

第一部分 单元过关检测

卷① 第26章基础诊断卷(A卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	B	C	C	A	B	B	D	C

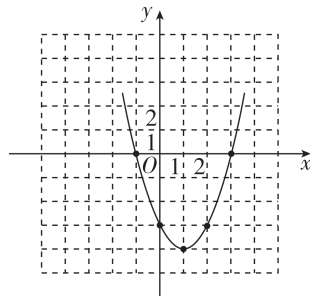
轻松评分数

11. 增大 12. $y=-(x+1)^2+1$
 13. $y=2x^2+4x+2$ 14. $x<-1$ 或 $x>3$
 15. 220 16. 4
 17. (1)【解】把 $x=-1, 0, 1, 2, 3$ 分别代入 $y=x^2-2x-3$ 得出 y 的值, 将结果填入表格如下:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	0	-3	-4	-3	0	...

..... (3分)

根据上表描点、连线, 画出函数的图象如图所示.



..... (5分)

(2) ① $-1 < x < 3$ (7分)

② -4 (8分)

【解析】①根据图象可知, 当 $y < 0$ 时, x 的取值范围是 $-1 < x < 3$. 故答案为 $-1 < x < 3$. ②由图象可知, 当 $0 < x < 4$ 时, y 的最小值为 -4 . 故答案为 -4 .

18. 【解】(1) 设该二次函数的表达式为 $y=a(x-2)^2-3(a \neq 0)$ (2分)
 把 $B(3, 0)$ 代入得 $a \times (3-2)^2-3=0$,
 解得 $a=3$, (4分)
 所以该二次函数的表达式为 $y=3(x-2)^2-3$.
 (5分)

上分攻略 评分细则

规避失分点

11. 题目提供了备选答案, 因此不要填“变大”“增加”等答案, 否则不得分.

规避失分点

17. (1) 本题中自变量取值为全体实数, 因此图象两端要出头儿, 否则扣分.

规避失分点

18. (1) 求出 a 后, 还要代入表达式, 把完整的表达式写出来, 否则不能得满分.

(2) 点 $C(3, -4)$ 不在该函数图象上, $D(1, 0)$ 在该函数图象上. (6分)

理由如下: 当 $x=3$ 时, $y=0 \neq -4$, 所以点 $C(3, -4)$ 不在该函数图象上. (8分)

当 $x=1$ 时, $y=3 \times (1-2)^2-3=0$, 所以点 $D(1, 0)$ 在该函数图象上. (10分)

19. (1) $(30-3x)$ (2分)

【解析】 \because 修建所用木栏总长为 28 m , 且两处各留 1 m 宽的门 (门不用木栏), $\therefore BC=2+28-3x=(30-3x)\text{ m}$, 故答案为 $(30-3x)$.

【解】(2) \because 墙最大可利用长度为 12 m ,
 $\therefore 2 \leq BC \leq 12$, 即 $2 \leq 30-3x \leq 12$,
 解得 $6 \leq x \leq \frac{28}{3}$ (4分)

根据题意可得 $x(30-3x)=63$, 解得 $x_1=3$ (舍), $x_2=7$, $\therefore x$ 的值为 7 (6分)

(3) 设矩形的面积为 $S\text{ m}^2$, 则 $S=x(30-3x)=-3x^2+30x=-3(x-5)^2+75$ (8分)

$\because -3 < 0$, S 关于 x 的函数图象对称轴为直线 $x=5$, 且 $6 \leq x \leq \frac{28}{3}$, \therefore 当 $x=6$ 时, S 有最大值, 最大值为 72 .

答: 当 $x=6$ 时, 矩形 $ABCD$ 的面积最大, 最大面积为 72 m^2 (10分)

20. (1) 【证明】令 $y=0$, 即 $x^2-mx+m-2=0$.
 (1分)

$\because \Delta=b^2-4ac=m^2-4(m-2)=(m-2)^2+4>0$,
 (3分)
 \therefore 无论 m 为何值, 此抛物线与 x 轴总有两个不同的交点. (4分)

(2) 【解】根据题意得 $x_1+x_2=m, x_1x_2=m-2$.
 (6分)

$\because x_1^2+x_2^2=7, \therefore (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=7$,
 $\therefore m^2-2(m-2)=7$, (9分)

整理得 $m^2-2m-3=0$, 解得 $m_1=3, m_2=-1$.
 $\therefore m$ 的值为 3 或 -1 (12分)

21. 【解】(1) $y=-2x+60(10 \leq x \leq 19)$
 (3分)

设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$
 ($k \neq 0$).
 (3分)

找准采分点

19. (1) 注意答案要加括号, 写成“ $(30-3x)$ ”的形式.

规避失分点

20. (1) 缺少根的判别式时, 扣 2 分.

由表格数据可知, $\begin{cases} 36=12k+b, \\ 34=13k+b, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=-2, \\ b=60. \end{cases}$

故 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-2x+60(10 \leq x \leq 19)$.

(2) 根据题意得 $(x-10)(-2x+60)=192$, 解得 $x_1=18, x_2=22$ (5分)

又 $\because 10 \leq x \leq 19, \therefore x=18$.

答: 销售单价为 18 元. (6分)

(3) $w=(x-10)(-2x+60)=-2x^2+80x-600=-2(x-20)^2+200$ (8分)

$\because a=-2 < 0$,

\therefore 抛物线开口向下. (9分)

\therefore 对称轴为直线 $x=20$,

\therefore 当 $10 \leq x \leq 19$ 时, w 随 x 的增大而增大, (10分)

\therefore 当 $x=19$ 时, w 有最大值, $w_{\text{最大}}=198$.

答: 当销售单价为 19 元时, 每天获利最大, 最大利润是 198 元. (12分)

22. 【解】(1) \because 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ, \angle C=30^\circ, AB=1$,

$\therefore BC=2, \therefore AC=\sqrt{3}$ (2分)

\therefore 两个动点 P, Q 同时从 A 点出发, 点 P 沿 AC 匀速运动, 点 Q 沿 AB, BC 匀速运动, 两点同时到达点 C ,

$\therefore (2+1) \div \sqrt{3} = \sqrt{3}$,

\therefore 点 Q 的速度是点 P 速度的 $\sqrt{3}$ 倍.

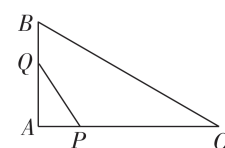
..... (4分)

(2) 分两种情况讨论:

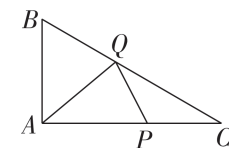
① 当 Q 在 AB 上, 即 $0 < x \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$ 时, 如图(1).

$\because AP=x, \therefore$ 由(1)可得 $AQ=\sqrt{3}x$,

$\therefore y=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$; (6分)



图(1)



图(2)

找准采分点

21. (2) 根据自变量的取值范围舍去不符合题意的值得 1 分.

规避失分点

21. (3) 注意 $10 \leq x \leq 19$, 所以不能在 $x=20$ 处取得 w 的最大值.

找准采分点

22. (2) 分两种情况讨论, 每种情况各得 2 分.

答案及评分细则

上分攻略 评分细则

②当 Q 在 BC 上, 即 $\frac{\sqrt{3}}{3} < x < \sqrt{3}$ 时, 如图(2), $y =$

$$\frac{1}{2}x \times \frac{1}{2}(3 - \sqrt{3}x) = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{3}{4}x.$$

$$\text{综上, } y = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \left(0 < x \leq \frac{\sqrt{3}}{3} \right), \\ -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{3}{4}x \left(\frac{\sqrt{3}}{3} < x < \sqrt{3} \right). \end{cases}$$

..... (8分)

(3) 对于 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \left(0 < x \leq \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$, 当 $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 时,

$$y_{\text{最大}} = \frac{\sqrt{3}}{6}; \text{..... (10分)}$$

对于 $y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{3}{4}x \left(\frac{\sqrt{3}}{3} < x < \sqrt{3} \right)$, 当 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\text{时, } y_{\text{最大}} = \frac{3\sqrt{3}}{16}. \text{..... (12分)}$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{3}}{16} > \frac{\sqrt{3}}{6}, \therefore \text{当 } x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 时, } y_{\text{最大}} = \frac{3\sqrt{3}}{16}.$$

..... (14分)

规避失分点

22. (3) 两种情况的 y 的最大值都要求出来, 即要有比较的过程, 少写要扣分.

上分解析

1. A 【解析】 $\because y = 3x^2 + 2, 3 > 0$, \therefore 抛物线 $y = 3x^2 + 2$ 开口方向是向上. 故选 A.

2. A 【解析】

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{左加右减自变量,} & & & & \\ & & \text{化为顶点式} & & \text{上加下减常数项} & & \\ y = -x^2 - 3 & \longrightarrow & y = -(x-0)^2 - 3 & \longrightarrow & y = -(x+2)^2 - 3 - 1 & \longrightarrow & y = -(x+2)^2 - 4 \end{array}$$

3. B 【解析】 $\because C_1$ 是函数 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象, C_2 是函数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的图象, 且当 x

相等时, 两个函数的函数值互为相反数, \therefore 函数 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象与函数 $y =$

$-\frac{1}{2}x^2$ 的图象关于 x 轴对称, \therefore 阴影部分的面积是 $\odot O$ 面积的一半, \therefore 阴影

部分的面积为 $\frac{1}{2}\pi \times 2^2 = 2\pi$. 故选 B.

4. C 【解析】 \because 根据图象知, 抛物线与 x 轴的一个交点是 $(3, 0)$, 对称轴为直线 $x = 1$, \therefore 根据抛物线的对称性知, 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(-1, 0)$. 令 $y = 0$, 即 $ax^2 + bx + c = 0$, \therefore 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解是 -1 和 3 . 故选 C.

5. C 【解析】 \because 直线 l 为二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象的对称轴, $\therefore -\frac{b}{2a} > 0$, \therefore 当 $a < 0$ 时, $b > 0$, 当 $a > 0$ 时, $b < 0$, $\therefore a, b$ 异号, 故选 C.

