

卷 1 2025 年辽宁省初中学业水平考试

答案及评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	B	D	C	C	D	B	A	B

二、填空题

11. -0.01 12. $\frac{20}{R}$ 13. 甲 14. 7.4 15. $\sqrt{13}$

三、解答题

16. 解 (1) 原式 $= 9 - 4 - 3 + 2 = 4$; (5 分)

(2) 原式 $= \frac{1}{m+1} \times \frac{(m+1)^2}{m^3} - \frac{1}{m^3} = \frac{m+1}{m^3} - \frac{1}{m^3} = \frac{m}{m^3} = \frac{1}{m^2}$. (10 分)

17. 解 (1) 设 B 种文创产品每件的进价为 x 元.

根据题意可得, $2(x+3) + 3x = 26$, 解得 $x = 4$.

答: B 种文创产品每件的进价为 4 元. (4 分)

(2) 设小张购进 m 件 A 种文创产品. 由 (1) 可知, A 种文创产品每件的进价为 $4+3=7$ (元), 则 $7m+4(100-m) \leq 550$, 解得 $m \leq 50$.

答: 小张最多可以购进 50 件 A 种文创产品. (8 分)

18. 解 (1) 由题意得抽取的学生人数为 $10 \div 25\% = 40$ (人),

$\therefore m = 40 \times 35\% = 14$, $\therefore n = 40 - 4 - 10 - 14 - 6 = 6$.

故答案为 14, 6. (4 分)

(2) 将数据按从小到大的顺序排列后, 第 20 个和第 21 个数据均为 3, \therefore 被抽取的八年级学生植树棵数的中位数为 $\frac{3+3}{2} = 3$. (6 分)

(3) $320 \times \frac{6+6}{40} = 96$ (人).

答: 估计这些学生中被评为“绿动先锋”的人数为 96 人. (8 分)

19. 解 (1) $\because AD = 8, OA = OD, \therefore OA = OD = 4, \therefore A(-4, 0)$.

将 $A(-4, 0)$ 代入 $y = ax^2 + 2$ 得 $0 = 16a + 2, \therefore a = -\frac{1}{8}, \therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{8}x^2 + 2$.

(2) $\because AM_1 = M_2D = 1, OA = OD = 4, \therefore OM_1 = OM_2 = 3, \therefore$ 点 N_1, N_2 关于 y 轴对称. 当 $x = 3$

时, $y = -\frac{1}{8} \times 3^2 + 2 = \frac{7}{8}, \therefore M_1N_1 = M_2N_2 = \frac{7}{8}, \therefore 2 \times \frac{7}{8} = \frac{7}{4} < 2, \therefore$ 这根材料的长度够用. (8 分)

20. (1) 证明 由条件可知 $A(0, 4), B(4, 0), \therefore OA = OB = 4$.

$\because \angle AOB = 90^\circ, \therefore \angle OAB = 45^\circ$.

(2) 解 \because 点 C 的坐标为 $(0, m), \therefore OC = m, \therefore AC = 4 - m$.

由条件可知 $CE = AC = 4 - m, \angle OAB = \angle CED = 45^\circ, \therefore OE = CE - OC = 4 - 2m$.

$\because \angle EOF = 90^\circ, \therefore \angle OEF = \angle OFE = 45^\circ, \therefore OF = OE = 4 - 2m$.

$\because CD \perp OA, \therefore \angle OAB = \angle CDA = 45^\circ, \therefore CD = AC = 4 - m$,

$\therefore S_{\text{四边形COFD}} = \frac{1}{2}(OF + CD) \times OC = \frac{1}{2}(4 - 2m + 4 - m) \times m$

$= -\frac{3}{2}m^2 + 4m = -\frac{3}{2}\left(m - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{8}{3}$.

评分细则

16. (1) 正确计算 $3^2, (-1) \times 4, \sqrt[3]{-27}, |-2|$ 各得 1 分, 正确计算出最终结果得 1 分.

