狂 K 重点

第一章　数与式

考点 1　实数

一题练透

(1) 10　(2) $-\sqrt{2}$　(3) -4　±0.06　3　(4) 2.023×10^{7}

(5) $b<c<a$　(6) $>$　$>$　$<$　(7) 0

重难突破

1. D　【解析】A 选项，由数轴知 $-5<a<-4$，此选项错误；B 选项，由 $b<0<d$ 且 $|b|<|d|$ 知 $b+d>0$，此选项错误；C 选项，由 $-5<a<-4$，$0<c<1$ 知 $4<|a|<5$，$0<|c|<1$，所以 $|a|>|c|$，此选项错误；D 选项，由数轴知 $d=4$，则 $\sqrt{d}=2$，而 $0<c<1$，所以 $c<\sqrt{d}$，此选项正确. 故选 D.

2.【解】$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\times\tan 45°-|\sqrt{(-3)^{2}}-\sqrt{2}|-\sqrt[3]{(-8)^{2}}=4\times1-|3-\sqrt{2}|-\sqrt[3]{64}=4-(3-\sqrt{2})-4=4-3+\sqrt{2}-4=-3+\sqrt{2}$.

考点 2　整式

一题练透

(1) ①④⑤⑧　(2) ⑧

【解】(3) ②$-x\cdot(-x)^{6}=-x^{7}$；③$(-a^{2})^{3}=-a^{6}$；⑥$(a-b)(a+b)\cdot(a^{2}+b^{2})(a^{4}-b^{4})=(a^{2}-b^{2})(a^{2}+b^{2})(a^{4}-b^{4})=(a^{4}-b^{4})(a^{4}-b^{4})=(a^{4}-b^{4})^{2}=a^{8}-2a^{4}b^{4}+b^{8}$；⑦$x^{3}+2xy+x=x(x^{2}+2y+1)$；⑨$-x^{2}+y^{2}=-(x+y)(x-y)$.

(4) $\because 2^{x+1}\cdot4^{y}=512$，$\therefore 2^{x+1}\cdot2^{2y}=2^{9}$，$\therefore x+1+2y=9$，$\therefore x+2y=8$. $\because x,y$ 均为正整数，$\therefore$ 当 $y=1$ 时，$x=6$，则 $xy=6$；当 $y=2$ 时，$x=4$，则 $xy=8$；当 $y=3$ 时，$x=2$，则 $xy=6$；当 $y=4$ 时，$x=0$，不符合题意，舍去. 综上所述，xy 的值为 6 或 8.

重难突破

1. ①②　【解析】在方案①中，阴影部分的面积相等，左边图形中阴影部分的面积为 $a^{2}-b^{2}$，右边图形中阴影部分的面积为 $(a+b)(a-b)$，可得 $a^{2}-b^{2}=(a+b)(a-b)$，可以验证平方差公式；在方案②中，阴影部分的面积相等，左边图形中阴影部分的面积为 $a^{2}-b^{2}$，右边图形中阴影部分的面积为 $(a+b)(a-b)$，可得 $a^{2}-b^{2}=(a+b)(a-b)$，可以验证平方差公式；在方案③中，阴影部分的面积相等，左边图形中阴影部分的面积为 $(a+b)^{2}-(a-b)^{2}$，右边图形中阴影部分的面积为 $2a\cdot2b=4ab$，可得 $(a+b)^{2}-(a-b)^{2}=4ab$，不可以验证平方差公式. 故答案为①②.

2.【解】原式 $=x^{2}-2x+1+x^{2}+\frac{2}{3}x=2x^{2}-\frac{4}{3}x+1$.

$\because 3x^{2}-2x-3=0$，$\therefore x^{2}-\frac{2}{3}x=1$，

$\therefore$ 原式 $=2\left(x^{2}-\frac{2}{3}x\right)+1=2\times1+1=3$.

考点 3　分式

一题练透

(1) ①$x\neq3$　②3　③-3

(2) $\frac{3}{5}$

重难突破

1.【解】原式 $=\frac{(a+1)(a-1)}{(a-2)(a-3)}\cdot\frac{a-3}{(a+2)(a-1)}-\frac{a+3}{a^{2}-4}=\frac{a+1}{(a+2)(a-2)}-\frac{a+3}{a^{2}-4}=\frac{a+1-a-3}{(a+2)(a-2)}=-\frac{2}{a^{2}-4}$. 当 $a=-3$ 时，原式 $=-\frac{2}{9-4}=-\frac{2}{5}$.

2. C　【解析】$P=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}=\frac{b+1+a+1}{(a+1)(b+1)}=\frac{a+b+2}{(a+1)(b+1)}$.

$\because ab=1$，$\therefore Q=\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}=\frac{a(b+1)+b(a+1)}{(a+1)(b+1)}=\frac{2ab+a+b}{(a+1)(b+1)}=\frac{2+a+b}{(a+1)(b+1)}$，$\therefore P=Q$，故选 C.

考点 4　二次根式

一题练透

(1) ④　(2) $x\leqslant3$　(3) $-3<x\leqslant\frac{4}{3}$

(4) $5ab^{2}\sqrt{2b}$　(5) $2a$

重难突破

1. 3(或 2 或 4)　【解析】$\because \sqrt{2}<2<3<4<\sqrt{17}$，$\therefore$ 3 比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{17}$ 小. 故答案为 3(或 2 或 4).

2.【解】原式 $=1+\sqrt{3}-\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{2}=1-\sqrt{3}$.

第二章　方程(组)与不等式(组)

考点 5　一次方程(组)

一题练透

(1) ①ACDEF　CDEF　C　②abd　(2) $x=2$

(3) ①$x=22$　②$y=-\frac{1}{7}$　③$\begin{cases}x=5,\\y=1\end{cases}$

重难突破

【解】(1)设该旅行团中成人有 x 人,少年有 y 人.

依题意,得$\begin{cases}x-y=12,\\x+y+10=32,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=17,\\y=5.\end{cases}$

答:该旅行团中成人有 17 人,少年有 5 人.

(2) $100\times8+100\times0.8\times5+100\times0.6\times(10-8)=1\ 320$(元).

答:若由成人 8 人和少年 5 人带队,则所需门票的总费用是 1 320 元.

考点 6　分式方程

一题练透

(1) ABE　(2) $x=-5$

(3)【解】方程$\frac{4}{x^2-4}=\frac{1}{x-2}-1$有增根. 理由如下:

原方程去分母,得 $4=x+2-(x+2)(x-2)$. 整理,得 $x^2-x-2=0$. 解得 $x_1=-1$, $x_2=2$. 经检验,$x_1=-1$ 是原方程的根,$x_2=2$ 是增根.

重难突破

1.【解】(1) $\frac{x}{x+1}=\frac{2x}{3x+3}+1$,方程两边都乘 $3(x+1)$,得 $3x=2x+3x+3$,解得 $x=-\frac{3}{2}$. 检验:当 $x=-\frac{3}{2}$时,$3(x+1)\neq0$,$\therefore x=-\frac{3}{2}$是原分式方程的解.

(2) $\frac{2}{x-1}=\frac{4}{x^2-1}$,方程两边都乘 $(x+1)(x-1)$,得 $2(x+1)=4$,解得 $x=1$. 检验:当 $x=1$ 时,$(x+1)(x-1)=0$,$\therefore x=1$ 是增根,

$\therefore$ 原分式方程无解.

2.【解】(1)设第一次购书的批发价为每本 x 元,则第二次购书的批发价为每本 $(1+20\%)x$ 元.

根据题意得$\frac{1\ 200}{x}+10=\frac{1\ 500}{(1+20\%)x}$,解得 $x=5$.

经检验,$x=5$ 是原方程的解,且符合题意.

答:第一次购书的批发价是每本 5 元.

(2)该老板第一次购书 $1\ 200\div5=240$(本),第二次购书 $240+10=250$(本),

第一次赚钱 $240\times(7-5)=480$(元),第二次赚钱 $200\times(7-5\times1.2)+50\times(7\times0.4-5\times1.2)=40$(元),所以该老板两次共赚钱 $480+40=520$(元).

答:该老板两次售书总体上是赚钱了,共赚了 520 元.

考点 7　一元二次方程

一题练透

(1) ①DE　② $x_1=-\frac{3}{2}$, $x_2=1$　(2) -1

(3) ① $-\frac{1}{4}$　② $k<2$ 且 $k\neq1$

重难突破

1.【解】(1) $\frac{1}{2}x^2-2=0$,则 $x^2=4$,解得 $x_1=2$, $x_2=-2$.

(2) $x^2+2x-1=0$,则 $x^2+2x=1$,$\therefore x^2+2x+1=1+1$,

即 $(x+1)^2=2$,$\therefore x+1=\pm\sqrt{2}$,解得 $x_1=-1+\sqrt{2}$, $x_2=-1-\sqrt{2}$.

(3) $x(x+2)=x+2$,$\therefore x(x+2)-(x+2)=0$,

$\therefore (x-1)(x+2)=0$,解得 $x_1=1$, $x_2=-2$.

(4) $(2x-1)(2x+5)=6x+4$,$\therefore 4x^2+8x-5=6x+4$,$\therefore 4x^2+2x-9=0$. $\because a=4, b=2, c=-9$,$\therefore \Delta=b^2-4ac=2^2-4\times4\times(-9)=148>0$,$\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{148}}{2\times4}=\frac{-1\pm\sqrt{37}}{4}$,$\therefore x_1=\frac{-1+\sqrt{37}}{4}$, $x_2=\frac{-1-\sqrt{37}}{4}$.

