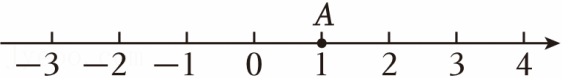
**2025年吉林省中考数学试卷**

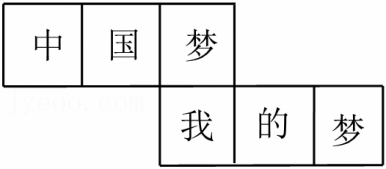
**一、选择题（下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意．每小题3分，共18分）**

1．如图，点*A*表示的数是1．若将点*A*向左移动3个单位长度得到点*A*′，则点*A*′表示的数为（　　）



A．﹣3 B．﹣2 C．2 D．4

2．一个正方体的展开图如图所示，把它折叠成正方体后，有“的”字一面的相对面上的字为（　　）



A．我 B．中 C．国 D．梦

3．计算（2*a*2）3的结果为（　　）

A．2*a*5 B．2*a*6 C．8*a*5 D．8*a*6

4．不等式*x*﹣3＞2的解集为（　　）

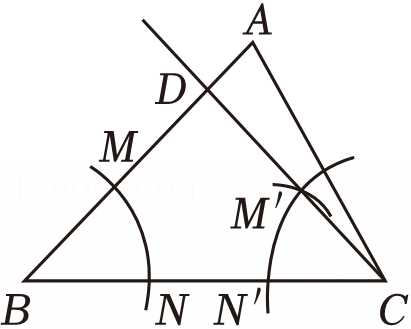
A．*x*＞5 B．*x*＜5 C．*x*＞﹣1 D．*x*＜﹣1

5．如图，风力发电机的叶片在风的吹动下转动，使风能转化为电能．图中的三个叶片组成的图形绕着它的中心旋转角α后，能够与它本身重合，则角α的大小可以为（　　）



A．90° B．120° C．150° D．180°

6．如图，在△*ABC*中，∠*B*＝45°，∠*A*＞∠*ACB*＞∠*B*，尺规作图操作如下：（1）以点*B*为圆心，适当长为半径画弧，分别交边*BA*，*BC*于点*M*，*N*；（2）以点*C*为圆心，*BN*长为半径画弧，交边*CB*于点*N*′；再以点*N*′为圆心，*MN*长为半径画弧，与前一条以点*C*为圆心的弧相交于三角形内部的点*M*′；（3）过点*M*′画射线*CM*′交边*AB*于点*D*．下列结论错误的为（　　）



A．∠*B*＝∠*DCB* B．∠*BDC*＝90° C．*DB*＝*DC* D．*AD*+*DC*＝*BC*

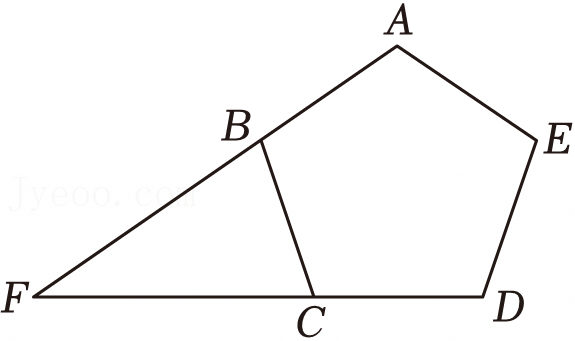
**二、填空题（每小题3分，共15分）**

7．因式分解：*a*2﹣*ab*＝　 　 ．

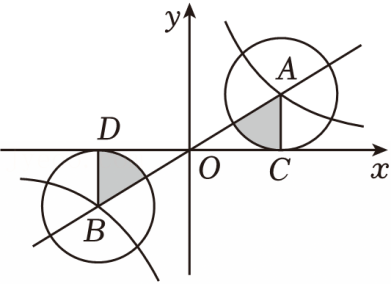
8．计算：　 　 ．

9．《孙子算经》中记载了这样一道题：今有三人共车，二车空；二人共车，九人步．问车几何？其译文为：有若干人乘车，若每3人同乘一车，最终剩余2辆空车；若每2人同乘一车，最终剩下9人因无车可乘而步行．问有多少辆车？为解决此问题，设共有*x*辆车，可列方程为　 　 ．

10．如图，正五边形*ABCDE*的边*AB*，*DC*的延长线交于点*F*，则∠*F*的大小为　 　 度．



11．如图，在平面直角坐标系中，过原点*O*的直线与反比例函数*y*的图象交于*A*，*B*两点，分别以点*A*，点*B*为圆心，画半径为1的⊙*A*和⊙*B*．当⊙*A*，⊙*B*分别与*x*轴相切时，切点分别为点*C*和点*D*，连接*AC*，*BD*，则阴影部分图形的面积和为　 　 ．（结果保留π）



**三、解答题（本题共11小题，共87分）**

12．（6分）先化简，再求值：，其中*a*＝2025．

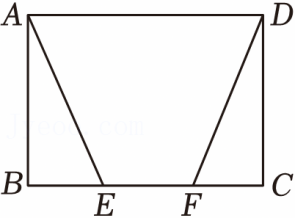
13．（6分）在“健康中国2030”与“体重管理年”的行动引领下，某校田径社团开展了“2025健康长跑”活动．由于参加的人数较多，场地空间有限，活动将分*A*，*B*，*C*三组进行，每人只能被随机分配到其中一组，分组工作由计算机软件完成．请用画树状图或列表的方法，求参与者小刚和小利被分配到同一组的概率．

14．（6分）吉林省长白山盛产人参、为促进我省特色经济的发展，某公司现将人参加工成甲、乙两种盒装的商品出售，甲、乙两种商品的售价分别为每盒25元和20元．某游客购买了甲、乙两种商品共10盒，花费230元．求该游客购买甲种商品和乙种商品的盒数．

15．（7分）如图，在矩形*ABCD*中，点*E*，*F*在边*BC*上，连接*AE*，*DF*，∠*BAE*＝∠*CDF*．

（1）求证：△*ABE*≌△*DCF*．

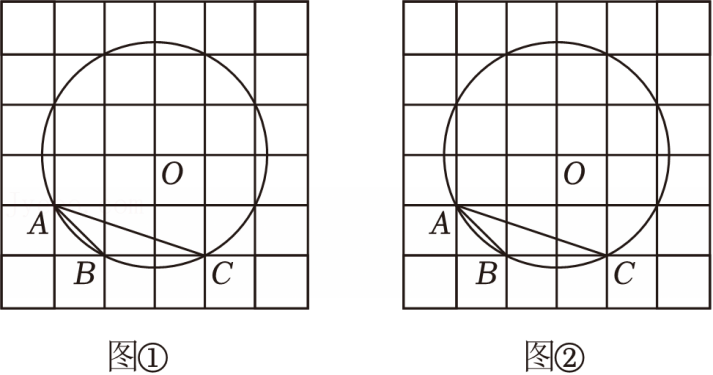
（2）当*AB*＝12，*DF*＝13时，求*BE*的长．



16．（7分）图①、图②均是6×6的正方形网格，每个小正方形的顶点称为格点．△*ABC*内接于⊙*O*，且点*A*，*B*，*C*，*O*均在格点上．只用无刻度的直尺，在给定的网格中按要求画图．

（1）在图①中找一个格点*D*（点*D*不与点*C*重合）；画出∠*ADB*，使∠*ADB*＝∠*ACB*．

（2）在图②中找一个格点*E*，画出∠*AEC*，使∠*AEC*+∠*ABC*＝180°．



17．（7分）端午节是我国的传统节日．某食品公司为迎接端午节的到来，组织了“浓情端午，粽叶飘香”的包粽子比赛，规定：粽子质量为（150±9）克时，其质量等级为合格；粽子质量为（150±3）克时，其质量等级为优秀．共有甲、乙两个小组参加比赛，他们在相同时间内分别包了220个和200个粽子，质检员小李从甲、乙两个参赛小组所包粽子中各随机抽检10个，分别对它们的质量整理和分析，得到如下信息：

被抽检粽子的质量（单位：克）分布

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 甲组 | 144 | 146 | 147 | 148 | 150 | 152 | 152 | 152 | 154 | 155 |
| 乙组 | 146 | 菁优网：http://www.jyeoo.com | 147 | 147 | 150 | 150 | 151 | 153 | 154 | 155 |

被抽检粽子质量的平均数和众数（单位：克）统计

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 参赛小组 | 平均数 | 众数 |
| 甲组 | 150 | 152 |
| 乙组 | 150 | 147 |

根据以上信息，回答下列问题：

（1）在被抽检粽子的质量分布表中，有一个数据缺失，通过计算说明缺失数据对应的粽子的质量等级是否为优秀？

（2）此次比赛规定：相同时间内所包粽子中质量等级为优秀的个数较多的小组获得奖励．估计甲、乙两个参赛小组哪组能获得奖励，并说明理由．

18．（8分）综合与实践：确定建筑物的3*D*打印模型的高度项目提出：如图是某城市规划展览馆，树人中学的3*D*打印社团为展示城市文化，准备制作该城市规划展览馆的3*D*打印模型，需要测量并计算展览馆高度，为制作3*D*打印模型提供数据．

