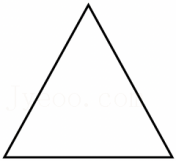
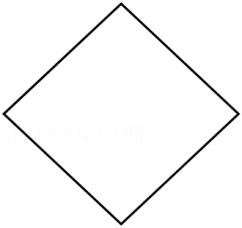
**2025年北京市中考数学试卷**

**一、选择题（共16分，每题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。**

1．下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A． B．

C． D．

2．实数*a*，*b*在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（　　）

菁优网：http://www.jyeoo.com

A．*a*＞﹣1 B．*a*+*b*＝0 C．*a*﹣*b*＞0 D．|*a*|＞|*b*|

3．若一个六边形的每个内角都是*x*°，则*x*的值为（　　）

A．60 B．90 C．120 D．150

4．一个不透明的袋子中仅有3个红球、2个黄球和1个白球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机摸出一个球，摸出的球是白球的概率是（　　）

A． B． C． D．

5．若关于*x*的一元二次方程*ax*2+2*x*+1＝0有两个相等的实数根，则实数*a*的值为（　　）

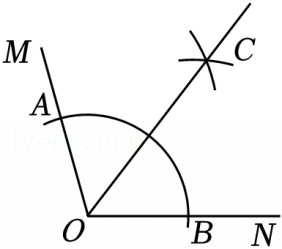
A．﹣4 B．﹣1 C．1 D．4

6．2025年5月29日，行星探测工程天问二号探测器在西昌卫星发射中心成功发射，开启对近地小行星2016*H*03的探测与采样返回之旅．已知该小行星与地球的最近距离约为月球远地点距离的45倍，月球远地点距离约为4×105*km*，则该小行星与地球的最近距离约为（　　）

A．1.8×105*km* B．1.8×106*km*

C．1.8×107*km* D．1.8×1010*km*

7．如图，∠*MON*＝100°，点*A*在射线*OM*上，以点*O*为圆心，*OA*长为半径画弧，交射线*ON*于点*B*．若分别以点*A*，*B*为圆心，*AB*长为半径画弧，两弧在∠*MON*内部交于点*C*，连接*AC*，则∠*OAC*的大小为（　　）



A．80° B．100° C．110° D．120°

8．如图，在平面直角坐标系*xOy*中，*A*，*B*分别是横、纵轴正半轴上的动点，四边形*OACB*是矩形，函数*y*（*x*＞0）的图象与边*AC*交于点*M*，与边*BC*交于点*N*（*M*，*N*不重合）．给出下面四个结论：

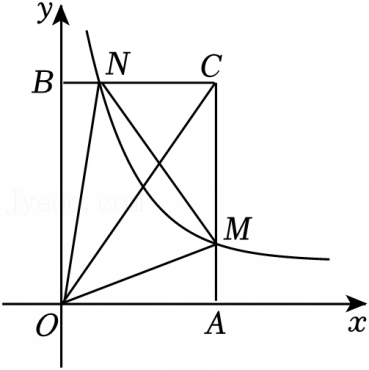
①△*COM*与△*CON*的面积一定相等；

②△*MON*与△*MCN*的面积可能相等；

③△*MON*一定是锐角三角形；

④△*MON*可能是等边三角形．

上述结论中，所有正确结论的序号是（　　）



A．①③ B．①④ C．②③ D．②④

**二、填空题（共16分，每题2分）**

9．若在实数范围内有意义，则实数*x*的取值范围是　 　 ．

10．分解因式：7*m*2﹣28＝　 　 ．

11．方程0的解为　 　 ．

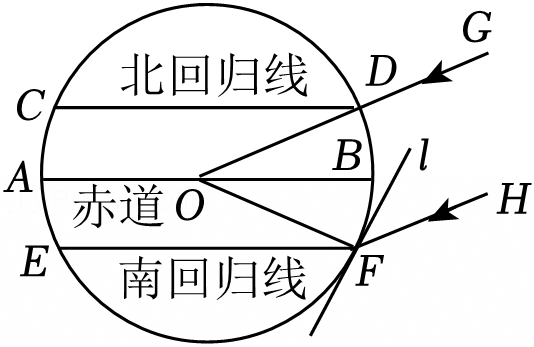
12．某地区七年级共有2000名男生．为了解这些男生的体重指数（*BMI*）分布情况，从中随机抽取了100名男生，测得他们的*BMI*数据（单位：*kg*/*m*2），并根据七年级男生体质健康标准整理如下：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 等级 | 低体重 | 正常 | 超重 | 肥胖 |
| *BMI* | ≤15.4 | 15.5～22.1 | 22.2～24.9 | ≥25.0 |
| 人数 | 6 | 75 | 15 | 4 |

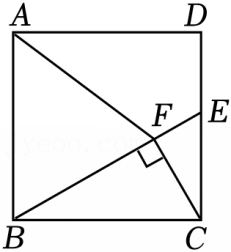
根据以上信息，估计该地区七年级2000名男生中*BMI*等级为正常的人数是　 　 ．

13．能说明命题“若*a*2＞4*b*2，则*a*＞2*b*”是假命题的一组实数*a*，*b*的值为*a*＝ 　 　 ，*b*＝ 　 　 ．

14．如图，⊙*O*是地球的示意图，其中*AB*表示赤道，*CD*，*EF*分别表示北回归线和南回归线，∠*DOB*＝∠*FOB*＝23.5°．夏至日正午时，太阳光线*GD*所在直线经过地心*O*，此时点*F*处的太阳高度角∠*IFH*（即平行于*GD*的光线*HF*与⊙*O*的切线*FI*所成的锐角）的大小为　 　 °．



15．如图，在正方形*ABCD*中，点*E*在边*CD*上，*CF*⊥*BE*，垂足为*F*．若*AB*＝1，∠*EBC*＝30°，则△*ABF*的面积为　 　 ．



16．某企业研发并生产了一种新设备，计划分配给*A*，*B*，*C*，*D*四家经销商销售．当一家经销商将分配到的*n*台设备全部售出后，企业从该经销商处获得的利润（单位：万元）与*n*的对应关系如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *n*＝1 | *n*＝2 | *n*＝3 | *n*＝4 | *n*＝5 | *n*＝6 | … |
| *A* | 40 | 60 | / | / | / | / | / |
| *B* | 30 | 55 | 75 | 90 | 100 | 105 | / |
| *C* | 20 | 40 | 60 | 70 | 80 | 90 | … |
| *D* | 14 | 38 | 62 | 86 | 110 | 134 | … |

（1）如果企业将5台设备分配给这四家经销商销售，且每家经销商至少分配到1台设备，为使5台设备都售出后企业获得的总利润最大，应向经销商　 　 分配2台设备（填“*A*”“*B*”“*C*”或“*D*”）；

（2）如果企业将6台设备分配给这四家经销商中的一家或多家销售，那么6台设备都售出后，企业可获得的总利润的最大值为　 　 万元．

**三、解答题（共68分，第17-19题每题5分，第20题6分，第21题5分，第22题6分，第23题5分，第24题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。**

17．（5分）计算：|﹣3|2sin30°．

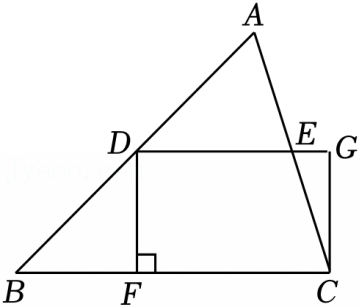
18．（5分）解不等式组：．

19．（5分）已知*a*+*b*﹣3＝0，求代数式的值．

20．（6分）如图，在△*ABC*中，*D*，*E*分别为*AB*，*AC*的中点，*DF*⊥*BC*，垂足为*F*，点*G*在*DE*的延长线上，*DG*＝*FC*．

（1）求证：四边形*DFCG*是矩形；

（2）若∠*B*＝45°，*DF*＝3，*DG*＝5，求*BC*和*AC*的长．

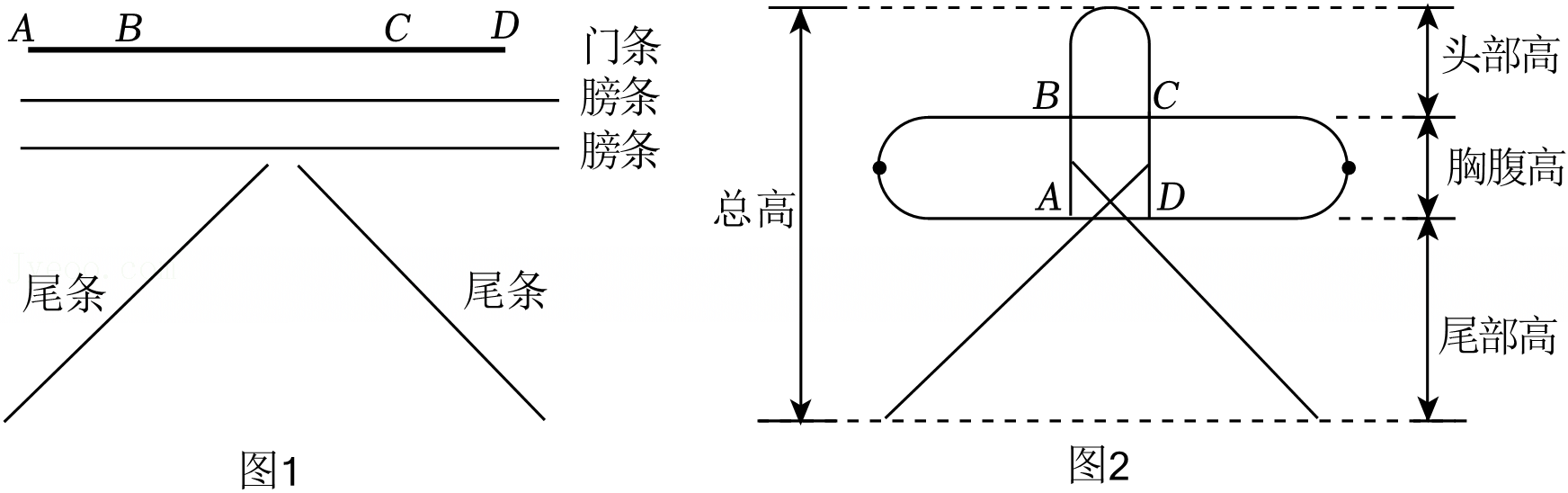


21．（5分）在平面直角坐标系*xOy*中，函数*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0）的图象经过点（1，3）和（2，5）．

（1）求*k*，*b*的值；

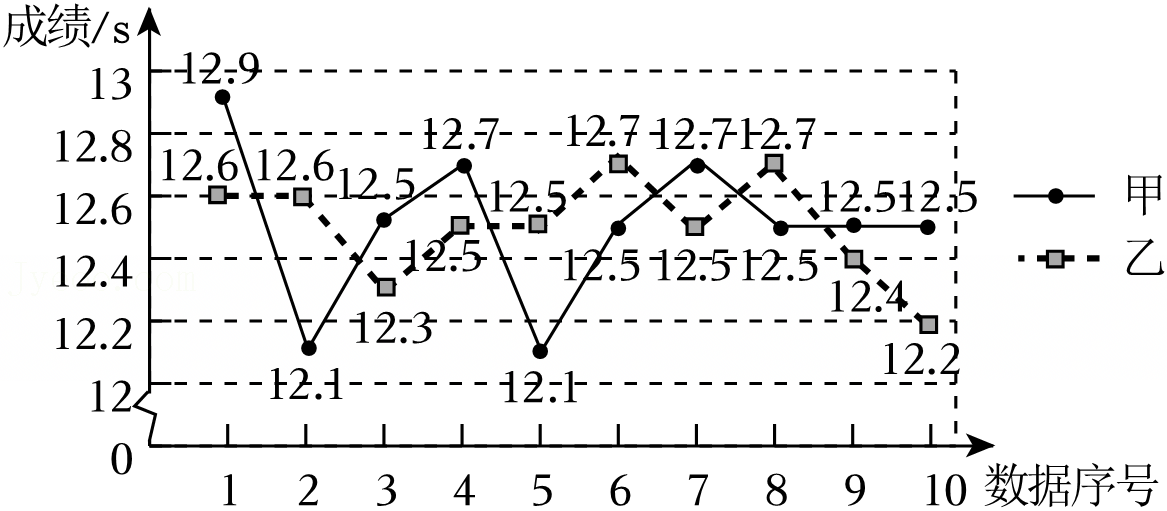
（2）当*x*＜1时，对于*x*的每一个值，函数*y*＝*mx*（*m*≠0）的值既小于函数*y*＝*kx*+*b*的值，也小于函数*y*＝*x*+*k*的值，直接写出*m*的取值范围．

22．（6分）北京风筝制作技艺是国家级非物质文化遗产．为制作一只京燕风筝，小明准备了五根直竹条（如图1）；一根门条、两根等长的膀条和两根等长的尾条．他将门条和膀条分别烤弯后与尾条一起扎成风筝的骨架（如图2），其头部高、胸腹高与尾部高的比是1：1：2．已知单根膀条长是胸腹高的5倍，门条比单根膀条短10*cm*，图1中*BC*的长是门条长的，*AB*．*CD*的长均等于胸腹高．求这只风筝的骨架的总高．