2. B　【解析】$\because x_1, x_2$ 是一元二次方程 $x^2+x-3=0$ 的两个根,$\therefore x_1+x_2=-1$, $x_1x_2=-3$,则原式 $=-1-(-3)=-1+3=2$,故选 B.

考点 8　一元二次方程的实际应用

重难突破

1. 10%　【解析】设这两次降价的平均降低率为 x,则 $1\ 000\times(1-x)^2=810$,解得 $x_1=0.1=10\%$, $x_2=1.9$(舍去),即这两次降价的平均降低率为 10%. 故答案为 10%.

2. A　【解析】根据题意得 $(x-50)[80-2(x-60)]=1\ 200$,整理得 $x^2-150x+5\ 600=0$,解得 $x_1=70$, $x_2=80$. 当 $x=70$ 时,利润率为$\frac{70-50}{50}\times100\%=40\%<50\%$,符合题意;当 $x=80$ 时,利润率为$\frac{80-50}{50}\times100\%=60\%>50\%$,不合题意,舍去,所以若想每周获得 1 200 元的利润,则每盒口罩的售价应定为 70 元. 故选 A.

3. 2　【解析】设人行通道的宽度为 x m. 由题意可得 $(36-3x)(24-2x)=600$,解得 $x=2$ 或 $x=22$(不合题意,舍去). 故答案为 2.

4-1. B　【解析】设参加聚会的人数是 x. 根据题意得,$\frac{1}{2}x(x-1)=28$,解得 $x_1=8$, $x_2=-7$(不合题意,舍去). 故选 B.

4-2. 24　【解析】设其中较小的奇数为 x,则较大的奇数为 $x+2$. 依题意得 $x(x+2)=143$,解得 $x_1=11$, $x_2=-13$(不合题意,舍去),$\therefore x+(x+2)=11+(11+2)=24$. 故答案为 24.

考点 9　不等式(组)

一题练透

(1) 7　(2) >

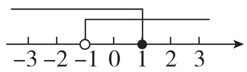
【解】(3) $\because \frac{x+6}{5}>\frac{x}{4}+1$,$\therefore 4(x+6)>5x+20$,$\therefore 4x+24>5x+20$,

$\therefore 4x-5x>20-24$,$\therefore -x>-4$,$\therefore x<4$.

(4)由①得 $x\leqslant1$,由②得 $x>-1$,

∴ 不等式组的解集为 $-1<x\leqslant1$.

将解集表示在数轴上，如图所示：



重难突破

【解】(1) 设购买甲种奖品 x 件，乙种奖品 y 件.

依题意得 $\begin{cases}x+y=30,\\50x+32y=1\ 284.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=18,\\y=12.\end{cases}$

答：购买甲种奖品 18 件，乙种奖品 12 件.

(2) 设购买甲种奖品 m 件，则购买乙种奖品 $(30-m)$ 件.

依题意得 $\begin{cases}m>\dfrac{1}{2}(30-m),\\50m+32(30-m)\leqslant1\ 200,\end{cases}$

解得 $10<m\leqslant\dfrac{40}{3}$.

又∵ m 为正整数，∴ m 可以为 11，12，13，∴ 该公司共有 3 种购买方案，方案如下：

方案 1：购买甲种奖品 11 件，乙种奖品 19 件，总花费为 $50\times11+32\times19=1\ 158$(元)；

方案 2：购买甲种奖品 12 件，乙种奖品 18 件，总花费为 $50\times12+32\times18=1\ 176$(元)；

方案 3：购买甲种奖品 13 件，乙种奖品 17 件，总花费为 $50\times13+32\times17=1\ 194$(元).

∵ $1\ 158<1\ 176<1\ 194$，∴ 方案 1 花费最少，最少花费是 1 158 元.

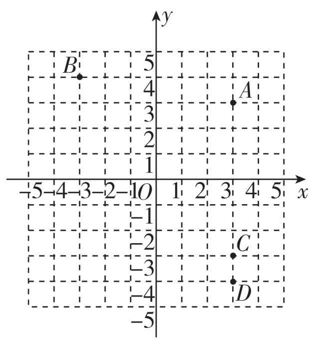
第三章　函数

考点 10　函数及其图象

一题练透

(1) (3,3)　(-3,4)

(2)【解】如图所示：



点 C 坐标为 $(3,-3)$，点 D 坐标为 $(3,-4)$.

(3) 上　1

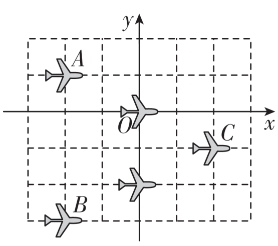
(4)【解】$AB=\sqrt{(-3-3)^2+(4-3)^2}=\sqrt{37}$.

(5)【解】当 $x=-3$ 时，$y=-2\times(-3)+1=7\neq4$，所以点 B 不在函数 $y=-2x+1$ 的图象上.

重难突破

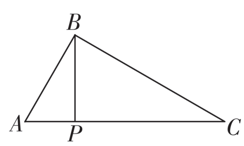
1. $x>-4$　【解析】由题意得 $x+4>0$，解得 $x>-4$，故答案为 $x>-4$.

2. $(2,-1)$　【解析】如图所示，建立平面直角坐标系，可得点 C 的坐标为 $(2,-1)$，故答案为 $(2,-1)$.



3. D　【解析】由题图可知，A 城与 B 城的距离是 300 km，故选项 B 不符合题意；甲车的平均速度是 $300\div5=60$(km/h)，由题图可知，当 $x=4$ 时，乙车追上甲车，此时甲车行驶了 $60\times4=240$(km)，则乙车的平均速度是 $240\div(4-1)=80$(km/h)，故选项 A、C 不符合题意；由题图可知，乙车比甲车早到 B 城，故选项 D 符合题意. 故选 D.

4. D　【解析】由题图(2)可知，$AB=2$，$AC=4$，故选项 A 正确，不符合题意；由题图(2)可知，$AP=1$ 时，BP 取得最小值，此时 $BP\perp AC$，如图，∴ $BP=\sqrt{AB^2-AP^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$，$CP=AC-AP=4-1=3$，∴ $BC=\sqrt{BP^2+CP^2}=\sqrt{3+9}=2\sqrt{3}$，故选项 D 错误，符合题意；∵ $BC=2BP$，∴ $\angle BCA=30°$，故选项 B 正确，不符合题意；$\tan\angle BAP=\dfrac{BP}{AP}=\dfrac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$，故选项 C 正确，不符合题意. 故选 D.



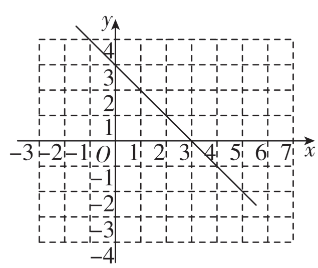
考点 11　一次函数

一题练透

(1) 0　(2) >　$y_1<y_2$

(3) -3　3

①【解】函数图象如图：



② (3,0)　(0,3)　③ $x<3$　④ (1,2)　⑤ $x\geqslant1$　⑥ $y=-x-1$

重难突破

1. C 【解析】$\because 1>0$，$\therefore y$ 随 x 的增大而增大. 又$\because$ 点 $A(-3,y_1)$，$B(1,y_2)$ 都在直线 $y=x+5$ 上，且 $1>-3$，$\therefore y_1<y_2$. 故选 C.

2. A 【解析】直线 $y=kx$ 向右平移 3 个单位得到直线 $y=k(x-3)=kx-3k$. $\because$ 直线 $y=kx$ 向右平移 3 个单位得到直线 $y=2x+b$，$\therefore k=2$，$b=-3k$，$\therefore b=-6$. 故选 A.

3-1. B 【解析】$\because$ 直线 $y=kx+2$ 与直线 $y=\frac{1}{3}x$ 交于点 P，且点 P 的横坐标为 3，$\therefore$ 将 $x=3$ 代入直线 $y=\frac{1}{3}x$，得 $y=1$，$\therefore P(3,1)$. 将 $P(3,1)$ 代入 $y=kx+2$，得 $3k+2=1$，解得 $k=-\frac{1}{3}$，$\therefore y=-\frac{1}{3}x+2$，当 $y=-\frac{1}{3}x+2=0$ 时，$x=6$，故①错误. 当 $y=-\frac{1}{3}x+2>2$ 时，$x<0$，故②正确. $\because$ 直线 $y=kx+2$ 与直线 $y=\frac{1}{3}x$ 交于点 $P(3,1)$，$\therefore$ 方程组 $\begin{cases}y=kx+2,\\ y=\frac{1}{3}x\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=3,\\ y=1.\end{cases}$ 将方程组 $\begin{cases}3m-n=0,\\ m-kn=2\end{cases}$ 整理得 $\begin{cases}m=\frac{1}{3}n,\\ m=kn+2,\end{cases}$ $\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases}n=3,\\ m=1,\end{cases}$ 故③错误. 综上，错误的结论有①③，故选 B.

