

答案及上分解析

18. 【思路分析】先求出抛物线  $C_1$  的顶点坐标,再利用平移的性质求出平移后的抛物线  $C_2$  的顶点坐标,可得结论.
19. 【易错警示】本题中纵坐标表示投掷高度,横坐标表示投掷距离,不要混淆.
20. 【关键点拨】解题的关键是理解题意,学会寻找特殊点解决问题.
21. 【思路分析】(1)先根据图象用待定系数法求出  $y$  与  $x$  的函数关系式,再根据总利润 = 每千克的利润  $\times$  销售量,列出  $W$  与  $x$  之间的函数关系式,最终用分段函数的形式表示出来;  
(2)先根据题意求出  $x$  的取值范围,再根据(1)中表达式分段求出函数的最大值.
22. 【关键点拨】可设出  $P$  点坐标,分别求出  $PC$ ,  $PD$  和  $CD$  的长,分  $PD = CD$ ,  $PC = CD$  两种情况讨论,即可求得  $P$  点坐标.

### 卷③ 第27章基础诊断卷(A卷)

#### 答案及评分细则

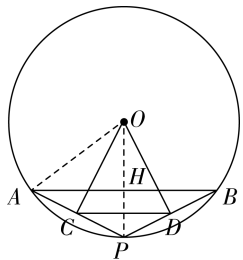
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	C	D	B	D	B	A	C	C

#### 轻松评分

11.  $\frac{13}{2}$  cm    12. <    13. 46    14.  $4\sqrt{5}$

15.  $(3\sqrt{3}-2, 0)$  或  $(3\sqrt{3}+2, 0)$     16.  $5\sqrt{3}$

17. 【解】(1)如图,连结  $OP$  交  $AB$  于点  $H$ ,连结  $OA$ , 设  $\odot O$  的半径为  $x$ .



$\because$  点  $P$  是  $\widehat{AB}$  的中点,  $\therefore OP \perp AB$ ,  
 $\therefore AH = BH = \frac{1}{2}AB = 4$ . (2分)

由题意得  $PH = 2$ , 则  $OH = x - 2$ .

在  $Rt\triangle OAH$  中,  $AO^2 = OH^2 + AH^2$ , 即  $x^2 = (x - 2)^2 + 4^2$ , 解得  $x = 5$ ,

即  $\odot O$  的半径为 5. (4分)

(2) 线段  $CD$  的长不变. (5分)

$\because OC \perp PA, OD \perp PB, \therefore PC = AC, PD = BD$ ,  
 $\therefore CD$  是  $\triangle PAB$  的中位线,

$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = 4$ . (8分)

#### 上分攻略 评分细则

第 11 题 ~ 16 题, 每题 4 分, 其中 15 题答错或漏答不得分.

#### 找准采分点

17. (1) 由垂径定理得出垂直及数量关系得 2 分, 利用勾股定理计算出半径得 2 分.

#### 找准采分点

17. (2) 写出“不变”得 1 分.

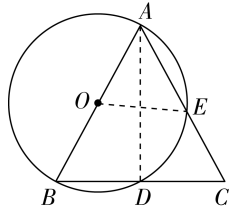
18. (1) 【证明】如图, 连结  $AD$ .

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $D$  在圆上,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ , 即  $AD \perp BC$ . (2分)

$\because AB = AC, \therefore BD = CD$ ,

即点  $D$  是边  $BC$  的中点. (4分)



(2) 【解】如图, 连结  $OE$ .

$\because \widehat{AE}$  的度数为  $\alpha, \therefore \angle AOE = \alpha$ .

$\because OA = OE, \therefore \angle OAE = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$ . (6分)

$\because AB = AC, AD \perp BC, \therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle OAE =$

$45^\circ - \frac{1}{4}\alpha. \because \angle CAD + \angle C = 90^\circ, \therefore 45^\circ - \frac{1}{4}\alpha +$

$\beta = 90^\circ$ , 即  $\beta - \frac{1}{4}\alpha = 45^\circ$ . (10分)

19. 【证明】(1)  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ, AB = CD. \because$  点  $P$  是边  $BC$  的中点,  $\therefore PB = PC$ . (2分)

在  $\triangle ABP$  与  $\triangle DCP$  中,  $\begin{cases} AB = DC, \\ \angle B = \angle C = 90^\circ, \\ PB = PC, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle DCP (SAS),$

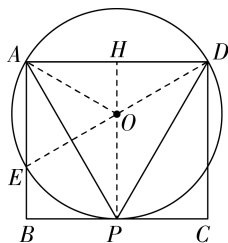
$\therefore PA = PD$ . (5分)

(2) 如图, 连结  $OE, OA. \because AE$  是以点  $O$  为中心的

正六边形的一边,  $\therefore \angle AOE = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ. \because OA = OE, \therefore \triangle AOE$  是等边三角形,

$\therefore \angle AEO = 60^\circ$ . (7分)

连结  $PO$  并延长交  $AD$  于  $H$ , 连结  $OD. \because PA = PD, OA = OD, \therefore PH \perp AD, \therefore \angle BAD = \angle PHD = 90^\circ, \therefore AB \parallel PH, \therefore \angle EOP = \angle AEO = \angle AOE = 60^\circ, \therefore \widehat{AE} = \widehat{EP}$ . (10分)



#### 找准采分点

18. (1) 根据“直径所对的圆周角为  $90^\circ$ ”及等腰三角形“三线合一”的性质得出结论.

#### 找准采分点

19. (1) 由题目条件证出  $\triangle ABP \cong \triangle DCP (SAS)$ , 得出  $PA = PD$  得 5 分.

#### 找准关键点

19. (2) 由正  $n$  边形的中心角为  $\frac{360^\circ}{n}$  得到  $\angle AEO = 60^\circ$ , 根据平行线的判定及性质得出  $\angle AOE = \angle EOP$  是得分关键点.

20. 【解】(1) 相切. (1分)

理由: 连结  $OE$ .

$\because OA = OE, \therefore \angle OAE = \angle OEA$ .

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ$ .

$\because$  点  $D$  是  $AC$  的中点,  $\therefore AD = DE = \frac{1}{2}AC$ ,

$\therefore \angle DAE = \angle DEA$ . (4分)

$\therefore \angle AEO + \angle AED = \angle OAE + \angle DAE = \angle BAC = 90^\circ, \therefore \angle OED = 90^\circ$ .

$\because OE$  是  $\odot O$  的半径,

$\therefore$  直线  $DE$  与  $\odot O$  相切. (6分)

(2) 在  $Rt\triangle ACE$  中,  $\because$  点  $D$  是  $AC$  的中点,

$\therefore AC = 2DE = 10. \therefore AE = 6$ ,

$\therefore CE = \sqrt{AC^2 - AE^2} = 8$ . (7分)

$\because \angle BAC = \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BAE + \angle B = \angle B + \angle C = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BAE = \angle C$ ,

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CAE$ . (9分)

$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{CE}{AE}, \therefore \frac{6}{BE} = \frac{8}{6}, \therefore BE = \frac{9}{2}$ . (12分)

21. (1) 【证明】连结  $OD$ .

$\because AE$  与  $\odot O$  相切,  $\therefore OD \perp AE$ ,

$\therefore \angle ADB + \angle ODB = 90^\circ$ .

$\because BC$  为直径,  $\therefore \angle BDC = 90^\circ$ ,

即  $\angle ODB + \angle ODC = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle ADB = \angle ODC$ . (3分)

$\because OC = OD, \therefore \angle ODC = \angle C$ .

$\therefore \angle C = \angle AEO, \therefore \angle ADB = \angle AEO$ ,

$\therefore BD \parallel OF$ . (6分)

(2) 【解】由(1)知,  $\angle ADB = \angle E = \angle C$ ,

$\therefore \sin C = \sin E = \sin \angle ADB = \frac{2}{5}$ .

在  $Rt\triangle BCD$  中,  $\sin C = \frac{BD}{BC} = \frac{2}{5}, \therefore BD = \frac{2}{5} \times$

$20 = 8$ . (9分)

$\because OF \parallel BD, O$  为  $BC$  中点,  $\therefore$  易得  $OF = \frac{1}{2}BD =$

4. 在  $Rt\triangle EOD$  中,  $\sin E = \frac{OD}{OE} = \frac{2}{5}$ ,

$\therefore OE = 25$ ,

$\therefore EF = OE - OF = 25 - 4 = 21$ . (12分)

22. 【解】(1) 如图(1)所示. (4分)

(2) 如图(2)所示. (8分)

#### 找准采分点

20. (1) 正确写出结论得 1 分, 连结  $OE$ , 证  $\angle OED = 90^\circ$  是得分关键点.

#### 找准关键点

20. (2) 证明  $\triangle ABE \sim \triangle CAE$ , 利用对应边成比例即可求解.

#### 找准关键点

21. (1) 掌握切线的性质、直径所对圆周角为  $90^\circ$  及平行线的判定是得分的关键.

#### 找准采分点

21. (2) 由正弦定义正确求出  $BD$  的长得 3 分, 利用三角形中位线定理求出  $OF$  的长, 由正弦定义求出  $OE$  的长得 1 分.

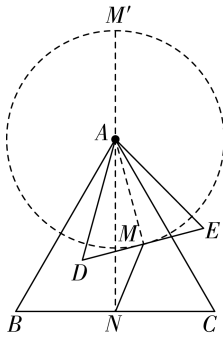
#### 找准关键点

22. (1) 找到  $BC$  中点是解题关键.



为  $(3\sqrt{3}-2,0)$  或  $(3\sqrt{3}+2,0)$ .

16.  $5\sqrt{3}$  【解析】连结  $AN, AM$ , 以  $AM$  为半径, 点  $A$  为圆心作圆, 反向延长  $AN$  与圆交于点  $M'$ , 如图.  $\because \triangle ADE$  绕点  $A$  旋转,  $\therefore$  点  $M$  是在以  $AM$  为半径, 点  $A$  为圆心的圆上运动.  $\because AM + AN \geq MN$ ,  $\therefore$  当点  $M$  旋转到  $M'$ , 即  $M$  在  $NA$  的延长线上时,  $MN$  有最大值, 为  $M'N$  的长.  $\because \triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  都是等边三角形, 点  $N, M$  分别为  $BC, DE$  的中点,  $AB = 6, AD = 4$ ,  $\therefore AN \perp BC, AM \perp DE, BN = 3, DM = 2$ . 在  $\text{Rt} \triangle ABN$  中, 由勾股定理得  $AN = \sqrt{AB^2 - BN^2} = 3\sqrt{3}$ , 在  $\text{Rt} \triangle ADM$  中, 由勾股定理得  $AM = \sqrt{AD^2 - DM^2} = 2\sqrt{3}$ . 根据旋转的性质得,  $AM' = AM = 2\sqrt{3}$ ,  $\therefore M'N = AN + AM' = 5\sqrt{3}$ , 即  $MN$  的最大值为  $5\sqrt{3}$ . 故答案为  $5\sqrt{3}$ .



17. 【思路分析】(1) 连结  $OA$ , 连结  $OP$  交  $AB$  于点  $H$ , 设  $\odot O$  的半径为  $x$ , 在  $\text{Rt} \triangle OAH$  中, 利用勾股定理即可求解;  
(2) 利用垂径定理求得  $PC = AC, PD = BD$ , 再利用三角形中位线定理求解即可.

18. 【思路分析】(1) 根据直径所对的圆周角等于  $90^\circ$  以及等腰三角形的性质即可得出  $BD = CD$ ;  
(2) 根据等腰三角形的性质及直角三角形两锐角互余即可得出结论.

19. 【思路分析】(1) 根据矩形的性质和线段中点的定义证三角形全等即可得到结论;  
(2) 连结  $OE, OA$ , 根据正六边形的性质得到等边三角形, 连结  $PO$  并延长交  $AD$  于  $H$ , 连结  $OD$ , 利用平行线的判定及性质和圆心角、弦、弧的关系即可得到结论.

20. 【思路分析】(1) 连结  $OE$ , 根据等腰三角形的性质得到  $\angle OAE = \angle OEA$ ,  $\angle DAE = \angle DEA$ , 则  $\angle OAD = \angle OED = 90^\circ$ , 根据切线的判定定理即可得到结论;  
(2) 根据直角三角形的性质得到  $AC = 2DE = 10$ , 根据勾股定理得到  $CE = \sqrt{AC^2 - AE^2} = 8$ , 根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.

21. 【思路分析】(1) 连结  $OD$ , 利用切线的性质得到  $OD \perp AE$ , 利用直径所对的圆周角等于  $90^\circ$  得到  $\angle BDC = 90^\circ$ , 然后证明  $\angle ADB = \angle AEO$  得到  $BD \parallel OF$ ;

(2) 由 (1) 知,  $\sin C = \sin E = \sin \angle ADB = \frac{2}{5}$ , 在  $\text{Rt} \triangle BCD$  中, 利用正弦的定义计算出  $BD$  的长, 再利用三角形中位线定理求出  $OF$  的长, 在  $\text{Rt} \triangle EOD$  中利用正弦定义计算出  $OE$  的长, 然后计算  $OE$  与  $OF$  的差即可.