项目报告表 时间：2025年5月29日

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 项目分析 | 活动目标 | 测量该城市规划展览馆的实际高度并换算其3*D*打印模型的高度 |
| 测量工具 | 测角仪、皮尺 |
| 灰⁢实施 | 任务一  测量数据 | 菁优网：http://www.jyeoo.com以下是测得的相关数据，并画出了如图所示的测量草图．  1．测出测角仪的高*CD*＝1.4*m*．  2．利用测角仪测出展览馆顶端*A*的仰角∠*ACE*＝61°．  3．测出测角仪*CD*底端*D*处到展览馆*AB*底端*B*处之间的距离*DB*＝42*m*． |
| 任务二  计算实际高度 | 根据上述测得的数据，计算该城市规划展览馆*AB*的高度．（结果精项到1*m*）  （参考数据：sin61°≈0.875，cos61°≈0.485，tan61°≈1.804） |
| 任务三  换算模型高度 | 将该城市规划展览馆*AB*的高度按1：400等比例缩小，得到其3*D*打即模型的高度约为　 　 *cm*．（结果精确到1*cm*） |
| 项目结果 | 为社团制作城市规划展览馆的3*D*打印模型提供数据 | |

请结合上表中的测量草图和相关数据，帮助该社团完成任务二和任务三．

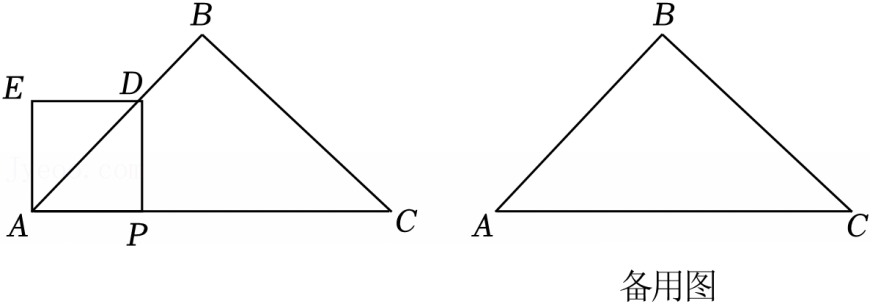


19．（8分）如图，在△*ABC*中，*AB*＝3，*BC*＝5，∠*BAC*＝45°．动点*P*从点*A*出发，沿边*AC*以每秒1个单位长度的速度向终点*C*匀速运动．当点*P*出发后，以*AP*为边作正方形*APDE*，使点*D*和点*B*始终在边*AC*同侧．设点*P*的运动时间为*x*（*s*）（*x*＞0），正方形*APDE*与△*ABC*重叠部分图形的面积为*y*（平方单位）．

（1）*AC*的长为 　 　 ．

（2）求*y*关于*x*的函数解析式，并写出可变量*x*的取值范围．

（3）当正方形*APDE*的对称中心与点*B*重合时，直接写出*x*的值．



20．（10分）【知识链接】

实验目的：探究浮力的大小与哪些因素有关

实验过程：如图①，在两个完全相同的溢水杯中，分别盛满甲、乙两种不同密度的液体，将完全相同的两个质地均匀的圆柱体小铝块分别悬挂在弹簧测力计*A*、*B*的下方，从离桌面20*cm*的高度，分别缓慢浸入到甲、乙两种液体中，通过观察弹簧测力计示数的变化，探究浮力大小的变化．（溢水杯的杯底厚度忽略不计）

实验结论：物体在液体中所受浮力的大小，跟它浸在液体中的体积有关、跟液体的密度有关．物体浸在液体中的体积越大、液体的密度越大，浮力就越大．

总结公式：当小铝块位于液面上方时，*F*拉力＝*G*重力；当小铝块浸入液面后，*F*拉力＝*G*重力﹣*F*浮力．

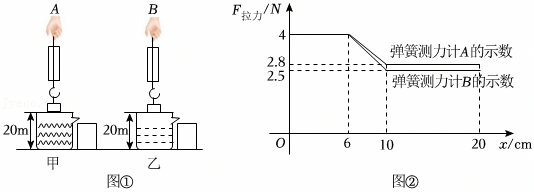
【建立模型】在实验探究的过程中，实验小组发现：弹簧测力计*A*，*B*各自的示数*F*拉力（*N*）与小铝块各自下降的高度*x*（*cm*）之间的关系如图②所示．

【解决问题】

（1）当小铝块下降10*cm*时，直接写出弹簧测力计*A*和弹簧测力计*B*的示数．

（2）当6≤*x*≤10时，求弹簧测力计*A*的示数*F*拉力关于*x*的函数解析式．

（3）当弹簧测力计*A*悬挂的小铝块下降8*cm*时，甲液体中的小铝块受到的浮力为*m*（*N*），若使乙液体中的小铝块所受的浮力也为*m*（*N*），则乙液体中小铝块浸入的深度为*n*（*cm*），直接写出*m*，*n*的值．

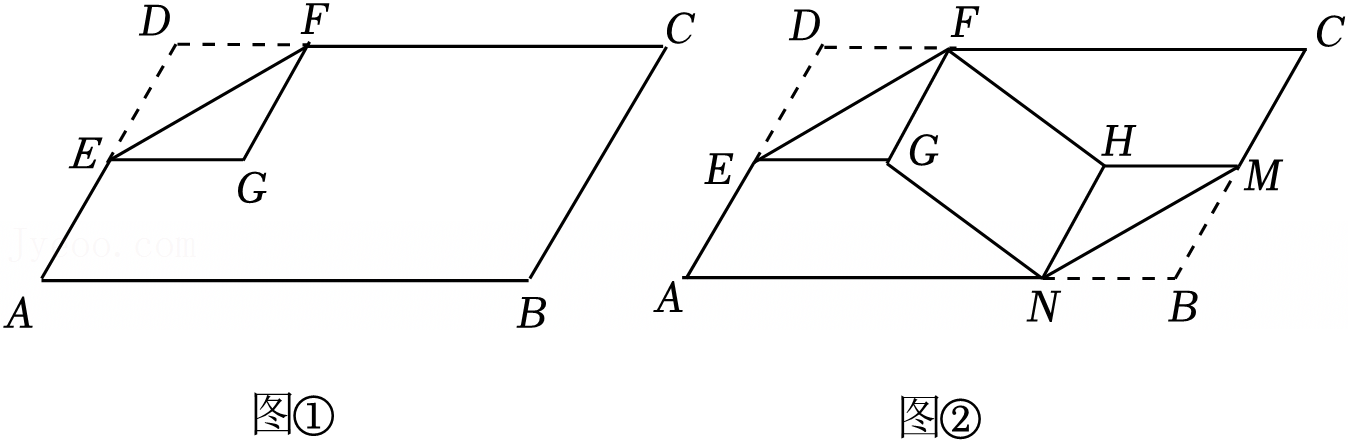


21．（10分）【问题背景】在学习了平行四边形后，某数学兴趣小组研究了有一个内角为60°的平行四边形的折叠问题．其探究过程如下：

【探究发现】如图①，在▱*ABCD*中，∠*A*＝60°，*AB*＞*AD*，*E*为边*AD*的中点，点*F*在边*DC*上，且*DF*＝*DE*，连接*EF*，将△*DEF*沿*EF*翻折得到△*GEF*，点*D*的对称点为点*G*．小组成员发现四边形*DEGF*是一个特殊的四边形，请判断该四边形的形状，不需要说明理由．

【探究证明】取图①中的边*BC*的中点*M*，点*N*在边*AB*上，且*BN*＝*BM*，连接*MN*，将△*BMN*沿*MN*翻折得到△*HMN*，点*B*的对称点为点*H*，连接*FH*，*GN*，如图②，求证：四边形*GFHN*是平行四边形．

【探究提升】在图②中，四边形*GFHN*能否成为轴对称图形．如果能，直接写出的值；如果不能，说明理由．



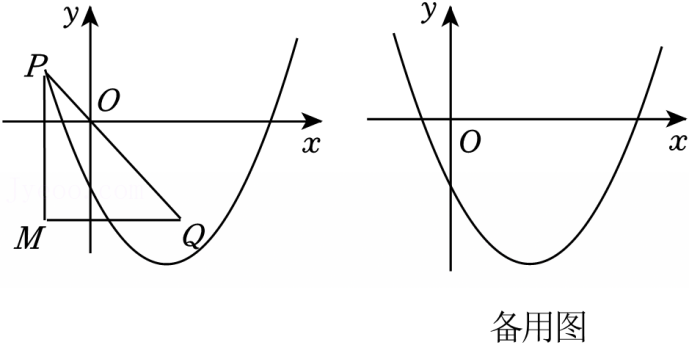
22．（12分）如图，在平面直角坐标系中，*O*为坐标原点，抛物线*y*＝*x*2+*bx*﹣1经过点（2，﹣1）．点*P*在此抛物线上．其横坐标为*m*；连接*PO*并延长至点*Q*，使*OQ*＝2*PO*．当点*P*不在坐标轴上时，过点*P*作*x*轴的垂线，过点*Q*作*y*轴的垂线，这两条垂线交于点*M*．

