题目中间的是平方根还是算术平方根,一个正数有两个平方根,一个算术平方根.

12. < 【解析】因为 $12<18$,所以 $\sqrt{12}<\sqrt{18}$. 故答案为<.

13. 6(答案不唯一) 【解析】因为 $\sqrt{36}=\sqrt{6\times 6}=6$,所以 $n=6$. 故答案为 6(答案不唯一).

14. 9 【解析】由题意得, $4-m+2m-11=0$,解得 $m=7$,则这个正数为 $(4-7)^2=9$,故答案为 9.

15. 三 【解析】对 36 进行操作: $36 \xrightarrow{\text{第一次}} \{\sqrt{36}\}=6 \xrightarrow{\text{第二次}} \{\sqrt{6}\}=3 \xrightarrow{\text{第三次}} \{\sqrt{3}\}=2$,所以对 36 进行三次操作后变为 2,故答案为三.

16. 1 024 【解析】因为整数 a, b, c 满足 $1\,000a+10\times\sqrt[3]{b}+c^2=2\,024$,所以 $\sqrt[3]{b}$ 为整数. 因为 $|b|<100$,所以 $b=\pm 64$ 或 ± 27 或 ± 8 或 ± 1 ,所以 $\sqrt[3]{b}=\pm 4$ 或 ± 3 或 ± 2 或 ± 1 ,所以当 $a=3$ 时, $1\,000a+10\times\sqrt[3]{b}+c^2\geq 3\,000+10\times(-4)+0=2\,960>2\,024$,不成立. 又因为 $a>1$,所以 $a=2$,所以 $1\,000\times 2+10\times\sqrt[3]{b}+c^2=2\,024$,所以 $10\times\sqrt[3]{b}+c^2=24$. 当 $b=1$ 时, $10\times 1+c^2=24, c=\pm\sqrt{14}$,不是整数,不合题意;当 $b=8$ 时, $10\times 2+c^2=24, c=\pm 2$,符合题意;当 $b=27$ 时, $10\times 3+c^2=24, c^2=-6<0$,不合题意;当 $b=64$ 时, $10\times 4+c^2=24, c^2=-16<0$,不合题意;当 $b=-1$ 时, $10\times(-1)+c^2=24, c=\pm\sqrt{34}$,不是整数,不合题意;当 $b=-8$ 时, $10\times(-2)+c^2=24, c=\pm\sqrt{44}$,不是整数,不合题意;当 $b=-27$ 时, $10\times(-3)+c^2=24, c=\pm\sqrt{54}$,不是整数,不合题意;当 $b=-64$ 时, $10\times(-4)+c^2=24, c=\pm 8$,符合题意. 综上可知,整数 a, b, c 的值分别为 2, 8, 2 或 2, 8, -2 或 2, -64, 8 或 2, -64, -8. 当整数 a, b, c 的值分别为 2, 8, 2 时, $abc=2\times 8\times 2=32$;当整数 a, b, c 的值分别为 2, 8, -2 时, $abc=2\times 8\times(-2)=-32$;当整数 a, b, c 的值分别为 2, -64, 8 时, $abc=2\times(-64)\times 8=-1\,024$;当整数 a, b, c 的值分别为 2, -64, -8 时, $abc=2\times(-64)\times(-8)=1\,024$. 综上可知, abc 的最大值是 1 024. 故答案为 1 024.

17-22. 见 P60 答案及评分细则.

卷 7 期中综合检测卷

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	B	B	C	D	C	D	A	C

轻松评分数

11. -7 12. $-\frac{1}{2}$ 6 11 13. 3.1 百

14. 2.3 15. 5 16. -1

17. 【解】(1) 原式= $24\times\frac{2}{3}-24\times\frac{1}{2}+24\times\frac{3}{4}=16-12+18=22$. (4分)

(2) 原式= $-1+3-(2-\sqrt{3})=-1+3-2+\sqrt{3}=\sqrt{3}$. (8分)

上分攻略 | 评分细则

找准采分点

17. 每小题 4 分, 结果算错不得分.

18. 【解】设正方体铁块的棱长为 a cm. 根据题意,得 $a^3=12\times 9\times 2$,解得 $a=6$.

答:正方体铁块的棱长为 6 cm. (8分)

19. 【解】(1) 因为点 A 表示的数是-5,点 B 在点 A 的右边,且点 A 到点 B 的距离为 3,所以点 B 表示的数为 $3-5=-2$,故答案为-2. (4分)

(2) 当点 B 为原点时, $b=0$. 因为点 A 在点 B 的左边,点 A 到点 B 的距离为 3,点 C 在点 B 的右边,点 B 到点 C 的距离为 8,所以点 A 表示的数为 $0-3=-3$,点 C 表示的数为 $0+8=8$,即 $a=-3, c=8$,所以 $m=a+b+c=-3+0+8=5$. (8分)

20. 【解】(1) 因为 $a-4$ 的立方根是 1,所以 $a-4=1$,所以 $a=5$. 因为 b 的绝对值是 4,所以 $b=\pm 4$. 因为 $3<\sqrt{11}<4$,所以 $\sqrt{11}$ 的整数部分 $c=3$. (3分)