22. 【思路分析】(1) 先找到  $1 \times 1$  正方形的对角线的交点  $H, F$ , 作直线  $HF$  交线段  $CB$  于一点  $G$ , 连结  $OG$  并延长交半圆于点  $E$ ,  $E$  点即为所求的点;  
(2) 连结  $PO$  并延长交圆于点  $Q$ , 连结  $PC, QB$  交于点  $M$ , 连结  $OM$  并延长交  $CB$  于点  $D$ , 则  $D$  即为  $BC$  的中点;  
(3) ①  $DP$  与  $\odot O$  相切, 证明四边形  $OCDP$  是矩形即可;  
② 先说明四边形  $OCDP$  是正方形, 则所求面积等于  $S_{\text{正方形}OCDP} - S_{\text{扇形}COP}$ .

## 第 27 章 对点上分

### 上分解析

#### 基础上分

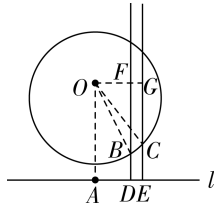
1. D 【解析】A 选项, 因为点  $P$  在圆上, 所以点  $P$  到圆心  $O$  距离等于半径的长, 为 5, 故该选项是错误的; B 选项, 因为点  $Q$  在圆内, 所以点  $Q$  到圆心  $O$  距离小于 5, 故该选项是错误的; C 选项, 因为点  $M$  在圆内, 所以点  $M$  到圆心  $O$  距离小于 5, 故该选项是错误的; D 选项, 因为点  $N$  在圆外, 所以点  $N$  到圆心  $O$  距离大于 5, 那么到圆心  $O$  距离为 7 的点可能是点  $N$ . 故选 D.

2. C 【解析】 $\because \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE}$ ,  $\angle COD = 35^\circ$ ,  $\therefore \angle BOC = \angle COD = \angle EOD = 35^\circ$ ,  $\therefore \angle AOE = 180^\circ - \angle EOD - \angle COD - \angle BOC = 75^\circ$ .

3. B 【解析】(1) 半圆是轴对称图形, 正确; (2) 在同圆或等圆中, 相等的圆心角所对的弧相等, 原说法错误; (3) 在同圆或等圆中, 劣弧一定比优弧短, 原说法错误; (4) 直径是圆中最长的弦, 正确. 说法正确的有 2 个, 故选 B.

4. ①②③④ 【解析】在  $\odot O$  中,  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ,  $\therefore AB = CD$ , 故①正确;  $\because \widehat{BC}$  为公共弧,  $\therefore \widehat{AC} = \widehat{BD}$ ,  $\therefore AC = BD$ ,  $\angle AOC = \angle BOD$ , 故②③④正确. 故答案为 ①②③④.

5. 25 【解析】如图, 连结  $OA$ , 过点  $O$  作  $OG \perp CE$  于点  $G$ , 交  $BD$  于点  $F$ .  $\because BD, CE$  分别垂直  $l$  于点  $D, E$ ,  $\therefore BD \parallel CE$ ,  $\therefore OF \perp BD$ .  $\because$  水平线  $l$  上的点  $A$  在圆心  $O$  的正下方,  $\therefore OA \perp AE$ ,  $\therefore$  四边形  $AOFD$ 、四边形  $AOGE$  都是矩形,  $\therefore AD = OF, AE = OG, OA = FD = GE$ .  $\because AD = 3DE = 15 \text{ cm}, CE = \frac{3}{2}BD = 15 \text{ cm}$ ,  $\therefore OF = 15 \text{ cm}, BD = 10 \text{ cm}, OG = AE = AD + DE = 20 \text{ cm}$ . 设  $OA = x \text{ cm}$ , 则  $BF = (x - 10) \text{ cm}, CG = (x - 15) \text{ cm}$ . 在  $\text{Rt} \triangle BOF$  中,  $BO^2 = OF^2 + BF^2 = 15^2 + (x - 10)^2$ . 在  $\text{Rt} \triangle COG$  中,  $CO^2 = OG^2 + CG^2 = 20^2 + (x - 15)^2$ . 又  $\because BO = CO$ ,  $\therefore 15^2 + (x - 10)^2 = 20^2 + (x - 15)^2$ ,  $\therefore x = 30$ ,  $\therefore BF = 20 \text{ cm}$ ,  $\therefore BO = \sqrt{OF^2 + BF^2} = 25 \text{ cm}$ , 即  $\odot O$  的半径为 25 cm.



6. (1) 【解】 $\widehat{AB}$  与  $\widehat{CD}$  的长度相等, 证明如下:  
 $\because AD = BC$ ,  $\therefore \widehat{AD} = \widehat{BC}$ ,  $\therefore \widehat{AD} + \widehat{AC} = \widehat{BC} + \widehat{AC}$ ,  $\therefore \widehat{CD} = \widehat{AB}$ .

(2) 【证明】在  $\triangle ADE$  和  $\triangle CBE$  中,  $\begin{cases} \angle A = \angle C, \\ \angle AED = \angle CEB, \\ AD = CB, \end{cases}$

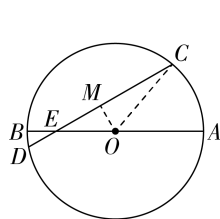
$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBE$  (AAS),  $\therefore AE = CE$ .

7. 【证明】 $\because \widehat{AB} = \widehat{AC}$ ,  $\therefore AB = AC$ .  $\because \angle ACB = 60^\circ$ ,  $\therefore \triangle ABC$  为等边三角形,  $\therefore AB = BC = CA$ ,  $\therefore \angle AOB = \angle BOC = \angle COA$ .

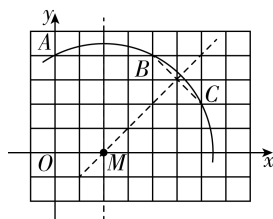
8. B 【解析】A 选项,  $\because AM = BM, CD$  是  $\odot O$  的直径,  $AB$  是非直径的弦,  $\therefore AB \perp CD$ , 故 A 不符合题意; B 选项, 根据  $OM = CM$  无法得到  $CD \perp AB$ , 故 B

符合题意; C 选项,  $\because \widehat{AC} = \widehat{BC}, CD$  是  $\odot O$  的直径,  $AB$  是非直径的弦,  $\therefore AB \perp CD$ , 故 C 不符合题意; D 选项,  $\because \widehat{AD} = \widehat{BD}, CD$  是  $\odot O$  的直径,  $AB$  是非直径的弦,  $\therefore AB \perp CD$ , 故 D 不符合题意. 故选 B.

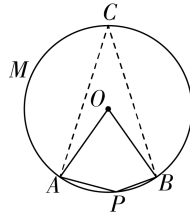
9. A 【解析】如图, 作  $OM \perp CD$  于点  $M$ , 连结  $OC$ , 则  $CM = \frac{1}{2}CD$ .  $\because BE = 1, AE = 5$ ,  $\therefore OC = \frac{1}{2}AB = \frac{BE + AE}{2} = 3$ ,  $\therefore OE = OB - BE = 3 - 1 = 2$ . 在  $\text{Rt} \triangle OME$  中,  $\angle AEC = 30^\circ$ ,  $\therefore OM = \frac{1}{2}OE = 1$ .  $\text{Rt} \triangle OCM$  中,  $\because OC^2 = OM^2 + MC^2$ , 即  $3^2 = 1^2 + CM^2$ , 解得  $CM = 2\sqrt{2}$  (负值已舍去),  $\therefore CD = 2CM = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ . 故选 A.



(第 9 题图)



(第 10 题图)



(第 12 题图)

10. 【解】(1) 连结  $BC$ , 作弦  $AB$  和  $BC$  的垂直平分线, 交点即为圆心  $M$ , 如图所示, 则圆心  $M$  的坐标为  $(2, 0)$ . 故答案为  $(2, 0)$ .

(2) 点  $D(6, -2)$  在  $\odot M$  上,  
理由如下: 圆的半径  $AM = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ , 线段  $MD = \sqrt{(6-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ ,  $AM = DM$ , 所以点  $D(6, -2)$  在  $\odot M$  上.

11. B 【解析】 $\because \angle D = \angle A = 40^\circ$ ,  $\therefore \angle B = \angle APD - \angle D = 37^\circ$ .

12. B 【解析】如图, 取优弧  $\widehat{AMB}$  上一点  $C$ , 连结  $AC, BC$ , 则  $\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = 35^\circ$ ,  $\therefore \angle APB = 180^\circ - \angle ACB = 145^\circ$ .

13. 4 【解析】 $\because \angle P = 55^\circ$ ,  $\therefore \angle P$  所对弧所对的圆心角是  $110^\circ$ .  $\because 360^\circ \div 110^\circ = 3\frac{3}{11}$ ,  $\therefore$  最少需要在圆形边缘上共安装这样的监视器 4 台. 故答案为 4.

14. 【解】(1) 连结  $BD$ .  $\because \angle ACD = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle B = \angle ACD = 30^\circ$ .  
 $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle DAB = 90^\circ - \angle B = 60^\circ$ .  
(2)  $\because \angle ADB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ, AB = 4$ ,  
 $\therefore AD = \frac{1}{2}AB = 2$ .

$\because \angle DAB = 60^\circ, DE \perp AB$ , 且  $AB$  是直径,  
 $\therefore EF = DE = AD \sin 60^\circ = \sqrt{3}$ ,  $\therefore DF = 2DE = 2\sqrt{3}$ .

15. 【解】(1)  $\because \angle BAC = \angle ADB$ ,  $\therefore \widehat{AB} = \widehat{BC}$ ,  
 $\therefore \angle ADB = \angle CDB$ , 即  $DB$  平分  $\angle ADC$ .  
 $\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $\therefore \angle ABD = \angle CBD$ ,  
 $\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD}$ ,  $\therefore \widehat{AB} + \widehat{AD} = \widehat{BC} + \widehat{CD}$ , 即  $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ ,  
 $\therefore BD$  是直径,  $\therefore \angle BAD = 90^\circ$ .



(2)  $\because \angle BAD = 90^\circ, CF \parallel AD,$   
 $\therefore \angle F + \angle BAD = 180^\circ,$  则  $\angle F = 90^\circ.$   
 $\because \widehat{AD} = \widehat{CD}, \therefore AD = DC.$   
 $\because AC = AD, \therefore AC = AD = CD,$   
 $\therefore \triangle ADC$  是等边三角形, 则  $\angle ADC = 60^\circ.$   
 $\because DB$  平分  $\angle ADC, \therefore \angle CDB = \frac{1}{2} \angle ADC = 30^\circ.$   
 $\because BD$  是直径,  $\therefore \angle BCD = 90^\circ,$  则  $BC = \frac{1}{2} BD.$   
 $\because$  四边形  $ABCD$  是圆内接四边形,  
 $\therefore \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ,$  则  $\angle ABC = 120^\circ,$   
 $\therefore \angle FBC = 60^\circ, \therefore \angle FCB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$   
 $\therefore FB = \frac{1}{2} BC.$   
 $\because BF = 2, \therefore BC = 4, \therefore BD = 2BC = 8.$   
 $\because BD$  是直径,  $\therefore$  此圆半径的长为  $\frac{1}{2} BD = 4.$

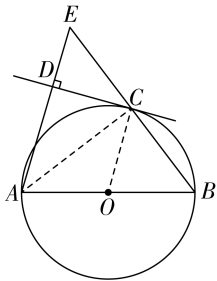
### 上分心得 | 圆周角定理及其推论

圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于该弧所对的圆心角的一半. 推论: (1)  $90^\circ$  的圆周角所对的弦是直径. (2) 圆内接四边形的对角互补.

**16. A** 【解析】 $\because \odot O$  的半径为 10, 圆心  $O$  到直线  $l$  的距离是 13, 而  $10 < 13,$   
 $\therefore$  圆心  $O$  到直线  $l$  的距离大于半径,  $\therefore$  直线  $l$  与  $\odot O$  相离.

**17. D** 【解析】连结  $OA, OB.$   $\because PA, PB$  分别与  $\odot O$  相切于  $A, B$  两点,  $DE$  与  $\odot O$  相切于点  $C, \therefore PA = PB, DA = DC, EC = EB, OA \perp PA, OB \perp PB, \therefore DC + EC = DA + EB, \therefore DE = DA + BE, \therefore \triangle PDE$  的周长为  $PD + PE + DE = PD + PE + DA + BE = PA + PB = 2PA = 2 \times 9 = 18.$   $\because \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ, \therefore \angle AOB = 360^\circ - \angle OAP - \angle OBP - \angle P = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 130^\circ, \therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 130^\circ) = 115^\circ.$

**18.  $\frac{12}{5}$**  【解析】连结  $AC, OC,$  如图.  $\because CD$  是  $\odot O$  的切线,  $\therefore OC \perp CD. \therefore AD \perp CD, \therefore OC \parallel AE, \therefore \angle E = \angle OCB. \because OC = OB, \therefore \angle OCB = \angle B, \therefore \angle E = \angle OBC, \therefore AE = AB. \because AB$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ACB = \angle ACE = 90^\circ.$  在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\because AB = 5, BC = 3, \therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 4. \therefore AC \perp BE, \therefore EC = BC = 3. \therefore S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times CD \times AE = \frac{1}{2} \times AC \times CE, AB = AE = 5, \therefore \frac{1}{2} \times CD \times 5 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3, \therefore CD = \frac{12}{5},$  故答案为  $\frac{12}{5}.$

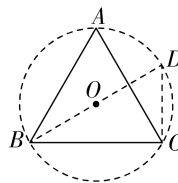


**19. 【解】**(1) 直线  $BC$  与  $\odot O$  的位置关系是相切, 理由: 连结  $OD. \because OA = OD, \therefore \angle OAD = \angle ODA.$

$\because AD$  平分  $\angle CAB, \therefore \angle OAD = \angle CAD,$   
 $\therefore \angle ODA = \angle CAD, \therefore OD \parallel AC.$   
 $\because \angle C = 90^\circ, \therefore \angle ODB = 90^\circ,$  即  $OD \perp BC.$   
 $\because OD$  为半径,  
 $\therefore$  直线  $BC$  与  $\odot O$  的位置关系是相切.

