

第一部分 单元过关检测

卷① 第二十九章基础诊断卷(A卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	D	D	B	A	C	C	A	D	B	A

轻松评分数

13. $8 \leq AB \leq 10$ 14. 30° 15. (1) 8 (2) 9

16. $2\sqrt{2}$

17. 【解】小明的证法错误. (2分)

证明:连接 OC . $\because \odot O$ 与 AB 相切于点 C ,

$\therefore OC \perp AB$. (5分)

$\because OA=OB$, $\therefore \triangle AOB$ 为等腰三角形,

$\therefore AC=BC$. (8分)

18. (1) 【证明】如图,连接 OD .

$\because OA=OD$, $\therefore \angle OAD=\angle ODA$.

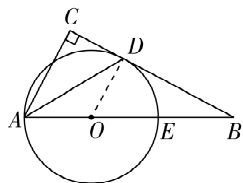
$\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $\therefore \angle BAD=\angle CAD$,

$\therefore \angle ODA=\angle CAD$, $\therefore OD \parallel AC$. (3分)

$\because \angle C=90^\circ$, $\therefore \angle ODB=90^\circ$, $\therefore OD \perp BC$.

$\because OD$ 为 $\odot O$ 的半径, $\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(5分)



(2) 【解】设 $OD=OE=r$. 在 $Rt \triangle ODB$ 中,
 $BD=4, BE=2$, $\therefore OB=r+2$.

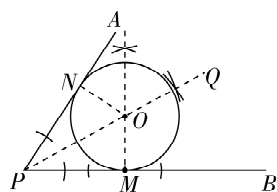
由勾股定理,得 $OD^2+BD^2=OB^2$, 即 $r^2+4^2=(r+2)^2$, 解得 $r=3$, (7分)

$\therefore OD=OA=OE=3$, $\therefore AB=6+2=8$.

(8分)

19. 【解】(1) 如图, $\odot O$ 及切点 N 即为所求.

(3分)



上分攻略 评分细则

规避失分点

14. 注意不要漏写单位“°”.

规避失分点

17. 不写“小明的证法错误”扣2分.

找准采分点

18. (1) 根据角平分线的性质得到 $\angle BAD=\angle CAD$ 得1分.

规避失分点

18. (2) 在 $Rt \triangle ODB$ 中, OB 是斜边, 列方程时注意不要出错.

规避失分点

19. (1) 注意保留作图痕迹, 否则不得分.

(2) 如图, 连接 ON . $\because PM$ 和 PN 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore OM \perp PB, ON \perp PN, \angle MPO=\angle NPO=\frac{1}{2}\angle APB=30^\circ$,

$\therefore \angle OMP=\angle ONP=90^\circ, \therefore \angle MON=360^\circ-\angle OMP-\angle ONP-\angle APB=120^\circ$. (5分)

在 $Rt \triangle POM$ 中, $\because \angle MPO=30^\circ, \therefore OM=\frac{\sqrt{3}}{3}PM=\frac{\sqrt{3}}{3} \times 3=\sqrt{3}$, $\therefore \odot O$ 的劣弧 \widehat{MN} 与

PM, PN 所围成图形的面积为 $S_{\text{四边形}PMON}-S_{\text{扇形}MON}=2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3}-\frac{120 \times \pi \times (\sqrt{3})^2}{360}=3\sqrt{3}-\pi$.

故答案为 $3\sqrt{3}-\pi$. (8分)

20. (1) 【解】在正五边形中, $\angle ABC=\angle C=540^\circ \div 5=108^\circ. \therefore DF \perp AB, \therefore \angle DFB=90^\circ$.

(2分)

在四边形 $BCDF$ 中, $\because \angle ABC+\angle C+\angle DFB+\angle CDF=360^\circ, \therefore \angle CDF=360^\circ-\angle ABC-\angle C-\angle DFB=360^\circ-108^\circ-108^\circ-90^\circ=54^\circ$. (5分)

(2) 【证明】如图, 连接 DB, AD . (6分)

\because 五边形 $ABCDE$ 是正五边形, $\therefore \angle E=\angle C, DE=AE=DC=BC$.

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle BCD$ 中,

$\begin{cases} AE=BC, \\ \angle E=\angle C, \\ DE=DC, \end{cases}$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle BCD(SAS), \therefore AD=BD$,

$\therefore \triangle ABD$ 为等腰三角形. (8分)

$\because DF \perp AB, \therefore AF=BF$. (9分)

21. (1) 【证明】如图, 连接 $OE. \because OA=OE, \therefore \angle OAE=\angle OEA$.

$\because MN$ 是 EB 的垂直平分线, $\therefore NE=NB$,

$\therefore \angle B=\angle NEB$. (2分)

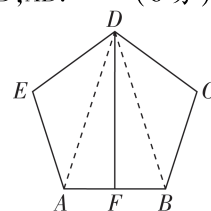
$\because \triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle B+\angle A=90^\circ, \therefore \angle NEB+\angle OEA=90^\circ, \therefore \angle OEN=180^\circ-90^\circ=90^\circ$,

即 $OE \perp EN$.

$\because OE$ 是 $\odot O$ 的半径, $\therefore EN$ 是 $\odot O$ 的切线.

(4分)



找准采分点

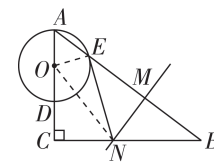
19. (2) 根据切线长定理得到 $\angle MPO=\angle NPO=30^\circ$ 得1分.

找准关键点

20. (2) 连接 DB, AD , 在解题过程中要用到这两条线段.

找准关键点

21. (1) 连接 OE , 证明过程中需要用到 OE .



(2) 【解】如图, 连接 $ON. \because MN$ 是 EB 的垂直平分线, $\therefore NE=NB$. (5分)

设 $EN=BN=x$. 在 $Rt \triangle CON$ 中, $ON^2=OC^2+CN^2$, 在 $Rt \triangle OEN$ 中, $ON^2=OE^2+EN^2$,

(7分)

$\therefore OC^2+CN^2=OE^2+EN^2$, 即 $(3-1)^2+(4-x)^2=1^2+x^2$, 解得 $x=\frac{19}{8}$, 即 EN 的长为 $\frac{19}{8}$.

(9分)

22. (1) 【解】连接 OE, OF , 如图(1).

由切线长定理可知, $AF=AD, BD=BE$.

$\because \angle C=90^\circ, \odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 切点分别为 $D, E, F, \therefore \angle C=\angle OEC=\angle OFC=90^\circ, OE=OF, \therefore$ 四边形 $OECF$ 是正方形.

设 $OE=OF=CF=CE=x$, 则 $BE=BC-CE=4-x=BD, AF=AC-CF=3-x=AD$.

$\therefore BD+AD=AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$,

$\therefore 4-x+3-x=5$, 解得 $x=1$,

$\therefore OE=1$, 即 $\odot O$ 的半径长为1.

故答案为 $AD, BE, 1$. (4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

(4分)

规避失分点

21. (2) 因为设了 EN 的长为 x , 所以后面列方程要用 x 表示, 不能用别的字母.

找准采分点

22. (1) 第一个空1分, 第二个空1分, 第三个空2分. 不用写解题过程.

规避失分点

22. (2) 注意在图中对应位置标上字母“H”.

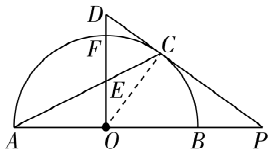
答案及评分细则

又 $\because OH \perp MN$, $\therefore MN$ 是 $\odot O$ 的切线.

..... (9 分)

23. (1)【解】 $\because DC=DE$, $\therefore \angle DCE=\angle DEC$,
故答案为 $\angle DCE$ (答案不唯一). (2 分)

(2)【证明】连接 OC , 如图.



$\because PC$ 与半圆相切于点 C , $\therefore OC \perp CD$,
即 $\angle DCE+\angle ACO=90^\circ$.

$\because OA=OC$, $\therefore \angle OAC=\angle ACO$.

$\because \angle DCE=\angle DEC$, $\angle AEO=\angle DEC$,

$\therefore \angle AEO+\angle CAO=90^\circ$, $\therefore \angle AOE=90^\circ$,

$\therefore OD \perp AB$ (5 分)

(3)【解】设 $OE=x$, 则 $OF=BO=OC=OA=2x$,
 $\therefore EF=OF-OE=x$, $OD=OF+DF=2x+2$,
 $\therefore DC=DE=DF+EF=2+x$.

在 $Rt\triangle ODC$ 中, $OD^2=CD^2+OC^2$,

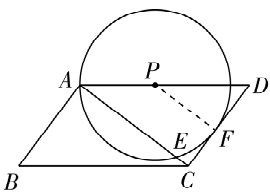
$\therefore (2x+2)^2=(2+x)^2+(2x)^2$, (8 分)

解得 $x_1=4$, $x_2=0$ (舍去), $\therefore OD=10$, $CD=6$,
 $OC=OB=8$.

$\because \tan D=\frac{OP}{OD}=\frac{OC}{CD}$, $\therefore \frac{OP}{10}=\frac{8}{6}$, 解得 $OP=\frac{40}{3}$,

$\therefore BP=OP-OB=\frac{16}{3}$ (10 分)

24. 【解】(1) 如图(1), 连接 PF .



图(1)

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB \perp AC$,
 $\therefore BC=AD=10$, $\angle BAC=90^\circ$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

设 $AP=x$, 则 $DP=10-x$.

$\because \odot P$ 与边 CD 相切于点 F , $\therefore PF \perp CD$,
 $PF=PA=x$ (3 分)

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB \parallel CD$,
 $\therefore AC \perp CD$, $\therefore AC \parallel PF$,

上分攻略 评分细则

找准采分点

23. (1) 本空 2 分, 不用写解题过程.

找准关键点

23. (2) 根据切线的性质得到 $\angle DCE+\angle ACO=90^\circ$ 是解题的关键.

找准关键点

23. (3) 根据勾股定理列出方程是解题的关键.

找准关键点

24. (1) 判定 $\triangle DPF \sim \triangle DAC$ 是解题的关键.

$\therefore \triangle DPF \sim \triangle DAC$, $\therefore \frac{PF}{AC}=\frac{PD}{AD}$,

$\therefore \frac{x}{8}=\frac{10-x}{10}$, $\therefore x=\frac{40}{9}$, 即 $AP=\frac{40}{9}$.

..... (5 分)

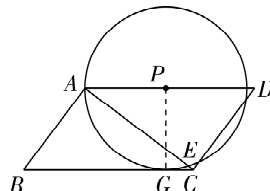
(2) 如图(2), 当 $\odot P$ 与 BC 相切时, 设切点为 G , 连接 PG , 则 $PG \perp BC$. $S_{\square ABCD}=2S_{\triangle ABC}=BC \cdot PG$, 即 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times 2=10PG$,

$\therefore PG=\frac{24}{5}$.

$\therefore PG=\frac{24}{5}$.

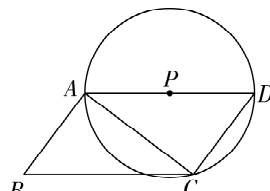
①当 $\odot P$ 与边 AD , CD 分别有两个公共点时, 结合图(2)可知, 若 $\odot P$ 与平行四边形 $ABCD$ 的边的公共点的个数为 4, 则 $\frac{40}{9} < AP < \frac{24}{5}$;

..... (8 分)



图(2)

②当 $\odot P$ 过 A , C , D 三点时, 如图(3), $\odot P$ 与平行四边形 $ABCD$ 的边的公共点的个数为 4, 此时 $AP=5$.



图(3)

综上所述, AP 的取值范围是 $\frac{40}{9} < AP < \frac{24}{5}$ 或 $AP=5$.

