

第十四章 全等三角形

14.1 全等三角形及其性质

刷基础

1. C 【解析】能够完全重合的两个图形叫作全等形. 只有 C 选项中的两个图形能够完全重合, 是全等形, 故选 C.

2. B 【解析】根据全等三角形的定义能够判断出 B 选项的说法正确, A、C、D 选项的反例如下:

选项	A	C	D
反例			

3. B 【解析】由题可知  $\triangle ABC \cong \triangle FED$ ,  $\therefore \angle E = \angle B = 180^\circ - 44^\circ - 66^\circ = 70^\circ$ , 故选 B.

4. B 【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE, AC = 6, \therefore AE = AC = 6. \therefore BE = 2, \therefore AB = AE - BE = 6 - 2 = 4$ , 故选 B.

5. (6, -5) 【解析】 $\because A(-6, 0), B(0, 5), \therefore OA = 6, OB = 5, \angle AOB = 90^\circ. \therefore \triangle OA'B' \cong \triangle AOB, \therefore OA' = OA = 6, A'B' = OB = 5, \angle B'A'O = 90^\circ. \therefore$  点  $B'$  在第四象限,  $\therefore$  点  $B'$  的坐标是 (6, -5).

6. 【解】(1)  $\because \triangle ABC \cong \triangle CDE, CE = 10, \therefore AC = CE = 10. \because AB = 6, BC = 8, \therefore \triangle ABC$  的周长为  $AB + BC + AC = 6 + 8 + 10 = 24$ .

(2)  $\because \angle B = 90^\circ, \therefore \angle ACB + \angle BAC = 90^\circ. \because \triangle ABC \cong \triangle CDE, \therefore \angle ECD = \angle CAB, \therefore \angle ACB + \angle ECD = 90^\circ, \therefore \angle ACE = 90^\circ.$

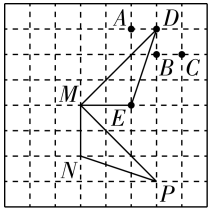
$\because AC = CE = 10, \therefore \triangle ACE$  的面积为  $\frac{1}{2} AC \cdot CE = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$ .

刷易错

7. 7.5 或 7 【解析】 $\because$  两个三角形全等,  $\therefore$  当  $4x + 2 = 8, 2y - 2 = 10$  时, 解得  $x = 1.5, y = 6$ , 此时  $x + y = 7.5$ ; 当  $4x + 2 = 10, 2y - 2 = 8$  时, 解得  $x = 2, y = 5$ , 此时  $x + y = 7$ . 综上,  $x + y$  的值是 7.5 或 7, 故答案为 7.5 或 7.

刷提升

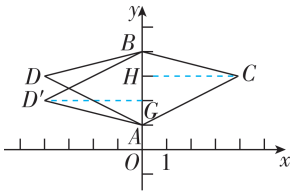
1. D 【解析】 $\because \triangle MNP \cong \triangle MEQ, \therefore$  点  $Q$  应是图中的点  $D$ , 如图所示. 故选 D.



2. B 【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle A'B'C', \therefore \angle A = \angle A', \angle CBA = \angle CB'A', \therefore \angle A = 40^\circ, \angle CBA = 60^\circ, \therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle CBA = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ. \because BO, CO$  分别平分  $\angle ABC, \angle PCB, \therefore \angle OBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle OCB = \frac{1}{2} \angle PCB, \therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle PCB) = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BPC) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2}(\angle A + \angle ACP) = 110^\circ + \frac{1}{2} \angle ACP$ , 则  $\angle ACP = 2\angle BOC - 220^\circ. \because P$  点在  $AB$  边上且不与  $A, B$  重合,  $\therefore 0^\circ < \angle ACP < 80^\circ, \therefore 0^\circ < 2\angle BOC - 220^\circ < 80^\circ, \therefore 110^\circ < \angle BOC < 150^\circ, \therefore m = 110, n = 150, \therefore n - m = 40$ . 故选 B.

3. 2 或  $4 - \sqrt{7}$  【解析】依题意, 得  $OB = \sqrt{7}, OA = 4$ . 由  $\triangle OBM$  和  $\triangle AMN$  全等, 分两种情况讨论: 当  $\triangle OBM \cong \triangle AMN$  时,  $OB = MA = \sqrt{7}, \therefore OM = OA - MA = 4 - \sqrt{7}$ ; 当  $\triangle OBM \cong \triangle ANM$  时,  $OM = MA, \therefore OM = \frac{1}{2}OA = 2$ . 故答案为 2 或  $4 - \sqrt{7}$ .

4. (-4, 3) 或 (-4, 2) 【解析】如图, 当  $\triangle ABD \cong \triangle ABC$  时, 点  $D$  的坐标是 (-4, 3); 当  $\triangle ABD' \cong \triangle BAC$  时,  $\triangle ABD'$  的高  $D'G$  等于  $\triangle BAC$  的高  $CH$ , 即  $D'G = 4, AG = BH = 1, \therefore OG = 2, \therefore$  点  $D'$  的坐标是 (-4, 2).

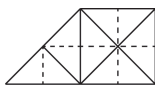


易错警示  
注意全等三角形中边与边之间的对应关系. 本题中有两种对应关系, 故会产生两个点  $D$  的坐标, 不要漏解.

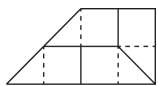
易错警示  
当两个全等三角形的对应关系未定时, 需分情况讨论.

5. 【解】(1) 如图(1). 根据题意, 分成六个等腰直角三角形, 且每个三角形的面积为 1.  
(2) 如图(2). 根据题意, 分成四个直角梯形,

且每个梯形的面积为  $\frac{3}{2}$ .



图(1)



图(2)

6. (1) 【解】 $\because \triangle ACD \cong \triangle BED, \therefore BD = AD = 8,$   
 $\therefore CD = BC - BD = 11 - 8 = 3.$

(2) 【证明】 $\because \triangle ACD \cong \triangle BED, \therefore \angle ADC = \angle BDE, \angle CAD = \angle DBE. \therefore \angle ADC + \angle BDE = 180^\circ, \therefore \angle ADC = \angle BDE = 90^\circ. \therefore \angle AEF + \angle AFE + \angle EAF = \angle BED + \angle BDE + \angle DBE = 180^\circ, \angle AEF = \angle BED, \therefore \angle AFE = \angle BDE = 90^\circ.$

(3) 【解】 $\because S_{\triangle BCF} = 20, S_{\text{四边形}CFED} = 8, \therefore S_{\triangle BDE} = S_{\triangle BCF} - S_{\text{四边形}CFED} = 12. \therefore \triangle ACD \cong \triangle BED, \therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BED} = 12, \therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle ACD} - S_{\text{四边形}CFED} = 12 - 8 = 4.$  故答案为 4.

7. (1) 【证明】 $\because \triangle BAD \cong \triangle ACE, \therefore BD = AE, AD = CE, \therefore BD = AE = AD + DE = CE + DE.$

(2) 【解】当  $\angle BAC = 90^\circ$  时,  $BD \parallel CE$ . 理由如下:  
 $\because \angle BAC = 90^\circ, \therefore \angle BAE + \angle CAE = 90^\circ.$   
 $\because \triangle BAD \cong \triangle ACE, \therefore \angle ABD = \angle CAE, \angle ADB = \angle AEC, \therefore \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ, \therefore \angle ADB = 90^\circ, \therefore \angle BDE = 90^\circ, \angle AEC = \angle ADB = 90^\circ, \therefore \angle BDE = \angle AEC, \therefore BD \parallel CE.$

## 14.2 三角形全等的判定

### 课时 1 两边及夹角证全等(SAS)

#### 刷基础

1. A 【解析】在  $\triangle ABC$  和  $\triangle FGE$  中,  $\begin{cases} AB = FG, \\ \angle A = \angle F, \\ AC = FE, \end{cases}$   
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle FGE (SAS), \therefore$  全等的两个三角形是①②.

2. C 【解析】由“SAS”可知选择  $\angle B = 45^\circ$  能画出形状和大小都确定的  $\triangle ABC$ .  $\because \angle C = 45^\circ, AB = 4, BC = 2$ , 而  $4 > 2, \therefore$  选择  $\angle C = 45^\circ$  能画出形状和大小都确定的  $\triangle ABC$ , 故乙同学可以选择的条件的个数有 2 个, 故选 C.

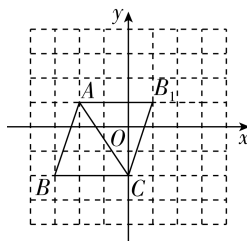
3.  $BE = CF$  (或  $BF = CE$ ) 【解析】若要利用 SAS 证明  $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ , 则在  $\triangle ABE$  和  $\triangle DCF$

中,  $\begin{cases} AB = DC, \\ \angle B = \angle C, \therefore \text{要证明 } \triangle ABE \cong \triangle DCF, \text{还} \\ BE = CF, \end{cases}$

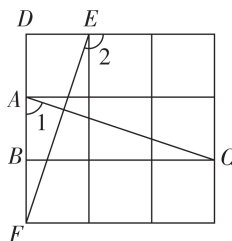
需要添加一个条件:  $BE = CF$  或  $BF = CE$ . 故答案为  $BE = CF$  (或  $BF = CE$ ).

4. 【解】如图,  $\triangle AB_1C$  即为所求.

$\because AB_1 \parallel BC, \therefore \angle ACB = \angle CAB_1. \because AC = AC, BC = AB_1, \therefore \triangle ABC \cong \triangle CB_1A (SAS).$



(第 4 题图)



(第 6 题图)

5. D 【解析】在  $\triangle BAF$  和  $\triangle CAE$  中,  $\begin{cases} AF = AE, \\ \angle BAF = \angle CAE, \\ AB = AC, \end{cases}$

$\therefore \triangle BAF \cong \triangle CAE (SAS), \therefore BF = CE. \because BF = 5, DE = 1, \therefore CD = CE - DE = BF - DE = 5 - 1 = 4.$  故选 D.

6. D 【解析】如图. 由题意得  $AB = ED, BC = DF, \angle ABC = \angle EDF = 90^\circ, \therefore \triangle ABC \cong \triangle EDF (SAS), \therefore \angle DEF = \angle 1, \therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ.$  故选 D.

#### 思路分析

由题意可知  $OA$  为两三角形的公共边, 由条件可得到  $\triangle AOC \cong \triangle OAB$ , 再由全等三角形的性质可求得  $C$  点坐标. 注意  $C$  点在第一象限和第四象限两种情况求解.

7. (3, 4) 或 (3, -4) 【解析】 $\because A(3, 0), B(0, 4)$ , 且  $OB \perp OA, \therefore OA = 3, OB = 4, \angle AOB = 90^\circ$ . 当  $C$  点在第一象限时, 过点  $A$  作  $AC \perp AO$ , 且  $AC = BO = 4$ , 连接  $OC. \because AO = AO, \angle AOB = \angle CAO = 90^\circ, BO = AC, \therefore \triangle AOC \cong \triangle OAB$ , 此时,  $C$  点坐标为 (3, 4). 同理可得, 当  $C$  点在第四象限时,  $C$  点坐标为 (3, -4). 综上,  $C$  点坐标为 (3, 4) 或 (3, -4). 故答案为 (3, 4) 或 (3, -4).

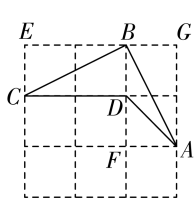
8. (1) 【证明】 $\because \triangle ACB$  和  $\triangle ECD$  都是等腰直角三角形,  $\therefore AC = BC, CE = CD, \angle ACE = \angle BCD = 90^\circ$ . 在  $\triangle ACE$  和  $\triangle BCD$  中,  $\begin{cases} AC = BC, \\ \angle ACE = \angle BCD, \\ CE = CD, \end{cases}$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCD (SAS), \therefore AE = BD.$

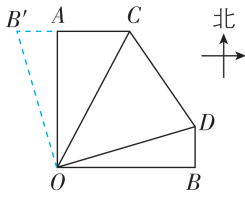
(2) 【解】直线  $AE$  与  $BD$  互相垂直. 理由:  
 $\because \triangle ACE \cong \triangle BCD, \therefore \angle EAC = \angle DBC. \therefore \angle DBC + \angle CDB = 90^\circ, \therefore \angle EAC + \angle CDB = 90^\circ, \therefore \angle AFD = 90^\circ, \therefore AF \perp BD$ , 即直线  $AE$  与  $BD$  互相垂直.

**刷提升**

1. **A** 【解析】如图, 根据题意知,  $BE = AG$ ,  $\angle BEC = \angle AGB = 90^\circ$ ,  $EC = GB$ ,  $\therefore \triangle BEC \cong \triangle AGB$  (SAS),  $\therefore \angle ECB = \angle GBA$ .  $\because \angle ECB + \angle EBC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle GBA + \angle EBC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ABC = 90^\circ = \alpha$ .  $\because \angle BCD + \angle CBD = \beta + \angle CBD = 90^\circ$ ,  $\angle CBD + \angle ABD = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ABD = \beta$ .  $\because \angle ADF = \angle ABD + \angle BAD = 45^\circ$ ,  $\therefore \beta + \gamma = 45^\circ$ ,  $\therefore \alpha - \beta - \gamma = \alpha - (\beta + \gamma) = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ , 故选 A.



(第1题图)



(第2题图)

2. **C** 【解析】如图, 延长  $CA$  至  $B'$ , 使  $AB' = DB$ , 连接  $B'O$ . 在  $\triangle DBO$  和  $\triangle B'AO$  中,  $\begin{cases} DB = B'A, \\ \angle DBO = \angle B'AO = 90^\circ, \\ BO = AO, \end{cases} \therefore \triangle DBO \cong \triangle B'AO$  (SAS),  $\therefore \angle AOB' = \angle BOD$ ,  $OB' = OD$ .  $\because \angle COD = 45^\circ$ ,  $\angle AOB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle AOC + \angle BOD = \angle AOC + \angle AOB' = 45^\circ$ ,  $\therefore \angle B'OC = \angle DOC = 45^\circ$ . 在  $\triangle B'OC$  和  $\triangle DOC$  中,  $\begin{cases} OB' = OD, \\ \angle B'OC = \angle DOC, \\ OC = OC, \end{cases} \therefore \triangle B'OC \cong \triangle DOC$  (SAS),  $\therefore CD = CB' = AC + AB' = AC + BD = 50 + 30 = 80$  (千米),  $\therefore$  甲、乙两人相距 80 千米. 故选 C.