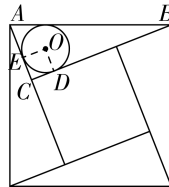
(2) 连结  $OD.$  设  $\odot O$  的半径为  $R,$  则  $OD = OF = R.$   
 在  $\text{Rt} \triangle BDO$  中, 由勾股定理得  $OB^2 = BD^2 + OD^2,$   
 即  $(R+3)^2 = (3\sqrt{3})^2 + R^2,$   
 解得  $R = 3,$  即  $\odot O$  的半径是 3.

**20. B** 【解析】作  $\triangle ABC$  的外接圆  $\odot O,$  作直径  $BD,$  连结  $CD,$  如图.  $\because BD$  为直径,  $\therefore \angle BCD = 90^\circ. \because \angle D = \angle A = 60^\circ, \therefore CD = \frac{\sqrt{3}}{3} BC = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ cm}, \therefore BD = 2CD = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}, \therefore \odot O$



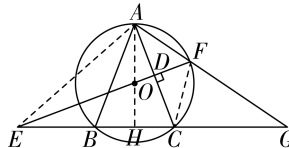
的半径为  $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ cm}, \therefore$  能够将  $\triangle ABC$  完全覆盖的最小圆形纸片的半径为  $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ cm}.$

**21.  $2\sqrt{7}$**  【解析】如图, 设内切圆的圆心为  $O, D, E$  分别为  $\odot O$  与  $\triangle ABC$  的边  $BC, AC$  的切点, 连结  $OE, OD,$  则四边形  $EODC$  为正方形,  $\therefore OE = OD = 1 = \frac{AC + BC - AB}{2}, \therefore AC + BC - AB = 2, \therefore AC + BC = AB + 2, \therefore (AC + BC)^2 = (AB + 2)^2, \therefore BC^2 + AC^2 + 2BC \times AC = AB^2 + 4AB + 4. \because BC^2 + AC^2 = AB^2, AB^2 = 64, \therefore 2BC \times AC = 36, \therefore$  小正方形的面积为  $(BC - AC)^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \times AC = AB^2 - 2BC \times AC = 64 - 36 = 28, \therefore$  小正方形的边长为  $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$  故答案为  $2\sqrt{7}.$



**22. (1) 【证明】** 连结  $CF,$  如图.

$\because$  过点  $O$  作  $AC$  的垂线, 垂足为  $D,$  交  $\widehat{AC}$  于点  $F,$   
 $\therefore \widehat{AF} = \widehat{CF}, \therefore \angle FAC = \angle ACF.$   
 $\because AB = AC, \therefore \angle ABC = \angle ACB.$   
 $\because$  易得  $\angle GFC = \angle ABC, \therefore \angle GFC = \angle ACB.$   
 $\because \angle G = 180^\circ - \angle GFC - \angle GCF, \angle ACF = 180^\circ - \angle ACB - \angle FCG,$   
 $\therefore \angle ACF = \angle G, \therefore \angle CAF = \angle G, \therefore AC = CG.$



(2) 【解】连结  $AE,$  过  $A$  作  $AH \perp BC$  于  $H,$  如图.

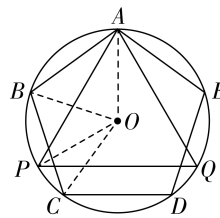
$\because AB = AC, \therefore BH = CH, \widehat{AB} = \widehat{AC}, \therefore AH$  过点  $O.$   
 $\because BE = CG, \therefore EH = GH, AB = BE = AC = CG,$   
 $\therefore AE = AG, \therefore \angle AEB = \angle BAE = \angle G = \angle CAG.$   
 $\because EF \perp AC, \therefore AD = CD,$   
 $\therefore AE = EC, \therefore \angle AED = \angle CED.$

设  $\angle AED = \angle CED = \alpha, \therefore \angle ACB = \angle ABC = \angle AEB + \angle BAE = 4\alpha.$   
 $\because \angle CDE = 90^\circ, \therefore \alpha + 4\alpha = 90^\circ, \therefore \alpha = 18^\circ,$

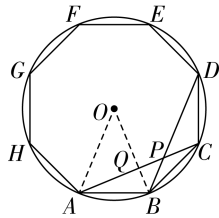
$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 72^\circ,$   
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 36^\circ.$

**23. D** 【解析】正六边形  $ABCDEF$  的面积为  $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2,$  故选 D.

**24. 24** 【解析】如图, 连结  $OA, OB, OC, OP.$   $\because$  正五边形  $ABCDE$  和正三角形  $APQ$  都内接于  $\odot O, \therefore \angle AOP = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ, \angle AOB = \angle BOC = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ,$   
 $\therefore \angle POC = 72^\circ - (120^\circ - 72^\circ) = 24^\circ, \therefore \widehat{PC}$  的度数为  $24^\circ.$  故答案为 24.



(第 24 题图)

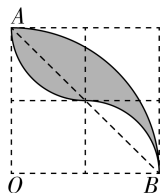


(第 25 题图)

**25. ④** 【解析】如图, 连结  $OA, OB, OB$  与  $AC$  交于点  $Q.$  由题意可知,  $QA = QC, OB \perp AC. \because$  多边形  $ABCDEFGH$  是正八边形,  $\therefore \angle AOB = 360^\circ \div 8 = 45^\circ,$   
 $\therefore QA = OQ = OA \sin \angle AOB = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore QB = OB - OQ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, AC = 2QA = \sqrt{2},$  故①正确.  $\because \widehat{AFD}$  所对的圆心角为  $5 \angle AOB = 225^\circ, \therefore \widehat{AFD}$  所对的圆周角为  $\angle ABD = \frac{1}{2} \times 225^\circ = 112.5^\circ. \because \angle BAC = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ, \therefore \angle APD = \angle ABD + \angle BAC = 135^\circ,$  故②正确.  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot QB = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2} - 1}{2},$  故③正确.  $\because OA = OB = 1, \angle AOB = 45^\circ, \therefore AB \neq 1,$  故④错误. 故答案为④.

**26.  $\pi + 4$**  【解析】由折叠的性质可知,  $OC = CD, OB = BD = 2, \therefore$  阴影部分的周长为  $AC + CD + BD + l_{\widehat{AB}} = OA + OB + \frac{90\pi \times 2}{180} = 2 + 2 + \pi = \pi + 4.$

**27.  $\pi - 2$**  【解析】如图, 连结  $AB,$  根据图形可知, 阴影图形的面积为  $S_{\text{扇形}AOB} - S_{\triangle AOB} = \frac{90\pi \times 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \pi - 2.$

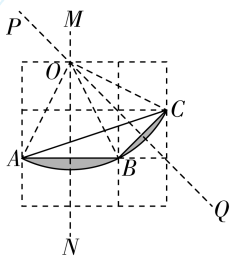


### 重难上分

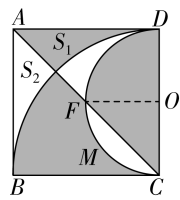
## 上分专题 (三) 与扇形有关的不规则图形面积

**1. D** 【解析】如图, 作  $AB$  的垂直平分线  $MN$  和  $BC$  的垂直平分线  $PQ,$  设  $MN$  与  $PQ$  交于点  $O,$  则点  $O$  是  $\triangle ABC$  外接圆的圆心, 连结  $OA, OB, OC.$  由图得  $OA^2 = 5, OC^2 = 5, AC^2 = 10, \therefore OA^2 + OC^2 = AC^2, \therefore \triangle AOC$  是直角三角形,  $\angle AOC = 90^\circ. \because AO = OC = \sqrt{5}, \therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形}AOC} - S_{\triangle AOC} - S_{\triangle ABC} = \frac{90\pi \times (\sqrt{5})^2}{360} - \frac{1}{2} OA \cdot OC - \frac{1}{2} AB \cdot 1 = \frac{5\pi}{4} - \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = \frac{5\pi}{4} - \frac{7}{2}.$





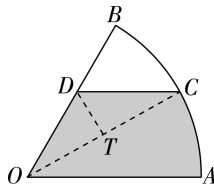
(第1题图)



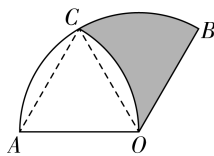
(第2题图)

**2. B** 【解析】如图,取  $CD$  中点  $O$ ,连结  $OF$ .  $\because$  正方形的边长为 4,  $\therefore CD=4$ ,  $\therefore OC=OD=2$ .  $\because$  扇形  $OFC$  的面积为  $\frac{90\pi \times 2^2}{360} = \pi$ ,  $\triangle OFC$  的面积为  $\frac{1}{2}OF \cdot OC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ,  $\therefore$  弓形  $CMF$  的面积为扇形  $OFC$  的面积  $- \triangle OFC$  的面积  $= \pi - 2$ .  $\because \triangle ABC$  的面积为  $\frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ , 半圆的面积为  $\frac{1}{2}\pi \times 2^2 = 2\pi$ ,  $S_1 = S_2$ ,  $\therefore$  阴影部分的面积为  $\triangle ABC$  的面积  $+ \text{半圆的面积} - \text{弓形 } CMF \text{ 的面积} \times 2 = 8 + 2\pi - 2(\pi - 2) = 12$ . 故选 B.

**3.  $\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$**  【解析】如图,连结  $OC$ ,过点  $D$  作  $DT \perp OC$  于点  $T$ .  $\because C$  是  $\widehat{AB}$  的中点,  $\therefore \widehat{BC} = \widehat{AC}$ ,  $\therefore \angle BOC = \angle AOC = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ$ .  $\because CD \parallel OA$ ,  $\therefore \angle DCO = \angle AOC = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle DOC = \angle DCO$ ,  $\therefore DO = DC$ .  $\because DT \perp OC$ ,  $\therefore OT = CT = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\therefore DT = OT \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形 } AOC} + S_{\triangle CDO} = \frac{30 \cdot \pi \times (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{360} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ . 故答案为  $\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ .



**4.  $\sqrt{3}$**  【解析】如图,连结  $OC, AC$ . 由题意得  $\triangle AOC$  是等边三角形,  $\therefore \angle AOC = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle BOC = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ ,  $\therefore S_{\text{扇形 } OBC} = S_{\text{扇形 } AOC}$ .  $\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{\sqrt{3}}{4}AO^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3}$ ,  $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 } OBC} + S_{\triangle AOC} - S_{\text{扇形 } AOC} = \sqrt{3}$ .

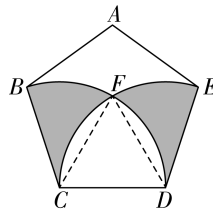


**上分总结 | 和差法计算面积**

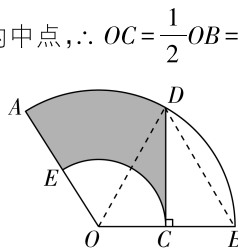
把不规则图形的面积转化为几个规则图形的面积的和或差进行计算.

**5.  $3\sqrt{3} + 3\pi$**  【解析】 $\because \angle AOB = 120^\circ, OA = OB$ ,  $\therefore \angle OAB = \angle OBA = 30^\circ$ .  $\because OC \perp AO$ ,  $\therefore \angle AOD = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BOD = 30^\circ$ ,  $\therefore DO = DB$ . 在  $\text{Rt} \triangle AOD$  中,  $\angle OAD = 30^\circ$ ,  $\therefore OD = \frac{\sqrt{3}}{3}OA = 2\sqrt{3}$ ,  $OD = \frac{1}{2}AD$ ,  $\therefore BD = \frac{1}{2}AD$ .  $\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ ,  $\therefore S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2}S_{\triangle AOD} = 3\sqrt{3}$ ,  $\therefore$  阴影部分的面积为  $S_{\triangle AOD} + S_{\text{扇形 } BOC} - S_{\triangle BOD} = 6\sqrt{3} + \frac{30\pi \times 6^2}{360} - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 3\pi$ . 故答案为  $3\sqrt{3} + 3\pi$ .

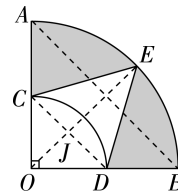
**6.  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{15}$**  【解析】连结  $CF, DF$ , 如图.  $\because$  五边形  $ABCDE$  是正五边形,  $\therefore \angle BCD = \angle CDE = \angle AED = \angle ABC = \angle A = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$ ,  $BC = CD = DE = AB = AE = 1$ .  $\because$  分别以点  $C, D$  为圆心,  $CD$  长为半径画弧, 两弧交于点  $F$ ,  $\therefore CF = DF = CD$ ,  $\therefore \triangle CDF$  是等边三角形,  $\therefore \angle FCD = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle BCF = \angle BCD - \angle FCD = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$ ,  $\therefore$  扇形  $BCF$  的面积为  $\frac{48\pi \times 1}{360} = \frac{2\pi}{15}$ ,  $\triangle CDF$  的面积为  $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ , 扇形  $DCF$  的面积为  $\frac{60\pi \times 1^2}{360} = \frac{\pi}{6}$ ,  $\therefore$  图中阴影部分的面积为  $2 \times \frac{2\pi}{15} + \frac{\sqrt{3}}{4} - 2 \times \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{15}$ .