6. A 【解析】由题意得 $S = x^2, x + y = 10$, 即 $y = -x + 10$, $\therefore y$ 与 x, S 与 x 满足的函数关系分别为一次函数关系, 二次函数关系. 故选 A.

7. B 【解析】

结合描述, 抽象出关键点的坐标

$\because CH = 2 \text{ cm}, BD = 2 \text{ cm}$, 点 B, D 关于 y 轴对称, $\therefore D$ 点坐标为 $(1, 2)$. $\because AE \parallel x$ 轴, $AB = 4 \text{ cm}$, 最低点 C 在 x 轴上, $CH \perp AB$, \therefore 点 A, B 关于直线 CH 对称, \therefore 左轮廓 ACB 所在抛物线的顶点 C 的坐标为 $(-3, 0)$, \therefore 右轮廓 DFE 所在抛物线的顶点 F 的坐标为 $(3, 0)$

用待定系数法求二次函数表达式

设右轮廓 DFE 所在抛物线的表达式为 $y = a(x-3)^2$. 把 $D(1, 2)$ 代入得 $2 = a \times (1-3)^2$, 解得 $a = \frac{1}{2}$, 故右轮廓 DFE 所在抛物线的表达式为 $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$

故选 B.

8. B 【解析】设 $AC = x$, 则 $BD = 12 - x$. 四边形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}AC \times BD =$

$$\frac{1}{2}x(12-x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6x = -\frac{1}{2}(x-6)^2 + 18, \therefore \text{当 } x = 6 \text{ 时, 四边形 } ABCD \text{ 的面积}$$

最大, 最大值是 18 . 故选 B.

上分点拨 | 几何图形面积的最值问题

求几何图形面积的最值时, 一般先把面积用未知数表示出来, 若表示面积的函数为二次函数, 则在未知数的取值范围内求二次函数的最值即可.

9. D 【解析】由表格可得, 抛物线 G 的对称轴是直线 $x = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$, 故选项 B

正确; 由表格可以发现, 在对称轴左边 y 随 x 的增大而减小, 在对称轴的右边 y 随 x 的增大而增大, \therefore 抛物线 G 开口向上, 故选项 A 正确; 当 $x = 0$ 时, $y = -2$, \therefore 抛物线 G 与 y 轴交于点 $(0, -2)$, 故选项 C 正确; \because 抛物线 G 的对称轴

是直线 $x = -\frac{1}{2}$, 且开口向上, \therefore 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的最小值在 $x =$

$-\frac{1}{2}$ 处取到, 应小于 -2 , 故选项 D 错误. 故选 D.

10. C 【解析】设 B 点坐标为 $(a, 0)$, 则 A 点坐标为 $(-3a, 0)$. 由题意得, $x = a$ 与 $x = -3a$ 是 $-x^2 + 2(m+1)x + m + 3 = 0$ 的解, $\therefore a + (-3a) = 2m + 2, a(-3a) = -m - 3$, 解得 $a = -1, m = 0$ 或 $a = \frac{2}{3}, m = -\frac{5}{3}$. \because 对称轴在 y 轴右侧,

$$\therefore -\frac{2(m+1)}{-2} > 0, \text{解得 } m > -1, \therefore m = 0. \text{ 故选 C.}$$

11. 增大 【解析】 $\because y = 3(x+1)^2 - 2$, \therefore 抛物线开口向上, 对称轴为直线 $x = -1$, \therefore 当 $x > -1$ 时, y 随 x 的增大而增大, 故答案为增大.

12. $y = -(x+1)^2 + 1$ 【解析】 $y = -x^2 - 2x = -(x^2 + 2x + 1 - 1) = -(x+1)^2 + 1$, 故答案为 $y = -(x+1)^2 + 1$.

13. $y = 2x^2 + 4x + 2$ 【解析】根据题意得, 满足所有条件的二次函数是 $y = 2(x+1)^2$, 即 $y = 2x^2 + 4x + 2$. 故答案为 $y = 2x^2 + 4x + 2$.

14. $x < -1$ 或 $x > 3$ 【解析】由图象可知, 抛物线的对称轴为直线 $x = 1$, 抛物线与 x 轴的一个交点坐标为 $(-1, 0)$, 所以抛物线与 x 轴的另一个交点坐标为 $(3, 0)$, 所以不等式 $-x^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $x < -1$ 或 $x > 3$. 故答案为 $x < -1$ 或 $x > 3$.

上分点拨 | 利用抛物线的对称性解题

已知抛物线与 x 轴的一个交点, 利用抛物线的对称性即可得到抛物线与 x 轴的另一个交点, 即 $(3, 0)$.

15. 220 【解析】由图象是经过原点的抛物线的一部分, 设抛物线表达式为 $P = aI^2 + bI (a \neq 0)$. 把 $(1, 165), (4, 0)$ 代入得 $\begin{cases} a + b = 165, \\ 16a + 4b = 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = -55, \\ b = 220, \end{cases} \therefore$ 抛物

线表达式为 $P = -55I^2 + 220I = -55(I-2)^2 + 220$. $\because -55 < 0$, \therefore 当 $I = 2$ 时, P 取得最大值, 为 220 , \therefore 变阻器 R 消耗的电功率 P 最大为 220 W . 故答案为 220 .

16. 4 【解析】 $\because y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c = -\frac{1}{2}(x-b)^2 + c + \frac{1}{2}b^2$, \therefore 顶点 A 的坐标为

$(b, c + \frac{1}{2}b^2)$, 对称轴为直线 $x = b$. 当 $x = 0$ 时, $y = c$, $\therefore B(0, c)$. \because 点 B 关于抛

物线对称轴的对称点为点 C , $\therefore C(2b, c)$. $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore 2b = 2(c + \frac{1}{2}b^2 - c)$, 解得 $b = 0$ 或 $b = 2$. $\because b > 0$, $\therefore b = 2$, $\therefore BC = 4$, 故答案为 4 .

上分心得 | 直角三角形斜边上的中线

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半. 这是一个等量关系, 可用于列等式求值.

17. 【关键点拨】画二次函数图象时, 要用平滑的曲线顺次连结描出的各点, 并将图象画对称.

18. 【思路分析】(1) 设顶点式 $y = a(x-2)^2 - 3$, 再把 B 点坐标代入求出 a 的值, 最后写出函数表达式即可; (2) 将点的横坐标代入函数表达式, 若结果与纵坐标相等, 则点在函数图象上, 否则不在.

19. 【关键点拨】本题考查的是二次函数的应用, 解题关键是列出面积关于 CD 长的函数关系式, 求最值时, 要配成顶点式, 方便计算.

20. 【刷有所得】二次函数图象与 x 轴交点的横坐标即为此二次函数的函数值为 0 时所构成的一元二次方程的解.

21. 【关键点拨】找出等量关系: 利润 = 单件利润 \times 销售量.

22. 【思路分析】此题考查了二次函数的最值、直角三角形的性质和勾股定理的应用, 解题时首先求出相关线段的长度, 然后利用面积公式列出函数表达式, 最后求出二次函数的最值即可解决问题.

第 26 章 对点上分

上分解析

基础上分

1. $y = 3(x-3)^2 + 2$ 【解析】根据题意知, 坐标轴的移动可看作将抛物线 $y = 3(x-$

1)²+1 向上平移 1 个单位长度,再向右平移 2 个单位长度,所以抛物线在新的平面直角坐标系中的表达式为 $y=3(x-3)^2+2$. 故答案为 $y=3(x-3)^2+2$.

2. $y=x^2+2x+2$ 【解析】根据题意得 $\begin{cases} c=2, \\ 1+b+c=5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b=2, \\ c=2, \end{cases}$ 所以二次函数的表达式为 $y=x^2+2x+2$.

3. 【解】由题意得,抛物线的表达式为 $y=a(x-2)^2+1$.

将 $B(1,0)$ 代入 $y=a(x-2)^2+1$,得 $0=a+1$,

$\therefore a=-1, \therefore y=-(x-2)^2+1$,

\therefore 此函数的表达式为 $y=-x^2+4x-3$.

4. 【解】 \therefore 二次函数的图象经过点 $A(0,-3), B(1,0)$ 和 $C(-3,0)$,

$$\therefore \begin{cases} -3=c, \\ 0=a+b+c, \\ 0=9a-3b+c, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=1, \\ b=2, \\ c=-3, \end{cases}$$

\therefore 此二次函数的表达式为 $y=x^2+2x-3$.

5. D 【解析】A 选项,当 $x=-1$ 时, $y=-3-3+6=0$,则点 $(-1,4)$ 不在函数图象上,故该选项不正确,不符合题意;B 选项, $\therefore a=-3<0, \therefore$ 抛物线开口方向向下,故该选项不正确,不符合题意;C 选项,抛物线 $y=-3x^2+3x+6$ 的对称轴是直线 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{3}{2 \times (-3)}=\frac{1}{2}$,故该选项不正确,不符合题意;D 选项, \therefore 抛物线对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$,开口向下, \therefore 当 $x>1$ 时, y 随 x 的增大而减小,故该选项正确,符合题意. 故选 D.

6. B 【解析】 $\therefore y=ax^2-4ax+c=a(x-2)^2-4a+c, \therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=2. \therefore a<0, \therefore$ 抛物线开口向下,则抛物线上的点距离对称轴越近,对应的函数值越大. \therefore 点 $A(-2,y_1)$ 到对称轴的距离为 $2-(-2)=4$,点 $B(4,y_2)$ 到对称轴的距离为 $4-2=2, 2<4, \therefore$ 点 $B(4,y_2)$ 到对称轴的距离近, $\therefore y_1<y_2$. 故选 B.

7. C 【解析】由一次函数 $y=-x+a(a$ 为常数)的图象可知 $a>0, \therefore$ 二次函数 $y=ax^2-2x+\frac{1}{a}$ 的图象开口向上,与 y 轴的交点的纵坐标 $\frac{1}{a}>0$,对称轴为直线 $x=-\frac{-2}{2a}=\frac{1}{a}>0$,即对称轴在 y 轴的右侧,只有 C 选项符合题意. 故选 C.

8. $-7 \leq y < 9$ 【解析】 $\therefore y=x^2-6x+2=(x-3)^2-7, \therefore$ 抛物线开口向上,对称轴为直线 $x=3$,顶点坐标为 $(3,-7)$. 将 $x=-1$ 代入 $y=x^2-6x+2$,得 $y=1+6+2=9, \therefore$ 当 $-1<x<4$ 时, y 的取值范围是 $-7 \leq y < 9$,故答案为 $-7 \leq y < 9$.

9. 【解】(1) 抛物线的顶点坐标为 $(1,-4)$.