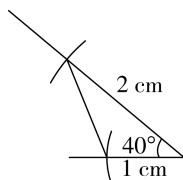
3.  $AD = \frac{1}{2}BC$  【解析】延长  $AD$  到点  $E$ , 使  $DE = AD$ , 连接  $BE$ .  $\because AD$  是  $BC$  边上的中线,  $\therefore CD = BD$ . 在  $\triangle ACD$  和  $\triangle EBD$  中,  $\begin{cases} AD = DE, \\ \angle ADC = \angle EDB, \\ CD = BD, \end{cases} \therefore \triangle ACD \cong \triangle EBD$  (SAS),  $\therefore AC = BE$ ,  $\angle DAC = \angle DEB$ ,  $\therefore AC \parallel BE$ ,  $\therefore \angle BAC + \angle ABE = 180^\circ$ .  $\because \angle BAC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BAC = \angle ABE = 90^\circ$ . 在  $\triangle BAC$  和  $\triangle ABE$  中,  $\begin{cases} AC = BE, \\ \angle BAC = \angle ABE, \\ AB = AB, \end{cases} \therefore \triangle BAC \cong \triangle ABE$  (SAS),  $\therefore BC = AE$ .  $\because AD = DE = \frac{1}{2}AE$ ,  $\therefore AD = \frac{1}{2}BC$ .

**易错警示**  
(2) 理解题意, 注意分  $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$  和  $\triangle ACP \cong \triangle BQP$  两种情况进行讨论, 不要漏解.

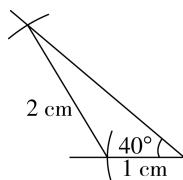
**归纳总结**

遇中线问题常运用倍长中线法构造全等三角形, 将条件转化到同一个三角形中.

4. 【解】(1) 在  $40^\circ$  角的两边上分别以顶点为圆心截取 1 cm 和 2 cm 长的线段, 连接得到的两个线段端点即可得到符合条件的三角形, 如图(1)所示. (作法不唯一)

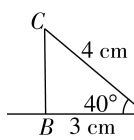


图(1)

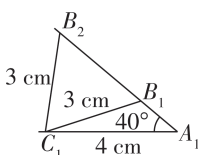


图(2)

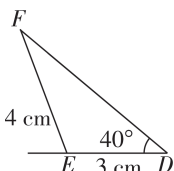
- (2) 能. 如图(2)所示的三角形即为所求. (作法不唯一, 与(1)中图形不全等即可)  
(3) 当  $40^\circ$  角是边长为 3 cm 与 4 cm 两边的夹角时,  $\triangle ABC$  如图(3)所示;



图(3)



图(4)



图(5)

- 当  $40^\circ$  角是 3 cm 边的对角时,  $\triangle A_1B_1C_1$  及  $\triangle A_1B_2C_1$  如图(4)所示; 当  $40^\circ$  角是 4 cm 边的对角时,  $\triangle DEF$  如图(5)所示. 综上, 共有 4 个这样的三角形满足条件. 故答案为 4.

**刷素养**

5. 【解】(1)  $\triangle ACP$  与  $\triangle BPQ$  全等. 线段  $PC$  与线段  $PQ$  垂直. 理由如下: 当  $t = 1$  时,  $AP = BQ = 1$ ,  $BP = AC = 3$ .  $\because AC \perp AB$ ,  $BD \perp AB$ ,  $\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ$ . 在  $\triangle ACP$  和  $\triangle BPQ$  中,  $\begin{cases} AP = BQ, \\ \angle A = \angle B, \\ AC = BP, \end{cases} \therefore \triangle ACP \cong \triangle BPQ$  (SAS),  $\therefore \angle ACP = \angle BPQ$ ,  $\therefore \angle APC + \angle BPQ = \angle APC + \angle ACP = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle CPQ = 90^\circ$ , 即线段  $PC$  与线段  $PQ$  垂直.  
(2) 存在. ①若  $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$ , 则  $AC = BP$ ,  $AP = BQ$ , 即  $\begin{cases} 3 = 4 - t, \\ t = xt, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} t = 1, \\ x = 1. \end{cases}$   
②若  $\triangle ACP \cong \triangle BQP$ , 则  $AC = BQ$ ,  $AP = BP$ , 即  $\begin{cases} 3 = xt, \\ t = 4 - t, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} t = 2, \\ x = \frac{3}{2}. \end{cases}$   
综上所述, 存在  $\begin{cases} t = 1, \\ x = 1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} t = 2, \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$  使得  $\triangle ACP$  与  $\triangle BPQ$  全等.

# 课时2 两角及一边证全等(ASA,AAS)

## 刷基础

1. **D** 【解析】甲三角形只知道一条边长和一个内角度数,无法判断是否与 $\triangle ABC$ 全等;乙三角形夹 $50^\circ$ 内角的两边分别与 $\triangle ABC$ 对应相等,故乙与 $\triangle ABC$ 全等;丙三角形 $72^\circ$ 内角及所对边与 $\triangle ABC$ 对应相等且均有 $50^\circ$ 内角,可根据“AAS”判定丙与 $\triangle ABC$ 全等.故与 $\triangle ABC$ 全等的有乙和丙.

2. **①②③** 【解析】 $\angle B = \angle C, AB = AC, \angle A = \angle A$ ,符合全等三角形的判定定理 ASA,能推出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ,故①符合; $\angle AEB = \angle ADC, \angle A = \angle A, AB = AC$ ,符合全等三角形的判定定理 AAS,能推出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ,故②符合; $AE = AD, \angle A = \angle A, AB = AC$ ,符合全等三角形的判定定理 SAS,能推出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ,故③符合; $BE = CD, AB = AC, \angle A = \angle A$ ,不符合全等三角形的判定定理,不能推出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ,故④不符合.综上,能证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 的条件序号是①②③.

3. 【解】存在始终与 $\triangle BDE$ 全等的三角形.理由如下: $\because \angle CED = \angle B + \angle BDE = \angle DEF + \angle FEC, \angle DEF = \angle B, \therefore \angle CEF = \angle BDE$ .  
 $\because AB = AC, \therefore \angle B = \angle C$ .在 $\triangle CEF$ 和 $\triangle BDE$

$$\text{中}, \begin{cases} \angle C = \angle B, \\ CE = BD, \\ \angle CEF = \angle BDE, \end{cases} \therefore \triangle CEF \cong \triangle BDE (\text{ASA}),$$

$\therefore \triangle CEF$ 始终与 $\triangle BDE$ 全等.

4. **D** 【解析】由题图可知,(1)和(2)或(2)和(4)包含三角形模具的两个完整的角和这两个角的夹边,根据 ASA 可以得到与之大小和形状完全相同的模具.故选 D.

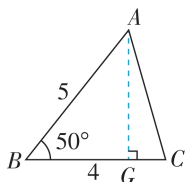
5. **B** 【解析】如图(1),过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G,如图(2),过点 D 作 $DH \perp FE$ 交 FE 的延长线于点 H,则 $\angle DEH = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ .在

$$\triangle ABG \text{ 和 } \triangle DEH \text{ 中}, \begin{cases} \angle AGB = \angle DHE = 90^\circ, \\ \angle ABG = \angle DEH = 50^\circ, \\ AB = DE = 5, \end{cases}$$

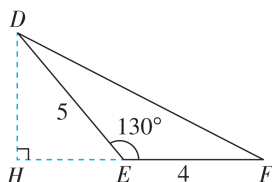
$\therefore \triangle ABG \cong \triangle DEH (\text{AAS}), \therefore AG = DH. \because BC =$

$$EF = 4, \therefore \frac{1}{2} \times BC \times AG = \frac{1}{2} \times EF \times DH, \therefore S_{\triangle ABC} =$$

$S_{\triangle DEF}$ ,即 $p = q$ .故选 B.



图(1)



图(2)

6. 【解】 $\because BC$ 为 $\angle ABD$ 的平分线,  
 $\therefore \angle ABC = \angle DBC$ .

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle DBC \text{ 中}, \begin{cases} \angle BAC = \angle BDC = 70^\circ, \\ \angle ABC = \angle DBC, \\ BC = BC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DBC (\text{AAS}), \therefore AB = BD = 8 \text{ 米},$   
 即池塘两侧 A, B 之间的距离为 8 米.

## 刷提升

### 关键点拨

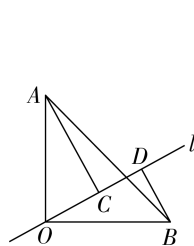
利用三角形全等的判定和性质以及等积法可求解.

### 思路分析

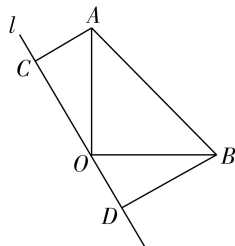
由三角形的外角性质和已知条件得出 $\angle CEF = \angle BDE$ ,由等腰三角形的性质得出 $\angle B = \angle C$ ,再由 ASA 证明 $\triangle CEF \cong \triangle BDE$ 即可.

1. **A** 【解析】 $\because \angle 1 = \angle 2 = \angle BAC, \angle 1 = \angle BAE + \angle ABE, \angle BAC = \angle BAE + \angle CAF, \angle 2 = \angle FCA + \angle CAF, \therefore \angle ABE = \angle CAF, \angle BAE = \angle FCA$ .在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CAF$ 中,  
 $\begin{cases} \angle ABE = \angle CAF, \\ AB = CA, \\ \angle BAE = \angle ACF, \end{cases}$   
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CAF (\text{ASA}), \therefore S_{\triangle ACF} = S_{\triangle ABE},$   
 $\therefore S_{\triangle ACF} + S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ABD}. \because \triangle ABC$   
 的面积为 18,  $CD = 2BD, \therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3} \times 18 = 6,$   
 $\therefore S_{\triangle ACF} + S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ABD} = 6$ .故选 A.

2. **B** 【解析】如图(1), $\because AC \perp l, BD \perp l, \therefore \angle ACO = \angle ODB = 90^\circ, \therefore \angle OAC + \angle AOC = 90^\circ. \because \angle AOB = 90^\circ, \therefore \angle AOC + \angle BOD = 90^\circ, \therefore \angle OAC = \angle BOD$ .在 $\triangle ACO$ 和 $\triangle ODB$ 中,  
 $\begin{cases} \angle ACO = \angle ODB, \\ \angle OAC = \angle BOD, \\ OA = BO, \end{cases} \therefore \triangle ACO \cong \triangle ODB (\text{AAS}),$   
 $\therefore AC = OD, OC = BD, \therefore DC = OD - OC = AC - BD,$   
 故甲不正确.



图(1)



图(2)

如图(2), $\because AC \perp l, BD \perp l, \therefore \angle ACO = \angle ODB = 90^\circ, \therefore \angle OAC + \angle AOC = 90^\circ.$



$\because \angle AOB = 90^\circ, \therefore \angle AOC + \angle BOD = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle OAC = \angle BOD$ . 在  $\triangle ACO$  和  $\triangle ODB$  中,  

$$\begin{cases} \angle ACO = \angle ODB, \\ \angle OAC = \angle BOD, \therefore \triangle ACO \cong \triangle ODB (AAS), \\ OA = OB, \end{cases}$$
  
 $\therefore AC = OD, OC = BD, \therefore DC = OD + OC = AC + BD,$   
 故乙正确. 故选 B.

### 3. (2,5) 【解析】作 $AD \perp x$ 轴于点 $D, BE \perp x$ 轴

于点  $E$ , 如图所示, 则

$$\angle ADC = \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle CAD = 90^\circ.$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle ACD +$$

$$\angle BCE = 90^\circ, \therefore \angle CAD = \angle BCE.$$
 在  $\triangle ACD$  和

$$\triangle CBE \text{ 中}, \begin{cases} \angle ADC = \angle CEB, \\ \angle CAD = \angle BCE, \therefore \triangle ACD \cong \\ AC = CB, \end{cases}$$

$\triangle CBE (AAS), \therefore AD = CE, DC = EB.$   $\because$  点  $A$  的坐标为  $(-6, 3)$ , 点  $C$  的坐标为  $(-1, 0)$ ,  $\therefore OD = 6, AD = 3, OC = 1, \therefore CE = 3, BE = OD - OC = 6 - 1 = 5, \therefore OE = CE - OC = 3 - 1 = 2, \therefore$  点  $B$  的坐标为  $(2, 5)$ . 故答案为  $(2, 5)$ .

### 4. 1 或 2 【解析】如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中,

$$\begin{cases} AC = EC, \\ \angle ACB = \angle ECD, \\ BC = DC, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC (SAS), \therefore \angle A = \angle E, ED = AB = 4 \text{ cm}.$$
 在  $\triangle ACP$  和

$$\triangle ECQ \text{ 中}, \begin{cases} \angle A = \angle E, \\ AC = CE, \\ \angle ACP = \angle ECQ, \end{cases} \therefore \triangle ACP \cong$$

$$\triangle ECQ (ASA), \therefore AP = EQ.$$
 当  $0 \leq t \leq \frac{4}{3}$  时,  $3t =$

$$4 - t, \text{ 解得 } t = 1; \text{ 当 } \frac{4}{3} < t \leq \frac{8}{3} \text{ 时}, 8 - 3t = 4 - t, \text{ 解得 } t = 2.$$
 综上所述, 当线段  $PQ$  经过点  $C$  时,  $t$  的

值为 1 或 2. 故答案为 1 或 2.

### 刷素养

### 5. 【解】(1) 如图(1), 取 $AC$ 中点 $P$ , 连接 $BP$ .

$\because \triangle ABP$  与  $\triangle CBP$  在  $AP, CP$  边上的高相等,

$$\therefore \text{当 } AP = CP = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ 时}, \triangle ABP \text{ 与}$$

$\triangle CBP$  面积相等.  $\because BC = 9, AB = 10, \therefore BC \neq$

$AB. \because AP = CP, BP = BP, BC \neq AB, \therefore \triangle ABP$  与

$\triangle CBP$  不全等,  $\therefore$  当  $AP = 4$  时,  $\triangle ABP$  与

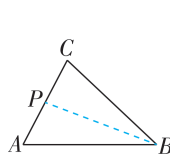
### 思路分析

先证明  $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ , 得到  $AD = CE, DC = EB$ , 然后再根据点  $A$  的坐标为  $(-6, 3)$ , 点  $C$  的坐标为  $(-1, 0)$  得到  $OD, AD, OC$  的长, 进而推出点  $B$  的坐标.

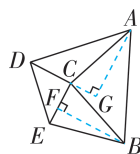
### 思路分析

(3) 先通过  $\angle ACD \neq \angle BCE$ ,  $CA = CB, CD = CE$  说明  $\triangle ACD$  与  $\triangle BCE$  不全等, 再作  $BF \perp CE$  于点  $F, AG \perp DC$  交  $DC$  的延长线于点  $G$ , 证得  $\triangle ACG \cong \triangle BCF$ , 得  $AG = BF$ , 即可证得  $\triangle ACD$  与  $\triangle BCE$  面积相等, 从而证明  $\triangle ACD$  与  $\triangle BCE$  是偏等积三角形.