**7.  $18\sqrt{3} + 12\pi$**  【解析】如图,连结  $OD, BD$ .  $\because$  点  $C$  为  $OB$  的中点,  $\therefore OC = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}OD = 6$ .  $\because CD \perp OB$ ,  $\therefore \angle CDO = 30^\circ$ ,  $\angle DOC = 60^\circ$ ,  $\therefore \triangle BDO$  为等边三角形,  $\therefore CD = 6\sqrt{3}$ ,  $\therefore S_{\text{扇形 } BOD} = \frac{60\pi \times 12^2}{360} = 24\pi$ ,  $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 } AOB} - S_{\text{扇形 } COE} - (S_{\text{扇形 } BOD} - S_{\triangle COD}) = \frac{120\pi \times 12^2}{360} - \frac{120\pi \times 6^2}{360} - (24\pi - \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3}) = 18\sqrt{3} + 12\pi$ , 故答案为  $18\sqrt{3} + 12\pi$ .



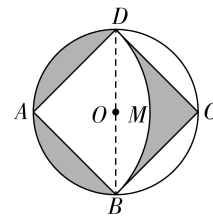
**8.  $4\pi - 4\sqrt{2}$**  【解析】如图,连结  $AB, CD, OE$ ,  $OE$  交  $CD$  于  $J$ . 根据题意可得  $OC = AC, OD = DB$ ,  $\therefore CD \parallel AB$ .  $\because \widehat{AE} = \widehat{BE}$ ,  $\therefore OE \perp AB$ ,  $\therefore CD \perp OE$ .  $\because OC = OD = 2, \angle COD = 90^\circ$ ,  $\therefore$  易得  $CJ = OJ$ .  $\because CD = \sqrt{OC^2 + OD^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ ,  $\therefore S_{\text{四边形 } OCED} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot OE = 4\sqrt{2}$ ,  $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 } AOB} - S_{\text{四边形 } OCED} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 4^2 - 4\sqrt{2} = 4\pi - 4\sqrt{2}$ . 故答案为  $4\pi - 4\sqrt{2}$ .



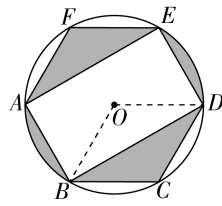
**9. 【解】** $20^2 - \frac{90\pi \times 20^2}{360} + \pi \times 10^2 = 400 - 100\pi + 100\pi = 400$ . 答:阴影部分的面积是 400.

**10. C** 【解析】 $\because$  正方形  $ABCD$  的边长为 2,  $\therefore$  正方形  $ABCD$  的面积为 4,  $\odot O$  的半径为  $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ . 根据圆的对称性和正方形的对称性,得阴影部分的面积等于圆的面积与正方形面积差的一半,故  $S_{\text{阴影}} = \frac{(\sqrt{2})^2 \pi - 4}{2} = \pi - 2$ , 故选 C.

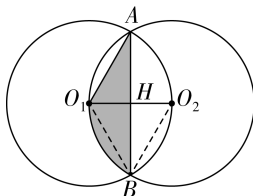
**11. B** 【解析】如图,连结  $BD$ , 则  $BD$  是  $\odot O$  的直径.  $\because AB = \sqrt{2} = AD$ ,  $\therefore BD = 2$ , 即  $\odot O$  的半径为 1,  $\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{半圆}} - S_{\text{弓形 } DMB} = \frac{1}{2}\pi \times 1^2 - \left[ \frac{90\pi \times (\sqrt{2})^2}{360} - \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \right] = \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\pi + 1 = 1$ .



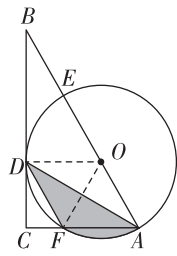
**12. D** 【解析】如图,连结  $OB, OD$ .  $\because$  正六边形  $ABCDEF$  内接于  $\odot O$ ,  $\therefore$  易得  $\angle AFE = 120^\circ, \angle BOD = 120^\circ, OB = OD = EF = AF$ . 在  $\triangle AFE$  与  $\triangle BOD$  中,  $\begin{cases} AF = BO, \\ \angle AFE = \angle BOD, \\ FE = OD, \end{cases}$   $\therefore \triangle AFE \cong \triangle BOD$  (SAS),  $\therefore$  阴影部分的面积与扇形  $BOD$  的面积相等,  $\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{120 \times \pi \times 3^2}{360} = 3\pi$ , 故选 D.



**13. D** 【解析】设  $O_1O_2$  与  $AB$  交于点  $H$ , 连结  $BO_1, BO_2$ , 如图.  $\because \odot O_1$  和  $\odot O_2$  是等圆,  $\odot O_1$  经过  $\odot O_2$  的圆心  $O_2$ ,  $\therefore BO_1 = BO_2 = O_1O_2$ ,  $\therefore \angle BO_2O_1 = 60^\circ$ .  $\because$  易得  $O_1O_2 \perp AB$ ,  $\therefore HO_1 = HO_2, AH = BH$ .  $\therefore \angle AHO_1 = \angle BHO_2 = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle AHO_1 \cong \triangle BHO_2$ ,  $\therefore S_{\triangle AHO_1} = S_{\triangle BHO_2}$ ,  $\therefore$  阴影部分的面积 = 扇形  $O_2O_1B$  的面积.  $\because$  扇形  $O_2O_1B$  的面积为  $\frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3}$ ,  $\therefore$  阴影部分的面积为  $\frac{2\pi}{3}$ .



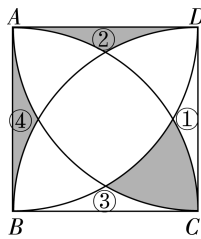
**14. C** 【解析】如图,连结  $OD, OF$ .  $\because AD$  是  $\angle BAC$  的平分线,  $\therefore \angle DAB = \angle DAC$ .  $\because OD = OA$ ,  $\therefore \angle ODA = \angle OAD$ ,  $\therefore \angle ODA = \angle DAC$ ,  $\therefore OD \parallel AC$ ,  $\therefore \angle ODB = \angle C = 90^\circ$ ,  $\therefore S_{\triangle AFD} = S_{\triangle OFA}$ ,  $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 } OFA}$ .  $\because OD = OA = 2, AB = 6$ ,  $\therefore OB = 4$ ,  $\therefore OB = 2OD$ ,  $\therefore \angle B = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle BAC = 60^\circ$ .  $\because OF = OA$ ,  $\therefore \triangle AOF$  是等边三角形,  $\therefore \angle AOF = 60^\circ$ ,  $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 } OFA} = \frac{60\pi \cdot 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3}$ . 故选 C.



**上分总结 | 等积法计算面积**

由同底等高的三角形面积相等,将不规则阴影部分面积转化为扇形面积计算.

**15.  $36 - 9\pi$**  【解析】如图,由对称性可知,图形①②③④的面积相等,所以  $S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{正方形}} - S_{\text{扇形 } ABD} = 36 - \frac{90\pi \times 6^2}{360} = 36 - 9\pi$ , 故答案为  $36 - 9\pi$ .

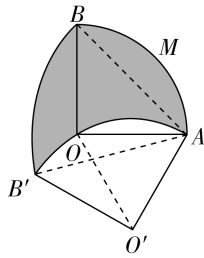


**16.  $\pi$**  【解析】 $\because$  四边形  $ABCD$  为正方形,  $\therefore AD = BC, OA = OB = OC = OD$ ,  $\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB$  (SSS),  $\therefore S_{\triangle AOD} = S_{\triangle COB}$ .  $\because$  正方形的边长为 2,  $\therefore BD = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ ,  $\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形 } DBE} = \frac{45\pi \times (2\sqrt{2})^2}{360} = \pi$ . 故答案为  $\pi$ .

**17.  $\frac{2\pi}{3}$**  【解析】连结  $AO, BC$ .  $\because \angle BAC = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 60^\circ$ . 又  $\because OB = OC$ ,  $\therefore \triangle BOC$  是等边三角形,  $\therefore \angle CBO = 60^\circ$ .  $\because$  点  $B$  是  $\widehat{AC}$  的中

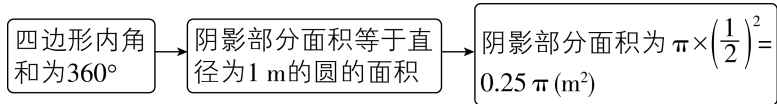
点,  $\therefore \angle AOB = \angle BOC = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle AOB = \angle CBO$ ,  $\therefore AO \parallel BC$ ,  $\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OBC}$ ,  
 $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}OBC} = \frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3}$ .

18. 60  $3\pi$  【解析】如图, 连结  $OO'$ ,  $AB$ ,  $AB'$ . 由旋转的性质可知  $OA = O'A$ . 又  $\because OO' = O'A$ ,  $\therefore \triangle OO'A$  为等边三角形,  $\therefore n = 60$ .  $\because n^\circ = \angle BAB' = 60^\circ$ ,  $S_{\text{弓形}AMB} = S_{\text{弓形}AOB'}$ , 且  $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 3\sqrt{2}$ ,  $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}BAB'} = \frac{60\pi \times (3\sqrt{2})^2}{360} = 3\pi$ . 故答案为  $60, 3\pi$ .



19. 【解】连结  $OB$ ,  $OC$ .  $\because BC \parallel OA$ ,  $\therefore \triangle OBC$  和  $\triangle ABC$  同底等高,  $\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OBC}$ ,  $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}OBC}$ .  $\because AB$  是  $\odot O$  的切线,  $\therefore OB \perp AB$ .  $\because OA = 4$ ,  $OB = 2$ ,  $\therefore \angle OAB = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle AOB = 60^\circ$ .  $\because BC \parallel OA$ ,  $\therefore \angle OBC = \angle AOB = 60^\circ$ .  $\because OB = OC$ ,  $\therefore \triangle OBC$  是等边三角形,  $\therefore \angle COB = 60^\circ$ ,  $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}OBC} = \frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3}$ .

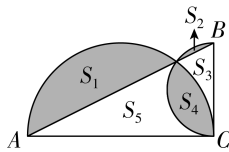
20. C 【解析】



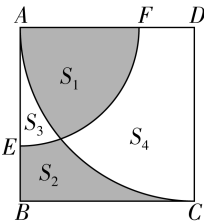
21. B 【解析】 $\because$  多边形的外角和为  $360^\circ$ ,  $\therefore$  题图中阴影部分的面积为  $\frac{360\pi \times 1^2}{360} = \pi (\text{cm}^2)$ .

22. C 【解析】 $\because \angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC = 2\sqrt{2}$ ,  $\therefore \angle A = \angle B = 45^\circ$ ,  $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}CAE} + S_{\text{扇形}CBF} - S_{\triangle ABC} = \frac{45 \times \pi \times (2\sqrt{2})^2}{360} + \frac{45 \times \pi \times (2\sqrt{2})^2}{360} - \frac{2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\pi - 4$ . 故选 C.

23. B 【解析】设各个部分的面积为  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$ , 如图所示.  $\because$  两个半圆的面积和是  $S_1 + S_5 + S_4 + S_2 + S_3 + S_4$ ,  $\triangle ABC$  的面积是  $S_3 + S_4 + S_5$ , 阴影部分的面积是  $S_1 + S_2 + S_4$ ,  $\therefore$  图中阴影部分的面积为两个半圆的面积减去  $\triangle ABC$  的面积, 即阴影部分的面积为  $\frac{1}{2}\pi \times 16 + \frac{1}{2}\pi \times 4 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 10\pi - 16$ . 故选 B.



24.  $\frac{13}{4}\pi - 9$  【解析】如图,  $\because S_{\text{正方形}ABCD} = 3 \times 3 = 9$ ,  $S_{\text{扇形}ADC} = \frac{90\pi \times 3^2}{360} = \frac{9\pi}{4}$ ,  $S_{\text{扇形}EAF} = \frac{90\pi \times 2^2}{360} = \pi$ ,  $S_{\text{扇形}EAF} - (S_{\text{正方形}ABCD} - S_{\text{扇形}ADC}) = (S_1 + S_3) - [(S_1 + S_2 + S_3 + S_4) - (S_1 + S_4)] = S_1 - S_2$ ,  $\therefore S_1 - S_2 = S_{\text{扇形}EAF} - (S_{\text{正方形}ABCD} - S_{\text{扇形}ADC}) = \pi - \left(9 - \frac{9\pi}{4}\right) = \frac{13}{4}\pi - 9$ . 故答案为  $\frac{13}{4}\pi - 9$ .



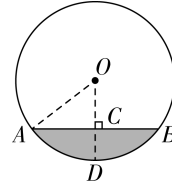
$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$ .