（1）求此抛物线对应的函数解析式．

（2）△*PQM*被*y*轴分成的两部分图形的面积比是否保持不变，如果不变，直接写出这个面积比；如果变化，说明理由．

（3）当△*PQM*的边*MQ*经过此抛物线的最低点时，求点*Q*的坐标．

（4）当此抛物线在△*PQM*内部的点的纵坐标*y*随*x*的增大而减小时，直接写出*m*的取值范围．



**2025年吉林省中考数学试卷**

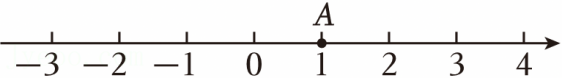
**参考答案与试题解析**

**一．选择题（共6小题）**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 答案 | B | C | D | A | B | D |

**一、选择题（下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意．每小题3分，共18分）**

1．如图，点*A*表示的数是1．若将点*A*向左移动3个单位长度得到点*A*′，则点*A*′表示的数为（　　）



A．﹣3 B．﹣2 C．2 D．4

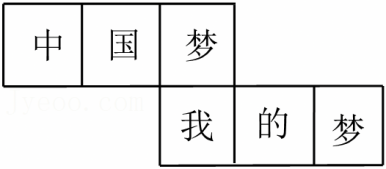
【分析】根据左减右加列式进行计算即可求解．

【解答】解：点*A*′表示的数为1﹣3＝﹣2．

故选：*B*．

【点评】此题考查了数轴，本题考查了数轴，熟记数轴上的数的移动，左减右加是解题的关键．

2．一个正方体的展开图如图所示，把它折叠成正方体后，有“的”字一面的相对面上的字为（　　）



A．我 B．中 C．国 D．梦

【分析】根据正方体表面展开图的特征进行判断即可．

【解答】解：根据正方体表面展开图的“相间、*Z*端是对面”可知，“国”与“的”是对面，

故选：*C*．

【点评】本题考查正方体相对两个面上的文字，掌握正方体表面展开图的特征是正确解答的关键．

3．计算（2*a*2）3的结果为（　　）

A．2*a*5 B．2*a*6 C．8*a*5 D．8*a*6

【分析】根据幂的乘方与积的乘方的计算方法进行计算即可．

【解答】解：（2*a*2）3＝23•（*a*2）3＝8*a*6．

故选：*D*．

【点评】本题考查幂的乘方与积的乘方，掌握幂的乘方与积的乘方的计算方法是正确解答的关键．

4．不等式*x*﹣3＞2的解集为（　　）

A．*x*＞5 B．*x*＜5 C．*x*＞﹣1 D．*x*＜﹣1

【分析】移项、合并同类项即可得出答案．

【解答】解：∵*x*﹣3＞2，

∴移项得：*x*＞2+3，

合并同类项得：*x*＞5，

故选：*A*．

【点评】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变．

5．如图，风力发电机的叶片在风的吹动下转动，使风能转化为电能．图中的三个叶片组成的图形绕着它的中心旋转角α后，能够与它本身重合，则角α的大小可以为（　　）



A．90° B．120° C．150° D．180°

【分析】先求出正三角形的中心角，再根据旋转变换的性质解答即可．

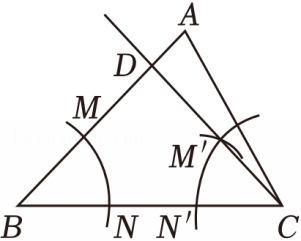
【解答】解：360°÷3＝120°，

图中的三个叶片组成的图形绕着它的中心旋转角α后，能够与它本身重合，则角α的大小可以为120°．

故选：*B*．

【点评】本题考查了旋转对称图形、正多边形的性质，掌握正三角形的中心角是关键．

6．如图，在△*ABC*中，∠*B*＝45°，∠*A*＞∠*ACB*＞∠*B*，尺规作图操作如下：（1）以点*B*为圆心，适当长为半径画弧，分别交边*BA*，*BC*于点*M*，*N*；（2）以点*C*为圆心，*BN*长为半径画弧，交边*CB*于点*N*′；再以点*N*′为圆心，*MN*长为半径画弧，与前一条以点*C*为圆心的弧相交于三角形内部的点*M*′；（3）过点*M*′画射线*CM*′交边*AB*于点*D*．下列结论错误的为（　　）



A．∠*B*＝∠*DCB* B．∠*BDC*＝90° C．*DB*＝*DC* D．*AD*+*DC*＝*BC*

【分析】判断出选项*A*，*B*，*C*正确可得结论．

【解答】解：由作图可知∠*B*＝∠*DCB*＝45°，

∴*DB*＝*DC*，∠*BDC*＝90°，

故选项*A*，*B*，*C*正确．

故选：*D*．

【点评】本题考查作图﹣基本作图，等腰三角形的判定和性质，等腰直角三角形等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

**二、填空题（每小题3分，共15分）**

7．因式分解：*a*2﹣*ab*＝　*a*（*a*﹣*b*）　 ．

【分析】直接提公因式*a*即可．

【解答】解：原式＝*a*（*a*﹣*b*），

故答案为：*a*（*a*﹣*b*）．

【点评】本题考查提公因式法分解因式，掌握提公因式法是正确解答的关键．

8．计算：　　 ．

【分析】先化简二次根式，再合并同类二次根式即可．

【解答】解：，

故答案为：．

【点评】本题考查了二次根式的加减法，熟练掌握运算法则是解题的关键．

9．《孙子算经》中记载了这样一道题：今有三人共车，二车空；二人共车，九人步．问车几何？其译文为：有若干人乘车，若每3人同乘一车，最终剩余2辆空车；若每2人同乘一车，最终剩下9人因无车可乘而步行．问有多少辆车？为解决此问题，设共有*x*辆车，可列方程为　3（*x*﹣2）＝2*x*+9　 ．

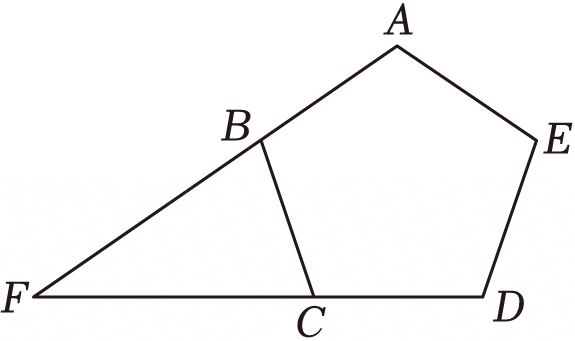
【分析】根据人数不变，即可得出关于*x*的一元一次方程，此题得解．

【解答】解：依题意，得：3（*x*﹣2）＝2*x*+9．

故答案为：3（*x*﹣2）＝2*x*+9．

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键．

10．如图，正五边形*ABCDE*的边*AB*，*DC*的延长线交于点*F*，则∠*F*的大小为　36　 度．



【分析】根据正多边形的内角和公式求出∠*ABC*＝∠*BCD*，然后再根据邻补角性质，可得：∠*ABC*+∠*FBC*＝180°，∠*BCD*+∠*BCF*＝180°，即可求出∠*FBC*，∠*BCF*的度数，在△*BCF*中，根据三角形的内角和定理即可得出答案．

【解答】解：∵五边形*ABCDE*是正五边形，

∴∠*ABC*＝∠*BCD*，

∵∠*ABC*+∠*FBC*＝180°，∠*BCD*+∠*BCF*＝180°，

∴∠*FBC*＝180°﹣∠*ABC*＝180°﹣108°＝72°，∠*BCF*＝180°﹣∠*BCD*＝180°﹣108°＝72°，

在△*BCF*中，∠*F*+∠*FBC*+∠*BCF*＝180°，

∴∠*F*＝180°﹣∠*FBC*﹣∠*BCF*

＝180°﹣72°﹣72°

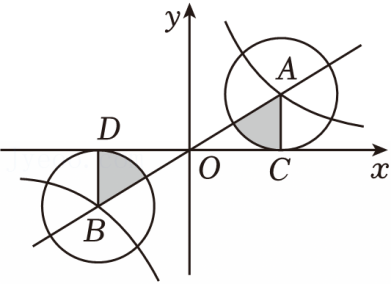
＝108°﹣72°

＝36°．

故答案为：36．

【点评】本题考查了多边形内角与外角，邻补角性质，三角形的内角和定理，掌握正多边形的内角和公式，三角形的内角和定理，邻补角性质是解题的关键．

11．如图，在平面直角坐标系中，过原点*O*的直线与反比例函数*y*的图象交于*A*，*B*两点，分别以点*A*，点*B*为圆心，画半径为1的⊙*A*和⊙*B*．当⊙*A*，⊙*B*分别与*x*轴相切时，切点分别为点*C*和点*D*，连接*AC*，*BD*，则阴影部分图形的面积和为　　 ．（结果保留π）



【分析】根据题意得到*AC*＝*BD*＝1，则*A*点的纵坐标为1，代入解析式求得*A*的坐标，进而求得∠*OAC*＝60°，利用扇形的面积公式即可求得两个象限中扇形的面积，进一步求得阴影部分图形的面积和．

【解答】解：当⊙*A*，⊙*B*分别与*x*轴相切时，切点分别为点*C*和点*D*，

∴*AC*⊥*x*轴，*BD*⊥*x*轴，

∵半径为1，

∴*AC*＝*BD*＝1，

∴*A*点的纵坐标为1，

把*y*＝1代入*y*，求得*x*，

∴*A*（，1），

∴*OC*，*AC*＝1，

∴tan∠*OAC*，

∴∠*OAC*＝60°，

∴第一象限中阴影的面积*S*1，

同理，第一象限中阴影的面积*S*2，

∴*S*阴影．

故答案为：．

【点评】本题是反比例函数与一次函数的交点的问题，考查了切线的性质，反比例函数图象上点的坐标特征，解直角三角形，扇形的面积，求得∠*OAC*＝60°是解题的关键．

**三、解答题（本题共11小题，共87分）**

12．（6分）先化简，再求值：，其中*a*＝2025．

【分析】先将分子因式分解，再约分即可化简原式，继而将*a*的值代入计算即可．

【解答】解：原式•

＝*a*+1，

当*a*＝2025时，

原式＝*a*+1

＝2025+1

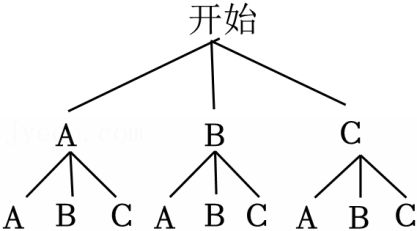
＝2026．

【点评】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则．

13．（6分）在“健康中国2030”与“体重管理年”的行动引领下，某校田径社团开展了“2025健康长跑”活动．由于参加的人数较多，场地空间有限，活动将分*A*，*B*，*C*三组进行，每人只能被随机分配到其中一组，分组工作由计算机软件完成．请用画树状图或列表的方法，求参与者小刚和小利被分配到同一组的概率．

