

α , $\angle ADO = \angle ADC - \angle ODC = \alpha - 60^\circ$, $\therefore \angle OAD = 180^\circ - \angle AOD - \angle ADO = 180^\circ - (190^\circ - \alpha) - (\alpha - 60^\circ) = 50^\circ$. 分三种情况: ①当 $\angle AOD = \angle ADO$ 时, $190^\circ - \alpha = \alpha - 60^\circ$, $\therefore \alpha = 125^\circ$. ②当

$\angle AOD = \angle OAD$ 时, $190^\circ - \alpha = 50^\circ$, $\therefore \alpha = 140^\circ$. ③当 $\angle ADO = \angle OAD$ 时, $\alpha - 60^\circ = 50^\circ$, $\therefore \alpha = 110^\circ$. 综上所述, 当 $\alpha = 110^\circ$ 或 125° 或 140° 时, $\triangle AOD$ 是等腰三角形.

第十六章 整式的乘法

16.1 幂的运算

16.1.1 同底数幂的乘法



1. **C** 【解析】 $6^3 \times 6^3 \times 6^3 \times 6^3 \times 6^3 = 6^{3+3+3+3+3} = 6^{3 \times 5}$, 故选 C.

2. **C** 【解析】 $\because x \cdot x^2 = x^3$, \therefore “ \circ ” 中的运算符号为 \times , 故选 C.

3. **A** 【解析】 $\because (-a)^5 \cdot (-a)^{2n} = (-a)^{2n+5}$, \therefore 当 $a < 0$, n 为正整数, 即 $-a > 0$ 时, $(-a)^{2n+5} > 0$, 是正数.

4. **x+y=z** 【解析】 $\because 3^x = 12, 3^y = 6, 3^z = 72, 12 \times 6 = 72, \therefore 3^x \cdot 3^y = 3^z$, 即 $3^{x+y} = 3^z, \therefore x+y=z$. 故答案为 $x+y=z$.

5. **-a²¹** 【解析】原式 $= -a \cdot a^5 \cdot a^6 \cdot a^7 \cdot a^2 = -a^{21}$.

6. 【解】原式 $= (m-n) \cdot [-(m-n)^3] \cdot (m-n)^4 = -(m-n)^4 \cdot (m-n)^4 = -(m-n)^8$.

7. 【解】 $a^4 \cdot a^3 + a \cdot a^2 \cdot a^4 + a^6 = a^7 + a^7 + a^6 = 2a^7 + a^6$.

8. **B** 【解析】 $m^6 = m^1 \cdot m^5 = m^2 \cdot m^4 = m^3 \cdot m^3$, 故 B 符合题意. 故选 B.

9. **128** 【解析】由题意可知, 调整后甲袋中有球 $(29-2^x+2^y)$ 个, 乙袋中有球 $29+2^x-(2^x+2^y) = (29-2^y)$ 个, 丙袋中有球 $5+(2^x+2^y)-2^y = (5+2^x)$ 个. \therefore 一共有 $29+29+5=63$ (个) 球, 且调整后三只袋中球的个数相同, \therefore 调整后每只袋中球的个数为 $63 \div 3 = 21$ (个), $\therefore 5+2^x = 21, 29-2^y = 21, \therefore 2^x = 16, 2^y = 8, \therefore 2^{x+y} = 2^x \cdot 2^y = 16 \times 8 = 128$, 故答案为 128.

刷易错

10. 【解】不正确. 理由如下: $(a-b)^{2n} \cdot (b-a)^3 \cdot (a-b)^{m-2} = (a-b)^{2n} \cdot [-(a-b)]^3 \cdot (a-b)^{m-2} = -(a-b)^{2n} \cdot (a-b)^3 \cdot (a-b)^{m-2} = -(a-b)^{2n+m+1}$.

思路分析
首先运用同底数幂的乘法法则计算, 然后判断所得幂的底数的符号, 进而得出结果.

易错警示

把互为相反数的底数化为同底数时, 要注意负数的奇次幂中负号的处理.

16.1.2 幂的乘方与积的乘方



1. **C** 【解析】 $\because \underbrace{2 \times 2 \times 2 \cdots 2}_{m \text{ 个 } 2} = 2^m, \therefore 2^m = (2^2)^3, \therefore m = 2 \times 3 = 6$. 故选 C.

2. **C** 【解析】 $(x^m \cdot x^n)^p = (x^{m+n})^p = x^{(m+n)p} = x^{mp+np}$, 故选 C.

3. **-5** 【解析】 $\because 3^a \times 27^b = 3^a \times (3^3)^b = 3^a \times 3^{3b} = 3^{a+3b} = 81 = 3^4, \therefore a+3b = 4, \therefore 3-2a-6b = 3-2(a+3b) = 3-2 \times 4 = 3-8 = -5$. 故答案为 -5.

4. 【解】(1) 原式 $= a^6 \cdot a^{12} + a^{10} = a^{18} + a^{10}$.
(2) 原式 $= 2x^4 + x^2 + x^6 - 5x^6 = -4x^6 + 2x^4 + x^2$.
(3) 原式 $= -x^{12} + 3x^8 \cdot x^4 = -x^{12} + 3x^{12} = 2x^{12}$.

5. **C** 【解析】 $x^{4n} = (x^{2n})^2$, 故选项 C 符合题意.

6. **C** 【解析】① $a^{2m} = (a^2)^m$, 正确; ② $a^{2m} = (a^m)^2$, 正确; ③ $a^{2m} = (-a^m)^2$, 正确; ④ 当 m 为奇数时不成立, 故④错误. 故正确的有①②③, 共 3 个. 故选 C.

7. **$m^3 n^4 - 5m^4 n^8$** 【解析】 $\because 3^x = m, 3^y = n, \therefore 3^{3x+4y} - 5 \times 81^{x+2y} = 3^{3x} \times 3^{4y} - 5 \times (3^4)^{x+2y} = (3^x)^3 \times (3^y)^4 - 5 \times 3^{4x+8y} = (3^x)^3 \times (3^y)^4 - 5 \times (3^x)^4 \times (3^y)^8 = m^3 n^4 - 5m^4 n^8$. 故答案为 $m^3 n^4 - 5m^4 n^8$.

8. **64** 【解析】 $\because x+3y=3, \therefore 4^x \cdot 8^{2y} = 4^x \cdot (8^2)^y = 4^x \cdot 64^y = 4^x \cdot 4^{3y} = 4^{x+3y} = 4^3 = 64$.

9. 【解】(1) $\because a^m = 2, a^n = 3, \therefore a^{2m+n} = a^{2m} \cdot a^n = (a^m)^2 \cdot a^n = 2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$.
(2) $\because x^{2n} = 2, \therefore (x^{3n})^2 - 4(x^2)^{2n} = x^{6n} - 4x^{4n} = (x^{2n})^3 - 4(x^{2n})^2 = 2^3 - 4 \times 2^2 = 8 - 4 \times 4 = 8 - 16 = -8$.

10. **D** 【解析】A 选项, $(xy^2)^2 = x^2 y^4$, 本选项错误; B 选项, $(3xy)^3 = 27x^3 y^3$, 本选项错误; C 选项, $(-2a^2)^2 = 4a^4$, 本选项错误; D 选项, $(-3ab^2)^2 = 9a^2 b^4$, 本选项正确. 故选 D.

11. **D** 【解析】 $(a^2+a^2+a^2)^3 = (3a^2)^3 = 27a^6$. 故选 D.

12. 6.4×10^{13} 【解析】由题意得,该正方体体积为 $(4 \times 10^4)^3 = 64 \times 10^{12} = 6.4 \times 10^{13}$, 故答案为 6.4×10^{13} .

13. 【解】(1) 原式 $= 9x^6 - x^6 - x^6 = 7x^6$.

(2) 原式 $= a^8 + 4a^8 + a^8 = 6a^8$.

14. **A** 【解析】 $\left(\frac{2}{3}\right)^{2023} \times \left(-\frac{3}{2}\right)^{2024} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2023} \times \left(-\frac{3}{2}\right)^{2023} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \left[\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)\right]^{2023} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -1 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}$.

15. **3** 【解析】 $\because 2^x \cdot 5^y = 125, 5^x \cdot 2^y = 8, \therefore 2^x \cdot 5^y \cdot 5^x \cdot 2^y = 1\ 000 = 10^3, \therefore 2^{x+y} \cdot 5^{x+y} = 10^3, \therefore 10^{x+y} = 10^3, \therefore x+y = 3$. 故答案为 3.



刷提升

1. **D** 【解析】 $2^a + 2^a + 2^a + 2^a = 2^a \times 4 = 2^a \times 2^2 = 2^{a+2}$, $2^b \times 2^b \times 2^b \times 2^b = (2^b)^4 = 2^{4b}$. $\therefore 2^a + 2^a + 2^a + 2^a = 2^b \times 2^b \times 2^b \times 2^b, a, b$ 均为正整数, $\therefore a+2 = 4b$, 故选 D.

2. **C** 【解析】 $25^x = (5^2)^x = 5^{2x}, 125^z = (5^3)^z = 5^{3z}$. $\because 25^x = a, 5^y = b, 125^z = ab, \therefore 5^{2x} \cdot 5^y = 5^{3z}, \therefore 2x+y = 3z$, 故选 C.

3. **D** 【解析】 $\because a = 2^{55} = (2^5)^{11} = 32^{11}, b = 3^{33} = (3^3)^{11} = 27^{11}, c = 4^{22} = (4^2)^{11} = 16^{11}, \therefore c < b < a$. 故选 D.