2. D 【解析】连结  $OC$ .  $\because OB = OC$ ,  $\therefore \angle OCB = \angle B = 58^\circ$ ,  $\therefore \angle BOC = 180^\circ - 58^\circ \times 2 = 64^\circ$ ,  $\therefore \widehat{BC}$  的长为  $\frac{64\pi \times 5}{180} = \frac{16}{9}\pi$ .

3. B 【解析】连结  $OA, OC$ .  $\because OP \perp CD$ ,  $CD \parallel AB$ ,  $\therefore OP \perp AB$ ,  $CN = DN = 8$ ,  $\therefore AM = MB = 10$ . 设  $OA = OC = r$ ,  $OM = MN = a$ , 则有  $\begin{cases} r^2 = 10^2 + a^2, \\ r^2 = 8^2 + (2a)^2, \end{cases} \therefore r = 4\sqrt{7}$ .

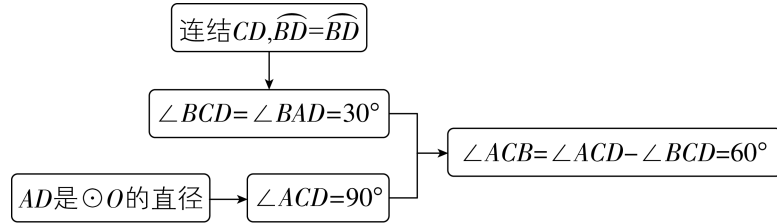
4. 16 【解析】如图, 过点  $O$  作  $OD \perp AB$  于点  $C$ , 交  $\odot O$  于点

$D$ , 连结  $OA$ ,  $\therefore AC = BC = \frac{1}{2}AB$ . 由题意知,  $OA = 10$  cm,  $CD = 4$  cm,  $\therefore OC = 6$  cm. 在  $\text{Rt} \triangle AOC$  中,  $AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = 8$  cm,  $\therefore AB = 2AC = 16$  cm.



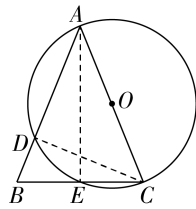
5. C 【解析】连结  $CD$ .  $\because BC$  是半圆  $O$  的直径,  $\therefore \angle BDC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle ACD = 90^\circ - \angle A = 20^\circ$ ,  $\therefore \angle DOE = 2\angle ACD = 40^\circ$ .

6. D 【解析】

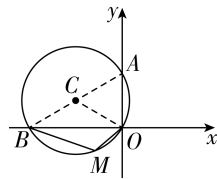


7. (1) 【证明】连结  $AE$ , 如图.  $\because AC$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle AEC = 90^\circ$ ,  $\therefore AE \perp BC$ , 而  $AB = AC$ ,  $\therefore BE = CE$ .

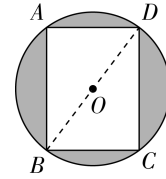
(2) 【解】连结  $CD$ , 如图.  $\because AC$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle CDB = 90^\circ$ . 由 (1) 知  $BE = CE$ ,  $\therefore BC = 2BE = 6$ .  $\because \angle B = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle BCD = 30^\circ$ ,  $\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 3$ .



(第7题图)



(第8题图)

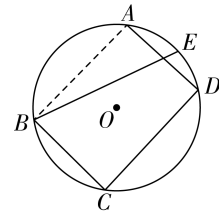


(第9题图)

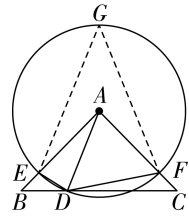
8. D 【解析】如图, 连结  $OC, AB$ .  $\because A(0, 4)$ ,  $\therefore OA = 4$ .  $\because \angle AOB = 90^\circ$ ,  $\therefore AB$  为  $\odot C$  的直径.  $\because \angle BMO = 120^\circ$ ,  $\therefore \angle BAO = 60^\circ$ .  $\because AC = OC$ ,  $\therefore \triangle AOC$  是等边三角形,  $\therefore OC = OA = 4$ .

9.  $\frac{25}{4}\pi - 12$  【解析】如图, 连结  $BD$ .  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,  $\therefore \angle BCD = \angle BAD = 90^\circ$ ,  $\therefore BD$  是  $\odot O$  的直径.  $\because AB = 4$ ,  $AD = 3$ ,  $\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 5$ ,  $\therefore \odot O$  的半径为  $\frac{5}{2}$ ,  $\therefore \odot O$  的面积为  $\frac{25}{4}\pi$ .  $\because$  矩形的面积为  $3 \times 4 = 12$ ,  $\therefore$  阴影部分的面积为  $\frac{25}{4}\pi - 12$ . 故答案为  $\frac{25}{4}\pi - 12$ .

10. D 【解析】如图, 连结  $AB$ .  $\because$  弧  $AE$  的度数为  $40^\circ$ ,  $\therefore \angle ABE = 20^\circ$ .  $\because$  四边形  $ABCD$  为  $\odot O$  的内接四边形,  $\therefore \angle ABC + \angle D = 180^\circ$ ,  $\therefore \angle EBC + \angle D = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$ , 故选 D.



(第10题图)



(第11题图)

11. 【解】(1)  $\angle BDE + \angle CDF$  的值是定值.

如图, 在  $\odot A$  上取一点  $G$ , 连结  $EG, FG$ , 则四边形  $EDFG$  是圆内接四边形.  $\because AB = AC$ ,  $\angle B = 50^\circ$ ,  $\therefore \angle C = \angle B = 50^\circ$ ,  $\therefore \angle BAC = 180^\circ - 2\angle B = 80^\circ$ ,  $\therefore \angle G = \frac{1}{2}\angle BAC = 40^\circ$ ,  $\therefore \angle EDF = 180^\circ - \angle G = 140^\circ$ .  $\because \angle AED, \angle AFD$  分别是  $\triangle BED, \triangle FCD$  的一个外角,  $\therefore \angle AED = \angle B + \angle BDE = 50^\circ + \angle BDE$ ,  $\angle AFD = \angle C + \angle CDF = 50^\circ + \angle CDF$ .  $\because AE = AD = AF$ ,  $\therefore \angle EDA = \angle AED = 50^\circ + \angle BDE$ ,  $\angle FDA = \angle AFD = 50^\circ + \angle CDF$ ,  $\therefore \angle EDF = \angle EDA + \angle FDA = 100^\circ + \angle BDE + \angle CDF = 140^\circ$ ,  $\therefore \angle BDE + \angle CDF = 40^\circ$ .

(2) 选择①  $DE \parallel AC$ , ③  $D$  为  $BC$  的中点为条件.  $\because AB = AC$ ,  $D$  为  $BC$  的中点,  $\therefore AD \perp BC$ ,  $\angle BAD = \angle CAD$ .  $\because AE = AD = AF$ ,  $\therefore \angle AED = \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAD)$ ,  $\angle ADF = \angle AFD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle CAD)$ ,  $\therefore \angle AED = \angle ADE = \angle ADF = \angle AFD$ .  $\because DE \parallel AC$ ,  $\therefore \angle EDA = \angle DAF$ ,  $\therefore \angle FAD = \angle ADF = \angle AFD = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle FDC = \angle ADC - \angle ADF = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ . (选择①②亦可)

12. A 【解析】连结  $OA$ . 由圆周角定理得  $\angle AOP = 2\angle B = 50^\circ$ .  $\because PA$  是  $\odot O$  的切线,  $\therefore \angle OAP = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle P = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ .

13. D 【解析】连结  $OA$ .  $\because PA, PB$  是  $\odot O$  的切线, 切点分别是  $A, B$ ,  $\therefore \angle OAP = 90^\circ$ ,  $\angle OPA = \angle OPB = 30^\circ$ ,  $\therefore \angle AOP = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC = 30^\circ$ .

14. (1) 【证明】连结  $OA$ .  $\because CA$  为  $\odot O$  的切线,  $\therefore OA \perp AC$ ,  $\therefore \angle OAC = 90^\circ$ .

$\because DE \perp AC$ ,  $\therefore OA \parallel DE$ .

$\because OD \parallel AC$ ,  $\therefore$  四边形  $ODEA$  为矩形,  $\therefore OD = AE$ .

(2) 【解】连结  $OA, OB$ .  $\because BC$  为  $\odot O$  的切线,  $\therefore OB \perp BC$ ,  $\therefore \angle OBC = 90^\circ$ .

由 (1) 知四边形  $ODEA$  为矩形,  $\therefore DE = OA = OB = 3$ ,  $\angle ODE = 90^\circ$ .

$\because OD \parallel AC$ ,  $\therefore \angle C = \angle ODB$ .

在  $\triangle EDC$  和  $\triangle BOD$  中,  $\begin{cases} \angle C = \angle ODB, \\ \angle CED = \angle OBD = 90^\circ, \\ ED = BO, \end{cases}$

$\therefore \triangle BOD \cong \triangle EDC$  (AAS),  $\therefore OD = CD$ .

$\because CA, CB$  分别与  $\odot O$  相切于点  $A, B, \therefore CB=CA=9$ .

设  $OD=x$ , 则  $CD=x, BD=9-x$ .

在  $\text{Rt}\triangle OBD$  中,  $3^2+(9-x)^2=x^2$ , 解得  $x=5$ , 即  $OD=5$ .

15. 【解】直线  $BC$  与圆  $O$  相切, 理由: 连结  $OB$ .

$\because OA=OB, \therefore \angle A=\angle OBA. \because CP=CB, \therefore \angle CPB=\angle CBP$ .

$\because \angle APO=\angle CPB, \therefore \angle APO=\angle CBP. \because OC\perp OA, \therefore \angle A+\angle APO=90^\circ$ ,

$\therefore \angle OBA+\angle CBP=90^\circ, \therefore \angle OBC=90^\circ$ , 即  $OB\perp BC$ .

$\because OB$  为半径,  $\therefore$  直线  $BC$  与圆  $O$  相切.

16. 【解】(1) 连结  $OC. \because OA=OC, \therefore \angle OAC=\angle OCA$ .

$\because \angle DAC=\angle BAC, \therefore \angle DAC=\angle OCA, \therefore AD\parallel OC$ .

$\because EF\perp AD, \therefore EF\perp OC. \because OC$  为  $\odot O$  的半径,  $\therefore EF$  是  $\odot O$  的切线.

(2)  $\because AB$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ACB=90^\circ$ .

$\because \angle CAO=30^\circ, BC=2, \therefore AB=2BC=4, \therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=2\sqrt{3}$ .

$\because \angle DAC=\angle BAC=30^\circ, \therefore$  在  $\text{Rt}\triangle AEC$  中,  $EC=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}$ .

17. (1) 【证明】如图, 连结  $OB, OD$ , 则  $OB=OD, \therefore \angle OBD=\angle ODB$ .

$\because \angle OBD+\angle ODB+\angle BOD=180^\circ, \therefore 2\angle OBD+\angle BOD=180^\circ, \therefore \angle OBD+\frac{1}{2}\angle BOD=90^\circ. \because \angle DBE=\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD, \therefore \angle OBE=\angle OBD+\angle DBE=$

$90^\circ. \because OB$  是  $\odot O$  的半径, 且  $BE\perp OB, \therefore BE$  为  $\odot O$  的切线.

(2) 【解】设  $OD$  交  $BC$  于点  $F$ , 如图.

$\because \angle BAC$  的平分线交  $\odot O$  于点  $D, BC=8, BD=5$ ,

$\therefore \angle BAD=\angle CAD, \therefore \widehat{BD}=\widehat{CD}, \therefore OD$  垂直平分  $BC$ ,

$\therefore \angle DFB=\angle OFB=90^\circ, BF=CF=\frac{1}{2}BC=4$ ,

$\therefore DF=\sqrt{BD^2-BF^2}=3, \therefore OF=OD-3=OB-3$ .

$\because BF^2+OF^2=OB^2, \therefore 4^2+(OB-3)^2=OB^2$ , 解得  $OB=\frac{25}{6}$ ,

$\therefore BF^2+OF^2=OB^2, \therefore 4^2+(OB-3)^2=OB^2$ , 解得  $OB=\frac{25}{6}$ ,

$\therefore \odot O$  的半径为  $\frac{25}{6}$ .

18. 【证明】如图, 过点  $O$  作  $OE\perp AC$  于点  $E$ , 连结  $OD, OA$ .

$\because AB$  与  $\odot O$  相切于点  $D, \therefore OD\perp AB$ .

$\because \triangle ABC$  为等腰三角形,  $O$  是底边  $BC$  的中点,

$\therefore \angle BAO=\angle CAO$ .

在  $\triangle ADO$  与  $\triangle AEO$  中,  $\begin{cases} \angle ADO=\angle AEO=90^\circ, \\ \angle DAO=\angle EAO, \\ AO=AO, \end{cases}$

$\therefore \triangle ADO\cong\triangle AEO, \therefore OD=OE$ , 即  $OE$  是  $\odot O$  的半径,

$\therefore AC$  经过  $\odot O$  的半径  $OE$  的外端点且垂直于  $OE, \therefore AC$  是  $\odot O$  的切线.

19. 【解】(1)  $AC$  与  $\odot O$  相切. 理由如下:

过点  $O$  作  $OD\perp AC$  于点  $D. \because \angle ABC=90^\circ, \therefore OB\perp CB$ .