【分析】画树状图，共有9种等可能的结果，其中小刚和小利被分配到同一组的结果有1种，再由概率公式求解即可．

【解答】解：画树状图如下：



共有9种等可能的结果，其中小刚和小利被分配到同一组的结果有3种，

∴小刚和小利被分配到同一组的概率是．

【点评】此题考查了用树状图法求概率．树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率＝所求情况数与总情况数之比．

14．（6分）吉林省长白山盛产人参、为促进我省特色经济的发展，某公司现将人参加工成甲、乙两种盒装的商品出售，甲、乙两种商品的售价分别为每盒25元和20元．某游客购买了甲、乙两种商品共10盒，花费230元．求该游客购买甲种商品和乙种商品的盒数．

【分析】设游客购买甲种商品*x*盒，购买乙种商品*y*盒，根据游客购买了甲、乙两种商品共10盒，花费230元列方程组即可解得答案．

【解答】解：设游客购买甲种商品*x*盒，购买乙种商品*y*盒，

根据题意得：，

解得，

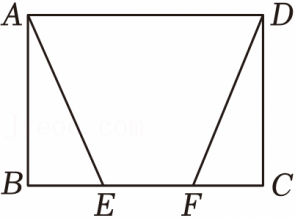
答：游客购买甲种商品6盒，购买乙种商品6盒．

【点评】本题考查二元一次方程组的应用，解题的关键是读懂题意，列出方程组．

15．（7分）如图，在矩形*ABCD*中，点*E*，*F*在边*BC*上，连接*AE*，*DF*，∠*BAE*＝∠*CDF*．

（1）求证：△*ABE*≌△*DCF*．

（2）当*AB*＝12，*DF*＝13时，求*BE*的长．



【分析】（1）根据矩形的性质得*AB*＝*CD*，∠*B*＝∠*C*＝90°，然后利用*ASA*即可证明△*ABE*≌△*DCF*；

（2）由（1）△*ABE*≌△*DCF*，得*AE*＝*DF*＝13，根据勾股定理即可求出*BE*的长．

【解答】（1）证明：在矩形*ABCD*中，*AB*＝*CD*，∠*B*＝∠*C*＝90°，

在△*ABE*和△*DCF*中，

，

∴△*ABE*≌△*DCF*（*ASA*）；

（2）解：由（1）知：△*ABE*≌△*DCF*，

∴*AE*＝*DF*＝13，

∵*AB*＝12，

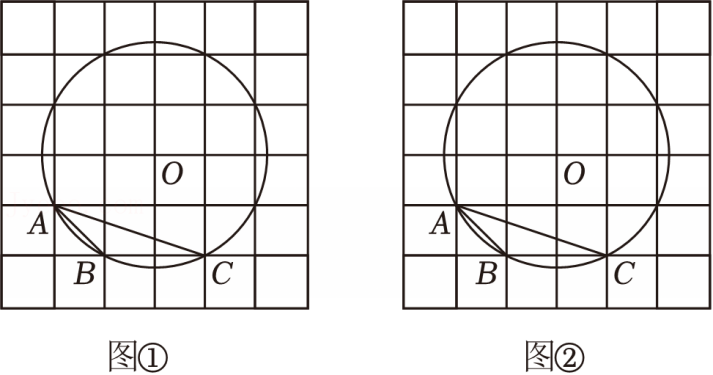
∴*BE*5．

【点评】本题考查矩形的性质，全等三角形的判定，勾股定理，掌握矩形的性质是解题的关键．

16．（7分）图①、图②均是6×6的正方形网格，每个小正方形的顶点称为格点．△*ABC*内接于⊙*O*，且点*A*，*B*，*C*，*O*均在格点上．只用无刻度的直尺，在给定的网格中按要求画图．

（1）在图①中找一个格点*D*（点*D*不与点*C*重合）；画出∠*ADB*，使∠*ADB*＝∠*ACB*．

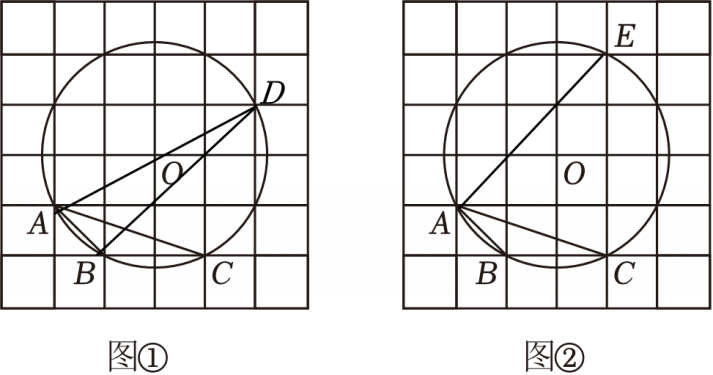
（2）在图②中找一个格点*E*，画出∠*AEC*，使∠*AEC*+∠*ABC*＝180°．



【分析】（1）利用圆周角定理作出图形；

（2）利用圆内接四边形的性质作出图形．

【解答】解：（1）如图①中，点*D*即为所求（答案不唯一）；



（2）如图②中，点*E*即为所求（答案不唯一）．

【点评】本题考查作图﹣一一与设计作图，圆周角定理，三角形的外接圆与外心，解题的关键是理解题意，正确作出图形．

17．（7分）端午节是我国的传统节日．某食品公司为迎接端午节的到来，组织了“浓情端午，粽叶飘香”的包粽子比赛，规定：粽子质量为（150±9）克时，其质量等级为合格；粽子质量为（150±3）克时，其质量等级为优秀．共有甲、乙两个小组参加比赛，他们在相同时间内分别包了220个和200个粽子，质检员小李从甲、乙两个参赛小组所包粽子中各随机抽检10个，分别对它们的质量整理和分析，得到如下信息：

被抽检粽子的质量（单位：克）分布

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 甲组 | 144 | 146 | 147 | 148 | 150 | 152 | 152 | 152 | 154 | 155 |
| 乙组 | 146 | 菁优网：http://www.jyeoo.com | 147 | 147 | 150 | 150 | 151 | 153 | 154 | 155 |

被抽检粽子质量的平均数和众数（单位：克）统计

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 参赛小组 | 平均数 | 众数 |
| 甲组 | 150 | 152 |
| 乙组 | 150 | 147 |

根据以上信息，回答下列问题：

（1）在被抽检粽子的质量分布表中，有一个数据缺失，通过计算说明缺失数据对应的粽子的质量等级是否为优秀？

（2）此次比赛规定：相同时间内所包粽子中质量等级为优秀的个数较多的小组获得奖励．估计甲、乙两个参赛小组哪组能获得奖励，并说明理由．

【分析】（1）根据众数的定义求解即可；

（2）利用样本估计总体求出甲、乙小组优秀等级的个数即可．

【解答】解：（1）因为乙组质量的众数为147，

所以缺失的数据为147，且147＝150﹣3，质量登记为优秀；

（2）乙参赛小组能获得奖励，理由如下：

甲组优秀个数约为220132（个），

乙组优秀个数约为200140（个），

所以乙参赛小组能获得奖励．

【点评】本题主要考查众数、样本估计总体，解题的关键是掌握众数的定义，并利用样本估计总体求出两个小组优秀等级个数．

18．（8分）综合与实践：确定建筑物的3*D*打印模型的高度项目提出：如图是某城市规划展览馆，树人中学的3*D*打印社团为展示城市文化，准备制作该城市规划展览馆的3*D*打印模型，需要测量并计算展览馆高度，为制作3*D*打印模型提供数据．

项目报告表 时间：2025年5月29日

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 项目分析 | 活动目标 | 测量该城市规划展览馆的实际高度并换算其3*D*打印模型的高度 |
| 测量工具 | 测角仪、皮尺 |
| 灰⁢实施 | 任务一  测量数据 | 菁优网：http://www.jyeoo.com以下是测得的相关数据，并画出了如图所示的测量草图．  1．测出测角仪的高*CD*＝1.4*m*．  2．利用测角仪测出展览馆顶端*A*的仰角∠*ACE*＝61°．  3．测出测角仪*CD*底端*D*处到展览馆*AB*底端*B*处之间的距离*DB*＝42*m*． |
| 任务二  计算实际高度 | 根据上述测得的数据，计算该城市规划展览馆*AB*的高度．（结果精项到1*m*）  （参考数据：sin61°≈0.875，cos61°≈0.485，tan61°≈1.804） |
| 任务三  换算模型高度 | 将该城市规划展览馆*AB*的高度按1：400等比例缩小，得到其3*D*打即模型的高度约为　19　 *cm*．（结果精确到1*cm*） |
| 项目结果 | 为社团制作城市规划展览馆的3*D*打印模型提供数据 | |