$\triangle CBP$  是偏等积三角形, 故答案为 4.



图(1)



图(2)

(2)  $\because \triangle ABD$  与  $\triangle ACD$  是偏等积三角形, 且  $\triangle ABD$  与  $\triangle ACD$  在  $BD, CD$  边上的高相等,  $\therefore BD = CD. \because CE \parallel AB, \therefore \angle E = \angle BAD$ . 在

$$\triangle ECD \text{ 和 } \triangle ABD \text{ 中}, \begin{cases} \angle E = \angle BAD, \\ \angle EDC = \angle ADB, \\ CD = BD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ECD \cong \triangle ABD (AAS), \therefore ED = AD, EC = AB = 2. \because AC - EC < AE < AC + EC$ , 且  $AC = 6, AE = 2AD, \therefore 6 - 2 < 2AD < 6 + 2, \therefore 2 < AD < 4. \because$  线段  $AD$  的长度为正整数,  $\therefore AD = 3$ , 故答案为 3.

(3)  $\triangle ACD$  与  $\triangle BCE$  是偏等积三角形. 理由:  $\because \angle ACB = \angle DCE = 90^\circ, \therefore \angle ACD + \angle BCE = 180^\circ. \because 0^\circ < \angle BCE < 90^\circ, \therefore \angle ACD > 90^\circ, \therefore \angle ACD \neq \angle BCE. \because CA = CB, CD = CE, \therefore \triangle ACD$  与  $\triangle BCE$  不全等. 如图(2), 作  $BF \perp CE$  于点  $F, AG \perp DC$  交  $DC$  的延长线于点  $G$ , 则  $\angle G = \angle BFC = 90^\circ. \because \angle ECG = 180^\circ - \angle DCE = 90^\circ, \therefore \angle ACG = \angle BCF = 90^\circ - \angle BCG$ .

$$\text{在 } \triangle ACG \text{ 和 } \triangle BCF \text{ 中}, \begin{cases} \angle G = \angle BFC, \\ \angle ACG = \angle BCF, \\ CA = CB, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACG \cong \triangle BCF (AAS), \therefore AG = BF, \therefore \frac{1}{2}CD \cdot$$

$$AG = \frac{1}{2}CE \cdot BF, \therefore \triangle ACD \text{ 与 } \triangle BCE \text{ 面积相}$$

等,  $\therefore \triangle ACD$  与  $\triangle BCE$  是偏等积三角形.

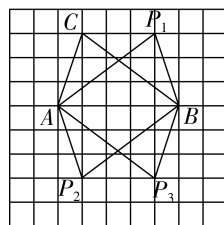
### 课时3 三边证全等(SSS)



### 刷基础

1. C 【解析】 $\because$  由“SSS”可以判定这两个三角形全等,  $\therefore x = 10, y = 14, \therefore x + y = 10 + 14 = 24$ , 故选 C.

2. C 【解析】如图所示, 共 3 个, 故选 C.

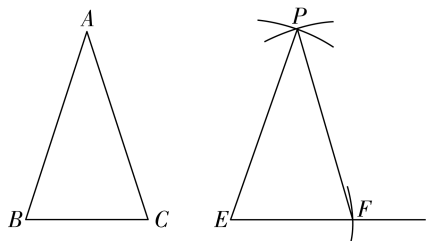


3. **SSS** 【解析】小陈同学的说法依据是 SSS, 故答案为 SSS.

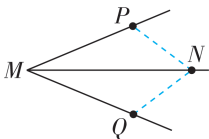
4. 【证明】 $\because D, E$  是边  $BC$  的三等分点,  $\therefore BD = CE = \frac{1}{3}BC$ . 在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACE$  中, 
$$\begin{cases} AB=AC, \\ AD=AE, \\ BD=CE, \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$  (SSS).

5. **A** 【解析】根据题意得,  $BP = BD = FQ = FH$ ,  $DP = QH$ . 在  $\triangle PBD$  和  $\triangle QFH$  中, 
$$\begin{cases} BP=FQ, \\ BD=FH, \\ DP=QH, \end{cases}$$
 $\therefore \triangle PBD \cong \triangle QFH$  (SSS),  $\therefore \angle GFE = \angle ABC$ , 故选 A.

6. 【解】如图,  $\triangle PEF$  即为所求.



7. 【解】小明的行驶路线没有偏离预定路线. 理由: 如图, 连接  $PN, QN$ . 由题意得  $PN = QN, PM = QM$ . 又  $\because MN = MN, \therefore \triangle PMN \cong \triangle QMN, \therefore \angle PMN = \angle QMN, \therefore MN$  是  $\angle PMQ$  的平分线,  $\therefore$  小明的行驶路线没有偏离预定路线.



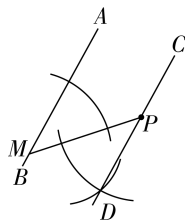
关键点拨

解决本题的关键是掌握三角形全等的判定方法.

思路分析

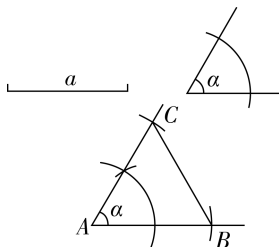
连接  $PN, QN$ , 可利用 SSS 证明  $\triangle PMN \cong \triangle QMN$ , 从而得出  $\angle PMN = \angle QMN$ , 进而得出结论.

4. 【解】(1) 如图, 直线  $CD$  即为所求. (作法不唯一)  
(2) 由作图可知  $\angle MPD = \angle AMP, \therefore CD \parallel AB$ , 故答案为内错角相等, 两直线平行.  
(答案不唯一, 需与(1)对应)

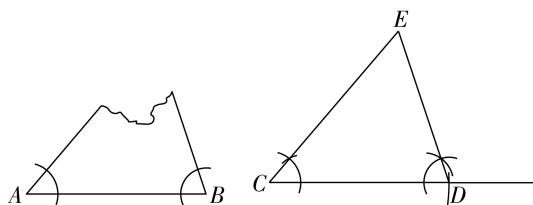


5. **B** 【解析】A 选项, 已知一个三角形的两角与一边, 根据 AAS 或 ASA, 这个三角形一定可以作出, 所以本选项不符合题意; B 选项, 已知一个三角形的两边与一角, 不一定可以作出这个三角形, 所以本选项符合题意; C 选项, 已知一个直角三角形的两条直角边, 根据 SAS, 这个三角形一定可以作出, 所以本选项不符合题意; D 选项, 已知一个三角形的三条边, 根据 SSS, 这个三角形一定可以作出, 所以本选项不符合题意. 故选 B.

6. 【解】如图所示.



7. 【解】如图所示,  $\triangle CDE$  即为所求.



$\because CD = AB, \angle ECD = \angle A, \angle EDC = \angle B, \therefore \triangle CDE$  是和原三角形全等的三角形, 作图依据是 ASA.

课时 5 斜边及一直角边证全等(HL)

刷基础

1. **D** 【解析】A 选项, 利用 HL 可以判定两个直角三角形全等, 不符合题意; B 选项, 利用 AAS 可以判定两个直角三角形全等, 不符合题意; C 选项, 利用 SAS 可以判定两个直角三角形全等, 不符合题意; D 选项, 利用 AAA 不能判定两个直角三角形全等, 符合题意. 故选 D.

2.  $AF = CE$  【解析】需要添加的条件为  $AF = CE$ .  $\because BE = DF, \therefore BE + BD = FD + BD$ , 即  $DE = BF$ .  $\because AB \perp EF, CD \perp EF, \therefore \angle ABF = \angle CDE = 90^\circ$ . 又  $\because AF = CE, \therefore \text{Rt} \triangle ABF \cong \text{Rt} \triangle CDE$  (HL). 故答案为  $AF = CE$ .

课时 4 尺规作图

刷基础

1. **D** 【解析】由题图可知作图方法是 (1) 以点  $B$  为圆心, 任意长为半径作弧, 分别交  $BA, BC$  于点  $D, E$ ; (2) 作射线  $FP$ , 以点  $F$  为圆心,  $BE$  (或  $BD$ ) 长为半径作弧, 交射线  $FP$  于点  $G$ ; (3) 以点  $G$  为圆心,  $DE$  长为半径的作弧, 交上一步作的弧于点  $H$ ; (4) 过点  $H$  作射线  $FJ$ , 故弧  $MN$  是以点  $G$  为圆心,  $DE$  长为半径的弧. 故选 D.

2. **⑤①②④③** 【解析】根据用直尺和圆规作一个角等于已知角的作图步骤可知正确顺序是 ⑤①②④③. 故答案为 ⑤①②④③.

3. **A** 【解析】由同位角相等, 两直线平行及作一个角等于已知角的作法可知, 选项 A 符合题意, 故选 A.

### 3. 【解】 $\triangle AED \cong \triangle AFD$ .

证明： $\because DE \perp AB, DF \perp AC, \therefore \triangle AED$  和  $\triangle AFD$  是直角三角形. 在  $\text{Rt} \triangle AED$  和  $\text{Rt} \triangle AFD$  中，  

$$\begin{cases} AD=AD, \\ DE=DF, \end{cases} \therefore \text{Rt} \triangle AED \cong \text{Rt} \triangle AFD (\text{HL}).$$
 (答案不唯一)

4. **D** 【解析】由题意可知  $BC = FE, AC = DF, AC \perp AB, DE \perp DF, \therefore \triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  均为直角三角形. 在  $\text{Rt} \triangle ABC$  与  $\text{Rt} \triangle DEF$  中，  

$$\begin{cases} BC=EF, \\ AC=DF, \end{cases} \therefore \text{Rt} \triangle ABC \cong \text{Rt} \triangle DEF (\text{HL}),$$
  
 $\therefore \angle ACB = \angle DFE. \because \angle ABC + \angle ACB = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle ABC + \angle DFE = 90^\circ$ . 故选 D.

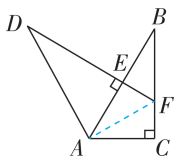
5. **3 或 6** 【解析】 $\because AC \perp BC, AX \perp AC, \therefore \angle ACB = \angle PAQ = 90^\circ. \because PQ = AB, \therefore$  当  $AP = BC = 3$  或  $AP = AC = 6$  时，可以根据 HL 证明  $\triangle PQA$  与  $\triangle ABC$  全等. 故答案为 3 或 6.

6. (1) 【证明】 $\because \angle ACB = 90^\circ, DE \perp AB, \therefore \angle ACB = \angle AED = 90^\circ$ . 在  $\text{Rt} \triangle AED$  和  $\text{Rt} \triangle ACB$  中，  

$$\begin{cases} AD=AB, \\ AE=AC, \end{cases} \therefore \text{Rt} \triangle AED \cong \text{Rt} \triangle ACB (\text{HL}),$$
  
 $\therefore DE = BC$ .

(2) 【解】如图，连接  $AF. \because BF = 2, CF = 1, \therefore DE = BC = 2 + 1 = 3. \because \text{Rt} \triangle AED \cong \text{Rt} \triangle ACB,$   
 $\therefore AE = AC$ . 在  $\text{Rt} \triangle AEF$  和  $\text{Rt} \triangle ACF$  中，  

$$\begin{cases} AF=AF, \\ AE=AC, \end{cases} \therefore \text{Rt} \triangle AEF \cong \text{Rt} \triangle ACF (\text{HL}), \therefore EF = CF = 1, \therefore DF = DE + EF = 3 + 1 = 4.$$



7. (1) 【证明】 $\because BE = CF, \therefore BE + BC = CF + BC, \therefore BF = CE$ .

在  $\text{Rt} \triangle ABF$  与  $\text{Rt} \triangle DCE$  中，  

$$\begin{cases} BF=CE, \\ AB=DC, \end{cases}$$
  
 $\therefore \text{Rt} \triangle ABF \cong \text{Rt} \triangle DCE (\text{HL}), \therefore \angle E = \angle F$ .

(2) 【解】 $PO \perp BC$ . 理由如下：

由(1)得  $\angle E = \angle F$ .

$\because PO$  平分  $\angle EPF, \therefore \angle EPO = \angle FPO$ .

在  $\triangle EPO$  和  $\triangle FPO$  中，  

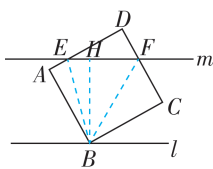
$$\begin{cases} \angle E = \angle F, \\ \angle EPO = \angle FPO, \\ PO=PO, \end{cases}$$

$\therefore \triangle EPO \cong \triangle FPO (\text{AAS}), \therefore \angle EOP = \angle FOP.$   
 $\because \angle EOP + \angle FOP = 180^\circ, \therefore \angle EOP = \angle FOP = 90^\circ, \therefore PO \perp BC$ .

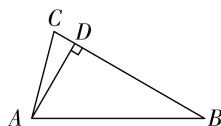
**思路分析** 1. **A** 【解析】如图，过  $B$  作  $BH \perp m$  于  $H$ ，连接  $BE, BF$ ，然后利用已知条件可以证明  $\text{Rt} \triangle AEB \cong \text{Rt} \triangle HEB, \text{Rt} \triangle FCB \cong \text{Rt} \triangle FHB$ ，得到  $AE = EH, HF = CF$ ，从而推出  $\triangle DEF$  的周长  $= 2AB$ ，即可解决问题.

### 刷提升

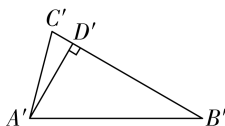
1. **A** 【解析】如图，过  $B$  作  $BH \perp m$  于  $H$ ，连接  $BE, BF. \because$  直线  $l$  向上平移线段  $AB$  的长得到直线  $m, \therefore BH = AB$ . 又  $\because \angle A = \angle BHE = 90^\circ, EB = EB, \therefore \text{Rt} \triangle AEB \cong \text{Rt} \triangle HEB, \therefore AE = EH$ . 同理得  $\text{Rt} \triangle FCB \cong \text{Rt} \triangle FHB, \therefore HF = CF, \therefore \triangle DEF$  的周长为  $DE + EF + DF = DE + EH + HF + DF = DE + AE + CF + DF = AD + CD = 2AB. \therefore$  求  $\triangle DEF$  的周长，只需知道  $AB$  的长. 故选 A.



2. **B** 【解析】如图(1)，图(2)所示，当  $AD$  在  $\triangle ABC$  内部， $A'D'$  在  $\triangle A'B'C'$  内部时， $\because AC = A'C', AD = A'D', \therefore \text{Rt} \triangle ACD \cong \text{Rt} \triangle A'C'D' (\text{HL}), \therefore \angle C = \angle C' = n^\circ$ .

