# 集合与常用逻辑用语、不等式

1. [全国一2025·2]集合，，则中的元素个数为（ ）

A．2 B．3 C．5 D．8

【答案】C

【详解】,选C.

1. [全国二2005·3]已知集合则（ ）

A． B． C． D．

【答案】D

3.[全国二2025·4]不等式的解集是（ ）

A．B． C．D．

【答案】C

【详解】移项后转化为一元二次不等式求解即可.

4.[北京2025·1]集合，则（   ）

A． B． C． D．

【答案】D

【详解】由题意可知，集合M＝{x|2x﹣1＞5}＝{x|x＞3}，

又因为N＝{1，2，3}，所以M∩N＝∅．故选D．

5.[北京2025·6]已知，则（   ）

A． B．

C． D．

【答案】C

【详解】因为*a*＞0，*b*＞0，所以*a*2+*b*2≥2*ab*，当且仅当*a*＝*b*时，等号成立，所以A选项错误；

取，则，而9，所以B选项错误；

因为，所以C选项正确；

因为，所以D选项错误．

故选C.

6.[北京2025·7]已知函数的定义域为*D*，则“函数的值域为”是“对任意，存在，使得”的（   ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】A

【详解】若函数的值域为，则对任意，一定存在，使得，

取，则，充分性成立；

取，，则对任意，一定存在，使得，

取，则，但此时函数的值域为，必要性不成立；

所以“函数的值域为”是“对任意，存在，使得”的充分不必要条件.故选A.

7.[天津2025·1]设全集, 则∁（ ）

A． B． C． D．

【答案】D

【详解】由题意，得,所以．故选D．

8.[天津2025·2]已知，则“”是“”的（   ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】A

【详解】由,则充分性成立；又当时，，可知，则必要性不成立，所以“”是“”的充分不必要条件，故选A．

9.[天津2025·15]已知，若对任意的，恒成立，则的最小值为 ．

【答案】−4

【详解】令，则，则不等式可化为对任意的恒成立，令，则所以．又由，得，当时，原不等式可化为，即 ，当时，此不等式显然成立，所以的最小值是−4，即．

10.[上海2025·1]全集, 则\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【详解】由题意，.

11.[上海2025·2]不等式的解集是\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】(1,3)

【详解】由题意，.

12.[上海2025·8]正数，最小值是\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】4

【详解】.

1. [北京2025·21]，从*M*中选出*n个*有序数对构成一列：．相邻两项满足：或，称为*k*列．

(1)若*k*列的第一项为，求第二项；

(2)若为*k*列，且满足*i*为奇数时，：*i*为偶数时，；判断：与能否同时在中，并说明；

(3)证明：*M*中所有元素都不构成*k*列．

【详解】（1）根据题目定义可知，下一项是或.

（2）假设二者同时出现在中，由于列取反序后仍是列，故可以不妨设在之前.

显然，在列中，相邻两项的横纵坐标之和的奇偶性总是相反的，所以从到必定要向下一项走奇数次.

但又根据题目条件，这两个点的横坐标均在中，所以从到必定要向下一项走偶数次.

这导致矛盾，所以二者不能同时出现在中.

（3）假设全体元素构成一个列，则.

设，.

则和都包含个元素，且中元素的相邻项必定在中.

如果存在至少两对相邻的项属于，那么属于的项的数目一定多于属于的项的数目，

所以至多存在一对相邻的项属于.

如果存在，则这对相邻的项的序号必定形如和，

否则将导致属于的项的个数比属于的项的个数多2，此时.

从而这个序列的前项中，第奇数项属于，第偶数项属于；

这个序列的后项中，第奇数项属于，第偶数项属于.

如果不存在相邻的属于的项，那么也可以看作上述表示在或的特殊情况.

这意味着必定存在，使得.

由于相邻两项的横纵坐标之和的奇偶性必定相反，故中横纵坐标之和为奇数的点和横纵坐标之和为偶数的点的数量一定分别是和（不一定对应）.

但容易验证，和都包含个横纵坐标之和为奇数的点和个横纵坐标之和为偶数的点，所以，得.

从而有.

这就得到.

再设，.

则同理有.

这意味着.