(2) \therefore 抛物线的对称轴为直线 $x=1$,开口向上,而点 $C(\pi,y_3)$ 离对称轴最近,点 $A(-2,y_1), B(4,y_2)$ 与对称轴之间的距离相等, $\therefore y_3<y_1=y_2$.

(3) 当 $y=0$ 时, $x^2-2x-3=0$,解得 $x=-1$ 或 $3, \therefore$ 图象与 x 轴的交点坐标为 $(-1,0)$ 和 $(3,0), \therefore$ 函数值小于 0 时, x 的取值范围为 $-1<x<3$.

10. 【解】(1) $\therefore y=ax^2(a \neq 0)$ 的图象过点 $A(-1,-1)$,

$\therefore -1=a \times 1$,解得 $a=-1$.

\therefore 一次函数 $y=kx-2(k \neq 0)$ 的图象过点 $A(-1,-1)$,

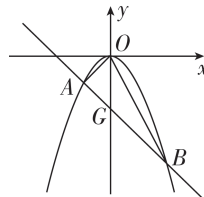
$\therefore -1=-k-2$,解得 $k=-1$.

(2) 由(1)得, $\begin{cases} y=-x-2, \\ y=-x^2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2, \\ y=-4, \end{cases}$

\therefore 点 B 的坐标为 $(2,-4)$.

(3) 如图,设直线 $y=-x-2$ 与 y 轴的交点为 G ,则

$$G(0,-2), \therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOG}+S_{\triangle BOG}=\frac{1}{2} \times 2 \times 1+\frac{1}{2} \times 2 \times 2=3.$$



11. 【解】(1) $\therefore m=n, \therefore$ 点 $(-1,m)$ 和 $(3,n)$ 关于抛物线对

称轴对称, \therefore 抛物线对称轴为直线 $x=\frac{-1+3}{2}=1, \therefore t=-\frac{b}{-2}=1, \therefore b=2$.

(2) $\therefore y=-x^2+bx+c, \therefore$ 抛物线开口向下,抛物线与 y 轴交点坐标为 $(0,c)$.

\therefore 抛物线对称轴为直线 $x=t, \therefore$ 抛物线经过 $(2t,c)$.

\therefore 点 $(-1,m)$ 和 $(3,n)$ 在抛物线上, $-1<3, n<m<c$,分三种情况讨论:

①当点 $(-1,m)$ 和 $(3,n)$ 都在对称轴左侧时,

$\therefore -1<0<3, \therefore m<c<n$,不符合题意,舍去.

②当点 $(-1,m)$ 在对称轴左侧,点 $(3,n)$ 在对称轴右侧时,

若 $t<2t$,则 $-1<t<2t<2t+1<3$,

解得 $0<t<1$. 若 $t=2t$,即 $t=0$,则对称轴为直线 $x=0$,

此时满足 $n<m<c$,符合题意. 若 $t>2t$,则 $-1<2t<t<2t+1<3$,

$$\text{解得 } -\frac{1}{2}<t<0. \therefore -\frac{1}{2}<t<1.$$

③当点 $(-1,m)$ 和 $(3,n)$ 都在对称轴右侧时,

$\therefore -1<0<3, \therefore n<c<m$,不合题意,舍去.

综上所述, $-\frac{1}{2}<t<1$.

12. C 【解析】由图象得抛物线开口向上,与 y 轴交于负半轴, $\therefore a>0, c<0. \therefore$ 对

称轴是直线 $x=-1, \therefore -\frac{b}{2a}=-1$,即 $b=2a>0, \therefore abc<0$,故①正确. \therefore 抛物线与

x 轴有 2 个不同的交点, $\therefore \Delta=b^2-4ac>0, \therefore b^2>4ac$,故②正确. 由图象得当 $x=-2$ 时, $y<0$,即 $4a-2b+c<0$,故③错误. 由图象得当 $x=1$ 时, $y>0$,即 $y=a+b+c=3a+c>0$,故④正确. $\therefore b=2a, \therefore b-2a=0, \therefore b^2-4a^2=(b+2a)(b-2a)=0. \therefore a>0, c<0, \therefore 2ac<0, \therefore b^2-4a^2>2ac$,故⑤正确. 故选 C.

13. D 【解析】 \therefore 抛物线的对称轴为直线 $x=1, \therefore -\frac{b}{2a}=1, \therefore b=-2a$,故①错误;

②当 $x=1$ 时, $y=a+b+c=n. \therefore b=-2a, \therefore -a+c=n$,故②正确; \therefore 抛物线的顶点坐标为 $(1,n), \therefore$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 与直线 $y=n$ 只有一个交点,即方程 $ax^2+bx+c=n$ 有两个相等的实数根, $\therefore \Delta=b^2-4a(c-n)=0, \therefore b^2=4a(c-n)$,故③正确;④把抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 向下平移 c 个单位,即可得到抛物线 $y=ax^2+bx(a \neq 0), \therefore$ 当 $x<0$ 时, $ax^2+bx<-2x$,即 $ax^2+(b+2)x<$

0 ,故④正确;⑤ \therefore 一元二次方程 $ax^2+\left(b-\frac{1}{2}\right)x+c=0, \therefore \Delta=\left(b-\frac{1}{2}\right)^2-4ac$. 由

图象可知 $a<0, c>0, \therefore -4ac>0, \therefore \Delta=\left(b-\frac{1}{2}\right)^2-4ac>0, \therefore$ 一元二次方程 $ax^2+\left(b-\frac{1}{2}\right)x+c=0$ 有两个不相等的实数根,故⑤正确. 故选 D.

14. $-\frac{5}{2}$ 小 $-\frac{21}{4}$ 7 【解析】 $\therefore y=x^2+5x+1=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{21}{4}, \therefore$ 抛物线开口向上,函数有最小值. 当 $x=-\frac{5}{2}$ 时, y 有最小值,为 $-\frac{21}{4}$. 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时,图象在

对称轴右侧, \therefore 当 $x=1$ 时, $y_{\text{最大}}=7$. 故答案为 $-\frac{5}{2}$, 小, $-\frac{21}{4}, 7$.

15. -4 【解析】由函数图象可得对称轴为直线 $x=-1, \therefore -\frac{b}{2a}=-\frac{b}{2}=-1$,解得

$b=2. \therefore$ 图象经过点 $(-3,0), \therefore 0=(-3)^2-3 \times 2+c$,解得 $c=-3$,故二次函数表

达式为 $y=x^2+2x-3, \therefore$ 二次函数的最小值为 $\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{4 \times 1 \times (-3)-2^2}{4 \times 1}=-4$. 故

答案为 -4.

16. $\frac{17}{2}$ 【解析】设 P 的坐标为 $(x, -x^2+2x+2)$. 由题意得,四边形 $OAPB$ 周长为

$$2PA+2OA=-2x^2+4x+4+2x=-2x^2+6x+4=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{17}{2}.$$

当 $x=\frac{3}{2}$ 时, 四边形 $OAPB$ 周长有最大值, 最大值为 $\frac{17}{2}$. 故答案为 $\frac{17}{2}$.

17. 800 【解析】设日销售量 y 与销售单价 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b(k \neq$

$$0). \therefore \text{点}(25, 50), (35, 30) \text{在函数图象上}, \therefore \begin{cases} 25k+b=50, \\ 35k+b=30, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-2, \\ b=100, \end{cases}$$

$\therefore y=-2x+100$. 设每天的销售利润为 w 元,则 $w=(x-10) \cdot y=(x-10)(-2x+100)=-2x^2+120x-1\,000=-2(x-30)^2+800. \therefore -2<0, \therefore$ 二次函数的图象开口向下, \therefore 当 $x=30$ 时, w 有最大值, $w_{\text{最大}}=800$,即该超市每天销售这款拼装玩具的最大利润为 800 元,故答案为 800.

18. 【解】(1) 把 $(0,-3), (-2,5)$ 代入 $y=-x^2+bx+c$,得 $\begin{cases} c=-3, \\ -4-2b+c=5, \end{cases}$ 解

$$\text{得} \begin{cases} b=-6, \\ c=-3. \end{cases}$$

(2) $\therefore y=-x^2-6x-3=-(x+3)^2+6, \therefore$ 抛物线对称轴为直线 $x=-3$.

又 $\therefore -4 \leq x \leq 0, \therefore$ 当 $x=-3$ 时, y 有最大值, 为 6.

(3) m 的值为 -2 或 $-3-\sqrt{10}$.

①当 $-3 \leq m \leq 0$ 时,在 $x=0$ 处, y 取得最小值, 为 -3, 在 $x=m$ 处, y 取得最大值, 为 $-m^2-6m-3, \therefore -m^2-6m-3+(-3)=2, \therefore m=-2$ 或 $m=-4$ (舍去), $\therefore m=-2$;

②当 $m \leq -3$ 时, \therefore 抛物线对称轴为直线 $x=-3, \therefore x=-3$ 时, y 有最大值, 为 6. $\therefore y$ 的最大值与最小值之和为 2, $\therefore y$ 的最小值为 -4, $\therefore -(m+3)^2+6=-4, \therefore m=-3-\sqrt{10}$ 或 $m=-3+\sqrt{10}$ (舍去).

综上所述, m 的值为 -2 或 $-3-\sqrt{10}$.

19. 【解】(1) 把 $(-1,0)$ 和 $(0,3)$ 代入 $y=-x^2+bx+c$ 中,得 $\begin{cases} -1-b+c=0, \\ c=3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b=2, \\ c=3. \end{cases}$

(2) 由(1)得 $y=-x^2+2x+3, \therefore$ 抛物线对称轴为直线 $x=1. \therefore a=-1<0, \therefore$ 当 $x=1$ 时, $y_{\text{最大}}=4. \therefore k$ 为正数, $\therefore 1+k>1, \therefore$ 当 $0<x \leq 1+k$ 时, $m=4. \therefore m+n=7, \therefore n=3$. 当 $y=3$ 时, $-x^2+2x+3=3$,解得 $x_1=0, x_2=2. \therefore 0<x \leq 1+k, \therefore 1+k=2$,解得 $k=1$.

20. 1 【解析】 \therefore 抛物线 $y=x^2+2x-m+2$ 的顶点在 x 轴上,令 $y=0$,即 $x^2+2x-m+2=0, \therefore \Delta=2^2-4 \times (-m+2)=0$,即 $-4+4m=0$,解得 $m=1$. 故答案为 1.