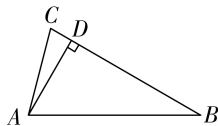


图(1)

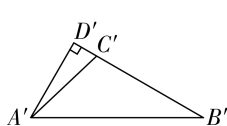


图(2)

如图(3)，图(4)所示，当  $AD$  在  $\triangle ABC$  内部， $A'D'$  在  $\triangle A'B'C'$  外部时， $\because AC = A'C', AD = A'D', \therefore \text{Rt} \triangle ACD \cong \text{Rt} \triangle A'C'D' (\text{HL}), \therefore \angle A'C'D' = \angle C = n^\circ, \therefore \angle A'C'B' = 180^\circ - n^\circ, \therefore$  要把甲和丙的答案合在一起才完整. 故选 B.



图(3)

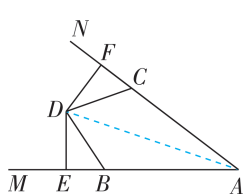


图(4)

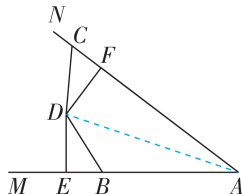
3. **6 或 10** 【解析】①如图(1)，当点  $C$  在线段  $AF$  上时，连接  $AD. \because DE \perp AM$  于  $E, DF \perp AN$  于  $F, \therefore \angle DEB = \angle DFC = 90^\circ$ . 在  $\text{Rt} \triangle DEB$  和  $\text{Rt} \triangle DFC$  中，  

$$\begin{cases} DB=DC, \\ DE=DF, \end{cases} \therefore \text{Rt} \triangle DEB \cong \text{Rt} \triangle DFC (\text{HL}), \therefore CF = BE = 2$$
. 又  $\because$  在  $\text{Rt} \triangle DEA$  和  $\text{Rt} \triangle DFA$  中，  

$$\begin{cases} DA=DA, \\ DE=DF, \end{cases} \therefore \text{Rt} \triangle DEA \cong \text{Rt} \triangle DFA (\text{HL}), \therefore AF = AE = AB + BE = 6 + 2 = 8, \therefore AC = AF - CF = 8 - 2 = 6$$
.



图(1)



图(2)

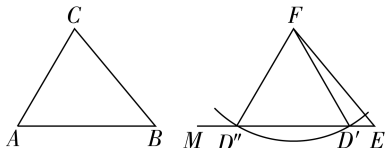
**关键点拨** (2) 证出  $\triangle EPO \cong \triangle FPO$  是解题的关键.

②如图(2),当点  $C$  在线段  $AF$  的延长线上时,连接  $AD$ . 同①可得  $AF=AE=8, CF=BE=2, \therefore AC=AF+CF=8+2=10$ . 故答案为 6 或 10.

4. 【证明】(1)  $\because AD$  是  $\triangle ABC$  的中线,  $\therefore BD=CD$ .  $\because BE \perp AD, CF \perp AD, \therefore \angle BED = \angle F = 90^\circ$ . 在  $\triangle BED$  和  $\triangle CFD$  中,  $\begin{cases} \angle BED = \angle CFD, \\ \angle BDE = \angle CDF, \\ BD = CD, \end{cases}$   $\therefore \triangle BED \cong \triangle CFD (AAS), \therefore BE = CF$ .  
(2) 在  $Rt\triangle BGE$  和  $Rt\triangle CAF$  中,  $\begin{cases} BG = CA, \\ BE = CF, \end{cases}$   $\therefore Rt\triangle BGE \cong Rt\triangle CAF (HL), \therefore GE = AF, \therefore AG = EF$ .  
 $\because \triangle BED \cong \triangle CFD, \therefore DE = DF, \therefore GA = 2DE$ .

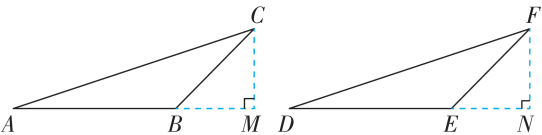
刷素养

5. (1) HL  
(2) 【解】如图(1),以  $F$  为圆心,  $AC$  长为半径画弧,交射线  $EM$  于  $D'', D'$ , 则  $D''F = D'F = AC$ , 易得  $\triangle D''EF \cong \triangle ABC, \triangle D'EF$  和  $\triangle ABC$  不全等,  $\therefore \triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  不一定全等. 故答案为  $C$ .



图(1)

(3) 【证明】如图(2),过点  $C$  作  $CM \perp AB$  交  $AB$  的延长线于点  $M$ ,过点  $F$  作  $FN \perp DE$  交  $DE$  的延长线于点  $N$ .



图(2)

$\because CM \perp AB$  于点  $M, FN \perp DE$  于点  $N, \therefore \angle M = \angle N = 90^\circ$ .  $\because \angle CBA = \angle FED, \therefore 180^\circ - \angle CBA = 180^\circ - \angle FED$ , 即  $\angle CBM = \angle FEN$ . 在  $\triangle CBM$  和  $\triangle FEN$  中,  $\begin{cases} \angle CBM = \angle FEN, \\ \angle M = \angle N, \\ BC = EF, \end{cases}$   $\therefore \triangle CBM \cong \triangle FEN (AAS), \therefore CM = FN$ . 在  $Rt\triangle ACM$  和  $Rt\triangle DFN$  中,  $\begin{cases} AC = DF, \\ CM = FN, \end{cases}$   $\therefore Rt\triangle ACM \cong Rt\triangle DFN (HL), \therefore \angle A = \angle D$ .  
在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中,  $\begin{cases} \angle A = \angle D, \\ \angle CBA = \angle FED, \\ AC = DF, \end{cases}$

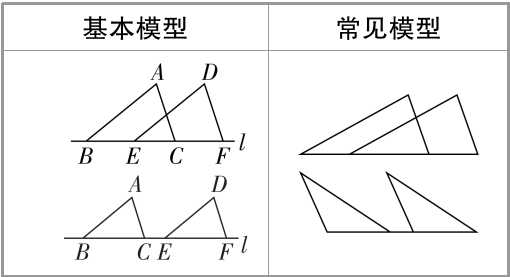
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (AAS)$ .

大招专题2 全等三角形判定的常考模型

刷难关

大招解读 | 平移模型

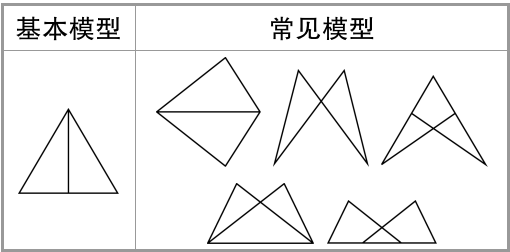
把  $\triangle ABC$  沿着某一条直线  $l$  平移, 所得到的  $\triangle DEF$  与  $\triangle ABC$  全等.



1. 【解】因为  $AC \parallel DF, BC \parallel EF$ , 所以  $\angle A = \angle EDF, \angle ABC = \angle E$ . 又因为  $AC = DF$ , 所以  $\triangle ABC \cong \triangle DEF (AAS)$ , 所以  $AB = DE$ , 所以  $AB - BD = DE - BD$ , 所以  $AD = BE$ .

大招解读 | 对称模型

将两个三角形沿着某一条直线折叠后, 直线两边的三角形能够完全重合, 这两个三角形称为对称型全等三角形, 此类图形中要注意隐含条件, 即公共边或公共角相等.



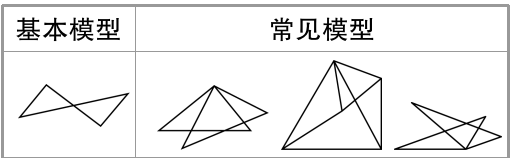
2. 【解】因为  $\angle BAD = \angle EAC$ , 所以  $\angle BAD + \angle CAD = \angle EAC + \angle CAD$ , 即  $\angle BAC = \angle EAD$ .

在  $\triangle BAC$  与  $\triangle EAD$  中,  $\begin{cases} AB = AE, \\ \angle BAC = \angle EAD, \\ AC = AD, \end{cases}$  所以

$\triangle BAC \cong \triangle EAD (SAS)$ , 所以  $\angle D = \angle C = 50^\circ$ .

大招解读 | “手拉手”模型

将三角形绕着公共顶点旋转一定角度后, 两个三角形能够完全重合, 则称这两个三角形为旋转型全等三角形. 识别旋转型全等三角形时, 涉及对顶角相等、等角加(减)公共角相等条件.



关键点拨

证明  $\triangle BAC \cong \triangle EAD$  是解题关键.

**3.【解】**(1) 因为  $\angle DAB = \angle CAE$ , 所以  $\angle DAB + \angle BAC = \angle CAE + \angle BAC$ , 所以  $\angle DAC = \angle BAE$ .  
又因为  $AD = AB, AC = AE$ , 所以  $\triangle BAE \cong \triangle DAC$  (SAS).

(2) 因为  $\triangle BAE \cong \triangle DAC$ , 所以  $\angle E = \angle C$ .  
因为  $\angle CAD = 125^\circ, \angle D = 20^\circ$ , 所以  $\angle C = 180^\circ - (\angle CAD + \angle D) = 180^\circ - (125^\circ + 20^\circ) = 35^\circ$ , 所以  $\angle E = \angle C = 35^\circ$ .

**4.【解】**(1) 在正方形  $ABCD$  与正方形  $CEFH$  中,  $BC = DC, CH = CE, \angle BCD = \angle ECH = 90^\circ$ , 所以  $\angle BCD + \angle DCH = \angle ECH + \angle DCH$ , 即  $\angle BCH = \angle DCE$ .

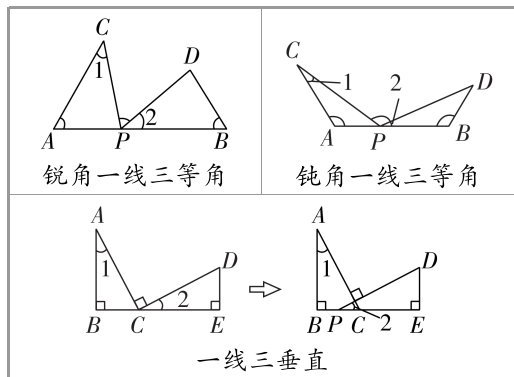
在  $\triangle BCH$  和  $\triangle DCE$  中,  $\begin{cases} BC = DC, \\ \angle BCH = \angle DCE, \\ CH = CE, \end{cases}$

所以  $\triangle BCH \cong \triangle DCE$  (SAS), 所以  $BH = DE$ .

(2) 设  $BH$  与  $CD$  相交于点  $O$ . 因为  $\triangle BCH \cong \triangle DCE$ , 所以  $\angle CBH = \angle CDE$ . 又因为  $\angle BOC = \angle DOM$ , 所以  $\angle DMB = \angle BCD = 90^\circ$ , 所以  $BH \perp DE$ .

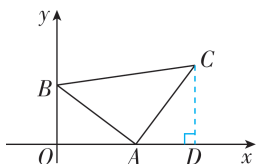
### 大招解读 | 一线三等角模型(K型)

三个相等的角在同一直线上, 称为一线三等角模型(若相等的角为直角则可称为一线三垂直模型), 利用三等角关系可找到三角形全等所需的角相等条件(如  $\angle 1 = \angle 2$ ).



**5.【解】**(1)  $\because A(4,0), B(0,3), \therefore OA = 4, OB = 3, \therefore OA \cdot OB = 4 \times 3 = 12$ .

(2) 如图, 作  $CD \perp x$  轴于点  $D$ , 则  $\angle AOB = \angle CDA = 90^\circ, \therefore \angle ACD + \angle CAD = 90^\circ$ .



$\because \angle BAC = 90^\circ, \therefore \angle CAD + \angle BAO = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle ACD = \angle BAO$ .

### 思路分析

本题是与全等三角形有关的探究题, 运用类比的方法解决问题是解本题的关键.

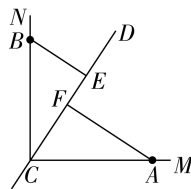
在  $\triangle BAO$  和  $\triangle ACD$  中,  $\begin{cases} \angle AOB = \angle CDA = 90^\circ, \\ \angle BAO = \angle ACD, \\ AB = CA, \end{cases}$

$\therefore \triangle BAO \cong \triangle ACD$  (AAS),  $\therefore AD = OB = 3, CD = OA = 4, \therefore OD = OA + AD = 4 + 3 = 7, \therefore C(7,4)$ .

**6.【解】**(1) ①  $EF = |BE - AF|$ . 证明: 如题图(1), 当  $E$  在  $F$  的左侧时,  $\because \angle BEC = \angle CFA = \angle \alpha = \angle BCA = 90^\circ, \therefore \angle BCE + \angle ACF = 90^\circ, \angle CBE + \angle BCE = 90^\circ, \therefore \angle CBE = \angle ACF$ . 在  $\triangle BCE$  和

$\triangle CAF$  中,  $\begin{cases} \angle CBE = \angle ACF, \\ \angle BEC = \angle CFA, \\ BC = CA, \end{cases}$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CAF$  (AAS),  $\therefore BE = CF, CE = AF, \therefore EF = CF - CE = BE - AF$ . 如图, 当  $E$  在  $F$  的右侧时, 同理可证  $EF = AF - BE, \therefore EF = |BE - AF|$ .



②  $\angle \alpha + \angle ACB = 180^\circ$  时, ① 中的结论仍然成立.

当  $E$  在  $F$  的左侧时,  $\because \angle BEC = \angle CFA = \angle \alpha, \angle \alpha + \angle ACB = 180^\circ, \therefore \angle CBE + \angle BCE = 180^\circ - \angle \alpha, \angle ACF + \angle BCE = 180^\circ - \angle \alpha, \therefore \angle CBE = \angle ACF$ .

在  $\triangle BCE$  和  $\triangle CAF$  中,  $\begin{cases} \angle CBE = \angle ACF, \\ \angle BEC = \angle CFA, \\ BC = CA, \end{cases}$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CAF$  (AAS),  $\therefore BE = CF, CE = AF, \therefore EF = CF - CE = BE - AF$ . 当  $E$  在  $F$  的右侧时, 同理可证  $EF = AF - BE, \therefore EF = |BE - AF|$ . 故答案为  $\angle \alpha + \angle ACB = 180^\circ$ .

(2)  $EF = BE + AF$ . 证明:

$\because \angle BEC = \angle CFA = \angle \alpha, \angle \alpha = \angle BCA, \angle EBC + \angle BCE + \angle BEC = 180^\circ, \angle BCE + \angle ACF + \angle BCA = 180^\circ, \therefore \angle EBC = \angle ACF$ .

