

# 卷 2 2025 年长沙市初中学业水平考试试卷

## 答案及评分标准

一、选择题:本题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	A	C	B	D	B	C	D	B

二、填空题:本题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分.

11.  $m(x-2y)$  12. 108 13.  $x=\frac{5}{4}$  14. 6 15. 205 16. 五

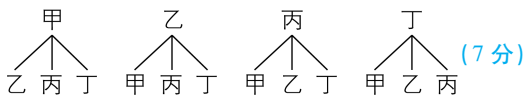
三、解答题(本大题共 9 个小题,第 17、18、19 题每小题 6 分,第 20、21 题每小题 8 分,第 22、23 题每小题 9 分,第 24、25 题每小题 10 分,共 72 分)

17. 解 原式  $=2\sqrt{2}-1+5-3-1$  (4 分)  
 $=2\sqrt{2}$ . (6 分)

18. 解 解不等式①,得  $x>-7$ , (2 分)  
 解不等式②,得  $x\leq 2$ , (4 分)  
 $\therefore$  不等式组的解集为  $-7<x\leq 2$ . (6 分)

19. 解 (1)  $\because AB=AC, \angle B=72^\circ, \therefore \angle ACB=\angle B=72^\circ$ .  
 由作图可知,  $CD$  是  $\angle ACB$  的角平分线,  $\therefore \angle BCD=\angle ACD=\frac{1}{2}\angle ACB=36^\circ$ . (3 分)  
 (2) 在  $\triangle BCD$  中, 由三角形内角和定理得  $\angle BDC=180^\circ-\angle B-\angle BCD=72^\circ, \therefore \angle BDC=\angle B, \therefore CD=CB$ .  
 在  $\triangle ACD$  中,  $\because \angle BDC=\angle A+\angle ACD, \angle ACD=36^\circ, \therefore \angle A=\angle BDC-\angle ACD=72^\circ-36^\circ=36^\circ, \therefore \angle A=\angle ACD, \therefore AD=CD, \therefore AD=BC$ .  
 $\therefore BC=2.5, \therefore AD=2.5$ . (6 分)

20. 解 (1) 100;0.20;44; (3 分)  
 (2) 72; (5 分)  
 (3) 记“选出的 2 名学生恰好来自同一个班级”为事件  $A$ , 设一班的 2 名学生为甲和乙, 二班的 2 名学生为丙和丁, 画出树状图:



一共有 12 种等可能的结果, 其中事件  $A$  包含 4 种可能的结果,  $\therefore P(A)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ . (8 分)

21. (1) 证明  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,  $\therefore AB\parallel CD$  且  $AB=CD$ .

又  $\because BE=DF, \therefore AB-BE=CD-DF, \therefore AE=CF$ .  
 又  $\because AE\parallel CF, \therefore$  四边形  $AECF$  是平行四边形. (4 分)

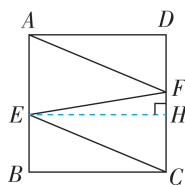
(2) 过点  $E$  作  $EH\perp CD$  于点  $H$ .

$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,  $BC=12, \therefore CD=BC=12, \angle B=\angle BCD=90^\circ$ .

又  $\because \angle EHC=90^\circ, \therefore$  四边形  $EBCH$  是矩形,  $\therefore EB=HC=5, EH=BC=12$ .

又  $\because DF=BE=5, \therefore HF=CD-DF-CH=12-5-5=2$ .

在  $Rt\triangle EHF$  中, 由勾股定理得  $EF=\sqrt{EH^2+FH^2}=\sqrt{12^2+2^2}=\sqrt{148}=2\sqrt{37}$ . (8 分)



## 评分细则

17. 化简正确一项得 1 分, 有理数加减运算结果正确得 2 分.

18. 解不等式①②正确各得 2 分, 写出不等式组的解集得 2 分.

19. (1) 正确求出  $\angle BCD$  的度数得 3 分.

19. (2) 证明  $CD=CB$  得 1 分, 证明  $AD=CD$  得 1 分, 最后计算  $AD$  的长度得 1 分.