23．（5分）校田径队教练选出甲、乙、丙、丁四名运动员参加100米比赛．对这四名运动员最近10次100米跑测试成绩（单位：*s*）的数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

*a*．甲、乙两名运动员10次测试成绩的折线图：



*b*．丙运动员10次测试成绩：

12.4 12.4 12.5 12.7 12.8 12.8 12.8 12.8 12.9 12.9

*c*．四名运动员10次测试成绩的平均数、中位数、方差

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 |
| 平均数 | 12.5 | 12.5 | *p* | 12.5 |
| 中位数 | *m* | 12.5 | 12.8 | 12.45 |
| 方差 | 0.056 | *n* | 0.034 | 0.056 |

（1）表中*m*的值为 　 　 ；

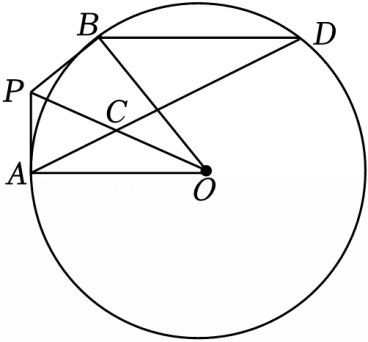
（2）表中*n* 　 　 0.056（填“＞”“＝”或“＜”）；

（3）根据这10次测试成绩，教练按如下方式评估这四名运动员的实力强弱：首先比较平均数，平均数较小者实力更强；若平均数相等，则比较方差，方差较小者实力更强；若平均数、方差分别相等，则测试成绩小于平均数的次数较多者实力更强．评估结果：这四名运动员按实力由强到弱依次为 　 　 ．

24．（6分）如图，过点*P*作⊙*O*的两条切线，切点分别为*A*，*B*，连接*OA*，*OB*，*OP*，取*OP*的中点*C*，连接*AC*并延长，交⊙*O*于点*D*，连接*BD*．

（1）求证：∠*ADB*＝∠*AOP*；

（2）延长*OP*交*DB*的延长线于点*E*．若*AP*＝10，tan∠*AOP*，求*DE*的长．



25．（5分）工厂对新员工进行某种工艺品制作的培训．在完成理论学习后，新员工接下来先使用智能辅助训练系统进行一次为期*T*日（*T*可取0，1，2或3）的模拟练习，然后开始试制．记一名新员工在试制阶段的第*x*日单日制成的合格品的个数为*y*，根据以往的培训经验，对于给定的*T*，可以认为*y*是*x*的函数．当*T*＝0和*T*＝3时，部分数据如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| *T*＝0时*y*的值 | 0 | 7 | 8 | 10 | 12 | 16 | 20 | 23 | 25 | 26 |
| *T*＝3时*y*的值 | 0 | 26 | 37 | 43 | *m* | 48 | 50 | 51 | 52 | 53 |

*T*＝3时，从试制阶段的第2日起，一名新员工每一日比前一日多制成的合格品的个数逐渐减少或保持不变．

对于给定的*T*，在平面直角坐标系*xOy*中描出该*T*值下各数对（*x*，*y*）所对应的点，并根据变化趋势用平滑曲线连接，得到曲线∁T.当*T*＝1和*T*＝2时，曲线*C*1，*C*2如图所示．

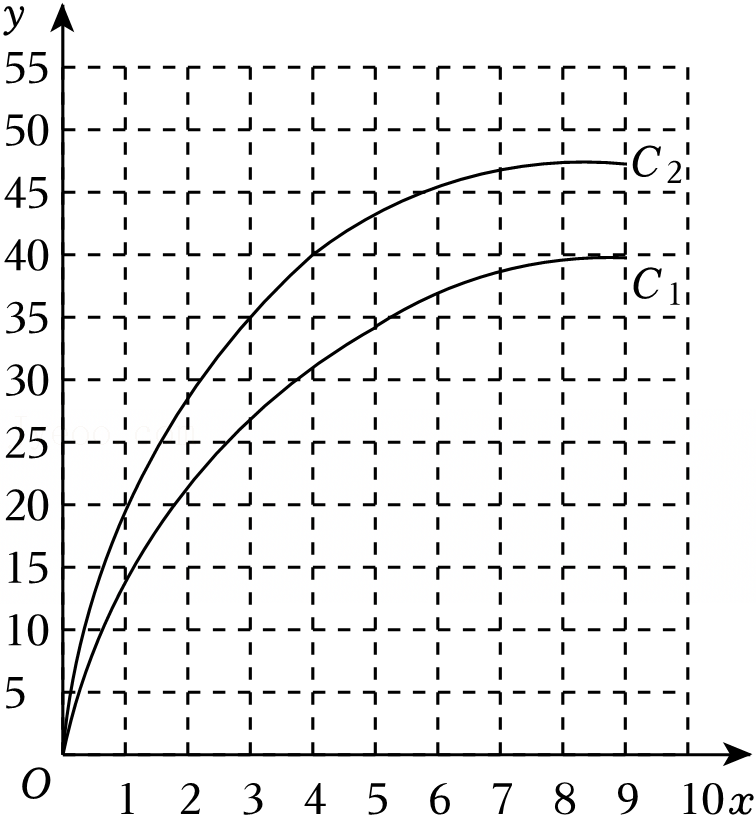
（1）观察曲线*C*1，当整数*x*的值为　 　 时，*y*的值首次超过35；

（2）写出表中*m*的值，并在给出的平面直角坐标系中画出*T*＝3时的曲线*C*3；

（3）新员工小云和小腾刚刚完成理论学习，接下来进行模拟练习和试制．

①若新员工单日制成不少于45个合格品即可获得“优秀学员”证书，根据上述函数关系，小云最早在完成理论学习后的第　 　 日可获得“优秀学员”证书；

②若工厂希望小腾在完成理论学习后的4日内制成的合格品的总数最多，根据上述函数关系，在这4日中应安排小腾先进行　 　 日的模拟练习．



26．（6分）在平面直角坐标系*xOy*中，抛物线*y*＝*ax*2+*bx*+*c*（*a*≠0）经过点*O*和点*A*（3，3*a*）．

（1）求*c*的值，并用含*a*的式子表示*b*；

（2）过点*P*（*t*，0）作*x*轴的垂线，交抛物线于点*M*，交直线*y*＝*ax*于点*N*．

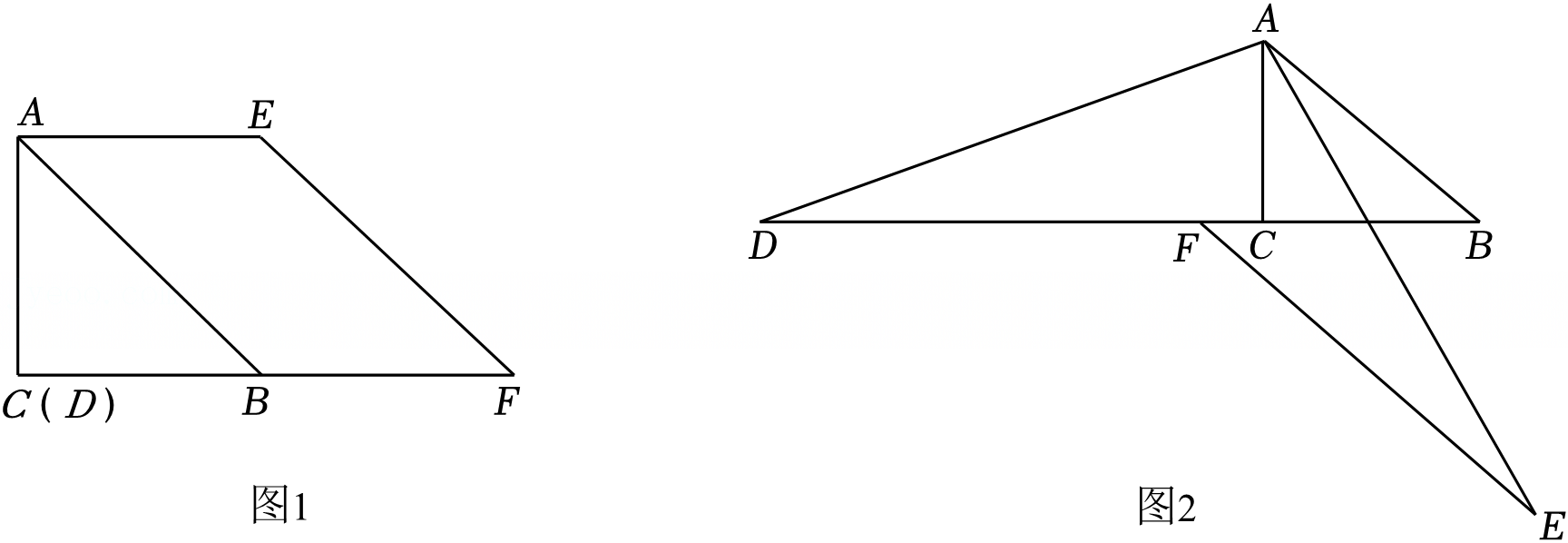
①若*a*＝1，*t*＝4，求*MN*的长；

②已知在点*P*从点*O*运动到点*B*（2*a*，0）的过程中，*MN*的长随*OP*的长的增大而增大，求*a*的取值范围．

27．（7分）在△*ABC*中，∠*ACB*＝90°，∠*ABC*＝α，点*D*在射线*BC*上，连接*AD*，将线段*AD*绕点*A*逆时针旋转180°﹣2α得到线段*AE*（点*E*不在直线*AB*上），过点*E*作*EF*∥*AB*，交直线*BC*于点*F*．

（1）如图1，α＝45°，点*D*与点*C*重合，求证：*BF*＝*AC*；

（2）如图2，点*D*，*F*都在*BC*的延长线上，用等式表示*DF*与*BC*的数量关系，并证明．



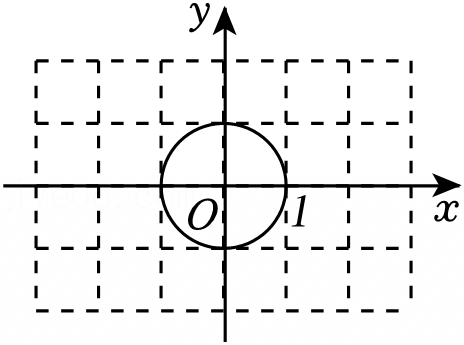
28．（7分）在平面直角坐标系*xOy*中，对于点*A*和⊙*C*给出如下定义：若⊙*C*上存在两个不同的点*M*，*N*，对于⊙*C*上任意满足*AP*＝*AQ*的两个不同的点*P*，*Q*，都有∠*PAQ*≤∠*MAN*，则称点*A*是⊙*C*的关联点，称∠*MAN*的大小为点*A*与⊙*C*的关联角度．（本定义中的角均指锐角、直角、钝角或平角）

（1）如图，⊙*O*的半径为1．

①在点*A*1（，0），*A*2（，0），*A*3（2，0）中，点　 　 是⊙*O*的关联点且其与⊙*O*的关联角度小于90°，该点与⊙*O*的关联角度为　 　 °；

②点*B*（1，*m*）在第一象限，若对于任意长度小于1的线段*BD*，*BD*上所有的点都是⊙*O*的关联点，则*m*的最小值为　 　 ；

（2）已知点*E*（1，3），*F*（4，3），*T*（*t*，0），⊙*T*经过原点，线段*EF*上所有的点都是⊙*T*的关联点，记这些点与⊙*T*的关联角度的最大值为α．若90°≤α≤180°，直接写出*t*的取值范围．



**2025年北京市中考数学试卷**

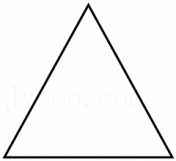
**参考答案与试题解析**

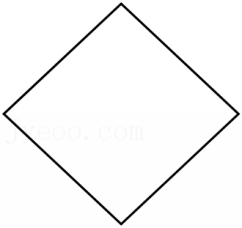
**一．选择题（共8小题）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | D | D | C | A | C | C | B | A |

**一、选择题（共16分，每题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。**

1．下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A． B．

C． D．

【分析】把一个图形绕某一点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形；如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，由此即可判断．

【解答】解：*A*、*B*中的图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故*A*、*B*不符合题意；