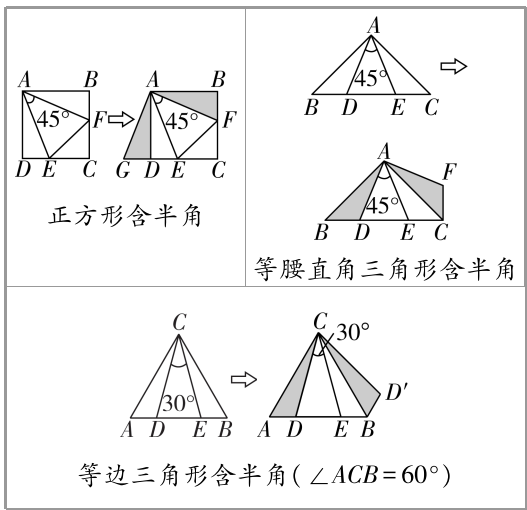
在  $\triangle BEC$  和  $\triangle CFA$  中,  $\begin{cases} \angle EBC = \angle FCA, \\ \angle BEC = \angle CFA, \\ BC = CA, \end{cases}$

$\therefore \triangle BEC \cong \triangle CFA$  (AAS),  $\therefore AF = CE, BE = CF, \therefore EF = CF + CE = BE + AF$ .



### 大招解读 | 半角模型

半角模型中的重要元素:(1)半角;(2)邻边相等.半角模型中经常通过旋转将分散的条件集中起来,进而通过证明两个三角形全等进行解题.半角模型求解中一般涉及两次全等证明,一次旋转型全等,一次对称型全等.



7.【解】(1)在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADG$ 中,  $\begin{cases} BE=DG, \\ \angle B=\angle ADG, \\ AB=AD, \end{cases}$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$  (SAS), 所以 $AE=AG$ ,  $\angle BAE=\angle DAG$ . 因为 $\angle BAD=120^\circ$ ,  $\angle EAF=60^\circ$ , 所以 $\angle EAF=\frac{1}{2}\angle BAD$ , 所以 $\angle GAF=\angle DAG+\angle DAF=\angle BAE+\angle DAF=\angle BAD-\angle EAF=\angle EAF$ . 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AGF$ 中,

$\begin{cases} AE=AG, \\ \angle EAF=\angle GAF, \\ AF=AF, \end{cases}$  所以 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$  (SAS),

所以 $EF=FG$ . 因为 $FG=DG+DF=BE+DF$ , 所以 $EF=BE+DF$ . 故答案为 $EF=BE+DF$ .

(2)结论 $EF=BE+DF$ 仍然成立. 理由: 如图(1), 延长 $FD$ 到点 $G$ , 使 $DG=BE$ , 连接 $AG$ . 因为 $\angle B+\angle CDA=180^\circ$ ,  $\angle ADG+\angle CDA=180^\circ$ , 所以 $\angle B=\angle ADG$ . 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADG$ 中,

$\begin{cases} BE=DG, \\ \angle B=\angle ADG, \\ AB=AD, \end{cases}$  所以 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$  (SAS),

以 $AE=AG$ ,  $\angle BAE=\angle DAG$ . 因为 $\angle EAF=\frac{1}{2}\angle BAD$ , 所以 $\angle GAF=\angle DAG+\angle DAF=\angle BAE+\angle DAF=\angle BAD-\angle EAF=\angle EAF$ . 在

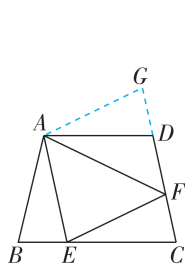
$\triangle AEF$ 和 $\triangle AGF$ 中,  $\begin{cases} AE=AG, \\ \angle EAF=\angle GAF, \\ AF=AF, \end{cases}$  所以

### 思路分析

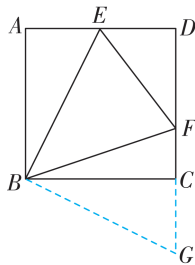
(2) 延长 $FD$ 到点 $G$ , 使 $DG=BE$ , 连接 $AG$ , 即可说明 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$ , 可得 $AE=AG$ , 再说明 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$ , 可得 $EF=FG$ , 即可解题.

(3) 延长 $DC$ 到点 $G$ , 使 $CG=AE$ , 连接 $BG$ , 根据“SAS”可判定 $\triangle AEB \cong \triangle CGB$ , 故可得 $BE=BG$ ,  $\angle ABE=\angle CBG$ , 从而推出 $\angle EBF=\angle GBF$ , 即可由“SAS”判定 $\triangle EBF \cong \triangle GBF$ , 得 $EF=GF$ , 进而得出结果.

$\triangle AEF \cong \triangle AGF$  (SAS), 所以 $EF=FG$ . 因为 $FG=DG+DF=BE+DF$ , 所以 $EF=BE+DF$ .



图(1)



图(2)

(3)  $\triangle DEF$ 的周长是10. 如图(2), 延长 $DC$ 到点 $G$ , 使 $CG=AE$ , 连接 $BG$ . 因为四边形 $ABCD$ 是正方形, 所以 $\angle A=\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$ ,

$AB=BC$ . 在 $\triangle AEB$ 与 $\triangle CGB$ 中,  $\begin{cases} AE=CG, \\ \angle A=\angle BCG, \\ AB=CB, \end{cases}$

所以 $\triangle AEB \cong \triangle CGB$  (SAS), 所以 $BE=BG$ ,  $\angle ABE=\angle CBG$ . 因为 $\angle EBF=45^\circ$ ,  $\angle ABC=90^\circ$ , 所以 $\angle ABE+\angle CBF=45^\circ$ , 所以 $\angle CBF+\angle CBG=45^\circ$ , 所以 $\angle EBF=\angle GBF$ .

在 $\triangle EBF$ 与 $\triangle GBF$ 中,  $\begin{cases} BE=BG, \\ \angle EBF=\angle GBF, \\ BF=BF, \end{cases}$

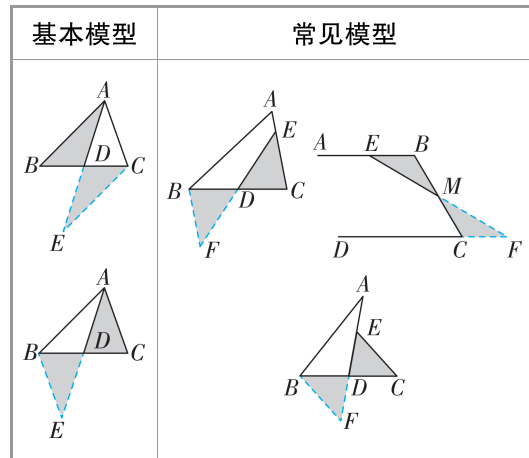
所以 $\triangle EBF \cong \triangle GBF$  (SAS), 所以 $EF=GF$ , 所以 $\triangle DEF$ 的周长为 $EF+ED+DF=AE+CF+ED+DF=AD+CD=5+5=10$ .

### 大招专题3 构造全等三角形的常用方法

#### 刷难关

#### 大招解读 | 倍长中线法

“倍长中线法”就是将三角形的中线延长一倍, 构造出全等三角形, 从而运用全等三角形的有关知识来解决问题的方法.



1.【解】如图, 延长 $AD$ 至 $M$ , 使 $DM=AD$ .

因为  $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线, 所以  $BD=CD$ .

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle MCD$

$$\text{中, } \begin{cases} BD=CD, \\ \angle ADB=\angle MDC, \\ AD=MD, \end{cases}$$

所以  $\triangle ABD \cong \triangle MCD$  (SAS), 所以  $MC=AB$ ,  $\angle B=\angle MCD$ .

因为  $AB=CE$ , 所以  $CM=CE$ .

因为  $\angle BAC=\angle BCA$ , 所以  $\angle B+\angle BAC=\angle ACB+\angle MCD$ , 即  $\angle ACE=\angle ACM$ .

$$\text{在 } \triangle ACE \text{ 和 } \triangle ACM \text{ 中, } \begin{cases} AC=AC, \\ \angle ACE=\angle ACM, \\ CE=CM, \end{cases}$$

所以  $\triangle ACE \cong \triangle ACM$  (SAS), 所以  $AE=AM$ .

因为  $AM=2AD$ , 所以  $AE=2AD$ .

2. 【解】(1) 如图(1), 延长

$AD$  到  $E$ , 使得  $AD=DE$ ,

则  $AE=2AD$ .  $\because D$  是  $BC$

的中点,  $\therefore BD=CD$ . 在

$\triangle ACD$  和  $\triangle EBD$  中,

$$\begin{cases} CD=BD, \\ \angle ADC=\angle EDB, \\ AD=DE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle EBD$  (SAS),  $\therefore BE=AC$ . 在

$\triangle ABE$  中, 由三角形的三边关系可得  $AB-BE < AE < AB+BE$ , 即  $AB-BE < 2AD < AB+BE$ .  $\because AB=$

$9, AC=BE=5, \therefore 9-5 < 2AD < 9+5, \therefore 2 < AD < 7$ ,

$\therefore BC$  边上的中线  $AD$  的取值范围为  $2 < AD < 7$ .

(2)  $EF=2AD$  且  $EF \perp$

$AD$ . 证明如下: 如图

(2), 延长  $AD$  到  $G$ , 使得

$AD=DG$ , 延长  $DA$  交  $EF$

于点  $H$ . 同(1)可证

$\triangle ACD \cong \triangle GBD, \therefore AC=$

$BG, \angle DAC=\angle DGB$ ,

$\therefore \angle BAC=\angle BAD+\angle DAC$

$=\angle BAD+\angle DGB$ ,

$\therefore \angle ABG+\angle BAD+\angle DGB=\angle ABG+\angle BAC=180^\circ$ .

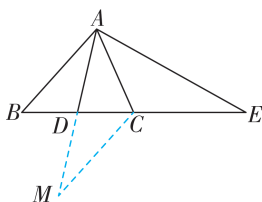
$\therefore \angle BAE=\angle FAC=90^\circ$ ,

$\therefore \angle EAF+\angle BAC=180^\circ, \therefore \angle EAF=\angle ABG$ .

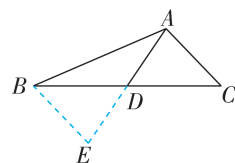
$\because AC=AF, AC=BG, \therefore BG=AF$ . 在  $\triangle ABG$  和

$\triangle EAF$  中,  $\begin{cases} AB=AE, \\ \angle ABG=\angle EAF, \\ BG=AF, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle EAF$  (SAS),  $\therefore EF=AG, \angle HEA=\angle BAG$ .



图(1)



图(2)

### 思路分析

由于  $AB$  与  $AD$  和  $BC$  之间没有什么直接的联系, 所以必须通过作辅助线建立  $AB$  与  $AD$  和  $BC$  之间的联系, 进而求解. 可以在  $AB$  上截取  $AF=AD$ , 连接  $EF$ , 证明  $\triangle BCE \cong \triangle BFE$ ; 也可延长  $BC$  至点  $F$ , 使  $BF=AB$ , 连接  $EF$ , 证明  $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ , 进而得出三条线段之间的关系.

$\therefore AG=2AD, \therefore EF=2AD. \therefore \angle BAE=90^\circ, \therefore \angle EAH+\angle BAG=90^\circ. \therefore \angle HEA=\angle BAG, \therefore \angle HEA+\angle EAH=90^\circ, \therefore \angle AHE=90^\circ, \therefore AD \perp EF$ . 综上所述,  $EF=2AD$  且  $EF \perp AD$ .

### 大招解读 | 截长补短法

“截长补短法”的具体做法: 在某一条线段上截取一条线段与特定线段相等, 或将某条线段延长, 使之与特定线段相等, 构造出全等三角形, 再利用全等三角形的有关性质解决问题. 当题目中出现线段和差关系的时候, 一般都可以用“截长补短法”求解.

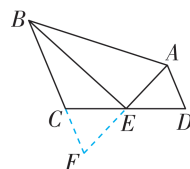
3. 【证明】补短法: 如图(1), 延长  $BC$  至点  $F$ , 使  $BF=AB$ , 连接  $EF$ . 因为  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle CBA+\angle BAD=180^\circ$ . 因为  $BE$  平分  $\angle CBA$ ,  $AE$  平分  $\angle BAD$ , 所以  $\angle ABE=\angle EBF, \angle BAE=\angle DAE$ , 所以  $\angle EBA+\angle BAE=90^\circ$ , 所以  $\angle BEA=180^\circ-(\angle EBA+\angle BAE)=90^\circ$ .

$$\text{在 } \triangle ABE \text{ 和 } \triangle FBE \text{ 中, } \begin{cases} AB=FB, \\ \angle ABE=\angle FBE, \\ BE=BE, \end{cases}$$

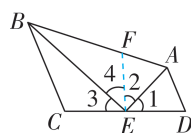
$\triangle ABE \cong \triangle FBE$  (SAS), 所以  $\angle BEA=\angle BEF=90^\circ, AE=FE$ , 所以  $A, E, F$  三点共线. 因为  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle EAD=\angle F$ .

$$\text{在 } \triangle ADE \text{ 和 } \triangle FCE \text{ 中, } \begin{cases} \angle EAD=\angle F, \\ AE=FE, \\ \angle AED=\angle FEC, \end{cases}$$

所以  $\triangle ADE \cong \triangle FCE$  (ASA), 所以  $AD=CF$ , 所以  $AB=BC+CF=BC+AD$ .



图(1)



图(2)

截长法: 如图(2), 在  $AB$  上截取  $AF=AD$ , 连接  $EF$ . 因为  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle ABC+\angle DAB=180^\circ$ .

又因为  $BE$  平分  $\angle ABC$ ,  $AE$  平分  $\angle DAB$ , 所以  $\angle ABE=\angle EBC, \angle DAE=\angle FAE$ , 所以  $\angle ABE+\angle EAB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle DAB)=90^\circ$ , 所以  $\angle AEB=90^\circ$ , 即  $\angle 2+\angle 4=90^\circ$ .

$\therefore \angle EAF+\angle BAC=180^\circ, \therefore \angle EAF=\angle ABG$ .

$\because AC=AF, AC=BG, \therefore BG=AF$ . 在  $\triangle ABG$  和

$\triangle EAF$  中,  $\begin{cases} AB=AE, \\ \angle ABG=\angle EAF, \\ BG=AF, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle EAF$  (SAS),  $\therefore EF=AG, \angle HEA=\angle BAG$ .

$\therefore \angle EAF+\angle BAC=180^\circ, \therefore \angle EAF=\angle ABG$ .

$\because AC=AF, AC=BG, \therefore BG=AF$ . 在  $\triangle ABG$  和

$\triangle EAF$  中,  $\begin{cases} AB=AE, \\ \angle ABG=\angle EAF, \\ BG=AF, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle EAF$  (SAS),  $\therefore EF=AG, \angle HEA=\angle BAG$ .

$\therefore \angle EAF+\angle BAC=180^\circ, \therefore \angle EAF=\angle ABG$ .

$\because AC=AF, AC=BG, \therefore BG=AF$ . 在  $\triangle ABG$  和

$\triangle EAF$  中,  $\begin{cases} AB=AE, \\ \angle ABG=\angle EAF, \\ BG=AF, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle EAF$  (SAS),  $\therefore EF=AG, \angle HEA=\angle BAG$ .