20. (1) 每空 1 分, 0.2 写成 20% 不得分.

20. (2) 填空正确即可得 2 分, 注意 72 不用带单位“°”.

20. (3) 正确画出树状图得 2 分, 写出概率得 1 分.

21. (1) 合理证明即可得 4 分, 本问也可证明三角形  $ADF$  和三角形  $CBE$  全等得到角相等, 推导出  $CE$  平行于  $AF$  证明平行四边形.

21. (2) 计算  $EB=HC=DF=BE=5$  得 2 分, 利用勾股定理计算出  $EF$  的长度得 2 分.

22. 解 (1) 设 A 等级农产品每千克销售单价为  $x$  元, B 等级农产品每千克销售单价为  $y$  元. 由题意得, 
$$\begin{cases} 6x+4y=112, \\ 4x+2y=68, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=12, \\ y=10. \end{cases}$$

答: A 等级农产品每千克销售单价为 12 元, B 等级农产品每千克销售单价为 10 元.

(5 分)

(2) 设需加工 A 等级农产品  $m$  千克, 则需加工 B 等级农产品  $(6\,000-m)$  千克.

由题意得,  $(12-8)m+(10-8)(6\,000-m) \geq 16\,000$ , 解得  $m \geq 2\,000$ ,

答: 要求总利润不低于 16 000 元, 则至少需加工 A 等级农产品 2 000 千克. (9 分)

23. 解 (1) 如图, 由题意可得  $\angle CBE = 60^\circ$ ,  $\angle CAF = 30^\circ$ ,  $\angle BDM = 45^\circ$ ,  $BM \perp DM$ ,  $BE \parallel AF \parallel DM$ .

$\therefore \angle BCM = \angle CBE = 60^\circ$ ,  $\angle ACM = \angle CAF = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle ACB = \angle BCM - \angle ACM = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ . (5 分)

(2) 方法一:  $\because \angle CBE = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle CBM = 90^\circ - \angle CBE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .

由 (1) 得  $\angle ACB = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$ .

又  $\because AB = 800$ ,  $\therefore AB = AC = 800$ . 在  $\text{Rt} \triangle ACM$  中,  $\sin \angle ACM = \frac{AM}{AC}$ ,  $\cos \angle ACM = \frac{CM}{AC}$ ,

$\therefore AM = AC \cdot \sin \angle ACM = 800 \times \sin 30^\circ = 800 \times \frac{1}{2} = 400$ ,  $CM = AC \cdot \cos \angle ACM = 800 \times$

$\cos 30^\circ = 800 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 400\sqrt{3}$ ,  $\therefore BM = BA + AM = 800 + 400 = 1\,200$ .

$\because \angle BDM = 45^\circ$ ,  $BM \perp DM$ ,  $\therefore DM = BM = 1\,200$ ,  $\therefore DC = DM - CM = 1\,200 - 400\sqrt{3}$  (m),

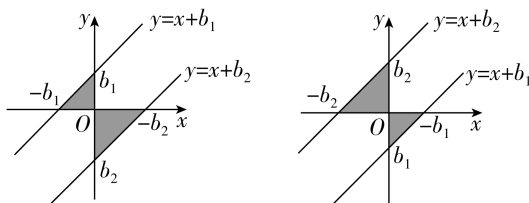
$\therefore$  景点 C 与景点 D 之间的距离为  $(1\,200 - 400\sqrt{3})$  m. (9 分)

24. (1) ①(√) ②(√) ③(×) (3 分)

(2) 由题意可得  $x_2 = -y_1$ ,  $y_2 = -x_1$ , 点  $(x_1, y_1)$  与点  $(-y_1, -x_1)$  且  $x_1 \neq -y_1$  是一对“对偶点”, 由于  $y = k_1x + b_1$  是“对偶函数”, 则其图象上必存在一对“对偶点”. 从而有

$$\begin{cases} y_1 = k_1x_1 + b_1, \\ -x_1 = -k_1y_1 + b_1, \end{cases} \text{ 两式相减可得 } k_1 = 1, \text{ 同理可得 } k_2 = 1.$$

所以两个一次函数为  $y = x + b_1$ ,  $y = x + b_2$ , 由于  $b_1, b_2$  都是常数, 且  $b_1, b_2 < 0$ , 故此两个一次函数的图象分别与两坐标轴围成的平面图形是有公共直角顶点的分别位于二、四象限的两个等腰直角三角形, 如下图所示.