4. **C** 【解析】 $8^{2n+1} + 7^{n+2} = 8 \times 8^{2n} + 7^2 \times 7^n = 8 \times (8^2)^n + 7^2 \times 7^n = 8 \times 64^n + 49 \times 7^n = 8 \times 64^n + (57-8) \times 7^n = 8 \times 64^n - 8 \times 7^n + 57 \times 7^n = 8 \times (64^n - 7^n) + 57 \times 7^n$. $\because 64^n - 7^n$ 能被 57 整除, $\therefore 8 \times (64^n - 7^n)$ 能被 57 整除. 又 $\because 57 \times 7^n$ 能被 57 整除, $\therefore 8 \times (64^n - 7^n) + 57 \times 7^n$ 能被 57 整除, 即 $8^{2n+1} + 7^{n+2}$ 能被 57 整除, 故选 C.

5. $(x-1)^3 - 3$ 【解析】 $\because x = 4^m + 1, \therefore 4^m = x-1, \therefore 64^m = 4^{3m} = (4^m)^3 = (x-1)^3, \therefore y = 64^m - 3 = (x-1)^3 - 3$.

6. **4** 【解析】 $\because 4^{2x} \cdot 5^{2x+1} - 4^{2x+1} \cdot 5^{2x} = 20^{3x-4}, \therefore 5 \times 4^{2x} \cdot 5^{2x} - 4 \times 4^{2x} \cdot 5^{2x} = 20^{3x-4}, \therefore 4^{2x} \cdot 5^{2x} = 20^{3x-4}, \therefore 20^{2x} = 20^{3x-4}, \therefore 2x = 3x-4, \therefore x = 4$.

7. **6 或 2** 【解析】 $\because (ka^{m-n}b^{m+n})^4 = 16a^8b^{16}, \therefore k^4 a^{4(m-n)} \cdot b^{4(m+n)} = 16a^8b^{16}, \therefore k = \pm 2, 4(m+n) = 16$, 解得 $m+n = 4$, 故 $k+m+n = 6$ 或 2.

关键点拨

将各式变形为同指数幂的形式再进行比较.

关键点拨

利用同底数幂乘法的逆用和幂的乘方的逆用将 $8^{2n+1} + 7^{n+2}$ 改写成 $8 \times (64^n - 7^n) + 57 \times 7^n$ 是解题关键.

8. (1) $2^6 - 2$ (2) $2^{26} - 2^{21}$ (3) $2S^2 - S$ 【解析】(1) $2 + 2^2 = 2^3 - 2, 2 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 2, 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5 - 2, \dots, 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 2, \therefore 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 2^6 - 2$, 故答案为 $2^6 - 2$.

(2) $2^{21} + 2^{22} + 2^{23} + 2^{24} + 2^{25} = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{24} + 2^{25} - (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{19} + 2^{20}) = 2^{26} - 2 - (2^{21} - 2) = 2^{26} - 2^{21}$, 故答案为 $2^{26} - 2^{21}$.

(3) $2^{100} + 2^{101} + 2^{102} + \dots + 2^{199} + 2^{200} = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{199} + 2^{200} - (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{98} + 2^{99}) = 2^{201} - 2 - (2^{100} - 2) = 2^{201} - 2^{100}$. $\because 2^{100} = S, \therefore$ 这组数据的和为 $2^{201} - 2^{100} = 2 \times (2^{100})^2 - 2^{100} = 2S^2 - S$.

9. 【解】(1) $\because n^{200} = (n^2)^{100}, 3^{300} = (3^3)^{100} = 27^{100}, n^{200} > 3^{300}, \therefore n^2 > 27$, 故 n 的最小正整数值为 6. 故答案为 6.

(2) 当 $x^a = 2, x^b = 3$ 时, $x^{3a+2b} = x^{3a} \cdot x^{2b} = (x^a)^3 \cdot (x^b)^2 = 2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$.

(3) $2^{2023} \times \left(\frac{1}{6}\right)^{2022} \times (-3)^{2021} = 2^2 \times 2^{2021} \times \left(\frac{1}{6}\right)^{2021} \times \frac{1}{6} \times (-3)^{2021} = 4 \times \frac{1}{6} \times (-3)^{2021} = 4 \times \frac{1}{6} \times (-1)^{2021} = 4 \times \frac{1}{6} \times (-1) = -\frac{2}{3}$.

10. (1) 【解】 $(8, 1\ 000) - (32, 100\ 000) = (2^3, 10^3) - (2^5, 10^5) = (2, 10) - (2, 10) = 0$.

(2) 【证明】设 $3^x = 2, 3^y = 5$, 则 $3^x \cdot 3^y = 3^{x+y} = 2 \times 5 = 10, \therefore (3, 2) = x, (3, 5) = y, (3, 10) = x+y, \therefore (3, 2) + (3, 5) = (3, 10)$.

16.2 整式的乘法

课时 1 单项式与单项式相乘



刷基础

1. **D** 【解析】原式 $= 15.625 \times 10^9 \times 0.64 \times 10^4 = 10 \times 10^{13} = 10^{14}$. 故选 D.

归纳总结 单项式相乘的运算步骤

一定系数:系数的积作积的系数;

二定同底数幂:将同底数幂分别相乘;

三定其余:只在一个单项式中出现的字母,连同指数作为积的一个因式.

2. **D** 【解析】由题意可知 $\begin{cases} 4a-b=3, \\ a+b=2, \end{cases}$ 解得

$\begin{cases} a=1, \\ b=1. \end{cases}$ 单项式为 $-3x^3y^2$ 和 $\frac{1}{3}x^3y^2$, 积是 $-x^6y^4$.

故选 D.

3. $\frac{8}{3}x^5y^7$ 【解析】原式 $= -8x^3y^6 \cdot \left(-\frac{1}{3}x^2y\right) = \frac{8}{3}x^5y^7$.

4. 【解】(1) 原式 $= 4t^6 - 4t^2 \cdot t^4 = 4t^6 - 4t^6 = 0$.

(2) 原式 $= x^6y^3 + 8x^6y^3 = 9x^6y^3$.

(3) 原式 $= 4x^6 + x^2 \cdot 9x^4 = 4x^6 + 9x^6 = 13x^6$.

(4) 原式 $= 2x^5 \cdot x^2 - 8x^6 \cdot \frac{1}{2}x = 2x^7 - 4x^7 = -2x^7$.

5. 【解】原式 $= -2a^2b^3 \cdot a^2b^4 + \frac{1}{4}a^4b^6 \cdot 4b = -2a^4b^7 + a^4b^7 = -a^4b^7$.

当 $a=2, b=1$ 时, 原式 $= -2^4 \times 1^7 = -16$.

6. 【解】(1) $\because x^n=2, y^n=3, \therefore (-xy)^{2n} \cdot \frac{1}{4}x^{2n}y^n =$ **关键点拨**
掌握幂的乘方法则与积的乘方法则是解题的关键.

$x^{2n}y^{2n} \cdot \frac{1}{4}x^{2n}y^n = \frac{1}{4}x^{4n}y^{3n} = \frac{1}{4}(x^n)^4(y^n)^3 = \frac{1}{4} \times 2^4 \times 3^3 = 4 \times 27 = 108$.

(2) $\because x^{3n+1} \cdot y^{3n+1} = 64, \therefore x^{3n} \cdot y^{3n} \cdot xy = 64,$
 $\therefore (x^n)^3 \cdot (y^n)^3 \cdot xy = 64. \because x^n=2, y^n=3,$

$\therefore 2^3 \times 3^3 \cdot xy = 64, \therefore xy = \frac{8}{27}$.

7. D 【解析】 $\because x^3 \cdot x^m y^{2n} = x^{3+m} y^{2n} = x^9 y^8, \therefore 3+m=9, 2n=8, \therefore m=6, n=4, \therefore 4m-3n=24-12=12$.

8. B 【解析】由题意得 $3x^2y^3 \times (-2xy^2) = mx^3y^n,$
 $\therefore -6x^3y^5 = mx^3y^n, \therefore m=-6, n=5$. 故选 B.

9. 2 304 【解析】 $2(mn \cdot 3m) \cdot 3(2n \cdot mn) = 36m^3n^3 = 36(mn)^3 = 36 \times 4^3 = 36 \times 64 = 2\ 304$. 故答案为 2 304.

10. $\left(\frac{\pi}{8}+2\right)x^2$ 【解析】这个拱形门的面积为 $\frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 + x \times 2x = \frac{\pi}{8}x^2 + 2x^2 = \left(\frac{\pi}{8}+2\right)x^2$ (cm), 故答案为 $\left(\frac{\pi}{8}+2\right)x^2$.

刷易错

11. 6 或 -6 【解析】 $\because a^{2n}=4, b^{2n}=9, \therefore (a^n)^2 =$ **易错警示**
对于平方为 4, 9 的数, 易忽略 -2, -3.
 $4, (b^n)^2=9, \therefore a^n=\pm 2, b^n=\pm 3, \therefore a^n \cdot b^n$ 的值为 6 或 -6. 故答案为 6 或 -6.

课时 2 单项式与多项式相乘

刷基础

1. D 【解析】由题意可得 $-2x$ 与 “□” 的积应为 $6x$, 则 “□” 内应填写 -3 , 故选 D.

2. C 【解析】 $\left(\frac{1}{4}x^2-2\right) \cdot (-2x)^2 = \left(\frac{1}{4}x^2-2\right) \cdot 4x^2 = x^4 - 8x^2$, 故选 C.

3. b, c 【解析】原式 $= abc^2 + ac - 3abc^2 - bc - ac + 2abc^2 = -bc$, \therefore 代数式 $ac(bc+1) - c(3abc+b+a) + 2abc^2$ 的值与字母 b, c 有关.

4. 【解】(1) $\because A=-2x^2, B=x^2-3x-1, C=-x+1,$
 $\therefore A \cdot B + A \cdot C = -2x^2 \cdot (x^2-3x-1) - 2x^2 \cdot (-x+1) = -2x^4 + 6x^3 + 2x^2 + 2x^3 - 2x^2 = -2x^4 + 8x^3$.

(2) $\because A=-2x^2, B=x^2-3x-1, C=-x+1,$
 $\therefore A \cdot (B-C) = -2x^2(x^2-3x-1+x-1) = -2x^2(x^2-2x-2) = -2x^4 + 4x^3 + 4x^2$.

