

上分解析

1. **B** 【解析】由表格可得,20岁出现的人数最多,故出现频数最多的年龄是20岁. 故选B.
2. **B** 【解析】

A	了解全国中学生的体重情况	适合抽样调查	不符合题意
B	检测“神舟十八号”飞船的零部件	适合普查	符合题意
C	检测扬州的城市空气质量	适合抽样调查	不符合题意
D	调查某河塘中现有螃蟹的数量	适合抽样调查	不符合题意

上分技巧 | 调查方式的选择

一般来说,对于具有破坏性、无法进行普查、普查的意义或价值不大的调查,应选择抽样调查;对于精确度要求高、事关重大的调查往往选择普查.

3. **D** 【解析】

A	2 000 名学生对跳水运动的喜爱情况是总体	不符合题意
B	抽取的 150 名学生对跳水运动的喜爱情况是总体的一个样本	不符合题意
C	样本容量是 150	不符合题意
D	本次调查是抽样调查	符合题意

4. **D** 【解析】

A	样本太少	不符合题意
B	样本不具有代表性	不符合题意
C	样本不具有代表性	不符合题意
D	样本具有代表性	符合题意

5. **C** 【解析】因为《数学家的眼光》借阅量最大,所以最可能多购进的是《数学家的眼光》. 故选C.
6. **D** 【解析】

①	一共调查了 $10+60+20+10=100$ (名) 同学	错误
②	每天阅读图书时间不足 15 分和 45~60 分的同学人数相等,均为 10 人	错误
③	每天阅读图书时间在 15~30 分的同学人数最多	正确
④	每天阅读图书时间不少于 30 分的同学人数是调查总人数的 $(20+10) \div 100 \times 100\% = 30\%$	正确

7. **A** 【解析】从题图上看,A球与B球相比,A球的弹性更大. 故选A.
8. **A** 【解析】跳绳次数不少于100次的占 $(10+18+12) \div 50 \times 100\% = 80\%$,故选项A正确;大多数学生跳绳次数在120~140范围内,故选项B错误;跳绳次数最多的小于160次,故选项C错误;由样本可以估计七年级800名学生中跳绳次数在60~80次的大约有 $800 \times \frac{4}{50} = 64$ (人),故选项D错误. 故选A.
9. **A** 【解析】2018年与2017年相比,我国网约车客运量增加了 $(200 -$

$157) \div 157 \approx 27.4\%$,故A选项正确;2018年,我国巡游出租车客运量占出租车客运总量的比例超过60%,故B选项错误;2015年至2018年,我国出租车客运总量发生了变化,故C选项错误;2015年至2018年,我国巡游出租车客运量占出租车客运总量的比例逐年减小,故D选项错误. 故选A.

10. **B** 【解析】补全统计表2,故初三(4)班有男生22人,女生18人.

项目	素质			球类		
	仰卧起坐	引体向上	实心球	篮球绕杆	排球垫球	足球绕杆
男生	0	15	7	20	0	2
女生	17	0	1	2	16	0
总计	17	15	8	22	16	2

由上表知,①③正确,②④无法判断.

11. 所取的样本容量太小,样本缺乏代表性
12. 24% 【解析】估计全体学生社会实践活动成绩的满分率是 $\frac{12}{2+9+13+14+12} \times 100\% = 24\%$,故答案为24%.
13. 9 【解析】一组数据的最大值为169,最小值为143,最大值与最小值的差是 $169-143=26$,而要求组距为3,所以 $26 \div 3 = 8\frac{2}{3}$,所以组数为9.

14. 甲 【解析】因为甲品牌的洗衣机从2016年到2020年的销售数量从200万台增长到550万台,增长了350万台,乙品牌的洗衣机从2016年到2020年的销售数量从100万台增长到350万台,增长了250万台,所以销售数量增长较快的是甲品牌洗衣机. 故答案为甲.

上分警示 | 观察折线统计图时的注意事项

不能只从线段的倾斜程度来判断增长趋势,要注意横轴和纵轴上的数据.