..... (11 分)

找准采分点

24. (2) 没有分类讨论, 只写出一种情况得 3 分.

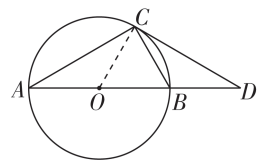
选 D.

5. B 【解析】 $\because AC, AP$ 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore AC=AP=6$. $\because BP, BD$ 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore BP=BD$, $\therefore BD=PB=AB-AP=10-6=4$. 故选 B.

6. A 【解析】 $\because C$ 为 \widehat{AB} 的中点, $\angle AOB=72^\circ$, $\therefore \angle AOC=\angle BOC=36^\circ$.
 $\because OA=OC$, $\therefore \angle ACO=\angle OAC=72^\circ$. \because 直线 MN 与 $\odot O$ 相切, 切点为 C ,
 $\therefore \angle OCM=90^\circ$, $\therefore \angle ACM=\angle OCM-\angle ACO=90^\circ-72^\circ=18^\circ$. 故选 A.

7. C 【解析】过点 O 作 $OE \perp AB$ 于点 E , 作 $OF \perp AC$ 于点 F , 连接 AO , BO , CO . \because 点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心, $OD \perp BC$ 于点 D , 且 $OD=2$, $\therefore OD=OE=OF=2$. $\because AB+BC+AC=12$, $\therefore S_{\triangle AOB}+S_{\triangle BOC}+S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}AB \cdot OE+\frac{1}{2}BC \cdot OD+\frac{1}{2}AC \cdot OF=\frac{1}{2} \times 2 \times (AB+BC+AC)=12$. $\therefore S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle BOC}+S_{\triangle AOC}$, $\therefore S_{\triangle ABC}=12$. 故选 C.

8. C 【解析】连接 OC , 如图. $\because DC$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle OCD=90^\circ$. 又 $\because \angle D=30^\circ$, $\therefore OD=2OC=6$, $\therefore AD=OA+OD=3+6=9$, 故小明的说法对. $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB=90^\circ$. 又 $\because \angle A=30^\circ$, $\therefore \angle ABC=60^\circ$. 又 $\because OB=OC$, $\therefore \triangle OBC$ 为等边三角形, $\therefore CO=CB$,
 $\angle CBA=\angle COD=60^\circ$. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DOC$ 中, $\begin{cases} \angle ABC=\angle DOC, \\ CB=CO, \\ \angle ACB=\angle DCO=90^\circ, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DOC$ (ASA), $\therefore AC=DC$, 故小亮的说法对, 故选 C.



上分点拨 | 与切线相关的辅助线

在圆中遇切点和切线, 连接圆心与切点, 据此可构造直角三角形.

9. A 【解析】 \because 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形, $\therefore \angle A=\angle ABC=\frac{(6-2) \times 180^\circ}{6}=120^\circ$. $\because AB=AF$, $\therefore \angle ABF=\angle AFB=\frac{180^\circ-120^\circ}{2}=30^\circ$,
 $\therefore \angle CBF=\angle ABC-\angle ABF=120^\circ-30^\circ=90^\circ$. $\therefore \angle COD=\frac{1}{6} \times 360^\circ=60^\circ$,
 $\therefore \angle CBF-\angle COD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$. 故选 A.

10. D 【解析】 \because 射线 CP 与 $\odot O$ 相切于点 C , $\therefore OC \perp CP$, $\therefore \angle OCD=90^\circ$. $\because \angle BOC=130^\circ$, $BO=CO$, $\therefore \angle BCO=\angle OBC=\frac{1}{2}(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$, $\therefore \angle BCD=\angle DCO+\angle BCO=115^\circ$. $\because AD \parallel BC$, $\therefore \angle ADC=180^\circ-\angle BCD=65^\circ$. 故选 D.

11. B 【解析】 $\because AC$ 和 BE 都是 \widehat{AB} 的切线, 点 A 和点 B 是切点, $\therefore \angle OAC=\angle OBE=90^\circ$. $\because \angle AOB=90^\circ$, $\therefore \angle AOB+\angle OBE=180^\circ$, $\therefore BE \parallel OA$,
 $\therefore \angle BEO=\angle AOE$, $\therefore \triangle OAC \sim \triangle EBO$, $\therefore \frac{OA}{EB}=\frac{AC}{BO}$, $\therefore OA \cdot OB=AC \cdot EB$. $\because AC \cdot BE=12$, $OA=OB$, $\therefore OA^2=12$, $\therefore OA=2\sqrt{3}$ 或 $OA=-2\sqrt{3}$ (舍去), \therefore 扇形 AOB 的半径长为 $2\sqrt{3}$. 故选 B.

12. A 【解析】如图, 设 $\triangle OAA_1$, $\triangle OA_1A_2$ 的内切圆圆心分别为 O_1, O_2 , 圆 O_1 与 $\triangle OAA_1$ 的三边分别相切于点 B, C, D , 圆 O_2 与 $\triangle OA_1A_2$ 的三边分别相

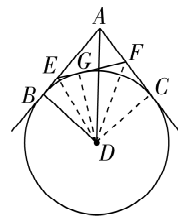
切于点 E, F, G , $\therefore O_1B = O_1C$, $\angle ABO_1 = \angle ACO_1 = \angle O_1DA_1 = 90^\circ$. 由题意得 $\angle A = 90^\circ$, $\therefore \angle A = \angle ABO_1 = \angle ACO_1 = 90^\circ$, \therefore 四边形 ABO_1C 是正方形, $\therefore AB = AC = O_1B = r_1$, $\therefore A_1C = A_1D = 1 - r_1$, $OB = OD = 1 - r_1$. $\therefore OA_1 = \sqrt{2}$, $\therefore 1 - r_1 + 1 - r_1 = \sqrt{2}$, $\therefore r_1 = \frac{1 + 1 - \sqrt{2}}{2}$. 同理在 $\triangle OA_1A_2$ 中, 四边形 A_1EO_2F 是正方形, $\therefore A_2G = A_2F = 1 - r_2$, $OG = OE = \sqrt{2} - r_2$. $\therefore OA_2 = \sqrt{3}$, $\therefore 1 - r_2 + \sqrt{2} - r_2 = \sqrt{3}$, $\therefore r_2 = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$. 同理, $r_3 = \frac{1 + \sqrt{3} - \sqrt{4}}{2}$, $r_4 = \frac{1 + \sqrt{4} - \sqrt{5}}{2}$, \dots , $r_n = \frac{1 + \sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{2}$, $\therefore r_1 + r_2 + \dots + r_n = \frac{1 + 1 - \sqrt{2}}{2} + \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2} + \frac{1 + \sqrt{3} - \sqrt{4}}{2} + \frac{1 + \sqrt{4} - \sqrt{5}}{2} + \dots + \frac{1 + \sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{2} = 10$, $\therefore \frac{n + 1 - \sqrt{n+1}}{2} = 10$, $\therefore n + 1 - \sqrt{n+1} = 20$, $\therefore n - 19 = \sqrt{n+1}$, $\therefore (n - 19)^2 = n + 1$, 整理得 $n^2 - 39n + 360 = 0$, $\therefore n_1 = 15, n_2 = 24$. 当 $n = 15$ 时, $n - 19 = \sqrt{n+1}$ 不成立, 舍去, $\therefore n = 24$. 故选 A.

上分心得 | 图形变化类的规律题

首先应找出图形是按照什么规律变化的, 再根据题意列式并计算, 找出相关线段的变化规律, 然后直接利用规律求解.

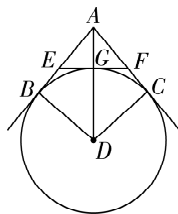
13. $8 \leq AB \leq 10$ 【解析】当 AB 是大圆直径时 AB 的值最大, 最大值为 10. 当 AB 与小圆相切时 AB 最小. \therefore 小圆的半径为 3, 大圆的半径为 5, $\therefore AB = 2 \times \sqrt{5^2 - 3^2} = 8$. \therefore 大圆的弦 AB 与小圆有公共点, 即相切或相交, $\therefore 8 \leq AB \leq 10$. 故答案为 $8 \leq AB \leq 10$.
14. 30° 【解析】在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 15^\circ$, $AB = BC$, $\therefore \angle BCA = \angle BAC = 15^\circ$, $\therefore \angle B = 180^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 150^\circ$, 即正多边形的一个内角为 150° , \therefore 与 $\angle B$ 相邻的外角为 $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$, \therefore 这个正多边形的边数为 $\frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$, 即这个正多边形为正十二边形, \therefore 正十二边形的中心角为 $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$. 故答案为 30° .

15. (1) 8 (2) 9 【解析】(1) 如图(1), 连接 ED, DG, FD, CD . $\therefore AB, AC$ 分别与 $\odot D$ 相切于点 B, C , $\therefore AB = AC$, $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$. $\therefore \odot D$ 的半径为 3, A 是 $\odot D$ 外一点, 且 $AD = 5$, $\therefore AB = \sqrt{AD^2 - BD^2} = 4$. \therefore 过 G 作 $\odot D$ 的切线, 交 AB 于点 E , 交 AC 于点 F , $\therefore BE = EG, FG = FC$, 则 $\triangle AEF$ 的周长是 $AE + EG + FG + AF = AB + AC = 2AB = 8$. 故答案为 8.



图(1)

- (2) 如图(2), $AG = AD - DG = 5 - 3 = 2$. 由题知 $\angle AGE = \angle DGE = 90^\circ$. $\therefore \angle ABD = \angle AGE = 90^\circ$, $\angle EAG = \angle BAD$, $\therefore \triangle AEG \sim \triangle ADB$, $\therefore \frac{EG}{BD} = \frac{AG}{AB}$, 即 $\frac{EG}{3} = \frac{2}{4}$, $\therefore EG = \frac{3}{2}$. 易知 $EG = FG$, $\therefore EF = 2EG = 3$, $\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}EF \cdot AG = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$.



图(2)

$2 = 3$. 又 \therefore 易知 $S_{\text{四边形}ABDC} = 2S_{\triangle ABD} = AB \cdot BD = 3 \times 4 = 12$, $\therefore S_{\text{五边形}DBEFC} = 12 - 3 = 9$. 故答案为 9.

16. $2\sqrt{2}$ 【解析】

分析最值产生的条件

判断点P位置

计算最值

连接 CP, CQ , 如图. \therefore 过点 P 作 $\odot C$ 的切线 PQ , 切点为 Q , $\therefore PQ \perp CQ$, $\therefore \angle PQC = 90^\circ$, $\therefore PQ^2 = CP^2 - CQ^2 = CP^2 - 2^2 = CP^2 - 4$, \therefore 当 CP 的值最小时, PQ 取得最小值.

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形, P 为 AB 上的动点, \therefore 当 $CP \perp AB$ 时, CP 的值最小, 此时 $AP = BP$.

$\therefore AB = BC = AC = 4$, $\therefore AP = BP = 2$, $\therefore CP = \sqrt{AC^2 - AP^2} = 2\sqrt{3}$, \therefore 此时 $PQ = \sqrt{CP^2 - CQ^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}$.

上分点拨 | 与切线相关的辅助线的作法

作与切线相关的辅助线, 一般是连接圆心和切点, 构造直角三角形.