(3) $\because A=-2x^2, B=x^2-3x-1, C=-x+1,$
 $\therefore A \cdot C - B = -2x^2(-x+1) - (x^2-3x-1) = 2x^3 - 2x^2 - x^2 + 3x + 1 = 2x^3 - 3x^2 + 3x + 1$.

5. 【解】原式 $= x^2y - 4xy^2 + 2x^2y - 2xy^2 = 3x^2y - 6xy^2$.
当 $x=1, y=-2$ 时, 原式 $= 3 \times 1^2 \times (-2) - 6 \times 1 \times (-2)^2 = -30$.

6. A 【解析】长方体盒子的表面积为 $2(x+3) \cdot 2x + 2(x+3) \cdot x + 2 \times 2x \cdot x = 4x(x+3) + 2x(x+3) + 4x^2 = 4x^2 + 12x + 2x^2 + 6x + 4x^2 = 10x^2 + 18x$, 故选 A.

刷有所得 7. B 【解析】原式 $= -x^5 - ax^4 - x^3 + 2x^4 = -x^5 + (2-a)x^4 - x^3$. $\because -x^3(x^2+ax+1) + 2x^4$ 的展开式中不含 x 的四次项, $\therefore 2-a=0$, 解得 $a=2$. 故选 B.

8. $\frac{1}{3}b^2$ 【解析】产生的裂缝的面积 $S = \left(a + \frac{b}{3}\right)b - ab = \frac{1}{3}b^2$. 故答案为 $\frac{1}{3}b^2$.

9. $\frac{2}{5}$ 【解析】 $\because a(x^2+3x+b) = 5x^2+15x+10,$
 $\therefore ax^2+3ax+ab = 5x^2+15x+10, \therefore a=5, ab=10,$
则 $b=2, \therefore \frac{b}{a} = \frac{2}{5}$. 故答案为 $\frac{2}{5}$.

10. 【解】这个多项式是 $\left(x^2 - \frac{1}{2}x + 1\right) - (-3x^2) = 4x^2 - \frac{1}{2}x + 1$, 正确的计算结果是 $\left(4x^2 - \frac{1}{2}x + 1\right) \cdot (-3x^2) = -12x^4 + \frac{3}{2}x^3 - 3x^2$.

11. 【解】小聪说得有道理. 理由如下:
 $a^3(7-6b) + 3a^2b + 3a^3 + 6a^3b - a^2(3b+10a) = 7a^3 - 6a^3b + 3a^2b + 3a^3 + 6a^3b - 3a^2b - 10a^3 = 7a^3 + 3a^3 - 10a^3 - 6a^3b + 6a^3b + 3a^2b - 3a^2b = 0$, 则代数式的值与 a, b 的取值无关. 故小聪说得有道理.

刷提升

1. **B** 【解析】 $\because a^2+a-4=0, \therefore a^2+a=4, a^2=4-a, \therefore (a^2-5)a=(4-a-5)a=(-1-a)a=-a^2-a=-(-a^2+a)=-4$, 故选 B.

2. **A** 【解析】先将原图形补成一个大的长方形, 再用大长方形的面积减去阴影周围三个直角三角形的面积即可求解. 题图中阴影部分的面积为 $(a+b)b - \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a(a+b) - \frac{1}{2}a(b-a) = ab + b^2 - \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}b^2$, 故选 A.

3. $18m^2-42m$ 【解析】当数对 $(m, 2)$ 放入魔术盒, 得到的新数 $n=3 \times 2 \times (m-2)=6m-12$, 把数对 (n, m) 放入魔术盒, 得到的新数为 $3m \cdot (n-2)=3m(6m-12-2)=3m(6m-14)=18m^2-42m$. 故答案为 $18m^2-42m$.

4. 【解】 $\because ab=3, \therefore (2a^3b^2-3a^2b+4a)(-2b)=-4a^3b^3+6a^2b^2-8ab=-4(ab)^3+6(ab)^2-8ab=-4 \times 3^3+6 \times 3^2-8 \times 3=-78$.

5. 【解】(1) $\because A=2x^2-(1-3n)x, B=-x^2+nx-1, \therefore 3A+6B=3[2x^2-(1-3n)x]+6(-x^2+nx-1)=3(2x^2-x+3nx)+6(-x^2+nx-1)=6x^2-3x+9nx-6x^2+6nx-6=(-3+9n+6n)x-6=(15n-3)x-6. \therefore 3A+6B$ 的值与 x 的取值无关, $\therefore 15n-3=0, \therefore n=\frac{1}{5}$.

(2) 由题图(2)可知 $S_1=a(x-3b), S_2=2b(x-2a), \therefore 3S_1-4S_2=3a(x-3b)-4 \times 2b(x-2a)=(3a-8b)x+7ab. \therefore$ 当 AB 的长变化时, $3S_1-4S_2$ 的值始终保持不变, $\therefore 3S_1-4S_2$ 的值与 x 的取值无关, $\therefore 3a-8b=0, \therefore 3a=8b, \therefore \frac{a}{b}=\frac{8}{3}$.

刷素养

6. (1) $2x-4$ 【解析】 $3-2=1, \therefore 3$ 与 2 是关于 1 的单位数. 设 $x-3$ 与 M 是关于 1 的单位数, 则 $x-3-M=1, \therefore M=x-4$. 故答案为 $2x-4$.

(2) 【解】 A 与 B 是关于 1 的单位数. 理由如下:
 $\because A-B=3x(x+2)-1-2\left(\frac{3}{2}x^2+3x-1\right)=3x^2+6x-1-3x^2-6x+2=1,$
 $\therefore A$ 与 B 是关于 1 的单位数.

思路分析

根据单项式乘多项式的运算法则进行计算, 再根据积的乘方法则逆运算变形, 把已知数据代入计算即可.

关键点拨

(1) 由 $3A+6B$ 的值与 x 的取值无关得到 $15n-3=0$ 是解题关键.

课时 3 多项式与多项式相乘

刷基础

1. **C** 【解析】 $(x-3y)(x+2y)=x^2+2xy-3xy-6y^2=x^2-xy-6y^2. \therefore (x-3y)(x+2y)=x^2+mxy+ny^2, \therefore x^2-xy-6y^2=x^2+mxy+ny^2, \therefore m=-1, n=-6$, 故选 C.

2. **B** 【解析】 $(x+1)(1-y)=x-xy+1-y=x-y-xy+1. \because x-y=7, xy=5, \therefore$ 原式 $=7-5+1=3$, 故选 B.

3. **-5** 【解析】 $(2x^2+ax-3)(x+1)=2x^3+2x^2+ax^2+ax-3x-3=2x^3+(2+a)x^2+(a-3)x-3. \therefore$ 结果中二次项的系数为 $-3, \therefore 2+a=-3, \therefore a=-5$, 故答案为 -5 .

4. $7m+48$ 【解析】 $\because A$ 代表的数字为 $m, \therefore C$ 代表的数字为 $m+7, B$ 代表的数字为 $m+6, D$ 代表的数字为 $m+8, \therefore B \cdot D - A \cdot C = (m+6)(m+8) - m(m+7) = m^2+14m+48 - m^2-7m = 7m+48$. 故答案为 $7m+48$.

5. 【解】原式 $= 2x^2+xy+4xy+2y^2 - (3x^2+6xy-xy-2y^2) = 2x^2+xy+4xy+2y^2-3x^2-5xy+2y^2 = -x^2+4y^2$. 当 $x=3, y=\frac{1}{2}$ 时, 原式 $= -3^2+4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -9+1 = -8$.

6. 【解】(1) $W=(2-a) \cdot (3+2a)+a(2a-3)=6+4a-3a-2a^2+2a^2-3a=6-2a$.

(2) $\because a, 3, 6$ 恰好是等腰 $\triangle ABC$ 的三边长, $\therefore a=3$ 或 $a=6. \because 6-3 < a < 6+3$, 即 $3 < a < 9, \therefore a=6, \therefore W=6-2a=6-2 \times 6=-6, \therefore W$ 的值为 -6 .

7. 【解】(1) 由题意得剩余部分的面积为 $2(a-b)(a+b)+(2a+3b)(a+2b)-(a-b)^2=2a^2-2b^2+2a^2+7ab+6b^2-a^2+2ab-b^2=3a^2+9ab+3b^2$.
 (2) 当 $a=5, b=2$ 时, 剩余部分的面积为 $3a^2+9ab+3b^2=3 \times 5^2+9 \times 5 \times 2+3 \times 2^2=177$.

8. **A** 【解析】 $(x+3)(x+m)=x^2+(3+m)x+3m. \therefore (x+3)(x+m)$ 展开合并后的一次项系数为 $-1, \therefore 3+m=-1, \therefore m=-4$. 故选 A.

9. 【解】(1) \because 琪琪把 b 看成 6 , 得到的结果是 $x^2+8x+12, \therefore (x+a)(x+6)=x^2+8x+12, \therefore x^2+(a+6)x+6a=x^2+8x+12, \therefore a+6=8, 6a=12$, 解得 $a=2. \therefore$ 莹莹把 a 看成 7 , 得到的结果是 $x^2+12x+35, \therefore (x+7)(x+b)=x^2+12x+35, \therefore x^2+$

$(7+b)x+7b=x^2+12x+35$, $\therefore 7+b=12, 7b=35$, 解得 $b=5$.

(2) 当 $a=2, b=5$ 时, $(x+a)(x+b)=(x+2)(x+5)=x^2+5x+2x+10=x^2+7x+10$.