3-2. D 【解析】把 $A(m,-6)$ 代入 $y=-3x$，得 $-6=-3m$，解得 $m=2$，则 $A(2,-6)$. 由图象可知当 $x<2$ 时，$kx+b<-3x$，所以关于 x 的不等式 $kx+b<-3x$ 的解集为 $x<2$. 故选 D.

考点 12 一次函数的实际应用

重难突破

1.【解】(1) $\because 500\div(25-20)=500\div5=100$（秒），$\therefore$ 当 $x=50$ 时，两车相距 $20\times50+500-25\times50=1\ 000+500-1\ 250=250$（米）；当 $x=150$ 时，两车相距 $25\times150-(20\times150+500)=3\ 750-(3\ 000+500)=3\ 750-3\ 500=250$（米）.

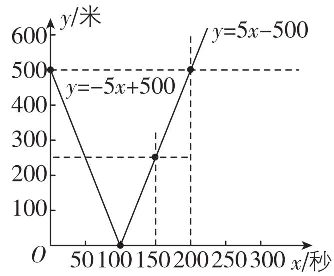
答：当 $x=50$ 时，两车相距 250 米，当 $x=150$ 时，两车相距 250 米.

(2) 由题意可得，乙车追上甲车用的时间为 $500\div(25-20)=500\div5=100$（秒），$\therefore$ 当 $0\leqslant x\leqslant100$ 时，$y=20x+500-25x=-5x+500$；当 $x>100$ 时，$y=25x-(20x+500)=25x-20x-500=5x-500$. 由上可得，$y$ 与 x 的函数关系式是 $y=\begin{cases}-5x+500(0\leqslant x\leqslant100),\\ 5x-500(x>100).\end{cases}$

(3) 在函数 $y=-5x+500$ 中，当 $x=0$ 时，$y=-5\times0+500=500$，当 $x=100$ 时，$y=-5\times100+500=0$，即函数 $y=-5x+500$ 的图象过点 $(0,500)$，$(100,0)$；

在函数 $y=5x-500$ 中，当 $x=150$ 时，$y=250$，当 $x=200$ 时，$y=500$，即函数 $y=5x-500$ 的图象过点 $(150,250)$，$(200,500)$.

画出(2)中所求函数的图象如图所示.



2.【解】(1) $\because$ 商店计划一次性购进两种型号的电脑共 100 台，其中 A 型电脑 x 台，

$\therefore$ 购进 B 型电脑 $(100-x)$ 台，故答案为 $(100-x)$.

(2) 由题意可得 $y=400x+500(100-x)=-100x+50\ 000$，

$\therefore y$ 关于 x 的函数关系式是 $y=-100x+50\ 000$，故答案为 $y=-100x+50\ 000$.

(3) $\because$ B 型电脑的进货量不超过 A 型电脑的 2 倍，

$\therefore 100-x\leqslant2x$，解得 $x\geqslant33\frac{1}{3}$.

$\because y=-100x+50\ 000$，$k=-100<0$，$\therefore y$ 随 x 的增大而减小.

$\because x$ 为整数且 $x\geqslant33\frac{1}{3}$，

$\therefore$ 当 $x=34$ 时，y 取得最大值，此时 $y=46\ 600$ 元，$100-x=66$（台）.

答：该商店购进 A 型电脑 34 台，B 型电脑 66 台时，才能使销售总利润最大，最大利润是 46 600 元.

3-1.【解】(1) 设 B 种图书每套 x 元，则 A 种图书每套 $1.5x$ 元.

根据题意得 $\frac{4\ 000}{x}-\frac{3\ 000}{1.5x}=20$，解得 $x=100$.

经检验，$x=100$ 是原方程的解，此时 $1.5x=150$.

答：A 种图书每套 150 元，B 种图书每套 100 元.

(2) 设学校购买 A 种图书 m 套，购买 B 种图书 n 套.

根据题意得 $150m+100n=2\ 000$，

整理得 $n=20-\frac{3}{2}m$.

$\because m,n$ 都是正整数，

$\therefore \begin{cases}m=2,\\ n=17\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=4,\\ n=14\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=6,\\ n=11\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=8,\\ n=8\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=10,\\ n=5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=12,\\ n=2,\end{cases}$

$\therefore$ 共有 6 种购买方案，故答案为 6.

(3) 设学校购买 A 种图书 a 套，购买图书的总费用为 y 元，则购买 B 种图书 $(60-a)$ 套.

由题意得 $y=150a+100(60-a)=50a+6\ 000$.

$\because 50>0$，$\therefore y$ 随 a 的增大而增大.

$\because$ A 种图书数量不低于 B 种图书数量的一半，

$\therefore a\geqslant\frac{1}{2}(60-a)$，解得 $a\geqslant20$，

$\therefore$ 当 $a=20$ 时，y 的值最小，最小值为 $50\times20+6\ 000=7\ 000$，此时 $60-20=40$（套）.

答：学校购买 A 种图书 20 套，购买 B 种图书 40 套时，总费用最低，最低费用为 7 000 元.

3-2.【解】（1）根据题意得 $y_{甲}=0.8x\ (x>200)$，$y_{乙}=200+0.7(x-200)=0.7x+60\ (x>200)$.

（2）去甲超市购买更省钱. 理由：

当 $x=500$ 时，$y_{甲}=0.8\times500=400$，$y_{乙}=0.7\times500+60=410$.

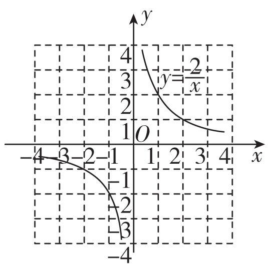
$\because 400<410$，$\therefore$ 去甲超市购物更省钱.

考点 13　反比例函数

一题练透

（1）$m>2$　（2）$m<2$　（3）4

①【解】函数图象如图：



②1

重难突破

1. D　【解析】$\because$ 反比例函数 $y=-\dfrac{12}{x}$，$k=-12<0$，$\therefore$ A 选项，函数图象分别位于第二、四象限，故本选项说法正确；B 选项，函数图象关于原点成中心对称，故本选项说法正确；C 选项，$x=6$ 时，$y=-2$，故本选项说法正确；D 选项，在每一象限内，y 随 x 的增大而增大，故本选项说法不正确. 故选 D.

2. D　【解析】$\because BC:CD=2:1$，$S_{\triangle ACD}=3$，$\therefore S_{\triangle ABC}=6$，$\therefore S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle ABC}=9$. $\because A$ 是线段 OB 的中点，$\therefore S_{\triangle DOA}=S_{\triangle ABD}=9$. $\because k>0$，$\therefore k=2S_{\triangle DOA}=18$，故选 D.

考点 14　反比例函数的实际应用

重难突破

1. B　【解析】设列车行驶完全程所需的时间 t（h）与行驶的平均速度 v（km/h）之间的函数关系式为 $t=\dfrac{k}{v}$. 把 $v=200$，$t=3$ 代入，得 $3=\dfrac{k}{200}$，$\therefore k=600$，$\therefore t=\dfrac{600}{v}$. 当 $t=2.5$ 时，$2.5=\dfrac{600}{v}$，$\therefore v=240$，$\therefore$ 若列车要在 2.5 h 内到达，则速度至少需要提高到 240 km/h. 故选 B.

2.【解】（1）$\because y$ 与 x 满足反比例函数关系，$\therefore$ 设 $y=\dfrac{k}{x}$. 将点 $(2,100)$ 代入，得 $k=200$，$\therefore y=\dfrac{200}{x}$.

（2）设该车队原计划每天运送货物 n 吨，则实际每天运送货物 $(1+25\%)n$ 吨. 根据题意，得 $\dfrac{200}{(1+25\%)n}+1=\dfrac{200}{n}$，解得 $n=40$.

经检验，$n=40$ 是原方程的根，且符合题意，

$\therefore$ 实际每天运送货物 $(1+25\%)\times40=50$（吨），$\therefore 200\div50=4$（天）.

答：实际完成运送任务的天数是 4 天.

3.【解】（1）由题意可设 $I=\dfrac{k}{R}$. $\because$ 函数图象经过点 $(8,6)$，$\therefore 6=\dfrac{k}{8}$，解得 $k=6\times8=48$，$\therefore I=\dfrac{48}{R}$.

（2）蓄电池的电压是 $6\times8=48$（V）.

（3）$\because I\leqslant10$，$I=\dfrac{48}{R}$，$\therefore \dfrac{48}{R}\leqslant10$，$\therefore R\geqslant4.8$，即用电器的可变电阻应控制在 4.8 Ω 以上（含 4.8 Ω）.

4. C　【解析】A 选项，设反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{k}{x}$. 把 $(1,200)$ 代入，得 $k=200$，$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{200}{x}$. 当 $x=4$ 时，$y=50$，$\therefore$ 4 月份的利润为 50 万元，故此选项正确，不合题意. B 选项，$\because (110-50)\div(6-4)=30$（万元），$\therefore$ 治污改造完成后，每月利润比前一个月增加 30 万元，故此选项正确，不合题意. C 选项，当 $y=100$ 时，$100=\dfrac{200}{x}$，解得 $x=2$，$\therefore$ 根据图象易知只有 3 月份、4 月份、5 月份共 3 个月的利润低于 100 万元，故此选项不正确，符合题意. D 选项，设一次函数解析式为 $y=ax+b$，则 $\begin{cases}4a+b=50,\\6a+b=110,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=30,\\b=-70,\end{cases}$ $\therefore$ 一次函数解析式为 $y=30x-70$. 当 $y=200$ 时，$200=30x-70$，解得 $x=9$，则 9 月份该厂利润达到 200 万元，故此选项正确，不合题意. 故选 C.