求得其面积之和  $S = \frac{1}{2}(b_1^2 + b_2^2)$ . (6 分)

- (3) 由题意可得  $a \neq 0$ , 且  $x_1 \neq -y_1$  时, 有 
$$\begin{cases} y_1 = 2ax_1^2 - 1, \text{ ①} \\ -x_1 = 2a(-y_1)^2 - 1, \text{ ②} \end{cases}$$

以上两式相减可得  $x_1 - y_1 = \frac{1}{2a}$ , 从而将  $y_1 = x_1 - \frac{1}{2a}$ , 代入①整理可得  $2ax_1^2 - x_1 + \frac{1}{2a} - 1 =$

0, 此关于  $x_1$  的一元二次方程必有实数根, 由于  $\Delta = 1 - 8a\left(\frac{1}{2a} - 1\right) = -3 + 8a = 0$  时,

$x_1 = -y_1 = \frac{2}{3}$  (不符合题意). 从而必有  $\Delta = -3 + 8a > 0$ , 解得  $a > \frac{3}{8}$ . (10 分)

22. (1) 设问并列方程组得 2 分, 解出方程组得 2 分, 写出答句得 1 分.

22. (2) 设问并列出不等式得 2 分, 解出不等式得 1 分, 写出答句得 1 分.

23. (1) 得出  $\angle BCM$ ,  $\angle ACM$  的度数得 2 分, 计算  $\angle ACB$  的度数得 3 分.

23. (2) 计算  $DM$  的长度得 1 分, 计算  $CM$  的长度得 2 分, 计算  $DC$  的长度得 1 分.

24. (1) 判断正确即得 1 分

24. (2) 得出  $k_1 = k_2 = 1$  得 1 分, 表示出面积之和得 2 分.

24. (3) 根据题意写出  $y_1$  与  $x_1$  的关系式得 1 分, 写出关于  $x_1$  的一元二次方程得 1 分, 根据  $\Delta$  计算得出  $a$  的范围得 2 分, 未舍去  $\Delta = 0$  的情况扣 1 分.

25. (1) 如图 1, 连接  $OC, OD$ , 过  $O$  作  $OE \perp CD$  于点  $E$ .

令  $AD=a, BC=b, OE=d, OA=OB=r$ .

由于  $S_{ABCD} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle COD} + S_{\triangle BOC}$ , 则有  $\frac{1}{2} \times 2r(a+b) = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}(a+b)d + \frac{1}{2}br$ , 化简得  $D=r$ ,  $\therefore CD$  与该半圆相切.

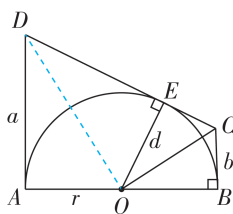


图 1

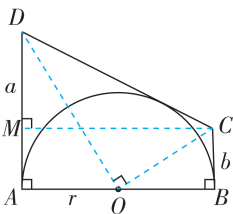


图 2

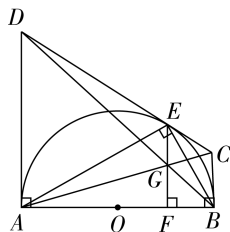


图 3

(2)  $m=n$ . 理由如下:

如图 2, 过点  $C$  作  $CM \perp AD$ , 交  $AD$  于点  $M$ .

在  $\triangle CDM$  中, 由勾股定理可得  $CD^2 = DM^2 + CM^2$ .