17. 【刷有所得】等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合.
18. 【方法总结】经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线.
19. 【关键点拨】解决此类题目的关键是把复杂作图拆解成基本作图, 逐步操作.
20. 【关键点拨】(1) 根据正五边形内角和得每个内角度数, 进而可得结果; (2) 连接 DA 和 DB , 证明 $\triangle AED \cong \triangle BCD$ 可得 $AD = BD$, 进而可得结论.
21. 【思路分析】(1) 根据线段的垂直平分线的性质, 等腰三角形的性质以及直角三角形的两锐角互余得出 $\angle NEM + \angle AEO = 90^\circ$, 进而可证得结论; (2) 利用线段垂直平分线的性质以及勾股定理列方程求解即可.
22. 【刷有所得】三角形的内心到三角形三边的距离相等.
23. 【关键点拨】本题考查了切线的性质, 正确地作出辅助线是解题的关键.
24. 【关键点拨】(2) 利用数形结合和分类讨论的思想是解题的关键.

第二十九章 对点上分

上分解析

基础上分

1. A 【解析】 $\therefore \odot O$ 的半径为 4 cm, 点 P 到圆心 O 的距离为 3 cm, $3 < 4$, \therefore 点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是点 P 在 $\odot O$ 内. 故选 A.

上分心得 | 点与圆的位置关系

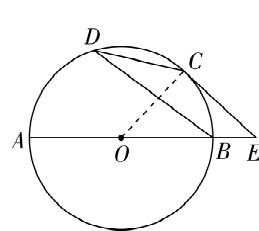
点与圆的位置关系可以确定该点到圆心的距离与半径的大小关系, 反过来已知点到圆心的距离与半径的大小关系可以确定该点与圆的位置关系.

2. C 【解析】 $\therefore OA = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$, $\odot O$ 是以原点 O 为圆心, $\sqrt{2}$ 为半径的圆, \therefore 点 $A(1, 1)$ 在 $\odot O$ 上. 故选 C.
3. A 【解析】 \therefore 点 P 在 $\odot O$ 外, $\odot O$ 的半径为 3, $\therefore d > 3$. 故选 A.
4. C 【解析】 \therefore 圆的直径为 13 cm, \therefore 圆的半径为 6.5 cm. \therefore 直径为 13 cm 的圆与一条直线有两个公共点, 即直线与圆相交, $\therefore d$ 的取值范围是 $0 \text{ cm} \leq d < 6.5 \text{ cm}$. 故选 C.
5. B 【解析】 $\therefore AB = AC$, AD 是角平分线, $\therefore AD \perp BC$. \therefore 以点 A 为圆心, AD 长为半径作 $\odot A$, $\therefore \odot A$ 与 BC 相切. 故选 B.
6. 相切或相交 【解析】 \therefore 点 P 在直线 l 上, $OP = 6 \text{ cm}$, \therefore 点 O 到直线 l 的距离 $d \leq 6 \text{ cm}$. 又 $\therefore \odot O$ 的半径为 6 cm, \therefore 直线 l 与 $\odot O$ 相切或相交, 故答案为相切或相交.

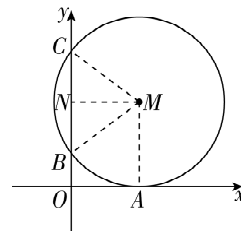
上分心得 | 判断直线和圆的位置关系

设 $\odot O$ 的半径为 r , 圆心 O 到直线 l 的距离为 d . ① 直线 l 和 $\odot O$ 相交 $\Leftrightarrow d < r$; ② 直线 l 和 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d = r$; ③ 直线 l 和 $\odot O$ 相离 $\Leftrightarrow d > r$.

7. D 【解析】如图, 连接 AD . $\therefore AB$ 与 $\odot O$ 相切于点 A , $\therefore CA \perp AB$, $\therefore \angle CAB = 90^\circ$. $\therefore \angle CED = \angle CAD = 58^\circ$, $\therefore \angle DAB = 90^\circ - \angle CAD = 32^\circ$. $\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ADC = 90^\circ$, $\therefore \angle B = 90^\circ - \angle DAB = 58^\circ$. 故选 D.
8. C 【解析】 $\therefore PA$ 与 $\odot O$ 切于点 A , $\therefore \angle CAP = 90^\circ$. $\therefore CE \parallel AP$, $\therefore \angle ACE = 180^\circ - \angle CAP = 90^\circ$, $\therefore \angle CAE + \angle E = 90^\circ$, $\angle ACD + \angle DCE = 90^\circ$. $\therefore CD = AD = 3$, $\therefore \angle ACD = \angle CAE$, $\therefore \angle E = \angle DCE$, $\therefore DE = DC = 3$. 故选 C.
9. D 【解析】如图, 连接 OC . 由切线的性质可得 $\angle OCE = 90^\circ$, $\therefore \angle COE = 180^\circ - \angle OCE - \angle E = 50^\circ$. $\therefore \widehat{BC} = \widehat{BC}$, $\therefore \angle D = \frac{1}{2} \angle COB = 25^\circ$. 故选 D.



(第9题图)

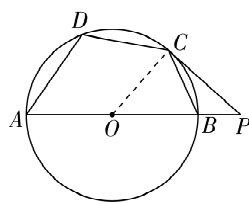


(第10题图)

10. D 【解析】如图, 连接 MA, MB, MC , 过点 M 作 $MN \perp y$ 轴, 垂足为 N , 则 $BN = CN = \frac{1}{2}BC$. $\therefore \odot M$ 与 x 轴相切于点 A , 圆心 M 的坐标是 $(4, 5)$, $\therefore MA \perp x$ 轴, 且 $MA = 5$, $MN = 4$, $\therefore MB = MC = MA = 5$, \therefore 在 $\text{Rt} \triangle BMN$ 中, $BN = \sqrt{MB^2 - MN^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\therefore BC = 2BN = 6$. 故选 D.
11. 16 【解析】 $\therefore AB$ 是小圆 O 的切线, $\therefore OC \perp AB$. $\therefore AB$ 是大圆 O 的弦, $\therefore AC = \frac{1}{2}AB$. 在 $\text{Rt} \triangle AOC$ 中, $AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}$, 则

$AB=2AC=16$ cm,故答案为 16.

12. 114° 【解析】连接 OC , 如图所示. 由题意可得, $\angle OCP=90^\circ$, $\angle P=42^\circ$, $\therefore \angle COB=48^\circ$. $\because OC=OB$, $\therefore \angle OCB=\angle OBC=66^\circ$. \because 四边形 $ABCD$ 是圆内接四边形, $\therefore \angle ADC+\angle ABC=180^\circ$, $\therefore \angle ADC=114^\circ$, 故答案为 114°.

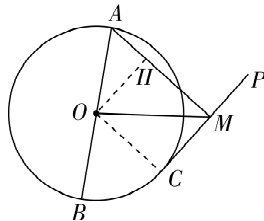


上分点拨 | 圆内接四边形的性质

圆内接四边形的对角互补.

13. 34 【解析】 $\because PA$ 切 $\odot O$ 于点 A , $\therefore \angle OAP=90^\circ$. $\because \angle B=28^\circ$, $\therefore \angle AOC=2\angle B=56^\circ$, $\therefore \angle P=90^\circ-\angle AOC=34^\circ$, 故答案为 34.

14. 1 或 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ 【解析】连接 OC , 过 O 点作 $OH \perp AM$ 于 H , 如图. $\because CP$ 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore OC \perp CP$. $\because AM \perp CP$, $OH \perp AM$, \therefore 四边形 $OCMH$ 为矩形, $\therefore HM=OC=1$, $OH=CM$. $\because \triangle AOM$ 为等腰三角形, $OM>OC=OA$, 即 $OM \neq OA$, $\therefore AM=AO=1$ 或 $MA=MO$. 当 $MA=MO$ 时, 设 $MA=MO=x$, $CM=y$, 则 $AH=x-1$. 在 $Rt\triangle OCM$ 中, $1^2+y^2=x^2$, ① 在 $Rt\triangle OAH$ 中, $(1-x)^2+y^2=1^2$, ② ②-①得 $x^2-2x+1-1=1-x^2$, 整理得 $2x^2-2x-1=0$, 解得 $x_1=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$, $x_2=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ (舍去), $\therefore AM$ 的长为 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$. 综上所述, AM 的长为 1 或 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$. 故答案为 1 或 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.



15. (1) 【证明】连接 OA , 如图.

$\because \angle ABC=22.5^\circ$, $\therefore \angle AOD=2\angle ABC=45^\circ$.

$\because AD=OB$, $OA=OB$, $\therefore OA=AD$, $\therefore \angle AOD=\angle D=45^\circ$, $\therefore \angle OAD=90^\circ$.

$\because OA$ 是 $\odot O$ 的半径, $\therefore DA$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 【解】 $\because AE \perp BD$, $\angle AOD=45^\circ$, $OA=OE$, $\therefore \angle OAE=\angle E=45^\circ$, $\therefore \angle AOE=90^\circ$. $\because \odot O$ 的直径为 4, $\therefore OA=OE=2$, $\therefore AE=2\sqrt{2}$.

$\because OA=OB$, $\angle ABC=22.5^\circ$, $\therefore \angle OAB=\angle ABC=22.5^\circ$, $\therefore \angle FAE=\angle OAB+\angle OAE=22.5^\circ+45^\circ=67.5^\circ$, $\therefore \angle AFE=180^\circ-\angle FAE-\angle E=180^\circ-67.5^\circ-45^\circ=67.5^\circ$, $\therefore \angle AFE=\angle FAE$, $\therefore EF=AE=2\sqrt{2}$.

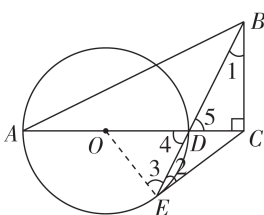
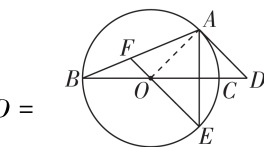
16. (1) 【证明】如图, 连接 OE .

$\because \angle ACB=90^\circ$, $\therefore \angle 1+\angle 5=90^\circ$. $\because CE=BC$, $\therefore \angle 1=\angle 2$. $\because OE=OD$, $\therefore \angle 3=\angle 4$. 又 $\because \angle 4=\angle 5$, $\therefore \angle 3=\angle 5$, $\therefore \angle 2+\angle 3=90^\circ$, 即 $\angle OEC=90^\circ$, $\therefore OE \perp CE$. $\because OE$ 是 $\odot O$ 的半径, $\therefore CE$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 【解】在 $Rt\triangle BCD$ 中, $\angle DCB=90^\circ$, $CD=2$, $BD=2\sqrt{5}$, $\therefore BC=CE=4$.

设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OD=OE=r$, $OC=r+2$.

在 $Rt\triangle OEC$ 中, $\angle OEC=90^\circ$, $\therefore OE^2+CE^2=OC^2$, $\therefore r^2+4^2=(r+2)^2$, 解得



$r=3$, $\therefore \odot O$ 的半径为 3.

17. 【解】(1) $AD \perp CD$. 理由: 如图, 连接 OC , OP .

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore OC \perp CD$, 即 $\angle OCE=90^\circ$.

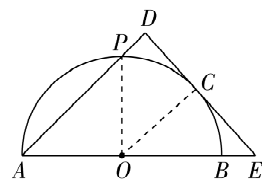
\because 点 C 是 \widehat{PB} 的中点, $\therefore \angle BOC=\frac{1}{2}\angle BOP=\angle BAP$, $\therefore OC \parallel AD$, $\therefore \angle D=\angle OCE=90^\circ$, 即 $CD \perp AD$.

(2) $\because AB=4$, $\therefore OA=OC=OP=2$, $\therefore \angle OPA=\angle PAB=45^\circ$, $\therefore \angle POA=90^\circ$, $\therefore \angle POE=90^\circ$, $\therefore \widehat{PB}$ 的长为 $\frac{90 \times 2\pi}{180}=\pi$.