(2) 先将除法转化为乘法并正确将 $m^2 + 2m + 1$ 因式分解得 2 分, 正确约分并计算出最终结果得 3 分.

17. (1) 根据题意正确设未知数并列出方程得 2 分, 正确计算出结果并写出答语得 2 分.

(2) 根据题意正确设未知数并列出不等式得 2 分, 正确计算出结果并写出答语得 2 分.

18. (1) 正确计算出 m, n 的值各得 2 分.

(2) 不写过程直接写结果扣 1 分.

(3) 不写答语扣 1 分.

19. (1) 写出点 A 或点 D 的坐标得 1 分, 计算出 a 的值并写出抛物线的表达式得 2 分.

(2) 正确计算得出 $M_1N_1 = M_2N_2 = \frac{7}{8}$ 得 3 分, 正确判断得出结论得 2 分.

20. (1) 正确写出点 A, B 的坐标得 1 分, 证明结论得 2 分.

(2) 用含 m 的代数式正确表示 OC, OF, CD 的长得 3 分, 根据面积公式正确列出 $S_{\text{四边形COFD}}$ 与 m 之间的关系式得 1 分, 正确计算出四边形 COFD 面积的最大值得 1 分.

$$\therefore -\frac{3}{2} < 0, 0 < m < 2,$$

\therefore 当 $m = \frac{4}{3}$ 时, 四边形 $COFD$ 面积取得最大值, 最大值为 $\frac{8}{3}$.

(8 分)

21. 解 (1) 连接 BE , 如图(1)所示.

构造圆内接四边形

$\because CA = CB, OA = OB, \therefore OC \perp AB$, 即 $\angle BOE = 90^\circ$.

等腰三角形“三线合一”

$\because OB = OE, \therefore \angle OBE = 45^\circ$.

$\therefore \angle OBE + \angle ADE = 180^\circ$,

圆内接四边形对角互补

$\therefore \angle ADE = 135^\circ$.

(4 分)

(2) 连接 OD , 如图(2)所示.

构造中线

$\because \angle AOC = 90^\circ, D$ 为 AC 中点,

$$\therefore OD = AD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

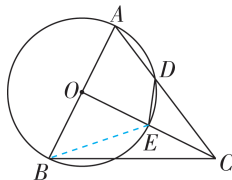
直角三角形斜边中线性质

$\therefore OD = OA = AD = 3, \therefore \triangle ADO$ 为等边三角形,

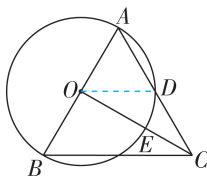
$\therefore \angle AOD = 60^\circ, \therefore \angle DOE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

$$\therefore \widehat{DE} \text{ 的长为 } \frac{30\pi \times 3}{180} = \frac{1}{2}\pi.$$

(8 分)



图(1)



图(2)

21. (1) 正确作出辅助线得 1

分, 由等腰三角形的性质得出 $\angle OBE$ 的度数得 2 分, 由圆内接四边形的性质得出 $\angle ADE$ 的度数得 1 分.

(2) 正确作出辅助线得 1 分, 正确计算 $\odot O$ 的半径得 1 分, 正确计算 $\angle DOE$ 的度数得 1 分, 正确计算 \widehat{DE} 的长得 1 分.

22. (1) 证明 $\because PB = PC, \therefore \angle PBC = \angle PCB$, 即 $\angle DBC = \angle ACB$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中, $\begin{cases} \angle BAC = \angle CDB, \\ \angle ACB = \angle DBC, \\ BC = CB, \end{cases} \therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB (AAS).$

(3 分)

解 (2) 由 (1) 知 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 即 $\triangle ABC \cong \triangle D'C'B$,

$\therefore \angle BAC = \angle C'D'B, AB = D'C' = 2, AC = BD'$.

作 $AE \perp BC$ 于点 E , 如图(1).