$\because CD=AD+BC=a+b, DM=|a-b|, CM=2r, \therefore (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4r^2, \therefore r^2 = AD \cdot BC = ab=2$ ,

代入可得  $m = \frac{2}{2+a} + \frac{2}{2+b} = \frac{ab}{ab+a} + \frac{ab}{ab+b} = \frac{b}{1+b} + \frac{a}{1+a} = n$ . (6分)

(3) 如图 3,  $\because CD, AD, BC$  均为该半圆的切线,  $\therefore DA=DE, CB=CE$ ,

$\because AD \perp AB, BC \perp AB, \therefore AD \parallel BC, \therefore \triangle DAG \sim \triangle BCG, \therefore \frac{CG}{GA} = \frac{CB}{AD} = \frac{CE}{ED}, \therefore \frac{CG}{CA} = \frac{CE}{CD}$ .

$\because \angle ACD = \angle GCE, \therefore \triangle ACD \sim \triangle GCE, \therefore \angle ADC = \angle GEC, \therefore EG \parallel AD \parallel BC, FG \parallel AD \parallel$

$$BC, \therefore \begin{cases} \frac{FG}{BC} = \frac{AF}{AB}, \\ \frac{FG}{AD} = \frac{BF}{AB}, \end{cases} \therefore \frac{FG}{BC} + \frac{FG}{AD} = 1, \therefore \frac{1}{BC} + \frac{1}{AD} = \frac{1}{FG}.$$

同理可得  $\frac{1}{BC} + \frac{1}{AD} = \frac{1}{EG}, \therefore FG=EG=x$ ,

由 (2) 可知  $r^2 = AD \cdot BC = DE \cdot EC = 1, \therefore \frac{1}{DE} + \frac{1}{CE} = \frac{1}{BC} + \frac{1}{AD} = \frac{1}{EG} = \frac{DE+CE}{DE \cdot CE} = DC = \frac{1}{x}$ .

又在  $\text{Rt} \triangle ABE$  中,  $\therefore \frac{1}{2} \cdot AE \cdot BE = \frac{1}{2} (2x) (2r) = 2x, \therefore AE \cdot BE = 4x, \therefore \frac{4}{AE \cdot BE} =$

$$\frac{1}{x}, \therefore y = \frac{4}{AE \cdot BE} + \frac{1}{FG} + DC = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{3}{x}. \quad (10 \text{分})$$

25. (1) 利用等面积法写出等式得 2 分, 得出结论得 1 分.

25. (2) 写出结论得 1 分, 根据勾股定理写出等式得 1 分, 计算证明得 1 分.

25. (3) 证明出  $FG=EG=x$  得 1 分, 写出  $\frac{4}{AE \cdot BE} = \frac{1}{x}$  得 1 分, 写出  $DC = \frac{1}{x}$  得 1 分, 最后正确列出函数解析式得 1 分.

## ★全解全析

1. **B** 解析 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10, n$  为整数,  $149\ 600\ 000 = 1.496 \times 10^8$ . 故选 B.

2. **A** 解析 本题考查三视图, 左视图即为从左边看到图形, 据此即可解答. 故选 A.

3. **A** 解析 将向东走 80 米记作 +80 米, 说明“向东”为正方向, 与之相反的“向西”应为负方向. 因此, 向西走 60 米应记作 -60 米. 故选 A.

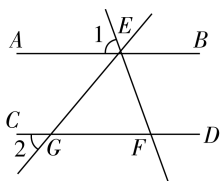
4. **C** 解析 A 选项,  $2a$  与  $a^2$  不是同类项, 无法合并, 故 A 错误; B 选项,  $6a^2b+a$  中,  $6a^2b$  与  $a$  的字母部分不同, 无法合并, 故 B 错误; C 选项, 根据积的乘方法则,  $(ab)^7 = a^7 \cdot b^7$ ,

等式成立, 故 C 正确; D 选项,  $\sqrt{19}, \sqrt{6}, \sqrt{13}$  均非同类二次根式, 无法直接相减, 故 D 错误. 故选 C.