$\because OC \parallel AD$, $\angle PAB=45^\circ$, $\therefore \angle COE=\angle PAB=45^\circ$.

$\because \angle OCE=90^\circ$, $\therefore \angle E=\angle COE=45^\circ$, $\therefore OC=CE=2$, $\therefore OE=\sqrt{OC^2+CE^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$.

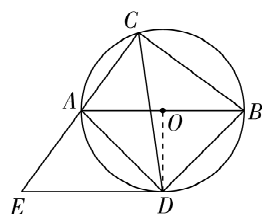
$\because 2\sqrt{2} \approx 2.82 < \pi$, $\therefore \widehat{PB}$ 的长度比 OE 的长度长.



18. (1) 【解】 $\because \angle ACB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D , $\therefore \angle ACD=\angle BCD$, $\therefore \widehat{AD}=\widehat{BD}$, $\therefore AD=BD$.

\because 直径 $AB=10$, $\therefore \angle ADB=90^\circ$, $\therefore \triangle ABD$ 是等腰直角三角形, $\therefore AD=BD=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2} \times 10=5\sqrt{2}$, $\therefore \triangle ABD$ 的面积为 $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AD \cdot BD=\frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}=25$.

(2) 【证明】如图, 连接 OD . $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, CD 平分 $\angle ACB$, $\therefore \angle ACD=\angle BCD=45^\circ$, $\therefore \angle AOD=2\angle ACD=90^\circ$. $\because DE \parallel AB$, $\therefore \angle ODE=90^\circ$, $\therefore OD \perp DE$. $\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径, $\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

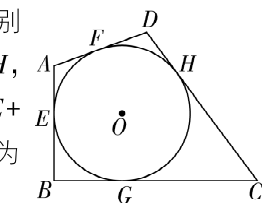


19. D 【解析】 $\because CA, CD$ 是 $\odot O$ 的切线, AB 是直径, $\therefore CA \perp AB$, $CA=CD$, $\therefore \angle ADB=\angle CAB=90^\circ$, $\therefore \angle DBA+\angle DAB=90^\circ$, $\angle CAD+\angle DAB=90^\circ$, $\therefore \angle DBA=\angle CAD$. $\because \angle ACD=48^\circ$, $\therefore \angle CAD=\angle CDA=66^\circ$, $\therefore \angle DBA=66^\circ$. 故选 D.

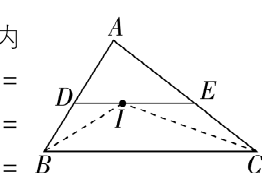
上分点拨 | 切线长定理的应用

从圆外一点引圆的两条切线, 它们的切线长相等, 由此可得到相等的线段.

20. D 【解析】四边形 $ABCD$ 外切于 $\odot O$, 设切点分别为 E, G, H, F , 如图, 则 $AE=AF$, $BE=BG$, $CG=CH$, $DH=DF$, $\therefore AD+BC=AF+DF+BG+CG=AE+DH+BE+CH=AB+CD=10+15=25$, \therefore 四边形 $ABCD$ 的周长为 $AD+BC+AB+CD=25+25=50$. 故选 D.



21. B 【解析】如图, 连接 BI, CI . $\because I$ 为 $\triangle ABC$ 的内心, $\therefore BI$ 平分 $\angle ABC$, CI 平分 $\angle ACB$, $\therefore \angle ABI=\angle CBI$, $\angle ACI=\angle BCI$. $\because DE \parallel BC$, $\therefore \angle DIB=\angle CBI$, $\angle EIC=\angle BCI$, $\therefore \angle ABI=\angle DIB$, $\angle ACI=\angle EIC$, $\therefore BD=DI$, $CE=EI$, $\therefore \triangle ADE$ 的周长为 $AD+DI+EI+AE=AD+BD+AE$.



$CE+AE=AB+AC=6+8=14$. 故选 B.

上分点拨 | 三角形内心与角相关的性质

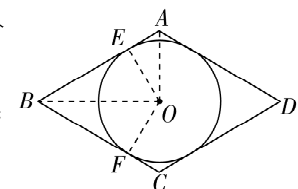
三角形的内心与三角形顶点的连线平分这个内角.

22. C 【解析】 \because 点 M 是 $\triangle ABC$ 的内心, $\angle AMC=128^\circ$, $\therefore AM$ 平分 $\angle BAC$, CM 平分 $\angle BCA$, $\therefore \angle MAC=\frac{1}{2}\angle BAC$, $\angle MCA=\frac{1}{2}\angle BCA$, $\therefore \angle MAC+\angle MCA=\frac{1}{2}(\angle BAC+\angle BCA)$. $\because \angle MAC+\angle MCA=180^\circ-\angle AMC=180^\circ-128^\circ=52^\circ$, $\therefore \frac{1}{2}(\angle BAC+\angle BCA)=52^\circ$, $\therefore \angle BAC+\angle BCA=104^\circ$, $\therefore \angle B=180^\circ-(\angle BAC+\angle BCA)=180^\circ-104^\circ=76^\circ$. $\because \angle CDE+\angle ADC=180^\circ$, $\angle B+\angle ADC=180^\circ$, $\therefore \angle CDE=\angle B=76^\circ$. 故选 C.

23. 29° 【解析】 $\because \triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 与 AB, AC 分别相切于点 D, E , $\therefore AD=AE$, $\angle ABF=\angle CBF=\frac{1}{2}\angle ABC$, $\therefore \angle ADE=\angle AED=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)$, $\therefore \angle BFD=\angle ADE-\angle ABF=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)-\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A-\angle ABC)$. $\because 180^\circ-\angle A-\angle ABC=\angle ACB=58^\circ$, $\therefore \angle BFD=\frac{1}{2} \times 58^\circ=29^\circ$, 故答案为 29°.

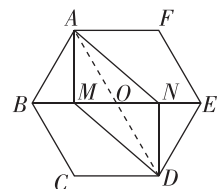
24. $\sqrt{3}$ 【解析】如图, 设 AB 和 BC 与 $\odot O$ 的切点分别为 E, F , 连接 OA, OE, OB, OF , 则 $OE \perp AB$, $OF \perp BC$. $\because \odot O$ 内切于菱形 $ABCD$, $\therefore OE=OF$, $\therefore BO$ 平分 $\angle ABC$. $\because \angle ABC=60^\circ$, $\therefore \angle ABO=30^\circ$, 同理得 $\angle BAO=60^\circ$, $\therefore \angle AOB=90^\circ$, $\therefore AO=\frac{1}{2}AB=2$, $\therefore OB=2\sqrt{3}$, $\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}AB \cdot OE=\frac{1}{2}AO \cdot OB$, $\therefore 4OE=2 \times 2\sqrt{3}$, $\therefore OE=\sqrt{3}$, 故答案为 $\sqrt{3}$.

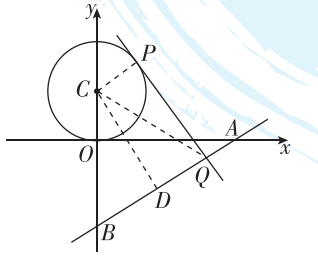
25. (1) 【证明】 $\because \odot I$ 为 $\triangle ABD$ 的内切圆, $\therefore AG=AF, BG=BE$. $\because AB=AC$, $\therefore BG=CF$, $\therefore BE=CF$. (2) 【解】 $\because \odot I$ 为 $\triangle ABD$ 的内切圆, $\therefore DF=DE$. 设 $DF=DE=x$. $\because CD=4$, $\therefore CF=4+x$. $\because BE=CF$, $\therefore BE=4+x$, $\therefore BD=BE+DE=4+x+x=4+2x$. $\because BD=10$, $\therefore 4+2x=10$, 解得 $x=3$, $\therefore BE=4+x=7$, 即 BE 的长为 7.



26. A 【解析】连接 AD , 交 BE 于点 O , 如图. ① \because 正六边形 $ABCDEF$ 中, $\angle BAO=\angle ABO=\angle OED=\angle ODE=60^\circ$, $AB=DE$, $\therefore \triangle AOB$ 和 $\triangle DOE$ 是等边三角形, $\therefore OA=OD=OB=OE$. $\because BM=EN$, $\therefore OM=ON$, \therefore 四边形 $AMDN$ 是平行四边形, 故①符合题意.

② $\because \angle FAN=\angle CDM$, $\angle CDA=\angle DAF$, $\therefore \angle OAN=\angle ODM$, $\therefore AN \parallel DM$. 又 $\because \angle AON=\angle DOM$, $OA=OD$, $\therefore \triangle AON \cong \triangle DOM$ (ASA), $\therefore AN=DM$, \therefore 四边形 $AMDN$ 是平行四边形, 故②符合题意. ③由已知条件不能得出四边形 $AMDN$ 是平行四边形, 故③不符合题意. ④ $\because \angle AMB=$



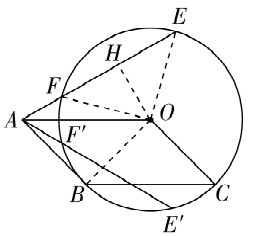


90° . 又 $\angle CBD = \angle ABO$, $\therefore \triangle CDB \sim \triangle AOB$,
 $\therefore \frac{CD}{AO} = \frac{CB}{AB}$. 对于 $y = \frac{3}{4}x - 3$, 当 $x = 0$ 时, $y = -3$;
 当 $y = 0$ 时, $\frac{3}{4}x - 3 = 0$, 解得 $x = 4$, $\therefore B(0, -3)$, $A(4, 0)$, $\therefore BO = 3$, $AO = 4$, $\therefore AB = \sqrt{BO^2 + AO^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. $\therefore C(0, 2)$, $\therefore CP = CO = 2$, $\therefore BC = CO + BO = 2 + 3 = 5$, $\therefore CD = \frac{AO \cdot CB}{AB} = \frac{4 \times 5}{5} = 4$. $\therefore PQ$ 与 $\odot C$ 相切于点 P , $\therefore PQ \perp CP$,
 $\therefore \angle CPQ = 90^\circ$, $\therefore PQ = \sqrt{CQ^2 - CP^2} = \sqrt{CQ^2 - 2^2} = \sqrt{CQ^2 - 4}$, \therefore 当 CQ 与 CD 重合时, CQ 的值最小, 此时 PQ 的值最小. $\therefore CQ = CD = 4$, $\therefore PQ_{\text{最小}} = \sqrt{4^2 - 4} = 2\sqrt{3}$. 故选 A.

上分技巧 | 圆中的动点问题与最小值问题

处理圆中的动点问题与最小值问题, 通常需要找到特殊位置, 一般是切点处或与垂线相关的地方, 然后结合垂线段最短来解题.

2. 75° 或 15° 【解析】如图, 当 AF 在 OA 的上方时, 连接 OE, OF, OB , 过 O 作 $OH \perp EF$ 于 H . $\therefore OE = OF = OB = OC$, $EF = BC$, $\therefore \triangle OEF \cong \triangle OBC$ (SSS), $\therefore \angle C = \angle OBC = \angle E = \angle OFE$. \therefore 以 OC 长为半径的圆切 AB 于点 B , $\therefore OB \perp AB$. \therefore 四边形 $ABCO$ 是平行四边形, $\therefore OA = BC$, $AB \parallel OC$, $\therefore OB \perp OC$, $\therefore \triangle OBC$ 是等腰直角三角形, $\therefore \angle C = \angle OAB = \angle OBC = 45^\circ$, $\angle EOF = \angle BOC = 90^\circ$. $\therefore OE = OF$, $OH \perp EF$, $\therefore OH = \frac{1}{2}EF$. $\therefore OA = BC = EF$, $\therefore OH = \frac{1}{2}OA$, $\therefore \angle OAH = 30^\circ$, $\therefore \angle BAF = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$. 当 AF 在 OA 的下方时, 同理可得 $\angle BAF' = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$. 综上所述, $\angle BAF$ 的度数为 75° 或 15° . 故答案为 75° 或 15° .