刷提升

1. D 【解析】 $\because (x+a)(x+b)=x^2+mx+24, \therefore x^2+ax+bx+ab=x^2+(a+b)x+ab=x^2+mx+24, \therefore a+b=m, ab=24. \because a, b$ 为整数, $\therefore \begin{cases} a=24, \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=12, \\ b=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=8, \\ b=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=6, \\ b=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=4, \\ b=6 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=3, \\ b=8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=2, \\ b=12 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=1, \\ b=24 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-24, \\ b=-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-12, \\ b=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-8, \\ b=-3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-6, \\ b=-4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-4, \\ b=-6 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-3, \\ b=-8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-2, \\ b=-12 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-1, \\ b=-24 \end{cases}. \because 24+1=25, 12+2=14, 8+3=11, 6+4=10, -24-1=-25, -12-2=-14, -8-3=-11, -6-4=-10, \therefore a+b=25$ 或 14 或 11 或 10 或 -25 或 -14 或 -11 或 $-10, \therefore$ 整数 m 可能的取值有 8 个.

2. B 【解析】如图所示, 左上角阴影部分的长为 AE , 宽为 $AF=3b$, 右下角阴影部分的长为 PC , 宽为 $CG=a. \because AE=AD-ED=BC-ED=BC-a, PC=BC-BP=BC-4b, \therefore S=AE \cdot AF-PC \cdot CG=(BC-a) \cdot 3b-(BC-4b) \cdot a=(3b-a)BC+ab. \because$ 当 BC 的长度变化时, S 始终不变, $\therefore 3b-a=0$, 即 $a=3b$. 故选 B.

3. B 【解析】 $\because S_1=(m+7)(m+1)=m^2+8m+7, S_2=(m+4)(m+2)=m^2+6m+8, \therefore S_1-S_2=2m-1. \because m$ 为正整数, $\therefore m$ 最小为 1, $\therefore 2m-1>0, \therefore |S_1-S_2|=|2m-1|=2m-1. \because 0<n<|S_1-S_2|, \therefore 0<n<2m-1$. 由题意得 $8<2m-1 \leq 9$, 解得 $\frac{9}{2}<m \leq 5. \because m$ 为正整数, $\therefore m=5$. 故选 B.

4. -14 【解析】 $\because (ax^2+by^2)(x+y)=(ax^3+by^3)+(ax+by)xy, ax+by=3, ax^2+by^2=7, ax^3+by^3=16, \therefore 7(x+y)=16+3xy$, 即 $xy=\frac{7(x+y)-16}{3}. \therefore (ax^3+by^3)(x+y)=(ax^4+by^4)+(ax^2+by^2)xy, ax^2+by^2=7, ax^3+by^3=16, ax^4+by^4=42, \therefore 16(x+y)=42+7xy, \therefore 16(x+y)=42+7 \times \frac{7(x+y)-16}{3}$, 解得 $x+y=-14$.

$by^4=42, \therefore 16(x+y)=42+7xy, \therefore 16(x+y)=42+7 \times \frac{7(x+y)-16}{3}$, 解得 $x+y=-14$.

5. 2 【解析】①若一个整式为 $x+1$, 则 $S_1=(x+1)(x+1)=x^2+2x+1$, 故①正确. ②若一个整式为 x , 则 $S_1=x(x-1)=x^2-x. \because S_1=3, \therefore x^2-x=3, \therefore x^3=3x+x^2, \therefore x^3-4x+1=3x+x^2-4x+1=x^2-x+1=3+1=4$, 故②错误. ③若一个整式为 $2x^2+3$, 则 $S_1=(2x^2+3)(x+1)=2x^3+2x^2+3x+3, S_2=(2x^3+2x^2+3x+3)(x+1)=2x^4+2x^3+3x^2+3x+2x^3+2x^2+3x+3=2x^4+4x^3+5x^2+6x+3, \therefore S_1 \cdot S_2=4x^7+4x^6+6x^5+6x^4+8x^6+8x^5+12x^4+12x^3+10x^5+10x^4+15x^3+15x^2+12x^4+12x^3+18x^2+18x+6x^3+6x^2+9x+9=4x^7+12x^6+24x^5+40x^4+45x^3+39x^2+27x+9. \because S_1 \cdot S_2=a_7x^7+a_6x^6+a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0, \therefore a_1=27, a_3=45, a_5=24, a_7=4, \therefore a_1+a_3+a_5+a_7=27+45+24+4=100$, 故③正确. 故答案为 2.

6. 【解】 设 $2007=a$, 则 $x=a(a+4)-(a+1)(a+3)=a^2+4a-(a^2+3a+a+3)=a^2+4a-a^2-3a-a-3=-3, y=(a+1)(a+5)-(a+2)(a+4)=(a^2+5a+a+5)-(a^2+4a+2a+8)=a^2+5a+a+5-a^2-4a-2a-8=-3$, 所以 $x=y$.

刷素养

7. 【解】 (1) $\because (1-x)(1+x)=1-x^2; (1-x)(1+x+x^2)=1-x^3; (1-x)(1+x+x^2+x^3)=1-x^4; \dots$

$$\therefore (1-x)(1+x+x^2+x^3+\dots+x^{n-1})=1-x^n.$$

证明: $(1-x)(1+x+x^2+x^3+\dots+x^{n-1})=(1+x+x^2+x^3+\dots+x^{n-1})-(x+x^2+x^3+\dots+x^n)=1-x^n$. 故答案为 $1-x^n$.

(2) ① $(1-2)(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5+2^6)=1-2^7=1-128=-127$. 故答案为 -127.

② $(x-1)(x^{2022}+x^{2021}+x^{2020}+\dots+x^2+x+1)=- (1-x)(1+x+x^2+\dots+x^{2020}+x^{2021}+x^{2022})=- (1-x^{2023})=x^{2023}-1$. 故答案为 $x^{2023}-1$.

(3) 原式的值的个位数是 1. 理由如下: $2^{100}+2^{99}+2^{98}+\dots+2^2+2+1=-(1-2) \times (1+2+2^2+\dots+2^{100})=-(1-2^{101})=2^{101}-1. \therefore 2^1$ 的个位数是 2, 2^2 的个位数是 4, 2^3 的个位数是 8, 2^4 的个位数是 6, 2^5 的个位数是 2, $\dots, \therefore 2^n$ (n 为正整数) 的个位数以 2, 4, 8, 6

思路分析

先根据面积公式计算出 S_1, S_2 , 再根据题意得出关于 m 的不等式组, 解之即可求出 m .

关键点拨

选择合适的多项式相乘, 得出 $x+y$ 与 xy 的两个关系式, 再消去 xy , 即可得出 $x+y$ 的值.

不断循环出现. $\because 101 \div 4 = 25 \cdots 1, \therefore 2^{101}$ 的个位数是 2, $\therefore 2^{101} - 1$ 的个位数是 1.

课时 4 整式的除法

刷基础

1. **C** 【解析】 $1.4 \times 10^{18} \div 10^{12} = 1.4 \times 10^6, \therefore$ 太阳的体积约是地球体积的 1.4×10^6 倍. 故选 C.

2. **C** 【解析】 $a^{2x-3y} = a^{2x} \div a^{3y} = (a^x)^2 \div (a^y)^3$.
 $\because a^x = 5, a^y = 2, \therefore$ 原式 $= 5^2 \div 2^3 = \frac{25}{8}$, 故选 C.

3. **1** 【解析】 $8^x \div 2^y \div 2 = (2^3)^x \div 2^y \div 2 = 2^{3x} \div 2^y \div 2 = 2^{3x-y} \div 2$. 已知 $3x - y = 1$, 则原式 $= 2 \div 2 = 1$, 故答案为 1.

4. **27** $2a+b=c$ 【解析】 $\because x^a = 3, x^b = 8, x^c = 72,$
 $\therefore x^{a-b+c} = x^a \div x^b \cdot x^c = 3 \div 8 \times 72 = 27. \because (x^a)^2 = x^{2a} = 9, \therefore x^{2a} \times x^b = 9 \times 8 = 72 = x^c, \therefore x^{2a+b} = x^c,$
 $\therefore 2a+b=c$, 故答案为 27, $2a+b=c$.

5. 【解】(1) $(a^2)^3 \cdot (a^2)^4 \div (-a^2)^5 = a^6 \cdot a^8 \div (-a^{10}) = a^{14} \div (-a^{10}) = -a^4$.
 (2) $(p-q)^4 \cdot (q-p)^3 \div (q-p)^5 = (q-p)^4 \cdot (q-p)^3 \div (q-p)^5 = (q-p)^2$.

6. **D** 【解析】 $-5^0 = -1, -1$ 的相反数是 1, 则 -5^0 的相反数是 1. 故选 D.

7. $a \neq \pm 1$ 【解析】由题意可知 $a^2 - 1 \neq 0$, 则 $a \neq \pm 1$, 故答案为 $a \neq \pm 1$.

8. 【解】(1) 原式 $= 9 + 1 + (-5) = 5$.
 (2) 原式 $= 4 - 1 + 1 = 4$.

9. **A** 【解析】 $\because (9a^3)^m \div (3a) = (3^2)^m \cdot a^{3m} \div (3a) = 3^{2m} \cdot a^{3m} \div (3a) = 3^{2m-1} \cdot a^{3m-1} = 3a^n,$
 $\therefore 2m-1=1, 3m-1=n$, 解得 $m=1, n=2, \therefore m+n=3$. 故选 A.

10. **A** 【解析】与该边相邻的一边长是 $(4a^2b^3) \div (2ab^3) = 2a$, 故选 A.

11. $-3x^4y^2$ 【解析】由题意得 $(9x^6y^3) \div (-3x^2y) = -3x^4y^2$. 故答案为 $-3x^4y^2$.

12. 【解】(1) 原式 $= \frac{1}{9} x^2 y^2 \cdot (-12x^2 y^2) \div (-\frac{4}{3} x^3 y) = -\frac{4}{3} x^4 y^4 \div (-\frac{4}{3} x^3 y) = xy^3$.
 (2) $(2x^2 y^3) \cdot (5xy^2) \div (-15x^2 y^4) = 10x^3 y^5 \div (-15x^2 y^4) = -\frac{2}{3} xy$.