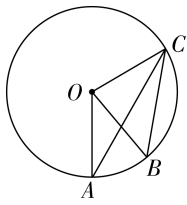
5. **B** 解析 众数的定义, 即一组数据中出现次数最多的数据.  $\because 78$  出现的次数最多 (3 次),  $\therefore$  众数为 78. 故选 B.

6. **D** 解析 当机器人搭载  $m$  个机械手时, 总效率为每个机械手效率的累加, 即总采摘数  $= 10 \times m = 10m$ . 故选 D.

7. **B** 解析  $\because AB \parallel CD, \therefore \angle AEG = \angle 2 = 50^\circ, \therefore \angle 1 = 70^\circ, \therefore \angle GEF = 180^\circ - \angle 1 - \angle AEG = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$ . 故选 B.



(第 7 题图)



(第 8 题图)

8. C 解析  $\because \angle AOB = 40^\circ, \angle OCA = 30^\circ, \therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 20^\circ, \therefore \angle BCO = \angle OCA + \angle ACB = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$ . 故选 C.

9. D 解析 由折叠可得  $AE = AB = 4, DE = DB, \therefore CE = AC - AE = 6 - 4 = 2, \therefore C_{\triangle CDE} = CE + CD + DE = CE + CD + DB = CE + CB = 2 + 5 = 7$ . 故选 D.

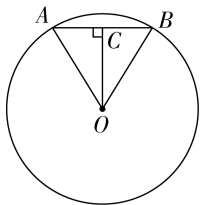
10. B 解析 2025 年中国 GDP 的增长量为  $18.53 \times 5\% = 18.53 \times 0.05 = 0.9265$  万亿美元,  $\therefore$  瑞士的 GDP 总量 0.93 万亿美元与增长量 0.9265 万亿美元最接近. 故选 B.

11.  $m(x-2y)$  解析 考查了提公因式法分解因式, 注意计算的准确性即可; 故答案为  $mx - 2my = m(x - 2y)$ .

12. 108 解析  $\because 3600 \times \frac{3}{100} = 108, \therefore$  估计该校全体学生中, 从未使用该平台辅助学习的学生有 108 名. 故答案为 108.

13.  $x = \frac{5}{4}$  解析  $\frac{3}{x+1} = \frac{2}{2x-1}$ , 去分母, 得  $3(2x-1) = 2(x+1)$ , 去括号, 得  $6x-3 = 2x+2$ , 移项, 得  $6x-2x = 3+2$ , 合并同类项, 得  $4x = 5$ , 系数化为 1, 得  $x = \frac{5}{4}$ , 检验: 当  $x = \frac{5}{4}$  时, 可得  $(x+1)(2x-1) = (\frac{5}{4}+1) \times (2 \times \frac{5}{4} - 1) = \frac{9}{4} \times \frac{6}{4} = \frac{27}{8} \neq 0$ ,  $\therefore x = \frac{5}{4}$  是原分式方程的解. 故答案为  $x = \frac{5}{4}$ .

14. 6 解析  $\because AB = OA, OA = OB, \therefore AB = OA = OB, \therefore \triangle AOB$  是等边三角形;  $\therefore \angle OAC = 60^\circ. \because AC = 3, \therefore OA = \frac{AC}{\cos 60^\circ} = 6$ , 故答案为 6.

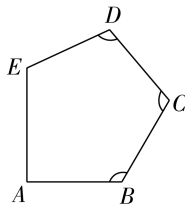


15. 205 解析 多边形的内角和为  $180^\circ \times (n-2)$ ,  $\therefore$  五边形 ABCDE 的内角和为  $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ, \therefore \angle A + \angle E = 540^\circ - \angle B - \angle C - \angle D = 540^\circ - 120^\circ - 110^\circ - 105^\circ = 205^\circ$ , 故答案为 205.