请结合上表中的测量草图和相关数据，帮助该社团完成任务二和任务三．



【分析】任务一，在Rt△*AEC*中利用三角函数求出*AE*长，结合测角仪的高度，得到结果；

任务二，利用所给的比例对计算出的结果进行换算即可．

【解答】解：任务二，计算实际高度，

∵依题意，四边形*EBDC*为矩形，

∴*CE*＝*DB*＝42*m*，*EB*＝*CD*＝1.4*m*，

∵在Rt△*AEC*中，∠*AEC*＝90°，∠*ACE*＝61°，

∴*AE*＝*CE*•tan∠*ACE*＝42×tan61°≈75.8（*m*），

∴*AB*＝*AE*+*EB*＝75.8+1.4＝77（*m*），

答：该城市规划展览馆*AB*的高度约为77*m*；

任务三，换算模型高度，

设3*D*打即模型的高度为*x* *m*，

∵*x*：77＝1：400，

解得*x*＝0.1925，

∴3*D*打即模型的高度为0.1925*m*，

∵0.1925*m*＝19.25*cm*≈19*cm*，

∴3*D*打即模型的高度约为19*cm*，

故答案为：19．

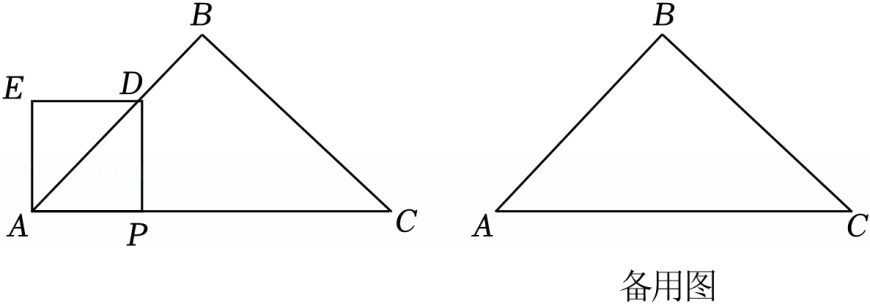
【点评】本题考查了解直角三角形的应用，熟练掌握解直角三角形是解题的关键．

19．（8分）如图，在△*ABC*中，*AB*＝3，*BC*＝5，∠*BAC*＝45°．动点*P*从点*A*出发，沿边*AC*以每秒1个单位长度的速度向终点*C*匀速运动．当点*P*出发后，以*AP*为边作正方形*APDE*，使点*D*和点*B*始终在边*AC*同侧．设点*P*的运动时间为*x*（*s*）（*x*＞0），正方形*APDE*与△*ABC*重叠部分图形的面积为*y*（平方单位）．

（1）*AC*的长为 　7　 ．

（2）求*y*关于*x*的函数解析式，并写出可变量*x*的取值范围．

（3）当正方形*APDE*的对称中心与点*B*重合时，直接写出*x*的值．

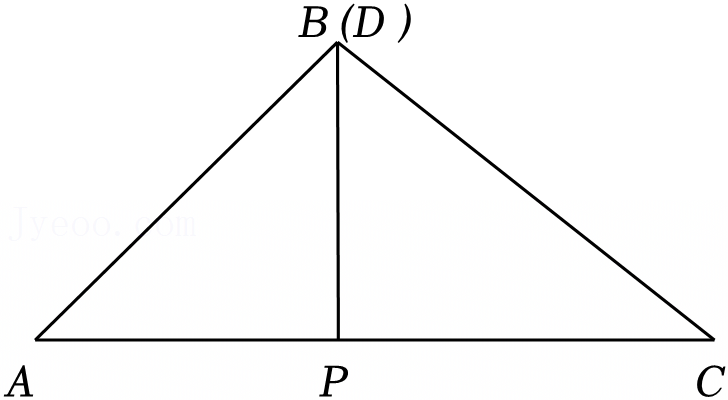


【分析】（1）当*B*，*D*重合时，通过勾股定理分别求出*AP*，*CP*即可求解；

（2）将正方形*APDE*与△*ABC*重叠部分图形的面积分割成一个三角形的面积和直角梯形的面积之和来求解即可；

（3）根据正方形*APDE*的对称中心与点*B*重合时，得出再利用勾股定理求解即可．

【解答】解：（1）当 *B*，*D*重合时，如下图：



∵∠*BAC*＝45°，以*AP*为边作正方形*APDE*，

∴△*APD*是等腰直角三角形，*AP*＝*BP*，，即18＝2*AP*2，

解得：*AP*＝3 （负的舍去），

∵*BC*＝5，∠*DPC*＝90°，

∴，

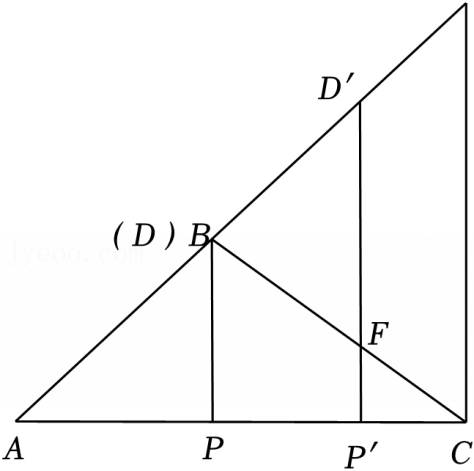
∴*AC*＝*AP*+*PC*＝3+4＝7，

故答案为：7；

（2）当*D*在线段*AB*上运动时，（0＜*x*≤3），

当*D*在线段*AB*的延长线上运动时，即点*P*在线段*PC*上运动，

如下图：*AP*＝*x*，*PP*＝*x*﹣3，*CP*＝7﹣*x*，*CP*＝4，*BP*＝3，



∵*FP*′*BP*，

∴∠*CFP*＝∠*CBP*，∠*CPF*＝∠*CPB*，

∴△*CFP*∽△*CBP*，

∴，

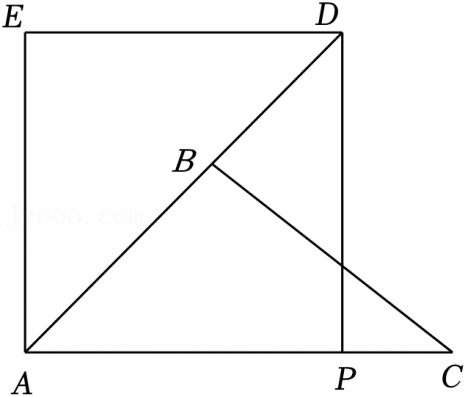
∴，

解得：，

∴*y*＝*S*△*APD*+*S*梯形*PP*′*FBx*2（*x*﹣3）（*x*﹣7）2+10.5，（3＜*x*≤7）′

∴；

（3）当正方形*APDE*的对称中心与点*B*重合时，



∴，

∴*AP*＝*DP*，*AP*2+*DP*2＝*AD*2，

即2*AP*2＝72，

解得：*AP*＝6，

∴*x*＝6．

【点评】本题考查了二次函数与几何图形问题，正方形的性质、三角形相似、勾股定理等知识，解题的关键是添加辅助线利用数形结合的思想进行求解．

20．（10分）【知识链接】

实验目的：探究浮力的大小与哪些因素有关

实验过程：如图①，在两个完全相同的溢水杯中，分别盛满甲、乙两种不同密度的液体，将完全相同的两个质地均匀的圆柱体小铝块分别悬挂在弹簧测力计*A*、*B*的下方，从离桌面20*cm*的高度，分别缓慢浸入到甲、乙两种液体中，通过观察弹簧测力计示数的变化，探究浮力大小的变化．（溢水杯的杯底厚度忽略不计）

实验结论：物体在液体中所受浮力的大小，跟它浸在液体中的体积有关、跟液体的密度有关．物体浸在液体中的体积越大、液体的密度越大，浮力就越大．

总结公式：当小铝块位于液面上方时，*F*拉力＝*G*重力；当小铝块浸入液面后，*F*拉力＝*G*重力﹣*F*浮力．

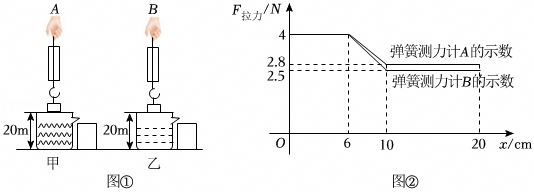
【建立模型】在实验探究的过程中，实验小组发现：弹簧测力计*A*，*B*各自的示数*F*拉力（*N*）与小铝块各自下降的高度*x*（*cm*）之间的关系如图②所示．

【解决问题】

（1）当小铝块下降10*cm*时，直接写出弹簧测力计*A*和弹簧测力计*B*的示数．

（2）当6≤*x*≤10时，求弹簧测力计*A*的示数*F*拉力关于*x*的函数解析式．

（3）当弹簧测力计*A*悬挂的小铝块下降8*cm*时，甲液体中的小铝块受到的浮力为*m*（*N*），若使乙液体中的小铝块所受的浮力也为*m*（*N*），则乙液体中小铝块浸入的深度为*n*（*cm*），直接写出*m*，*n*的值．



【分析】（1）观察图象即可；

（2）利用待定系数法解答即可；

（3）当*x*＝8时，求出弹簧测力计*A*的示数*F*拉力，根据*F*拉力＝*G*重力﹣*F*浮力求出*m*的值；利用待定系数法求出当6≤*x*≤10时，设弹簧测力计*B*的示数*F*拉力关于*x*的函数解析式，求出对应*x*的值并再减去6*cm*，即*n*的值．