(2) 当 $a=5, b=4, c=3$ 时, $2a-3b+c=2\times 5-3\times 4+3=10-12+3=1$,所以 $2a-3b+c$ 的平方根为 ± 1 ;当 $a=5, b=-4, c=3$ 时, $2a-3b+c=2\times 5-3\times(-4)+3=10+12+3=25$,所以 $2a-3b+c$ 的平方根是 ± 5 . 综上, $2a-3b+c$ 的平方根是 ± 1 或 ± 5 . (8分)

21. 【解】(1) 根据题意,得 $(1-2-3+4)+(5-6-7+8)=0$,故该非负数最小为 0. (2分)

(2) 根据题意,得 $(1+2-3)+(4-5-6+7)+\cdots+(2\,024-2\,025-2\,026+2\,027)=0$,故该非负数最小为 0. (4分)

(3) 该非负数最小是 0 或 1. 分四种情况:当 n 是 4 的倍数时,该非负数最小为 0;当 n 除以 4 余 1 时,该非负数最小为 1;当 n 除以 4 余 2 时,该非负数最小为 1;当 n 除以 4 余 3 时,该非负数最小为 0. (8分)

规避失分点

18. 应用题需要写答句,不写答句扣 1 分.

找准采分点

19. (2) 求出点 A 和点 C 表示的数各得 1 分.

找准采分点

20. (1) 求出 a, b, c 的值, 每个得 1 分.

规避失分点

20. (2) 答案不全不得分.

找准采分点

21. (3) 共有四种情况, 每种情况得 1 分.

答案及评分细则

22. 【解】(1) ①由题意得, 圆的周长为 2π , 所以点 Q' 表示的数 a 是 -2π (1 分)
② $-(a - \sqrt{16}) - \pi = -(-2\pi - 4) - \pi = 2\pi + 4 - \pi = 4 + \pi$, $4 + \pi$ 的算术平方根是 $\sqrt{\pi + 4}$.
..... (3 分)

(2) ①由题意得, 第一次滚动后点 Q 表示的数为 4π , 第二次滚动后点 Q 表示的数为 2π , 第三次滚动后点 Q 表示的数为 8π , 第四次滚动后点 Q 表示的数为 0 , 第五次滚动后点 Q 表示的数为 -6π , 所以第四次滚动后点 Q 距离原点最近, 第三次滚动后点 Q 距离原点最远. (5 分)
② $|+2| + |-1| + |+3| + |-4| + |-3| = 13$, $13 \times \pi \times 2 = 26\pi$, 所以当圆结束滚动时, 点 Q 运动的路程是 26π (6 分)
由①可知, 当圆结束滚动时, 点 Q 所表示的数是 -6π (10 分)

23. 【解】(1) 第 10 个算式是 $\frac{1}{1 \times 11} = \frac{1}{10} \times \left(1 - \frac{1}{11}\right)$, 故答案为 $\frac{1}{1 \times 11} = \frac{1}{10} \times \left(1 - \frac{1}{11}\right)$.
..... (2 分)

(2) 第 n 个算式为 $\frac{1}{1 \times (n+1)} = \frac{1}{n} \times \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$, 故答案为 $\frac{1}{1 \times (n+1)} = \frac{1}{n} \times \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$.
..... (4 分)

(3) 因为 $|a-1| + (b-3)^2 = 0$, 所以 $a-1=0, b-3=0$, 所以 $a=1, b=3$, (5 分)
所以 $\frac{1}{ab} + \frac{1}{(a+2)(b+2)} + \frac{1}{(a+4)(b+4)} + \cdots + \frac{1}{(a+100)(b+100)} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{101 \times 103} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{101} - \frac{1}{103}\right) = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{103}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{102}{103} = \frac{51}{103}$ (7 分)

上分攻略 评分细则

找准采分点

22. (2) ①需要将每一次圆滚动后点 Q 表示的数都计算出来, 直接正确回答第几次滚动后距离原点最近或最远只得 1 分.

规避失分点

23. (1) 在写算式时不要写化简后的结果, 否则不得分.

找准采分点

23. (3) 此问需要写出解题过程, 若只有答案则只得 1 分.

$$(4) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} = 1 - \frac{1}{128} = \frac{127}{128}. \text{ (10 分)}$$

24. 【解】(1) 因为点 A 表示的数是 -6 , 所以第 3 次按键后, 点 M 表示的数是 0 , 点 N 表示的数是 -9 . 故答案为 $0, -9$ (2 分)

(2) 根据题意得 $m = -6 + 2 \times 6 = 6, n = -6 - 1 \times 6 = -12, 6 - (-12) = 18$, 即第 6 次按键后, m 比 n 大 18. (4 分)

(3) 当点 M 在原点 O 的右侧, 且与原点 O 之间的距离为 2 个单位长度时, $m=2$, 此时按键次数是 $[2 - (-6)] \div 2 = 4$, 则 $n = -6 - 1 \times 4 = -10$; (6 分)
当点 M 在原点 O 的左侧, 且与原点 O 之间的距离为 2 个单位长度时, $m=-2$, 此时按键次数是 $[-2 - (-6)] \div 2 = 2$, 则 $n = -6 - 1 \times 2 = -8$ (8 分)

综上所述, n 的值为 -10 或 -8 (9 分)
(4) 点 M 与点 N 之间的距离能为 2 025 个单位长度.