又  $\because CO$  平分  $\angle ACB, \therefore OD=OB$ ,

$\therefore OD$  是  $\odot O$  的半径,  $\therefore AC$  与  $\odot O$  相切.

(2) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AC=10, BC=6, \therefore AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=8$ .

$\because OD\perp AC, \therefore \angle ODA=\angle B=90^\circ$ .

又  $\because \angle A=\angle A, \therefore \triangle AOD\sim\triangle ACB, \therefore \frac{OD}{BC}=\frac{AO}{AC}$ .

设  $\odot O$  的半径为  $x$ , 则  $\frac{x}{6}=\frac{8-x}{10}$ , 解得  $x=3$ , 即  $\odot O$  的半径为 3.

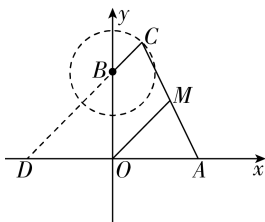
20.  $1+2\sqrt{2}$  【解析】 $\because C$  为坐标平面内一点,  $BC=2, \therefore$  点  $C$  在半径为 2 的  $\odot B$

上. 如图, 在  $x$  轴负半轴取一点  $D$ , 使  $OD=OA=4$ , 连结  $CD. \because$  点  $M$  为线段

$AC$  的中点,  $\therefore OM$  是  $\triangle ACD$  的中位线,  $\therefore OM=\frac{1}{2}CD, \therefore OM$  取最大值时,  $CD$

取最大值, 此时  $D, B, C$  三点共线. 在  $\text{Rt}\triangle OBD$  中,  $BD=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ ,

$\therefore CD=2+4\sqrt{2}, \therefore OM$  的最大值是  $1+2\sqrt{2}$ . 故答案为  $1+2\sqrt{2}$ .



### 上分点拨 | 定点定长作辅助圆

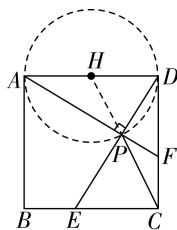
动点到定点距离为定长, 则动点在以定点为圆心, 定长为半径的圆上.

21.  $\sqrt{5}-1$  【解析】 $\because AF\perp DE, \therefore$  点  $P$  在以  $AD$  为直径的圆上. 如图, 取  $AD$  的中

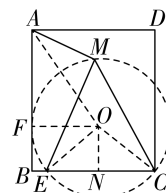
点  $H$ , 连结  $CH$ , 交  $\odot H$  于点  $P$ , 则此时  $PC$  的值最小.  $\because$  正方形的边长为

2,  $\therefore DC=2, DH=1, \therefore CH=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}. \because HP=1, \therefore CP=\sqrt{5}-1$ . 故答案为

$\sqrt{5}-1$ .



(第 21 题图)



(第 22 题图)

22.  $5-2\sqrt{2}$  【解析】如图, 作  $\triangle EMC$  的外接圆  $\odot O$ , 连结  $AO, CO, EO$ , 作  $OF\perp$

$AB, ON\perp BC$ , 垂足分别为  $F, N. \because BC=5$ , 点  $E$  在  $BC$  上, 且  $CE=4BE, \therefore BE=$

$1, EC=4. \because \angle CME=45^\circ, \therefore \angle EOC=90^\circ, \therefore OE=OC=2\sqrt{2}, ON=EN=CN=$

$2, \therefore BN=OF=3, BF=ON=2, \therefore AF=6-2=4$ . 在  $\text{Rt}\triangle AFO$  中,  $AO=\sqrt{3^2+4^2}=$

$5$ . 当点  $M$  是  $OA$  与  $\odot O$  的交点时,  $AM$  最小,  $\therefore AM$  的最小值为  $OA-OE=5-$

$2\sqrt{2}$ . 故答案为  $5-2\sqrt{2}$ .

## 卷 4 第 27 章提优验收卷 (B 卷)

### 答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	A	C	A	B	C	D	A	A

### 轻松评分数

11.  $20^\circ$  12.  $\frac{3}{2}\pi$  13. 14

14.  $(1, -2)$  15.  $2\sqrt{2}$  16.  $2\sqrt{3}$

17. (1) 【证明】 $\because$  八边形  $ABCDEFGH$  是  $\odot O$  的内

接正八边形,  $\therefore \widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}=\widehat{EF}=\widehat{FG}=\widehat{GH}=\widehat{HA}, \therefore \widehat{BD}=\widehat{AG}, \dots\dots\dots$  (2 分)

$\therefore \angle ABG=\angle BGD, \therefore DG\parallel AB. \dots\dots\dots$  (4 分)

(2) 【解】如图, 连结  $OD, OE, OF$ , 过点  $E, F$  分别作  $DG$  的垂线, 垂足为  $M, N$ , 则  $MN=EF=$

$AB=2. \because$  八边形  $ABCDEFGH$  是  $\odot O$  的内接正八边形,

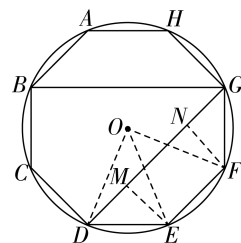
$\therefore \angle DOE=\angle EOF=\frac{360^\circ}{8}=45^\circ, \therefore \angle NGF=$

$\frac{1}{2}\angle DOF=45^\circ=\angle MDE. \dots\dots\dots$  (6 分)

在  $\text{Rt}\triangle MDE$  中,  $\angle MDE=45^\circ, DE=2$ ,

$\therefore MD=\frac{\sqrt{2}}{2}DE=\sqrt{2}$ . 同理,  $NG=\sqrt{2}$ ,

$\therefore DG=\sqrt{2}+2+\sqrt{2}=2\sqrt{2}+2. \dots\dots\dots$  (8 分)



18. 【解】(1)  $\because$  点  $D$  是  $\widehat{AB}$  的中点,  $DC\perp AB$ ,

$\therefore AC=BC=\frac{1}{2}AB=4, DC$  所在直线经过圆

心. 设石桥的主桥拱所在圆的圆心为  $O$ , 连结

$OA, OC$ , 则  $O, C, D$  共线. 如图. 设半径  $OA=$

$OD=R$  米, 则  $OC=OD-DC=(R-2)$  米.

$\dots\dots\dots$  (3 分)

在  $\text{Rt}\triangle ACO$  中,  $OA^2=AC^2+OC^2$ ,

$\therefore R^2=(R-2)^2+4^2$ , 解得  $R=5$ .

### 上分攻略 | 评分细则

第 11 题 ~ 16 题, 每题

4 分.

### 找准关键点

17. (2) 正确添加辅

助线构造直角三

角形, 利用圆内

接正八边形性质

计算  $DG=DM+$

$MN+NG$  是得分

关键点.

### 找准采分点

18. (1) 根据垂径定

理得到  $DC$  所在

直线经过主桥拱

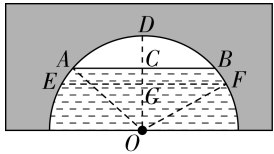
所在圆的圆心得

1 分.



### 答案及评分细则

答:主桥拱所在圆的半径为 5 米. …(5 分)



(2) 设下降后的水面为  $EF$ ,  $OD$  与  $EF$  相交于点  $G$ , 连结  $OF$ , 如图.  $\because EF \parallel AB, OD \perp AB$ ,  $\therefore OD \perp EF, \therefore EG = FG, \angle OGF = 90^\circ$ .

…………… (7 分)

在  $\text{Rt} \triangle OGF$  中,  $OG = 5 - 1 - 2 = 2, OF = 5$ ,

$\therefore FG = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}, \therefore EF = 2FG = 2\sqrt{21}$ .

答:此时水面的宽度为  $2\sqrt{21}$  米. …… (10 分)

19. 【解】(1)  $BE$  与  $\odot O$  相切, …… (1 分)

理由: 连结  $BO$ .  $\because OA = OB, \therefore \angle OAB = \angle OBA$ .  $\because AB$  平分  $\angle CAE, \therefore \angle OAB = \angle BAE, \therefore \angle OBA = \angle BAE$ . …… (2 分)

$\because BE \perp AD, \therefore \angle AEB = 90^\circ, \therefore \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ, \therefore \angle ABE + \angle OBA = 90^\circ$ , 即  $\angle EBO = 90^\circ, \therefore BE \perp OB$ . 又  $\because OB$  为  $\odot O$  半径,  $\therefore BE$  与  $\odot O$  相切. …… (5 分)

(2) 连结  $OB$ .  $\because \angle ACB = 30^\circ, \therefore \angle AOB = 60^\circ. \because OA = OB, \therefore \triangle AOB$  是等边三角形,  $\therefore \angle OBA = 60^\circ, OA = OB = AB = 4$ . …… (7 分)

由(1)知  $\angle OBE = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle ABE = 30^\circ, \therefore AE = 2, BE = 2\sqrt{3}, \therefore S_{\text{阴影}} =$

$S_{\text{四边形} AEOB} - S_{\text{扇形} AOB} = \frac{1}{2} \times (2 + 4) \times 2\sqrt{3} - \frac{60\pi \times 4^2}{360} =$

$6\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3}$ . …… (10 分)

20. (1) 【解】 $\because \widehat{CF} = \widehat{AC}, \therefore \angle CBF = \angle CBE$ .

又  $\because BC = BC, \therefore \triangle BCF \cong \triangle BCE (\text{AAS})$ ,

$\therefore BF = BE$ . …… (4 分)

(2) 【证明】如图, 连结  $AC, CE, BC$ .

$\because CF \parallel AB$ ,

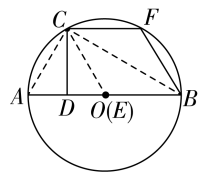
$\therefore \angle BCF = \angle ABC$ .

$\because \widehat{CF} = \widehat{AC}$ ,

$\therefore \angle CBF = \angle ABC$ ,

$\therefore \angle BCF = \angle CBF, \therefore \widehat{BF} = \widehat{CF}, BF = CF$ ,

$\therefore \widehat{AC} = \widehat{CF} = \widehat{BF}$ . …… (7 分)



### 上分攻略 评分细则

#### 找准采分点

19. (1) 正确写出结论得 1 分.

#### 找准关键点

19. (2) 根据  $S_{\text{阴影}} = S_{\text{四边形} AEOB} - S_{\text{扇形} AOB}$  计算是得分关键点.

#### 找准采分点

20. (1) 由弧相等得角相等得 1 分, 证  $\triangle BCF \cong \triangle BCE (\text{AAS})$  得 2 分.

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,

$\therefore \angle CAE = \angle ABF = 60^\circ$ .

$\because CD \perp AB, AD = DE, \therefore CA = CE$ ,

$\therefore \angle CAE = \angle CEA = 60^\circ$ ,

$\therefore \triangle ACE$  为等边三角形,  $\therefore AE = CE$ .

$\because \angle CEA = \angle ABF = 60^\circ, \therefore CE \parallel BF$ .

又  $\because CF \parallel AB, BF = CF$ ,

$\therefore$  四边形  $BECF$  为菱形, …… (10 分)

$\therefore CE = BE, \therefore AE = BE$ ,

$\therefore$  点  $E$  是  $AB$  的中点. …… (12 分)

21. (1) 【解】连结  $BD$ , 如图.

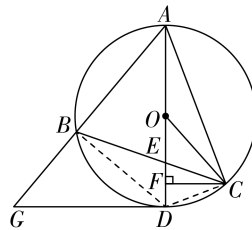
$\because DG$  为切线,  $\therefore AD \perp DG$ ,

$\therefore \angle ADG = 90^\circ, \therefore \angle ADB + \angle GDB = 90^\circ$ .

$\because AD$  为直径,  $\therefore \angle ABD = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle GDB + \angle G = 90^\circ, \therefore \angle ADB = \angle G = 50^\circ$ ,

$\therefore \angle ACB = \angle ADB = 50^\circ$ . …… (4 分)



(2) 【证明】连结  $CD$ , 如图.

$\because AB = AE, \therefore \angle ABE = \angle AEB$ .  $\because OD = OC$ ,

$\therefore \angle ODC = \angle OCD$ . 而  $\angle ABC = \angle ADC$ ,

$\therefore \angle ABE = \angle AEB = \angle ODC = \angle OCD$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle COF$ . …… (7 分)

(3) 【解】如图.  $\because \angle BAD = \angle FOC, \angle ABD =$

$\angle OFC = 90^\circ, \therefore \triangle ABD \sim \triangle OFC, \therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle OFC}} =$

$\left(\frac{AD}{OC}\right)^2 = 4. \because \frac{S_1}{S_2} = \frac{8}{9}, \therefore$  设  $S_1 = 8x, S_2 = 9x$ , 则

$S_{\triangle ABD} = 2S_1 = 16x, \therefore S_{\triangle OFC} = \frac{1}{4} \times 16x = 4x$ ,

$\therefore S_{\triangle AOC} = 9x - 4x = 5x. \because \frac{S_{\triangle OFC}}{S_{\triangle OAC}} = \frac{OF}{OA} = \frac{4x}{5x} =$

$\frac{4}{5}, \therefore$  设  $OF = 4k$ , 则  $OA = 5k$ . …… (10 分)

在  $\text{Rt} \triangle OCF$  中,  $OC = 5k$ ,

$CF = \sqrt{(5k)^2 - (4k)^2} = 3k$ ,

$\therefore \tan \angle CAF = \frac{CF}{AF} = \frac{3k}{4k + 5k} = \frac{1}{3}$ . …… (12 分)

22. (1) 【解】①  $\because \angle AOB + \angle C = 135^\circ$ ,

#### 找准采分点

20. (2) 由圆周角、弧、弦的关系得出  $\widehat{AC} = \widehat{CF} = \widehat{BF}$  得 3 分, 证出四边形  $BECF$  为菱形得 3 分.