15. 乙 【解析】第一、第二投票箱内甲得票数为 $123+135=258$ (票),乙得票数为 $150+55=205$ (票),丙得票数为 $100+260=360$ (票). 第三投票箱内票数合计 $1\,000-(385+465)=150$ (票). $360-258=102$ (票),即丙目前领先甲102票,所以若第三投票箱内甲比丙多102票以上,则甲当选,故甲可能当选; $360-205=155$ (票) >150 票,若第三投票箱的150票都给乙,乙的总票数仍然比丙低,故一定没有机会当选学生会主席的是乙. 故答案为乙.
16. 【思路分析】(1) 根据人口自然增长率=人口出生率-人口死亡率,解答即可;
(2) 根据统计表和统计图解答即可;
(3) 根据统计表和统计图解答即可.
17. 【思路分析】(1) 由条形统计图及B种情况的人数占比,可求出该校课外活动小组调查的总人数,进而得出B种情况的人数以及其他三种情况所占百分比;
(2) 用样本估计总体解答即可.
18. 【思路分析】(1) 根据抽样调查中样本的特点解答即可;
(2) ①用30减去其他等级的人数即可得到A等级所对应的人数;
②根据扇形统计图的特征即可得到答案;
(3) 根据样本估计总体即可得到答案.
19. 【思路分析】(1) 观察统计图可得答案;

- (2) 根据增长率列方程计算;
(3) 把各个业务的收入情况和与上一年同期相比增长率情况分别进行对比即可解答.

20. 【思路分析】(1) 用E组的人数除以10%可得样本容量,用样本容量乘30%可得a的值,用样本容量乘15%可得c的值,根据题图可得b的值;
(2) 用成绩在A组的人数除以样本容量可得答案;
(3) 用全校总人数乘成绩在A组的学生人数占调查人数的百分比即可.

21. 【思路分析】(1) 根据统计表解答即可;
(2) 活动前全市骑电瓶车“都不戴”安全头盔的总人数=在抽取的市民中“都不戴”安全头盔的人数占抽取人数的百分比 \times 该市总人数;
(3) 先求出宣传活动后全市骑电瓶车“都不戴”安全头盔的人数的百分比和宣传活动前全市骑电瓶车“都不戴”安全头盔的人数的百分比,比较大小可得结论.

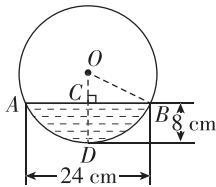
22. 【思路分析】(1) 利用频数分布直方图可得跳绳次数在 $60 \leq x < 80$ 范围的学生有2人,跳绳次数在 $160 \leq x < 180$ 范围的学生有4人,然后补全频数分布表和频数分布直方图即可;
(2) 利用频数分布表或频数分布直方图求解;
(3) 把第3组和第4组的频数相加可得到跳绳次数在 $100 \leq x < 140$ 范围的学生人数,把全部7组的频数相加可得到全班人数;
(4) 用后三组的频数和除以全班人数可得到全班同学跳绳的优秀率.

第二部分 期末复习突破

复习专项(一) 基础题组

上分解析

1. **D** 【解析】 $y = -2x^2 + 60x + 800 = -2(x-15)^2 + 1\,250$, 因为 $-2 < 0$, 所以当 $x = 15$ 时, y 有最大值, 最大值为1 250, 即所获利润最多为1 250元.
2. **A** 【解析】连结 OA . \because 点 A 是 \widehat{BC} 的中点, $\therefore \angle AOB = \angle AOC$. $\because \angle BOC = 120^\circ$, $\therefore \angle AOB = \frac{1}{2} \angle BOC = 60^\circ$, $\therefore \angle BDA = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ$.
3. **B** 【解析】了解全闽江的水质情况适合采用抽样调查,故A不符合题意;高考期间对存在安全隐患部位的检查适合采用普查,故B符合题意;了解某省中学生视力情况适合采用抽样调查,故C不符合题意;调查端午节期间福州市场上粽子的质量情况适合采用抽样调查,故D不符合题意. 故选B.
4. **B** 【解析】 $\because OA, OC$ 是 $\odot O$ 的半径, $AD = CD = 8$, $\therefore OB \perp AC$. 在 $\text{Rt} \triangle AOD$ 中, $OA = \sqrt{AD^2 + OD^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$, $\therefore OB = 10$, $\therefore BD = 10 - 6 = 4$. 故选B.
5. **C** 【解析】如图, 连结 OB , 过点 O 作 $OC \perp AB$ 于点 C , 其延长线交 $\odot O$ 于点 D . 设 $OB = OD = x$ cm. $\because OD \perp AB$, $\therefore AC = CB = 12$ cm. $\because OB^2 = OC^2 + CB^2$, $\therefore x^2 = (x-8)^2 + 12^2$, $\therefore x = 13$, \therefore 图中截面圆的半径为13 cm.
6. **D** 【解析】A选项, 了解一批袋装食品是否含有防腐剂, 采用抽样调查方式较为合适, 故A选项不符合题意; B选项, 调查鞋厂生产的鞋底能承受的弯折次数, 采用抽样调查方式较为合适, 故B选项不符合题意; C选项, 了解某班



答案及上分解析

学生“50 m 跑”的成绩,采用普查方式较为合适,故 C 选项不符合题意;D 选项,了解中央电视台新闻联播的收视率,采用抽样调查方式较为合适,故 D 选项符合题意. 故选 D.