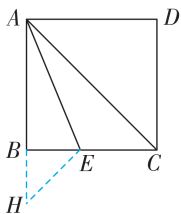
在  $\triangle BCE$  和  $\triangle BFE$  中,  $\begin{cases} \angle CBE = \angle FBE, \\ BE = BE, \\ \angle 3 = \angle 4, \end{cases}$   
所以  $\triangle BCE \cong \triangle BFE$  (ASA), 所以  $BC = BF$ , 所以  $AB = BF + AF = BC + AD$ .

4. 【解】方法一: (补短法) 如图(1), 延长  $AB$  至  $H$ , 使  $AH = AC$ , 连接  $EH$ . 因为  $AE$  平分  $\angle BAC$ ,

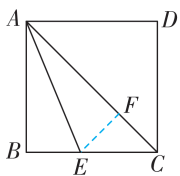
所以  $\angle HAE = \angle CAE$ .

在  $\triangle AEH$  和  $\triangle AEC$  中,  $\begin{cases} AH = AC, \\ \angle HAE = \angle CAE, \\ AE = AE, \end{cases}$

所以  $\triangle AEH \cong \triangle AEC$  (SAS), 所以  $\angle H = \angle ACE = 45^\circ$ . 又因为  $\angle EBH = 180^\circ - \angle ABE = 90^\circ$ , 所以  $\triangle HBE$  是等腰直角三角形, 所以  $BH = BE$ , 所以  $AB + BE = AB + BH = AH = AC$ .



图(1)



图(2)

方法二: (截长法) 如图(2), 在  $AC$  上截取  $AF = AB$ , 连接  $EF$ . 因为  $AE$  是  $\angle BAC$  的平分线, 所以  $\angle BAE = \angle FAE$ .

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle AFE$  中,  $\begin{cases} AB = AF, \\ \angle BAE = \angle FAE, \\ AE = AE, \end{cases}$

所以  $\triangle ABE \cong \triangle AFE$  (SAS),

所以  $BE = FE$ ,  $\angle ABE = \angle AFE = 90^\circ$ .

因为  $\angle ACE = 45^\circ$ , 所以  $\triangle EFC$  是等腰直角三角形, 所以  $CF = EF = BE$ , 所以  $AB + BE = AF + CF = AC$ .

## 14.3 角的平分线

### 课时1 角平分线的性质



1. (1) 【解】由作图过程可知, 射线  $OC$  为  $\angle MON$  的平分线. 故答案为平分线.

(2) 【证明】由作图过程可得,  $OA = OB$ ,  $AC =$

$BC$ . 在  $\triangle AOC$  和  $\triangle BOC$  中,  $\begin{cases} OA = OB, \\ OC = OC, \\ AC = BC, \end{cases}$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOC$  (SSS),  $\therefore \angle AOC = \angle BOC$ ,

$\therefore$  射线  $OC$  为  $\angle MON$  的平分线.

刷有所得  
截长法和补短法可以根据题目条件灵活应用.

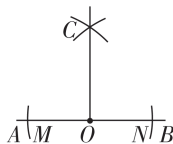
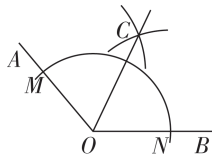
### 归纳总结

已知三角形的角平分线的交点到一边的距离及三角形的周长求面积时, 一般利用角平分线的性质得三角形的角平分线的交点到三角形三边的距离相等, 利用三角形的面积公式列式求解. 本题中,  $O$  为三角形三条内角平分线的交点, 一般结论为  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(AB + BC + CA) \cdot OD$ .

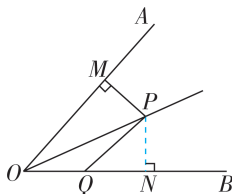
### 易错警示

点  $D$  位置不确定, 注意不要漏解.

2. 【解】如图所示, 射线  $OC$  即为角平分线.



3. B 【解析】如图,  $OP$  平分  $\angle AOB$ ,  $PM = 6$ ,  $PM \perp OA$ , 过点  $P$  作  $PN \perp OB$  于  $N$ , 则  $PM = PN = 6$ .  $\therefore$  点  $Q$  是  $OB$  边上的任意一点,  $\therefore PQ \geq 6$ . 故选 B.



4. D 【解析】如图, 过点  $O$  作  $OE \perp AB$  于  $E$ ,  $OF \perp AC$  于  $F$ , 连接  $OA$ .

$\therefore BO, CO$  分别平分  $\angle ABC$

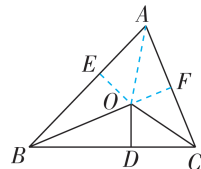
和  $\angle ACB$ ,  $OD \perp BC$ ,  $\therefore OE =$

$OD$ ,  $OD = OF$ , 即  $OE = OF =$

$OD = 4$ ,  $\therefore \triangle ABC$  的面积为  $S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} +$

$S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \times AB \times OE + \frac{1}{2} \times AC \times OF + \frac{1}{2} \times BC \times OD =$

$\frac{1}{2} \times 4 \times (AB + AC + BC) = \frac{1}{2} \times 4 \times 34 = 68$ . 故选 D.



5. D 【解析】根据作图方法可得点  $P$  在第二象限的角平分线上,  $\therefore$  点  $P$  到  $x$  轴、 $y$  轴的距离相等,  $\therefore a = -b$ ,  $\therefore a + b = 0$ , 故选 D.

6. 3 或 7 【解析】如图, 过点  $P$

作  $PE \perp OA$  于点  $E$ .  $\therefore OC$  平

分  $\angle AOB$ ,  $PE \perp OA$ ,  $PN \perp OB$ ,

$\therefore PE = PN$ .  $\therefore OP = OP$ ,

$\therefore \text{Rt} \triangle OPE \cong \text{Rt} \triangle OPN$  (HL),  $\therefore OE = ON = 5$ .

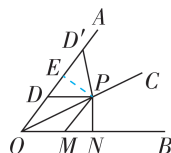
$\therefore OM = 3$ ,  $ON = 5$ ,  $\therefore MN = 2$ . 若点  $D$  在线段  $OE$

上,  $\therefore PM = PD$ ,  $PE = PN$ ,  $\therefore \text{Rt} \triangle PMN \cong$

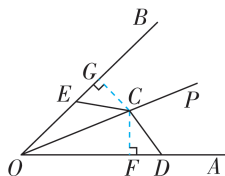
$\text{Rt} \triangle PDE$  (HL),  $\therefore DE = MN = 2$ ,  $\therefore OD = OE -$

$DE = 3$ . 若点  $D'$  在射线  $EA$  上, 同理可得  $D'E =$

$MN = 2$ ,  $\therefore OD' = OE + D'E = 7$ . 故答案为 3 或 7.



7. 【证明】如图, 过点  $C$  作  $CF \perp OA$  于点  $F$ ,  $CG \perp OB$  于点  $G$ , 则  $\angle OFC = \angle OGC = 90^\circ$ .



$\therefore \angle OFC + \angle OGC + \angle FOG + \angle FCG = 360^\circ$ ,

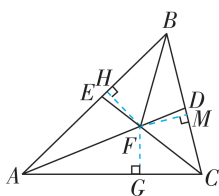
$\therefore \angle FOG + \angle FCG = 180^\circ$ .  $\therefore \angle DCE = 180^\circ - \alpha$ ,

$\angle AOB = \alpha$ ,  $\therefore \angle DCE + \angle AOB = 180^\circ$ ,  
 $\therefore \angle FCG = \angle DCE$ , 即  $\angle FCE + \angle ECG =$   
 $\angle FCE + \angle DCF$ ,  $\therefore \angle ECG = \angle DCF$ . 又  $\because OP$   
 为  $\angle AOB$  的平分线,  $CF \perp OA$ ,  $CG \perp OB$ ,  $\therefore CF =$   
 $CG$ ,  $\therefore \triangle CEG \cong \triangle CDF$  (ASA),  $\therefore CD = CE$ .

### 刷提升

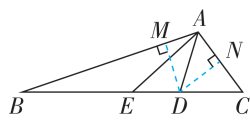
1. **B** 【解析】 $\because BD \perp CD$ ,  $\therefore \angle BDC = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle C + \angle CBD = 90^\circ$ .  $\because \angle A = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ABD +$   
 $\angle ADB = 90^\circ$ .  $\because \angle ADB = \angle C$ ,  $\therefore \angle ABD =$   
 $\angle CBD$ ,  $\therefore BD$  是  $\angle ABC$  的平分线. 当  $DP \perp BC$   
 时,  $DP$  的长度最小.  $\because \angle A = 90^\circ$ ,  $\therefore DA \perp AB$ ,  
 $\therefore DP$  长的最小值与  $AD$  长相等.  $\because AD = 4$ ,  
 $\therefore DP$  长的最小值是 4, 故选 B.

2. **C** 【解析】如图, 过点  $F$  作  $FG \perp AC$ ,  $FH \perp$   
 $AB$ ,  $FM \perp BC$ .  $\because AD, CE$   
 分别是  $\angle BAC, \angle BCA$  的  
 平分线,  $\therefore FG = FH, FG =$   
 $FM$ ,  $\therefore FH = FM$ ,  $\therefore BF$  平  
 分  $\angle ABC$ , 故丙说法正确.



$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABF} + S_{\triangle ACF} + S_{\triangle BCF} = \frac{1}{2} AB \cdot FH +$   
 $\frac{1}{2} AC \cdot FG + \frac{1}{2} BC \cdot FM = \frac{1}{2} (AB + AC + BC) \cdot$   
 $FG = 42$ .  $\because \triangle ABC$  的周长为 21,  $\therefore AB + BC +$   
 $AC = 21$ ,  $\therefore FG = 4$ ,  $\therefore$  点  $F$  到  $AC$  的距离为 4,  
 故乙说法错误. 条件不足, 无法得到  $FE = FD$ ,  
 故甲说法错误. 故选 C.

3.  $\frac{3}{7}$  【解析】如图, 过点  $D$  作  $DM \perp AB$  于点  $M$ ,  
 $DN \perp AC$  于点  $N$ .  $\because AD$   
 为  $\angle BAC$  的平分线,  
 $\therefore DM = DN$ . 设点  $A$  到



$BC$  的距离为  $h$ , 则  $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\frac{1}{2} AB \cdot DM}{\frac{1}{2} AC \cdot DN} =$

$\frac{\frac{1}{2} BD \cdot h}{\frac{1}{2} DC \cdot h}$ ,  $\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ .  $\because 7AB = 13AC$ ,  $\therefore \frac{AB}{AC} =$

$\frac{13}{7}$ ,  $\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{13}{7}$ , 即  $BD = \frac{13}{7} CD$ ,  $\therefore CD = \frac{7}{20} BC$ .

$\because AE$  为  $\triangle ABC$  的中线,  $\therefore BE = EC = \frac{1}{2} BC$ ,

### 思路分析

(1) 根据垂直  
 的定义得到  
 $\angle ADC = 90^\circ$ ,  
 进而得到  
 $\angle DAC$ . 根据  
 角平分线的定  
 义得到  $\angle BAO$   
 的度数, 再根  
 据三角形的内  
 角和定理及角  
 平分线的定义  
 得到  $\angle ABO$   
 的度数, 即可  
 得到  $\angle BOA$   
 的度数;

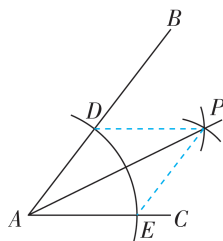
(2) 连接  $OC$ ,  
 过点  $O$  作  $OM \perp$   
 $BC$ ,  $ON \perp AC$ ,  
 根据角平分线  
 的性质得到  
 $OM = ON$ , 证  
 明  $\text{Rt} \triangle OEM \cong$   
 $\text{Rt} \triangle OFN$ , 根  
 据全等三角形  
 的性质得到  
 $\angle EOM = \angle FON$ ,  
 进而利用角的  
 和差可得答  
 案;

(3) 过  $O$  作  
 $OD \perp AB$  于  
 $D$ ,  $OG \perp BC$  于  
 $G$ ,  $OH \perp AC$  于  
 $H$ , 根据角平  
 分线的性质得  
 到  $OD = OG =$   
 $OH$ , 再根据三  
 角形的面积公  
 式即可得答  
 案.

$\therefore DE = EC - CD = \frac{3}{20} BC$ .  $\because ED = kDC$ ,  $\therefore k = \frac{DE}{DC} =$

$\frac{3}{7}$ . 故答案为  $\frac{3}{7}$ .

4. (1) 【解】如图, 连接  $PD, PE$ .



由作图可知  $AD = AE$ ,  $PD = PE$ .  $\because AP = AP$ ,  
 $\therefore \triangle ADP \cong \triangle AEP$  (SSS),  $\therefore \angle PAB = \angle PAC$ ,  
 即  $AP$  平分  $\angle BAC$ . 故答案为  $AP$  平分  $\angle BAC$ .

(2) 【证明】由 (1) 得  $AP$  平分  $\angle BAC$ .  $\because HM \perp$   
 $AB$ ,  $HG \perp AC$ ,  $\therefore HM = HG$ ,  $\angle HMF = \angle HGN =$   
 $90^\circ$ . 在  $\text{Rt} \triangle HMF$  和  $\text{Rt} \triangle HGN$  中,  $\begin{cases} FH = NH, \\ HM = HG, \end{cases}$   
 $\therefore \text{Rt} \triangle HMF \cong \text{Rt} \triangle HGN$  (HL),  $\therefore MF = GN$ .

(3) 【解】由 (2) 得  $HM = HG$ ,  $\angle HMA = \angle HGA =$   
 $90^\circ$ ,  $\text{Rt} \triangle HMF \cong \text{Rt} \triangle HGN$ ,  $\therefore S_{\text{Rt} \triangle HMF} = S_{\text{Rt} \triangle HGN}$ .

在  $\text{Rt} \triangle HMA$  和  $\text{Rt} \triangle HGA$  中,  $\begin{cases} AH = AH, \\ HM = HG, \end{cases}$   
 $\therefore \text{Rt} \triangle HMA \cong \text{Rt} \triangle HGA$  (HL),  $\therefore S_{\text{Rt} \triangle HMA} =$   
 $S_{\text{Rt} \triangle HGA}$ ,  $\therefore S_{\text{四边形AFHN}} = S_{\text{Rt} \triangle HMF} + S_{\text{Rt} \triangle HMA} + S_{\triangle HNA} =$   
 $S_{\text{Rt} \triangle HGN} + S_{\text{Rt} \triangle HMA} + S_{\triangle HNA} = 2S_{\triangle AGH} = 10$ . 故答案  
 为 10.