#### 找准采分点

21. (1) 由切线性质的直径所对圆周角为直角得到  $\angle ADG = 90^\circ$  和  $\angle ABD = 90^\circ$  各得 1 分.

#### 找准关键点

21. (2) 根据两个等腰三角形底角相等得顶角相等是得分关键点.

#### 找准关键点

21. (3) 由面积比值设参数得出线段比值, 再由线段比值设参数, 注意要设不同参数进行区分.

$\angle AOB = 2\angle C, \therefore 3\angle C = 135^\circ$ ,

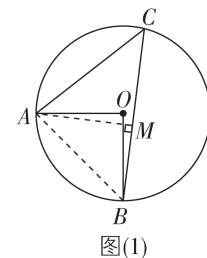
$\therefore \angle C = 45^\circ$ . …… (3 分)

② 连结  $AB$ , 过  $A$  作  $AM \perp BC$ , 垂足为  $M$ , 如图(1).  $\because \angle C = 45^\circ, AC = 8, \therefore \triangle ACM$  是等腰直角三角形, 且  $AM = CM = 4\sqrt{2}$ .  $\because \angle AOB = 2\angle C = 90^\circ, OA = OB, \therefore \triangle AOB$  是等腰直角三角形,

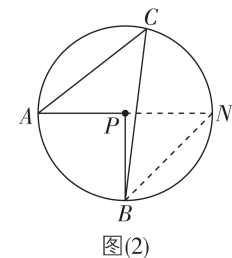
$\therefore AB = \sqrt{2}OA = 5\sqrt{2}$ . …… (5 分)

在  $\text{Rt} \triangle ABM$  中,  $BM = \sqrt{AB^2 - AM^2} = 3\sqrt{2}$ ,

$\therefore BC = CM + BM = 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ . …… (6 分)



图(1)



图(2)

(2) 【证明】如图(2), 延长  $AP$  交圆于点  $N$ , 连结  $BN$ , 则  $\angle C = \angle N$ .

$\because \angle APB = 2\angle C, \therefore \angle APB = 2\angle N$ .

$\because \angle APB = \angle N + \angle PBN, \therefore \angle N = \angle PBN$ ,

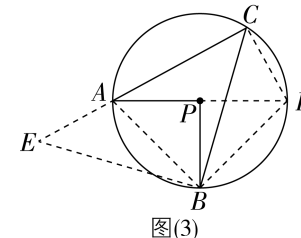
$\therefore PN = PB$ .

$\because PA = PB, \therefore PA = PB = PN$ ,

$\therefore P$  为该圆的圆心. …… (10 分)

(3) 【解】是. …… (11 分)

理由: 过  $B$  作  $BC$  的垂线交  $CA$  的延长线于点  $E$ , 连结  $AB$ , 延长  $AP$  交圆于点  $F$ , 连结  $CF, FB$ , 如图(3).



图(3)

$\because \angle APB = 90^\circ, \therefore \angle ACB = 45^\circ, \therefore \triangle BCE$  是等腰直角三角形,  $\therefore BE = BC, CE = \sqrt{2}CB$ .

$\because BP \perp AF, PA = PF, \therefore BA = BF. \because AF$  是直径,  $\therefore \angle ABF = 90^\circ, \therefore \angle EBC = \angle ABF = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle EBA = \angle CBF, \therefore \triangle EBA \cong \triangle CBF (\text{SAS})$ ,

$\therefore AE = CF$ . …… (13 分)

$\because CD = \sqrt{2}CB - CA = CE - CA = AE, \therefore CD = CF$ ,

$\therefore$  必有一个点  $D$  的位置始终不变, 即为点  $F$ .

…………… (14 分)

#### 找准关键点

22. (1) ① 根据  $\angle AOB + \angle C = 135^\circ$ , 结合圆周角定理求  $\angle C$  的度数; ② 作辅助线构造直角三角形, 利用勾股定理求解.

#### 找准关键点

22. (2) 只要说明点  $P$  到  $A, B$  和圆上另一点的距离相等即可.

#### 找准关键点

22. (3) 构造一条线段, 使其长等于  $\sqrt{2}CB - CA$ , 利用全等三角形的判定及性质来证明此线段和  $CD$  相等.

上分解析

1. D 【解析】

序号	理由	结论
①	角的顶点不在圆上	不是圆周角
②	角的顶点在圆上,两边分别与圆还有另一个交点	是圆周角
③	角的顶点不在圆上	不是圆周角
④	角的一边与圆没有另一个交点	不是圆周角
⑤	角的两边与圆都没有另一个交点	不是圆周角

2. C 【解析】点  $(-3,4)$  到  $x$  轴的距离为 4,大于半径 3,点  $(-3,4)$  到  $y$  轴的距离为 3,等于半径 3,故该圆与  $x$  轴相离,与  $y$  轴相切.

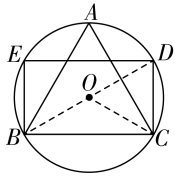
上分归纳 | 判断直线和圆的位置关系的方法

(1)将圆心到直线的距离  $d$  与圆的半径  $r$  相比较:若  $d < r$ ,则直线和圆相交;若  $d = r$ ,则直线和圆相切;若  $d > r$ ,则直线和圆相离.(2)根据直线与圆的交点个数判断:若直线与圆没有交点,则直线和圆相离;若直线与圆有 1 个交点,则直线和圆相切;若直线与圆有 2 个交点,则直线和圆相交.

3. A 【解析】 $\because BD$  是  $\odot O$  的直径, $\therefore \angle BAD = 90^\circ$ .  $\because AB = AD$ , $\therefore \widehat{AB} = \widehat{AD}$ , $\therefore \angle B = \angle D = 45^\circ$ .  $\therefore \angle DAC = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times 126^\circ = 63^\circ$ , $\therefore \angle AGB = \angle DAC + \angle D = 63^\circ + 45^\circ = 108^\circ$ .

4. C 【解析】 $\because AB$  是  $\odot O$  的直径,弦  $CD \perp AB$ , $\therefore$  由垂径定理知, $CM = DM$ , $\widehat{AC} = \widehat{AD}$ , $\widehat{BC} = \widehat{DB}$ ,则由圆周角定理知, $\angle BCD = \angle BDC$ ,故只有 C 不一定成立. 故选 C.

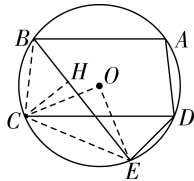
5. A 【解析】连结  $BD, OC$ ,如图. $\because$  四边形  $BCDE$  为平行四边形, $\therefore \angle E = \angle BCD$ .  $\because \angle E + \angle BCD = 180^\circ$ , $\therefore \angle E = \angle BCD = 90^\circ$ , $\therefore BD$  为  $\odot O$  的直径, $\therefore BD = 4$ .  $\because \triangle ABC$  为等边三角形, $\therefore \angle A = 60^\circ$ , $\therefore \angle BOC = 2 \angle A = 120^\circ$ . 而  $OB = OC$ ,



$\therefore \angle CBD = 30^\circ$ . 在  $\text{Rt} \triangle BCD$  中, $CD = \frac{1}{2} BD = 2$ , $BC = \sqrt{3} CD = 2\sqrt{3}$ , $\therefore$  矩形  $BCDE$  的面积为  $BC \cdot CD = 4\sqrt{3}$ .

6. B 【解析】作  $AC \perp OB$  于  $C$ .  $\because$  用半径为 1 的圆的内接正八边形面积作近似估计, $\therefore \angle AOB = 45^\circ$ , $OA = 1$ , $\therefore AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , $\therefore \triangle AOB$  的面积为  $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ , $\therefore$  正八边形面积为  $8 \times \frac{\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2}$ , $\therefore \pi$  的估计值为  $2\sqrt{2}$ .

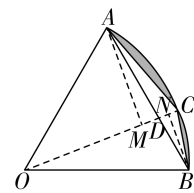
7. C 【解析】连结  $OC, OE, BC, CE$ ,如图. $\because AB \parallel CD$ , $\therefore BC = AD = 2$ .  $\because \angle CDE = 45^\circ$ , $\therefore \angle COE = 90^\circ$ , $\angle CBE = \angle CDE = 45^\circ$ , $\therefore \triangle OCE$  是等腰直角三角形, $\therefore CE = \sqrt{10}$ . 过点  $C$  作  $CH \perp BE$  交  $BE$  于点  $H$ . 在  $\text{Rt} \triangle BCH$  中, $CH = BH = \frac{\sqrt{2}}{2} BC = \sqrt{2}$ ,在  $\text{Rt} \triangle CEH$  中, $EH = \sqrt{EC^2 - CH^2} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - (\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$ , $\therefore BE = BH + EH = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ .



8. D 【解析】

序号	分析	结论
①	$\because \odot O$ 与 $AB$ 相切于点 $A$ , $\therefore OA \perp AB$ , $\therefore \angle OAB = 90^\circ$ . $\because \angle B = 90^\circ$ , $\therefore OA \parallel BC$ , $\therefore \angle ACB = \angle OAC$ . $\because OA = OC$ , $\therefore \angle OAC = \angle OCA$ , $\therefore \angle OCA = \angle ACB$ , $\therefore CA$ 平分 $\angle OCD$	正确
②	$\because OA \parallel BC$ , $\therefore \angle ADB = \angle OAD$ . $\because OA = OD$ , $\therefore \angle OAD = \angle ADO$ , $\therefore \angle ADB = \angle ADO$	正确
③	当 $\angle ACB = 20^\circ$ 时, $\angle AOD = 2 \angle ACB = 40^\circ$ , $\therefore$ 扇形 $OAD$ 的面积为 $\frac{40\pi \times 6^2}{360} = 4\pi$	错误
④	当 $\angle ACB = 30^\circ$ 时, $\angle AOD = 60^\circ$ . $\because CA$ 平分 $\angle OCB$ , $\therefore \angle OCD = 60^\circ$ , $\therefore \triangle OCD$ 和 $\triangle OAD$ 都是等边三角形, $\therefore OC = CD = AD = OA$ , $\therefore$ 四边形 $OADC$ 为菱形, $\therefore AC \perp OD$	正确

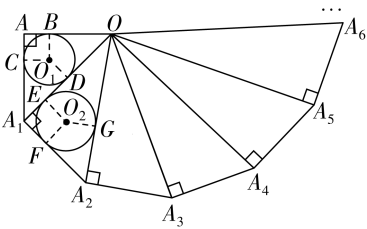
9. A 【解析】如图,连结  $OC$  交  $AB$  于点  $D$ ,过点  $A$ ,点  $B$  分别作  $OC$  的垂线,垂足分别为  $M, N$ ,则  $S_{\text{四边形}OACB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC}$ . 当  $S_{\text{四边形}OACB}$  最大时,阴影部分的面积最小. 当  $AB \perp OC$  时,点  $M, D, N$  重合,此时  $S_{\text{四边形}OACB}$  最大,即阴影部分的面积最小.  $\because OB = 4$ , $\angle AOB = 60^\circ$ , $OA = OB$ , $\therefore \triangle AOB$



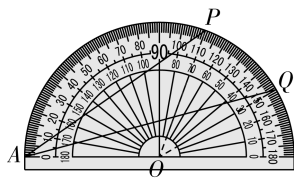
为等边三角形, $\therefore AB = OB = 4$ , $\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形}OAB} - S_{\text{四边形}AOBC} = \frac{60\pi \times 4^2}{360} - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = \frac{8}{3}\pi - 8$ .

10. A 【解析】如图,设  $\triangle OAA_1, \triangle OA_1A_2, \dots, \triangle OA_{n-1}A_n$  的内切圆圆心分别为  $O_1, O_2, \dots, O_n$ ,设圆  $O_1$  与  $\triangle OAA_1$  的三边相切于点  $B, C, D$ ,连结  $O_1B, O_1C, O_1D$ ,则  $\angle ABO_1 = \angle ACO_1 = 90^\circ$ . 设圆  $O_2$  与  $\triangle OA_1A_2$  的三边相切于点  $E, F, G$ ,连结  $O_2E, O_2F, O_2G$ . 由题意可知  $\angle A = 90^\circ$ , $\therefore \angle A = \angle ABO_1 = \angle ACO_1 = 90^\circ$ . 又  $\because O_1B = O_1C$ , $\therefore$  四边形  $ABO_1C$  是正方形, $\therefore AB = AC = O_1B = r_1$ , $\therefore OB = A_1C = A_1D = 1 - r_1$ .  $\because OA_1 = \sqrt{2}$ , $\therefore 1 - r_1 + 1 - r_1 = \sqrt{2}$ , $\therefore r_1 = \frac{1 + 1 - \sqrt{2}}{2}$ ,同理,在  $\triangle OA_1A_2$  中,四边形  $A_1EO_2F$  是正方形, $\therefore A_2G = A_2F = 1 - r_2, OG = OE =$

$\sqrt{2} - r_2$ .  $\because OA_2 = \sqrt{3}$ , $\therefore 1 - r_2 + \sqrt{2} - r_2 = \sqrt{3}$ , $\therefore r_2 = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$ ,同理, $r_3 = \frac{1 + \sqrt{3} - \sqrt{4}}{2}, r_4 = \frac{1 + \sqrt{4} - \sqrt{5}}{2}, \dots, r_n = \frac{1 + \sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{2}$ , $\therefore r_1 + r_2 + \dots + r_n = \frac{1 + 1 - \sqrt{2}}{2} + \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2} + \frac{1 + \sqrt{3} - \sqrt{4}}{2} + \frac{1 + \sqrt{4} - \sqrt{5}}{2} + \dots + \frac{1 + \sqrt{n} - \sqrt{n+1}}{2} = 10$ , $\therefore \frac{n + 1 - \sqrt{n+1}}{2} = 10$ , $\therefore n + 1 - \sqrt{n+1} = 20$ , $\therefore n - 19 = \sqrt{n+1}$ , $\therefore (n - 19)^2 = n + 1$ ,整理得  $n^2 - 39n + 360 = 0$ , $\therefore n_1 = 15, n_2 = 24$ . 当  $n = 15$  时, $n - 19 = \sqrt{n+1}$  不成立,舍去, $\therefore n = 24$ . 故选 A.