【解答】解：（1）当小铝块下降10*cm*时，弹簧测力计*A*的示数为2.8*N*，弹簧测力计*B*的示数为2.5*N*．

（2）当6≤*x*≤10时，设弹簧测力计*A*的示数*F*拉力关于*x*的函数解析式为*F*拉力＝*kx*+*b*（*k*、*b*为常数，且*k*≠0），

将坐标（6，4）和（10，2.8）分别代入*F*拉力＝*kx*+*b*，

得，

解得，

∴当6≤*x*≤10时，设弹簧测力计*A*的示数*F*拉力关于*x*的函数解析式为*F*拉力＝﹣0.3*x*+5.8（6≤*x*≤10）．

（3）根据图象，圆柱体小铝块所受重力为4*N*，

当*x*＝8时，*F*拉力＝﹣0.3×8+5.8＝3.4，

4﹣3.4＝0.6（*N*），

∴*m*＝0.6，

当6≤*x*≤10时，设弹簧测力计*B*的示数*F*拉力关于*x*的函数解析式为*F*拉力＝*k*1*x*+*b*1（*k*1、*b*1为常数，且*k*1≠0），

将坐标（6，4）和（10，2.5）分别代入为*F*拉力＝*k*1*x*+*b*1，

得，

解得，

∴当6≤*x*≤10时，设弹簧测力计*B*的示数*F*拉力关于*x*的函数解析式为*F*拉力＝﹣0.375*x*+6.25（6≤*x*≤10），

当﹣0.375*x*+6.25＝3.4时，

解得*x*＝7.6，

7.6﹣6＝1.6（*cm*），

∴*n*＝1.6．

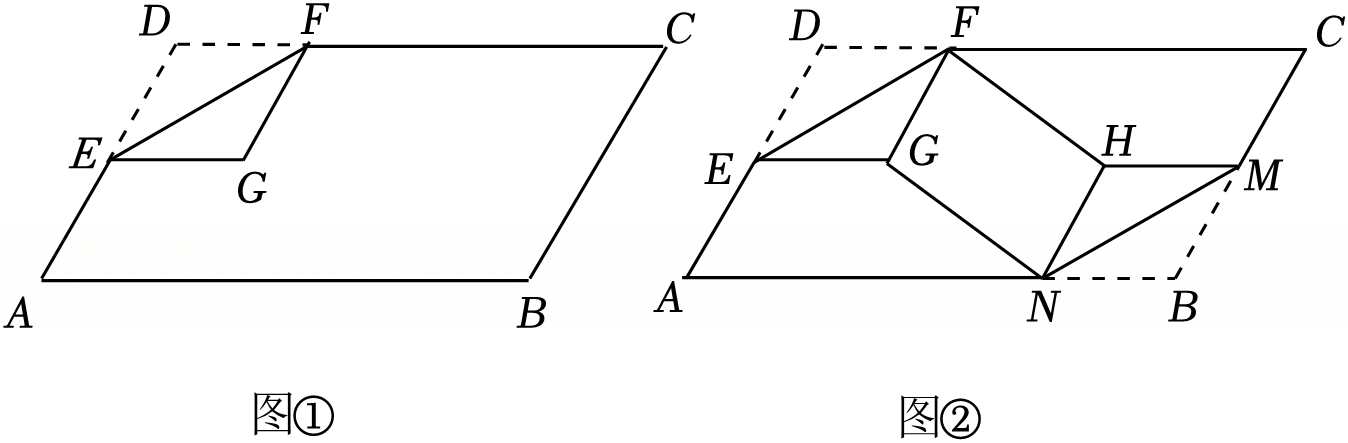
【点评】本题考查一次函数的应用，掌握待定系数法求一次函数的关系式是解题的关键．

21．（10分）【问题背景】在学习了平行四边形后，某数学兴趣小组研究了有一个内角为60°的平行四边形的折叠问题．其探究过程如下：

【探究发现】如图①，在▱*ABCD*中，∠*A*＝60°，*AB*＞*AD*，*E*为边*AD*的中点，点*F*在边*DC*上，且*DF*＝*DE*，连接*EF*，将△*DEF*沿*EF*翻折得到△*GEF*，点*D*的对称点为点*G*．小组成员发现四边形*DEGF*是一个特殊的四边形，请判断该四边形的形状，不需要说明理由．

【探究证明】取图①中的边*BC*的中点*M*，点*N*在边*AB*上，且*BN*＝*BM*，连接*MN*，将△*BMN*沿*MN*翻折得到△*HMN*，点*B*的对称点为点*H*，连接*FH*，*GN*，如图②，求证：四边形*GFHN*是平行四边形．

【探究提升】在图②中，四边形*GFHN*能否成为轴对称图形．如果能，直接写出的值；如果不能，说明理由．



【分析】【探究发现】由将△*DEF*沿*EF*翻折得到△*GEF*，即知*DE*＝*GE*，*DF*＝*GF*，而*DF*＝*DE*，故*GE*＝*DE*＝*DF*＝*GF*，从而四边形*DEGF*是菱形；

【探究证明】同【探究发现】可知四边形*BMHN*是菱形，有*NH*∥*BC*，而*E*为边*AD*的中点，*M*为边*BC*的中点，四边形*ABCD*是平行四边形，即可得*DE*＝*BM*，*AD*∥*NH*，又*DE*＝*FG*，*FG*∥*AD*，故*FG*＝*DE*＝*BM*＝*HN*，*FG*∥*NH*，从而四边形*GFHN*是平行四边形；

【探究提升】若四边形*GFHN*为轴对称图形，则四边形*GFHN*是矩形或菱形，当四边形*GFHN*是矩形时，过*G*作*GK*⊥*AB*于*K*，过*E*作*ET*⊥*AB*于*T*，设*AT*＝*x*，则*AE*＝2*x*，可得*AD*＝2*AE*＝4*x*，*DE*＝*AE*＝2*x*，求出*AB*＝*AT*+*TK*+*KN*+*BN*＝*x*+2*x*+3*x*+2*x*＝8*x*，即可得；当四边形*GFHN*是菱形时，延长*FG*交*AB*于*W*，设*AD*＝*y*，求出*ABy*，即可得．