*C*、图形是中心对称图形，不轴对称图形，故*C*不符合题意；

*D*、图形既是轴对称图形又是中心对称图形，故*D*符合题意．

故选：*D*．

【点评】本题考查中心对称图形，轴对称图形，关键是掌握中心对称图形和轴对称图形的定义．

2．实数*a*，*b*在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（　　）

菁优网：http://www.jyeoo.com

A．*a*＞﹣1 B．*a*+*b*＝0 C．*a*﹣*b*＞0 D．|*a*|＞|*b*|

【分析】观察数轴可知：﹣2＜*a*＜﹣1，0＜*b*＜1，|*a*|＞|*b*|，然后根据有理数的加减法则判断*B*，*C*选项的掌握，从而解答即可．

【解答】解：观察数轴可知：﹣2＜*a*＜﹣1，0＜*b*＜1，|*a*|＞|*b*|，

∴*a*+*b*＜0，*a*﹣*b*＜0，

∴*A*、*B*、*C*选项的结论错误，*D*选项的结论正确，

故选：*D*．

【点评】本题主要考查了实数与数轴，解题关键是熟练掌握数轴上左边的数总比右边的数小和有理数的加减法则．

3．若一个六边形的每个内角都是*x*°，则*x*的值为（　　）

A．60 B．90 C．120 D．150

【分析】利用多边形内角和公式及正多边形的性质求解即可．

【解答】解：∵一个六边形的每个内角都是*x*°，

∴这个六边形为正六边形，

∴每个内角的度数为：（6﹣2）×180°÷6＝120°，

故选：*C*．

【点评】本题考查了多边形内角和公式，即（*n*﹣2）×180°，其中*n*为边数，掌握此性质是解题的关键．

4．一个不透明的袋子中仅有3个红球、2个黄球和1个白球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机摸出一个球，摸出的球是白球的概率是（　　）

A． B． C． D．

【分析】由题意知，共有6种等可能的结果，其中摸出的球是白球的结果有1种，利用概率公式可得答案．

【解答】解：由题意知，共有6种等可能的结果，其中摸出的球是白球的结果有1种，

∴摸出的球是白球的概率为．

故选：*A*．

【点评】本题考查概率公式，熟练掌握概率公式是解答本题的关键．

5．若关于*x*的一元二次方程*ax*2+2*x*+1＝0有两个相等的实数根，则实数*a*的值为（　　）

A．﹣4 B．﹣1 C．1 D．4

【分析】先计算根的判别式，再根据方程解的情况得关于*a*的方程，求解即可．

【解答】解：∵关于*x*的一元二次方程*ax*2+2*x*+1＝0有两个相等的实数根，

∴Δ＝0且*a*≠0．

∴22﹣4*a*＝0且*a*≠0．

∴*a*＝1．

故选：*C*．

【点评】本题考查了一元二次方程根的判别式，掌握一元二次方程根的判别式和方程解的关系是解决本题的关键．

6．2025年5月29日，行星探测工程天问二号探测器在西昌卫星发射中心成功发射，开启对近地小行星2016*H*03的探测与采样返回之旅．已知该小行星与地球的最近距离约为月球远地点距离的45倍，月球远地点距离约为4×105*km*，则该小行星与地球的最近距离约为（　　）

A．1.8×105*km* B．1.8×106*km*

C．1.8×107*km* D．1.8×1010*km*

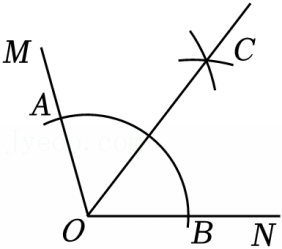
【分析】科学记数法的表示形式为*a*×10*n*的形式，其中1≤|*a*|＜10，*n*为整数．确定*n*的值时，要看把原数变成*a*时，小数点移动了多少位，*n*的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10时，*n*是正数；当原数的绝对值＜1时，*n*是负数．

【解答】解：45×4×105*km*＝18000000*km*＝1.8×107*km*，

故选：*C*．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为*a*×10*n*的形式，其中1≤|*a*|＜10，*n*为整数，表示时关键要正确确定*a*的值以及*n*的值．

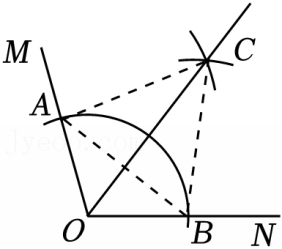
7．如图，∠*MON*＝100°，点*A*在射线*OM*上，以点*O*为圆心，*OA*长为半径画弧，交射线*ON*于点*B*．若分别以点*A*，*B*为圆心，*AB*长为半径画弧，两弧在∠*MON*内部交于点*C*，连接*AC*，则∠*OAC*的大小为（　　）



A．80° B．100° C．110° D．120°

【分析】连接*AB*，*AC*，*BC*，由作图可得*OA*＝*OB*，*AC*＝*BC*＝*AB*，则△*ABC*为等边三角形，可得∠*ACB*＝60°．证明△*OAC*≌△*OBC*，可得∠*ACO*＝∠*BCO*，50°，则可得∠*OAC*＝180°﹣∠*AOC*﹣∠*ACO*＝100°．

【解答】解：连接*AB*，*AC*，*BC*，



由作图可得，*OA*＝*OB*，*AC*＝*BC*＝*AB*，

∴△*ABC*为等边三角形，

∴∠*ACB*＝60°．

∵*OC*＝*OC*，

∴△*OAC*≌△*OBC*（*SSS*），

∴∠*ACO*＝∠*BCO*，50°，

∴∠*OAC*＝180°﹣∠*AOC*﹣∠*ACO*＝180°﹣30°﹣50°＝100°．

故选：*B*．

【点评】本题考查作图—基本作图、全等三角形的判定与性质、等边三角形的判定与性质，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

8．如图，在平面直角坐标系*xOy*中，*A*，*B*分别是横、纵轴正半轴上的动点，四边形*OACB*是矩形，函数*y*（*x*＞0）的图象与边*AC*交于点*M*，与边*BC*交于点*N*（*M*，*N*不重合）．给出下面四个结论：

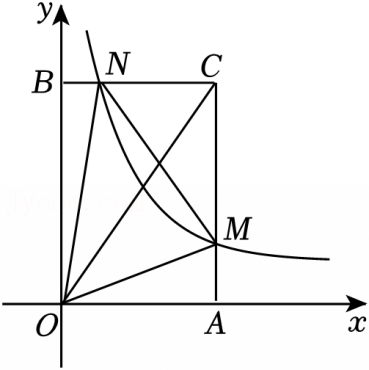
①△*COM*与△*CON*的面积一定相等；

②△*MON*与△*MCN*的面积可能相等；

③△*MON*一定是锐角三角形；

④△*MON*可能是等边三角形．

上述结论中，所有正确结论的序号是（　　）



A．①③ B．①④ C．②③ D．②④

【分析】设点*M*坐标为，点*N*坐标为，则，*OA*＝*BC*＝*a*，*BN*＝*b*，，*CN*＝*a*﹣*b*，，可用*a*，*b*表示出，，即可判断①；用*a*，*b*表示出，，可知当△*MON* 与△*MCN* 的面积相等时，*M*，*N*重合，与题意不符，可判断②；由∠*AOM*是*OM*与*x*轴夹角，∠*BON*是*ON*与*y*轴夹角，*M*、*N*在第一象限，可得出∠*MON*是锐角，过*O*作*OH*⊥*MN*于*H*，根据是一个固定形式的正数，可知*OH*＞0，进而可知∠*OMH*、∠*ONH*是直角三角形的锐角，进一步可判断③；假设△*MON*是等边三角形，则*OM*＝*ON*＝*MN*，且∠*MON*＝60°，即可得*ab*＝1，∠*AOM*+∠*BON*＝30°，根据反比例函数和矩形的动态性，无法同时满足角度和边长的严格等边要求，可判断④．

【解答】解：设点*M*坐标为，点*N*坐标为，

则*A*（*a*，0），，，

∴，*OA*＝*BC*＝*a*，*BN*＝*b*，，*CN*＝*a*﹣*b*，，

∴，

，

∴*S*△*COM*＝*S*△*CON*，故结论①正确；

，

，

当△*MON*与△*MCN*的面积相等时，，即*a*＝*b*，

当*a*＝*b*时，*M*，*N*重合，与题意不符，故结论②错误；

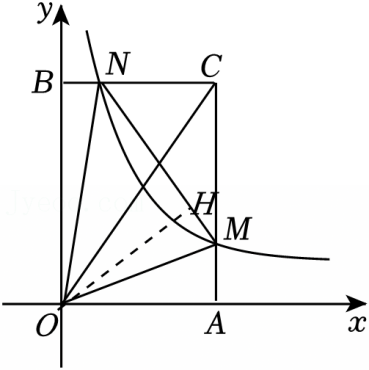
∵四边形*OACB*是矩形，∠*AOB*＝90°，∠*AOM*是*OM*与*x*轴夹角，∠*BON*是*ON*与*y*轴夹角，*M*、*N*在第一象限，

∴∠*AOM*、∠*BON*均为锐角，

又∵∠*MON*＝90°﹣∠*AOM*﹣∠*BON*，

∴∠*MON*＜90°，即∠*MON* 是锐角，

过*O*作*OH*⊥*MN*于*H*，



由是一个固定形式的正数，

根据三角形面积公式，

∵*S*△*MON*＞0，

∴*OH*＞0，

在△*OMH*和△*ONH*中，∠*OMH*、∠*ONH*是直角三角形的锐角，

∴∠*OMH*＜90°，∠*ONH*＜90°，即∠*OMN*＜90°，∠*ONM*＜90°，

∴△*MON*的三个角都是锐角，

∴△*MON*一定是锐角三角形，故结论③正确；

假设△*MON*是等边三角形，则*OM*＝*ON*＝*MN*，且∠*MON*＝60°，

若*OM*＝*ON*，则*OM*2＝*ON*2，即：，

整理得：，

∴，

∵*a*≠*b*（*M*、*N*不重合），

∴，

∴*a*2*b*2＝1，

∴*ab*＝1，

此时*OM*＝*ON*，但结合角度条件∠*MON*＝60°，

由于*ab*＝1时，∠*AOM*+∠*BON*＝90°﹣60°＝30°，但通过反比例函数和矩形的动态性，无法同时满足角度和边长的严格等边要求，

∴△*MON*不可能是等边三角形，结论④错误；

综上，①③正确、②④错误，

故选：*A*．

【点评】本题考查了反比例函数与几何综合，反比例函数的图形和性质，矩形的性质，图形结合是解题的关键．

**二、填空题（共16分，每题2分）**

9．若在实数范围内有意义，则实数*x*的取值范围是　*x*≥1　 ．

【分析】根据二次根式有意义的条件可得3*x*﹣3≥0，解不等式即可．

【解答】解：若在实数范围内有意义，

则3*x*﹣3≥0，

解得：*x*≥1，

故答案为：*x*≥1．

【点评】本题考查二次根式有意义的条件，熟练掌握其有意义的条件是解题的关键．

10．分解因式：7*m*2﹣28＝　7（*m*+2）（*m*﹣2）　 ．

【分析】提公因式后利用平方差公式因式分解即可．

【解答】解：原式＝7（*m*2﹣4）

＝7（*m*+2）（*m*﹣2），

故答案为：7（*m*+2）（*m*﹣2）．

【点评】本题考查因式分解，熟练掌握分解因式的方法是解题的关键．

11．方程0的解为　*x*＝2　 ．

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到*x*的值，经检验即可得到分式方程的解．

【解答】解：方程两边乘最简公分母*x*（*x*﹣6）得，

2*x*+*x*﹣6＝0，

解得*x*＝2，

经检验*x*＝2是原方程的解，

故答案为：*x*＝2．

【点评】此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．解分式方程一定注意要验根．

12．某地区七年级共有2000名男生．为了解这些男生的体重指数（*BMI*）分布情况，从中随机抽取了100名男生，测得他们的*BMI*数据（单位：*kg*/*m*2），并根据七年级男生体质健康标准整理如下：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 等级 | 低体重 | 正常 | 超重 | 肥胖 |
| *BMI* | ≤15.4 | 15.5～22.1 | 22.2～24.9 | ≥25.0 |
| 人数 | 6 | 75 | 15 | 4 |

根据以上信息，估计该地区七年级2000名男生中*BMI*等级为正常的人数是　1500　 ．

【分析】用2000乘以样本中*BMI*等级为正常的人数所占的比例即可得解．

【解答】解：由题意可得：该地区七年级2000名男生中*BMI*等级为正常的人数是，

故答案为：1500．

【点评】本题考查了由样本估计总体，熟练掌握以上知识点并灵活运用解此题的关键．

13．能说明命题“若*a*2＞4*b*2，则*a*＞2*b*”是假命题的一组实数*a*，*b*的值为*a*＝ 　﹣3　 ，*b*＝ 　1（答案不唯一）　 ．

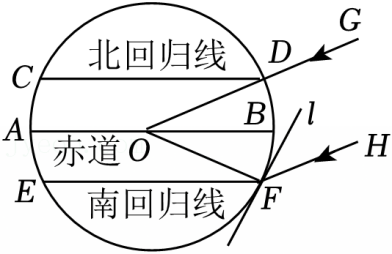
【分析】根据举反例的方法找到*a*，*b*满足*a*2＞4*b*2，但是不满足*a*＞2*b*即可．