7. C 【解析】因为正方形的边长为正数,所以 $x > 0$, 则 $y = x^2 (x > 0)$, 所以选项 A、B、D 不符合题意,只有选项 C 符合题意. 故选 C.

8. D 【解析】∵ 二次函数 $y = -4(x+6)^2 - 5$, ∴ 抛物线开口向下,对称轴为直线 $x = -6$, 顶点坐标为 $(-6, -5)$, ∴ 当 $x < -6$ 时, y 随 x 的增大而增大. 令 $x = 0$, 则 $y = -149$, ∴ 图象与 y 轴交点的坐标为 $(0, -149)$, 故 A、B、C 选项错误, D 选项正确. 故选 D.

9. B 【解析】∵ CE 是 $\odot O$ 的切线, ∴ $OC \perp CE$, ∴ $\angle OCE = 90^\circ$. ∵ $\angle CEO = 20^\circ$, ∴ $\angle COB = 70^\circ$. ∵ $\widehat{BD} = \widehat{CD}$, ∴ $\angle BOD = \angle COD = \frac{1}{2} \angle BOC = 35^\circ$, 故选 B.

10. A 【解析】∵ 抛物线与 x 轴有两个交点, ∴ 方程 $2x^2 - 3x + \square = 0$ 有两个不同的实数根, ∴ $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times \square > 0$, 解得 $\square < \frac{9}{8}$. 故选 A.

11. B 【解析】在 $y = -(x-1)^2 + 4$ 中, 令 $y = 0$, 得 $0 = -(x-1)^2 + 4$, 解得 $x = 3$ 或 $x = -1$ (舍去), ∴ 该同学此次投掷实心球的成绩是 3 m, 故选 B.

12. D 【解析】

序号	分析	结论
①	∵ 图象开口向下, ∴ $a < 0$. ∵ 图象交 y 轴于正半轴, ∴ $c > 0$. ∵ 对称轴是直线 $x = 1$, ∴ $-\frac{b}{2a} = 1$, ∴ $b = -2a$, ∴ $b > 0$, ∴ $abc < 0$	错误
②	∵ $b = -2a$, ∴ $b + 2a = 0$	正确
③	∵ 图象与 x 轴有两个交点, ∴ $b^2 - 4ac > 0$, 即 $b^2 > 4ac$	正确
④	点 $(-1, 0)$ 关于直线 $x = 1$ 对称的点坐标为 $(3, 0)$, 故图象与 x 轴的一个交点在点 $(-1, 0)$ 和点 $(3, 0)$ 之间. ∵ 图象开口向下, ∴ $x = 2$ 时, $y = 4a + 2b + c > 0$	正确
⑤	由图象知 $x = -1$ 时, $y = a - b + c < 0$. ∵ $b = -2a$, ∴ $a - (-2a) + c < 0$, 即 $3a + c < 0$	正确

13. C 【解析】 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} AOD} - S_{\text{扇形} BOC} = \frac{120\pi \cdot OA^2}{360} - \frac{120\pi \cdot OB^2}{360} = \frac{120\pi(OA^2 - OB^2)}{360} = \frac{\pi(4^2 - 2^2)}{3} = 4\pi (\text{m}^2)$, 故选 C.

14. 8π 【解析】扇形的面积是 $\frac{80\pi \times 6^2}{360} = 8\pi$.

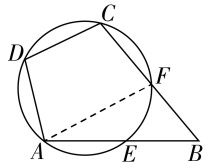
15. 80° 【解析】∵ $\angle BOC = 130^\circ$, ∴ $\angle OBC + \angle OCB = 50^\circ$. ∵ O 是 $\triangle ABC$ 的内心, ∴ $\angle ABC + \angle ACB = 50^\circ \times 2 = 100^\circ$, ∴ $\angle A = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$. 故答案为 80° .

16. $x = 1$ 【解析】∵ 抛物线经过点 $A(-2, 0)$ 和 $B(4, 0)$, ∴ 抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{-2+4}{2} = 1$, 故答案为 $x = 1$.

17. $-3 < x < 0$ 【解析】∵ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与直线 $y = kx + m (k \neq 0)$ 交于 $A(-3, -1)$, $B(0, 3)$ 两点, ∴ 不等式 $ax^2 + bx + c > kx + m$ 的解集是 $-3 < x < 0$. 故答案为 $-3 < x < 0$.

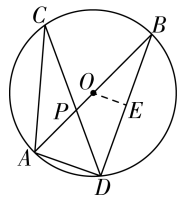
18. 10 【解析】由 $(0, 2)$, $(2, 2)$ 可知抛物线的对称轴为直线 $x = 1$, ∴ 点 $(-2, m)$ 与点 $(4, 10)$ 关于直线 $x = 1$ 对称, ∴ $m = 10$, 故答案为 10.