【解答】【探究发现】解：四边形*DEGF*是菱形，理由如下：

∵将△*DEF*沿*EF*翻折得到△*GEF*，

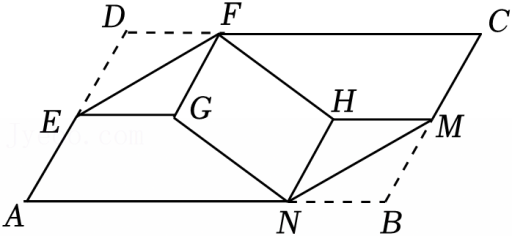
∴*DE*＝*GE*，*DF*＝*GF*，

∵*DF*＝*DE*，

∴*GE*＝*DE*＝*DF*＝*GF*，

∴四边形*DEGF*是菱形；

【探究证明】证明：如图：



∵将△*BMN*沿*MN*翻折得到△*HMN*，

∴*BN*＝*HN*，*BM*＝*HM*，

∵*BN*＝*BM*，

∴*HN*＝*BN*＝*BM*＝*HM*，

∴四边形*BMHN*是菱形，

∴*NH*∥*BC*，

∵*E*为边*AD*的中点，*M*为边*BC*的中点，

∴*DEAD*，*BMBC*，

∵四边形*ABCD*是平行四边形，

∴*AD*＝*BC*，*AD*∥*BC*，

∴*DE*＝*BM*，*AD*∥*NH*，

∵四边形*DEGF*是菱形，

∴*DE*＝*FG*，*FG*∥*AD*，

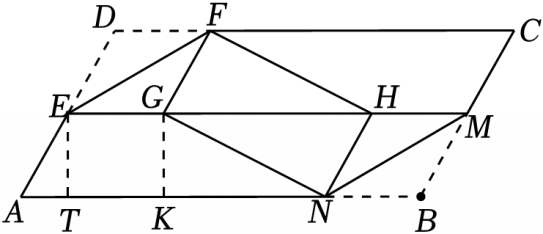
∴*FG*＝*DE*＝*BM*＝*HN*，*FG*∥*NH*，

∴四边形*GFHN*是平行四边形；

【探究提升】解：四边形*GFHN*能成为轴对称图形，理由如下：

由【探究证明】知，四边形*GFHN*是平行四边形，若四边形*GFHN*为轴对称图形，则四边形*GFHN*是矩形或菱形，

当四边形*GFHN*是矩形时，过*G*作*GK*⊥*AB*于*K*，过*E*作*ET*⊥*AB*于*T*，如图：



∵∠*A*＝60°，

∴∠*AET*＝30°，

∴*ATAE*，

设*AT*＝*x*，则*AE*＝2*x*，

∴*ETx*＝*GK*，

∵*E*为*AD*中点，

∴*AD*＝2*AE*＝4*x*，*DE*＝*AE*＝2*x*，

∵四边形*DEGF*是菱形，

∴*EG*＝*DE*＝2*x*＝*TK*，

∵四边形*GFHN*是矩形，

∴∠*GNH*＝90°，

∴∠*GNK*＝180°﹣∠*GNH*﹣∠*HNB*＝180°﹣90°﹣60°＝30°，

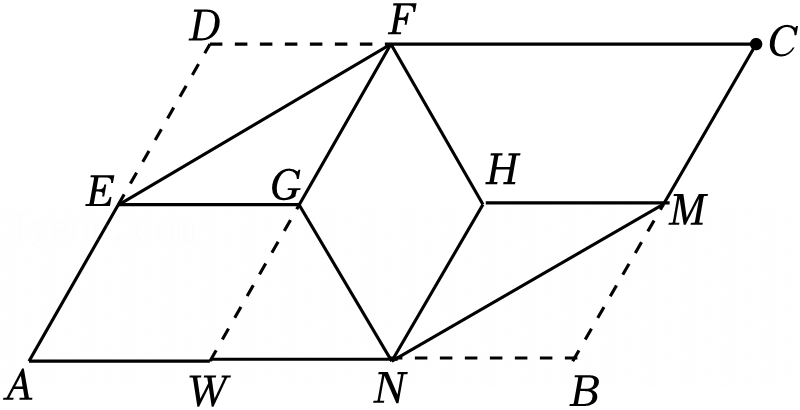
∴*KNGKx*＝3*x*，

∵*BN*＝*BMBCAD*＝2*x*，

∴*AB*＝*AT*+*TK*+*KN*+*BN*＝*x*+2*x*+3*x*+2*x*＝8*x*，

∴；

当四边形*GFHN*是菱形时，延长*FG*交*AB*于*W*，如图：



设*AD*＝*y*，则*DE*＝*DF*＝*EG*＝*GF*＝*BN*＝*BM*＝*HM*＝*NHy*，

∵四边形*GFHN*是菱形，

∴*GF*＝*FH*＝*NH*＝*GNy*，

∵*EG*∥*CD*∥*AB*，*GF*∥*AD*，

∴四边形*AEGW*是平行四边形，∠*GWN*＝∠*A*＝60°，

∴*AW*＝*EGy*，*GW*＝*AEy*，

∴*GW*＝*GN*，

∴△*GWN*是等边三角形，

∴*WN*＝*GWy*，

∴*AB*＝*AW*+*WN*+*BNyyyy*，

∴；

综上所述，四边形*GFHN*为轴对称图形时，的值为或．

【点评】本题考查四边形综合应用，涉及平行四边形，矩形，菱形等边三角形等知识，解题的关键是掌握菱形，平行四边形的判定定理．

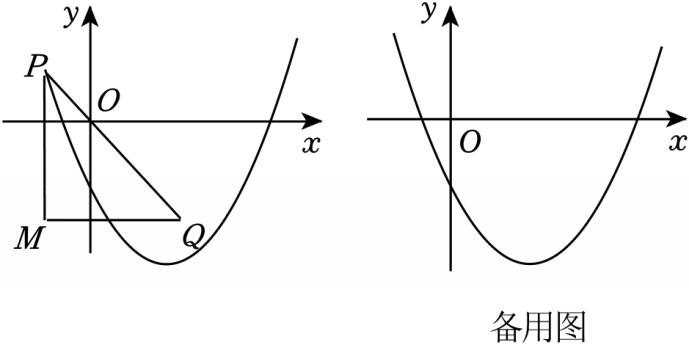
22．（12分）如图，在平面直角坐标系中，*O*为坐标原点，抛物线*y*＝*x*2+*bx*﹣1经过点（2，﹣1）．点*P*在此抛物线上．其横坐标为*m*；连接*PO*并延长至点*Q*，使*OQ*＝2*PO*．当点*P*不在坐标轴上时，过点*P*作*x*轴的垂线，过点*Q*作*y*轴的垂线，这两条垂线交于点*M*．

（1）求此抛物线对应的函数解析式．

（2）△*PQM*被*y*轴分成的两部分图形的面积比是否保持不变，如果不变，直接写出这个面积比；如果变化，说明理由．

（3）当△*PQM*的边*MQ*经过此抛物线的最低点时，求点*Q*的坐标．

（4）当此抛物线在△*PQM*内部的点的纵坐标*y*随*x*的增大而减小时，直接写出*m*的取值范围．



【分析】（1）利用待定系数法求解即可；

（2）根据题意，利用相似三角形的性质求出面积之比即可；

（3）*QM*经过最低点，即经过顶点，画出示意图，先求出顶点坐标，再利用相似三角形的判定和性质求出*m*的值，最后分两种情况求出点*Q*的坐标即可；

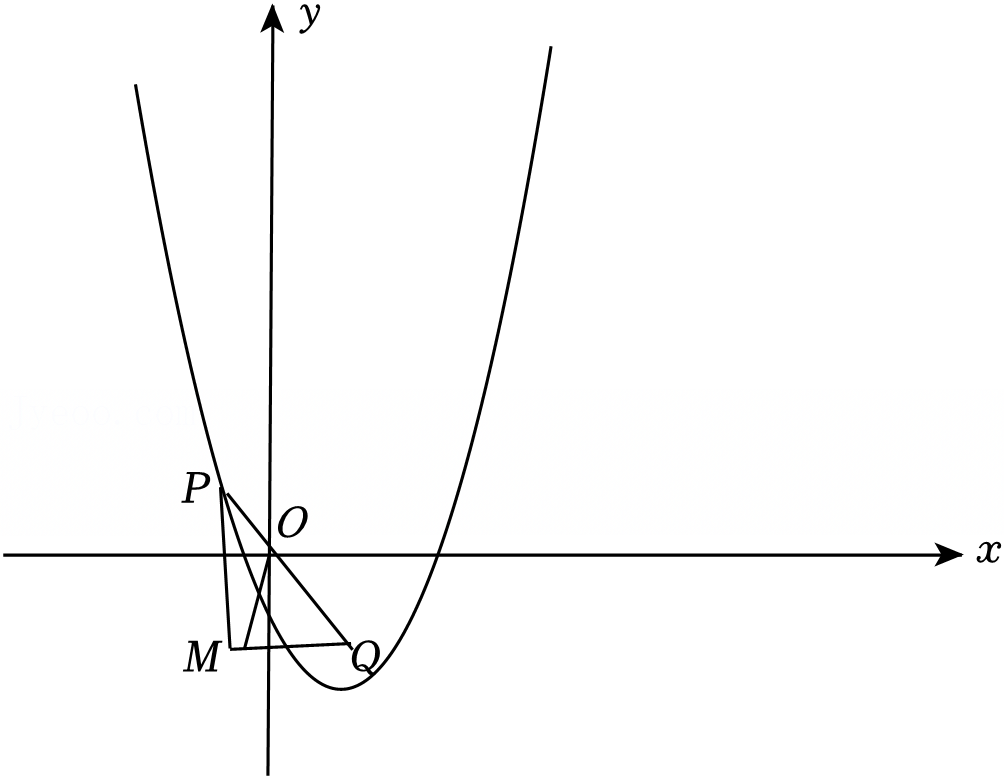
（4）根据题意，分三种情况进行分析，画出图形找出临界点，利用相似三角形的性质列出一元二次方程，然后进行求解即可．