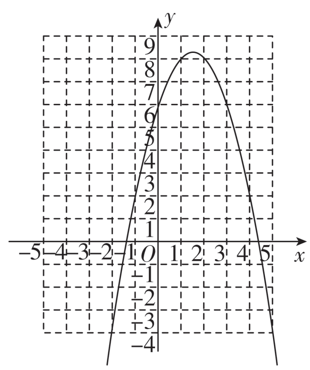
考点 15　二次函数

一题练透

（1）$m>-2$　（2）-5　（3）$-\dfrac{13}{8}$

（4）-3　①$y=-\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{33}{4}$　$\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{33}{4}\right)$　$x=\dfrac{3}{2}$

②【解】函数图象如图：



③$y_1>y_2$ ④$(0,6)$ $\left(\frac{3-\sqrt{33}}{2},0\right)$，$\left(\frac{3+\sqrt{33}}{2},0\right)$ ⑤$-22\leqslant y\leqslant-4$ ⑥$\frac{33}{4}$ -22 ⑦$y=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{41}{4}$

重难突破

1. D 【解析】∵ $y=x^2-2ax+a^2-4$，∴ 函数图象开口向上，对称轴为直线 $x=a$，∴ 当 $x<a$ 时，y 随 x 的增大而减小，当 $x>a$ 时，y 随 x 的增大而增大. ∵ 点 $(a-1,y_1)$ 关于直线 $x=a$ 的对称点为 $(a+1,y_1)$，$a+1<a+2$，∴ 当点 $(a-1,y_1)$，$(a+2,y_2)$ 在抛物线上时，$y_2>y_1$，故选项 A 错误，不符合题意. 当 $x=a$ 时，函数的最小值为 $a^2-2a^2+a^2-4=-4$，故选项 C 错误，不符合题意. ∵ 抛物线 $y=x^2-2ax+a^2-4$ 与 x 轴交于 A，B 两点（A 在 B 右侧），∴ 令 $y=0$，得 $x^2-2ax+a^2-4=0$，解得 $x=a+2$ 或 $x=a-2$，∴ $A(a+2,0)$，$B(a-2,0)$，∴ $AB=a+2-(a-2)=4$，故选项 B 错误，不符合题意. ∵ $y=x^2-2ax+a^2-4=(x-a)^2-4$，且与 x 轴的交点为 $A(a+2,0)$，$B(a-2,0)$，∴ 当抛物线过四个象限时，$a-2<0<a+2$，∴ $-2<a<2$，故选项 D 正确，符合题意. 故选 D.

2. B 【解析】由图象可得，该抛物线与 x 轴有两个交点，则 $b^2-4ac>0$，故①正确；∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴相交于点 $A(-2,0)$，$B(6,0)$，∴ 该抛物线的对称轴是直线 $x=\frac{-2+6}{2}=2$，∴ $-\frac{b}{2a}=2$，∴ $b+4a=0$，故②正确；由图象可得，当 $y>0$ 时，$x<-2$ 或 $x>6$，故③错误；当 $x=1$ 时，$y=a+b+c<0$，故④正确. 故选 B.

3. $y=2(x+2)^2-2$ 【解析】$y=2x^2-4x-1=2(x-1)^2-3$，若将抛物线 $y=2x^2-4x-1$ 先向左平移 3 个单位，再向上平移 1 个单位，则所得抛物线的函数解析式为 $y=2(x-1+3)^2-3+1$，即 $y=2(x+2)^2-2$. 故答案为 $y=2(x+2)^2-2$.

4-1. C 【解析】∵ 抛物线 $y=ax^2+c$ 与直线 $y=mx+n$ 交于 $A(-1,p)$，$B(3,q)$ 两点，观察函数图象可知，当 $x<-1$ 或 $x>3$ 时，抛物线 $y=ax^2+c$ 在直线 $y=mx+n$ 的上方，∴ 不等式 $ax^2+c>mx+n$ 的解集为 $x<-1$ 或 $x>3$，即不等式 $ax^2-mx+c>n$ 的解集是 $x<-1$ 或 $x>3$. 故选 C.

4-2. B 【解析】∵ 抛物线 $y=x^2+x+c$ 与 x 轴只有一个公共点，∴ 方程 $x^2+x+c=0$ 有两个相等的实数根，∴ $\Delta=1^2-4\times1\times c=0$，∴ $c=\frac{1}{4}$. 故选 B.

考点 16 二次函数的实际应用

重难突破

1. A 【解析】设矩形窗框的长为 x m，透光面积为 S m²，则宽为 $\frac{6-2x}{3}$ m，∴ $S=\frac{6-2x}{3}x$，即 $S=-\frac{2}{3}x^2+2x=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$，∴ 当 $x=\frac{3}{2}$ 时，S 最大，此时 $\frac{6-2x}{3}=1$，∴ 要使做成的窗框的透光面积最大，则该窗框的长、宽应分别做成 1.5 m，1 m. 故选 A.

2. 【解】(1) 设 $y=kx+b$，把 $x=20$，$y=360$ 和 $x=30$，$y=60$ 代入，

可得 $\begin{cases}20k+b=360,\\30k+b=60,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-30,\\b=960,\end{cases}$

∴ $y=-30x+960\ (10\leqslant x\leqslant32)$.

(2) 设每月所获的利润为 W 元.

$W=(-30x+960)(x-10)=-30(x-32)(x-10)=-30(x^2-42x+320)=-30(x-21)^2+3\,630$，∴ 当 $x=21$ 时，W 有最大值，最大值为 3 630.

答：当销售价格定为 21 元/件时，每月获得的利润最大，最大利润为 3 630 元.

3. 【解】(1) 设该抛物线的函数解析式为 $y=ax^2$. 由已知可得，点 A 的坐标为 $(-2,-2)$ 且点 A 在该抛物线上，∴ $-2=a\times(-2)^2$，解得 $a=-\frac{1}{2}$，∴ 该抛物线的函数解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2$.

(2) 将 $y=-3$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x^2$，得 $-3=-\frac{1}{2}x^2$，

解得 $x=\pm\sqrt{6}$，∴ $CD=\sqrt{6}-(-\sqrt{6})=2\sqrt{6}$. ∵ $AB=4$，

∴ $CD-AB=2\sqrt{6}-4$，∴ 当水面 AB 下降 1 米，到 CD 处时，水面宽度增加 $(2\sqrt{6}-4)$ 米.

(3) 将 $y=-1$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x^2$，得 $-1=-\frac{1}{2}x^2$，解得 $x=\pm\sqrt{2}$，

此时水面的宽为 $\sqrt{2}-(-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$，

∴ 当水面 AB 上升 1 米时，水面宽度减少 $(4-2\sqrt{2})$ 米.

第四章 三角形

考点 17 线段、角、相交线与平行线（含命题）

一题练透

(1) 4 2 2 (2) 12 6 6 (3) 16 (4) 5

(5) 两直线平行，内错角相等（答案不唯一）

重难突破

D 【解析】∵ $\angle1=\angle2=35°$，$\angle P=90°$，∴ $\angle FGP=90°-\angle2=55°$，$\angle DHE=70°$. 又 ∵ $AB\parallel CD$，∴ $\angle3+\angle FGP+\angle DHE=180°$，∴ $\angle3=180°-70°-55°=55°$，故选 D.

考点 18　三角形的基本性质

一题练透

(1)5　(2)5　(3)60°　75°

(4)①1　②$\frac{9}{2}$　③20°

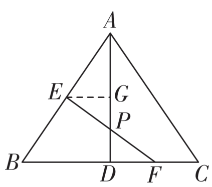
(5)①6　②2

重难突破

1. D　【解析】$\because 4-3=1,4+3=7,\therefore 1<x<7.\because x$ 为整数，$\therefore x$ 的最大值为 6. 故选 D.

2. $\frac{1}{2^{2\,022}}\alpha$　【解析】$\because BA_1$ 平分 $\angle ABC$，CA_1 平分 $\angle ACD$，$\therefore \angle A_1BC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle A_1CD=\frac{1}{2}\angle ACD$. 又 $\because \angle ACD=\angle A+\angle ABC$，$\angle A_1CD=\angle A_1+\angle A_1BC$，$\therefore \angle A_1+\angle A_1BC=\frac{1}{2}(\angle A+\angle ABC)$，$\therefore \angle A_1=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\alpha$. 同理可得 $\angle A_2=\frac{1}{2}\angle A_1=\frac{1}{2^2}\alpha$，按此规律，可得 $\angle A_{2\,022}=\frac{1}{2^{2\,022}}\alpha$.