3. (1) 【证明】 $\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ABC = 90^\circ$, $\therefore \angle BAC + \angle BCA = 90^\circ$, $\therefore \angle CAD + \angle CDA = \angle BAC + \angle BCA = 90^\circ$, $\therefore \angle ACD = 90^\circ$, 即 $AC \perp DC$. $\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线.

【解】(2) $\therefore \triangle ADE, \triangle BEA$ 在 BD 上的高相等, $\therefore \frac{S_2}{S_3} = \frac{BE}{DE}$.

$\therefore BC \parallel AD$, $\therefore \triangle BEC \sim \triangle DEA$, $\therefore \frac{BE}{DE} = \frac{CE}{AE}$, $\therefore \frac{S_1}{S_3} = \left(\frac{CE}{AE}\right)^2$.

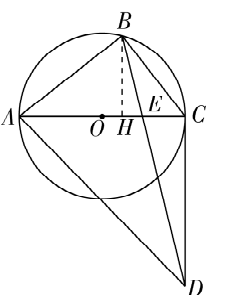
$\therefore S_1 + S_2 = S_3$, $\therefore \frac{S_1}{S_3} + \frac{S_2}{S_3} = 1$, 即 $\left(\frac{CE}{AE}\right)^2 + \frac{CE}{AE} = 1$, 解得 $\frac{CE}{AE} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (负值已舍去).

(3) 过点 B 作 $BH \perp AC$ 于点 H , 如图, 则 $\angle BHE = 90^\circ$. 由 (1) 得 $\angle ACD = 90^\circ$, $\therefore \angle BHE = \angle DCE = 90^\circ$.

$\therefore \angle BEH = \angle DEC$, $\therefore \triangle BHE \sim \triangle DCE$, $\therefore \frac{EH}{BH} = \frac{EC}{DC}$.

$\therefore \tan \angle BDC = \frac{1}{4} = \frac{EC}{CD}$, $\therefore \frac{EH}{BH} = \frac{EC}{CD} = \frac{1}{4}$,

\therefore 设 $EC = k, HE = a$, 则 $DC = 4k = AC, BH = 4a$, $\therefore AE =$



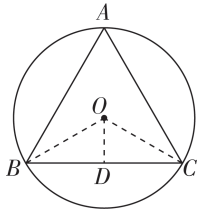
$\angle DNE$, $\angle ABM = \angle DEN$, $AB = DE$, $\therefore \triangle ABM \cong \triangle DEN$ (AAS), $\therefore AM = DN$. $\therefore \angle AMB + \angle AMN = 180^\circ$, $\angle DNM + \angle DNE = 180^\circ$, $\therefore \angle AMN = \angle DNM$, $\therefore AM \parallel DN$, \therefore 四边形 $AMDN$ 是平行四边形, 故④符合题意. 综上所述, 符合题意的是①②④. 故选 A.

27. $\frac{1}{2}$ 【解析】如图所示, 连接 OB, OC , 作 $OD \perp BC$ 于

D , 则 $\angle ODB = 90^\circ$. $\therefore \angle BOC = \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$, $OB =$

$OC = 1$, $\therefore \angle OBC = \angle OCB = 30^\circ$, $\therefore OD = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}$, 故答

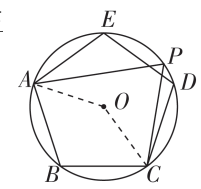
案为 $\frac{1}{2}$.



28. 72° 【解析】如图, 连接 OA, OC . \therefore 多边形 $ABCDE$ 是正

五边形, $\therefore \angle AOC = \frac{360^\circ}{5} \times 2 = 144^\circ$, $\therefore \angle APC =$

$\frac{1}{2} \angle AOC = 72^\circ$, 故答案为 72° .



重难上分

上分专题 (一) 圆与辅助线

1. $3\sqrt{3}$ 【解析】连接 OB , 如图. 设 $\odot O$ 的半径为 r .

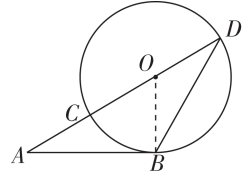
$\therefore \angle AOB = 2\angle D$, $\angle A = \angle D$, $\therefore \angle AOB = 2\angle A$. $\therefore AB$

是 $\odot O$ 的切线, B 为切点, $\therefore \angle OBA = 90^\circ$, $\therefore \angle A +$

$\angle AOB = 90^\circ$, $\therefore \angle A + 2\angle A = 90^\circ$, $\therefore \angle A = 30^\circ$, A

$\therefore AO = 2OB = 2r$, $\therefore 3 + r = 2r$, $\therefore r = 3$, $\therefore AO = 6, OB = 3$, $\therefore AB = \sqrt{6^2 - 3^2} =$

$3\sqrt{3}$, 故答案为 $3\sqrt{3}$.



2. (1) 【证明】连接 OC , 如图.

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle OCD = 90^\circ$.

$\therefore OA = OC$, $\therefore \angle OAC = \angle OCA$.

$\therefore \angle EAC = \angle DAC$, $\therefore \angle OCA = \angle EAC$,

$\therefore OC \parallel AE$, $\therefore \angle OCD = \angle E = 90^\circ$, $\therefore AE \perp DE$.

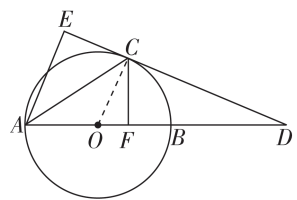
(2) 【解】 $\therefore CF \perp AD$, $\therefore \angle AFC = 90^\circ$.

由 (1) 得 $\angle E = 90^\circ$, $\therefore \angle E = \angle AFC = 90^\circ$.

$\therefore \angle EAC = \angle DAC, AC = AC$, $\therefore \triangle AEC \cong \triangle AFC$ (AAS), $\therefore AF = AE = 5$.

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $DE = 12, AE = 5$, $\therefore AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$,

$\therefore DF = AD - AF = 13 - 5 = 8$, $\therefore DF$ 的长为 8.



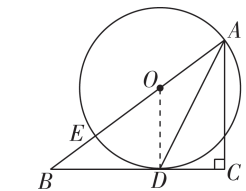
3. 【证明】如图, 连接 OD , 设 AB 与 $\odot O$ 交于点 E .

$\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore \angle BAC = 2\angle BAD$.

又 $\therefore \angle EOD = 2\angle EAD$, $\therefore \angle EOD = \angle BAC$, $\therefore OD \parallel AC$.

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle BDO = 90^\circ$, 即 $OD \perp BC$.

又 $\therefore OD$ 是 $\odot O$ 的半径, $\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线.



4. 【证明】连接 OD .

$\therefore AB$ 为半圆 O 的直径, $\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$.

$\therefore \widehat{BD} = \widehat{DE}$, $\therefore \angle CAD = \angle BAD$, $\therefore \angle B = \angle C$, $\therefore AC = AB, DC = DB$.

$\therefore OA = OB$, $\therefore OD$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore OD \parallel AC$.

$\therefore DF \perp AC$, $\therefore DF \perp OD$.

$\therefore OD$ 是半圆 O 的半径, $\therefore DF$ 是半圆 O 的切线.

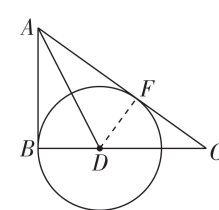
5. 【证明】过点 D 作 $DF \perp AC$ 于 F , 如图所示.

$\therefore \angle B = 90^\circ$, $\therefore AB \perp BC$.

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC, DF \perp AC$,

$\therefore BD = DF$, \therefore 点 F 在 $\odot D$ 上,

$\therefore AC$ 是 $\odot D$ 的切线.

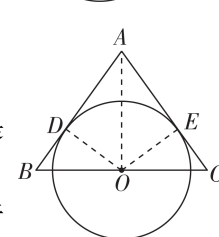


6. 【证明】过点 O 作 $OE \perp AC$ 于点 E , 连接 OD, OA , 如图.

$\therefore AB$ 与 $\odot O$ 相切于点 D , $\therefore AB \perp OD$.

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形, O 是底边 BC 的中点, $\therefore AO$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore OE = OD$, 即 OE 是 $\odot O$ 的半径.

$\therefore AC$ 经过 $\odot O$ 的半径 OE 的外端点 E 且垂直于 OE , $\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线.



7. A 【解析】连接 OB , 过点 O 作 $OD \perp AB$ 于 D ,

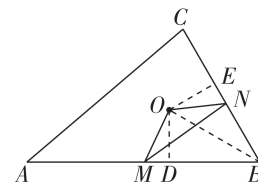
$OE \perp BC$ 于 E , 如图. \therefore 点 O 为 $\triangle ABC$ 的内心,

$\therefore BO$ 是 $\angle ABC$ 的平分线. 又 $\therefore OD \perp AB, OE \perp$

BC , $\therefore OD = OE$. 在 $\text{Rt}\triangle ODM$ 和 $\text{Rt}\triangle OEN$ 中,

$\begin{cases} OM = ON, \\ OD = OE, \end{cases} \therefore \text{Rt}\triangle ODM \cong \text{Rt}\triangle OEN$ (HL),

$\therefore \angle DOM = \angle EON$. 在四边形 $ODBE$ 中, $\angle ODB = \angle OEB = 90^\circ$, $\therefore \angle DBE + \angle DOE = 180^\circ$. 又 $\therefore \angle DBE = 60^\circ$, $\therefore \angle DOE = 120^\circ$, 即 $\angle DON + \angle EON = 120^\circ$, $\therefore \angle DON + \angle DOM = 120^\circ$, $\therefore \angle MON = 120^\circ$.



上分技巧 | 利用三角形内心的性质作辅助线

三角形的内心到三角形三边的距离相等, 因此遇内心, 过内心作边的垂线, 可以构造全等的直角三角形, 进而还可以证明其他三角形全等.

8. $\sqrt{5}$ 【解析】连接 MA, MB, MC , 过点 M 作 $MD \perp AB$ 于点

D , 作 $ME \perp AC$ 于点 E , 作 $MF \perp BC$ 于点 F , 如图.

$\therefore \angle ACB = 90^\circ, AC = 8, BC = 6$, $\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10$.

$\therefore N$ 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外心, $\therefore AN = BN = 5$. $\therefore M$ 为 $\triangle ABC$ 的

内心, $\therefore MD = ME = MF$. $\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle MAB} + S_{\triangle MAC} + S_{\triangle MBC}$, $\therefore \frac{1}{2} \times 10 \cdot MD + \frac{1}{2} \times$

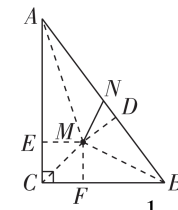
$8 \cdot ME + \frac{1}{2} \times 6 \cdot MF = \frac{1}{2} \times 8 \times 6$, $\therefore MD = ME = MF = 2$. $\therefore \angle MEC = \angle ECF =$

$\angle MFC = 90^\circ, ME = MF$, \therefore 四边形 $MECF$ 为正方形, $\therefore CF = MF = 2$, $\therefore BF =$

$6 - 2 = 4$. $\therefore MD = MF, BM = BM$, $\therefore \text{Rt}\triangle BDM \cong \text{Rt}\triangle BFM$ (HL), $\therefore BD = BF =$

4 , $\therefore DN = BN - BD = 5 - 4 = 1$, $\therefore MN = \sqrt{MD^2 + DN^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$, 故答案

为 $\sqrt{5}$.