【解答】解：当*a*＝﹣3，*b*＝1时，*a*2＞4*b*2，但是*a*＜2*b*，

故答案为：﹣3，1（答案不唯一）．

【点评】本题主要考查了命题与定理的知识，掌握判断一个命题是假命题的时候可以举出反例是解题的关键．

14．如图，⊙*O*是地球的示意图，其中*AB*表示赤道，*CD*，*EF*分别表示北回归线和南回归线，∠*DOB*＝∠*FOB*＝23.5°．夏至日正午时，太阳光线*GD*所在直线经过地心*O*，此时点*F*处的太阳高度角∠*IFH*（即平行于*GD*的光线*HF*与⊙*O*的切线*FI*所成的锐角）的大小为　43　 °．



【分析】根据平行线的性质求出∠*OFH*，根据切线的性质得到∠*OFI*＝90°，进而求出∠*IFH*．

【解答】解：∵∠*DOB*＝∠*FOB*＝23.5°，

∴∠*DOF*＝∠*DOB*+∠*FOB*＝47°，

∵*GD*∥*HF*，

∴∠*OFH*＝180°﹣∠*DOF*＝180°﹣47°＝133°，

∵*FI*是⊙*O*的切线，

∴*OF*⊥*FI*，

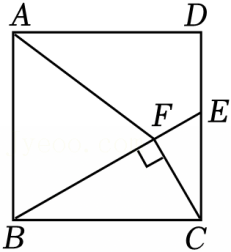
∴∠*OFI*＝90°，

∴∠*IFH*＝133°﹣90°＝43°，

故答案为：43．

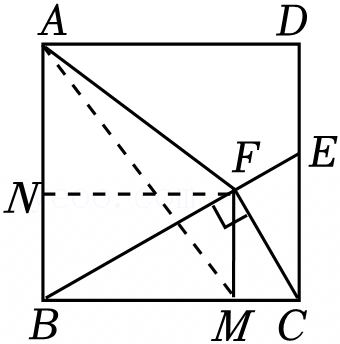
【点评】本题考查的是切线的性质，熟记圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键．

15．如图，在正方形*ABCD*中，点*E*在边*CD*上，*CF*⊥*BE*，垂足为*F*．若*AB*＝1，∠*EBC*＝30°，则△*ABF*的面积为　　 ．



【分析】过点*F*分别作*FM*⊥*BC*，*FN*⊥*AB*，垂足为*M*，*N*，连接*AM*，则∠*FMC*＝90°，先根据平行线间的距离处处相等得出*FN*＝*BM*，继而得出*S*△*ABF*＝*S*△*ABM*，通过解直角三角形得出，即可求解．

【解答】解：过点*F*分别作*FM*⊥*BC*，*FN*⊥*AB*，垂足为*M*，*N*，连接*AM*，则∠*FMC*＝90°，



∵四边形*ABCD*为正方形，

∴∠*ABC*＝90°，

∴∠*ABC*＝∠*FMC*，

∴*AB*∥*FM*，

∴*FN*＝*BM*，

∵，，

∴*S*△*ABF*＝*S*△*ABM*，

∵*CF*⊥*BE*，垂足为*F*，*AB*＝1＝*BC*，∠*EBC*＝30°，

∴∠*BFC*＝90°，，

∴∠*CFM*＝90°﹣∠*BCF*＝30°，

∴，

∴，

∴，

故答案为：．

【点评】本题考查了正方形的性质，平行线的性质，解直角三角形，直角三角形的性质，熟练掌握知识点是解题的关键．

16．某企业研发并生产了一种新设备，计划分配给*A*，*B*，*C*，*D*四家经销商销售．当一家经销商将分配到的*n*台设备全部售出后，企业从该经销商处获得的利润（单位：万元）与*n*的对应关系如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *n*＝1 | *n*＝2 | *n*＝3 | *n*＝4 | *n*＝5 | *n*＝6 | … |
| *A* | 40 | 60 | / | / | / | / | / |
| *B* | 30 | 55 | 75 | 90 | 100 | 105 | / |
| *C* | 20 | 40 | 60 | 70 | 80 | 90 | … |
| *D* | 14 | 38 | 62 | 86 | 110 | 134 | … |

（1）如果企业将5台设备分配给这四家经销商销售，且每家经销商至少分配到1台设备，为使5台设备都售出后企业获得的总利润最大，应向经销商　*B*　 分配2台设备（填“*A*”“*B*”“*C*”或“*D*”）；

（2）如果企业将6台设备分配给这四家经销商中的一家或多家销售，那么6台设备都售出后，企业可获得的总利润的最大值为　157　 万元．

【分析】（1）分别计算各经销商销售完第2台比第1台的利润的增长量，比较即可得答案；

（2）分别求出一家分配时、四家分配时、三家分配时、两家分配时的最大利润，比较即可得答案．

【解答】解：（1）当*n*＝2时，

*A*经销商的利润为60，比*n*＝1时增加60﹣40＝20（万元），

*B*经销商的利润为55，比*n*＝1时增加55﹣30＝25（万元），

*C*经销商的利润为40，比*n*＝1时增加40﹣20＝20（万元），

*D*经销商的利润为38，比*n*＝1时增加38﹣14＝24（万元），

∵25＞24＞20，

∴应向经销商*B*分配2台设备，

故答案为：*B*；

（2）当给这四家经销商中的一家分配时，最大利润为*D*经销商的134万元，

当分配给多家销售时：

当分配四家时，最大利润为40+55+20+38＝153（万元），

当分配给三家时，最大利润为40+55+62＝157（万元），

当分配给两家时，最大利润为60+90＝150（万元）或40+110＝150（万元），

综上所述：企业可获得的总利润的最大值为157万元．

故答案为：157．

【点评】本题考查列举等可能的结果，根据表格列举出增长量的变化是解题关键．

**三、解答题（共68分，第17-19题每题5分，第20题6分，第21题5分，第22题6分，第23题5分，第24题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。**

17．（5分）计算：|﹣3|2sin30°．

【分析】利用绝对值及算术平方根的性质，负整数指数幂，特殊锐角三角函数值计算后再算加减即可．

【解答】解：原式＝3+32﹣2

＝3+32﹣1

＝4+3．

【点评】本题考查实数的运算，熟练掌握相关运算法则是解题的关键．

18．（5分）解不等式组：．

【分析】先解出每个不等式的解集，即可得到不等式组的解集．

【解答】解：，

解不等式①，得：*x*＞﹣3，

解不等式②，得：*x*＜1，

∴原不等式组的解集为﹣3＜*x*＜1．

【点评】本题考查解一元一次不等式组，解答本题的关键是明确解一元一次不等式（组）的方法．

19．（5分）已知*a*+*b*﹣3＝0，求代数式的值．

【分析】由已知条件易得*a*+*b*＝3，将原式变形后代入数值计算即可．

【解答】解：∵*a*+*b*﹣3＝0，

∴*a*+*b*＝3，

∴原式

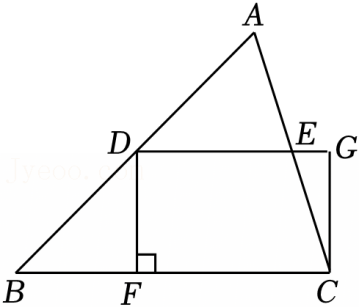
．

【点评】本题考查分式的值，将原式进行正确地变形是解题的关键．

20．（6分）如图，在△*ABC*中，*D*，*E*分别为*AB*，*AC*的中点，*DF*⊥*BC*，垂足为*F*，点*G*在*DE*的延长线上，*DG*＝*FC*．

（1）求证：四边形*DFCG*是矩形；

（2）若∠*B*＝45°，*DF*＝3，*DG*＝5，求*BC*和*AC*的长．



【分析】（1）证明*DE*是△*ABC*的中位线，得*DE*∥*BC*，再证明四边形*DFCG*是平行四边形，然后由矩形的判定即可得出结论；

（2）证明△*BDF*是等腰直角三角形，得*BF*＝*DF*＝3，则*BC*＝*BF*+*FC*＝8，再由三角形中位线定理求出*DE*＝4，然后由矩形的性质得*CG*＝*DF*＝3，∠*G*＝90°，则*EG*＝*DG*﹣*DE*＝1，进而由勾股定理求出*CE*的长，即可得出结论．

【解答】（1）证明：∵*D*，*E*分别为*AB*，*AC*的中点，

∴*DE*是△*ABC*的中位线，

∴*DE*∥*BC*，

∵*DG*＝*FC*，

∴四边形*DFCG*是平行四边形，

又∵*DF*⊥*BC*，

∴∠*DFC*＝90°，

∴平行四边形*DFCG*是矩形；

（2）解：∵*DF*⊥*BC*，

∴∠*DFB*＝90°，

∵∠*B*＝45°，

∴△*BDF*是等腰直角三角形，

∴*BF*＝*DF*＝3，

∵*DG*＝*FC*＝5，

∴*BC*＝*BF*+*FC*＝3+5＝8，

由（1）可知，*DE*是△*ABC*的中位线，四边形*DFCG*是矩形，

∴*DEBC*＝4，*CG*＝*DF*＝3，∠*G*＝90°，

∴*EG*＝*DG*﹣*DE*＝5﹣4＝1，

∴*CE*，

∵*E*为*AC*的中点，

∴*AC*＝2*CE*＝2．

【点评】本题考查了矩形的判定与性质、三角形中位线定理、平行四边形的判定与性质、勾股定理、等腰直角三角形的判定与性质等知识，熟练掌握矩形的判定与性质是解题的关键．

21．（5分）在平面直角坐标系*xOy*中，函数*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0）的图象经过点（1，3）和（2，5）．

（1）求*k*，*b*的值；

（2）当*x*＜1时，对于*x*的每一个值，函数*y*＝*mx*（*m*≠0）的值既小于函数*y*＝*kx*+*b*的值，也小于函数*y*＝*x*+*k*的值，直接写出*m*的取值范围．

【分析】（1）直接利用待定系数法求解即可；

（2）由（1）可得函数*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0）的解析式为*y*＝2*x*+1，函数*y*＝*x*+*k*的解析式为*y*＝*x*+2，当*mx*＜2*x*+1时，则（*m*﹣2）*x*＜1，当*mx*＜*x*+2时，则（*m*﹣1）*x*＜2，根据当*x*＜1时，两个不等式都成立可得*m*≥2；当*m*＝2，*x*＜1时，2*x*＜2*x*+1和*x*＜2恒成立；当*m*＞2时，则且，再分当时，则，当时，则，两种情况分别解不等式即可得到答案．

【解答】解：（1）∵在平面直角坐标系*xOy*中，函数*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0）的图象经过点（1，3）和（2，5），

∴，

解得；

（2）由（1）可得函数*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0）的解析式为*y*＝2*x*+1，函数*y*＝*x*+*k*的解析式为*y*＝*x*+2，

当*mx*＜2*x*+1时，则（*m*﹣2）*x*＜1，

当*mx*＜*x*+2时，则（*m*﹣1）*x*＜2，

∵当*x*＜1时，对于*x*的每一个值，函数*y*＝*mx*（*m*≠0）的值既小于函数*y*＝*kx*+*b*的值，也小于函数*y*＝*x*+*k*的值，

∴*m*﹣2≥0，且*m*﹣1≥0，

∴*m*≥2，

当*m*＝2，*x*＜1时，2*x*＜2*x*+1和*x*＜2恒成立，故*m*＝2符合题意；

当*m*＞2时，则，

当时，则．

解不等式得*m*≤3，解不等式*m*≤3，

∴2＜*m*≤3；

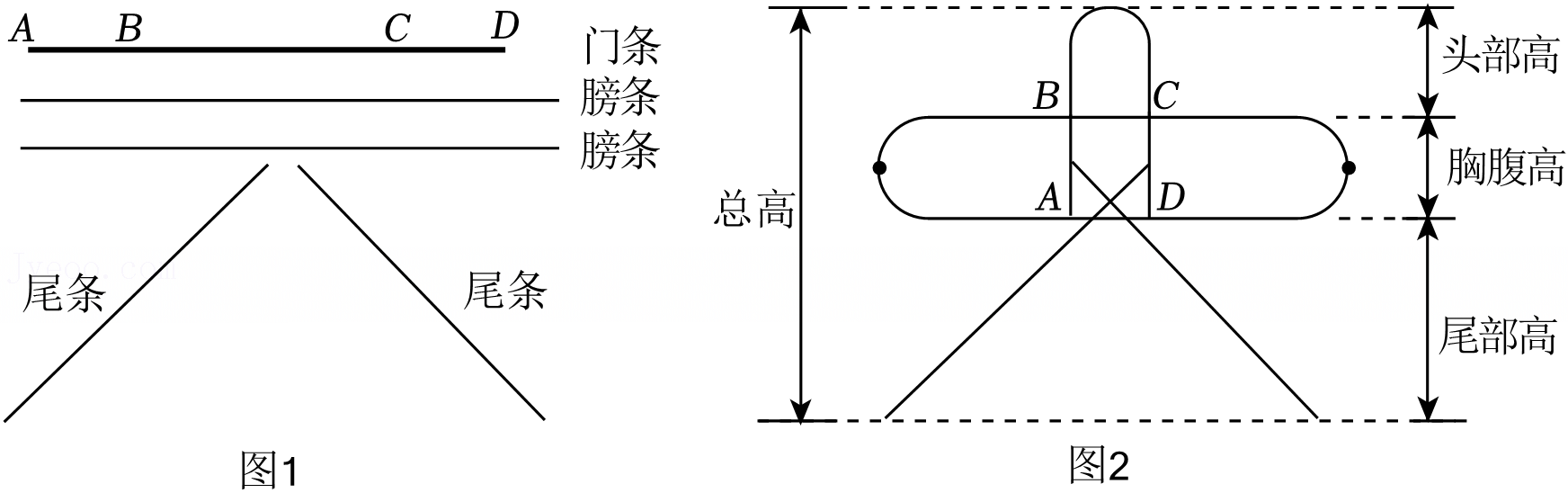
当时，则，

解不等式得*m*＞3，解不等式得*m*≤3，此时不符合题意；

综上所述，2≤*m*≤3．

【点评】本题主要考查了待定系数法求一次函数解析式，一次函数与不等式之间的关系，熟知一次函数的相关知识是解题的关键．

22．（6分）北京风筝制作技艺是国家级非物质文化遗产．为制作一只京燕风筝，小明准备了五根直竹条（如图1）；一根门条、两根等长的膀条和两根等长的尾条．他将门条和膀条分别烤弯后与尾条一起扎成风筝的骨架（如图2），其头部高、胸腹高与尾部高的比是1：1：2．已知单根膀条长是胸腹高的5倍，门条比单根膀条短10*cm*，图1中*BC*的长是门条长的，*AB*．*CD*的长均等于胸腹高．求这只风筝的骨架的总高．