3. A　【解析】如图，过点 E 作 $EG\perp AD$ 于 G. $\because AB=AC$，AD 平分 $\angle BAC$，$\therefore AD\perp BC$，$BD=CD$，$\therefore \angle PDF=\angle EGP=90°$，$\therefore EG/\!/BC$. $\because$ 点 E 是 AB 的中点，$\therefore G$ 是 AD 的中点，$\therefore EG=\frac{1}{2}BD$. $\because F$ 是 CD 的中点，$\therefore DF=\frac{1}{2}CD$，$\therefore EG=DF$. $\because \angle EPG=\angle DPF$，$\therefore \triangle EGP\cong\triangle FDP$(AAS)，$\therefore PG=PD=1.5$，$\therefore DG=3$，$\therefore AD=2DG=6$. $\because \triangle ABC$ 的面积是 24，$\therefore \frac{1}{2}BC\cdot AD=24$，$\therefore BC=8$，$\therefore DF=\frac{1}{4}BC=2$，$\therefore EG=DF=2$. 由勾股定理得 $PE=\sqrt{2^2+1.5^2}=2.5$. 故选 A.



考点 19　等腰(边)三角形

一题练透

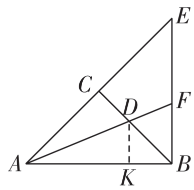
(1)65°或 50°　(2)45°或 15°或 75°　(3)21 cm 或 24 cm

(4)8 cm

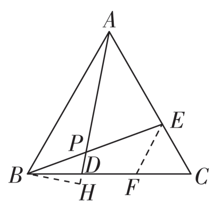
重难突破

1.【证明】(1)$\because AC=BC$，$\angle ACB=90°$，$\therefore \angle CAB=\angle CBA=45°$. $\because AD$ 是 $\angle CAB$ 的平分线，$\therefore \angle CAD=\angle BAD=22.5°$，$\therefore \angle ADC=\angle BDF=90°-22.5°=67.5°$. $\because$ 点 A 与点 E 关于直线 BC 对称，$\therefore \angle EBC=\angle CBA=45°$，$\therefore \angle ABF=90°$，$\therefore \angle AFB=90°-\angle BAD=90°-22.5°=67.5°$，$\therefore \angle BDF=\angle AFB$，$\therefore BF=BD$，$\therefore \triangle BDF$ 是等腰三角形.

(2)过 D 作 $DK\perp AB$ 于 K，如图. $\because AD$ 平分 $\angle CAB$，$\therefore \angle CAD=\angle KAD$. $\because DK\perp AB$，$\therefore \angle AKD=90°=\angle ACD$. 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle AKD$ 中，$\begin{cases}\angle ACD=\angle AKD,\\ \angle CAD=\angle KAD,\\ AD=AD,\end{cases}$ $\therefore \triangle ACD\cong\triangle AKD$(AAS)，$\therefore AC=AK$，$CD=DK$. $\because AC=BC$，$\angle ACB=90°$，$\therefore \angle KBD=45°$，$\therefore \triangle KBD$ 是等腰直角三角形，$\therefore BK=DK$，$\therefore BK=CD$. $\because AB=AK+BK$，$\therefore AB=AC+CD$，$\therefore AB+BD=AC+CD+BD=AC+BC=2AC$.



2. $\frac{42+18\sqrt{7}}{7}$　【解析】$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，$\therefore AB=BC$，$\angle ABD=\angle C=60°$. 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 中，$\begin{cases}AB=BC,\\ \angle ABD=\angle C,\\ BD=CE,\end{cases}$ $\therefore \triangle ABD\cong\triangle BCE$(SAS)，$\therefore \angle BAD=\angle CBE$，$\therefore \angle APE=\angle ABP+\angle BAD=\angle ABP+\angle CBE=\angle ABD=60°$，$\therefore \angle APB=120°$. 如图，在 CB 上取一点 F 使 $CF=CE=2$，连接 EF，则 $BF=BC-CF=4$. $\because \angle C=60°$，$\therefore \triangle CEF$ 是等边三角形，$\therefore \angle BFE=120°$，即 $\angle APB=\angle BFE$，$\therefore \triangle APB\backsim\triangle BFE$，$\therefore \frac{AP}{BP}=\frac{BF}{EF}=\frac{4}{2}=2$. 设 $BP=x$，则 $AP=2x$. 作 $BH\perp AD$ 交 AD 的延长线于 H. $\because \angle BPD=\angle APE=60°$，$\therefore \angle PBH=30°$，$\therefore PH=\frac{x}{2}$，$BH=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，$\therefore AH=AP+PH=2x+\frac{x}{2}=\frac{5}{2}x$. 在 Rt$\triangle ABH$ 中，$AH^2+BH^2=AB^2$，即 $\left(\frac{5}{2}x\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2=6^2$，解得 $x=\frac{6\sqrt{7}}{7}$ 或 $-\frac{6\sqrt{7}}{7}$(舍去)，$\therefore AP=\frac{12\sqrt{7}}{7}$，$BP=\frac{6\sqrt{7}}{7}$，$\therefore \triangle ABP$ 的周长为 $AB+AP+BP=6+\frac{12\sqrt{7}}{7}+\frac{6\sqrt{7}}{7}=6+\frac{18\sqrt{7}}{7}=\frac{42+18\sqrt{7}}{7}$.



考点 20　直角三角形

一题练透

(1)①35°　②$\frac{12}{5}$　③30°　④$6\sqrt{3}$　⑤等腰直角三角形　$\sqrt{2}$

第一部分 考点过关
第二部分 题型突破
第三部分 中考新趋势
狂K重点

(2)①等边三角形　②5　③$6+2\sqrt{3}$

重难突破

A　【解析】∵ $\angle OBC=90°$, $OC=\sqrt{5}$, $BC=1$, ∴ $OB=\sqrt{OC^2-BC^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-1^2}=2$. ∵ $\angle A=90°$, $\angle AOB=30°$, ∴ $AB=\frac{1}{2}OB=1$, ∴ $OA=\sqrt{OB^2-AB^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$, 故选 A.

考点 21　全等三角形

一题练透

(1) $\angle BOD=\angle COE$　AAS

【证明】(2) 由 (1) 知 $\triangle OBD\cong\triangle OCE$, ∴ $OD=OE$. 又 ∵ $\angle ODB=\angle OEC=90°$, ∴ $\angle ODA=\angle OEA=90°$. 在 Rt$\triangle AOD$ 和 Rt$\triangle AOE$ 中, $\begin{cases}OA=OA,\\OD=OE,\end{cases}$ ∴ Rt$\triangle AOD\cong$Rt$\triangle AOE$(HL).

(3) 由 (2) 知 Rt$\triangle AOD\cong$Rt$\triangle AOE$, ∴ $AD=AE$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中, $\begin{cases}\angle BAE=\angle CAD,\\AE=AD,\\\angle BEA=\angle CDA,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABE\cong\triangle ACD$(ASA).

(4) 由 (2) 知 $\triangle AOE\cong\triangle AOD$, ∴ $\angle EAO=\angle DAO$. 由 (3) 知 $\triangle ABE\cong\triangle ACD$, ∴ $AB=AC$. 在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle ACO$ 中, $\begin{cases}AB=AC,\\\angle BAO=\angle CAO,\\AO=AO,\end{cases}$ ∴ $\triangle ABO\cong\triangle ACO$(SAS).

(5) 由 (1) 知 $\triangle OBD\cong\triangle OCE$, ∴ $BD=CE$. 由 (3) 知 $\triangle ABE\cong\triangle ACD$, ∴ $BE=CD$. 在 $\triangle BCD$ 和 $\triangle CBE$ 中, $\begin{cases}BD=CE,\\CD=BE,\\BC=CB,\end{cases}$ ∴ $\triangle BCD\cong\triangle CBE$(SSS).

重难突破

【解】∵ $AD\perp BC$, ∴ $\angle ADB=\angle ADC=90°$. 在 Rt$\triangle BDF$ 和 Rt$\triangle ADC$ 中, $\begin{cases}BF=AC,\\FD=CD,\end{cases}$ ∴ Rt$\triangle BDF\cong$Rt$\triangle ADC$(HL), ∴ $\angle FBD=\angle CAD$. ∵ $\angle BFD=\angle AFE$, $\angle BFD+\angle DBF=90°$, ∴ $\angle AFE+\angle EAF=90°$, ∴ $\angle AEF=180°-(\angle AFE+\angle EAF)=90°$, ∴ $BE\perp AC$.

考点 22　相似

一题练透

(1) 16　(2) ADE　ACE　$\frac{9}{2}$　(3) $\frac{20}{3}$　(4) 9 : 4　(5) 8　(6) $\triangle ADE$　$\triangle ACB$　6　(7) $\frac{2}{5}$　(8) 相似三角形对应边成比例　$\frac{DE}{BC}=\frac{2}{3}$　不成立　不相似

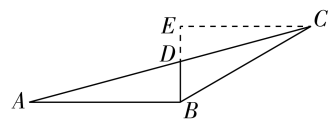
重难突破

1.【证明】(1) ∵ $AB=AC$, ∴ $\angle B=\angle C$. ∵ $CF=BE$, ∴ $CF-EF=BE-EF$, 即 $CE=BF$. 在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle ABF$ 中, ∵ $\begin{cases}AC=AB,\\\angle C=\angle B,\\CE=BF,\end{cases}$

∴ $\triangle ACE\cong\triangle ABF$(SAS), ∴ $\angle CAE=\angle BAF$.