上分专题 (二) 与圆有关的动态问题

1. A 【解析】如图, 连接 CP, CQ , 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 则 $\angle CDB = \angle AOB =$

$$AC-EC=3k, AH=AE-EH=3k-a, HC=EH+EC=a+k.$$

$$\because \angle AHB = \angle BHC = \angle ABC = 90^\circ, \therefore \angle ABH + \angle CBH = 90^\circ, \angle BCH + \angle CBH = 90^\circ, \therefore \angle ABH = \angle BCH, \therefore \triangle ABH \sim \triangle BCH, \therefore \frac{AH}{BH} = \frac{BH}{CH}, \text{即 } BH^2 =$$

$$AH \cdot CH, \therefore (4a)^2 = (3k-a)(a+k), \text{解得 } a = \frac{1+2\sqrt{13}}{17}k \text{ (负值已舍去)},$$

$$\therefore BH = 4a = \frac{4+8\sqrt{13}}{17}k, HC = a+k = \frac{18+2\sqrt{13}}{17}k, \therefore \tan \angle ACB = \frac{BH}{CH} =$$

$$\frac{4+8\sqrt{13}}{18+2\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}-1}{2}.$$

4. 【证明】(1) 连接 OD, BD, CD, OB, OC , 如图(1).

$$\because \widehat{BD} = \widehat{CD}, \therefore BD = CD.$$

$$\because OB = OC, \therefore OD \text{ 是线段 } BC \text{ 的垂直平分线}, \therefore OD \perp BC.$$

$$\because DF \parallel BC, \therefore OD \perp DF.$$

$$\text{又} \because OD \text{ 是 } \odot O \text{ 的半径}, \therefore DF \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线}.$$

(2) 过点 D 作 $DE \perp AD$ 交 AB 于点 E , 连接 BD, CD , 如图(2).

$$\because BC \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径}, \therefore \angle BAC = \angle BDC = 90^\circ.$$

$$\because \widehat{BD} = \widehat{CD}, \therefore BD = CD, \angle DBC = \angle DCB = 45^\circ.$$

$$\because \angle DAB = \angle DCB = 45^\circ, \angle EDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEA = 45^\circ, \therefore DE = DA, \therefore AE = \sqrt{2}AD.$$

$$\because \angle BDE + \angle CDE = 90^\circ, \angle ADC + \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle ADC, \therefore \triangle BDE \cong \triangle CDA \text{ (SAS)}, \therefore BE = AC. \text{ 又} \because AB = BE + AE = AC + \sqrt{2}AD, \therefore AB - AC = \sqrt{2}AD.$$

5. 30 【解析】 $\odot O$ 沿着 $\triangle ABC$ 的内部边缘滚动一

圈, 如图所示, 连接 DE, EF, DF , 设切点分别为 G, H, P, Q, M, N , 连接 DH, DG, EP, EQ, FM, FN , 得矩形 $DEPG$ 、矩形 $EQNF$ 、矩形 $DFMH$, $\therefore DE = GP, EF = QN, DF = HM$. 根据切线长定理得四边形

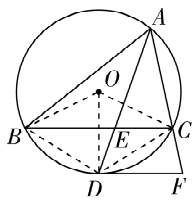
$CPEQ$ 是正方形, $\therefore PC = PE = EQ = CQ = 1$. \therefore 圆心 O 运动的路径长为 18, $\therefore DE + EF + DF = 18$. $\because DE \parallel AC, DF \parallel AB, EF \parallel BC, \therefore \angle DEF = \angle ACB, \angle DFE = \angle ABC, \therefore \triangle DEF \sim \triangle ACB, \therefore DE : EF : DF = AC : BC : AB = 3 : 4 : 5$. 设 $DE = 3k (k > 0)$, 则 $EF = 4k, DF = 5k$. $\because DE + EF + DF = 18, \therefore 3k + 4k + 5k = 18$, 解得 $k = \frac{3}{2}, \therefore DE = 3k = \frac{9}{2}, EF = 4k = 6, DF = 5k = \frac{15}{2}$. 根据切线长

定理, 设 $AG = AH = x, BN = BM = y$, 则 $AC = AG + GP + CP = x + \frac{9}{2} + 1 = x + 5.5$,

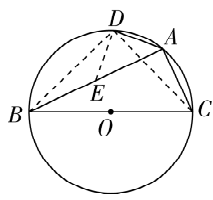
$$BC = CQ + QN + BN = 1 + 6 + y = y + 7, AB = AH + HM + BM = x + \frac{15}{2} + y = x + y + 7.5.$$

$\because AC : BC : AB = 3 : 4 : 5, \therefore (x + 5.5) : (y + 7) : (x + y + 7.5) = 3 : 4 : 5$, 解得 $x = 2, y = 3, \therefore AC = 7.5, BC = 10, AB = 12.5, \therefore AC + BC + AB = 30, \therefore \triangle ABC$ 的周长为 30. 故答案为 30.

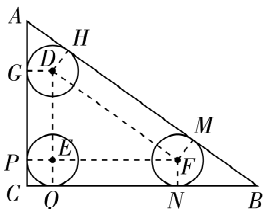
6. (1) 【证明】 $\because AE$ 为半圆 O 的直径, $\therefore \angle ADE = 90^\circ$.



图(1)



图(2)



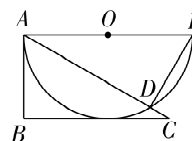
$$\text{又} \because \angle ABC = 90^\circ, \therefore \angle ADE = \angle ABC.$$

$$\text{在 Rt } \triangle ADE \text{ 中}, \angle DAE = 30^\circ, \therefore DE = \frac{1}{2}AE. \because AB = \frac{1}{2}AE, \therefore DE = AB.$$

$$\text{在 } \triangle EDA \text{ 与 } \triangle ABC \text{ 中}, \begin{cases} \angle DAE = \angle BCA, \\ \angle ADE = \angle CBA, \\ DE = BA, \end{cases} \therefore \triangle EDA \cong \triangle ABC \text{ (AAS)}.$$

(2) 【解】在 $\text{Rt } \triangle ABC$ 中, $\angle C = 30^\circ, BC = 3, \therefore AB = \sqrt{3}, \therefore$ 半圆 O 的半径为 $\sqrt{3}$.

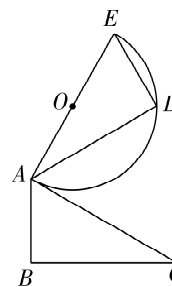
如图(1), 当半圆 O 与边 AB 相切时, $\angle OAB = 90^\circ, \therefore \angle OAB + \angle B = 180^\circ, \therefore AE \parallel BC$, 圆心 O 到 BC 的距离为 AB 的长, 等于半径, \therefore 半圆 O 与边 BC 也相切. 此时点 O 运动的路径是以 A 为圆心, $\sqrt{3}$ 为半径, 圆心角为



图(1)

$$90^\circ \text{ 的弧, 弧长为 } \frac{90}{180} \pi \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi;$$

如图(2), 当半圆 O 与边 AC 相切时, $\angle OAC = 90^\circ$, 则 $\angle OAB = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$. 此时点 O 的运动路径是以 A 为圆心, $\sqrt{3}$ 为半径, 圆心角为 150° 的弧, 弧长为 $\frac{150}{180} \pi \cdot \sqrt{3} =$



图(2)

$$\frac{5\sqrt{3}}{6} \pi.$$

综上, 当半圆 O 恰好与 $\triangle ABC$ 的边相切时, 点 O 运动的路径长为 $\frac{\sqrt{3}}{2} \pi$ 或 $\frac{5\sqrt{3}}{6} \pi$.

$$(3) 【解】 \because \angle AMC = \angle NMA, \angle C = \angle MAN, \therefore \triangle CMA \sim \triangle AMN, \therefore \frac{CM}{AM} =$$

$$\frac{CA}{AN} = \frac{AM}{MN}. \therefore AM = AN, \therefore CM = CA.$$

$$\text{在 Rt } \triangle ABC \text{ 中}, \angle C = 30^\circ, BC = 3, \therefore CA = 2\sqrt{3}, \therefore CM = 2\sqrt{3}.$$

$$\because AM = AN, AB \perp BC, \therefore MB = BN = \frac{1}{2}MN = CM - BC = 2\sqrt{3} - 3, \therefore MN = 4\sqrt{3} - 6,$$

$$\therefore AM^2 = MN \cdot CM = (4\sqrt{3} - 6) \cdot 2\sqrt{3} = 24 - 12\sqrt{3}.$$

卷② 第二十九章提优验收卷 (B 卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	C	C	D	D	B	C	C	A	B	A

轻松评分数

$$13. \sqrt{7} \quad 14. 4 \quad 15. 40^\circ \quad 16. (1) 8 \quad (2) \frac{7}{4}$$

17. 【解】在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AB = 6, BC = 10, \therefore AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.
..... (3 分)

$$\because D \text{ 是 } BC \text{ 的中点}, \therefore AD = \frac{1}{2}BC = 5.$$

$$\because \text{点 } B, D, C \text{ 均在 } \odot A \text{ 外}, \therefore 0 < r < 5.$$

..... (8 分)

18. (1) 【证明】如图, 设 OC 交 AB 于点 E .

$$\because OC \text{ 是 } \odot O \text{ 的半径}, C \text{ 为 } \widehat{AB} \text{ 的中点},$$

$$\therefore OC \text{ 垂直平分 } AB.$$

$$\because CD \parallel AB, \therefore \angle OCD = \angle OEB = 90^\circ.$$

..... (3 分)

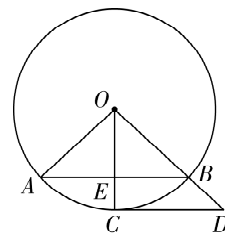
$$\because OC \text{ 是 } \odot O \text{ 的半径}, \text{ 且 } CD \perp OC, \therefore CD \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线}. \text{ (4 分)}$$

$$(2) 【解】 \because OA = OC = OB = 3, BD = 2, \therefore OD = OB + BD = 3 + 2 = 5.$$

$$\because \angle OCD = 90^\circ, \therefore CD = \sqrt{OD^2 - OC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4, \text{ (7 分)}$$

$$\therefore S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}CD \cdot OC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6,$$

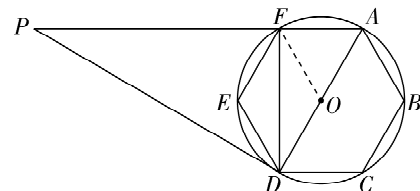
$$\therefore \triangle OCD \text{ 的面积是 } 6. \text{ (8 分)}$$



19. 【解】(1) 如图, 连接 FO .

$$\because \text{正六边形 } ABCDEF \text{ 为 } \odot O \text{ 的内接正六边形}, \therefore \angle AOF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADF = \frac{1}{2} \angle AOF = 30^\circ. \text{ (4 分)}$$



$$(2) \because \text{正六边形 } ABCDEF \text{ 为 } \odot O \text{ 的内接正六边形}, \therefore AD \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径}, \angle PAD = 60^\circ.$$

..... (5 分)

$$\because PD \text{ 与 } \odot O \text{ 相切}, AD \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径},$$

$$\therefore \angle ADP = 90^\circ.$$

$$\text{在 Rt } \triangle PAD \text{ 中}, AD = 12, \therefore PD = AD \cdot$$

$$\tan 60^\circ = 12 \times \sqrt{3} = 12\sqrt{3}. \text{ (8 分)}$$

上分攻略 评分细则

找准采分点

17. 利用勾股定理求得 AC 得 3 分.

找准采分点

18. (1) 根据垂径定理得 OC 垂直平分 AB 得 1 分.