【分析】设胸腹高为*x* *cm*，则单根膀条长为5*x* *cm*，门条*AD*的长度为 （5*x*﹣10）*cm*，，*AB*＝*CD*＝*x* *cm*，头部高为*x* *cm*，尾部高为2*x* *cm*，这只风筝的骨架的总高为4*x* *cm*；由*AD*＝*AB*+*BC*+*CD*列方程求出 *x*＝20，进而求出风筝的骨架的总高即可．

【解答】解：设胸腹高为*x* *cm*，则单根膀条长为5*x* *cm*，门条*AD*的长度为（5*x*﹣10）*cm*，，*AB*＝*CD*＝*x*，头部高为*x*，尾部高为2*x* *cm*，这只风筝的骨架的总高为4*x* *cm*，

由*AD*＝*AB*+*BC*+*CD*，

可得，

解得：*x*＝20；

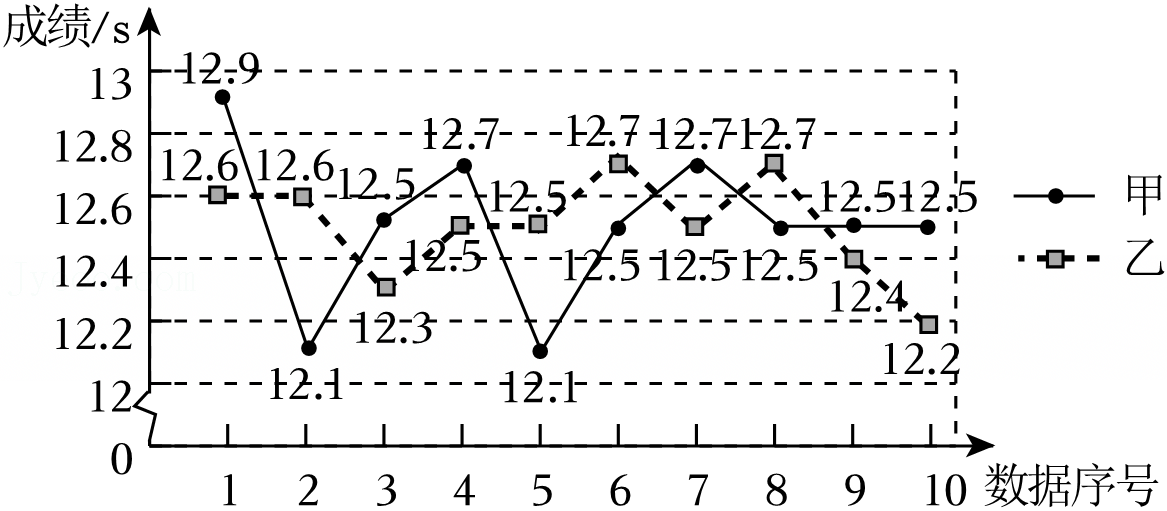
所以这只风筝的骨架的总高4*x*＝80*cm*，

答：这只风筝的骨架的总高80*cm*．

【点评】本题主要考查了一元一次方程的应用，弄清量之间的关系、列出一元一次方程是解题的关键．

23．（5分）校田径队教练选出甲、乙、丙、丁四名运动员参加100米比赛．对这四名运动员最近10次100米跑测试成绩（单位：*s*）的数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

*a*．甲、乙两名运动员10次测试成绩的折线图：



*b*．丙运动员10次测试成绩：

12.4 12.4 12.5 12.7 12.8 12.8 12.8 12.8 12.9 12.9

*c*．四名运动员10次测试成绩的平均数、中位数、方差

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 |
| 平均数 | 12.5 | 12.5 | *p* | 12.5 |
| 中位数 | *m* | 12.5 | 12.8 | 12.45 |
| 方差 | 0.056 | *n* | 0.034 | 0.056 |

（1）表中*m*的值为 　12.5　 ；

（2）表中*n* 　＜　 0.056（填“＞”“＝”或“＜”）；

（3）根据这10次测试成绩，教练按如下方式评估这四名运动员的实力强弱：首先比较平均数，平均数较小者实力更强；若平均数相等，则比较方差，方差较小者实力更强；若平均数、方差分别相等，则测试成绩小于平均数的次数较多者实力更强．评估结果：这四名运动员按实力由强到弱依次为 　乙、丁、甲、丙　 ．

【分析】（1）根据中位数定义即可求解*m*；

（2）根据方差计算公式求解，再比较即可；

（3）根据中位数、方差、平均数，结合题意分析即可．

【解答】解：（1）甲的10次测试成绩排列为：12.1，12.1，12.5，12.5，12.5，12.5，12.5，12.7，12.7，12.9，

∴中位数，

故答案为：12.5；

（2）乙的10次测试成绩平均数为：12.6+12.6+12.3+12.5+12.5+12.7+12.5+12.7+12.4+12.2＝12.5，

∴方差为：*n*＝[（12.6﹣12.5）2×2+（12.3﹣12.5）2+（12.5﹣12.5）2×3+（12.7﹣12.5）2×2+（12.4﹣12.5）2+（12.2﹣12.5）2]＝0.024，

∴*n*＜0.056，

故答案为：＜；

（3）丙的平均数，

∴丙的平均数最大，则实力最弱，

∵方差0.024＜0.034＜0.056，

∴乙实力最强，

∵丁的测试成绩中位数为12.45，

∴第5，6次成绩和为24.9，

∴前5次测试成绩小于平均数，甲测试成绩小于平均数12.5的次数有2次，

∴丁比甲强，

∴这四名运动员按实力由强到弱依次为：乙、丁、甲、丙，

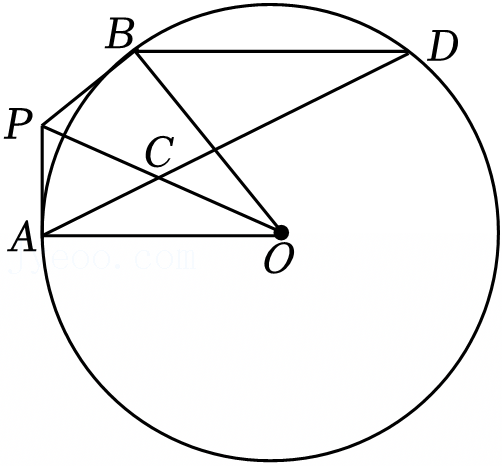
故答案为：乙、丁、甲、丙．

【点评】本题考查了折线统计图，计算方差，中位数，平均数等知识点，正确理解题意是解题的关键．

24．（6分）如图，过点*P*作⊙*O*的两条切线，切点分别为*A*，*B*，连接*OA*，*OB*，*OP*，取*OP*的中点*C*，连接*AC*并延长，交⊙*O*于点*D*，连接*BD*．

（1）求证：∠*ADB*＝∠*AOP*；

（2）延长*OP*交*DB*的延长线于点*E*．若*AP*＝10，tan∠*AOP*，求*DE*的长．



【分析】（1）利用切线长定理得*OP*平分∠*AOB*，利用圆周角定理得，等量代换即可证明；

（2）延长*AO*交⊙*O*于点*F*，连接*DF*，利用条件求出线段长，再利用角度转换证明三角形相似，最后根据相似求得*DE*长．

【解答】（1）证明：∵*AP*，*BP*分别切⊙*O*于*A*点，*B*点，

∴*OP*平分∠*AOB*，

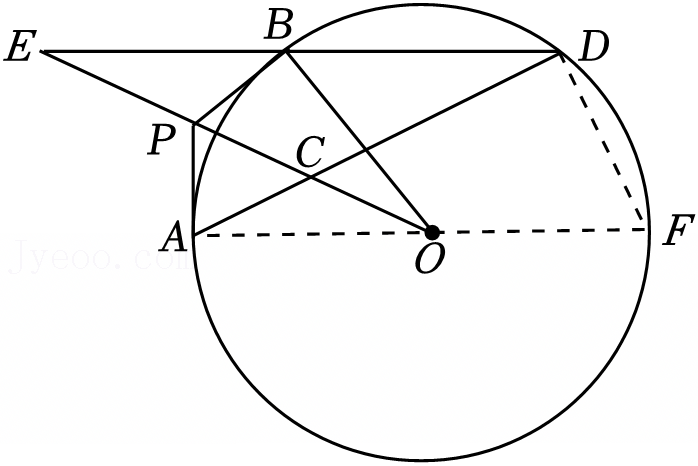
∴，

又∵，

∴，

∴∠*ADB*＝∠*AOP*；

（2）解：延长*AO*交⊙*O*于点*F*，连接*DF*，则∠*ADF*＝90°，



∵*AP*，*BP*分别切⊙*O*于*A*点，*B*点，

∴*PA*⊥*OA*，

∵*C*为*OP*的中点，

∴*PC*＝*OC*，

∴，

又∵*AP*＝10，，

∴，，，*AF*＝2*AO*＝40，

∵*AC*＝*OC*，

∴∠*CAO*＝∠*AOC*，

又∵∠*PAO*＝∠*ADF*＝90°，

∴，

∴，，

∵∠*AOP*＝∠*ADB*，∠*ACO*＝∠*ECD*，

∴△*ACO*∽△*ECD*，

∴，

∴．

【点评】本题主要考查切线长定理，圆周角定理及推论，勾股定理，三角函数，相似三角形的判定与性质等知识点，熟记切线长定理，圆周角定理，并且 能根据题意作出合适的辅助线是解题的关键．

25．（5分）工厂对新员工进行某种工艺品制作的培训．在完成理论学习后，新员工接下来先使用智能辅助训练系统进行一次为期*T*日（*T*可取0，1，2或3）的模拟练习，然后开始试制．记一名新员工在试制阶段的第*x*日单日制成的合格品的个数为*y*，根据以往的培训经验，对于给定的*T*，可以认为*y*是*x*的函数．当*T*＝0和*T*＝3时，部分数据如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| *T*＝0时*y*的值 | 0 | 7 | 8 | 10 | 12 | 16 | 20 | 23 | 25 | 26 |
| *T*＝3时*y*的值 | 0 | 26 | 37 | 43 | *m* | 48 | 50 | 51 | 52 | 53 |

*T*＝3时，从试制阶段的第2日起，一名新员工每一日比前一日多制成的合格品的个数逐渐减少或保持不变．

对于给定的*T*，在平面直角坐标系*xOy*中描出该*T*值下各数对（*x*，*y*）所对应的点，并根据变化趋势用平滑曲线连接，得到曲线∁T.当*T*＝1和*T*＝2时，曲线*C*1，*C*2如图所示．