构造直角三角形

$\because \angle ABC = 60^\circ, \therefore \angle BAE = 30^\circ, \therefore BE = \frac{1}{2}AB = 1,$

$\therefore CE = BC - BE = 2,$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, 由勾股定理得 $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{3},$

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, 由勾股定理得 $AC = \sqrt{AE^2 + CE^2} = \sqrt{7}.$

$\therefore BD' = AC = \sqrt{7},$

$\therefore \angle BAC = \angle C'D'B, \therefore AM \parallel C'D', \therefore \triangle BAM \sim \triangle BD'C',$

A 字型相似

$$\therefore \frac{BA}{BD'} = \frac{AM}{C'D'}, \text{ 即 } \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{AM}{2}, \therefore AM = \frac{4\sqrt{7}}{7}, \therefore CM = AC - AM = \frac{3\sqrt{7}}{7}.$$

(8 分)

(3) 设 $\angle BC'C = \alpha,$

由旋转的性质得 $BC' = BC$, 则 $\angle BC'C = \angle BCC' = \alpha.$

$\because \angle ABC = \angle D'C'B = 60^\circ, \angle NBC + \angle BCN + \angle BNC = 180^\circ,$

$\angle BC'C + \angle BC'D' + \angle D'C'N = 180^\circ,$

$\therefore \angle BNC = 120^\circ - \alpha, \angle D'C'N = 120^\circ - \alpha,$

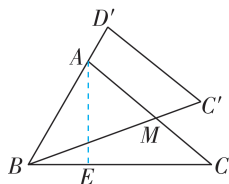
$\therefore \angle BNC = \angle D'C'N = 120^\circ - \alpha,$

$\therefore AM \parallel C'D', \therefore \angle D'C'N = \angle ACN, \therefore \angle ANC = \angle ACN, \therefore AN =$

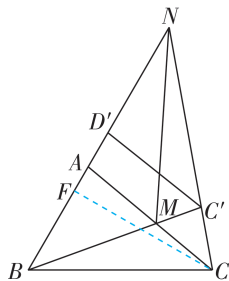
$AC = \sqrt{7}.$

作 $CF \perp BN$ 于点 F , 如图(2).

构造直角三角形



图(1)



图(2)

22. (1) 由 $PB = PC$ 得 $\angle DBC =$

$\angle ACB$ 得 1 分, 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 得 2 分.

(2) 正确作出辅助线得 1 分, 由全等三角形的性质及勾股定理得出 AC 的长得 2 分, 证明 $\triangle BAM \sim \triangle BD'C'$ 得 1 分, 计算出 CM 的长得 1 分.

(3) 正确作出辅助线得 1 分, 由旋转的性质、三角形内角和定理及平角的定义得出 $\angle BNC = \angle D'C'N$ 得 1 分, 计算出 $\triangle ACN$ 的面积得 1 分, 计算出 $\triangle AMN$ 的面积得 1 分.

评分细则

$$\because \angle ABC = 60^\circ, \therefore \angle BCF = 30^\circ. \because BC = 3, \therefore BF = \frac{3}{2}.$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCF \text{ 中, 由勾股定理得 } CF = \sqrt{BC^2 - BF^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ACN} = \frac{1}{2}AN \times CF = \frac{1}{2} \times \sqrt{7} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{21}}{4}.$$

$$\because AM = \frac{4\sqrt{7}}{7}, CM = \frac{3\sqrt{7}}{7}, \therefore AM:CM = 4:3, \therefore S_{\triangle AMN} = \frac{4}{7}S_{\triangle ACN} = \frac{3\sqrt{21}}{7}.$$

(12 分)

23. (1) 解 令 $-\frac{1}{4}(x-1)^2 + 1 = 0$, 解得 $x_1 = -1, x_2 = 3, \therefore A(3, 0)$.

将 $x = -\frac{7}{3}$ 代入 $y_1 = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + 1$, 得 $y_1 = -\frac{16}{9}, \therefore B(-\frac{7}{3}, -\frac{16}{9})$.