13. **C** 【解析】 $\because (x^{n+a} + x^{n+b}) \div x^{n+1} = x^{n+a} \div x^{n+1} + x^{n+b} \div x^{n+1} = x^{a-1} + x^{b-1}, \therefore x^{a-1} + x^{b-1} = x^2 + x^3, \therefore a-1=2, b-1=3$ 或 $a-1=3, b-1=2, \therefore a=3,$

$b=4$ 或 $a=4, b=3, \therefore a+b=7$, 故选 C.

14. x^2+2x-1 【解析】根据题意可得 $(x^3+2x^2-x) \div x = x^2+2x-1$. 故答案为 x^2+2x-1 .

15. 【解】 $[x(x^2y^2-xy)-y(x^2-x^3y)] \div (3x^2y) = (x^3y^2-x^2y-x^2y+x^3y^2) \div (3x^2y) = (2x^3y^2-2x^2y) \div (3x^2y) = \frac{2}{3}xy - \frac{2}{3}$. $\because (x+1)^2 + |y+3| = 0, \therefore x+1=0, y+3=0, \therefore x=-1, y=-3, \therefore$ 原式 $= \frac{2}{3}xy - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times (-1) \times (-3) - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$.

刷易错

16. **0 或 -2 或 2** 【解析】 \because 等式 $(a-1)^{a+2} = 1,$
 \therefore 分三种情况讨论:

①利用非零数的零次幂等于 1 得, $\begin{cases} a-1 \neq 0, \\ a+2=0, \end{cases}$
 $\therefore a=-2$.

②利用 1 的任何次幂都等于 1 得, $a-1=1,$
 $\therefore a=2$.

③利用 -1 的偶次幂等于 1 得, $a-1=-1,$
 $\therefore a=0, \therefore a+2=2$, 为偶数, \therefore 符合要求.

综上, a 的值为 0 或 -2 或 2.

刷提升

1. **C** 【解析】正确结果: 原式 $= (6x^3y) \div (3xy) - (3x^2y^2) \div (3xy) = 2x^2 - xy$; 错误结果: 原式 $= (6x^3y) \div (3xy) + (3x^2y^2) \div (3xy) = 2x^2 + xy,$
 $\therefore (2x^2 - xy)(2x^2 + xy) = 4x^4 + 2x^3y - 2x^3y - x^2y^2 = 4x^4 - x^2y^2$. 故选 C.

2. **D** 【解析】由题意可得 $(n^2+2n) \div n - n = n+2-n=2$, 得到的结果不变, 总是 2. 故选 D.

3. $b + \frac{1}{8}\pi a$ 【解析】设新窗框的高度为 x . 根据题意, 得 $ab + \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = ax, \therefore x = \left[ab + \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \div a = \left(ab + \frac{1}{8}\pi a^2\right) \div a = b + \frac{1}{8}\pi a$.

关键点拨

能够根据题中所给式子, 探索出式子的规律是解题的关键.

4. (1) ① $x^{2021} + x^{2020} + \cdots + x + 1$ ② $x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x + 1$

【解】(2) $\because (x^n - 1) \div (x - 1) = x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x + 1, \therefore 2^{2022} + 2^{2021} + \cdots + 2 + 1 = (2^{2023} - 1) \div (2 - 1) = 2^{2023} - 1$.

(3) $\because (x^{2022} - 1) \div (x - 1) = x^{2021} + x^{2020} + \cdots + x + 1 = 0, \therefore (x^{2022} - 1) \div (x - 1) = 0, \therefore x^{2022} - 1 = 0, \therefore x^{2022} = 1$.

5. 【解】(1) 喷泉池的占地面积为 $(4a+3b-2b) \cdot (3a+4b-2b) = (4a+b)(3a+2b) = (12a^2+11ab+2b^2)\text{m}^2$.

(2) $[(4a+3b)(3a+4b)-(12a^2+11ab+2b^2)] \div \left(\frac{1}{13}b\right) = (12a^2+25ab+12b^2-12a^2-11ab-2b^2) \div \left(\frac{1}{13}b\right) = (14ab+10b^2) \div \left(\frac{1}{13}b\right) = (14ab) \div \left(\frac{1}{13}b\right) + (10b^2) \div \left(\frac{1}{13}b\right) = (182a+130b)$ 块.

答:需要 $(182a+130b)$ 块这样的地砖.

刷素养

6. 【解】(1) 由题意,得

$$\begin{array}{r} x^2-2x+3 \\ x-2 \overline{) x^3-4x^2+7x-5} \\ \underline{x^3-2x^2} \\ -2x^2+7x \\ \underline{-2x^2+4x} \\ 3x-5 \\ \underline{3x-6} \\ 1 \end{array}$$

故答案为 $x^2-2x+3, 1$.

(2) 由题意,得

$$\begin{array}{r} x-3 \\ x^2+2x+2 \overline{) x^3-x^2+ax+b} \\ \underline{x^3+2x^2+2x} \\ -3x^2+(a-2)x+b \\ \underline{-3x^2-6x-6} \\ 0 \end{array}$$

$\therefore a-2=-6, b=-6$, 即 $a=-4, b=-6$.

16.3 乘法公式

16.3.1 平方差公式

刷基础

1. D 【解析】A 选项, $\left(\frac{1}{2}a+2b\right)\left(\frac{1}{2}a-2b\right) = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - (2b)^2 = \frac{1}{4}a^2 - 4b^2$, 能用平方差公式计算, 不符合题意; B 选项, $(-2x+3y)(-3y-2x) = (-2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$, 能用平方差公式计算, 不符合题意; C 选项, $(-2x+y)(-2x-y) = (-2x)^2 - y^2 = 4x^2 - y^2$, 能用平方差公式计算, 不符合题意; D 选项, $(x-1)(-x+1)$, 不能用平方差公式计算, 符合题意. 故选 D.

2. A 【解析】第一个图形中阴影部分的面积为 a^2-b^2 , 第二个图形中阴影部分的面积为 $(a+b)(a-b)$. \therefore 第二个图形中阴影部分的面积等于第一个图形中阴影部分的面积, $\therefore (a+b)(a-b) = a^2-b^2$, 故 A 正确. 故选 A.

3. 5 【解析】 $(x+1)(x-1)+x(x-2) = x^2-1+x^2-2x = 2x^2-2x-1$. $\because x^2-x-3=0, \therefore x^2-x=3$, 则 $2x^2-2x=6, \therefore$ 原式 $= 6-1=5$, 故答案为 5.

4. 3 【解析】 $\because (a^2+b^2+1)(a^2+b^2-1) = 8, \therefore (a^2+b^2)^2-1=8, \therefore (a^2+b^2)^2=9, \therefore a^2+b^2=3$ (负值舍去), 故答案为 3.

5. 【解】(1) 原式 $= -(3m^2+2n^3)(3m^2-2n^3) = -(9m^4-4n^6) = -9m^4+4n^6$.

(2) 原式 $= (4x^2-1)(4x^2+1) = 16x^4-1$.

6. B 【解析】原式 $= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1) \times \cdots \times (2^{32}+1)+1 = (2^4-1)(2^4+1) \times \cdots \times (2^{32}+1)+1 = 2^64-1+1 = 2^64$. $\because 2^1=2, 2^2=4, 2^3=8, 2^4=16, 2^5=32, 2^6=64, \dots$, 个位数字按照 2, 4, 8, 6 依次循环, 而 $64=16 \times 4, \therefore$ 原式计算结果的个位数字为 6. 故选 B.

关键点拨 7. $b < a < c$ 【解析】 $a = 1\,954 \times 1\,946 = (1\,950+4)(1\,950-4) = 1\,950^2-16, b = 1\,957 \times 1\,943 = (1\,950+7)(1\,950-7) = 1\,950^2-49, c = 1\,949 \times 1\,951 = (1\,950-1)(1\,950+1) = 1\,950^2-1$. $\therefore 1\,950^2-49 < 1\,950^2-16 < 1\,950^2-1, \therefore b < a < c$, 故答案为 $b < a < c$.

8. 【解】(1) $A = 2x-3y, B = 2x+3y$, 原式 $= 4x-6y-6x-9y = -2x-15y$.

(2) $A^2-B^2 = (2x-3y)^2 - (2x+3y)^2 = (2x-3y+2x+3y)(2x-3y-2x-3y) = 4x \cdot (-6y) = -24xy$.



刷提升

思路分析 1. D 【解析】 $\because 31 = (16+15) \times (16-15) = 16^2-15^2, 41 = (21+20) \times (21-20) = 21^2-20^2, 16 = (5+3) \times (5-3) = 5^2-3^2$, 54 不能表示成两个正整数的平方差, $\therefore 31, 41$ 和 16 是“创新数”, 而 54 不是“创新数”. 故选 D.

2. A 【解析】设大、小正方形边长分别为 a, b , 则有 $a^2=15$, 阴影部分面积为 $\frac{1}{2} \times (a+b)(a-b) = 6$, 即 $a^2-b^2=12$, 可得 $b^2=3$, 即所求面积是 3. 故选 A.

3. D 【解析】原式 $= 2 \times \left(1-\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{2}\right) \left(1+\frac{1}{2^2}\right) \left(1+\frac{1}{2^4}\right) \left(1+\frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1-\frac{1}{2^2}\right) \left(1+\frac{1}{2^2}\right) \left(1+\frac{1}{2^4}\right) \left(1+\frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1-\frac{1}{2^4}\right) \left(1+\frac{1}{2^4}\right) \left(1+\frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1-\frac{1}{2^8}\right) \left(1+\frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1-\frac{1}{2^{16}}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 - \frac{1}{2^{15}} + \frac{1}{2^{15}} = 2$, 故选 D.