19. 102 【解析】如图, 连结 AF . ∵ \widehat{EF} 的度数为 56° , ∴ $\angle FAE = \frac{1}{2} \times 56^\circ = 28^\circ$, ∴ $\angle AFC = \angle FAE + \angle B = 28^\circ + 50^\circ = 78^\circ$. ∵ 四边形 $AFCD$ 为圆内接四边形, ∴ $\angle D + \angle AFC = 180^\circ$, ∴ $\angle D = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$, 故答案为 102.



20. 2 或 10 【解析】当 $\odot P$ 位于 y 轴的左侧且与 y 轴相切时, 平移的距离为 1, 则平移的时间为 $\frac{1}{0.5} = 2$ (秒); 当 $\odot P$ 位于 y 轴的右侧且与 y 轴相切时, 平移的距离为 5, 则平移的时间为 $\frac{5}{0.5} = 10$ (秒). 故答案为 2 或 10.

21. 【解】(1) ∵ $\angle CAB = \angle CDB$, $\angle CAB = 40^\circ$, ∴ $\angle CDB = 40^\circ$. 又 ∵ $\angle APD = 65^\circ$, $\angle APD = \angle B + \angle CDB$, ∴ $\angle B = 65^\circ - 40^\circ = 25^\circ$. (2) 如图, 过点 O 作 $OE \perp BD$ 于点 E , 则圆心 O 到 BD 的距离 $OE = 4$. ∵ AB 是直径, ∴ $\angle ADB = 90^\circ$, ∴ $AD \perp BD$, ∴ $OE \parallel AD$. 又 ∵ O 是 AB 的中点, ∴ OE 是 $\triangle ABD$ 的中位线, ∴ $AD = 2OE = 8$.



22. 【证明】∵ $\widehat{AC} = \widehat{BC}$, ∴ $\angle AOC = \angle BOC$. ∵ $CD \perp OA$, $CE \perp OB$, ∴ $CD = CE$.

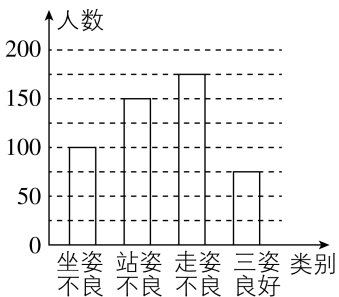
23. 【解】(1) 根据题意得 $(30 - 2x)x = 72$, 解得 $x = 3$ 或 $x = 12$. ∵ $30 - 2x \leq 18$, ∴ $x \geq 6$, ∴ $x = 12$.

(2) 有. 设苗圃园的面积为 y 平方米, 则 $y = x(30 - 2x) = -2x^2 + 30x = -2 \left(x - \frac{15}{2} \right)^2 + 112.5$. ∵ $8 \leq 30 - 2x \leq 18$, ∴ $6 \leq x \leq 11$. ∵ $a = -2 < 0$, ∴ 当 $x = \frac{15}{2}$ 时, $y_{\text{最大}} = 112.5$, 即苗圃园最大面积为 112.5 平方米; 当 $x = 11$ 时, $y_{\text{最小}} = 88$, 即苗圃园最小面积为 88 平方米.

(3) $6 \leq x \leq 10$.

24. 【解】(1) 由条形统计图和扇形统计图可知, 坐姿不良的学生有 100 人, 占抽查人数的百分比为 20%, 所以这次一共抽查了 $100 \div 20\% = 500$ (名) 学生, 故答案为 100, 20%, 500.

(2) 三姿良好的学生有 $500 - 100 - 150 - 175 = 75$ (人), 补全条形统计图如图.



(3) 三姿良好的学生约有 $70\,000 \times (1 - 20\% - 30\% - 35\%) = 10\,500$ (人). 建议: 应该从小培养学生的走姿、坐姿、站姿 (建议合理即可).

25. 【解】(1) ∵ 抛物线顶点 $C(0, 5)$, ∴ $c = 5$, 故答案为 5.

(2) 由题意可得 $0 = -\frac{1}{10}x^2 + 5$,

解得 $x_1 = 5\sqrt{2}$, $x_2 = -5\sqrt{2}$, 故 $AB = 2 \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ (米).

答: 该隧道横截面的最大跨度 (即 AB 的长度) 是 $10\sqrt{2}$ 米.

(3) 能. 理由: 把 $x = 3$ 代入 $y = -\frac{1}{10}x^2 + 5$, 得 $y = 4.1 > 4$,

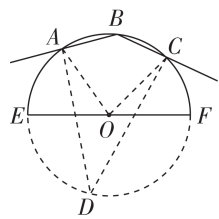
故这辆卡车能顺利通过隧道.