## 上分总结

### 多边形的知识总结

内角和	$n$ 边形的内角和为 $(n-2) \cdot 180^\circ (n \geq 3)$
外角和	$n$ 边形的外角和为 $360^\circ (n \geq 3)$
对角线	当 $n > 3$ 时, $n$ 边形有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条对角线
(设边数为 $n (n \geq 3)$ )	



16. ⑤ 解析  $\because$  等式两边同时乘或除以同一个不为 0 的整式, 或是等式左右两边同时乘方, 等式仍然成立,  $\therefore$  对于等式  $2(a+b+c) = (a+b+c)$ ; 当  $a+b+c = 0$  时, 该等式恒成立; 当  $a+b+c \neq 0$ , 两边同时除以  $(a+b+c)$ , 得  $2 = 1. \because a+b = -c, \therefore a+b+c = 0, \therefore$  上述推理过程中, 第⑤步是错误的; 故答案为⑤.

## 上分提醒

### 等式基本性质的易错点

等式基本性质 1	等式的两边都加上 (或减去) 同一个数或式子, 等式依然成立	若 $a = b$ , 那么 $a \pm c = b \pm c$
等式基本性质 2	等式的两边都乘以 (或除以) 同一个不为 0 的数, 等式依然成立	若 $a = b$ , 那么 $ac = bc$ 或 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c} (c \neq 0)$

17. 关键点拨 本题考查实数的运算, 零指数幂、绝对值、特殊三角函数的概念是解题的关键.

18. 刷有所得 根据同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

19. 关键点拨 本题考查了角平分线、三角形的内角和定理、等腰三角形的性质等知识点, 熟记相关结论即可.

20. 关键点拨 本题考查了频数分布表和扇形统计图信息关联问题, 以及概率问题, 旨在考查学生的数据处理能力.

21. 关键点拨 该题考查了平行四边形的性质与判定, 正方形的性质, 矩形的性质和判定, 勾股定理等知识点, 正确作出辅助线构造直角三角形是解题的关键.

22. 关键点拨 本题考查了二元一次方程组、一元一次不等式在实际问题中的应用, 正确理解题意即可.

23. (2) 一题多解  $\because \angle CBE = 60^\circ, \angle CAF = 30^\circ, BE \parallel AF //$

$DM$ ,  $\therefore \angle BCM = \angle CBE = 60^\circ$ ,  $\angle ACM = \angle CAF = 30^\circ$ . 设  $AM = x$ , 则  $AC = 2x$ ,  $CM = \sqrt{(2x)^2 - x^2} = \sqrt{3}x$ , 在  $\text{Rt} \triangle BCM$ , 中  $\tan \angle BCM = \frac{BM}{CM} = \frac{800+x}{\sqrt{3}x}$ , 即  $\sqrt{3} = \frac{800+x}{\sqrt{3}x}$ , 解得  $x = 400$ . 经检验得  $x = 400$  是原方程的解,  $\therefore BM = BA + AM = 800 + 400 = 1\,200$ .  $\because \angle BDM = 45^\circ$ ,  $BM \perp DM$ ,  $\therefore BM = DM = 1\,200$ ,  $\therefore DC = DM - CM = 1\,200 - 400\sqrt{3}$  (m),  $\therefore$  景点  $C$  与景点  $D$  之间的距离为  $(1\,200 - 400\sqrt{3})$  m.

24. (3) **一题多解** 方法 1: 由题意可得  $a \neq 0$ , 由于函数  $y = 2ax^2 - 1$  是“对偶函数”, 所以它的图象上一定存在一对“对偶点”点  $A(x_1, y_1)$  与点  $B(-y_1, -x_1)$  且  $x_1 \neq -y_1$ .

不妨设经过  $A, B$  两点的直线 (一次函数) 的解析式为  $y = kx + b$ , 由题意可得  $k = 1$ ,  $b = y_1 - x_1$ , 即  $y = x + y_1 - x_1$ , 联立

$$\begin{cases} y = 2ax^2 - 1, & \text{①} \\ y = x + y_1 - x_1, & \text{②} \end{cases} \quad \text{①}-\text{②} \text{ 得 } 2ax^2 - x + x_1 - y_1 - 1 = 0.$$

由直线  $AB$  与二次函数图象必有两个不同交点, 故必有  $\Delta = 1 - 8a(x_1 - y_1 - 1) > 0$  (\*)

$$\begin{cases} y_1 = 2ax_1^2 - 1, & \text{③} \\ -x_1 = 2a(-y_1)^2 - 1, & \text{④} \end{cases} \quad \text{③}-\text{④} \text{ 得 } 2a(x_1 - y_1) = 1, \text{ 将其代入 (*)}$$

可得  $\Delta = 1 - 4 + 8a > 0$ , 解得  $a > \frac{3}{8}$ .