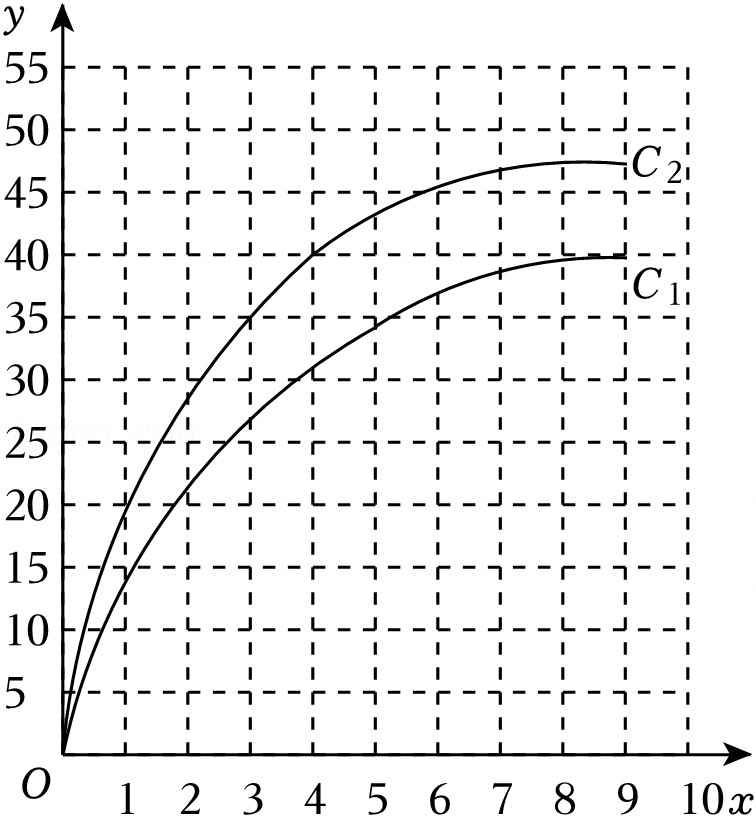
（1）观察曲线*C*1，当整数*x*的值为　6　 时，*y*的值首次超过35；

（2）写出表中*m*的值，并在给出的平面直角坐标系中画出*T*＝3时的曲线*C*3；

（3）新员工小云和小腾刚刚完成理论学习，接下来进行模拟练习和试制．

①若新员工单日制成不少于45个合格品即可获得“优秀学员”证书，根据上述函数关系，小云最早在完成理论学习后的第　7　 日可获得“优秀学员”证书；

②若工厂希望小腾在完成理论学习后的4日内制成的合格品的总数最多，根据上述函数关系，在这4日中应安排小腾先进行　1　 日的模拟练习．



【分析】（1）找*C*1图象上*y*的值首次超过35时的*x*值；

（2）根据第2日起，一名新员工每一日比前一日多制成的合格品的个数逐渐减少或保持不变，第5日比第3日多试制5个合格产品，可知第4日比第3日多3个合格产品，即得；运用表格数据在平面直角坐标系描点画出函数图象；

（3）①根据单日制成不少于45个合格品的只有*C*2与*C*3，*C*3：*T*＝3*x*＝4时，*y*＝46，得*T*+*x*＝7；*C*2：*T*＝2，当*x*＝6时，*y*＝45，得*T*+*x*＝8，比较即得小云最早在完成理论学习后的第7日可获得“优秀学员”证书；

②分模拟练习*T*＝0日，*T*＝1日，*T*＝2日，*T*＝3日，求出对应的4日内的试制日数，试制的合格产品数，比较即得应安排小腾先进行的模拟练习日数．

【解答】解：（1）由曲线*C*1看出，当整数*x*的值为6时，*y*的值首次超过35，

故答案为：6；

（2）∵*T*＝3日的模拟练习时，从试制阶段的第2日起，一名新员工每一日比前一日多制成的合格品的个数逐渐减少或保持不变，在试制阶段的第3日单日制成的合格品43个，第5日单日制成的合格品48个，

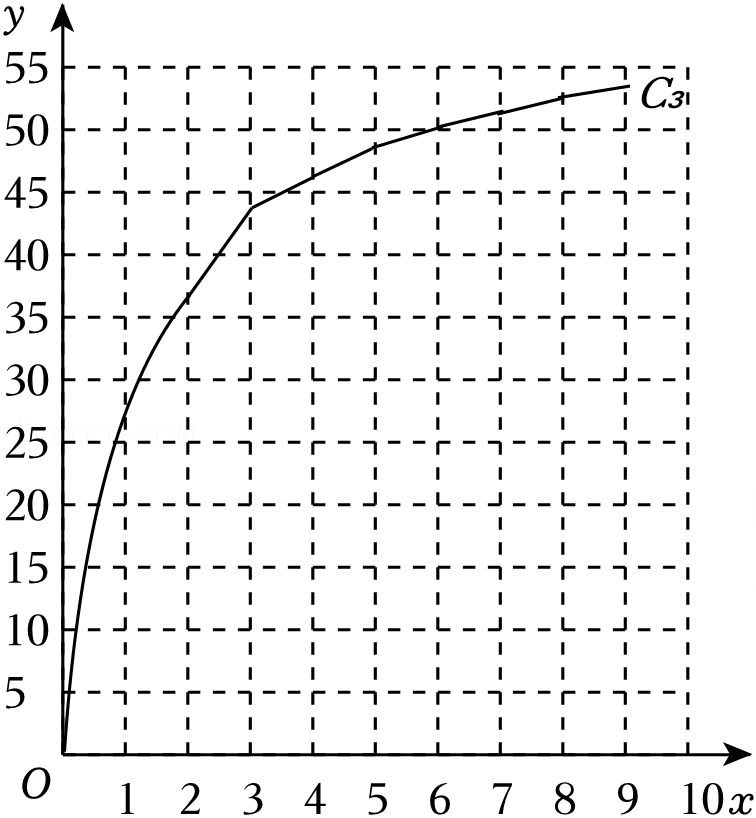
∴相差48﹣43＝5（个），

把5分成两个接近的数，5＝3+2，

∴第4日增加3个，第5日增加2个，

∴*m*＝43+3＝46，

画出*T*＝3时的曲线*C*3：



（3）①单日制成不少于45个合格品的只有*C*2与*C*3，

*C*3：*T*＝3日的模拟练习，然后试制阶段第*x*＝4日制成的合格品达到*y*＝46个，

∴*T*+*x*＝7；

*C*2：*T*＝2日的模拟练习，然后试制阶段第*x*＝6日制成的合格品达到*y*＝45个，

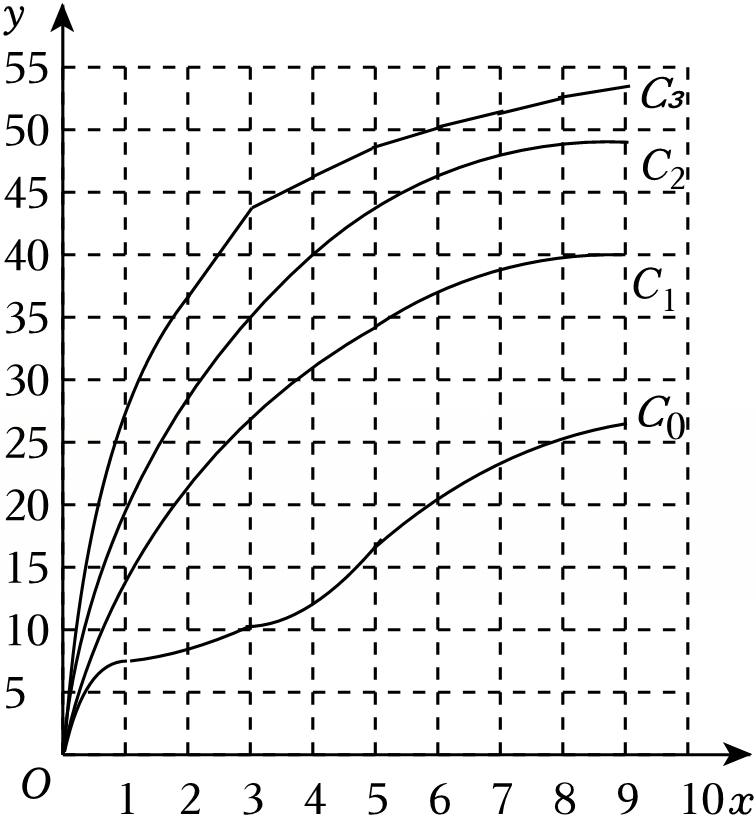
∴*T*+*x*＝8，

∵7＜8，

故小云最早在完成理论学习后的第7日可获得“优秀学员”证书；

故答案为：7；

②如图，



当模拟练习*T*＝0日时，

4日内的试制时间*x*＝4﹣0＝4日，

4日的合格产品分别是7，8，10，12，

∴合格产品共有7+8+10+12＝37；

当模拟练习*T*＝1日时，

4日内的试制时间*x*＝4﹣1＝3日，

3日的合格产品分别是12，19，26，

∴合格产品共有12+19+26＝57；

当模拟练习*T*＝2日时，

4日内的试制时间*x*＝4﹣2＝2日，

2日的合格产品分别是20，30，

∴合格产品共有20+30＝50；

当模拟练习*T*＝3日时，

4日内的试制时间*x*＝4﹣3＝1日，

1日的合格产品是26；

∵26＜37＜50＜57，

∴希望小腾在完成理论学习后的4日内制成的合格品的总数最多，根据上述函数关系，在这4日中应安排小腾先进行1日的模拟练习．

故答案为：1．

【点评】本题考查了表格法与图象法表示函数．熟练掌握函数表示的表格法与图象法，根据表格信息画函数图象，函数的图象和性质，函数的增减性质，求函数值或自变量的值，是解题的关键．

26．（6分）在平面直角坐标系*xOy*中，抛物线*y*＝*ax*2+*bx*+*c*（*a*≠0）经过点*O*和点*A*（3，3*a*）．

（1）求*c*的值，并用含*a*的式子表示*b*；

（2）过点*P*（*t*，0）作*x*轴的垂线，交抛物线于点*M*，交直线*y*＝*ax*于点*N*．

①若*a*＝1，*t*＝4，求*MN*的长；

②已知在点*P*从点*O*运动到点*B*（2*a*，0）的过程中，*MN*的长随*OP*的长的增大而增大，求*a*的取值范围．

【分析】（1）分别将*O*（0，0），*O*（0，0）代入抛物线解析式，即可获得答案；

（2）①结合题意，分别确定点*M*、*N*的坐标，即可获得答案；

②首先确定*MN*＝|*at*2﹣3*at*|，再分*a*＞0和*a*＜0两种情况分析求解即可．

【解答】解：（1）将点*O*（0，0）代入，抛物线*y*＝*ax*2+*bx*+*c*，

可得*c*＝0，

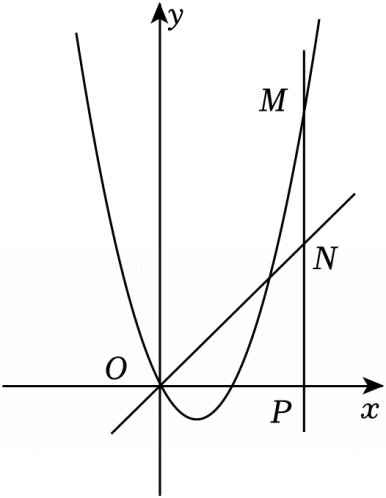
∴该抛物线解析式为*y*＝*ax*2+*bx*，

将点*A*（3，3*a*）代入，抛物线*y*＝*ax*2+*bx*，

可得3*a*＝9*a*+3*b*，解得*b*＝﹣2*a*；

（2）①若 *a*＝1，则该抛物线及直线解析分别为*y*＝*x*2﹣2*x*，*y*＝*x*，

当*t*＝4时，可有点*P*（4，0），如下图，



∵*PM*⊥*x*轴，

∴*xM*＝*xN*＝4，

将*x*＝4代入*y*＝*x*2﹣2*x*，可得*y*＝42﹣2×4＝8，即*M*（4，8），

将*x*＝4代入*y*＝*x*，可得*y*＝4，即*N*（4，4），

∴*MN*＝8﹣4＝4；

②当点*P*从点*O*运动到点*B*（2*a*，0）的过程中，

∵*PM*⊥*x*轴，*P*（*t*，0），

∴*xM*＝*xN*＝*t*，

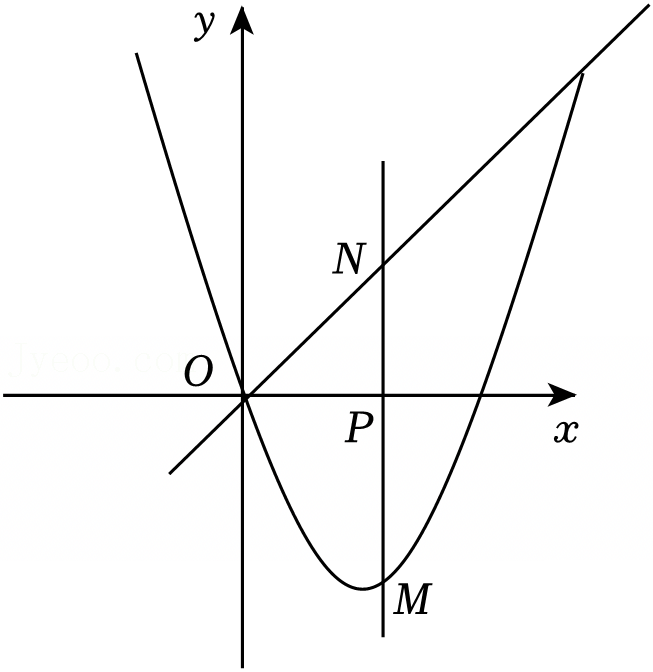
将*x*＝*t*代入*y*＝*ax*2﹣2*ax*，可得*y*＝*at*2﹣2*at*，即*M*（*t*，*at*2﹣2*at*），