复习专项 (二) 中等题组

上分解析

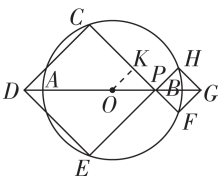
1. C 【解析】由一次函数 $y = ax + c$ 的图象可得, $a > 0$, $c > 0$, 则二次函数 $y = ax^2 + 2x + c$ 的图象开口应向上, 与 y 轴的正半轴相交, 对称轴在 y 轴的左侧, 只有 C 选项符合. 故选 C.

2. C 【解析】如图, 设量角器的中心为点 O , 连结 OA , OC , 补全 $\odot O$, 在 $\odot O$ 上取一点 D (点 D 不与 A, B, C 重合), 连结 DA, DC , 设量角器的零刻度线与 $\odot O$ 的两个交点分别为 E, F , 则 EF 为 $\odot O$ 的直径. ∵ $\angle AOE = 55^\circ$, $\angle EOC = 135^\circ$, ∴ $\angle AOC = \angle EOC - \angle AOE = 135^\circ - 55^\circ = 80^\circ$, ∴ $\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 40^\circ$. ∵ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, ∴ $\angle ABC = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. 故选 C.



3. B 【解析】A 选项, 由一次函数 $y = ax + a$ 的图象可得 $a < 0$, 则 $-a > 0$, $-\frac{2}{-2a} < 0$, 此时二次函数 $y = -ax^2 + 2x + 1$ 的图象应该开口向上, 对称轴在 y 轴左侧, 故该选项错误; B 选项, 由一次函数 $y = ax + a$ 的图象可得 $a < 0$, 此时二次函数 $y = -ax^2 + 2x + 1$ 的图象应该开口向上, 对称轴在 y 轴左侧, 故该选项正确; C 选项, 由一次函数 $y = ax + a$ 的图象可得 $a > 0$, 此时二次函数 $y = -ax^2 + 2x + 1$ 的图象应该开口向下, 故该选项错误; D 选项, 由一次函数 $y = ax + a$ 的图象可得 $a < 0$, 此时二次函数 $y = -ax^2 + 2x + 1$ 的图象应该开口向上, 对称轴在 y 轴左侧, 故该选项错误. 故选 B.

4. B 【解析】如图, 作 $OK \perp PC$ 于 K , 设正方形 $PFGH$ 的边长是 x . ∵ 四边形 $PCDE$ 是正方形, ∴ $\angle CPD = 45^\circ$. ∵ $\angle OKP = 90^\circ$, ∴ $\triangle KOP$ 是等腰直角三角形, ∴ $PK = \frac{\sqrt{2}}{2} OP = 1$, ∴ $CK = FK = x + 1$, ∴ $PC = CK + PK = x + 2$. ∴ 两个



正方形的面积之和为 16, ∴ $x^2 + (x + 2)^2 = 16$, ∴ $x = \sqrt{7} - 1$ 或 $x = -\sqrt{7} - 1$ (舍), ∴ $PC = x + 2 = \sqrt{7} + 1$, $PH = x = \sqrt{7} - 1$, ∴ 由勾股定理得 $PD = \sqrt{2} PC = \sqrt{14} + \sqrt{2}$, $PG = \sqrt{2} PH = \sqrt{14} - \sqrt{2}$, ∴ $DG = PD + PG = 2\sqrt{14}$. 故选 B.

5. 2 或 $-\sqrt{3}$ 【解析】二次函数图象的对称轴为直线 $x = m$.

① $m < -2$ 时, $x = -2$ 时取得最大值, 即 $-(-2 - m)^2 + m^2 + 1 = 4$, 解得 $m = -\frac{7}{4}$ (舍去);

② $-2 \leq m \leq 1$ 时, $x = m$ 时取得最大值, 即 $m^2 + 1 = 4$, 解得 $m = \sqrt{3}$ (舍去) 或 $m = -\sqrt{3}$;

③ $m > 1$ 时, $x = 1$ 时取得最大值, 即 $-(1 - m)^2 + m^2 + 1 = 4$, 解得 $m = 2$.

综上所述, $m = 2$ 或 $-\sqrt{3}$ 时, 二次函数有最大值 4. 故答案为 2 或 $-\sqrt{3}$.