方法 2: 由题意可得  $a \neq 0$ , 且  $x_1 \neq -y_1$  时, 有

$$\begin{cases} y_1 = 2ax_1^2 - 1, & \text{①} \\ -x_1 = 2a(-y_1)^2 - 1, & \text{②} \end{cases} \quad \text{以上两式相减可得 } x_1 + (-y_1) = \frac{1}{2a},$$

以上两式相加变形可得  $x_1(-y_1) = \frac{1}{4a^2} - \frac{1}{2a}$ ,

所以关于  $t$  的一元二次方程  $t^2 - \frac{1}{2a}t + \frac{1}{4a^2} - \frac{1}{2a} = 0$  必有两个

不等实数根  $x_1, -y_1$ , 从而  $\Delta = \left(-\frac{1}{2a}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{4a^2} - \frac{1}{2a}\right) > 0$ , 解

得  $a > \frac{3}{8}$ .

25. (1) **关键点拨** 方法 1: 如图 2, 连接  $CO$ , 并延长交  $DA$  的延长线于点  $M$ , 过点  $O$  作  $OE \perp CD$  于点  $E$ .  $\because AD$  与  $BC$  均为该半圆的切线,  $\therefore AD \perp AB, BC \perp AB, \therefore AD \parallel BC, \therefore \angle M = \angle 1$ .  $\because O$  为  $AB$  的中点  $\therefore OA = OB$ . 在  $\triangle OAM$  与  $\triangle OBC$  中,  $\begin{cases} \angle M = \angle 1, \\ \angle OAM = \angle OBC = 90^\circ, \\ OA = OB, \end{cases} \therefore \triangle OAM \cong \triangle OBC$  (AAS),  $\therefore AM = BC$ .  $\because CD = AD + BC, \therefore CD = AD + AM = DM$ ,  $\therefore \angle M = \angle 2, \therefore \angle 1 = \angle 2$ , 即  $CO$  平分  $\angle BCD$ . 又  $\because OE \perp CD, OB \perp CB, \therefore OE = OB, \therefore CD$  与该半圆相切.

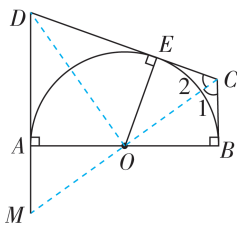


图 1

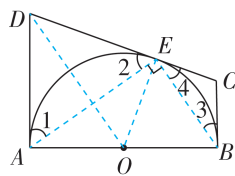


图 2

方法 2: 如图 3, 在  $DC$  上截取  $DE = DA$ , 连接  $OE, AE, BE$ .  $\because DC = AD + BC = DE + CE, \therefore CE = CB, \therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$ .  $\because AD, BC$  是半圆的切线,  $\therefore AD \perp AB, BC \perp AB, \therefore AD \parallel BC, \therefore \angle ADC + \angle C = 180^\circ$ .  $\because \angle ADC + \angle 1 + \angle 2 + \angle C + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ, \therefore \angle 2 + \angle 4 = \frac{360^\circ - 180^\circ}{2} = 90^\circ, \therefore \angle AEB = 90^\circ$ .  $\because O$  为  $AB$  的中点,  $\therefore OE = \frac{1}{2}AB = OA$ . 连接  $OD$ , 在  $\triangle ADO$

和  $\triangle EDO$  中,  $\begin{cases} AD = ED, \\ OA = OE, \\ OD = OD, \end{cases} \therefore \triangle ADO \cong \triangle EDO$  (SSS),  $\therefore \angle OED = \angle OAD = 90^\circ, \therefore OE \perp CD, \therefore CD$  与该半圆相切.