# **第10章** 圆锥曲线

1.[全国一2025·3]双曲线的虚轴长是实轴长的倍，则的离心率为（ ）

A． B．2 C． D．

【答案】D

【详解】由题知, 则,所以离心率,故选D.

2.[全国二2025·6]设抛物线的焦点为点*A*在*C*上，过*A*作的准线的垂线，垂足为*B*，若直线*BF*的方程为，则（   ）

A．3 B．4 C．5 D．6

【答案】C

【详解】对，令，则，

所以，，即抛物线，故抛物线的准线方程为，

故，则，代入抛物线得.

所以.

3.[北京2025·3]双曲线的离心率为（   ）

A． B． C． D．

【答案】B

【详解】由得，所以，

即，所以，故选B．

4.[天津2025·9]已知双曲线的左右焦点分别为，以为焦点的抛物线与双曲线在第一象限的交点为，若 则双曲线的离心率为（ ）

A．2 B．5 C． D．

【答案】A

【详解】设，过点作抛物线准线的垂线，垂足为,

由题意，得,则．由双曲线的定义可得

又，所以．

由抛物线的定义，得所以．

在中，即,亦即，整理得，所以,故选A．

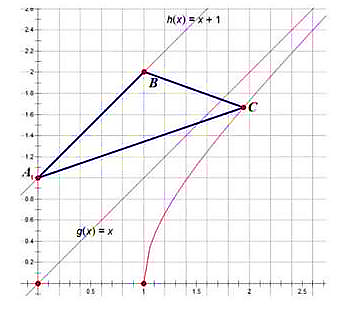
5.[上海2025·15]为曲线上一点，则三角形面积( )

A．有最大值，无最小值 B．无最大值，有最小值

C．既有最大值也有最小值 D．既无最大值也无最小值

【答案】A

【详解】由题意，与渐近线平行，故当无限逼近渐近线时，在上的高无限逼近渐近线与的距离，故无最小值；当位于时，在上的高最大，此时面积有最大值.



6.（多选）[全国一2025·10]设抛物线的焦点为*F*, 过*F*的直线交于两点,过*F*且垂直于*AB*的直线交准线于点，过点*A*作准线*l*的垂线，垂足为点*D*，则（ ）

A． B．

C． D．

【答案】ACD

【详解】恰为抛物线的准线，由抛物线定义可知A选项正确.

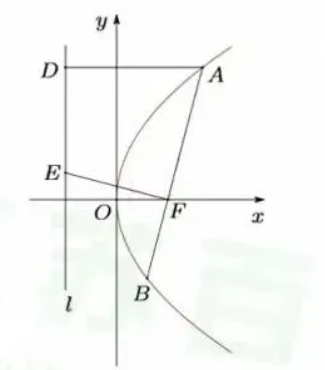
设，则,

, 选项B错误.

, 选项C正确.

选项D

正确.故本题正确选项为ACD.



7.（多选）[全国二2025·11]双曲线，左、右焦点为. 左、右顶点为.

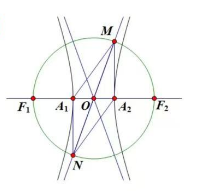
以为直径的圆与的一条渐近线交于*M*，*N*, 且, 则（ ）

A． B．

C．*C*的离心率为 D．当时，四边形的面积为

【答案】ACD

【详解】设那条渐近线为, 设在第一象限，由双曲线的对称性可得是平行四边形，所以, 故A正确；



因为在以为直径的圆上，故且，

设，则，故，故，

由A知，故即，故B错误；

由A知, 故C正确；

四边形的面积，故D正确.

8.[北京2025·11]抛物线的顶点到焦点的距离为3，则 ．

【答案】

【详解】因为抛物线的顶点到焦距的距离为，故，故，故答案为.

9.[全国一2025·18]设椭圆, 记为椭圆下顶点，为右顶点，, 且椭圆的离心率为．

(1)求椭圆的标准方程；

(2)已知动点*P*不在*y*轴上,点*R*在射线*AP*上,且满足.

(i)设点，求的坐标（用表示)；

(ⅱ)设*O*为坐标原点，*Q*是*C*上的动点，直线的斜率是的斜率的3倍，求的最大值．

【解】(1)依题有且,

解得,所以的标准方程为.

(2)(i)由(1)得, 设, 则,

，

故点的坐标为

(ii)由可知,

整理可得, 所以点在圆心为,半径的圆上运动，且*P*不在*y*轴上，

设则,其中,故.

=，

当,且在线段的延长线上，.

10.[全国二2025·16]椭圆的离心率为, 长轴长为4.

（1）求的方程；

（2）过点的直线*l*与交于*A，B*两点，*O*为坐标原点，若的面积为, 求.

【解】（1）∵,

所以的方程：

（2）设点*P*，设直线的方程为,与联立消得, 整理可得

设的横坐标分别为,

则=，，

所以

则

解得, 则

11.[北京2025·19]已知的离心率为，椭圆上的点到两焦点距离之和为4，

(1)求椭圆方程；

(2)设*O*为原点，为椭圆上一点，直线与直线，交于*A*，*B*．与的面积为，比较与的大小．

【解】（1）由椭圆可知，，所以，又，所以，，

故椭圆方程为；

（2）联立，消去得，，

整理得，①，

又因为，所以，，

故①式可化简为，即，所以，

所以直线与椭圆相切，为切点.

设，易知，当时，由对称性可知，．

故设，易知，

联立，解得，

联立，解得，

所以，

，

故．

12.[天津2025·18]已知椭圆（）的左焦点为， 右顶点为为直线上一点，且直线的斜率为，的面积为， 椭圆离心率为.

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）若过点的直线与椭圆有唯一的公共点（）， 求证：直线平分.

（Ⅰ）【解】，设因为直线的斜率，可得，的面积．得，即，

又离心率，即，联立解得，

所以椭圆的方程为．

（Ⅱ）【证明】由（Ⅰ）知，易知直线的斜率存在并设为，则的方程为，联立得，

，令得所以直线的方程为，即，

联立化简得，解得，所以

则

，

.

因为，所以，即平分．

13.[上海2025·20]椭圆, 右顶点为在椭圆上；

(1)若焦点, 求离心率；

(2)若,求的值；

(3)的垂直平分线斜率为2，且交椭圆于两点，若为钝角，求的取值范围.

【解】(1)由题意，, 故, 故;

(2)由题意，，不妨设故

由得，即故

由在椭圆上，故解得(负根舍).

(3)由题意，斜率为, 故,

不妨设中点为设，

则方程为,



故

由为钝角，

故

,

故, 即,

由得，.