6. $15\pi-18\sqrt{3}$ 【解析】连结 BC, AC . 由作法可知 $AC=BC=AB=6$, $\therefore \triangle ACB$ 为等边三角形, $\therefore \angle BAC=60^\circ$. $\therefore S_{\text{弓形}BC}=S_{\text{扇形}BAC}-S_{\triangle ABC}$, \therefore 阴影部分的面积为 $4S_{\text{弓形}BC}+2S_{\triangle ABC}-S_{\odot O}=4(S_{\text{扇形}BAC}-S_{\triangle ABC})+2S_{\triangle ABC}-S_{\odot O}=4S_{\text{扇形}BAC}-2S_{\triangle ABC}-S_{\odot O}=4\times\frac{60\pi\times 36}{360}-2\times\frac{1}{2}\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6-\pi\times 3^2=15\pi-18\sqrt{3}$. 故答案为 $15\pi-18\sqrt{3}$.

7. 【解】(1) 由题意可得, 石柱右侧抛物线的顶点为 $(0.5, 2.25)$, \therefore 设其表达式为 $y=a(x-0.5)^2+2.25$. \therefore 抛物线过点 $(0, 2)$, $\therefore a(0-0.5)^2+2.25=2$, 解得 $a=-1$, \therefore 抛物线表达式为 $y=-(x-0.5)^2+2.25$, 令 $y=0$, 则 $-(x-0.5)^2+2.25=0$, 解得 $x=2$ 或 $x=-1$ (舍去), \therefore 他设计的水池符合要求. (2) 令 $y=1.25$, 则 $-(x-0.5)^2+2.25=1.25$, 解得 $x=1.5$ 或 $x=-0.5$ (舍), \therefore 为了不影响水流, 小水池的半径不能超过 1.5 m .

8. 【解】(1) \therefore 小球到达的最高点的坐标为 $(4, 8)$, \therefore 设抛物线的表达式为 $y=a(x-4)^2+8(a\neq 0)$. 把 $(0, 0)$ 代入得, $0=(0-4)^2a+8$, 解得 $a=-\frac{1}{2}$, \therefore 抛物线的表达式为 $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+8$.

(2) 令 $-\frac{1}{2}(x-4)^2+8=\frac{1}{2}x$, 解得 $x_1=0, x_2=7$.

当 $x=7$ 时, $y=\frac{7}{2}$, $\therefore A(7, \frac{7}{2})$.

(3) 能. 理由: 当 $x=2$ 时, $y_1=\frac{1}{2}x=1, y_2=-\frac{1}{2}(x-4)^2+8=6$.

$\therefore 4+1=5, 6>5$, \therefore 小球 M 能飞过这棵树.

9. (1) 【证明】如图, 连结 OC , 则 $OC=OA$, $\therefore \angle OCA=\angle OAC$.

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $AE\perp AB$, $\therefore \angle DAE=\angle OAF=\angle ACB=90^\circ$.

$\therefore BD=BC$, $\therefore \angle BCD=\angle BDC=\angle ADE$,

$\therefore \angle ACE=90^\circ-\angle BCD=90^\circ-\angle ADE=\angle E$,

$\therefore \angle FAC=\angle ACE+\angle E=2\angle E$.

$\therefore \angle FCA=2\angle E$, $\therefore \angle FCA=\angle FAC$, $\therefore \angle OCF=\angle OCA+\angle FCA=\angle OAC+\angle FAC=\angle OAF=90^\circ$.

$\therefore OC$ 是 $\odot O$ 的半径, 且 $CF\perp OC$,

$\therefore CF$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 【解】如图, 作 $CH\perp AB$ 于点 H , 则 $\angle DHC=\angle DAE=90^\circ$, $\therefore HC\parallel AE$,

$\therefore \triangle HDC\sim\triangle ADE$, $\therefore \frac{HD}{AD}=\frac{HC}{AE}$.

由(1)得 $\angle ACE=\angle E$, $\therefore AE=AC=6$.

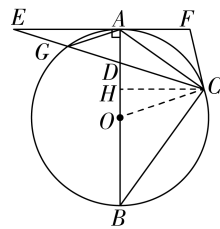
$\therefore \odot O$ 的半径为 5 , $\therefore AB=10$, $\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

$\therefore \angle AHC=\angle ACB=90^\circ$, $\angle HAC=\angle CAB$, $\therefore \triangle ACH\sim\triangle ABC$,

$\therefore \frac{AH}{AC}=\frac{HC}{BC}=\frac{AC}{AB}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$, $\therefore AH=\frac{3}{5}AC=\frac{3}{5}\times 6=\frac{18}{5}, HC=\frac{3}{5}BC=\frac{3}{5}\times 8=\frac{24}{5}$,

$\therefore \frac{HD}{AD}=\frac{HC}{AE}=\frac{\frac{24}{5}}{6}=\frac{4}{5}$, $\therefore AD=\frac{5}{4+5}AH=\frac{5}{9}\times\frac{18}{5}=2$,

$\therefore DE=\sqrt{AE^2+AD^2}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$.