假设第 x 次按键后, 点 M 与点 N 之间的距离为 2 025 个单位长度, 则 $2x - (-x) = 2\,025$, 解得 $x=675$, 符合题意, 所以点 M 与点 N 之间的距离能为 2 025 个单位长度, 按键次数为 675. (12 分)

找准采分点

24. (3) 注意分情况讨论, 每写出一种情况得 2 分.

个 2), 共 3 个. 故选 C.

6. D 【解析】因为 $a \& b = a^b - ab$, 所以 $(-1) \& 2\,024 = (-1)^{2\,024} - (-1) \times 2\,024 = 1 + 2\,024 = 2\,025$. 故选 D.

上分警示 | 新定义运算

新定义的运算往往不按照常规的运算顺序, 要按照题目中给定的运算顺序计算.

7. C 【解析】由题意得点 A, B 之间的距离为 $1 + \sqrt{2}$. 因为点 B 与点 C 到点 A 的距离相等, 所以点 C 对应的数是 $1 + \sqrt{2} + 1 = 2 + \sqrt{2}$. 故选 C.

8. D 【解析】因为 $|x|=3, |y|=7$, 所以 $x=\pm 3, y=\pm 7$. 因为 $|x-y|=x-y$, 所以 $x-y \geq 0$, 所以 $x=3, y=-7$ 或 $x=-3, y=-7$, 所以 $x-y=3-(-7)=10$ 或 $x-y=-3-(-7)=4$. 故选 D.

9. A 【解析】因为 $19.4^2=376.36, 19.5^2=380.25$, 且 $376.36 < 380 < 380.25$, 所以 $\sqrt{376.36} < \sqrt{380} < \sqrt{380.25}$, 所以 $19.4 < \sqrt{380} < 19.5$, 所以 $a=19.4$, 故选 A.

10. C 【解析】因为 $44^2=1\,936, 45^2=2\,025$, 所以原式 $= 1 - 1 + 2 - 2 + 2 - 2 + 2 - 3 + 3 - 3 + 3 - 3 + 3 - 3 + 4 - \cdots - 44 + 44 = 2 - 2 + 2 - 2 + 2 - 3 + 3 - 3 + 3 - 3 + 3 - 3 + 4 - \cdots - 44 + 44 = +2 - 3 + 4 - 5 + \cdots - 43 + 44 = -21 + 44 = 23$, 故选 C.

11. -7 【解析】如果“盈 5”记为“+5”, 那么“亏 7”可以记为“-7”, 故答案为 -7.

12. $-\frac{1}{2}, 6, 11$ 【解析】 $-\frac{1}{8}$ 的立方根是 $-\frac{1}{2}$, $(-6)^2$ 的算术平方根是 6, $-\sqrt{11}$ 是 11 的平方根, 故答案为 $-\frac{1}{2}, 6, 11$.

13. 3.1 百 【解析】3.145 精确到 0.1 是 3.1, 2.61 万是精确到百位. 故答案为 3.1, 百.

14. 2.3 【解析】根据题意得 $1.1 + 0.9 - 0.3 + 0.6 = 2.3$ (米), 所以此时这条鱼与水面的距离为 2.3 米. 故答案为 2.3.

15. 5 【解析】因为任意相邻的三个数字之和都是 12, 所以 -2 左边的两个空格中的数字之和为 14, 可得 x 右边的数字为 -2, 9 右边的两个空格中的数字之和为 3, 所以可得 x 左边的空格中的数字为 9, 所以 $x = 12 - 9 - (-2) = 5$, 故答案为 5.

16. -1 【解析】因为 $3^2=9, 5^3=125$, 所以 $\log_3 9=2, \log_5 125=3$, 所以 $\log_3 9 - \log_5 125 = 2 - 3 = -1$. 故答案为 -1.

17-24. 见 P61 答案及评分细则.

上分解析

1. C 【解析】 $-(-6)=6$, 6 的相反数为 -6, 故 $-(-6)$ 的相反数是 -6. 故选 C.
2. D 【解析】 $201\,370\,000 = 2.0137 \times 10^8$, 故选 D.
3. B 【解析】因为 $-6 < -\frac{7}{2} < 0 < 2$, 所以最大的数是 2. 故选 B.
4. B 【解析】因为 $|-1.1|=1.1, |-0.6|=0.6, |+0.9|=0.9, |+1|=1, 0.6 < 0.9 < 1 < 1.1$, 所以 -0.6 的绝对值最小, 所以砝码质量最接近标准的是 B. 故选 B.
5. C 【解析】无理数有 $\sqrt{2}, \pi, 4.121\,221\,222\,1 \cdots$ (相邻两个 1 之间依次多 1