规避失分点

18. (2) 用三角形的面积公式求三角形面积时注意不要忘记乘 $\frac{1}{2}$.

找准关键点

19. (1) 根据内接正六边形的性质得到 $\angle AOF = 60^\circ$ 是解题的关键.

规避失分点

19. (2) “在 $\text{Rt } \triangle PAD$ 中”是解直角三角形的必要条件, 不能省略.

答案及评分细则

20. 【解】(1) 相切. (1 分)

理由: 连接 OE .

$\because OA=OE, \therefore \angle OAE=\angle OEA. \because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle AEB=\angle AEC=90^\circ$.

\because 点 D 是 AC 的中点, $\therefore AD=DE=\frac{1}{2}AC$,

$\therefore \angle DAE=\angle DEA$, (3 分)

$\therefore \angle AEO+\angle AED=\angle OAE+\angle DAE=\angle BAC=90^\circ, \therefore \angle OED=90^\circ. \because OE$ 是 $\odot O$ 的半径, \therefore 直线 DE 与 $\odot O$ 相切. (5 分)

(2) 在 $Rt\triangle ACE$ 中, \because 点 D 是 AC 的中点, $\therefore AC=2DE=10. \because AE=6, \therefore CE=\sqrt{AC^2-AE^2}=8$ (6 分)

$\because \angle BAC=\angle AEB=\angle AEC=90^\circ, \therefore \angle BAE+\angle B=\angle B+\angle C=90^\circ, \therefore \angle BAE=\angle C$,

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CAE$, (8 分)

$\therefore \frac{AE}{CE}=\frac{BE}{AE}, \therefore \frac{6}{8}=\frac{BE}{6}, \therefore BE=\frac{9}{2}$ (9 分)

21. 【解】(1) $\because PA, PB, CD$ 是 $\odot O$ 的切线, 点 A, B, E 为切点,

$\therefore PA=PB, AC=CE, ED=BD$ (2 分)

$\because \triangle PCD$ 的周长为 10, $\therefore PC+CD+PD=10, \therefore PC+CE+DE+PD=PC+AC+PD+BD=PA+PB=2PA=10, \therefore PA=5$ (4 分)

(2) ① $\because \angle P=40^\circ, \therefore \angle PCD+\angle PDC=180^\circ-40^\circ=140^\circ, \therefore \angle ACD+\angle BDE=360^\circ-140^\circ=220^\circ$.

$\because PA, PB, CD$ 是 $\odot O$ 的切线, 点 A, B, E 为切点, $\therefore \angle ACO=\angle DCO=\frac{1}{2}\angle ACD$,

$\angle BDO=\angle EDO=\frac{1}{2}\angle BDE$, (6 分)

$\therefore \angle OCD+\angle ODC=\frac{1}{2}\times 220^\circ=110^\circ$,

$\therefore \angle COD=180^\circ-110^\circ=70^\circ$ (7 分)

② $\because AC=CE, DE=BD, \therefore \angle CAE=\angle CEA, \angle DEB=\angle DBE, \therefore \angle AEB=180^\circ-\angle AEC-\angle BED=180^\circ-\frac{180^\circ-\angle ACD}{2}-\frac{180^\circ-\angle BDE}{2}=180^\circ-90^\circ+\frac{1}{2}\angle ACD-90^\circ+\frac{1}{2}\angle BDE=\frac{1}{2}\times 220^\circ=110^\circ$ (9 分)

上分攻略 评分细则

找准采分点

20. (1) 正确写出结论得 1 分, 连接 OE , 证 $\angle OED=90^\circ$ 是得分关键点.

找准关键点

20. (2) 证明 $\triangle ABE \sim \triangle CAE$, 利用对应边成比例即可求解.

找准关键点

21. (1) 根据切线长定理得到 $PA=PB, AC=CE, ED=BD$ 是解题的关键.

找准关键点

21. (2) ① 根据切线长定理得到 $\angle ACO=\angle DCO=\frac{1}{2}\angle ACD, \angle BDO=\frac{1}{2}\angle BDE$ 是解题的关键.

找准采分点

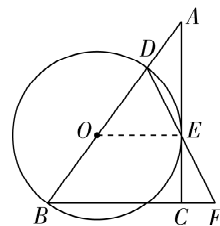
21. (2) ② 根据等角代换用 $\angle ACD$ 和 $\angle BDE$ 表示出 $\angle AEB$ 得 1 分.

22. 【解】(1) 选择的条件是 ①②, 结论是 ③. (答案不唯一) (2 分)
此命题正确.

理由: 如图, 连接 OE .

$\because OD=OE, \therefore \angle ODE=\angle OED. \because \angle BDF=\angle F, \therefore BD=BF, \angle F=\angle OED, \therefore OE \parallel BF, \therefore \angle OEA=\angle ACB=90^\circ$.

$\because OE$ 是圆 O 的半径, $\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线. (5 分)



(2) 在 $Rt\triangle AOE$ 中, $\therefore \sin A=\frac{OE}{AO}=\frac{3}{5}$,

\therefore 设 $OE=3a, AO=5a, \therefore AB=AO+OB=5a+3a=8a$ (6 分)

$\because OE \parallel BF, OB=OD, \therefore DE=EF, \therefore OE$ 是 $\triangle DBF$ 的中位线, $\therefore BF=2OE=6a$ (7 分)

$\because CF=1, \therefore BC=BF-CF=6a-1$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{6a-1}{8a}$.

$\therefore \sin A=\frac{3}{5}, \therefore \frac{6a-1}{8a}=\frac{3}{5}, \therefore a=\frac{5}{6}$,

$\therefore OE=3a=\frac{5}{2}, \therefore \odot O$ 的半径是 $\frac{5}{2}$.

..... (9 分)

23. 【解】(1) \because 直线 l 与 $\odot O$ 相切于点 A, AB 经过圆心 $O, \therefore OA \perp AD, \therefore \angle BAD=90^\circ, \therefore \angle BAC+\angle CAD=90^\circ$.

$\because AB$ 为直径, $\therefore \angle ACB=90^\circ, \therefore \angle BAC+\angle ABC=90^\circ, \therefore \angle ABC=\angle CAD=28^\circ$.

故答案为 28. (3 分)

(2) $\angle CAD$ 与 $\angle ABC$ 之间的数量关系为 $\angle CAD=\angle ABC$ (4 分)

理由: 如图(1), 连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于点 E , 连接 CE . 由(1)知 $\angle CAD=\angle E$.

$\because \angle ABC=\angle E, \therefore \angle CAD=\angle ABC$.

..... (5 分)

找准采分点

22. (1) 每空 1 分.

规避失分点

22. (1) 不写理由扣 3 分.

找准采分点

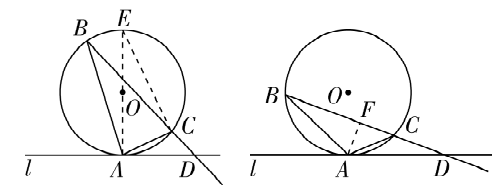
22. (2) 用含 a 的代数式表示出 AO 和 AB 得 1 分.

规避失分点

23. (1) 注意“28”不要带单位.

找准采分点

23. (2) 先写出 $\angle CAD$ 与 $\angle ABC$ 之间的数量关系, 再说理由.



图(1)

图(2)

(3) 过点 A 作 $AF \perp BC$ 于点 F , 如图(2).

$\because \angle ACD=135^\circ, \therefore \angle ACB=45^\circ$.

$\because AF \perp BC, \therefore \triangle AFC$ 为等腰直角三角形, $\therefore AF=FC=\frac{\sqrt{2}}{2}AC$ (7 分)

$\because AC=\sqrt{2}, \therefore AF=FC=1, \therefore FD=FC+CD=3, \therefore AD=\sqrt{AF^2+FD^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

由(2)知 $\angle CAD=\angle ABC$.

$\because \angle ADC=\angle BDA, \therefore \triangle DAC \sim \triangle DBA$,

$\therefore \frac{CD}{AD}=\frac{AC}{AB}, \therefore \frac{2}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{2}}{AB}, \therefore AB=\sqrt{5}$ (10 分)

24. (1) 【证明】 $\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle A=90^\circ$.

\because 点 A 是弧 MC 的中点, $\therefore \widehat{AC}=\widehat{AM}, \therefore \angle ABC=\angle ACM$ (2 分)

$\because DB=DE, \angle DEB=\angle AEC, \therefore \angle DBE=\angle DEB=\angle AEC, \therefore \angle DBC=\angle DBE+\angle ABC=\angle AEC+\angle ACM=90^\circ$, 即 $DB \perp BC$.

又 $\because OB$ 是 $\odot O$ 的半径, $\therefore DB$ 是 $\odot O$ 的切线. (4 分)

(2) 【证明】 $\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径, DB 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle BMC=\angle DBC=90^\circ, \therefore \angle D=\angle MBC=90^\circ-\angle BCD$.

$\because \angle ABM=\angle ABC=\angle ACD, \therefore \angle MBC=2\angle ABC=2\angle ACD, \therefore \angle D=2\angle ACD$.

..... (7 分)

(3) 【解】作 $EF \perp BC$ 于点 F , 如图.

$\because EM \perp BM, \angle MBA=\angle ABC, \therefore FE=ME$.

$\because \angle DBC=90^\circ, DB=6, DC=10, \therefore BC=\sqrt{DC^2-DB^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ (8 分)

$\therefore S_{\triangle DBC}=\frac{1}{2}DC \cdot BM=\frac{1}{2}BC \cdot DB$,

找准关键点

23. (3) 利用勾股定理求得 AD 是解题的关键.

规避失分点

24. (1) “点 A 是弧 MC 的中点”, 不要忘记写“弧”或弧的符号, 否则扣分.

规避失分点

24. (3) 辅助线一般为虚线.

答案及评分细则

上分攻略 评分细则

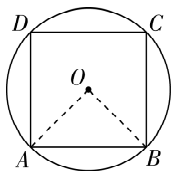
$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{2} \times 10BM &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6, \therefore BM = \frac{24}{5}, \\ \therefore CM &= \sqrt{BC^2 - BM^2} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{32}{5}. \\ \dots\dots\dots (10 \text{ 分}) \\ \therefore S_{\triangle MBC} &= \frac{1}{2} BM \cdot ME + \frac{1}{2} BC \cdot FE = \\ \frac{1}{2} BM \cdot CM, \therefore \frac{1}{2} \times \frac{24}{5} ME + \frac{1}{2} \times 8 ME &= \frac{1}{2} \times \\ \frac{24}{5} \times \frac{32}{5}, \therefore ME &= \frac{12}{5}, \therefore ME \text{ 的长是 } \frac{12}{5}. \\ \dots\dots\dots (11 \text{ 分}) \end{aligned}$$

找准关键点

24. (3) 利用勾股定理求得 CM 的值是解题的关键.