(2) ∵ $\triangle ACE\cong\triangle ABF$, ∴ $AE=AF$, $\angle CAE=\angle BAF$. ∵ $AE^2=AQ\cdot AB$, $AC=AB$, ∴ $\frac{AE}{AQ}=\frac{AC}{AF}$, ∴ $\triangle ACE\backsim\triangle AFQ$, ∴ $\angle AEC=\angle AQF$, ∴ $\angle AEF=\angle BQF$. ∵ $AE=AF$, ∴ $\angle AEF=\angle AFE$, ∴ $\angle BQF=\angle AFE$. ∵ $\angle B=\angle C$, ∴ $\triangle CAF\backsim\triangle BFQ$, ∴ $\frac{CF}{BQ}=\frac{AF}{FQ}$, 即 $CF\cdot FQ=AF\cdot BQ$.

2. A　【解析】如图, 作 $CE\perp BD$, 交 BD 的延长线于点 E, 则 $\angle E=90°$. ∵ $BD\perp AB$, $CE\perp BE$, ∴ $AB/\!/CE$, $\angle ABD=90°$, ∴ $\triangle ABD\backsim\triangle CED$, ∴ $\frac{AD}{CD}=\frac{AB}{CE}=\frac{BD}{DE}$. ∵ $AD=\frac{4}{7}AC$, ∴ $\frac{AD}{CD}=\frac{4}{3}$. 又 ∵ $AB=2$, ∴ $\frac{AB}{CE}=\frac{2}{CE}=\frac{4}{3}=\frac{BD}{DE}$, ∴ $CE=\frac{3}{2}$, $BD=\frac{4}{7}BE$. ∵ $\angle ABC=150°$, $\angle ABD=90°$, ∴ $\angle CBE=60°$, ∴ $BE=\frac{\sqrt{3}}{3}CE=\frac{\sqrt{3}}{2}$, ∴ $BD=\frac{4}{7}BE=\frac{2\sqrt{3}}{7}$, ∴ $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BD\cdot CE=\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{3}}{7}\times\frac{3}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{14}$. 故选 A.



考点 23　锐角三角函数+
考点 24　锐角三角函数的实际应用

一题练透

(1) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　$\frac{\sqrt{5}}{5}$　2　(2) 45°　(3) $8\sqrt{2}$

重难突破

【解】在 Rt$\triangle ABC$ 中,

∵ $\angle ABC=37°$, $AB=8$ 米,

∴ $AC=AB\cdot\sin 37°\approx4.8$ 米,

$BC=AB\cdot\cos 37°\approx6.4$ 米.

在 Rt$\triangle ACD$ 中, $CD=\frac{AC}{\tan 30°}\approx8.304$ 米,

则 $BD=CD-BC=8.304-6.4\approx1.9$(米).

答: BD 的长约为 1.9 米.

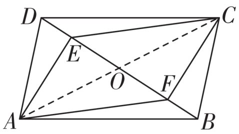
第五章 四边形

考点 25 多边形与平行四边形

一题练透

(1)2 (2)360° 360°

(3)【证明】如图,连接 AC 交 BD 于点 O. ∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,∴ $OA=OC$, $OD=OB$, $AD//BC$, $AD=BC$,∴ $\angle ADE=\angle CBF$. ∵ $AE\perp BD$, $CF\perp BD$,∴ $\angle AED=\angle CFB=90°$. 在△$AED$ 和△CFB 中,



$\begin{cases}\angle AED=\angle CFB,\\ \angle ADE=\angle CBF,\\ AD=BC,\end{cases}$ ∴ $\triangle AED\cong\triangle CFB$(AAS),∴ $DE=BF$,

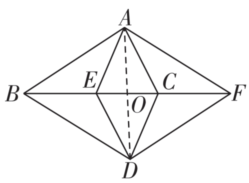
∴ $OD-DE=OB-BF$,∴ $OE=OF$. ∵ $OA=OC$,∴ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形.

(4)【解】∵ 四边形 $AECF$ 是平行四边形,∴ $AE=CF=12$ cm. ∵ $AD=BC=13$ cm, $AE\perp BD$, $CF\perp BD$, $AB=20$ cm,∴ $BF=\sqrt{BC^2-CF^2}=5$ cm, $BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=16$ cm,∴ $EF=BE-BF=11$ cm. ∵ $S_{四边形AFCE}=AE\cdot EF=12\times11=132(\text{cm}^2)$,∴ 四边形 $AFCE$ 的面积为 132 cm^2.

重难突破

【证明】(1)∵ $EB=CF$,∴ $EB+EC=CF+EC$,∴ $BC=EF$. ∵ $AB=DF$, $AC=DE$,∴ $\triangle ABC\cong\triangle DFE$(SSS),∴ $\angle ABC=\angle DFE$,∴ $AB//DF$,∴ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形.

(2)如图,连接 AD 交 BF 于点 O. ∵ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形,∴ $OB=OF$. ∵ $BE=CF$,∴ $OB-BE=OF-CF$,∴ $OE=OC$. ∵ $AE=AC$,∴ $AO\perp EC$,∴ 四边形 $ABDF$ 是菱形,∴ $AB=BD$.



考点 26 菱形+考点 27 矩形、正方形

一题练透

(1)$AB=BC$(答案不唯一) (2)$\angle ABC=90°$(答案不唯一)

(3)$\angle ABC=90°$(答案不唯一) (4)$4\sqrt{3}$

(5)【解】作 $OM\perp BC$ 于 M. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,∴ $CD=AB=2$, $\angle BCD=90°$, $AO=CO$, $BO=DO$, $AC=BD$,∴ $AO=BO=CO=DO$,∴ $BM=MC$,∴ OM 为△BCD 的中位线,∴ $OM=\frac{1}{2}CD=1$. ∵ DE 平分∠ADC, $\angle ADC=90°$,∴ $\angle EDC=45°$. 在 Rt△EDC 中, $EC=CD=2$,∴ △OEC 的面积为 $\frac{1}{2}\cdot EC\cdot OM=1$.

(6)①【证明】∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,∴ $AB=CB$, $\angle ABF=\angle CBF=45°$. 在△$ABF$ 和△CBF 中, $\begin{cases}AB=CB,\\ \angle ABF=\angle CBF,\\ BF=BF,\end{cases}$

∴ $\triangle ABF\cong\triangle CBF$(SAS).

【解】②∵ $\triangle ABF\cong\triangle CBF$,∴ $\angle AFB=\angle CFB$. ∵ $\angle AFC=140°$,∴ $\angle CFB=70°$. ∵ $\angle DFC+\angle CFB=180°$,∴ $\angle DFC=110°$. ∵ $\angle DGF+\angle ADB=\angle DFC$,且 $\angle ADB=\frac{1}{2}\angle ADC=45°$,

∴ $\angle DGF=\angle DFC-\angle ADB=110°-45°=65°$.

③∵ $OA=2$,四边形 $ABCD$ 为正方形,∴ $OB=OA=OC=OD=2$,

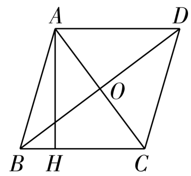
∴ $AC=BD=4$,∴ $S_{正方形ABCD}=\frac{4\times4}{2}=8$.

重难突破

1. D 【解析】如图,设对角线 AC, BD 交于点 O.

∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC=6$, $BD=8$,

∴ $AC\perp BD$, $OA=OC=\frac{1}{2}AC=3$, $OB=OD=\frac{1}{2}BD=4$,∴ $\angle BOC=90°$,∴ $BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$.



∵ $AH\perp BC$,∴ $S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=BC\cdot AH$,

即 $\frac{1}{2}\times6\times8=5AH$,∴ $AH=\frac{24}{5}$.

在 Rt△ACH 中,由勾股定理得 $CH=\sqrt{AC^2-AH^2}=\sqrt{6^2-\left(\frac{24}{5}\right)^2}=\frac{18}{5}$,故选 D.

2. $\sqrt{13}$ 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,∴ $AB=CD=6$ cm, $\angle ABC=\angle C=90°$, $AB//CD$,∴ $\angle ABD=\angle BDC$. ∵ $AE=2$ cm,∴ $BE=AB-AE=6-2=4$(cm). ∵ G 是 EF 的中点,∴ $EG=BG=\frac{1}{2}EF$,∴ $\angle BEG=\angle ABD$,∴ $\angle BEG=\angle BDC$,∴ $\triangle EBF\backsim\triangle DCB$,∴ $\frac{EB}{DC}=\frac{BF}{CB}$,∴ $\frac{4}{6}=\frac{BF}{9}$,∴ $BF=6$(cm),∴ $EF=\sqrt{BE^2+BF^2}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$(cm),∴ $BG=\frac{1}{2}EF=\sqrt{13}$ cm,故答案为 $\sqrt{13}$.

3. D 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $\angle ABC=90°$, $BC=BA$, $\angle ABE=\angle CBE=45°$.

在△ABE 和△CBE 中, $\begin{cases}BA=BC,\\ \angle ABE=\angle CBE=45°,\\ BE=BE,\end{cases}$

∴ $\triangle ABE\cong\triangle CBE$(SAS),∴ $\angle BAE=\angle BCE=20°$.

∵ $\angle ABC=90°$, $\angle BCF=20°$,

∴ $\angle BFC=180°-\angle ABC-\angle BCF=180°-90°-20°=70°$.

∵ $\angle BFC=\angle BAE+\angle AEF$,

∴ $\angle AEF=\angle BFC-\angle BAE=70°-20°=50°$,故选 D.