将*x*＝*t*代入*y*＝*ax*，可得*y*＝*at*，即*N*（*t*，*at*），

∴*MN*＝|*at*2﹣2*at*﹣*at*|＝|*at*2﹣3*at*|，

令*MN*＝0，即*at*2﹣3*at*＝0，解得*t*＝0或*t*＝3，

若*a*＞0，可有2*a*＞0，即点*B*在*y*轴右侧，如下图，



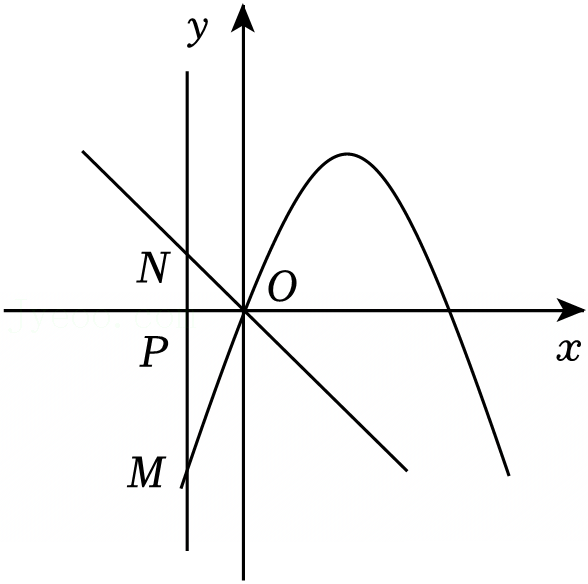
当0＜*t*≤3时，可有*MN*＝﹣*at*2+3*at*，其图象开口向下，对称轴为直线，

若*MN*的长随*OP*的长的增大而增大，即*MN*的长随*t*的增大而增大，则，

解得，

当*t*＞3时，可有*MN*＝*at*2﹣3*at*其图象开口向上，对称轴为直线，不符合题意；

若*a*＜0，可有2*a*＜0，即点*B*在*y*轴左侧，如下图，



当*t*＜0时，可有*MN*＝﹣*at*2+3*at*，其图象开口向上，对称轴为直线，

若*MN*的长随*OP*的长的增大而增大，即*MN*的长随*t*的减小而增大，

则，解得，

∴*a*＜0，

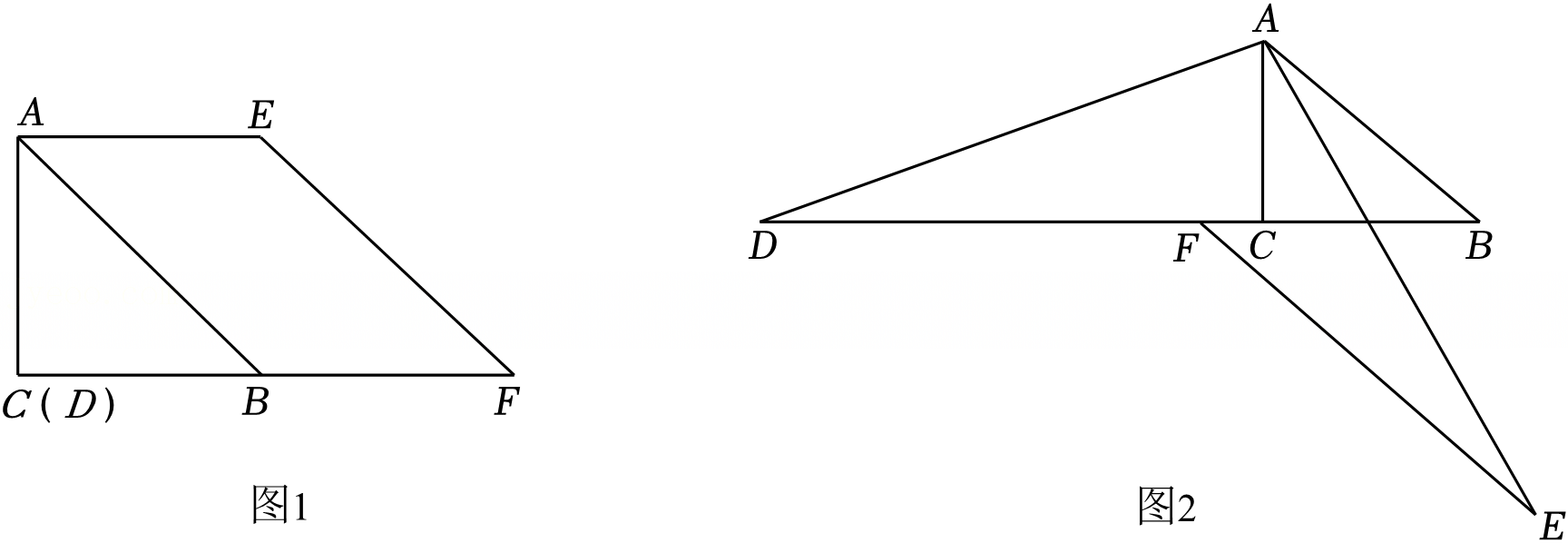
综上所述，*a*的取值范围为．

【点评】本题主要考查了待定系数法求二次函数解析式、二次函数的图象与性质、二次函数与一次函数综合应用等知识，解题关键是运用数形结合和分类讨论的思想分析问题．

27．（7分）在△*ABC*中，∠*ACB*＝90°，∠*ABC*＝α，点*D*在射线*BC*上，连接*AD*，将线段*AD*绕点*A*逆时针旋转180°﹣2α得到线段*AE*（点*E*不在直线*AB*上），过点*E*作*EF*∥*AB*，交直线*BC*于点*F*．

（1）如图1，α＝45°，点*D*与点*C*重合，求证：*BF*＝*AC*；

（2）如图2，点*D*，*F*都在*BC*的延长线上，用等式表示*DF*与*BC*的数量关系，并证明．



【分析】（1）根据α＝45°，得出∠*BAC*＝∠*ABC*＝45°，根据旋转可得*AE*＝*AD*＝*AC*，∠*EAB*＝90°﹣∠*BAC*＝45°，进而证明四边形*ABFE*是平行四边形，得出*BF*＝*AE*，*BF*＝*AC*；即可得证；

（2）在*DB*上取一点*G*，使得*AG*＝*AB*，证明△*DAG*≌△*EAB*（*SAS*），得出*DG*＝*BE*，∠*AGD*＝∠*ABE*＝180°﹣∠*AGC*＝180°﹣α，进而根据三角形内角和定理得出∠*FBE*＝180°﹣2α，根据平行线的性质得出∠*BFE*＝∠*ABF*＝α，进而得出∠*BEF*＝α，根据等角对等边可得*BE*＝*BF*，则*DG*＝*BF*，根据三线合一可得*GC*＝*BC*，进而根据*DF*＝*BD*﹣*BF*＝*BD*﹣*DG*＝*BG*＝2*BC*，即可得证．

【解答】证明：（1）∵∠*ACB*＝90°，∠*ABC*＝45°，

∴∠*BAC*＝∠*ABC*＝45°，

∵线段*AD*绕点*A*逆时针旋转180°﹣2×45°＝90°得到线段*AE*，点*D*与点*C*重合，

∴*AE*＝*AD*＝*AC*，∠*EAB*＝90°﹣∠*BAC*＝45°，

∴∠*EAB*＝∠*ABC*，

∴*BC*∥*AE*，

∵*EF*∥*AB*，

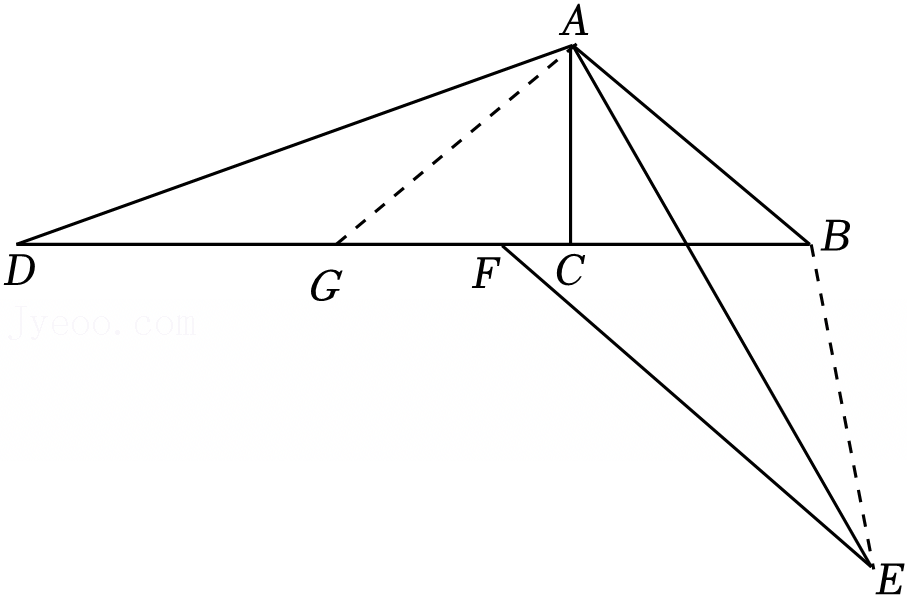
∴四边形*ABFE*是平行四边形，

∴*BF*＝*AE*，

∴*BF*＝*AC*；

（2）*DF*＝2*BC*，证明：

如图，在*DB*上取一点*G*，使得*AG*＝*AB*，



∴∠*AGB*＝∠*ABG*＝α，

∴∠*BAG*＝180°﹣2α，

∵将线段*AD*绕点*A*逆时针旋转180°﹣2α得到线段*AE*，

∴*DA*＝*EA*，

∴∠*DAE*＝∠*GAB*＝180°﹣2α，

∴∠*DAG*＝∠*EAB*，

∴△*DAG*≌△*EAB*（*SAS*），

∴*DG*＝*BE*，∠*AGD*＝∠*ABE*＝180°﹣∠*AGC*＝180°﹣α，

又∵∠*ABC*＝α，

∵∠*FBE*＝∠*ABE*﹣∠*ABC*＝180°﹣α﹣α＝180°﹣2α，

∵*EF*∥*AB*，

∴∠*BFE*＝∠*ABF*＝α，

∴∠*BEF*＝180°﹣∠*FBE*﹣∠*BFE*＝α，

∴*BE*＝*BF*，

∴*DG*＝*BF*，

∵*AG*＝*AB*，*AC*⊥*BC*，

∴*GC*＝*BC*，

∴*DF*＝*BD*﹣*BF*＝*BD*﹣*DG*＝*BG*＝2*BC*．

【点评】本题考查了旋转的性质，全等三角形的性质与判定，等腰三角形的性质，三角形内角和定理的应用，平行四边形的性质与判定，熟练掌握旋转的性质是解题的关键．

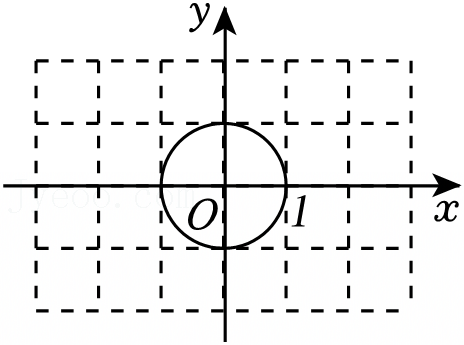
28．（7分）在平面直角坐标系*xOy*中，对于点*A*和⊙*C*给出如下定义：若⊙*C*上存在两个不同的点*M*，*N*，对于⊙*C*上任意满足*AP*＝*AQ*的两个不同的点*P*，*Q*，都有∠*PAQ*≤∠*MAN*，则称点*A*是⊙*C*的关联点，称∠*MAN*的大小为点*A*与⊙*C*的关联角度．（本定义中的角均指锐角、直角、钝角或平角）

（1）如图，⊙*O*的半径为1．

①在点*A*1（，0），*A*2（，0），*A*3（2，0）中，点　*A*3　 是⊙*O*的关联点且其与⊙*O*的关联角度小于90°，该点与⊙*O*的关联角度为　60　 °；

②点*B*（1，*m*）在第一象限，若对于任意长度小于1的线段*BD*，*BD*上所有的点都是⊙*O*的关联点，则*m*的最小值为　　 ；

（2）已知点*E*（1，3），*F*（4，3），*T*（*t*，0），⊙*T*经过原点，线段*EF*上所有的点都是⊙*T*的关联点，记这些点与⊙*T*的关联角度的最大值为α．若90°≤α≤180°，直接写出*t*的取值范围．



【分析】（1）①根据新定义可得*A*3的是⊙*O*的关联点且其与⊙*O*的关联角度小于90°，进而根据切线的性质，解Rt△*MA*3*O*，即可求得∠*MA*3*O*＝30°，即可求解；