21. $x_1=4, x_2=-2$ 【解析】由图象可知,该函数图象的对称轴是直线 $x=1$,与 x 轴的一个交点是 $(4,0)$. 由抛物线的对称性可知,该函数图象与 x 轴的另一

答案及上分解析

一个交点是 $(-2,0)$. 当 $y=0$, 即 $-x^2+2x+m=0$ 时, $x_1=4, x_2=-2$. 故关于 x 的一元二次方程 $-x^2+2x+m=0$ 的解为 $x_1=4, x_2=-2$, 故答案为 $x_1=4, x_2=-2$.

22. 【解】(1) \because 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象经过 $A(-1,0), B(3,0),$

$C(0,-3)$ 三点, $\therefore \begin{cases} a-b+c=0, \\ 9a+3b+c=0, \\ c=-3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=1, \\ b=-2, \\ c=-3, \end{cases}$ \therefore 二次函数的表达式为 $y=x^2-2x-3$.

(2) ① $\because y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$, \therefore 对称轴为直线 $x=1$, \therefore 点 $C(0,-3)$ 与点 $(2,-3)$ 关于直线 $x=1$ 对称, \therefore 方程 $ax^2+bx+c=-3$ 的解为 $x=0$ 或 2 , 故答案为 $x=0$ 或 2 . ②由图象可知 $y>0$ 时, x 的取值范围为 $x<-1$ 或 $x>3$, \therefore 不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $x<-1$ 或 $x>3$, 故答案为 $x<-1$ 或 $x>3$.

23. 【解】(1) \because 抛物线 $y=2x^2+mx$ 过点 $A(2,0)$, $\therefore 2\times 2^2+2m=0$, 解得 $m=-4$, $\therefore y=2x^2-4x=2(x-1)^2-2$, \therefore 抛物线顶点 M 的坐标是 $(1,-2)$.

(2) $x<1$ 或 $x>2$. 由图象可得 不等式 $2x^2+mx>2x-4$ 的解集为 $x<1$ 或 $x>2$.

重难上分

上分专题（一） 实际应用问题

1. 11 【解析】 设销售单价定为 x 元($x\geq 10$), 每天所获利润为 y 元, 则 $y=[20-4(x-10)]\cdot(x-7)=-4x^2+88x-420=-4(x-11)^2+64$, 所以将销售单价定为11 元时, 才能使每天所获销售利润最大. 故答案为11.

2. 【解】(1) 当 $1\leq x\leq 30$ 时, $w=(0.5x+35-30)\cdot(-2x+128)=-x^2+54x+640$; 当 $31\leq x\leq 60$ 时, $w=(50-30)\cdot(-2x+128)=-40x+2\ 560$. $\therefore w$ 与 x 之间的函数关系式为 $w=\begin{cases} -x^2+54x+640(1\leq x\leq 30), \\ -40x+2\ 560(31\leq x\leq 60). \end{cases}$

(2) 当 $1\leq x\leq 30$ 时, $w=-x^2+54x+640=-(x-27)^2+1\ 369$. $\because -1<0$, \therefore 当 $x=27$ 时, w 有最大值, 最大值为1 369; 当 $31\leq x\leq 60$ 时, $w=-40x+2\ 560$. $\because -40<0$, \therefore 当 $x=31$ 时, w 有最大值, 最大值为 $-40\times 31+2\ 560=1\ 320$. $\because 1\ 369>1\ 320$, \therefore 该商品在第27 天的日销售利润最大, 最大日销售利润是1 369 元.

3. C 【解析】 建立如图所示平面直角坐标系. 设

抛物线表达式为 $y=ax^2+16$. 由题意可知, 点 B

的坐标为 $(20,0)$, $\therefore 400a+16=0$, $\therefore a=-\frac{1}{25}$,

$\therefore y=-\frac{1}{25}x^2+16$, \therefore 当 $x=5$ 时, $y=15$. \therefore 与 CD

的距离为5 米的景观灯杆 MN 的高度为15 米, 故选C.

4. 【解】(1) \because 抛物线 $C_1:y=a(x-3)^2+2$, $\therefore C_1$ 的最高点坐标为 $(3,2)$. \therefore 点 $A(6,1)$ 在抛物线 $C_1:y=a(x-3)^2+2$ 上, $\therefore 1=(6-3)^2a+2$, 解得 $a=-\frac{1}{9}$, \therefore 抛

物线 C_1 的表达式为 $y=-\frac{1}{9}(x-3)^2+2$. 令 $x=0$, 则 $c=-\frac{1}{9}(0-3)^2+2=1$.

(2) \because 嘉嘉在 x 轴上方1 m 的高度上, 且到点 A 水平距离不超过1 m 的范围内可以接到沙包, \therefore 可以接到沙包的位置的纵坐标为1, 横坐标的取值范围

为 $5\leq x\leq 7$. 当抛物线 C_2 经过 $(5,1)$ 时, $1=-\frac{1}{8}\times 5^2+\frac{n}{8}\times 5+1+1$, 解得 $n=\frac{17}{5}$;

当抛物线 C_2 经过 $(7,1)$ 时, $1=-\frac{1}{8}\times 7^2+\frac{n}{8}\times 7+1+1$, 解得 $n=\frac{41}{7}$, $\therefore \frac{17}{5}\leq n\leq$

$\frac{41}{7}$, \therefore 符合条件的 n 的整数值为4 和5.

5. B 【解析】 设 AD 的长为 x m, 则 AB 的长为 $\frac{40-x}{2}$ m. 当 $AB=6$ 时, $\frac{40-x}{2}=6$, 解

得 $x=28$. $\because AD$ 的长不能超过26 m, $\therefore x\leq 26$, 故①错误. \because 菜园 $ABCD$ 的面积

为 192 m^2 , $\therefore x\cdot\frac{40-x}{2}=192$, 整理得 $x^2-40x+384=0$, 解得 $x=24$ 或 $x=16$,

$\therefore AB$ 的长有两个不同的值满足菜园 $ABCD$ 的面积为 192 m^2 , 故②正确. 设矩

形菜园的面积为 $y\text{ m}^2$. 根据题意得 $y=x\cdot\frac{40-x}{2}=-\frac{1}{2}(x^2-40x)=-\frac{1}{2}(x-$

$20)^2+200$, $\therefore -\frac{1}{2}<0, 20<26$, \therefore 当 $x=20$ 时, y 有最大值, 最大值为200, 故③

错误. \therefore 正确的有1 个, 故选B.

6. 【解】(1) \because 花圃的宽 AB 为 x m, $\therefore BC=(24-4x)$ m, $\therefore S=x(24-4x)=-4x^2+24x(0<x<6)$.

(2) $S=-4x^2+24x=-4(x-3)^2+36$. $\because 24-4x\leq 8$, $\therefore x\geq 4$. 又 $\because 0<x<6$, $\therefore 4\leq x<6$. $\because -4<0$, \therefore 当 $4\leq x<6$ 时, S 随 x 的增大而减小, \therefore 当 $x=4$ 时, 围成的花圃

有最大面积, $S_{\text{最大}}=32$.

答: 围成花圃的最大面积是 32 m^2 .

7. 【解】(1) ①当 $2\leq x<8$ 时, 设直线 MN 的表达式为 $y=kx+b$.

将 $M(2,12), N(8,6)$ 代入得 $\begin{cases} 2k+b=12, \\ 8k+b=6, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-1, \\ b=14, \end{cases}$ $\therefore y=-x+14(2\leq x<8)$;

②当 $x\geq 8$ 时, $y=6$.

\therefore A 类杨梅平均销售价格 y 与销售数量 x 之间的函数关系式为 $y=\begin{cases} -x+14(2\leq x<8), \\ 6(x\geq 8). \end{cases}$

(2) \because 销售A 类杨梅 x 吨, \therefore 销售B 类杨梅 $(20-x)$ 吨.

$w_{\text{B}}=9(20-x)-[12+3(20-x)]-3(20-x)=48-3x$.

当 $2\leq x<8$ 时, $w_{\text{A}}=x(-x+14)-x-3x=-x^2+10x$,

$\therefore w=w_{\text{A}}+w_{\text{B}}=(-x^2+10x)+(48-3x)=-x^2+7x+48$;

当 $8\leq x\leq 20$ 时, $w_{\text{A}}=6x-x-3x=2x$, $\therefore w=w_{\text{A}}+w_{\text{B}}=2x+(48-3x)=-x+48$.

$\therefore w$ 关于 x 的函数关系式为 $w=\begin{cases} -x^2+7x+48(2\leq x<8), \\ -x+48(8\leq x\leq 20). \end{cases}$

(3) 设该公司收购了 m 吨杨梅, 其中A 类杨梅为 a 吨, B 类杨梅为 $(m-a)$ 吨, 则A 类杨梅包装成本为 a 万元, B 类杨梅深加工成本为 $[12+3(m-a)]$ 万元, $\therefore 3m+a+[12+3(m-a)]=132$, 化简得 $a=3m-60$.

$w_{\text{B}}=9(m-a)-[12+3(m-a)]-3(m-a)=3m-3a-12$.

①当 $2\leq a<8$ 时, $w_{\text{A}}=a(-a+14)-a-3a=-a^2+10a$,

$\therefore w=w_{\text{A}}+w_{\text{B}}=(-a^2+10a)+(3m-3a-12)=-a^2+7a+3m-12$.

将 $3m=a+60$ 代入得 $w=-a^2+8a+48=-(a-4)^2+64$,

\therefore 当 $a=4$ 时, 公司有最大利润64 万元, 此时 $m=\frac{64}{3}, m-a=\frac{52}{3}$;

②当 $a\geq 8$ 时, $w_{\text{A}}=6a-a-3a=2a$,

$\therefore w=w_{\text{A}}+w_{\text{B}}=2a+(3m-3a-12)=-a+3m-12$.

将 $3m=a+60$ 代入得 $w=48$, \therefore 当 $a\geq 8$ 时, 公司有最大利润48 万元.

综上所述, 收购杨梅 $\frac{64}{3}$ 吨, 其中A 类杨梅4 吨, B 类杨梅 $\frac{52}{3}$ 吨, 公司能够获得

最大利润, 最大利润为64 万元.