将 $A(3, 0), B(-\frac{7}{3}, -\frac{16}{9})$ 分别代入 $y_2 = ax^2 + c$,

$$\text{得 } \begin{cases} 9a + c = 0, \\ \frac{49}{9}a + c = -\frac{16}{9}, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = \frac{1}{2}, \\ c = -\frac{9}{2}, \end{cases} \therefore a, c \text{ 的值分别为 } \frac{1}{2}, -\frac{9}{2}.$$

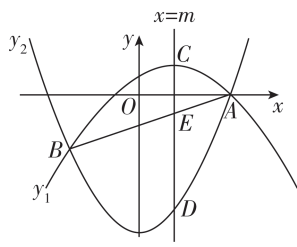
(3 分)

(2) ① 证明 如图(1).

设直线 AB 的函数表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$. 将 $A(3, 0), B(-\frac{7}{3}, -\frac{16}{9})$ 分别代入, 得

$$\begin{cases} 3k + b = 0, \\ -\frac{7}{3}k + b = -\frac{16}{9}, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{1}{3}, \\ b = -1, \end{cases} \therefore y = \frac{1}{3}x - 1.$$

$$\begin{cases} k = \frac{1}{3}, \\ b = -1, \end{cases} \therefore y = \frac{1}{3}x - 1.$$



图(1)

设点 E 的坐标为 $(m, \frac{1}{3}m - 1)$. $\therefore \begin{cases} a = \frac{1}{2}, \\ c = -\frac{9}{2}, \end{cases} \therefore y_2 = \frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{2}.$

将 $x = m$ 代入 $y_2 = \frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{2}$ 得 $D(m, \frac{1}{2}m^2 - \frac{9}{2})$,

将 $x = m$ 代入 $y_1 = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + 1$, 得 $C(m, -\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m + \frac{3}{4})$,

$$\therefore CE = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m + \frac{3}{4} - (\frac{1}{3}m - 1) = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{6}m + \frac{7}{4},$$

$$DE = (\frac{1}{3}m - 1) - (\frac{1}{2}m^2 - \frac{9}{2}) = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{3}m + \frac{7}{2} = 2(-\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{6}m + \frac{7}{4}),$$

$$\therefore DE = 2CE.$$

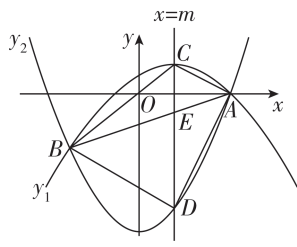
(7 分)

② 解 如图(2).

当 $AC \parallel DB$ 时, $\triangle ACE \sim \triangle BDE$,

$$\therefore \frac{DE}{CE} = \frac{BE}{AE} = 2, \therefore \frac{AE}{AB} = \frac{y_E}{y_B} = \frac{1}{3},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{1}{3}m - 1}{-\frac{16}{9}} = \frac{1}{3}, \text{ 解得 } m = \frac{11}{9}.$$



图(2)

当 $AD \parallel BC$ 时, $\triangle BCE \sim \triangle ADE$, $\therefore \frac{DE}{CE} = \frac{AE}{BE} = 2, \therefore \frac{AE}{AB} = \frac{y_E}{y_B} = \frac{2}{3},$

23. (1) 求出点 A 的坐标得 1 分, 求出 a, c 的值各得 1 分.