### 刷素养

5. 【解】(1)  $\because AD \perp BC$ ,  $\therefore \angle ADC = 90^\circ$ .

$\because \angle C = 70^\circ$ ,  $\therefore \angle DAC = 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ .

$\because \angle BAC = 50^\circ$ ,  $\angle C = 70^\circ$ ,  $AE$  是  $\angle BAC$  的平分  
 线,  $\therefore \angle BAO = 25^\circ$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ .  $\because BF$  是  
 $\angle ABC$  的平分线,  $\therefore \angle ABO = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle BOA =$   
 $180^\circ - \angle BAO - \angle ABO = 180^\circ - 25^\circ - 30^\circ = 125^\circ$ .

(2) 连接  $OC$ , 如图 (1).  $\because AE$ ,  
 $BF$  是角平分线, 且交于  $O$  点,  
 $\therefore$  易知  $CO$  是  $\angle ACB$  的平分  
 线,  $\therefore \angle OCF = \angle OCE$ . 过点  $O$   
 作  $OM \perp BC$ ,  $ON \perp AC$ , 则  $OM =$   
 $ON$ . 在  $\text{Rt} \triangle OEM$  与  $\text{Rt} \triangle OFN$

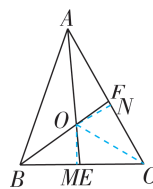


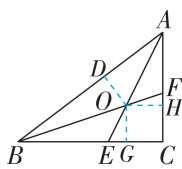
图 (1)

中,  $\begin{cases} OE = OF, \\ OM = ON, \end{cases} \therefore \text{Rt} \triangle OEM \cong \text{Rt} \triangle OFN$  (HL),  
 $\therefore \angle EOM = \angle FON$ ,  $\therefore \angle MON = \angle EOF = 180^\circ -$

$\angle ACB$ .  $\because AE, BF$  是角平分线,  $\therefore$  易得  $\angle AOB = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ACB$ . 又  $\because \angle AOB = \angle EOF$ ,  $\therefore 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ACB = 180^\circ - \angle ACB$ ,  $\therefore \angle ACB = 60^\circ$ .

(3) 如图(2), 过点  $O$  作  $OD \perp AB$  于  $D$ ,  $OG \perp BC$  于  $G$ ,  $OH \perp AC$  于  $H$ .

$\because AE, BF$  是角平分线, 且交于  $O$  点,  $\therefore OD = OG = OH$ ,



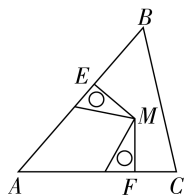
图(2)

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times OD + \frac{1}{2} \times 8 \times OG + \frac{1}{2} \times 6 \times OH, \therefore OD = 2, \therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10.$$

## 课时2 角平分线的判定

### 刷基础

1. **A** 【解析】如图,  $\because ME \perp AB, MF \perp AC, ME = MF$ ,  $\therefore$  点  $M$  在  $\angle A$  的平分线上, 故选 A.



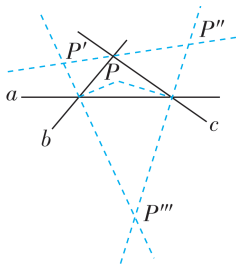
**关键点拨**  
掌握角平分线的判定定理是解题关键.

2. **B** 【解析】 $\because \angle BOC = 110^\circ$ ,  $\therefore \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ .  $\because$  点  $O$  在  $\triangle ABC$  内, 且到三边的距离相等,  $\therefore OB$  平分  $\angle ABC$ ,  $OC$  平分  $\angle ACB$ ,  $\therefore \angle ABC = 2 \angle OBC$ ,  $\angle ACB = 2 \angle OCB$ ,  $\therefore \angle ABC + \angle ACB = 2(\angle OBC + \angle OCB) = 140^\circ$ ,  $\therefore \angle A = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ . 故选 B.

### 思路分析

(2) 过点  $C$  作  $CM \perp BD$  于点  $M$ ,  $CN \perp AE$ , 交  $AE$  的延长线于点  $N$ , 结合

3. **4** 【解析】 $\because$  点  $P$  到三条直线的距离相等,  $\therefore$  点  $P$  是三条直线  $a, b, c$  所形成的角的平分线的交点, 如图所示, 图中点  $P$ , 点  $P'$ , 点  $P''$ , 点  $P'''$  即为所求, 故答案为 4.



4. **80°** 【解析】由题意, 得  $OP$  平分  $\angle AOB$ ,  $\therefore \angle AOB = 2 \angle POB = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ . 由长方形直

尺可知  $CP \parallel OB$ ,  $\therefore \angle ACP = \angle AOB = 80^\circ$ . 故答案为  $80^\circ$ .

5. 【证明】(1)  $\because \angle ACB = \angle DCE$ ,  $\therefore \angle ACD = \angle BCE$ .

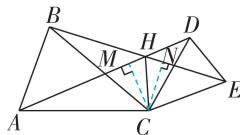
$$\text{在 } \triangle ACD \text{ 和 } \triangle BCE \text{ 中, } \begin{cases} CA = BC, \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$  (SAS).

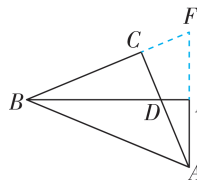
(2) 如图, 过点  $C$  作  $CM \perp AD$  于  $M$ ,  $CN \perp BE$  于  $N$ .  $\because \triangle ACD \cong \triangle BCE$ ,  $\therefore \angle CAM = \angle CBN$ . 在

$$\triangle ACM \text{ 和 } \triangle BCN \text{ 中, } \begin{cases} \angle AMC = \angle BNC = 90^\circ, \\ \angle CAM = \angle CBN, \\ AC = BC, \end{cases}$$

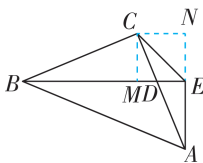
$\therefore \triangle ACM \cong \triangle BCN$  (AAS),  $\therefore CM = CN$ . 又  $\because CM \perp AD, CN \perp BE$ ,  $\therefore HC$  平分  $\angle AHE$ .



6. (1) 【证明】如图(1), 延长  $BC, AE$ , 相交于点  $F$ .  $\because AE \perp BE$ ,  $\therefore \angle AEB = 90^\circ$ .  $\because \angle ACB = 90^\circ = \angle AEB$ ,  $\angle BDC = \angle ADE$ ,  $\therefore \angle CBD = \angle CAE$ . 又  $\because BC = AC$ ,  $\angle BCD = \angle ACF = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACF$  (ASA),  $\therefore BD = AF$ .  $\because BD$  是  $\angle ABC$  的平分线,  $\therefore \angle ABE = \angle FBE$ .  $\because AE \perp BD$ ,  $\therefore \angle AEB = \angle FEB = 90^\circ$ . 又  $\because BE = BE$ ,  $\therefore \triangle ABE \cong \triangle FBE$  (ASA),  $\therefore AE = FE$ ,  $\therefore AF = 2AE$ ,  $\therefore BD = 2AE$ .



图(1)



图(2)

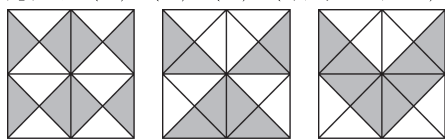
- (2) 【解】 $\angle BEC$  的大小不变. 如图(2), 过点  $C$  作  $CM \perp BD$  于点  $M$ ,  $CN \perp AE$ , 交  $AE$  的延长线于点  $N$ , 则  $\angle BMC = \angle ANC = 90^\circ$ .  $\because AE \perp BD$ ,  $\therefore \angle BEN = 90^\circ$ . 由(1)知  $\angle CBD = \angle CAE$ . 又  $\because AC = BC$ ,  $\therefore \triangle BCM \cong \triangle ACN$  (AAS),  $\therefore CM = CN$ ,  $\therefore EC$  是  $\angle BEN$  的平分线,  $\therefore \angle BEC = \frac{1}{2} \angle BEN = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ , 即  $\angle BEC$  的大小不变, 为定值  $45^\circ$ .



# 数学活动

## 刷活动

1. 【解】如图(1)、(2)、(3). (答案不唯一)



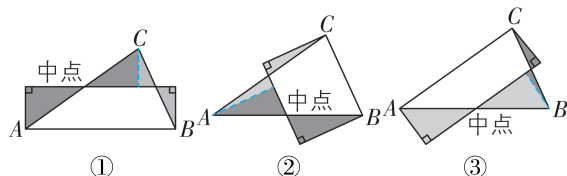
图(1)

图(2)

图(3)

2. (1) 【证明】 $\because DE \perp AC, BF \perp ED, D$  是  $AB$  的中点,  $\therefore \angle AED = \angle BFD = 90^\circ, AD = BD$ .  
 $\because \angle ADE = \angle BDF, \therefore \triangle DFB \cong \triangle DEA$ .

(2) 【解】(画一种即可, 答案不唯一, 给出以下三种作法供参考) 如图.



①

②

③

作法①: 找  $AC, BC$  的中点, 过两中点作一条直线, 分别过点  $A, B$  作该直线的垂线, 得到的以  $AB$  为边的长方形与  $\triangle ABC$  的面积相等.

作法②: 找  $AC, AB$  的中点, 过两中点作一条直线, 分别过点  $B, C$  作该直线的垂线, 得到的以  $BC$  为边的长方形与  $\triangle ABC$  的面积相等.

作法③: 找  $AB, BC$  的中点, 过两中点作一条直线, 分别过点  $A, C$  作该直线的垂线, 得到的以  $AC$  为边的长方形与  $\triangle ABC$  的面积相等.

3. (1) 【证明】在  $\triangle ABD$  与  $\triangle ACE$  中,

$$\begin{cases} AB=AC, \\ \angle BAD=\angle CAE=90^\circ, \\ AD=AE, \end{cases}$$

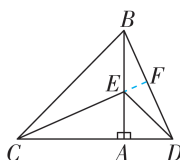
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$  (SAS),  $\therefore BD=CE$ .

(2) 【解】 $BD=CE$ . 证明:  $\because \angle BAC = \angle DAE = 90^\circ, \therefore \angle BAC + \angle BAE = \angle DAE + \angle BAE$ , 即  $\angle CAE = \angle BAD$ . 在  $\triangle ABD$  与  $\triangle ACE$  中,

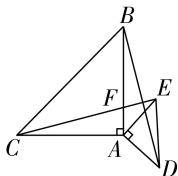
$$\begin{cases} AB=AC, \\ \angle BAD=\angle CAE, \therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)}, \\ AD=AE, \end{cases}$$

$\therefore BD=CE$ .

(3) 【解】两个拼图中,  $BD$  与  $CE$  的位置关系均为互相垂直. 如图(1), 延长  $CE$  交  $BD$  于  $F$ .  
 $\because \triangle ABD \cong \triangle ACE, \therefore \angle ADB = \angle AEC. \therefore \angle ABD + \angle ADB = 90^\circ, \angle AEC = \angle BEF, \therefore \angle ABD + \angle BEF = 90^\circ, \therefore CE \perp BD$ . 如图(2), 设  $AB$  与  $CE$  交于  $F$ .  $\because \triangle ABD \cong \triangle ACE, \therefore \angle ACE = \angle ABD. \therefore \angle ACF + \angle AFC = 90^\circ, \angle AFC = \angle BFE, \therefore \angle ABD + \angle BFE = 90^\circ, \therefore CE \perp BD$ .



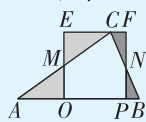
图(1)



图(2)

多解

(2) 如图, 分别过  $AC, BC$  的中点  $M, N$  作  $AB$  的垂线, 垂足分别为  $O, P$ , 再过点  $C$  作  $AB$  的平行线, 与  $OM, PN$  的延长线交于点  $E, F$ , 则长方形  $OPFE$  的面积与  $\triangle ABC$  的面积相等.



思路分析

(2) 先证明  $\angle BAD = \angle CAE$ , 再根据 SAS 证明  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ , 可得答案.

# 全章综合训练

## 刷中考

1. C 【解析】 $\because \angle A = 60^\circ, \angle B = 40^\circ, \angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ, \therefore \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ. \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC, \therefore \angle DCE = \angle ACB = 80^\circ$ . 故选 C.

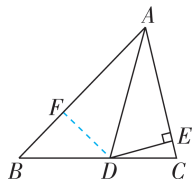
2. A 【解析】由作图方法可知判定  $\triangle C'O'D' \cong \triangle COD$  的依据是三边分别相等的两个三角形全等, 故选 A.

3.  $DE=EF$  (答案不唯一) 【解析】 $\because CF \parallel AB, \therefore \angle A = \angle ECF, \angle ADE = \angle CFE, \therefore$  添加条件  $DE=EF$ , 可以使得  $\triangle ADE \cong \triangle CFE$  (AAS),  $\therefore AE=CE$ . 故答案为  $DE=EF$  (答案不唯一).

4. (1) 【证明】 $\because AD=BE, \therefore AD+DB=BE+DB$ , 即  $AB=DE. \because AC=DF, BC=EF, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  (SSS).

(2) 【解】 $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF, \angle A = 55^\circ, \therefore \angle A = \angle FDE = 55^\circ. \because \angle E = 45^\circ, \therefore \angle F = 180^\circ - \angle FDE - \angle E = 80^\circ$ .

5. B 【解析】过  $D$  作  $DF \perp AB$  于  $F$ , 如图.  $\because AD$  平分  $\angle BAC, DE \perp AC, DF \perp AB, \therefore DE=DF. \therefore \triangle ABD$  的面积为  $5, \therefore \frac{1}{2} AB \cdot DF = 5$ .



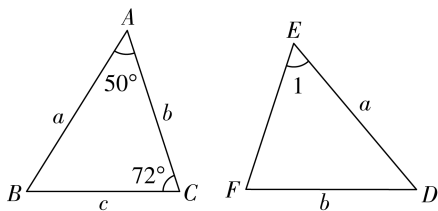
$\because AB=5, \therefore DF=2, \therefore DE=2$ . 故选 B.

6. 6 【解析】由作图可知  $BP$  平分  $\angle ABC. \therefore AD$  是边  $BC$  上的高,  $MN \perp AB, MN=2, \therefore MD=MN=2. \therefore AD=4MD, \therefore AD=8, \therefore AM=AD-MD=6$ , 故答案为 6.

## 刷章测

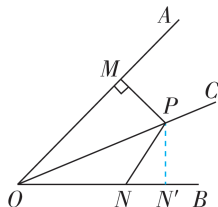
1. C 【解析】A、B、D 选项, 两个图形是全等图形, 故选项不符合题意; C 选项, 两个图形不是全等图形, 故选项符合题意. 故选 C.