上分专题（二） 二次函数与几何综合

1. 【解】(1) \because 直线 $y=-x+3$ 与抛物线交于点 B 及点 C , 则点 B, C 的坐标分别

为 $(3,0), (0,3)$. 由题意得 $\begin{cases} c=3, \\ -9+3b+c=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b=2, \\ c=3. \end{cases}$

\therefore 抛物线的表达式为 $y=-x^2+2x+3$.

(2) ①由抛物线的表达式知, 点 $D(1,4)$. \because 点 P 在 BC 上方, \therefore 点 P 的纵坐标 y_p 的取值范围为 $0<y_p\leq 4$, 故答案为 $0<y_p\leq 4$.

②设点 $P(m, -m^2+2m+3)$, 则点 $Q(m^2-2m, -m^2+2m+3)$, 则 $PQ=m-(m^2-2m)=-m^2+3m=-\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}(0<m<3)$.

$\because -1<0$, \therefore 当 $m=\frac{3}{2}$ 时, PQ 有最大值, 为 $\frac{9}{4}$.

(3) 设 $P(m, -m^2+2m+3)$, 则点 $E(m, -m+3)$, 则 $PE=|-m^2+3m|, EF=|-m+3|$. $\because PE=2EF$, $\therefore |-m^2+3m|=2|-m+3|$, 解得 $m=3$ (舍去) 或 2 或 -2 , 故点 P 的坐标为 $(2,3)$ 或 $(-2,-5)$.

2. 【解】(1) 设抛物线的表达式为 $y=a(x-1)^2+4$. 将点 C 的坐标代入上式, 解得 $a=-1$. 故抛物线的表达式为 $y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$.

(2) 令 $y=0$, 则 $-x^2+2x+3=0$, 解得 $x_1=-1, x_2=3$, $\therefore A(-1,0), B(3,0)$. 由抛物线的对称性知, $AD=BD$, 则 $|BD-CD|=|AD-CD|$.

当 A, C, D 三点共线时, $|AD-CD|$ 最大, 即 $|BD-CD|$ 最大.

设直线 AC 的表达式为 $y=kx+3$, 将点 A 的坐标代入, 解得 $k=3$, \therefore 直线 AC 的表达式为 $y=3x+3$. 当 $x=1$ 时, $y=6$, \therefore 点 $D(1,6)$.

由点 B, D 的坐标得直线 BD 的表达式为 $y=-3x+9$.

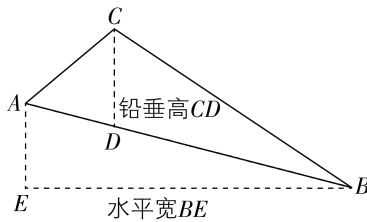
令 $-x^2+2x+3=-3x+9$, 解得 $x=2$ 或 3 (舍去). \therefore 点 $P(2,3)$.

(3) 存在. 由点 B, C 的坐标得直线 CB 的表达式为 $y=-x+3$, 当 $x=1$ 时, $y=2$, 则点 $F(1,2)$. 设直线 CP 交对称轴于点 H , 点 $P(m, -m^2+2m+3)(1<m<3)$. 由点 P, C 的坐标得直线 PC 的表达式为 $y=(-m+2)x+3$.

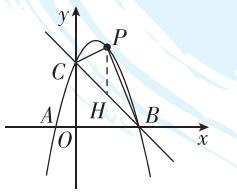
当 $x=1$ 时, $y=-m+2+3=5-m$, 则 $HF=5-m-2=3-m$, 则 $2S_1+S_2=FH\cdot(x_p-x_c)+\frac{1}{2}EF\cdot(x_p-x_e)=(3-m)m+\frac{1}{2}\times 2\times(m-1)=-(m-2)^2+3\leq 3$, 故 $2S_1+S_2$

存在最大值, 为3.

上分技巧 | 铅垂法求面积



$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\text{水平宽}\times\text{铅垂高}$$



如图,过点 P 作 y 轴的平行线交 CB 于点 H .

设点 $P(m, -m^2+2m+3)$ ($0 < m < 3$), 则点 $H(m, -m+3)$,

$$\therefore PH = -m^2 + 2m + 3 - (-m + 3) = -m^2 + 3m,$$

$$\therefore S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PHC} + S_{\triangle PHB} = \frac{1}{2} PH \cdot OB = \frac{3}{2} (-m^2 + 3m) =$$

$$-\frac{3}{2} \left(m - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{27}{8}.$$

$\therefore -\frac{3}{2} < 0, 0 < m < 3, \therefore$ 当 $m = \frac{3}{2}$ 时, $\triangle PBC$ 的面积取得最大值, 为 $\frac{27}{8}$, 此时点 P

的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4} \right)$.

(3) 存在. 点 N 的坐标为 $(4, -\sqrt{17})$ 或 $(4, \sqrt{17})$ 或 $(-2, \sqrt{14}+3)$ 或 $(-2, -\sqrt{14}+3)$.

由(1)得抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$, \therefore 抛物线的对称轴为直线 $x = 1$.

设点 $M(1, t), N(x, y)$. 若 BC 为菱形的边, BM 为对角线,

则 $BC^2 = CM^2$, 即 $18 = 1^2 + (t-3)^2$, 解得 $t_1 = \sqrt{17}+3, t_2 = -\sqrt{17}+3$.

$$\therefore \begin{cases} 3+1=0+x, \\ 0+t=3+y, \end{cases} \therefore \begin{cases} x=4, \\ y=t-3, \end{cases} \therefore N_1(4, \sqrt{17}), N_2(4, -\sqrt{17}).$$

若 BC 为菱形的边, BN 为对角线, 则 $BC^2 = BM^2$, 即 $18 = (3-1)^2 + t^2$,

$$\text{解得 } t_1 = \sqrt{14}, t_2 = -\sqrt{14}.$$

$$\therefore \begin{cases} 3+x=0+1, \\ 0+y=3+t, \end{cases} \therefore \begin{cases} x=-2, \\ y=3+t, \end{cases} \therefore N_3(-2, \sqrt{14}+3), N_4(-2, -\sqrt{14}+3).$$

综上, 存在以 BC 为边, 点 B, C, M, N 为顶点的四边形是菱形, 点 N 的坐标为 $(4, -\sqrt{17})$ 或 $(4, \sqrt{17})$ 或 $(-2, \sqrt{14}+3)$ 或 $(-2, -\sqrt{14}+3)$.

卷② 第26章提优验收卷(B卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	C	D	C	B	D	A	B	A

轻松评分数

11. 6 12. 1 (答案不唯一) 13. $(-2, -1)$

14. 8 15. (1) 120 (2) 96

16. $(3, 0)$ 或 $(4, 0)$

17. (1) 将 $(-1, 0)$ 代入 $y = -x^2 + bx - 3$, 可得 $-1 - b - 3 = 0, \therefore b = -4$ (2分)

(2) 由(1)可知 $b = -4$,

$$\therefore y = -x^2 - 4x - 3. \quad \dots\dots\dots (3分)$$

$$\therefore y = -x^2 - 4x - 3 = -(x^2 + 4x + 4 - 1) = -(x + 2)^2 + 1, \quad \dots\dots\dots (5分)$$

\therefore 该抛物线的顶点坐标为 $(-2, 1)$.

..... (6分)

上分攻略 评分细则

找准采分点

15. 题中横线后已有单位, 故答案不需再写单位.

规避失分点

17. (2) 将一般式转化为顶点式时, 当二次项系数为负数时, 加括号后要注意变号.

3. 【解】(1) 将 $A(-3, 0)$ 代入 $y = -\frac{4}{3}x^2 + bx + 4$, 解得 $b = -\frac{8}{3}$, \therefore 抛物线的表达式

为 $y = -\frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$. 当 $x = 0$ 时, $y = 4$, \therefore 点 C 的坐标为 $(0, 4)$. 当 $y = 0$ 时,

$$-\frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4 = 0, \text{解得 } x_1 = -3, x_2 = 1, \therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (1, 0).$$

(2) 设点 D 的坐标为 (m, n) . 以 A, B, C, D 为顶点的四边形是平行四边形, 分三种情况:

① 若 AC 为对角线, 设 AC 的中点为 F , 则根据中点坐标公式可得 F 的坐标为

$$\left(-\frac{3}{2}, 2 \right), \text{则} \begin{cases} \frac{1+m}{2} = -\frac{3}{2}, \\ \frac{0+n}{2} = 2, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -4, \\ n = 4, \end{cases} \text{此时点 } D \text{ 的坐标为 } (-4, 4).$$

② 若 AB 为对角线, 设 AB 的中点为 G , 则 G 的坐标为 $(-1, 0)$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{0+m}{2} = -1, \\ \frac{4+n}{2} = 0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m = -2, \\ n = -4, \end{cases} \text{此时点 } D \text{ 的坐标为 } (-2, -4).$$

③ 若 BC 为对角线, 设 BC 的中点为 K , 则点 K 的坐标为 $\left(\frac{1}{2}, 2 \right)$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{-3+m}{2} = \frac{1}{2}, \\ \frac{0+n}{2} = 2, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m = 4, \\ n = 4, \end{cases} \text{此时点 } D \text{ 的坐标为 } (4, 4).$$

综上所述, 点 D 的坐标为 $(-4, 4)$ 或 $(-2, -4)$ 或 $(4, 4)$.

(3) 存在.

$\therefore \tan \angle ACO = \frac{AO}{CO} = \frac{3}{4} < 1, \therefore \angle ACO < 45^\circ, \therefore$ 点 E 只能在

直线 AC 上方. 当 $\angle ACE = 45^\circ$ 时, 过点 E 作 $EM \perp AC$, 如图. 根据点 $A(-3, 0)$ 和点 $C(0, 4)$ 可得直线 AC 的表达式

$$\text{为 } y = \frac{4}{3}x + 4. \text{ 设直线 } AC \text{ 与对称轴交于点 } H,$$

$$\therefore H\left(-1, \frac{8}{3}\right), \text{则 } HC = \frac{5}{3}. \therefore EH \parallel y \text{ 轴}, \therefore \angle EHM = \angle HCO,$$

$$\therefore \tan \angle EHM = \tan \angle HCO = \frac{3}{4} = \frac{EM}{HM}, \therefore EM = \frac{3}{4}HM.$$

$$\therefore \angle ACE = 45^\circ, \therefore EM = CM, \therefore HC = HM + EM, \text{即 } \frac{5}{3} = HM + \frac{3}{4}HM,$$

$$\text{解得 } HM = \frac{20}{21}, \therefore EM = \frac{5}{7}.$$

$$\text{在 Rt} \triangle EMH \text{ 中}, EH = \sqrt{EM^2 + HM^2} = \frac{25}{21}, \therefore \text{点 } E \text{ 的纵坐标为 } \frac{8}{3} + \frac{25}{21} = \frac{27}{7}, \therefore \text{点 } E$$

的坐标为 $\left(-1, \frac{27}{7} \right)$.