(2) ① 求出直线 AB 的函数表达式得 1 分, 表示出点 C, D, E 的坐标得 1 分, 证明结论得 2 分.
② 写对一个 m 的值得 1 分.

$$\text{即 } \frac{\frac{1}{3}m-1}{-\frac{16}{9}} = \frac{2}{3}, \text{ 解得 } m = -\frac{5}{9}, \therefore m = \frac{11}{9} \text{ 或 } -\frac{5}{9}.$$

(9 分)

$$(3) \text{ 解 } \text{由条件可知 } y_3 = \begin{cases} -\frac{1}{4}(x-1)^2 + 1 & (-\frac{7}{3} \leq x < 3) \\ \frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{2} & (x \geq 3) \end{cases},$$

\therefore 当 $-\frac{7}{3} \leq x \leq 1$ 时, y_3 随 x 的增大而增大, 当 $1 < x < 3$ 时, y_3 随 x 的增大而减小,

当 $x \geq 3$ 时, y_3 随 x 的增大而增大, 且当 $x = -\frac{7}{3}$ 时, y_3 取得最小值.

\therefore 当 $-\frac{7}{3} \leq x \leq t-n$ 时, 函数 y_3 的最小值为 $\frac{11}{9} - \frac{5}{t}$,

\therefore 当 $x = -\frac{7}{3}$ 时, y_3 取得最小值为 $\frac{11}{9} - \frac{5}{t}$, 即 $\frac{11}{9} - \frac{5}{t} = -\frac{16}{9}$, 解得 $t = \frac{5}{3}$, \therefore 当 $-\frac{7}{3} \leq x \leq$

$t-n$ 时, 函数 y_3 的最大值为 $\frac{8}{3} - \frac{5}{3} = 1$.

当 $y_3 = 1$ 时, $x = 1$ 或 $\sqrt{11}$,

$\therefore 1 \leq t-n \leq \sqrt{11}$, 即 $1 \leq \frac{5}{3} - n \leq \sqrt{11}$,

解得 $\frac{5}{3} - \sqrt{11} \leq n \leq \frac{2}{3}$.

(13 分)

评分细则

(3) 求出 t 的值得 2 分, 求出 n 的取值范围得 2 分.

★全解全析

1. A 解析

选项	分析	结论
A	圆锥的主视图是三角形	符合题意
B	圆柱的主视图是长方形	不符合题意
C	球的主视图是圆	不符合题意
D	正方体的主视图是正方形	不符合题意

2. C 解析 $19\ 000\ 000 = 1.9 \times 10^7$. 故选 C.

3. B 解析

选项	分析	结论
A	该曲线是中心对称图形, 不是轴对称图形	不符合题意
B	该曲线既是轴对称图形又是中心对称图形	符合题意
C	该曲线是轴对称图形, 不是中心对称图形	不符合题意
D	该曲线不是中心对称图形, 也不是轴对称图形	不符合题意

4. D 解析

D 4

选项	分析	判断
A	$m+3m = (1+3)m = 4m$	错误
B	$2m \cdot 3m = (2 \times 3)(m \cdot m) = 6m^2$	错误
C	$(mn)^2 = m^2 n^2$	错误
D	$(m^2)^3 = m^{2 \times 3} = m^6$	正确

5. C 解析 从中随机摸出一个小球, 记下颜色后, 放回并摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 列表如下:

	红	黄
红	(红, 红)	(红, 黄)
黄	(黄, 红)	(黄, 黄)

共有 4 种等可能的结果, 其中两次摸出相同颜色的小球的结果有 2 种,

\therefore 两次摸出相同颜色的小球的概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. 故选 C.

上分提醒

求概率时一定要注意“放回”和“不放回”的区别, “放回”可以重复算, “不放回”只能算一次.

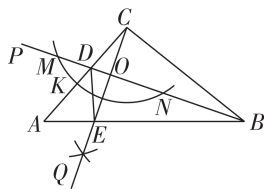
6. C 解析 $\because DE \parallel OA, \therefore \angle O = \angle EDB = 40^\circ, \therefore \angle ACD = \angle CDO + \angle O = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$. 故选 C.

7. D **解析** 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3, AE=4, \therefore \angle A = \angle D = 90^\circ, AD=BC, CD=AB=3, \therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, 由勾股定理得 $BE = \sqrt{AE^2 + AB^2} = 5, \therefore BC = BE = 5, \therefore AD = 5, \therefore DE = AD - AE = 1, \therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, 由勾股定理得 $CE = \sqrt{CD^2 + DE^2} = \sqrt{10}$. 故选 D.