上分解析

- 1. A** 【解析】 $\because \odot O$ 的半径 r 为 2 cm, 圆心 O 到直线 l 的距离 d 为 3 cm, $\therefore d > r$, \therefore 直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是相离. 故选 A.
- 2. B** 【解析】 $\because PA, PB$ 与 $\odot O$ 分别相切于点 A, B , $\therefore PA = PB$. $\because \angle APB = 60^\circ$, $\therefore \triangle PAB$ 是等边三角形, $\therefore AB = AP = 2$. 故选 B.
- 3. C** 【解析】如图, 连接 OA, OB . \because 正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $\therefore \angle AOB = 90^\circ, OA = OB$, $\therefore OA^2 + OB^2 = AB^2$, 即 $2OA^2 = 4^2$, 解得 $OA = 2\sqrt{2}$ (舍去负值), $\therefore \odot O$ 的半径长为 $2\sqrt{2}$. 故选 C.
- 4. C** 【解析】 $\because CD$ 为切线, $\therefore \angle OCD = 90^\circ$. $\because \angle BCD = 60^\circ$, $\therefore \angle OCB = 30^\circ$. $\because OC = OB$, $\therefore \angle B = \angle OCB = 30^\circ$, $\therefore \angle AOC = 60^\circ$. 故选 C.
- 5. D** 【解析】A 选项, $\because \angle A = 50^\circ, \angle C = 40^\circ$, $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 90^\circ$, $\therefore BC \perp AB$. \because 点 B 在 $\odot A$ 上, $\therefore AB$ 是 $\odot A$ 的半径, $\therefore BC$ 是 $\odot A$ 的切线. B 选项, $\because \angle B - \angle C = \angle A$, $\therefore \angle B = \angle A + \angle C$. $\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\therefore \angle B = 90^\circ$, $\therefore BC \perp AB$. \because 点 B 在 $\odot A$ 上, $\therefore AB$ 是 $\odot A$ 的半径, $\therefore BC$ 是 $\odot A$ 的切线. C 选项, $\because AB^2 + BC^2 = AC^2$, $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle B = 90^\circ$, $\therefore BC \perp AB$. \because 点 B 在 $\odot A$ 上, $\therefore AB$ 是 $\odot A$ 的半径, $\therefore BC$ 是 $\odot A$ 的切线. D 选项, $\because \odot A$ 与 AC 的交点是 AC 的中点, $\therefore AB = \frac{1}{2}AC$, 但不能证出 $\angle B = 90^\circ$, \therefore 不能判定 BC 是 $\odot A$ 的切线. 故选 D.

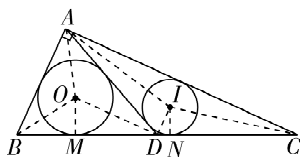


上分警示 | 切线必须满足的两个条件

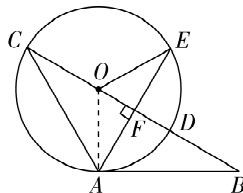
①经过半径的外端; ②垂直于这条半径, 否则就不是圆的切线.

- 6. D** 【解析】连接 OA, OB . $\because PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore PA \perp OA, PB \perp OB$, $\therefore \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$, $\therefore \angle AOB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 110^\circ$, $\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 55^\circ$. 故选 D.
- 7. B** 【解析】由题意得到 $DG = DH, CG = CF, BF = BE, AE = AH$, $\therefore DG + CG + BE + AE = DH + CF + BF + AH$, $\therefore AB + CD = AD + BC = 16 + 10 = 26$, \therefore 四边形 $ABCD$ 的周长为 $26 \times 2 = 52$. 故选 B.

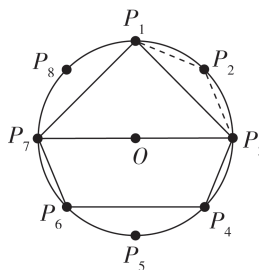
- 8. C** 【解析】如图, 设 $\triangle ABD$ 的内切圆圆心为 O , $\triangle ACD$ 的内切圆圆心为 I , 连接 OA, OB, OD, IA, IC, ID , 过点 O , 点 I 分别作 BC 的垂线, 垂足分别为 M, N . 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AB = 5, AC = 12$, $\therefore BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = 13$. $\because AD$ 为中线, $\therefore AD = BD = CD = \frac{1}{2}BC = \frac{13}{2}$, $\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$, 即 $\frac{1}{2}(AB + BD + AD) \cdot OM = \frac{1}{2}(AC + AD + CD) \cdot IN$, $\therefore \frac{1}{2} \times (5 + 13) r_1 = \frac{1}{2} \times (12 + 13) r_2$, $\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{25}{18}$. 故选 C.



(第 8 题图)

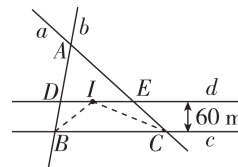


(第 9 题图)



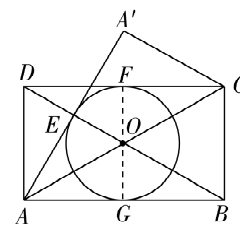
(第 10 题图)

- 9. C** 【解析】连接 OA , 如图. $\because BA$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore OA \perp AB$, $\therefore \angle OAB = 90^\circ$. $\because \angle ABC = 30^\circ$, $\therefore \angle AOB = 60^\circ$. $\because AE \perp CB$, $\therefore AF = EF = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2} \times 8 = 4$. 在 $\text{Rt} \triangle AOF$ 中, $\because \tan \angle AOF = \tan 60^\circ = \frac{AF}{OF}$, $\therefore OF = \frac{4}{\tan 60^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. 故选 C.
- 10. A** 【解析】连接 P_1P_2, P_2P_3 , 如图. $\because P_1P_7 = P_6P_4, P_1P_2 = P_2P_3 = P_3P_4 = P_7P_6, P_1P_3 < P_1P_2 + P_2P_3$, $\therefore P_1P_3 < P_7P_6 + P_3P_4$, $\therefore P_1P_3 + P_1P_7 + P_7P_3 < P_7P_6 + P_3P_4 + P_6P_4 + P_7P_3$, 即 $a < b$. 故选 A.
- 11. B** 【解析】连接 BI, CI , 如图所示. $\because I$ 是 $\triangle ABC$ 的内心, $\therefore \angle DBI = \angle CBI, \angle ECI = \angle BCI$. $\because d \parallel c$, $\therefore \angle DIB = \angle CBI, \angle EIC = \angle BCI$, $\therefore \angle DIB = \angle DBI, \angle EIC = \angle ECI$, $\therefore BD = DI, CE = IE$. $\therefore DE = DI + IE = 150 \text{ m}$, $\therefore BD + DE + EC = 2DE = 300 \text{ m}$. \therefore 若游客从 B 处出发, 沿 $B \rightarrow D \rightarrow I \rightarrow E \rightarrow C$ 的路线, 到达 C 处, 则所走的这段路程长为 300 m, 故选 B.

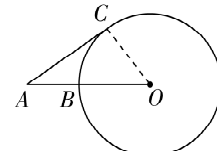


- 12. A** 【解析】 \because 点 A 关于 BD 的对称点为 A' , $\therefore AE = A'E, AA' \perp BD$. \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore OA = OC$, $\therefore OE$ 是 $\triangle ACA'$ 的中位线, $\therefore OE \parallel A'C$, $\therefore AA' \perp CA'$. 设 $\odot O$ 与 CD 切于点 F , 连接 OF , 并延长 FO 交 AB 于点 G , 如图所示, $\therefore OF \perp CD, OF = OE$. \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore OB = OD = \frac{1}{2}BD, AB \parallel CD, AC = BD, OA = OC = \frac{1}{2}AC$, $\therefore OG \perp AB, \angle FDO = \angle GBO$, $OA = OB$, $\therefore \angle GAO = \angle GBO$. 在 $\triangle DOF$ 和 $\triangle BOG$ 中, $\begin{cases} \angle FDO = \angle GBO, \\ OD = OB, \\ \angle DOF = \angle BOG, \end{cases}$ $\therefore \triangle DOF \cong \triangle BOG \text{ (ASA)}, \therefore OG = OF, \therefore OG = OE$. $\because AA' \perp BD, OG \perp AB$, $\therefore \angle EAO = \angle GAO$. $\because \angle EAB + \angle GBO = 90^\circ$, $\therefore \angle EAO + \angle GAO =$

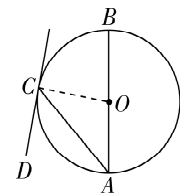
$\angle GBO = 90^\circ$, $\therefore 3 \angle EAO = 90^\circ$, $\therefore \angle EAO = 30^\circ$. $\because AA' \perp CA'$, $\therefore \tan \angle EAO = \frac{CA'}{AA'}, \therefore \tan 30^\circ = \frac{CA'}{AA'} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore \frac{AA'}{CA'} = \sqrt{3}$. 故选 A.



(第 12 题图)



(第 13 题图)



(第 15 题图)

- 13. $\sqrt{7}$** 【解析】如图, 连接 OC . $\because AC$ 为 $\odot O$ 的切线, C 为切点, $\therefore \angle ACO = 90^\circ$. $\because AC = 3, AO = 4$, $\therefore OB = OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{7}$, 故答案为 $\sqrt{7}$.
- 14. 4** 【解析】正六边形的中心角为 $360^\circ \div 6 = 60^\circ$, 那么以圆心 M 和正六边形两个相邻的顶点为顶点的三角形是等边三角形, \therefore 边长为 4 的正六边形的外接圆半径是 4. 故答案为 4.
- 15. 40°** 【解析】如图, 连接 OC . \because 直线 CD 与 $\odot O$ 相切于点 C , $\therefore \angle OCD = 90^\circ$. $\because \angle ACD = 50^\circ$, $\therefore \angle ACO = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$. $\because OC = OA$, $\therefore \angle BAC = \angle ACO = 40^\circ$, 故答案为 40° .
- 16. (1) 8 (2) $\frac{7}{4}$** 【解析】(1) $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4}$. 设 $AC = 3x, BC = 4x$, $\therefore AB = \sqrt{(3x)^2 + (4x)^2} = 5x$, 即 $5x = 10$, 解得 $x = 2$, $\therefore AC = 6, BC = 8$. 故答案为 8.
(2) \because 点 P 是 AB 的中点, $\therefore BP = 5$. $\because \odot O$ 与 AB 边相切, $\therefore OP \perp AB$, $\therefore \angle OPB = 90^\circ$. 在 $\text{Rt} \triangle OPB$ 中, $\because \tan B = \frac{OP}{PB} = \frac{3}{4}$, $\therefore OP = \frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4}$, $\therefore OB = \sqrt{\left(\frac{15}{4}\right)^2 + 5^2} = \frac{25}{4}$, $\therefore CO = BC - OB = 8 - \frac{25}{4} = \frac{7}{4}$. 故答案为 $\frac{7}{4}$.

上分警示 | 勾股定理的应用

应用勾股定理列式计算边的长度时, 注意区分直角边与斜边.

- 17. 【刷有所得】** 若圆的半径为 r , 点到圆心的距离为 d , 则当 $d > r$ 时, 点在圆外; 当 $d = r$ 时, 点在圆上; 当 $d < r$ 时, 点在圆内.
- 18. 【关键点拨】** 推导出 $\angle OCD = 90^\circ$ 是解题的关键.
- 19. 【刷有所得】** 正六边形可以分成 6 个全等的等边三角形.
- 20. 【思路分析】** (1) 连接 OE , 根据等腰三角形的性质得到 $\angle OAE = \angle OEA, \angle DAE = \angle DEA$, 则 $\angle OAD = \angle OED = 90^\circ$, 根据切线的判定定理即可得到结论;
(2) 根据直角三角形的性质得到 $AC = 2DE = 10$, 根据勾股定理得到 $CE = \sqrt{AC^2 - AE^2} = 8$, 根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.
- 21. 【刷有所得】** 圆外一点与圆心的连线平分过该点与圆相切的两条切线所成的夹角.
- 22. 【思路分析】** (1) 把①②作为条件, ③作为结论, 要证明 AC 是 $\odot O$ 的切线, 想到连接 OE , 只要求出 $\angle OEA = 90^\circ$ 即可, 根据已知证明出 $OE \parallel BF$ 即可解答; (2) 根据已知 $\sin A = \frac{3}{5}$, 然后把 $\angle A$ 放在 $\text{Rt} \triangle AOE$ 和