第六章　圆

考点 28　圆的基本性质

一题练透

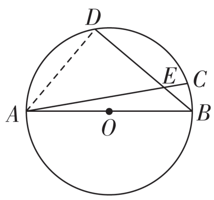
(1)直线 AB　(2)2　$\angle AOC=\angle AOD$，$\angle COB=\angle DOB$　$\angle CAB=\angle DAB$

【解】(3)相等的劣弧有 $\overset{\frown}{AC}$ 和 $\overset{\frown}{AD}$，$\overset{\frown}{BC}$ 和 $\overset{\frown}{BD}$，理由：垂直于弦的直径平分弦所对的两条弧；相等的弦有 $AC=AD$，理由：同圆或等圆中，如果两条弧相等，那么它们所对的弦相等.

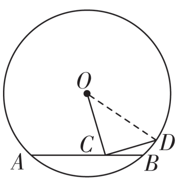
(4)$\because$ AB 是 $\odot O$ 的直径，且与弦 CD 垂直，$\therefore$ $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，$\therefore$ $\angle CAB=\angle BAD$. $\because$ $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD$，$\therefore$ $\angle CAB=\frac{1}{2}\angle BOD$.

(5)$CE=DE$，理由：垂直于弦的直径平分弦；$OA=OB=OC=OD$，理由：同圆的半径相等.

重难突破



1. D　【解析】如图，连接 AD. $\because$ D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，$\therefore$ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，$\therefore$ $\angle DBA=\angle DAC$. $\because$ $\angle DBA=40°$，$\therefore$ $\angle DAC=40°$. $\because$ AB 是直径，$\therefore$ $\angle D=90°$，$\therefore$ $\angle DAB+\angle DBA=90°$，$\therefore$ $\angle DAB=50°$，$\therefore$ $\angle BAC=\angle DAB-\angle DAC=10°$，故选 D.



2. A　【解析】如图，连接 OD. $\because$ $CD\perp OC$ 交 $\odot O$ 于点 D，$\therefore$ $\triangle OCD$ 是直角三角形. 根据勾股定理得 $CD=\sqrt{OD^2-OC^2}$. $\because$ 半径 OD 的长是定值，$\therefore$ 当 $OC\perp AB$ 时，线段 OC 的长最小，线段 CD 的长最大，此时 D 与 B 重合，$CD=BC$. $\because$ $OC\perp AB$，$\therefore$ $AC=BC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}$，$\therefore$ $CD=\frac{1}{2}$. 故选 A.

3. A　【解析】$\because$ $\angle ADC+\angle ABC=180°$，$\angle ABC+\angle CBE=180°$，$\therefore$ $\angle ADC=\angle CBE=50°$. $\because$ $DA=DC$，$\therefore$ $\angle DAC=\angle DCA=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$，$\therefore$ $\angle AOD=2\angle ACD=130°$，故选 A.

考点 29　与圆有关的位置关系

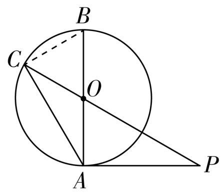
一题练透

【解】(1)$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore$ $BC=AD=3$，$\angle B=90°$，$\therefore$ $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$. $\because$ $r=4$，$\therefore$ $AB=r$，$AC>r$，$AD<r$，$\therefore$ 点 B 在 $\odot A$ 上，点 C 在 $\odot A$ 外，点 D 在 $\odot A$ 内.

(2)$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore$ $AB\perp BC$，$AD\perp DC$. $\because$ $AB=r=4$，$AD=3<r$，$\therefore$ 直线 BC 与 $\odot A$ 相切，直线 CD 与 $\odot A$ 相交.

(3)$\because$ CE，BC 是 $\odot A$ 的切线，E，B 为切点，$\therefore$ $CE=CB=3$，$\angle AEC=90°$. 故答案为 3，90.

重难突破

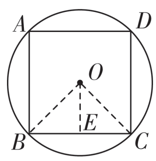


1. A　【解析】如图，连接 BC. $\because$ AP 是 $\odot O$ 的切线，$\therefore$ $\angle BAP=90°$. $\because$ $\angle P=30°$，$\therefore$ $\angle AOP=60°$，$\therefore$ $\angle BOC=60°$，$\therefore$ $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=30°$. $\because$ AB 是 $\odot O$ 的直径，$\therefore$ $\angle ACB=90°$. 在 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=30°$，$AB=10$，$\therefore$ $AC=5\sqrt{3}$，故选 A.

2. 6　【解析】根据勾股定理得，斜边 $AB=\sqrt{8^2+15^2}=17$，$\therefore$ 内切圆直径为 $8+15-17=6$(步)，故答案为 6.

考点 30　与圆有关的计算

一题练透



【解】(1)如图，连接 OB，OC，过点 O 作 $OE\perp BC$ 于点 E. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore$ $OB=OC$，中心角 $\angle BOC=360°\div4=90°$，$\therefore$ $\angle OBC=45°$，$\therefore$ $OB=BC\cdot\cos45°=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$. $\because$ $OE\perp BC$，$\therefore$ $\angle OBC=\angle BOE=45°$，$\therefore$ $OE=OB\cdot\sin45°=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1$. 综上，$\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$，正方形 $ABCD$ 的边心距为 1，中心角为 90°.

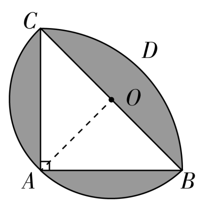
(2)$l_{\overset{\frown}{BC}}=\frac{90\times\pi\times\sqrt{2}}{180}=\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$.

(3)$S_{扇形BOC}=\frac{90\pi(\sqrt{2})^2}{360}=\frac{\pi}{2}$.

(4)设圆锥底面圆的半径为 R，则有 $2\pi R=\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$，解得 $R=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

重难突破

1. 16π　【解析】$\because$ $B(-5,0)$，$C(5,0)$，$\therefore$ $OB=OC=5$，$AB=AC=BC=10$，$\therefore$ $OA=\sqrt{AC^2-OC^2}=5\sqrt{3}$. $\because$ $D(11,0)$，$\therefore$ $OD=11$，$\therefore$ $AD^2=AO^2+OD^2=75+121=196$. $\because$ $\triangle ACD$ 绕点 A 顺时针旋转 60°得到 $\triangle ABE$，$\therefore$ $\angle DAE=60°$，$AE=AD=\sqrt{196}=14$，$\therefore$ 线段 CD 扫过区域的面积为 $S_{扇形DAE}-S_{扇形BAC}=\frac{60\pi\cdot AD^2}{360}-\frac{60\pi\cdot AC^2}{360}=\frac{1}{6}\pi(196-100)=16\pi$. 故答案为 16π.



2. $\pi-2$　【解析】如图，取 BC 的中点 O，连接 OA. $\because$ $\angle CAB=90°$，$AC=AB=\sqrt{2}$，$\therefore$ $BC=\sqrt{2}AB=2$，$\therefore$ $OA=OB=OC=1$，$\therefore$ $S_{阴影}=S_{半圆O}-S_{\triangle ABC}+S_{扇形ACB}-S_{\triangle ACB}=\frac{1}{2}\times\pi\times1^2-\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\frac{90\pi\times(\sqrt{2})^2}{360}-\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\pi-2$. 故答案为 $\pi-2$.

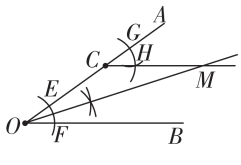
第七章　图形的变换

考点 31　尺规作图

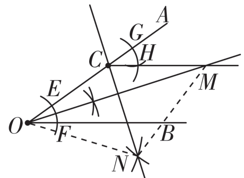
一题练透

(1)平行　同位角相等，两直线平行

【解】(2)如图(1)，OM 即为所求.



图(1)



图(2)

(3)CN 垂直平分 OM. 理由：

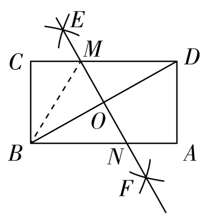
如图(2). ∵ 由(1)(2)可知 OM 平分 $\angle AOB$，$CM \parallel OB$，

∴ $\angle COM=\angle BOM=\angle CMO$，∴ $CO=CM$. 连接 ON，MN.

由(3)作图痕迹可知 $ON=MN$，∴ CN 垂直平分 OM(到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上).

重难突破

1. $2\sqrt{5}$　【解析】如图，连接 BM.



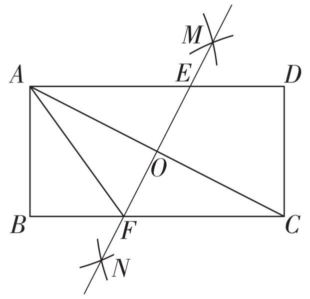
由作图可知 MN 垂直平分线段 BD，∴ $BM=DM=5$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $\angle C=90°$，$CD \parallel AB$，∴ $BC=\sqrt{BM^2-CM^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，∴ $BD=\sqrt{CB^2+CD^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，∴ $OB=OD=2\sqrt{5}$. ∵ $\angle MOD=90°$，∴ $OM=\sqrt{DM^2-OD^2}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}$. ∵ $CD \parallel AB$，∴ $\angle MDO=\angle NBO$. 在 $\triangle MDO$ 和 $\triangle NBO$ 中，$\begin{cases}\angle MDO=\angle NBO,\\ OD=BO,\\ \angle MOD=\angle NOB,\end{cases}$ ∴ $\triangle MDO \cong \triangle NBO$(ASA)，∴ $OM=ON=\sqrt{5}$，∴ $MN=2\sqrt{5}$. 故答案为 $2\sqrt{5}$.