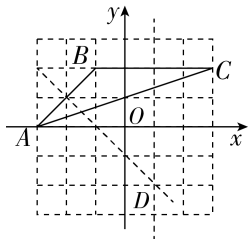
11.  $20^\circ$  【解析】如图所示,连结  $PO, QO$ . 依题意,得  $\angle POQ = 150^\circ - 110^\circ = 40^\circ$ , $\therefore \angle PAQ = \frac{1}{2} \angle POQ = 20^\circ$ .



12.  $\frac{3}{2}\pi$  【解析】从 12 时到 12 时 45 分,分针针尖在钟面上走了半径为 1 的圆的  $\frac{3}{4}$ ,因此分针针尖在钟面上走过的轨迹长度为  $\frac{3}{4} \times 2\pi \times 1 = \frac{3}{2}\pi$ .

13. 14 【解析】设  $AE$  的长为  $x$ .  $\because CE$  与半圆  $O$  相切于点  $F$ , $\angle BAD = \angle ABC = 90^\circ$ , $\therefore AE = EF, BC = CF$ .  $\because EF + FC + CD + ED = 12$ , $\therefore AE + ED + CD + BC = 12$ ,即  $AD + CD + BC = 12$ .  $\because AD = CD = BC = AB$ , $\therefore$  正方形  $ABCD$  的边长为 4. 在  $\text{Rt} \triangle CDE$  中, $ED^2 + CD^2 = CE^2$ ,即  $(4 - x)^2 + 4^2 = (4 + x)^2$ ,解得  $x = 1$ , $\therefore AE + EF + FC + BC + AB = 14$ , $\therefore$  直角梯形  $ABCE$  的周长为 14.

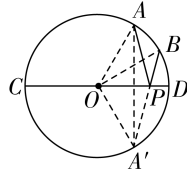
14.  $(1, -2)$  【解析】如图,根据网格分别作  $AB, BC$  的垂直平分线,交于点  $D$ , $\therefore$  点  $D(1, -2)$  是  $\triangle ABC$  的外心, $\therefore \triangle ABC$  的外心的坐标为  $(1, -2)$ .



上分归纳 | 三角形的外心

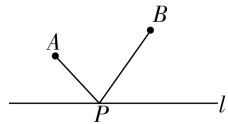
三角形的外心是三边垂直平分线的交点,锐角三角形的外心在三角形内部,直角三角形的外心在斜边中点处,钝角三角形的外心在三角形外部.

15.  $2\sqrt{2}$  【解析】如图,作点  $A$  关于  $CD$  的对称点  $A'$ ,连结  $A'B$ ,交  $CD$  于点  $P$ ,则点  $A'$  在  $\odot O$  上,此时  $PA+PB$  最小,连结  $OA',OA,OB$ .  $\because$  点  $A$  与  $A'$  关于  $CD$  对称,点  $A$  是  $\widehat{CD}$  靠近点  $D$  的三等分点,  $\therefore \angle A'OD = \angle AOD = 60^\circ, PA = PA'$ .  $\because$  点  $B$  是  $\widehat{AD}$  的中点,  $\therefore \angle BOD = 30^\circ, \therefore \angle A'OB = \angle A'OD + \angle BOD = 90^\circ$ . 又  $\because OB = OA' = \frac{1}{2}CD = 2, \therefore A'B = 2\sqrt{2}, \therefore PA+PB = PA'+PB = A'B = 2\sqrt{2}$ . 故答案为  $2\sqrt{2}$ .



### 上分归纳 | “将军饮马”模型

①提取模型:



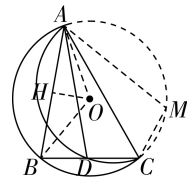
②分析模型: $A, B$  为直线  $l$  同侧的两个定点,  $P$  为动点,现要在直线  $l$  上确定一点  $P$ ,使  $PA+PB$  的值最小

③确定模型:“将军饮马”模型

④确定辅助线作法:作出点  $A$  (或点  $B$ ) 关于直线  $l$  的对称点  $A'$  (或  $B'$ ),连结  $BA'$  (或  $AB'$ ) 交直线  $l$  于点  $P$

⑤确定最值: $A'B$  (或  $AB'$ ) 的长即为  $PA+PB$  的最小值

16.  $2\sqrt{3}$  【解析】连结  $OA, OB$ ,作  $OH \perp AB$  于  $H$ ,如图.  $\because$  劣弧  $AC$  (虚线) 沿弦  $AC$  折叠后交弦  $BC$  于点  $D, \therefore \triangle ADC$  关于  $AC$  对称的  $\triangle ACM$  的顶点  $M$  落在劣弧  $AC$  (虚线) 上.  $\because$  四边形  $ABCM$  是  $\odot O$  的内接四边形,  $\therefore \angle ABD + \angle M = 180^\circ. \because \angle ADB + \angle ADC = 180^\circ, \angle ADC = \angle M, \therefore \angle ABD = \angle ADB, \therefore AD = AB. \because \angle ACB = 60^\circ, \therefore \angle AOB = 2\angle ACB = 120^\circ. \because OA = OB, OH \perp AB, \therefore AH = BH, \angle AOH = \frac{1}{2}\angle AOB = 60^\circ, \therefore \sin \angle AOH = \frac{AH}{AO} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \because OA = 2, \therefore AH = \sqrt{3}, \therefore AB = 2AH = 2\sqrt{3}, \therefore AD = AB = 2\sqrt{3}$ . 故答案为  $2\sqrt{3}$ .



17. 【思路分析】(1) 根据圆内接正八边形的性质、圆的性质以及圆周角定理得出  $\angle ABG = \angle BGD$ ,由平行线的判定得出结论;  
(2) 通过作辅助线构造直角三角形,利用圆周角定理以及直角三角形的边角关系求出  $MD, NG$  的长,进而求得  $DG$  的长.
18. 【思路分析】(1) 设主桥拱所在圆的圆心为  $O$ ,连结  $OA, OC$ ,则  $O, C, D$  共线. 设半径  $OA = OD = R$  米,则  $OC = OD - DC = (R - 2)$  米,在  $Rt\triangle ACO$  中,利用勾股定理构建方程求解即可;  
(2) 根据勾股定理和垂径定理可得结论.

19. 【思路分析】(1) 连结  $BO$ ,根据等腰三角形的性质、角平分线的定义得到  $\angle OBA = \angle BAE$ ,证明  $\angle EBO = 90^\circ$ ,根据切线的判定定理证明即可;  
(2) 连结  $OB$ ,证明  $\triangle ABO$  是等边三角形,得到  $AB = 4$ ,根据直角三角形的边角关系求出  $AE, BE$  的长,根据梯形的面积公式、扇形的面积公式计算即可.
20. 【思路分析】(1) 证明  $\triangle BCF \cong \triangle BCE$  (AAS),即可得出答案;  
(2) 先证明  $\widehat{AC} = \widehat{CF} = \widehat{BF}$ ,再证明  $\triangle ACE$  为等边三角形,进而得出四边形  $BECF$  为菱形,推出  $AE = BE$ ,即可得出结论.

21. 【思路分析】(1) 连结  $BD$ ,利用切线性质和圆周角定理的推论得到  $\angle ADG = \angle ABD = 90^\circ$ ,利用同角的余角相等得到  $\angle ADB = \angle G = 50^\circ$ ,根据圆周角定理得到  $\angle ACB$  的度数;  
(2) 连结  $CD$ ,利用等腰三角形的性质得到  $\angle ABE = \angle AEB, \angle ODC = \angle OCD$ ,利用圆周角定理得到  $\angle ABC = \angle ADC$ ,根据三角形内角和定理可得  $\angle BAD = \angle COF$ ;  
(3) 先证明  $\triangle ABD \sim \triangle OFC$ ,得到  $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle OFC}} = 4$ ,由  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{8}{9}$  设  $S_1 = 8x, S_2 = 9x$ ,利用三角形面积公式得到  $\frac{S_{\triangle OFC}}{S_{\triangle OAC}} = \frac{OF}{OA} = \frac{4x}{5x}$ ,设  $OF = 4k$ ,则  $OA = 5k$ ,利用勾股定理得出  $CF = 3k$ ,根据正切的定义求解即可.

22. 【关键点拨】本题考查了圆周角定理、勾股定理和全等三角形的判定及性质,(3) 中构造一条线段,使其长等于  $\sqrt{2}CB - CA$  是关键.

## 卷⑤ 期中综合检测卷

### 答案及评分细则

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	C	B	C	C	C	B	B	D

轻松评分数

11. 1 (答案不唯一) 12.  $x < -\frac{3}{2}$  或  $x > \frac{5}{2}$

13. 60 14. -6 15. 45 16. ①②③

17. 【解】如图,设中心为  $I$ ,作射线  $IM$  和射线  $IG$ .  
由题图(2)可知扇子的圆心角的度数是  $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ ,

$$\text{则 } \angle MGN = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ, \angle MIN = \frac{360^\circ}{10} =$$

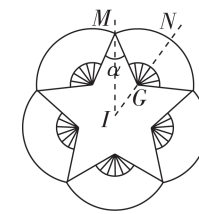
$36^\circ$ , ..... (4分)

### 上分攻略 评分细则

#### 找准采分点

17. 本题中作辅助线可以在五角星的五个角中的任何一个角上,答案和图对应即可得分.

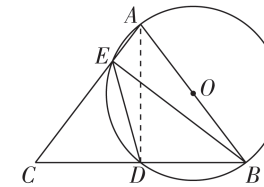
$$\therefore \angle IMG = \angle MGN - \angle MIN = 60^\circ - 36^\circ = 24^\circ, \\ \therefore \angle \alpha = 2\angle IMG = 48^\circ. \dots\dots\dots (8分)$$



18. 【解】(1) 令  $x = 0$ ,则  $y = -3, \therefore C(0, -3)$ .  
..... (2分)

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } x^2 - 2x - 3 = 0, \\ \text{解得 } x_1 = -1, x_2 = 3, \\ \therefore A(-1, 0), B(3, 0). \dots\dots\dots (6分) \\ (2) \because A(-1, 0), B(3, 0), C(0, -3), \\ \therefore AB = 4, OC = 3, \dots\dots\dots (8分) \\ \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot OC = 6. \dots\dots\dots (10分)$$

19. (1) 【证明】连结  $AD$ ,如图. .... (2分)



$$\because AB = AC, \therefore \angle C = \angle ABC. \\ \because \angle ABC + \angle AED = 180^\circ, \angle AED + \angle CED = 180^\circ, \therefore \angle ABC = \angle CED, \\ \therefore \angle C = \angle CED, \therefore CD = DE. \\ \because AB \text{ 是直径}, \therefore \angle ADB = 90^\circ. \\ \because AB = AC, AD \perp CB, \\ \therefore CD = BD, \therefore BD = DE. \dots\dots\dots (5分)$$

$$(2) \text{【解】} \because AB \text{ 为直径}, \\ \therefore \angle AEB = 90^\circ, \\ \therefore BE \perp AC. \dots\dots\dots (7分) \\ \text{由(1)可知 } BD = \frac{1}{2}BC = 3, AB = AC = 5, \\ \therefore \text{由勾股定理得 } AD = 4. \dots\dots\dots (9分) \\ \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BE = \frac{1}{2}AD \cdot BC, \\ \therefore 5 \times BE = 6 \times 4, \therefore BE = \frac{24}{5}. \dots\dots\dots (10分)$$

20. 【解】(1) 连结  $OD$ ,如图.  
 $\because D$  为弧  $BC$  的中点,  
 $\therefore \angle CAD = \angle BAD. \dots\dots\dots (2分)$

#### 找准关键点

18. (2) 线段的长度一定是正数.

#### 找准关键点

19. (2) 通过  $AB$  为直径,求得  $\angle AEB$  的度数,这一步不能省略.

#### 找准关键点

20. (1) 直接利用等腰三角形的性质,直角三角形的两锐角互余以及圆周角定理分析得出  $OD \perp EF$ ,即可得出圆心  $O$  到“杠杆  $EF$ ”的距离为圆的半径.