4. 【解】(1) \therefore 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(2, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 1-b+c=0, \\ 4+2b+c=0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b=-1, \\ c=-2. \end{cases}$$

\therefore 抛物线的表达式为 $y = x^2 - x - 2$.

(2) 存在.

易知点 A 关于抛物线对称轴的对称点为点 B , 如图, 连结 BC 交抛物线对称轴于点 M , 此时 $\triangle ACM$ 的周长最小. 由抛物线的表达式知, 点 $C(0, -2)$, 其对称轴为直线

$$x = \frac{1}{2}.$$

由点 B, C 的坐标得直线 BC 的表达式为 $y = x - 2$.

$$\text{当 } x = \frac{1}{2} \text{ 时}, y = x - 2 = -\frac{3}{2}, \text{即点 } M\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right).$$

(3) $\therefore PQ \perp x$ 轴于 $Q, \therefore \angle PQA = 90^\circ. \therefore \triangle APQ$ 是等腰直角三角形, $\therefore AQ = PQ. \therefore$ 点 P 在抛物线 $y = x^2 - x - 2$ 上, \therefore 设 $P(m, m^2 - m - 2)$, 则 $Q(m, 0), \therefore AQ = |m - (-1)| = |m + 1|, PQ = |m^2 - m - 2|, \therefore |m + 1| = |m^2 - m - 2|, \therefore m + 1 = m^2 - m - 2$ 或 $m + 1 = -(m^2 - m - 2)$, 即 $m^2 - 2m - 3 = 0$ 或 $m^2 = 1$.

当 $m^2 - 2m - 3 = 0$ 时, 解得 $m = 3$ 或 $m = -1$ (舍去), 此时 $P(3, 4)$;

当 $m^2 = 1$ 时, 解得 $m = 1$ 或 $m = -1$ (舍去), 此时 $P(1, -2)$.

综上, 点 P 的坐标为 $(3, 4)$ 或 $(1, -2)$.

5. 【解】(1) 把 $(-2, 5)$ 和 $(2, -3)$ 代入 $y = x^2 + bx + c$ 得

$$\begin{cases} 4-2b+c=5, \\ 4+2b+c=-3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b=-2, \\ c=-3, \end{cases}$$

\therefore 抛物线的表达式为 $y = x^2 - 2x - 3$.

(2) \therefore 抛物线的表达式为 $y = x^2 - 2x - 3, \therefore$ 对称轴为直线 $x = -\frac{-2}{2 \times 1} = 1$.

把 $x = 1$ 代入 $y = x^2 - 2x - 3$ 得 $y = -4, \therefore N(1, -4)$.

令 $x = 0$, 则 $y = -3, \therefore C(0, -3)$.

令 $y = 0$, 则 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 解得 $x_1 = 3, x_2 = -1, \therefore B(3, 0), A(-1, 0)$.

由 $B(3, 0), C(0, -3)$ 易得直线 BC 的表达式为 $y = x - 3$.

设直线 BC 与对称轴相交于点 M . 当 $x = 1$ 时, $y = x - 3 = -2$,

$\therefore M(1, -2)$, 则 $MN = 2$,

$$\therefore S_{\triangle BNC} = \frac{1}{2} \times MN \times (x_B - x_C) = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3.$$

(3) 存在. 由(2)得 $B(3, 0), C(0, -3), A(-1, 0)$, 抛物线对称轴为直线 $x = 1, \therefore OB = OC = 3$. 由题意得 $\angle PDE = \angle BOC = 90^\circ$, 则当 $PD = DE = 3$ 时, 以 P, D, E 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 全等.

设点 $P(m, m^2 - 2m - 3)$. 当点 P 在抛物线对称轴右侧时, $m - 1 = 3$, 解得 $m = 4, \therefore m^2 - 2m - 3 = 5, \therefore$ 点 $P(4, 5), \therefore$ 点 E 的坐标为 $(1, 2)$ 或 $(1, 8)$;

当点 P 在抛物线对称轴左侧时, 由抛物线对称性可得, $P(-2, 5)$, 此时点 E 的坐标为 $(1, 2)$ 或 $(1, 8)$. 综上, 点 P 的坐标为 $(4, 5)$ 或 $(-2, 5)$, 点 E 的坐标为 $(1, 2)$ 或 $(1, 8)$.

6. 【解】(1) 由题意得, 抛物线的表达式为 $y = a(x+1)(x-3) = a(x^2 - 2x - 3)$.

将 $C(0, 3)$ 代入, 得 $-3a = 3$, 解得 $a = -1$,

故抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$.

(2) 由点 B, C 的坐标, 得直线 BC 的表达式为 $y = -x + 3$.

答案及评分细则

上分攻略 评分细则

规避失分点

18. (1) 求出顶点式后无需转化为一般式, 因为转化时容易出错, 导致扣分.

找准关键点

19. (2) 由抛物线的对称性可以看出 $x=10$ 时, 实心球的高度正好是投掷时出手点的高度 2 m, 此时实心球没有落地, 那么点 C 的横坐标一定大于 10.

令 $x^2+4x-1=0$, 则 $x=-2\pm\sqrt{5}$,
 \therefore 抛物线与 x 轴的交点 A, B 的坐标分别为 $(-2-\sqrt{5}, 0), (-2+\sqrt{5}, 0)$ (4 分)
 (2) ① \therefore 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 恰好经过 P, Q 两点, $P(-1, 10), Q(4, 0)$,
 $\therefore \begin{cases} 1-b+c=10, \\ 16+4b+c=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b=-5, \\ c=4. \end{cases}$ (8 分)
 ② $b \leq -11$ 或 $b \geq -\frac{7}{2}$ (12 分)
 \therefore 抛物线与线段 PQ 有公共点,
 \therefore 当 $x=-1$ 时, $y \geq 10$ 或当 $x=4$ 时, $y \geq 0$,
 $\therefore 1-b-2 \geq 10$ 或 $16+4b-2 \geq 0$, 解得 $b \leq -11$ 或 $b \geq -\frac{7}{2}$.

21. 【解】(1) 当 $10 \leq x \leq 20$ 时, $y=200$,
 $\therefore W=(x-10)y=200(x-10)=200x-2\ 000$.
 (2 分)
 当 $20 < x \leq 40$ 时, 设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b(k \neq 0)$.
 \therefore 点 $(20, 200), (25, 180)$ 在该函数图象上,
 $\therefore \begin{cases} 20k+b=200, \\ 25k+b=180, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-4, \\ b=280, \end{cases} \therefore$ 当 $20 < x \leq 40$ 时, y 与 x 的函数关系式为 $y=-4x+280$,
 $\therefore W=(x-10)y=(x-10)(-4x+280)=-4x^2+320x-2\ 800$ (4 分)
 综上所述, W 与 x 之间的函数关系式为 $W=\begin{cases} 200x-2\ 000(10 \leq x \leq 20), \\ -4x^2+320x-2\ 800(20 < x \leq 40). \end{cases}$ (5 分)
 (2) 根据题意得 $\begin{cases} x \geq 15, \\ -4x+280 \geq 140, \end{cases}$
 解得 $15 \leq x \leq 35$ (7 分)
 ① 当 $15 \leq x \leq 20$ 时, $W=200x-2\ 000$,
 \therefore 当 $x=20$ 时, W 有最大值, 最大值为 2 000.
 (9 分)
 ② 当 $20 < x \leq 35$ 时, $W=-4x^2+320x-2\ 800$, 抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{320}{2 \times (-4)}=40, -4 < 0$,
 \therefore 当 $x \leq 40$ 时, W 随 x 的增大而增大,
 (11 分)
 \therefore 当 $x=35$ 时, W 有最大值, 最大值为 3 500.
 $\therefore 2\ 000 < 3\ 500$,
 $\therefore W$ 的最大值为 3 500. (12 分)

规避失分点

20. (2) ② 这种直接写出答案的问题, 考试中不需要浪费时间写过程, 写错还会扣分.

规避失分点

21. (1) 分段函数要写成答案中这种带大括号的形式, 且因为是分段函数, 因此一定要写出自变量在每一段的取值范围, 否则扣分.

22. 【解】(1) $\therefore A(-1, 0), C(0, 2)$ 在抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 上, $\therefore \begin{cases} -\frac{1}{2}-b+c=0, \\ c=2, \end{cases}$
 解得 $\begin{cases} b=\frac{3}{2}, \\ c=2, \end{cases}$ (2 分)
 \therefore 抛物线的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$.
 (3 分)
 (2) 令 $y=0$, 有 $-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2=0$, 解得 $x_1=-1, x_2=4, \therefore B(4, 0)$ (5 分)
 $\therefore C(0, 2)$, 设直线 BC 表达式为 $y=kx+m(k \neq 0)$, 则 $\begin{cases} 4k+m=0, \\ m=2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-\frac{1}{2}, \\ m=2, \end{cases}$
 \therefore 直线 BC 表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$ (6 分)
 设 $E(x, -\frac{1}{2}x+2)$, 则 $F(x, -\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2)$,
 $\therefore EF = (-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2) - (-\frac{1}{2}x+2) = -\frac{1}{2}x^2+2x = -\frac{1}{2}(x-2)^2+2(0 < x < 4)$.
 (7 分)
 $\therefore -\frac{1}{2} < 0, \therefore$ 当 $x=2$ 时, 线段 EF 的值最大, 最大值为 2, 此时 E 点的坐标为 $(2, 1)$.
 (8 分)
 (3) 存在点 P , 使 $\triangle PCD$ 是以 CD 为腰的等腰三角形. (9 分)
 $\therefore y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2=-\frac{1}{2}(x-\frac{3}{2})^2+\frac{25}{8}$,
 \therefore 抛物线对称轴为直线 $x=\frac{3}{2}, \therefore D(\frac{3}{2}, 0)$.
 $\therefore C(0, 2), D(\frac{3}{2}, 0)$,
 $\therefore CD = \sqrt{(\frac{3}{2})^2+2^2} = \frac{5}{2}$ (11 分)
 设 $P(\frac{3}{2}, n), \therefore CP = \sqrt{(n-2)^2+\frac{9}{4}}, DP = |n|$. 当 $CD=CP$ 时, $\frac{5}{2} = \sqrt{(n-2)^2+\frac{9}{4}}$,

找准关键点

22. (2) $A(-1, 0), A$ 点在 B 点左侧, 故 B 点横坐标为 4.