2. D　【解析】根据作图过程可知，MN 是线段 AC 的垂直平分线，∴ $AF=CF$，∴ $\angle FAC=\angle FCA$，故 A 选项正确，不符合题意. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $AD=BC$，$AD \parallel BC$，∴ $\angle FCA=\angle EAC$，∴ $\angle FAC=\angle EAC$，故 B 选项正确，不符合题意. 如图，记 AC 与 MN 相交于点 O. ∵ MN 是 AC 的垂直平分线，∴ $\angle FOC=\angle EOA=90°$，$AO=CO$. 在 $\triangle CFO$ 和 $\triangle AEO$ 中，

$\begin{cases}\angle FCO=\angle EAO,\\ CO=AO,\\ \angle COF=\angle AOE,\end{cases}$ ∴ $\triangle CFO \cong \triangle AEO$(ASA)，∴ $AE=CF$，

∴ $AF=CF=AE=5$，

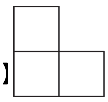
∴ 在 Rt$\triangle ABF$ 中，根据勾股定理，得 $AB=\sqrt{AF^2-BF^2}=4$，故 C 选项正确，不符合题意. ∵ $BC=BF+FC=3+5=8$，∴ $BC=2AB$，故 D 选项错误，符合题意. 故选 D.



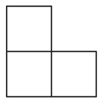
考点 32　视图与投影

一题练透

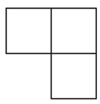
(1)【解】



主视图



左视图



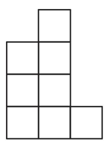
俯视图

(2)正　(3)A　(4)D

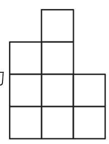
重难突破

1-1. $4\pi\ \text{cm}^2$　【解析】由主视图和左视图为三角形判断出是锥体，由俯视图是圆可判断出这个几何体是圆锥. 根据三视图知，该圆锥的底面半径 r 为 1 cm，母线长 l 为 $\sqrt{(2\sqrt{2})^2+1^2}=3$(cm)，故表面积为 $\pi rl+\pi r^2=\pi\times1\times3+\pi\times1^2=4\pi$(cm^2)，故答案为 4π cm^2.

1-2. 46　【解析】由题意可得，这个几何体的主视图为



，左视图为



，所以这个几何体的表面积为 $(8+9+6)\times2=46$，故答案为 46.

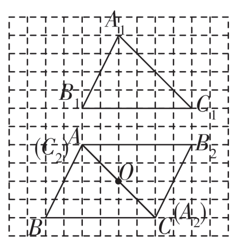
2-1. D　【解析】在原正方体中，与“亮”字所在面相对的面上的汉字是“想”，故选 D.

2-2. D　【解析】根据长方体的展开图可知，其表面展开图不可能是 D 选项中的图形. 故选 D.

考点 33　图形的对称、平移和旋转

一题练透

【解】(1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.



(2)如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.

(3)由图易知 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 不是轴对称图形.

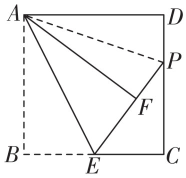
(4)四边形 $ABCB_2$ 是中心对称图形，它是平行四边形.

理由：由图易知，把四边形 $ABCB_2$ 绕点 O 旋转 180°后能与自身重合，所以四边形 $ABCB_2$ 是中心对称图形. 因为 $\triangle A_2B_2C_2$ 是以 AC 边的中点 O 为旋转中心，将 $\triangle ABC$ 旋转 180°所得，所

以 $AB /\!/ B_2C$，$BC /\!/ AB_2$，所以四边形 $ABCB_2$ 是平行四边形.

重难突破

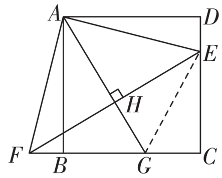
1. 2　【解析】如图，连接 AP. ∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，∴ $AB=BC=CD=6$，$\angle B=\angle C=\angle D=90°$. ∵ 点 E 是 BC 的中点，∴ $BE=CE=\dfrac{1}{2}BC=3$. 由折叠可知 $AF=AB$，$EF=BE=3$，$\angle AFE=\angle B=90°$，∴ $AD=AF$，$\angle AFP=\angle D=90°$. 在 Rt△AFP 和 Rt△ADP 中，$\begin{cases}AP=AP,\\AF=AD,\end{cases}$



∴ Rt△AFP≌Rt△ADP(HL)，∴ $PF=PD$. 设 $PF=PD=x$，则 $CP=CD-PD=6-x$，$EP=EF+FP=3+x$. 在 Rt△PEC 中，根据勾股定理得 $EP^2=EC^2+CP^2$，∴ $(3+x)^2=3^2+(6-x)^2$，解得 $x=2$，则 DP 的长度为 2. 故答案为 2.

2. B　【解析】∵ 将△ABC 沿 BC 方向平移可得到△DEF，∴ $DE=AB=10$ cm，△ABC≌△DEF，∴ $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle DEF}$，$HE=DE-DH=10-4=6$(cm)，即 $S_{梯形ABEH}+S_{\triangle CEH}=S_{\triangle CEH}+S_{阴影部分}$，∴ $S_{阴影部分}=S_{梯形ABEH}=\dfrac{1}{2}\times(6+10)\times6=48$(cm²). 故选 B.

3. B　【解析】如图所示，连接 EG. 由旋转可得，$AE=AF$，$DE=BF$，$\angle EAF=90°$. 又∵ $AG\perp EF$，∴ H 为 EF 的中点，∴ AG 垂直平分 EF，∴ $EG=FG$. 设 $CE=x$，则 $DE=5-x=BF$，∴ $FG=8-x$，∴ $EG=8-x$. ∵ $\angle C=90°$，∴ 在 Rt△CEG 中，$CE^2+CG^2=EG^2$，即 $x^2+2^2=(8-x)^2$，解得 $x=\dfrac{15}{4}$，∴ CE 的长为 $\dfrac{15}{4}$，故选 B.



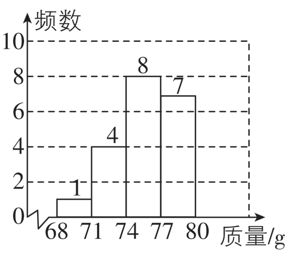
第八章　统计与概率

考点 34　统计

一题练透

(1)抽样调查　(2)①10 万只鸡腿的质量　抽取的 20 只鸡腿的质量　②75 g　77 g　75 g　③0. 40　8

【解】④补全频数分布直方图如图.



⑤估计可以加工成优等品的鸡腿有 100 000×(0. 20+0. 40)= 60 000(只).

⑥质量在 $71\leqslant x<74$ 范围内的鸡腿所对应的圆心角度数为 360°×0. 20=72°.

重难突破

【解】(1)不能. 理由如下：由题意得

八年级成绩的平均数是(6×7+7×15+8×10+9×7+10×11)÷50=8(分)，

九年级成绩的平均数是(6×8+7×9+8×14+9×13+10×6)÷50=8(分)，

故用平均数无法判断哪个年级的成绩比较好.

(2)①九年级竞赛成绩中 8 分出现的次数最多，故众数 $a=8$.

九年级竞赛成绩的方差为 $s^2=\dfrac{1}{50}\times[8\times(6-8)^2+9\times(7-8)^2+14\times(8-8)^2+13\times(9-8)^2+6\times(10-8)^2]=1.56$. 故答案为 8，1. 56.

②如果从众数角度看，八年级的众数为 7 分，九年级的众数为 8 分，所以应该给九年级颁奖；如果从方差角度看，八年级的方差为 1. 88，九年级的方差为 1. 56，又因为两个年级的平均数相同，九年级的成绩波动小，所以应该给九年级颁奖. 综上所述，应该给九年级颁奖.

(3)八年级的获奖率为(10+7+11)÷50×100%=56%，

九年级的获奖率为(14+13+6)÷50×100%=66%.

∵ 66%>56%，∴ 九年级的获奖率高.

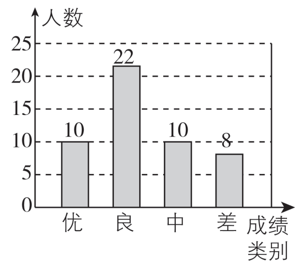
考点 35　概率

一题练透

(1)不可能　0　(2)$\dfrac{2}{3}$　(3)$\dfrac{2}{3}$　(4)0. 2

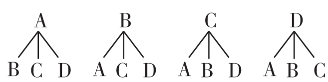
重难突破

【解】(1)抽取的学生总人数为 22÷44%=50，∴ 成绩类别为“中”的人数为 50×20%=10，补全的条形统计图如下：



(2)数学成绩达到优的人数所占的百分比为 $\dfrac{10}{50}\times100\%=20\%$，∴ 1 000×20%=200(名)，∴ 估计该校九年级共有 200 名学生的数学成绩可以达到优.

(3)将九年三班的三人分别记为 A，B，C，九年二班的一人记为 D. 画树状图如下：



共有 12 种等可能的结果，其中被抽中的两人都来自九年三班的有 6 种，

∴ 被抽中的两人都来自九年三班的概率是 $\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$.