4. 【解】设 $2x^2+2y^2=m$, 则 $(m+3)(m-3)=27$,
 $\therefore m^2-9=27$, 即 $m^2=36$, $\therefore m=\pm 6$. $\because 2x^2+2y^2\geq 0$, $\therefore 2x^2+2y^2=6$, $\therefore x^2+y^2=3$.

► 关键点拨

5. 【解】(1) ①左图阴影部分的面积为 a^2-b^2 , 右图阴影部分的面积为 $(a+b)(a-b)$, $\therefore (a+b)(a-b)=a^2-b^2$, 故①可以验证平方差公式.
 ②左图阴影部分的面积为 a^2-b^2 , 右图阴影部分的面积为 $(a+b)(a-b)$, $\therefore (a+b)(a-b)=a^2-b^2$, 故②可以验证平方差公式. ③左图阴影部分的面积为 a^2-b^2 , 右图阴影部分的面积为 $(a+b)(a-b)$, $\therefore (a+b)(a-b)=a^2-b^2$, 故③可以验证平方差公式. ④左图阴影部分的面积为 $(a+b)^2-(a-b)^2$, 右图阴影部分的面积为 $4ab$, $\therefore (a+b)^2-(a-b)^2=4ab$, 故④不能验证平方差公式. 综上所述, 能验证平方差公式的有①②③, 故答案为①②③.

仿照材料利用换元法将 $2x^2+2y^2$ 整体换元, 再进行计算.

$$(2) 2\,024^2 - 2\,023 \times 2\,025 = 2\,024^2 - (2\,024 - 1) \times (2\,024 + 1) = 2\,024^2 - (2\,024^2 - 1) = 2\,024^2 - 2\,024^2 + 1 = 1.$$

$$(3) (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \times \cdots \times (2^{64}+1) = (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \times \cdots \times (2^{64}+1) = (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \times \cdots \times (2^{64}+1) = (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1) \times \cdots \times (2^{64}+1) = (2^8-1)(2^8+1) \times \cdots \times (2^{64}+1) = (2^{16}-1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1) = (2^{32}-1)(2^{32}+1)(2^{64}+1) = (2^{64}-1)(2^{64}+1) = 2^{128}-1.$$

16.3.2 完全平方公式

课时1 完全平方公式

刷基础

1. C 【解析】① $(3x+y)^2=9x^2+6xy+y^2$, 故①运算错误; ② $(a-2b)^2=a^2-4ab+4b^2$, 故②运算错误; ③ $(-x-y)^2=x^2+2xy+y^2$, 故③运算正确; ④ $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=x^2-x+\frac{1}{4}$, 故④运算错误. 所以运算错误的有①②④, 共3个. 故选C.

2. D 【解析】题图(1)中“大正方形”的边长为 $m-n$, 因此面积为 $(m-n)^2$, 题图(2)中阴影部分的面积为 $m^2-2mn+n^2$, 所以有 $(m-n)^2=m^2-2mn+n^2$, 故选D.

3. 21 【解析】 $\because x^2-5x+1=0$, $\therefore x \neq 0$, $\therefore x-5+\frac{1}{x}=0$, $\therefore x+\frac{1}{x}=5$. $\therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4x \cdot \frac{1}{x}=x^2+$

$$\frac{1}{x^2}-2=5^2-4 \times 1=21, \therefore \left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}-2=21. \text{ 故答案为 } 21.$$

4. 【解】(1) 原式 $= \left[-\left(\frac{1}{2}a+b\right)\right]^2 = \left(\frac{1}{2}a+b\right)^2 = \frac{1}{4}a^2+ab+b^2$.

$$(2) (a-2)^2 - (a+2)(a-2) = (a^2-4a+4) - (a^2-4) = a^2-4a+4-a^2+4 = -4a+8.$$

5. A 【解析】 $\because x^2+y^2=(x+y)^2+(-2xy)=(x-y)^2-(-2xy)$, $\therefore A=-2xy, B=-2xy$, $\therefore A=B$. 故选A.

6. C 【解析】 $\because x+y=2a, x-y=2b$, $\therefore (x+y)^2=4a^2, (x-y)^2=4b^2$, $\therefore x^2+2xy+y^2=4a^2$, ① $x^2-2xy+y^2=4b^2$, ② \therefore ①-②得 $4xy=4a^2-4b^2$, $\therefore xy=a^2-b^2$, 故选C.

7. C 【解析】 $\because x+y=2$, $\therefore (x+y)^2=2^2$, $\therefore x^2+2xy+y^2=4$. 又 $\because x^2+y^2=4$, $\therefore 2xy=0$, $\therefore x, y$ 中有一个数为0. 不妨设 $x=0$, 则 $y=2$, $\therefore x^{2\,024}+y^{2\,024}=0^{2\,024}+2^{2\,024}=2^{2\,024}$, 故选C.

8. 36 【解析】 \because 长方形的周长为20, $\therefore a+b=10$. \because 长方形的面积为32, $\therefore ab=32$. $\therefore (a+b)^2=a^2+b^2+2ab$, $\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=100-64=36$. 故答案为36.

方法技巧

9. 4 052 【解析】 $\because (2\,023-x)(2\,025-x)=2\,024 \cdot [(2\,023-x)-(2\,025-x)]^2 = (2\,023-x)^2 + (2\,025-x)^2 - 2(2\,023-x)(2\,025-x)$, $\therefore (2\,023-x)^2 + (2\,025-x)^2 = [(2\,023-x)-(2\,025-x)]^2 + 2(2\,023-x)(2\,025-x) = (2\,023-x-2\,025+x)^2 + 2 \times 2\,024 = 4\,052$. 故答案为4 052.

10. 【解】(1) $S_{\text{绿化部分}} = (4a-b)(2a+b) - (a+b)^2 = 8a^2+4ab-2ab-b^2 - (a^2+2ab+b^2) = 8a^2+2ab-b^2-a^2-2ab-b^2 = (7a^2-2b^2)$ 平方米.

$$(2) \text{ 当 } a=5, b=4 \text{ 时, } 7a^2-2b^2=7 \times 5^2-2 \times 4^2=143 \text{ (平方米).}$$

答:绿化部分面积为143平方米.

刷提升

1. D 【解析】因为 $(3x+5)^2(3x-5)^2=81x^4-mx^2+n^2$, 即 $[(3x+5)(3x-5)]^2=81x^4-mx^2+n^2$, 所以 $(9x^2-25)^2=81x^4-mx^2+n^2$, 所以 $81x^4-450x^2+625=81x^4-mx^2+n^2$, 即 $m=450, n=\pm 25$, 故选D.

2. $\pm 8x$ 或 $64x^4$ 【解析】① $\because 16x^2 + M + 1 = (4x)^2 + M + 1^2 = (4x \pm 1)^2, \therefore M = \pm 2 \times 4x \times 1 = \pm 8x$.

② $\because M + 16x^2 + 1 = M + 2 \times 8x^2 \times 1 + 1^2 = (8x^2 + 1)^2, \therefore M = (8x^2)^2 = 64x^4$. 故答案为 $\pm 8x$ 或 $64x^4$.

3. 16 【解析】由题意得 $m^2 - S_1 = n^2 - S_2, \therefore S_1 - S_2 = m^2 - n^2 = (m+n)(m-n)$. $\because m+n=8, mn=15, \therefore (m-n)^2 = (m+n)^2 - 4mn = 64 - 60 = 4$. $\because m>n, \therefore m-n=2, \therefore S_1 - S_2 = 8 \times 2 = 16$. 故答案为 16.

4. 【解】(1) 由题意得大正方形的边长为 $2m$, 则这个大正方形的面积为 $(2m)^2 = 4m^2$, 故答案为 $4m^2$.

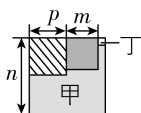
(2) 方法一: 这个大正方形的边长为 $m+n$, 则这个大正方形的面积为 $(m+n)^2$;

方法二: 因为这个大正方形的面积等于两个小正方形的面积与两个小长方形的面积之和, 所以这个大正方形的面积为 $m^2 + n^2 + 2mn$, 从而可以得到一个乘法公式: $(m+n)^2 = m^2 + n^2 + 2mn$, 故答案为 $(m+n)^2, m^2 + n^2 + 2mn$ (前两个空的答案可以互换), $(m+n)^2 = m^2 + n^2 + 2mn$.

(3) 方法一: 这个大正方形的边长为 $m+n+p$, 则这个大正方形的面积为 $(m+n+p)^2$;

方法二: 因为这个大正方形的面积等于 3 个小正方形的面积与 6 个小长方形的面积之和, 所以这个大正方形的面积为 $m^2 + n^2 + p^2 + 2mn + 2mp + 2np$, 则所得到的等式为 $(m+n+p)^2 = m^2 + n^2 + p^2 + 2mn + 2mp + 2np$. 故答案为 $(m+n+p)^2 = m^2 + n^2 + p^2 + 2mn + 2mp + 2np$.

(4) 如图(图形不唯一), 图形丁是边长为 $n-m-p$ 的正方形, 则图形丁的面积为 $(n-m-p)^2$. 因为图形甲的面积为 $n^2 - m^2 - p^2$, 所以 $(n-m-p)^2 < n^2 - m^2 - p^2$.



刷素养

5. 【解】(1) 题图(1): $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; 题图(2): $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; 题图(3): $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$. (选一个等式填空即可)
(2) ① $\because m+n=2, \therefore (m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 = 4$.

$\because m^2 + n^2 = 7, \therefore 7 + 2mn = 4, \therefore mn = -\frac{3}{2}$. 故答案为 $-\frac{3}{2}$.

② $\because ab=1, \therefore 8ab=8. \because (2a-b)^2 = (2a+b)^2 - 8ab, 2a+b=3, 8ab=8, \therefore (2a-b)^2 = 3^2 - 8 = 1$.

③ $\because (4-x) - (5-x) = -1, \therefore [(4-x) - (5-x)]^2 = 1. \because (4-x)(5-x) = 6, \therefore (4-x)^2 + (5-x)^2 = 1 + 2(4-x)(5-x) = 1 + 12 = 13$.