②根据定义可得*B*为⊙*O*外一点，由*BD*＜1，⊙*O*的半径为1，得出*BO*≥2，进而当*OB*＝2时，勾股定理求得*m*的值，即可求解；

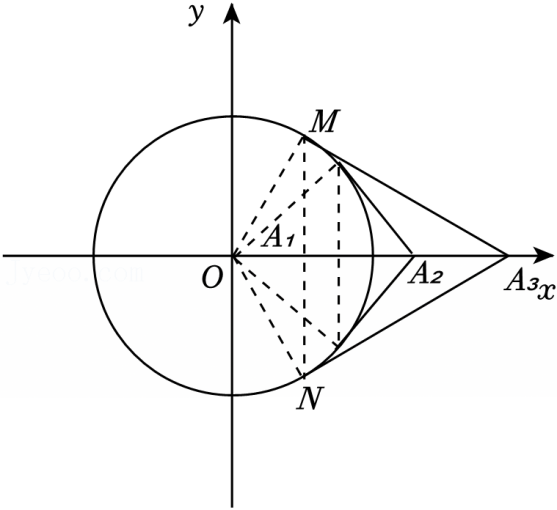
（2）由（1）可得，当*A*在圆的外部时，且*AM*，*AN*为圆的切线时，∠*MAN*最大，且*A*距离圆心越近，根据90°≤α≤180°，得出，根据已知可得，*EF*上距离*T*最近的点在的圆环内，根据*EF*是固定线段，让⊙*T*移动，分四种情况讨论，求得*t*的临界值，即可求解．

【解答】解：（1）①根据定义可得：当*A*在⊙*O*上时，不存在都有∠*PAQ*≤∠*MAN*；

当*A*在⊙*O*内部时，过*A*的直径*MN*使得⊙*O*的关联角度为180°；

当*A*在⊙*O*的外部时，且*AM*，*AN*为⊙*O*的切线时，∠*MAN*最大；

如图，*A*3是⊙*O*的关联点且其与⊙*O*的关联角度小于90°，*A*1与⊙*O*的关联角度为180°，*A*2与⊙*O*的关联角度大于90°，



∵*A*3（2，0），⊙*O*的半径为1，

∴*OM*＝1，*OA*3＝2，且*MA*3是⊙*OO*的切线，

∴，

∴∠*MA*3*O*＝30°，

∴∠*MA*3*N*＝60°，即与⊙*O*的关联角度为60°，

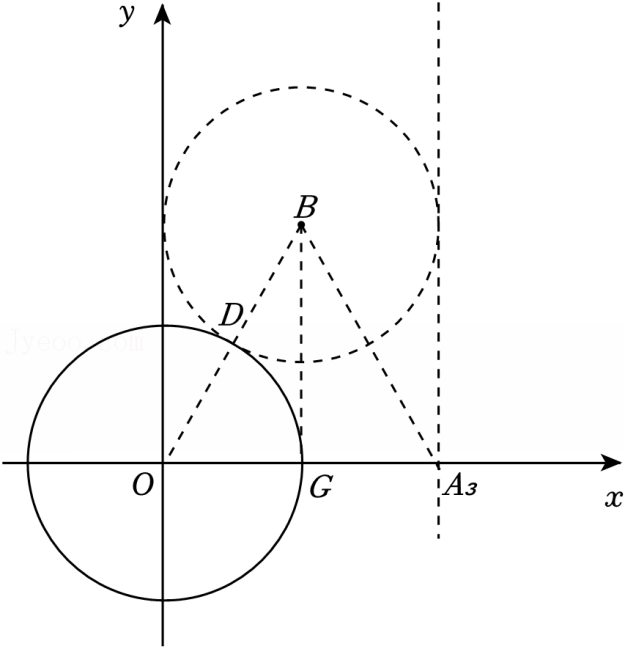
故答案为：*A*3，60；

②根据定义可得*B*为⊙*O*外一点，

∵*BD*＜1，⊙*O*的半径为1，

∴*BO*≥2，

当*OB*＝2时，如图，取点*G*（1，0），则∠*OBG*＝90°，



∴，

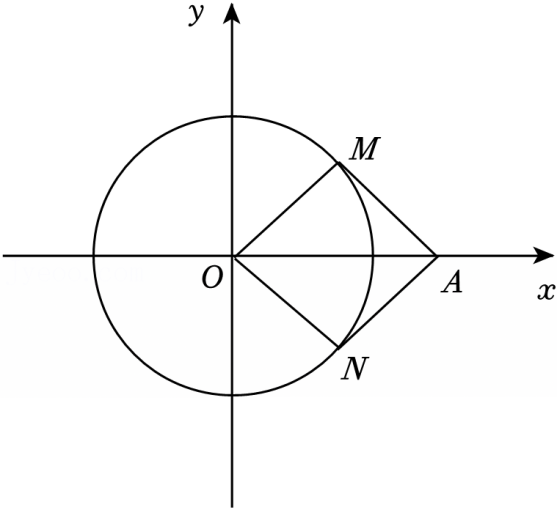
∴*m*的最小值为，

故答案为：；

（2）由（1）可得，当*A*在圆的外部时，且*AM*，*AN*为圆的切线时，∠*MAN*最大，且*A*距离圆心越近，

∵90°≤α≤180°，

∴当∠*MAN*＝90°时，由∠*TMA*＝∠*TNA*＝90°，如图，



∴四边形*TMAN*是矩形，

∵*TM*＝*TA*，

∴四边形*TMAN*是正方形，

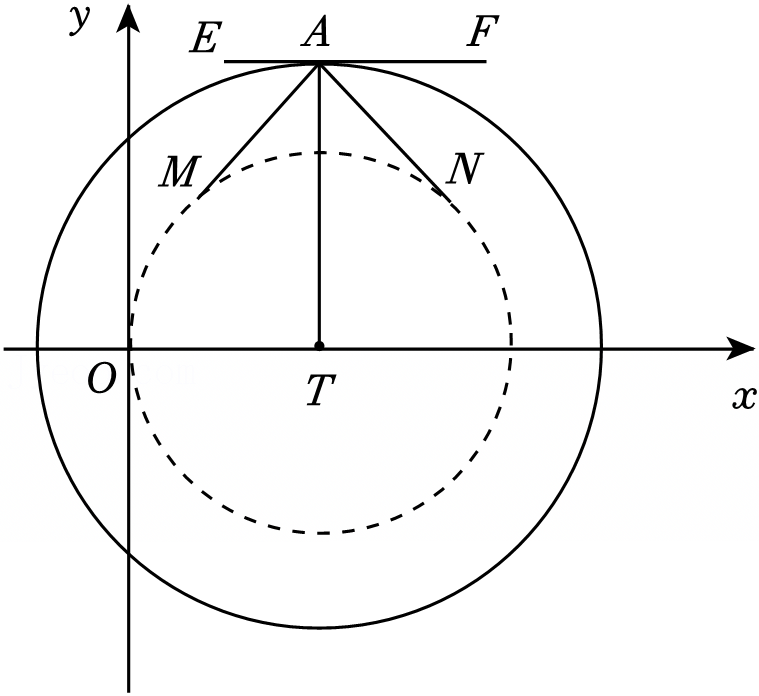
∴，

当∠*MAN*≥90°时，，

∵点*E*（1，3），*F*（4，3），*T*（*t*，0），⊙*T*经过原点，线段*EF*上所有的点都是⊙*T*的关联点，则*r*＝|*t*|，

∴*EF*上距离*T*最近的点在的圆环内，

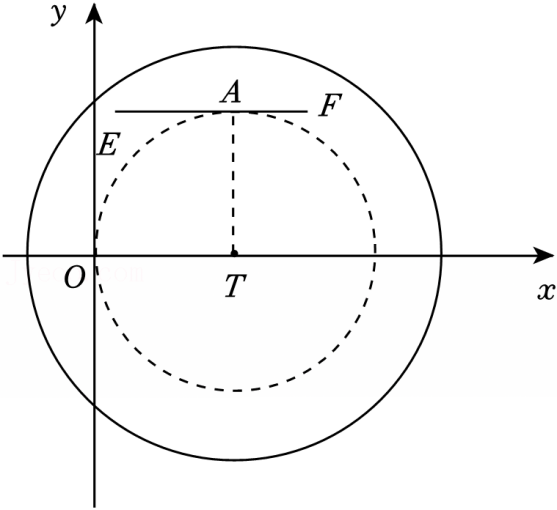
①*EF*和的圆相切，如图，



∴，

解得：；

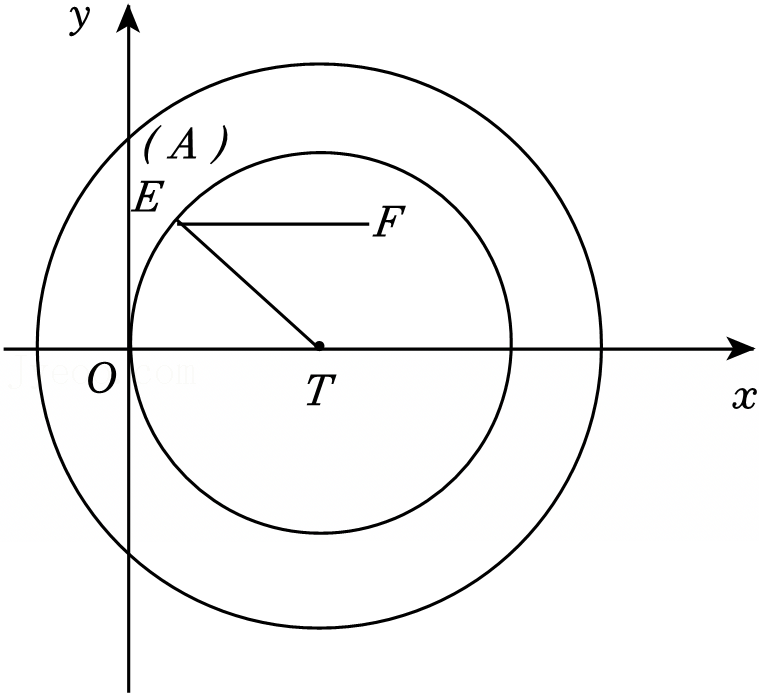
②*EF*和半径为*t*的圆相切时，如图，



∴*t*＝3 （不包含临界值），

∴；

③当*E*在半径为*t*的圆，如图，

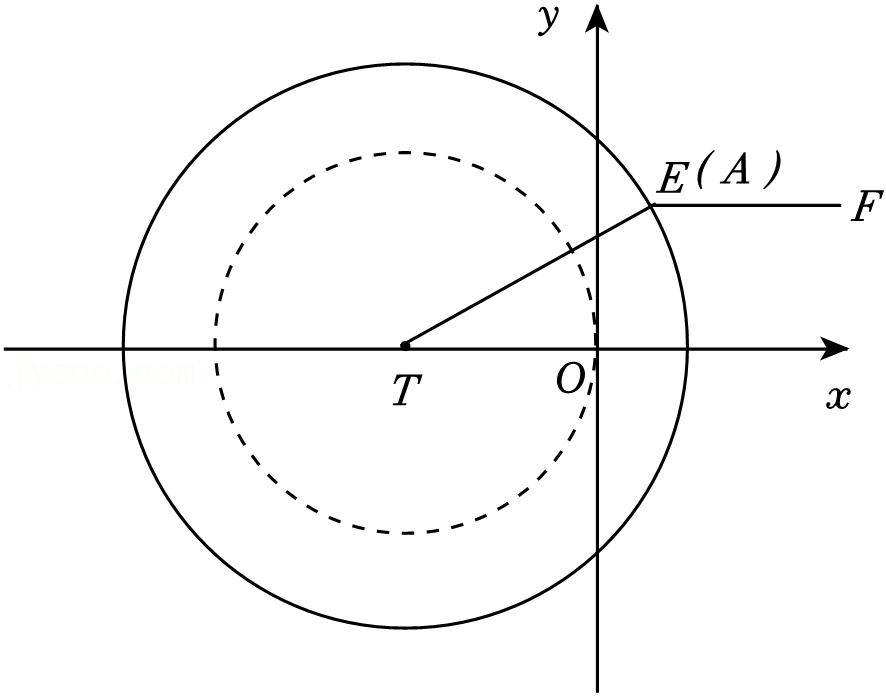


∴*t*2＝（*t*﹣1）2+32，

解得：*t*＝5 （不包含临界值），

∴*t*＞5时，*E*，*F*都在⊙*T*内部，此时α＝180°；

④当*F*在半径为的圆，如图，



设⊙*T*的半径为*r*，则*t*＝﹣*r*，

∴，

解得：，

∴时，此时90°≤α≤180°；

综上所述，或*t*＞5或．

【点评】本题考查了新定义，直线与圆的位置关系，点与圆的位置关系，理解新定义是解题的关键．

声明：试题解析著作权属菁优网所有，未经书面同意，不得复制发布日期：2025/7/2 21:30:45；用户：陈岩；邮箱：18576409105；学号：37028324