2. B 【解析】如图,  $\because \triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  全等,  $AC=DF=b, DE=AB=a, \therefore \angle 1 = \angle B, \angle A = \angle D = 50^\circ, \angle F = \angle C = 72^\circ, \therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle D - \angle F = 58^\circ$ , 故选 B.

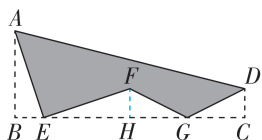


3. **A** 【解析】由作图可知,  $AC=DF$ ,  $\angle A=\angle D$ ,  $AB=DE$ , 故  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (SAS). 故选 A.

4. **A** 【解析】如图, 过点  $P$  作  $PN' \perp OB$ , 交  $OB$  于  $N'$ .  $\because OP$  平分  $\angle AOB$ ,  $PM \perp OA$ ,  $PN' \perp OB$ ,  $\therefore PN'=PM=6$ . 由垂线段最短可知满足  $PN=6$  的点  $N$  有 1 个, 即点  $N'$ . 故选 A.



(第 4 题图)



(第 5 题图)

5. **B** 【解析】如图, 过点  $F$  作  $FH \perp BC$ , 则  $\angle FHE = \angle FHG = 90^\circ = \angle B = \angle C$ .  $\because AE \perp EF$ ,  $\therefore \angle AEF = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BAE = \angle FEH = 90^\circ - \angle AEB$ . 在  $\triangle ABE$  和  $\triangle EHF$  中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle FHE, \\ \angle BAE = \angle HEF, \\ AE = EF, \end{cases} \therefore \triangle ABE \cong \triangle EHF \text{ (AAS)},$$

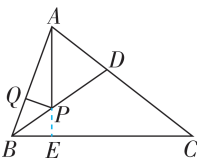
$\therefore EH=AB, FH=BE$ .  $\because BE=CD, \therefore FH=CD$ . 在

$\triangle FHG$  和  $\triangle DCG$  中,  $\begin{cases} \angle FGH = \angle DGC, \\ \angle FHG = \angle C, \\ FH = DC, \end{cases}$

$\therefore \triangle FHG \cong \triangle DCG$  (AAS),  $\therefore HG=CG, \therefore EG=EH+GH=AB+CG=50$  cm,  $BC=BE+EG+CG=80$  cm,  $\therefore$  剩余木板 (阴影部分) 的面积为

$$S_{\text{梯形}ABCD} - S_{\triangle ABE} - S_{\triangle EFG} - S_{\triangle DCG} = \frac{1}{2}(30+10) \times 80 - \frac{1}{2} \times 30 \times 10 - \frac{1}{2} \times 50 \times 10 - \frac{1}{2} \times 20 \times 10 = 1100 (\text{cm}^2), \text{ 故选 B.}$$

6. **A** 【解析】在  $BC$  上截取  $BE=BQ$ , 连接  $PE$ , 如图.  $\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $\therefore \angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC = 35^\circ$ . 又  $\because BP=BP, BQ=BE$ ,  $\therefore \triangle PBQ \cong \triangle PBE$  (SAS),  $\therefore PE=PQ, \therefore AP+PQ=AP+PE$ ,  $\therefore$  当  $A, P, E$  在同一直线上, 且  $AE \perp BC$  时,  $AP+PE$  的值最小, 即  $AP+PQ$  的值最小.  $\because \angle AEB=90^\circ, \angle ABE=70^\circ, \therefore \angle BAE=90^\circ - \angle ABE=20^\circ, \therefore \angle APD = \angle BAP + \angle ABP = 20^\circ + 35^\circ = 55^\circ$ , 故选 A.

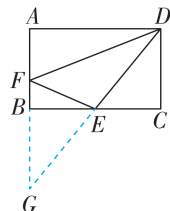


**思路分析**  
过点  $P$  作  $PN' \perp OB$ , 交  $OB$  于  $N'$ , 根据角平分线的性质求出  $PN'$ , 再根据垂线段最短解答即可.

**思路分析**

在  $BC$  上截取  $BE=BQ$ , 连接  $PE$ , 证明  $\triangle PBQ \cong \triangle PBE$ , 得出  $PE=PQ$ , 则  $AP+PQ=AP+PE$ , 则当  $A, P, E$  在同一直线上, 且  $AE \perp BC$  时,  $AP+PE$  的值最小, 即  $AP+PQ$  的值最小, 再根据三角形内角和定理和三角形外角的性质, 求出结果即可.

7. **A** 【解析】如图, 延长  $DE, AB$  交于点  $G$ .  $\because$  在长方形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD, AB=CD$ ,  $\therefore \angle GBE = \angle C$ . 在  $\triangle BEG$  和



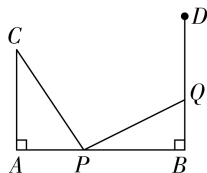
$\triangle CED$  中,  $\begin{cases} \angle GBE = \angle C, \\ BE = CE, \\ \angle BEG = \angle CED, \end{cases}$

$\therefore \triangle BEG \cong \triangle CED$  (ASA),  $\therefore DE=GE, BG=CD=AB, \therefore S_{\triangle EGF} = S_{\triangle DEF} = 10. \therefore 5S_{\triangle BEF} = 10,$

$\therefore S_{\triangle BEF} = 2, \therefore S_{\triangle BEG} = S_{\triangle FEG} - S_{\triangle BEF} = 8, \therefore \frac{BG}{BF} =$

$$\frac{S_{\triangle BEG}}{S_{\triangle BEF}} = 4, \therefore \frac{AB}{BF} = \frac{BG}{BF} = 4, \text{ 故选 A.}$$

8. **B** 【解析】若  $x=1$ , 运动时间为  $t$  秒, 则点  $P$  运动路程为  $2t$ , 点  $Q$  运动路程为  $t$ , 故点  $P$  运动路程始终是点  $Q$  运动路程的 2 倍, 故①正确, 符合题意. 点  $P$  到达点  $A$  的运动时间为  $6 \div 2 = 3$  (秒), 当  $x=5$  时, 点  $Q$  到达点  $A$  的运动时间为  $(8+10) \div 5 = 3.6$  (秒),  $3.6 \neq 3$ , 故②不正确, 不符合题意. 如图所示, 当  $t=5, x=1$  时, 点  $P$  运动的路程为  $2 \times 5 = 10$ , 点  $Q$  运动的路程为  $5 \times 1 = 5$ .  $\therefore AC=6, DQ=5, BD=8,$

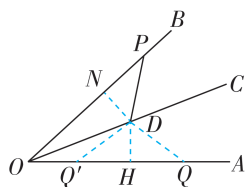


$\therefore AP=10-6=4, BQ=BD-DQ=8-5=3. \therefore AB=10, \therefore PB=AB-AP=10-4=6, \therefore PB=CA$ . 又  $\because \angle CAP = \angle PBQ = 90^\circ, AP \neq BQ, \therefore \triangle CAP$  和  $\triangle PBQ$  不全等,  $\therefore \angle C \neq \angle QPB. \therefore \angle C + \angle CPA = 90^\circ, \therefore \angle QPB + \angle CPA \neq 90^\circ, \therefore \angle CPQ = 180^\circ - (\angle QPB + \angle CPA) \neq 90^\circ, \therefore PC$  与  $PQ$  不垂直, 故③不正确, 不符合题意. 当点  $P$  在  $AB$  上, 且点  $Q$  在  $BD$  上时,  $AP=2t-6, QD=xt$ , 则  $PB=10-(2t-6)=16-2t, BQ=8-xt$ . 若  $\triangle ACP$  与  $\triangle BPQ$  全等, 则  $AC=PB$  且  $AP=BQ$  或  $AC=BQ$  且  $AP=BP$ , 即  $6=16-2t$  且  $2t-6=8-xt$  或  $6=8-xt$  且  $2t-6=16-2t$ , 解得  $x=\frac{4}{5}$  或  $\frac{4}{11}$ , 故④正确, 符合题意, 故选 B.

9.  $36^\circ$  或  $144^\circ$  【解析】如

图, 过点  $D$  作  $DH \perp OA$  于  $H, DN \perp OB$  于  $N$ .

$\because OD$  平分  $\angle AOB, DH \perp OA, DN \perp OB, \therefore DH=DN$ . 当点  $Q$  在点  $H$

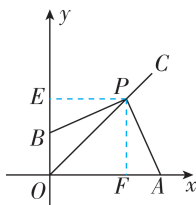


的右侧时,在  $\text{Rt} \triangle DPN$  和  $\text{Rt} \triangle DQH$  中,  
 $\begin{cases} DP=DQ, \\ DN=DH, \end{cases} \therefore \text{Rt} \triangle DPN \cong \text{Rt} \triangle DQH \text{ (HL)},$   
 $\therefore \angle DPO = \angle DQO = 36^\circ$ . 当点  $Q$  在点  $H$  左侧时,如点  $Q'$ ,同理可得  $\angle DQ'H = 36^\circ, \therefore \angle DQ'O = 144^\circ$ . 综上所述,  $\angle DQO$  的度数为  $36^\circ$  或  $144^\circ$ ,故答案为  $36^\circ$  或  $144^\circ$ .

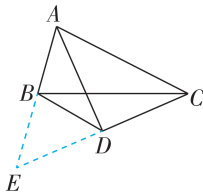
10. (1) (1,1) (2) 2 【解析】(1) 如图,作

$PE \perp y$  轴于点  $E, PF \perp x$  轴于点  $F$ . 根据题意,得  $PE=PF, \therefore 2m-1=6m-5$ , 解得  $m=1, \therefore P(1,1)$ .

(2) 由(1)得  $\angle EPF=90^\circ, PE=PF=1. \therefore \angle BPA=90^\circ, \therefore \angle EPB=\angle FPA$ . 在  $\triangle BEP$  和  $\triangle AFP$  中,  
 $\begin{cases} \angle EPB=\angle FPA, \\ PE=PF, \\ \angle EPB=\angle FPA, \end{cases} \therefore \triangle BEP \cong \triangle AFP \text{ (ASA)},$   
 $\therefore BE=AF, \therefore OA+OB=OF+AF+OE-BE=OF+OE, \therefore OA+BO=2$ .



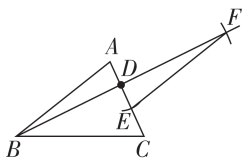
11. 12.5 【解析】如图,延长  $AB, CD$  交于点  $E. \therefore AD$  平分  $\angle BAC, \therefore \angle CAD = \angle EAD. \therefore CD \perp AD, \therefore \angle ADC = \angle ADE = 90^\circ$ .



在  $\triangle ADE$  和  $\triangle ADC$  中,  $\begin{cases} \angle ADE = \angle ADC, \\ AD=AD, \\ \angle EAD = \angle CAD, \end{cases}$   
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle ADC \text{ (ASA)}, \therefore AC=AE, DE=CD. \therefore AC-AB=5, \therefore AE-AB=5$ , 即  $BE=5$ .

$\therefore DE=DC, \therefore S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCE}, \therefore$  当  $BE \perp BC$  时,  $S_{\triangle BEC}$  取最大值,即  $S_{\triangle BDC}$  取最大值,此时  $S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 12.5$ . 故答案为 12.5.

12. 【解】(1) 如图,  $\triangle DEF$  即为所求.



(2) 在  $\triangle DEF$  和  $\triangle DAB$  中,  $\begin{cases} DE=DA, \\ \angle EDF = \angle ADB, \\ DF=DB, \end{cases}$

### 思路分析

(1) 作  $PE \perp y$  轴于  $E, PF \perp x$  轴于  $F$ . 由角平分线的性质得出  $PE=PF$ , 进而得出方程  $2m-1=6m-5$ , 解方程求出  $m=1$ , 即可得出  $P$  点坐标;  
 (2) 由 ASA 证明  $\triangle BEP \cong \triangle AFP$ , 得出  $BE=AF$ , 则  $OA+OB=OE+OF=2$ .

### 关键点拨

(2) 设  $DE=a$ , 用含  $a$  的代数式表示出各相关线段的长, 易证  $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BHG} = 2a^2 = 2S_{\triangle ADE}$ .

$\therefore \triangle DEF \cong \triangle DAB \text{ (SAS)}$ . 故答案为 SAS (答案不唯一, 与(1)的作图痕迹对应即可).

13. (1) 【解】图(2):  $BC+BE=BF$ , 图(3):  $BE-BC=BF$ .

(2) 【证明】图(2):  $\therefore AB=DF, \angle A=\angle D, \angle B=\angle F, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DFE \text{ (ASA)}, \therefore BC=EF$ .

$\therefore BE=BC+CE, \therefore BC+BE=EF+BC+CE=BF$ .

图(3):  $\therefore AB=DF, \angle A=\angle D, \angle ABC=\angle DFE, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DFE \text{ (ASA)}, \therefore BC=EF. \therefore BE=BF+EF, \therefore BE-BC=BF+EF-BC=BF+BC-BC=BF$ . (任选一种回答即可)

14. (1) 【证明】 $\therefore \angle BGE = \angle ADE, \angle BGE = \angle CGF, \therefore \angle ADE = \angle CGF. \therefore AC \perp BD, BF \perp CD, \therefore \angle ADE + \angle DAE = \angle CGF + \angle GCF = 90^\circ, \therefore \angle DAE = \angle GCF$ .

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle CDE$  中,  $\begin{cases} \angle DAE = \angle DCE, \\ \angle AED = \angle CED, \\ DE=DE, \end{cases}$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDE \text{ (AAS)}, \therefore AD=CD$ .

(2) 【解】面积等于  $\triangle ADE$  面积的 2 倍的三角形有  $\triangle ACD, \triangle ABE, \triangle BCE, \triangle BHG$ . 设  $DE=a$ , 则  $AE=2DE=2a, EG=DE=a, \therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AE \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = a^2. \therefore BH$  是  $\triangle ABE$  的中线,  $\therefore AH=HE=a. \therefore AC \perp BD, \therefore \angle AED = \angle CED = 90^\circ. \therefore AD=CD, DE=DE, \therefore \text{Rt} \triangle ADE \cong \text{Rt} \triangle CDE \text{ (HL)}, \therefore CE=AE=2a$ , 则  $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AC \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot (2a+2a) \cdot a = 2a^2 = 2S_{\triangle ADE}$ .

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle BGE$  中,  $\begin{cases} \angle AED = \angle BEG, \\ DE=GE, \\ \angle ADE = \angle BGE, \end{cases}$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BGE \text{ (ASA)}, \therefore BE=AE=2a, \therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AE \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2 = 2S_{\triangle ADE}, S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} CE \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2 = 2S_{\triangle ADE}, S_{\triangle BHG} = \frac{1}{2} HG \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot (a+a) \cdot 2a = 2a^2 = 2S_{\triangle ADE}$ . 综上所述, 面积等于  $\triangle ADE$  面积的 2 倍的三角形有  $\triangle ACD, \triangle ABE, \triangle BCE, \triangle BHG$ .