从而得到，但显然它们是不同的集合，矛盾.

所以全体元素不能构成一个列.

# 导数及其应用

1. （多选）[全国二2025·10]已知是定义在**R**上的奇函数，且当时，则（ ）

A． B．当时，

C．当且仅当 D．是的极大值点

【答案】ABD

【详解】因为是定义在**R**上的奇函数，所以，故A正确；

当时，，故B正确：

，故C错；

当时，, 所以是的极小值点，由对称性可知是的极大值点.，故D正确.

1. [全国一2025·12]若直线是曲线的切线，则 .

【答案】

【详解】法一：对于，其导数为，

因为直线是曲线的切线，直线的斜率为2，

令，即，解得，

将代入切线方程，可得，所以切点坐标为，

因为切点在曲线上，所以，即，解得.

法二：对于，其导数为，

假设与的切点为，则，解得.

1. [全国二2025·13]若是的极值点，则\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】-4

【详解】,所以=0, 即, 所以.

1. [全国一2025·19]设函数．

(1)求在的最大值；

(2)给定,设为实数，证明：存在,使得;

(3)若存在使得对任意,都有,求的最小值．

【详解】(1)设,当时，

又

所以



设,则令得，故在上单调递增，在上单调递减，所以在上的最大值为=，即在上的最大值为.

(2)证明：假设结论不成立，即对任意, 均有,

即对任意,

因为，所以形如的区间两两交集均为空集，

所以只需使得,

故存在整数,使得,所以,与的存在性矛盾，故假设不成立，原命题得证.

(3)记，

因为，

故为周期函数且周期为,故只需讨论的情况.

当时，，

当时，，此时，

由（1）可知时，在和上递减，在上递增，

且

，

当，在（2）中取，则存在，使得，

取，则，取即，

故，故，

综上，可取，使得等号成立.

综上，.

1. [全国二2025·18]已知函数，其中．

(1)证明：在区间存在唯一的极值点和唯一的零点；

(2)设分别为在区间的极值点和零点.

（i）设函数·证明：在区间单调递减；

（ii）比较与的大小，并证明你的结论．

【详解】（1）由题得，

因为，所以，设，

则在上恒成立，所以在上单调递减，

，令，

所以当时，，则；当时，，则，

所以在上单调递增，在上单调递减，

所以在上存在唯一极值点，

对函数有在上恒成立，

所以在上单调递减，

所以在上恒成立，

又因为，时，

所以时，

所以存在唯一使得，即在上存在唯一零点.

（2）（i）由（1）知，则，，

则



，

因为，所以，所以，

所以， 所以函数在区间上单调递减；

（ii），证明如下：

由（i）知：函数在区间上单调递减，

所以即，又，

由（1）可知在上单调递减，，且对任意，，

所以.

1. [天津2025·20]已知，函数．

（Ⅰ）当时，求函数在点处的切线方程；

（Ⅱ）已知有3个零点，且．

（i）求的取值范围；

（ii）求证：．

【详解】（Ⅰ）当时，，，

则，则，且，则切点，且切线的斜率为，

故函数在点处的切线方程为；

（Ⅱ）（i）定义域为，由，得，

令，则，

令，即或，解得或，

当时，在(0,1)上单调递减；

当时，在()上单调递增；

当时，在()上单调递减；

又，当时当时，所以要使有3个零点，则.

（ii）由，可得因为在上单调递减，在上单调递增，在上单调递减，所以

，由，得

设，则，

因为在上单调递减，所以因为，所以.由的性质可知，所以

，即.

要证即证，

即证，由可得，

因为，所以，

，易知在单调递增，而，

综上

1. [上海2025·19]函数

(1)若，解不等式,

(2)若有极大值，求的范围.

【答案】（1）；（2）

【详解】(1)由题意，,

故,

设, 由与均为增函数，故为增函数，

由得, 故解集为；

(2)由题意，,

故分类讨论，当时，,

故在单调递减，在单调递增，故无极大值不成立；

当时，分类讨论，

当时，恒成立，在单调递增，故无极大值不成立；

当时，或,

在和单调递增，在单调递减，故在处取得极大值；

当时，或,

在和单调递增，在单调递减，故在处取得极大值.

综上，