(3) 数字 1~9 的和为 $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$. \because 各边上的四个数字的和都等于 21, $21 \times 3 - 45 = 18, \therefore x+y+(x+y) = 18$, 即 $x+y=9$. \because 每边四个数字的平方和分别记为 $A, B, C, A+B+C=411$, 且 $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2+8^2+9^2=285, \therefore x^2+y^2+(x+y)^2 = 411 - 285 = 126, \therefore x^2+y^2+81 = 126, \therefore x^2+y^2 = 45, \therefore (x+y)^2 - 2xy = 45, \therefore xy = 18$.



微专题

1. 【解】 $\because (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 9, ①$

$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 25, ②$

$\therefore ①+②$ 得 $2(a^2+b^2) = 34$, 即 $a^2+b^2 = 17, ①-②$ 得 $4ab = -16$, 即 $ab = -4$.

2. 【解】 $\because x-y=5, xy=2, \therefore x^2+y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 5^2 + 2 \times 2 = 29, (x+y)^2 - 6 = (x-y)^2 + 4xy - 6 = 5^2 + 4 \times 2 - 6 = 25 + 8 - 6 = 27$.

3. 【解】(1) $\because m^2+n^2=40, m+n=-4, \therefore (m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 = 40 + 2mn = 16, \therefore mn = -12$.

(2) 由(1)得 $mn = -12. \because m^2+n^2=40, \therefore (m-n)^2 = m^2 - 2mn + n^2 = 40 + 24 = 64, \therefore m-n=8$ 或 $m-n=-8$.



微专题

关键点拨

1. 27 【解析】 $\because m - \frac{1}{m} = 5, \therefore m^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} = 25, \therefore m^2 - 2 + \frac{1}{m^2} = 25, \therefore m^2 + \frac{1}{m^2} = 25 + 2 = 27$, 故 $m^2 + \frac{1}{m^2}$ 的值为 27.

2. 2 【解析】 $\because a + \frac{1}{a} = -2, \therefore a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 4$, 即

$a^2 + \frac{1}{a^2} = 2, \therefore a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = 4$, 即 $a^4 + \frac{1}{a^4} = 2$. 故答

案为 2.

课时2 添括号法则

刷基础

1. C 【解析】A 选项, $b+c=-(-b-c)$, 因此 A 不正确, 故 A 不符合题意; B 选项, $-2x+4y=-2(x-2y)$, 因此 B 不正确, 故 B 不符合题意; C 选项, $a-b=+(a-b)$, 因此 C 正确, 故 C 符合题意; D 选项, $2x-y-1=2x-(y+1)$, 因此 D 不正确, 故 D 不符合题意. 故选 C.

2. D 【解析】 $\because (a+b-c)(a-b-c)=(a-c+b)(a-c-b)=[(a-c)+b][(a-c)-b]=(a-c)^2-b^2=a^2-2ac+c^2-b^2$, \therefore 步骤①②③正确, ④错误, 故选 D.

3. 3 【解析】 $(b+c)-(a-d)=b+c-a+d=- (a-b)+(c+d)=-2+5=3$, 故答案为 3.

4. 【解】 $5a^3b-2ab+3ab^3-2b^2=5a^3b+3ab^3-2ab-2b^2=-(-5a^3b-3ab^3)+(-2ab-2b^2)$.

5. D 【解析】 $\because (x-2\ 015)^2+(x-2\ 017)^2=34$, $\therefore [(x-2\ 016)+1]^2+[(x-2\ 016)-1]^2=(x-2\ 016)^2+2(x-2\ 016)+1+(x-2\ 016)^2-2(x-2\ 016)+1=2(x-2\ 016)^2+2=34$, $\therefore 2(x-2\ 016)^2=32$, $\therefore (x-2\ 016)^2=16$.

6. 【解】(1) 原式 $= [3m+(n-p)][3m-(n-p)] = (3m)^2-(n-p)^2=9m^2-n^2+2np-p^2$.

(2) 原式 $= [(a-2b)+c]^2 = (a-2b)^2+2(a-2b)c+c^2=a^2-4ab+4b^2+2ac-4bc+c^2$.

(3) 原式 $= [(a+b)-3][(a+b)+3] = (a+b)^2-9=a^2+2ab+b^2-9$.

(4) 原式 $= [(x-2y)-3z]^2 = (x-2y)^2-6z(x-2y)+9z^2=x^2-4xy+4y^2-6xz+12yz+9z^2$.

7. 【解】(1) 大正方形边长为 a , 面积为 a^2 , 小正方形边长为 b , 面积为 b^2 . \therefore 题图(1)阴影部分的面积为大正方形面积减去小正方形面积, \therefore 题图(1)阴影部分面积为 a^2-b^2 . 题图(2)阴影部分面积为 $(a+b)(a-b)$.

\because 题图(1)阴影部分与题图(2)阴影部分的面积相等, $\therefore (a+b)(a-b)=a^2-b^2$, 故答案为 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

(2) ① $102\times 98=(100+2)(100-2)=100^2-2^2=10\ 000-4=9\ 996$.

② $(2m+n-3)(2m-n-3)=[(2m-3)+n]\cdot$

易错警示

使用添括号法则时, 要分清括到括号里的项是哪些项, 括号前面的符号是正号还是负号. 添括号法则与去括号法则是互逆的, 因此验证运用添括号法则是否正确时, 可借助去括号法则判断.

关键点拨

总结出规律: 和为 70 的两个数 a, b 的积等于 $35^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$ 是解题关键.

$[(2m-3)-n] = (2m-3)^2-n^2 = 4m^2-12m+9-n^2$.

刷易错

8. 【解】莉莉的答案不正确. $(a-b+c)(a+b-c)=[a-(b-c)][a+(b-c)]=a^2-(b-c)^2$. 故正确答案为 $b-c, b-c, b-c$.

数学活动

刷活动

1. (1) 【解】依题意得位于 A 处的数为 $x-8$, 位于 B 处的数为 $x-7$, 位于 D 处的数为 $x+7$, 位于 E 处的数为 $x+8$. 故答案为 $x-8, x-7, x+7, x+8$.

(2) 【解】由题意得 $(x-7)(x+7)-(x-8)(x+8)=15$. 故答案为 $(x-7)(x+7)-(x-8)(x+8)=15$.

(3) 【证明】 $(x-7)(x+7)-(x-8)(x+8)=(x^2-49)-(x^2-64)=x^2-49-x^2+64=15$.

2. 【解】(1) $33\times 37=(35-2)(35+2)=35^2-2^2=1\ 221$,

$31\times 39=(35-4)(35+4)=35^2-4^2=1\ 209$,

$34\times 36=(35-1)(35+1)=35^2-1^2=1\ 224$,

规律: 和为 70 的两个数 a, b 的积等于 $35^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$.

(2) 35 和 35.

3. 【解】(1) 补全表格如下:

一边的长 x (m)	4	3	2.5	2	x
相邻的一边长 (m)	1	2	2.5	3	$5-x$
面积 S (m ²)	4	6	6.25	6	$x(5-x)$

(2) $S=x(5-x)=-x^2+5x, 0<x<5$.

(3) 由上表可以看出, $x=2.5$ 时, 面积最大, 为 6.25. 故答案为 2.5, 6.25.

(4) 长方形的周长一定时, 围成正方形才能使它的面积最大.

全章综合训练

刷中考

1. D 【解析】

选项	分析	判断
A	$2m$ 与 n 不是同类项, 不能合并	×
B	$m^6\div m^2=m^4$	×
C	$(-mn)^2=m^2n^2$	×
D	$m^2\cdot m^3=m^5$	√

2. $64x^6$ 【解析】 $(4x^2)^3 = 64x^6$. 故答案为 $64x^6$.

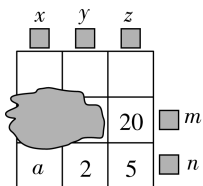
3. 16 【解析】因为 $3m-n-4=0$, 所以 $3m-n=4$, 所以 $8^m \div 2^n = 2^{3m} \div 2^n = 2^{3m-n} = 2^4 = 16$. 故答案为 16.

4. D 【解析】 $2x \cdot 3x^2 = 6x^3$, 故选 D.

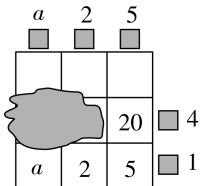
5. D 【解析】 $2a(a-1) - 2a^2 = 2a^2 - 2a - 2a^2 = -2a$. 故选 D.

6. D 【解析】由 $2a^2 - a - 3 = 0$ 得 $2a^2 - a = 3$, 所以 $(2a+3)(2a-3) + (2a-1)^2 = 4a^2 - 9 + 4a^2 - 4a + 1 = 8a^2 - 4a - 8 = 4(2a^2 - a) - 8 = 4 \times 3 - 8 = 4$.

7. D 【解析】设这个三位数与这个两位数分别为 $100x+10y+z$ 和 $10m+n$ (x, y, z, m, n 均为小于 10 的正整数), 如图(1), 则由题意得 $mz = 20, nz = 5, ny = 2, nx = a$, $\therefore \frac{mz}{nz} = 4$, 则 $m = 4n$, \therefore 当 $n=2, y=1$ 时, $z=2.5$, 不是正整数, 不符合题意, 故舍去; 当 $n=1, y=2$ 时, $m=4, z=5, x=a$, 如图(2)所示.