$\therefore \angle GAE+\angle GAD=90^\circ, \angle E+\angle GDA=90^\circ$, 且 $\angle GAD=\angle BCD=\angle BDC=\angle GDA$, $\therefore \angle GAE=\angle E$, $\therefore AG=DG=EG=\frac{1}{2}DE=\sqrt{10}$, $\therefore AG$ 的长为 $\sqrt{10}$.

复习专项(三) 重难题组

上分解析

1. D 【解析】如图(1), 以 AB 的中点为原点, 直线 AB 为 x 轴, 线段 AB 的垂直平分线为 y 轴, 1 cm 为单位长度建立平面直角坐标系. 由题意得 $A(-2\sqrt{3}, 0), B(2\sqrt{3}, 0), E(-\sqrt{30}, 6), F(\sqrt{30}, 6)$. 设抛物线的表达式为 $y=ax^2+b$, 将 $B(2\sqrt{3}, 0), F(\sqrt{30}, 6)$ 代入,

得 $\begin{cases} 12a+b=0, \\ 30a+b=6, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=\frac{1}{3}, \\ b=-4, \end{cases} \therefore y=\frac{1}{3}x^2-4$.

当 $y=12$ 时, $12=\frac{1}{3}x^2-4$, 解得 $x_1=4\sqrt{3}, x_2=-4\sqrt{3}$, $\therefore C(-4\sqrt{3}, 12), D(4\sqrt{3}, 12)$. 如图(2), 同图(1)方法建立平面直角坐标系, 根据题意可知 $\angle DCE=30^\circ$. 设 CE 与 y 轴的交点为 P, CD 与 y 轴交于点 Q .

在 $\text{Rt}\triangle CPQ$ 中, $CQ=4\sqrt{3}\text{ cm}$, $\angle PCQ=30^\circ$, $\therefore PQ=4\text{ cm}$, $\therefore PO=8\text{ cm}$, $\therefore P(0, 8)$. 设直线 CE 的表达式为 $y=kx+m$, 将 $C(-4\sqrt{3}, 12), P(0, 8)$ 代入得

$\begin{cases} -4\sqrt{3}k+m=12, \\ m=8, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-\frac{\sqrt{3}}{3}, \\ m=8, \end{cases} \therefore$ 直线 CE 的表达式

为 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+8$. 令 $\frac{1}{3}x^2-4=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+8$, 解得 $x=-4\sqrt{3}$ 或

$x=3\sqrt{3}$, \therefore 点 E 的横坐标为 $3\sqrt{3}$. 当 $x=3\sqrt{3}$ 时, $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}\times 3\sqrt{3}+8=5$,

$\therefore E(3\sqrt{3}, 5)$, $\therefore CE=\sqrt{(3\sqrt{3}+4\sqrt{3})^2+(12-5)^2}=14(\text{cm})$, 故选 D.

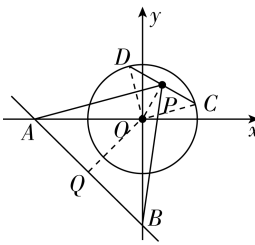
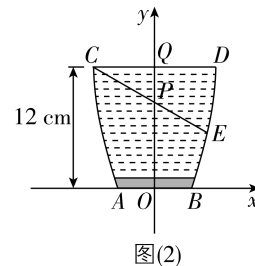
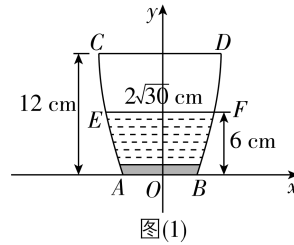
2. D 【解析】如图, 作 $OQ\perp AB$, 连结 OP, OD, OC .

$\therefore CD=\sqrt{2}, OC=OD=1$, $\therefore OC^2+OD^2=CD^2$, $\therefore \triangle OCD$ 为等腰直角三角形. 由 $y=-x-2$ 得, 点 $A(-2, 0), B(0, -2)$, $\therefore OA=OB=2$, $\therefore \triangle OAB$ 为等腰直角三角形, $\therefore AB=2\sqrt{2}, OQ=\sqrt{2}$. 由题意得, 当 P, O, Q 共线

时, $S_{\triangle ABP}$ 最大. $\therefore P$ 为弦 CD 的中点, $\therefore OP=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

\therefore 此时 $PQ=OP+OQ=\frac{3\sqrt{2}}{2}$, $\therefore S_{\triangle ABP\text{最大}}=\frac{1}{2}AB\cdot PQ=3$. 故选 D.