规避失分点

22. (2) 此问有 2 个问题, 不要漏写 E 点的坐标, 否则扣分.

答案及评分细则

上分攻略 评分细则

解得 $n=4$ 或 $n=0$ (舍去),

$\therefore P\left(\frac{3}{2}, 4\right)$; (12分)

当 $CD=DP$ 时, $\frac{5}{2}=|n|$,

解得 $n=\frac{5}{2}$ 或 $n=-\frac{5}{2}$,

$\therefore P$ 点坐标为 $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$.

综上所述, 满足条件的 P 点坐标为

$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$.

..... (14分)

找准关键点

22. (3) 注意分类讨论, 点 P 的坐标有 3 个.

上分解析

1. B 【解析】当 $a-b \neq 0$, 即 $a \neq b$ 时, $y=(a-b)x^2+1$ 是二次函数. 故选 B.

2. A 【解析】 \because 二次函数 $y=ax^2$ 的图象的对称轴为 y 轴, \therefore 若二次函数 $y=ax^2$ 的图象经过点 $P(-2, 4)$, 则该图象必经过点 $(2, 4)$. 故选 A.

上分技巧 | 二次函数的图象的对称性

只要二次函数的图象的对称轴确定, 此二次函数的图象上任意一点关于对称轴对称的点的坐标就能确定, 不需要知道此二次函数的表达式.

3. C 【解析】抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{2}{2 \times 1}=-1$. 当 $x=-1$ 时, $y=1-2+a=7$, 解得 $a=8$, 故选 C.

4. D 【解析】 $\because x=1$ 时, $y=-3$; $x=4$ 时, $y=-3$, \therefore 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=\frac{1+4}{2}=\frac{5}{2}$. $\because x=-2$ 时, $y=0$, $\therefore x=7$ 时, $y=0$, \therefore 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为 $x_1=-2, x_2=7$. 故选 D.

5. C 【解析】由题图可知, 小明从坐上摩天轮后到第一次到达最高点时经过 3 分钟, 第二次到达最高点时经过 9 分钟, $9-3=6$ (分), \therefore A 选项正确. 由题图可知, 小明出发后的第 3 分钟和第 9 分钟, 离地面的高度均为 45 米, 高度相同, \therefore B 选项正确. 由题图可知, 小明离地面的最大高度为 45 米, \therefore C 选项错误, 符合题意. \because 摩天轮旋转一周需要 6 分钟, 摩天轮的最低点离地面的高度为 3 米, \therefore 小明出发后经过 6 分钟回到最低点, 即离地面的高度为 3 米, \therefore D 选项正确. 故选 C.

6. B 【解析】由图象可知, 抛物线开口向下, 对称轴为直线 $x=1$, \therefore 当 $x \leq 1$ 时, y 随 x 的增大而增大. 又 \because 当 $-1 < x < m$ 时, y 随 x 的增大而增大, $\therefore -1 < m \leq 1$, 故选 B.

上分技巧 | 特殊值法

本题也可以用特殊值法, 在每个选项的范围内选取特殊值, 看是否符合题意.

7. D 【解析】由题意可知, 抛物线与 x 轴的两个交点分别为 $(-1, 0)$ 和 $(4, 0)$, \therefore 二次函数图象的对称轴为直线 $x=\frac{-1+4}{2}=1.5$, 故选 D.

8. A 【解析】易知二次函数图象在一次函数图象上方, $\therefore x^2-2x+3-(x-2)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$, 当 $x=\frac{3}{2}$ 时, 该式的最小值为 $\frac{11}{4}$, \therefore 二次函数 $y=x^2-2x+3$ 与一次函数 $y=x-2$ 的“向心值”为 $\frac{11}{4}$. 故选 A.

9. B 【解析】①由题图可知, 抛物线开口向下, 所以①错误; ②若当 $x=-2$ 时, y 取最大值, 则由于点 A 和点 C 到直线 $x=-2$ 的距离相等, 可知这两点的纵坐标应该相等, 但是题图中点 A 和点 C 纵坐标显然不相等, 所以②错误; ③当 $x=-2$ 时 $y=4$, 而 B 点不是抛物线的顶点, 则当 $m < 4$ 时, 抛物线与直线 $y=m$ 有两个交点, 即关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=m$ 必有两个不相等的实数根, 所以③正确; ④因为直线 $y=kx+c$ ($k \neq 0$) 经过点 A, C , 所以当 $kx+c < ax^2+bx+c$ 时, x 的取值范围是 $-4 < x < 0$, 所以④正确. 故选 B.

上分心得 | 函数相关的比较大小

解表示两个不同函数的函数值之间的不等关系的不等式时, 一般要结合图象, 求一个函数图象在另一函数图象上 (或下) 方时 (根据不等号决定是否取交点) 对应的 x 的取值范围.

10. A 【解析】 \because 抛物线 $y=-x^2+px+q$ 的对称轴为直线 $x=-3$, 点 $N(-1, 1)$ 是抛

物线上的一点, $\therefore \begin{cases} -\frac{p}{-2}=-3, \\ 1=-1-p+q, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} p=-6, \\ q=-4, \end{cases}$ \therefore 该抛物线的表达式为 $y=-x^2-6x-4=-(x+3)^2+5$, $\therefore M(-3, 5)$. $\because \triangle PMN$ 的周长为 $MN+PM+PN$, 且 MN 是定值, \therefore 只需 $PM+PN$ 的值最小. 如图 (1), 作点 M 关于 y 轴对称的点 M_1 , 连结 M_1N , 交 y 轴于点 P , 连结 PM . $\because M(-3, 5), \therefore M_1(3, 5)$. 设直线 M_1N 的

表达式为 $y=ax+t$ ($a \neq 0$), 则 $\begin{cases} 5=3a+t, \\ 1=-a+t, \end{cases}$ 解得

$\begin{cases} a=1, \\ t=2, \end{cases}$ 故直线 M_1N 的表达式为 $y=x+2$. 当 $x=0$

时, $y=2$, 即 $P(0, 2)$, 此时 $PM+PN=M_1N=\sqrt{(3+1)^2+(5-1)^2}=4\sqrt{2}$. 如图 (2), 作点 M 关于 x 轴对称的点 M_2 , 连结 M_2N , 交 x 轴于点 P , 连结 PM . 同理可求点 P 的坐标为

$\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$, $M_2(-3, -5)$, 此时 $PM+PN=M_2N=\sqrt{(-3+1)^2+(-5-1)^2}=2\sqrt{10}$. 若点 P 在 y 轴上, 则

$\triangle PMN$ 的周长最小为 $4\sqrt{2}+MN$; 若点 P 在 x 轴上, 则

$\triangle PMN$ 的周长最小为 $2\sqrt{10}+MN$. $\because 4\sqrt{2} < 2\sqrt{10}$, $\therefore 4\sqrt{2}+MN < 2\sqrt{10}+MN$, \therefore 点 P 的坐标为 $(0, 2)$ 时, $\triangle PMN$ 的周长最小. 综上所述, 符合条件的点 P 的坐标是 $(0, 2)$. 故选 A.

11. 6 【解析】 \because 点 $(m, 1)$ 是二次函数 $y=x^2-2x-1$ 图象上一点, $\therefore m^2-2m-1=1$, $\therefore m^2-2m=2$, $\therefore 3m^2-6m=3(m^2-2m)=3 \times 2=6$. 故答案为 6.

12. 1 (答案不唯一) 【解析】 \because 抛物线经过第一、二、三象限, \therefore 抛物线与 y 轴的交点在正半轴上或交于原点, 且当 $x=-\frac{2}{2 \times 1}=-1$ 时, $y < 0$, 则 $m-1 \geq 0$, 且 $1-2+m-1 < 0$, 解得 $1 \leq m < 2$, \therefore 符合条件的 m 的值可以是 1, $\therefore m=1$. 故答案为 1 (答案不唯一).

上分点拨 | 开放性问题

做开放性问题时, 得出的答案可以代入题干检查一遍, 看是否符合题目的每个要求.

13. $(-2, -1)$ 【解析】将 $A(1, 2)$ 代入 $y=kx+1$ ($k \neq 0$) 中, 得 $k=1$, $\therefore y=x+1$. 将 $A(1, 2)$ 代入 $y=ax^2+3$ ($a \neq 0$) 中, 得 $a=-1$, $\therefore y=-x^2+3$. 联立 $\begin{cases} y=x+1, \\ y=-x^2+3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2, \\ y=-1, \end{cases} \therefore B(-2, -1)$. 故答案为 $(-2, -1)$.

14. 8 【解析】 $\because AB=10, BC=5, \therefore AC=AB+BC=15, \therefore x_C-x_P=\frac{15}{2} \because BC=5,$

$CD=6, \therefore BD=BC+CD=11, \therefore x_Q-x_B=\frac{11}{2}, \therefore PQ=x_Q-x_P=(x_Q-x_B)+(x_C-x_P)-(x_C-x_B)=\frac{11}{2}+\frac{15}{2}-5=8$, 故答案为 8.

15. (1) 120 (2) 96 【解析】(1) 观察题图可知, s 与 v 的函数关系的图象过点 $(120, 50)$, \therefore 该款汽车某次测试的刹车距离为 50 m, 估计该车的速度约为 120 km/h. 故答案为 120. (2) 观察题图可知, s 与 v 的函数关系的图象是顶点为 $(0, 0)$ 的抛物线的一部分. 设 $s=av^2$ ($a \neq 0$), 把 $(120, 50)$ 代入, 得 $50=120^2a$, 解得 $a=\frac{1}{288}$, $\therefore s=\frac{1}{288}v^2$. \because 刹车距离的数值恰好是车速数值的 $\frac{1}{3}$, $\therefore \frac{1}{3}v=\frac{1}{288}v^2$, 解得 $v_1=96, v_2=0$ (舍), \therefore 此时的车速约为 96 km/h, 故答案为 96.