8. B **解析** \because 点 A 的坐标为 $(3,0)$, 点 B 的坐标为 $(2,-2)$, 将线段 AB 平移得到线段 CD , 点 A 的对应点 C 的坐标为 $(3,5), \therefore$ 点 A 向上平移 5 个单位长度得到点 C, \therefore 点 B 向上平移 5 个单位长度得到点 D, \therefore 点 D 的坐标为 $(2, -2+5)$, 即 $(2,3)$. 故选 B.

9. A **解析** 利用矩形面积公式即可列出方程为 $x(60-x) = 864$, 故选 A.

10. B **解析** 如图. 由作图可知 $CE \perp BD$. 设 CE, BD 交于点 O , 则 $\angle BOC = \angle BOE = 90^\circ$.



$\therefore BP$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle ABO = \angle CBO$.

在 $\triangle BOC$ 和 $\triangle BOE$ 中,

$$\begin{cases} \angle BOC = \angle BOE, \\ OB = OB, \\ \angle CBO = \angle EBO, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BOC \cong \triangle BOE$ (ASA), $\therefore OC = OE, BC = BE = 12$,

$\therefore BD$ 垂直平分 $CE, AE = AB - BE = 4, \therefore DE = CD$,

$\therefore \triangle ADE$ 的周长为 $AE + DE + AD = AE + CD + AD = AE + AC = 14$. 故选 B.

11. -0.01 **解析** 低于标准质量 0.01 g 记作 -0.01 g, 故答案为 -0.01.

12. $\frac{20}{R}$ **解析** 设电流 I 与电阻 R 之间的函数表达式为 $I = \frac{U}{R}$ ($U \neq 0$). \therefore 当 $R=4$ 时, $I=5, \therefore 5 = \frac{U}{4}, \therefore U=20, \therefore$ 电流

I 与电阻 R 之间的函数表达式为 $I = \frac{20}{R}$, 故答案为 $\frac{20}{R}$.

13. 甲 **解析** \because 甲的方差 95.4 < 乙的方差 243.4, \therefore 这两名运动员测试成绩更稳定的是甲, 故答案为甲.

14. 7.4 **解析** 由题意得 $AB \perp BC, \angle ACB = 51^\circ, BC = 6$ m, \therefore 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\tan \angle ACB = \frac{AB}{BC}$, 即 $\tan 51^\circ = \frac{AB}{6}, \therefore AB \approx 6 \times 1.23 \approx 7.4$ (m), 故答案为 7.4.

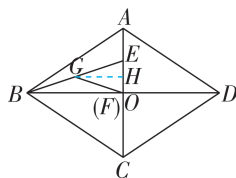
15. $\sqrt{13}$ **解析** 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 $O, AC=8, BD=12$,

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = 4, OB = \frac{1}{2}BD = 6, AC \perp BD.$$

$$\therefore AE = 2, \therefore OE = OA - AE = 4 - 2 = 2.$$

如图, 取 OE 中点 H , 连接 GH .

构造中位线



\therefore 点 G 为 BE 的中点, 点 H 为 OE 的中点,

$\therefore GH$ 是 $\triangle EBO$ 的中位线,

$$\therefore GH = \frac{1}{2}OB = 3, GH \parallel OB, \therefore \angle GHE = \angle BOA = 90^\circ.$$

三角形中位线性质

$$\therefore OF = 1, \therefore HF = OH + OF = \frac{1}{2}OE + OF = \frac{1}{2} \times 2 + 1 = 2,$$

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle GFH$ 中, 由勾股定理得 $GF = \sqrt{GH^2 + HF^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$, 故答案为 $\sqrt{13}$.

上分总结

菱形的性质

菱形的四条边均相等, 对边平行, 对角相等, 对角线互相垂直平分, 且每条对角线都平分一组对角.