3. ②③④ 【解析】①图象经过 $(1, 1), c<0$, 即抛物线与 y 轴的负半轴有交点, 若抛物线的开口向上, 则抛物线与 x 轴的两个交点都在 $(1, 0)$ 的左侧, 但 $(n, 0)$ 中 $n\geq 3$, \therefore 抛物线与 x 轴的一个交点是 $(3, 0)$ 或在 $(3, 0)$ 的右侧, \therefore 抛物线的开口向下, 即 $a<0$. 把 $(1, 1)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ 得 $a+b+c=1$, 即 $b=$



$1-a-c$. $\therefore a<0, c<0$, $\therefore b>0$, 故①错误. ② $\therefore a<0, c<0$, $\therefore \frac{c}{a}>0$, \therefore 方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根的积大于 0 , 即 $mn>0$. $\therefore n\geq 3$, $\therefore m>0$, $\therefore \frac{m+n}{2}>1.5$, 即抛物线的

对称轴在直线 $x=1.5$ 的右侧, \therefore 抛物线的顶点在点 $(1, 1)$ 的右侧, $\therefore \frac{4ac-b^2}{4a}>1$. $\therefore 4a<0$, $\therefore 4ac-b^2<4a$, 故②正确. ③ $\therefore m>0$, \therefore 当 $n=3$ 时, $\frac{m+n}{2}>$

1.5 , \therefore 抛物线对称轴在直线 $x=1.5$ 的右侧, $\therefore (1, 1)$ 到对称轴的距离大于 $(2, t)$ 到对称轴的距离. \therefore 抛物线开口向下, \therefore 距离抛物线对称轴越近, 函数值越大, $\therefore t>1$, 故③正确. ④方程 $ax^2+bx+c=x$ 可变为 $ax^2+(b-1)x+c=0$. \therefore 方程有两个相等的实数根, $\therefore \Delta=(b-1)^2-4ac=0$. 把 $(1, 1)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ 得 $a+b+c=1$, 即 $1-b=a+c$, $\therefore (1-b)^2=(b-1)^2=(a+c)^2$, $\therefore (a+c)^2-4ac=0$, 即 $a^2+2ac+c^2-4ac=0$, $\therefore (a-c)^2=0$, $\therefore a-c=0$, 即 $a=c$. $\therefore (m, 0), (n, 0)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上, $\therefore m, n$ 为方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根, $\therefore mn=\frac{c}{a}=$

1 , $\therefore n=\frac{1}{m}$. $\therefore n\geq 3$, $\therefore \frac{1}{m}\geq 3$, $\therefore 0<m\leq \frac{1}{3}$, 故④正确. 综上, 正确的是②③④. 故答案为②③④.

4. 【解】(1) 把点 $A(3, 0)$ 和 $B(-1, 0)$ 代入 $y=ax^2+bx+3$, 得 $\begin{cases} 9a+3b+3=0, \\ a-b+3=0, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a=-1, \\ b=2, \end{cases}$

\therefore 抛物线的表达式为 $y=-x^2+2x+3$.

(2) 设 $D(x, y)$, 则 $0<x<3$. 对于 $y=-x^2+2x+3$, 令 $x=0$, 则 $y=3$, $\therefore C(0, 3)$.

$\therefore S_1-S_2=1$, $\therefore S_1=S_2+1$,

$\therefore S_1+S_{\triangle ABM}=S_2+S_{\triangle ABM}+1$, 即 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ABC}+1$,

$\therefore \frac{1}{2}\times 4\times y=\frac{1}{2}\times 4\times 3+1$, $\therefore y=\frac{7}{2}$, $\therefore -x^2+2x+3=\frac{7}{2}$,

解得 $x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

\therefore 点 D 的坐标为 $(1+\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{7}{2})$ 或 $(1-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{7}{2})$.

(3) 存在, E 点坐标为 $(0, 1)$ 或 $(0, 1-3\sqrt{2})$ 或 $(0, 1+3\sqrt{2})$.

设直线 AC 的表达式为 $y=kx+b'(k\neq 0)$,

将 A, C 的坐标代入, 得 $\begin{cases} 3k+b'=0, \\ b'=3, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=-1, \\ b'=3, \end{cases} \therefore$ 直线 AC 的表达式为 $y=-x+3$.

①当 CQ 为菱形的对角线时, 易知点 P 只能在直线 AC 上方的抛物线上, 如图(1).

$\therefore A(3, 0), C(0, 3)$,

$\therefore OA=OC=3$, $\therefore \angle OAC=\angle OCA=45^\circ$,

则 $\angle ECP=90^\circ$.

设 $P(m, -m^2+2m+3)$, 则 $Q(m, -m+3)$,

$\therefore PQ=-m^2+3m$,

$\therefore -m^2+3m=m$, 解得 $m=0$ (不合题意, 舍去) 或 $m=2$,