上分点拨 | 从实际问题中提取有效信息

实际问题的题干一般都比较大, 要学会关注有效信息, 如本题中, “设汽车的刹车距离……”之后才是有效信息.

16. $(3, 0)$ 或 $(4, 0)$ 【解析】当 $k=0$ 时, 函数表达式为 $y=-x-3$, 它的“Y 函数”表达式为 $y=x-3$, 它们的图象与 x 轴都只有一个交点, \therefore 它的“Y 函数”图象与 x 轴的交点坐标为 $(3, 0)$. 当 $k \neq 0$ 时, 此函数为二次函数, 若二次函数 $y=\frac{k}{4}x^2+(k-1)x+k-3$ 的图象与 x 轴只有一个交点, 则 $(k-1)^2-k(k-3)=0$, 解得 $k=-1$, \therefore 二次函数的表达式为 $y=-\frac{1}{4}x^2-2x-4=-\frac{1}{4}(x+4)^2$, \therefore 它的“Y 函数”表达式为 $y=-\frac{1}{4}(x-4)^2$, 令 $y=0$, 则 $-\frac{1}{4}(x-4)^2=0$, $\therefore x=4$, \therefore 它的“Y 函数”图象与 x 轴的交点坐标为 $(4, 0)$.

综上, 它的“Y 函数”图象与 x 轴的交点坐标为 $(3, 0)$ 或 $(4, 0)$.

17. 【刷有所得】比较二次函数图象上点的纵坐标的大小, 一定要明确这些点与对称轴的相对位置, 若这些点不在对称轴同侧, 则无法直接利用增减性进行比较.

答案及上分解析

18. 【思路分析】先求出抛物线 C_1 的顶点坐标,再利用平移的性质求出平移后的抛物线 C_2 的顶点坐标,可得结论.
19. 【易错警示】本题中纵坐标表示投掷高度,横坐标表示投掷距离,不要混淆.
20. 【关键点拨】解题的关键是理解题意,学会寻找特殊点解决问题.
21. 【思路分析】(1)先根据图象用待定系数法求出 y 与 x 的函数关系式,再根据总利润 = 每千克的利润 \times 销售量,列出 W 与 x 之间的函数关系式,最终用分段函数的形式表示出来;
(2)先根据题意求出 x 的取值范围,再根据(1)中表达式分段求出函数的最大值.
22. 【关键点拨】可设出 P 点坐标,分别求出 PC , PD 和 CD 的长,分 $PD = CD$, $PC = CD$ 两种情况讨论,即可求得 P 点坐标.

卷③ 第27章基础诊断卷(A卷)

答案及评分细则

快速对答案

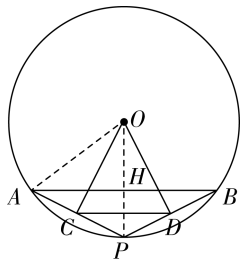
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	C	D	B	D	B	A	C	C

轻松评分数

11. $\frac{13}{2}$ cm 12. < 13. 46 14. $4\sqrt{5}$

15. $(3\sqrt{3}-2, 0)$ 或 $(3\sqrt{3}+2, 0)$ 16. $5\sqrt{3}$

17. 【解】(1)如图,连结 OP 交 AB 于点 H ,连结 OA , 设 $\odot O$ 的半径为 x .



\because 点 P 是 \widehat{AB} 的中点, $\therefore OP \perp AB$,
 $\therefore AH = BH = \frac{1}{2}AB = 4$. (2分)

由题意得 $PH = 2$, 则 $OH = x - 2$.

在 $\text{Rt}\triangle OAH$ 中, $AO^2 = OH^2 + AH^2$, 即 $x^2 = (x - 2)^2 + 4^2$, 解得 $x = 5$,

即 $\odot O$ 的半径为 5. (4分)

(2)线段 CD 的长不变. (5分)

$\because OC \perp PA, OD \perp PB, \therefore PC = AC, PD = BD$,
 $\therefore CD$ 是 $\triangle PAB$ 的中位线,

$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = 4$. (8分)

上分攻略 评分细则

第 11 题 ~ 16 题, 每题 4 分, 其中 15 题答错或漏答不得分.

找准采分点

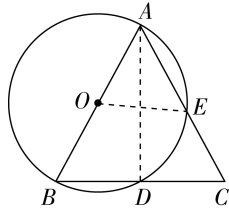
17. (1) 由垂径定理得出垂直及数量关系得 2 分, 利用勾股定理计算出半径得 2 分.

找准采分点

17. (2) 写出“不变”得 1 分.

18. (1) 【证明】如图, 连结 AD .

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 在圆上,
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$, 即 $AD \perp BC$. (2分)
 $\because AB = AC, \therefore BD = CD$,
 即点 D 是边 BC 的中点. (4分)



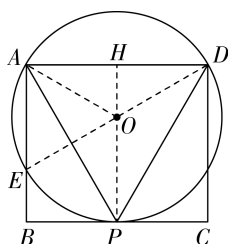
(2) 【解】如图, 连结 OE .

$\because \widehat{AE}$ 的度数为 $\alpha, \therefore \angle AOE = \alpha$.
 $\because OA = OE, \therefore \angle OAE = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$. (6分)
 $\because AB = AC, AD \perp BC, \therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle OAE = 45^\circ - \frac{1}{4}\alpha$. $\because \angle CAD + \angle C = 90^\circ, \therefore 45^\circ - \frac{1}{4}\alpha + \beta = 90^\circ$, 即 $\beta - \frac{1}{4}\alpha = 45^\circ$. (10分)

19. 【证明】(1) \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,
 $\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ, AB = CD$. \because 点 P 是边 BC 的中点, $\therefore PB = PC$. (2分)

在 $\triangle ABP$ 与 $\triangle DCP$ 中, $\begin{cases} AB = DC, \\ \angle B = \angle C = 90^\circ, \\ PB = PC, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ABP \cong \triangle DCP$ (SAS),
 $\therefore PA = PD$. (5分)

(2) 如图, 连结 OE, OA . $\because AE$ 是以点 O 为中心的 正六边形的一边, $\therefore \angle AOE = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$. $\because OA = OE, \therefore \triangle AOE$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle AEO = 60^\circ$. (7分)
 连结 PO 并延长交 AD 于 H , 连结 OD . $\because PA = PD, OA = OD, \therefore PH \perp AD, \therefore \angle BAD = \angle PHD = 90^\circ, \therefore AB \parallel PH, \therefore \angle EOP = \angle AEO = \angle AOE = 60^\circ, \therefore \widehat{AE} = \widehat{EP}$. (10分)



找准采分点

18. (1) 根据“直径所对的圆周角为 90° ”及等腰三角形“三线合一”的性质得出结论.

找准采分点

19. (1) 由题目条件证出 $\triangle ABP \cong \triangle DCP$ (SAS), 得出 $PA = PD$ 得 5 分.

找准关键点

19. (2) 由正 n 边形的中心角为 $\frac{360^\circ}{n}$ 得到 $\angle AEO = 60^\circ$, 根据平行线的判定及性质得出 $\angle AOE = \angle EOP$ 是得分关键点.

20. 【解】(1) 相切. (1分)

理由: 连结 OE .

$\because OA = OE, \therefore \angle OAE = \angle OEA$.
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ$.
 \because 点 D 是 AC 的中点, $\therefore AD = DE = \frac{1}{2}AC$,
 $\therefore \angle DAE = \angle DEA$. (4分)
 $\therefore \angle AEO + \angle AED = \angle OAE + \angle DAE = \angle BAC = 90^\circ, \therefore \angle OED = 90^\circ$.
 $\because OE$ 是 $\odot O$ 的半径,
 \therefore 直线 DE 与 $\odot O$ 相切. (6分)
 (2) 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, \because 点 D 是 AC 的中点,
 $\therefore AC = 2DE = 10$. $\therefore AE = 6$,
 $\therefore CE = \sqrt{AC^2 - AE^2} = 8$. (7分)
 $\because \angle BAC = \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAE + \angle B = \angle B + \angle C = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAE = \angle C$,
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle CAE$. (9分)
 $\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{CE}{AE}, \therefore \frac{6}{BE} = \frac{8}{6}, \therefore BE = \frac{9}{2}$. (12分)

21. (1) 【证明】连结 OD .

$\because AE$ 与 $\odot O$ 相切, $\therefore OD \perp AE$,
 $\therefore \angle ADB + \angle ODB = 90^\circ$.
 $\because BC$ 为直径, $\therefore \angle BDC = 90^\circ$,
 即 $\angle ODB + \angle ODC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ADB = \angle ODC$. (3分)
 $\because OC = OD, \therefore \angle ODC = \angle C$.
 $\therefore \angle C = \angle AEO, \therefore \angle ADB = \angle AEO$,
 $\therefore BD \parallel OF$. (6分)

(2) 【解】由(1)知, $\angle ADB = \angle E = \angle C$,

$\therefore \sin C = \sin E = \sin \angle ADB = \frac{2}{5}$.

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\sin C = \frac{BD}{BC} = \frac{2}{5}, \therefore BD = \frac{2}{5} \times 20 = 8$. (9分)

$\because OF \parallel BD, O$ 为 BC 中点, \therefore 易得 $OF = \frac{1}{2}BD = 4$.

4. 在 $\text{Rt}\triangle EOD$ 中, $\sin E = \frac{OD}{OE} = \frac{2}{5}$,

$\therefore OE = 25$,
 $\therefore EF = OE - OF = 25 - 4 = 21$. (12分)

22. 【解】(1) 如图(1)所示. (4分)

(2) 如图(2)所示. (8分)

找准采分点

20. (1) 正确写出结论得 1 分, 连结 OE , 证 $\angle OED = 90^\circ$ 是得分关键点.

找准关键点

20. (2) 证明 $\triangle ABE \sim \triangle CAE$, 利用对应边成比例即可求解.

找准关键点

21. (1) 掌握切线的性质、直径所对圆周角为 90° 及平行线的判定是得分的关键.

找准采分点

21. (2) 由正弦定义正确求出 BD 的长得 3 分, 利用三角形中位线定理求出 OF 的长, 由正弦定义求出 OE 的长得 1 分.

找准关键点

22. (1) 找到 BC 中点是解题关键.