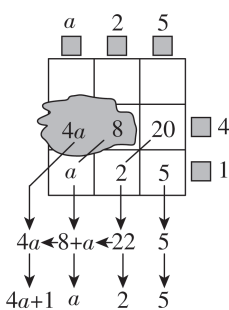


图(1)



图(2)

A 选项, “20” 左边的数是 $2 \times 4 = 8$, 故本选项不符合题意; B 选项, “20” 右边的“■”表示 4, 故本选项不符合题意; 根据题意可得, 表格中被墨迹覆盖的数据应为 $4a$, 8, 如图(3). \therefore 运算结果



图(3)

可以表示为 $1\,000(4a+1) + 100a + 25 = 4\,100a + 1\,025$, 故 D 选项符合题意; 当 $a=2$ 时, 运算结果大于 6 000, 故 C 选项不符合题意. 故选 D.

8. 29 【解析】因为 $a-b=3, ab=10$, 所以 $a^2+b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 9+20=29$. 故答案为 29.

9. 【解】原式 $= 4x^2 - 1 + 3x - 4x^2 = -1 + 3x$.

当 $x = \frac{1}{3}$ 时, 原式 $= -1 + 3 \times \frac{1}{3} = 0$.

10. 【解】原式 $= [4a^2 + 4ab + b^2 - (4a^2 - b^2)] \div 2b = (4a^2 + 4ab + b^2 - 4a^2 + b^2) \div 2b = (4ab + 2b^2) \div 2b = 2a + b$. 当 $a=2, b=-1$ 时, 原式 $= 2 \times 2 - 1 = 3$.

方法总结

单项式与单项式相乘, 把它们的系数、同底数幂分别相乘作为积的因式, 对于只在一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式.

11. D 【解析】图形的面积关系能正确解释相应的代数恒等式的有①②③④, 共 4 个. 故选 D.

刷章测

1. D 【解析】A 选项, x^3 与 x^5 不是同类项, 不能合并, 不符合题意; B 选项, $(x^2)^6 = x^{12}, x^{12} \neq x^8$, 不符合题意; C 选项, x^{10} 与 x^2 不是同类项, 不能合并, 不符合题意; D 选项, $x^4 \cdot x^4 = x^8$, 符合题意. 故选 D.

2. D 【解析】 $2x^2 \cdot x = 2x^3$, 故选项 A 错误; $(-3x^2)^3 = -27x^6$, 故选项 B 错误; $7ab-5a$ 不能合并, 故选项 C 错误; $(8x^2y) \div (2xy) = 4x$, 故选项 D 正确. 故选 D.

3. B 【解析】 $(x^2+9)(x+3)(x-3) = (x^2+9) \cdot (x^2-9) = x^4 - 9^2 = x^4 - 81$, 则 $n=4$. 故选 B.

4. A 【解析】 $(x+m)(x+4) = x^2 + (m+4)x + 4m$. 因为 $x+m$ 与 $x+4$ 的乘积中不含 x 的一次项, 所以 $m+4=0$, 所以 $m=-4$. 故选 A.

5. C 【解析】因为 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, 所以若 $(a+b)^2 = a^2 + b^2$, 则 $a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + b^2$, 所以 $2ab=0$, 所以 $a=0$ 或 $b=0$. 故选 C.

6. C 【解析】因为 $a^x = 5, a^{2x+y} = 50$, 所以 $a^{2x+y} = a^{2x} \cdot a^y = (a^x)^2 \cdot a^y = 50$, 所以 $5^2 \cdot a^y = 50$, 所以 $a^y = 50 \div 5^2 = 2$. 故选 C.

7. D 【解析】 $\because M = (x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6, N = (x-1)(x-4) = x^2 - 5x + 4, \therefore M - N = 2 > 0, \therefore M > N$, 故选 D.

8. A 【解析】根据题意可知 $\left(x + \frac{7}{2}\right)(x-2) = x^2 + kx - 7$, 即 $x^2 + \frac{3}{2}x - 7 = x^2 + kx - 7$, 所以 $k = \frac{3}{2}$. 故选 A.

关键点拨

根据 $h(m+n) = h(m) \cdot h(n)$ 将所求式子变形, 然后根据同底数幂的乘法法则计算即可解答本题.

9. C 【解析】因为 $h(2) = k (k \neq 0), h(m+n) = h(m) \cdot h(n)$, 所以 $h(2n) \cdot h(2\,020) = h(\underbrace{2+2+\cdots+2}_{n\text{个}}) \cdot h(\underbrace{2+2+\cdots+2}_{1\,010\text{个}}) = \underbrace{h(2) \cdot h(2) \cdot \cdots \cdot h(2)}_{n\text{个}} \cdot \underbrace{h(2) \cdot h(2) \cdot \cdots \cdot h(2)}_{1\,010\text{个}} = k^n \cdot k^{1\,010} = k^{n+1\,010}$, 故选 C.

10. 1 【解析】 $2\,024^2 - 2\,025 \times 2\,023 = 2\,024^2 - (2\,024+1) \times (2\,024-1) = 2\,024^2 - (2\,024^2 - 1) = 2\,024^2 - 2\,024^2 + 1 = 1$. 故答案为 1.

11. 4.74×10^6 【解析】卫星运行 6×10^2 秒所走的路程为 $7.9 \times 10^3 \times 6 \times 10^2 = 47.4 \times 10^5 = 4.74 \times 10^6$ (米). 故答案为 4.74×10^6 .

12. ± 7 【解析】设 $a = 2024 - x$, $b = x - 2021$, 则 $ab + 10 = 0$, $a + b = 3$, 所以 $ab = -10$, 所以 $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 3^2 - 4 \times (-10) = 49$, 所以 $4045 - 2x = 2024 - x - (x - 2021) = a - b = \pm 7$. 故答案为 ± 7 .

13. 128 【解析】因为 $(a + b)^1$ 展开的多项式中各项系数之和是 $2 = 2^1$; $(a + b)^2$ 展开的多项式中各项系数之和是 $4 = 2^2$; $(a + b)^3$ 展开的多项式中各项系数之和为 $8 = 2^3$; ..., 所以 $(a + b)^n$ 展开的多项式中各项系数之和是 2^n , 所以 $(a + b)^7$ 展开的多项式中各项系数之和为 $2^7 = 128$. 故答案为 128.

14. 【解】(1) 原式 $= a^3 \cdot (-8a^6) \div \left(\frac{1}{2}a\right) = -8a^9 \div \left(\frac{1}{2}a\right) = -16a^8$.

(2) 原式 $= -7a^2 + 2ab + 21ab - 6b^2 = -7a^2 + 23ab - 6b^2$.

(3) 原式 $= -(x^2 - y^2) - (y^2 - 2xy + x^2) = -x^2 + y^2 - y^2 + 2xy - x^2 = -2x^2 + 2xy$.

15. 【解】原式 $= (a^2 - 4ab + 4b^2 + a^2 - 4b^2) \div (2a) = (2a^2 - 4ab) \div (2a) = a - 2b$.

由 $|a - 2| + (b + 3)^2 = 0$, 得 $a = 2$, $b = -3$, 所以原式 $= 2 - 2 \times (-3) = 8$.

技巧总结

对于阅读材料题, 首先要理解材料中给出的计算方法, 然后利用这个方法计算即可.

思路分析

根据图示可得出一一般规律, 利用规律计算即可.

$$16. (1) \textcircled{2} \frac{2}{3} \quad \frac{4}{3} \quad \textcircled{3} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right)$$

(2) 【解】根据材料中的方法和结论, 得原式 =

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times$$

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{2021}\right) \times$$

$$\left(1 + \frac{1}{2021}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2022}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2022}\right) \times$$

$$\left(1 - \frac{1}{2023}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2023}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{2020}{2021} \times \frac{2022}{2021} \times$$

$$\frac{2021}{2022} \times \frac{2023}{2022} \times \frac{2022}{2023} \times \frac{2024}{2023}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2024}{2023}$$

$$= \frac{1012}{2023}$$

17. 【解】(1) 由题图(1)的阴影部分的面积可得

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

由题图(2)的阴影部分的面积可得 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. 故答案为

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$(2) (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab.$$

(3) 设 $AC = x$, $BC = y$, 则 $AB = x + y = 6$, $\therefore (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 36$. \therefore 两正方形的面积和为 20, $\therefore x^2 + y^2 = 20$, $\therefore 2xy = 36 - (x^2 + y^2) =$

$$16, \therefore xy = 8, \therefore S_{\triangle AFC} = \frac{1}{2}xy = 4.$$

第十七章 因式分解

17.1 用提公因式法分解因式



刷基础

1. A 【解析】 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 是因式分解; $(a + 3)(a - 3) = a^2 - 9$ 是整式的乘法, 不是因式分解; $a^2 - 4a - 5 = a(a - 4) - 5$, 等式的右边不是几个整式的乘积的形式, 不是因式分解; $a^2 - 4a - 5 = (a - 2)^2 - 9$, 等式的右边不是几个整式的乘积的形式, 不是因式分解. 所以是因式分解的有 1 个. 故选 A.

2. D 【解析】等式从左到右的变形是因式分解. $\therefore x^2 + mx + 4 = (x - 2)^2$, $\therefore x^2 + mx + 4 = x^2 - 4x + 4$, $\therefore m = -4$. 故选 D.

3. A 【解析】将 $3ab^2(x - y)^3 - 9ab(x - y)^2$ 因式分解, 应提取的公因式是 $3ab(x - y)^2$, 故选 A.

4. D 【解析】 $b^2(x - 3) + b(3 - x) = b^2(x - 3) - b(x - 3) = b(x - 3)(b - 1)$. 故选 D.

5. $2b(a^2 - 4a - 4)$ 【解析】 $2a^2b - 8ab - 8b = 2b(a^2 - 4a - 4)$, 故答案为 $2b(a^2 - 4a - 4)$.

6. 【解】(1) $4x^2y^3 + 8x^2y^2z - 12xy^2z = 4xy^2(xy + 2xz - 3z)$.

$$(2) a(b - c) + c - b = a(b - c) - (b - c) = (b - c)(a - 1).$$

$$(3) 15b(2a - b)^2 + 25(b - 2a)^2 = 15b(2a - b)^2 + 25(2a - b)^2 = 5(2a - b)^2(3b + 5).$$