【解答】解：（1）将（2，﹣1）代入*y*＝*x*2+*bx*﹣得，﹣1＝4+2*b*﹣1，

解得*b*＝﹣2，

∴抛物线的解析式为*y*＝*x*2﹣2*x*﹣1；

（2）如图所示，面积比保持不变为，理由如下：



根据题意可得，∠*M*＝∠*ODQ*＝90°，∠*Q*＝∠*Q*，

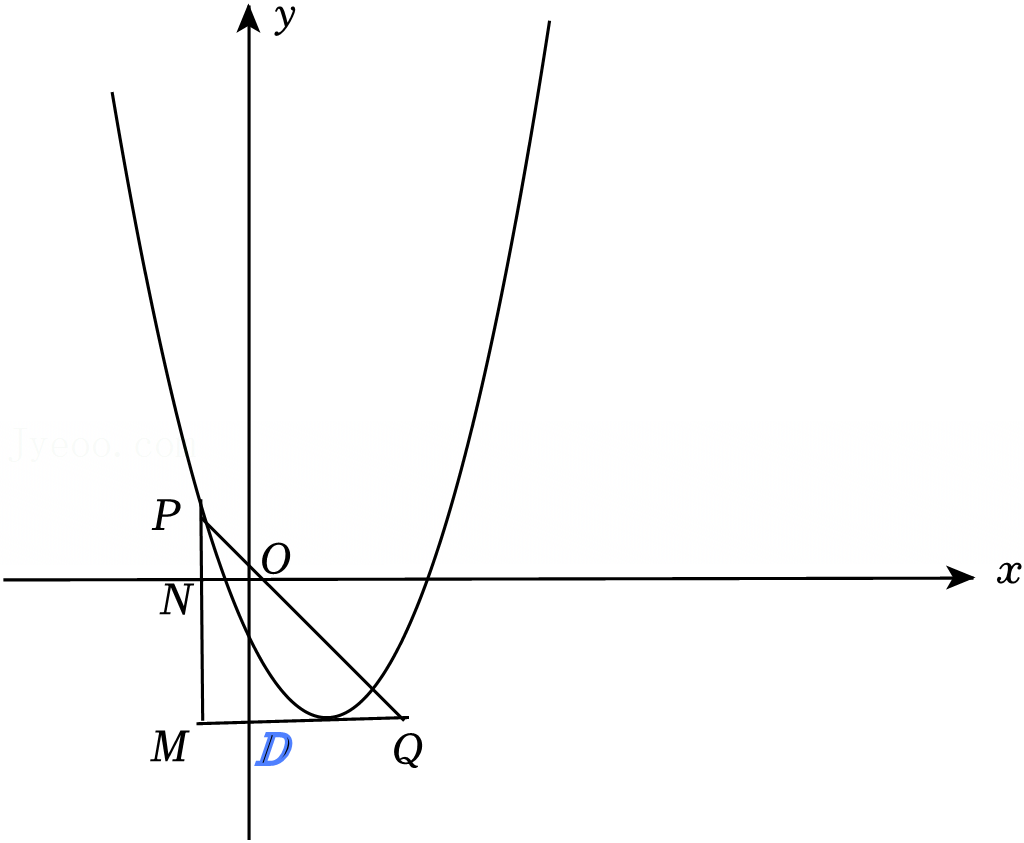
∴△*QOD*∽△*QPM*，

∴，

∴，

则；

（3）如图所示，*QM*经过最低点，即经过顶点，



该抛物线的顶点横坐标为，

纵坐标为，

该抛物线的顶点坐标为（1，﹣2），

∵∠*PNO*＝∠*ODQ*＝90°，∠*NPO*＝∠*DOQ*，

∴△*PON*∽△*OQD*，且相似比为，

根据顶点纵坐标可得，*OD*＝2，

则，即，

解得，

①当时，

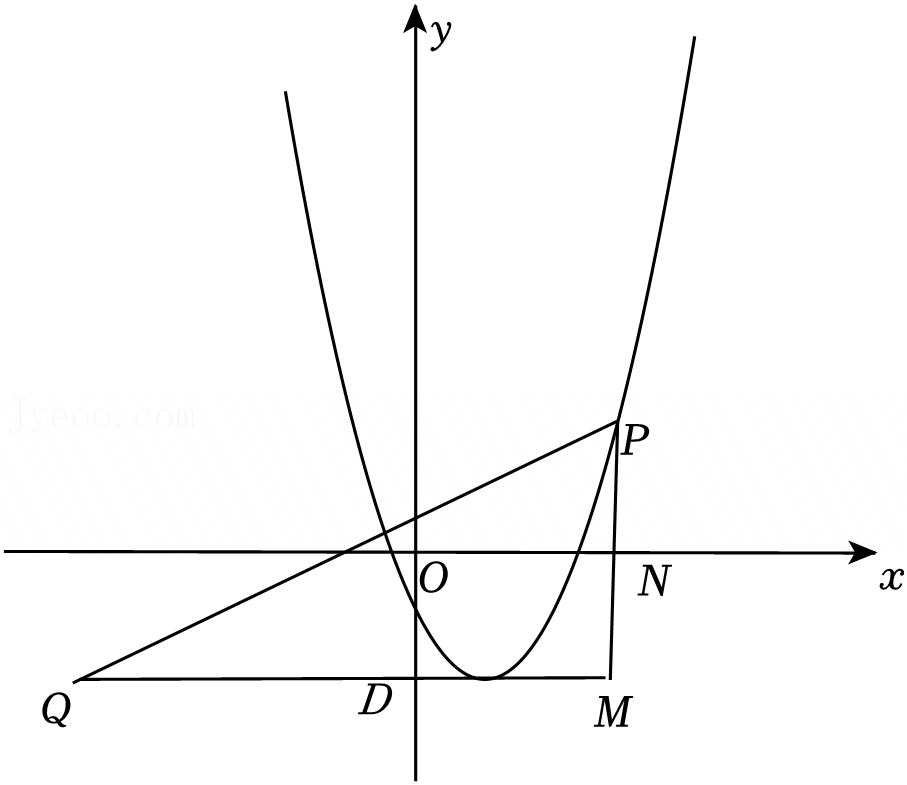
即为如图所示，

此时，

点*Q*在第四象限，

故；

②如图所示，

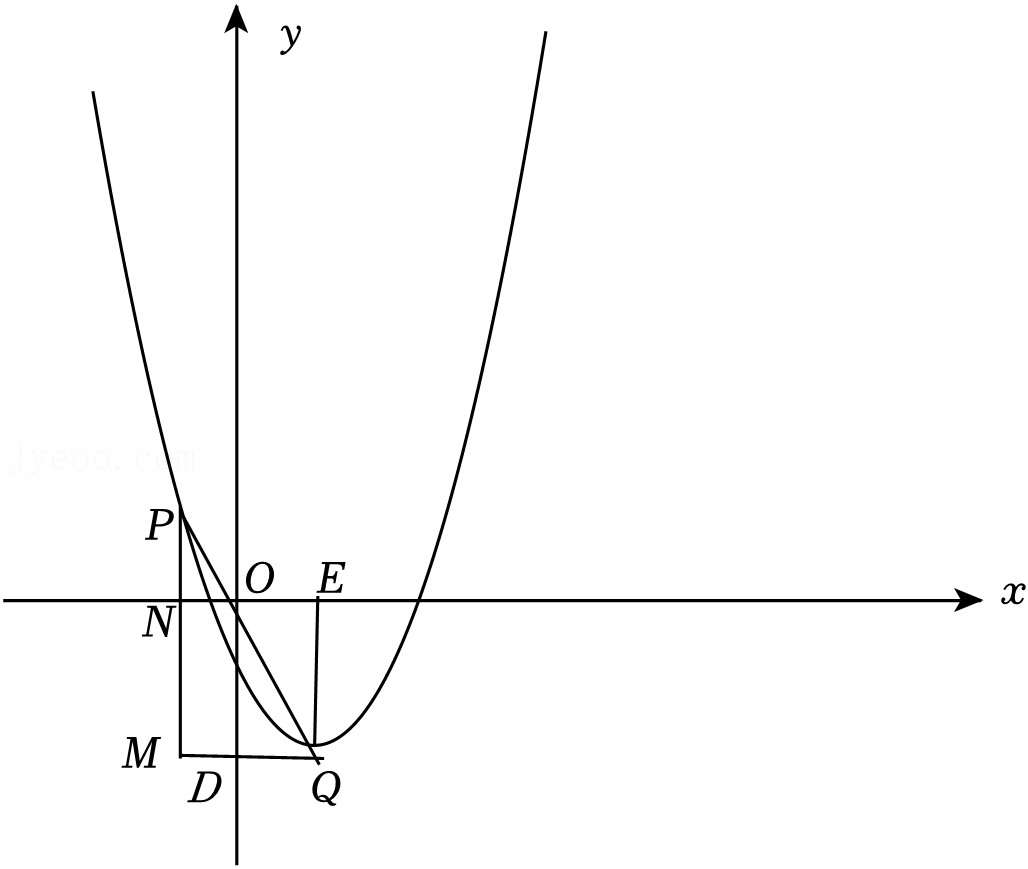


当时，此时点*P*在第一象限，点*Q*在第三象限，此时，

故；

综上，或；

（4）①当*PQ*经过顶点*T*时，过点*T*作*TE*⊥*x*轴，交*x*轴于点*E*，



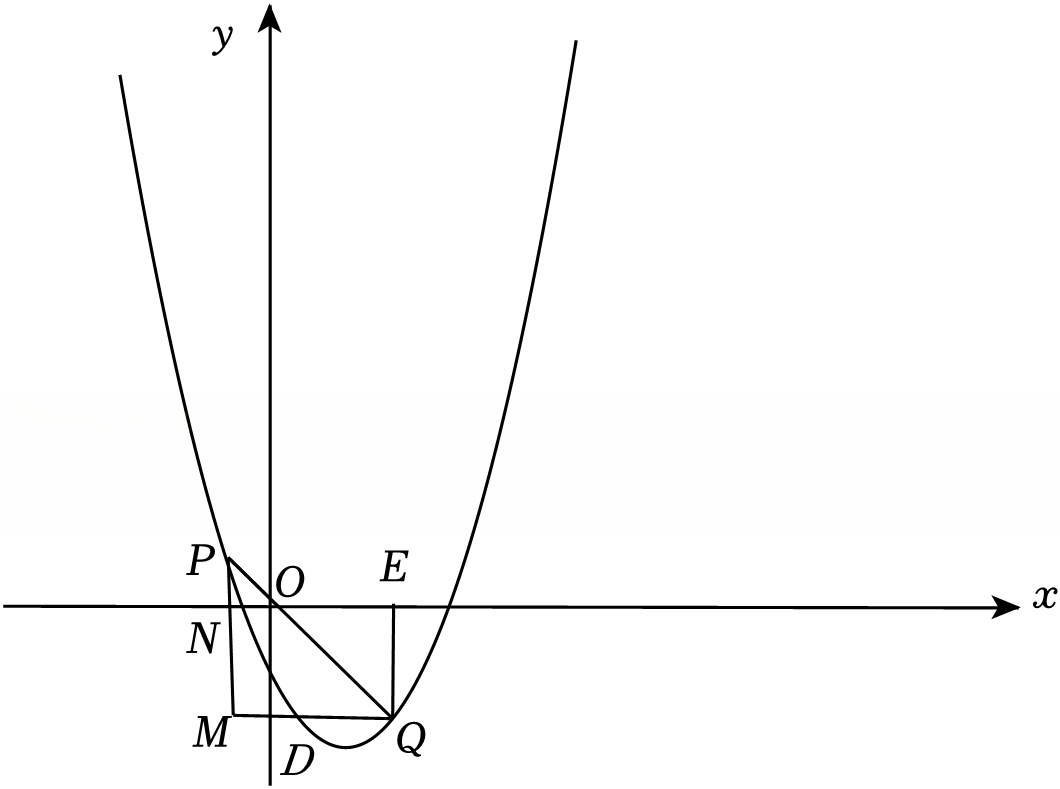
由∠*PNO*＝∠*TEO*＝90°，∠*PON*＝∠*TOE*得，△*PON*∽△*TOE*，

∴，即，解得*m*＝1（舍去），或*m*＝﹣1，

∴当点*P*向左运动时，满足题意，

∴*m*≤﹣1；

②如图所示，当点*Q*在抛物线上时，过点*Q*作*QE*⊥*x*，交*x*轴于点*E*，



同理，△*PON*∽△*QOE*，相似比仍为 此时，*Q*[﹣2*m*，﹣2（*m*2﹣2*m*﹣1）]，代入抛物线解析式得，﹣2（*m*2﹣2*m*﹣1）＝（﹣2*m*）2+4*m*﹣1，

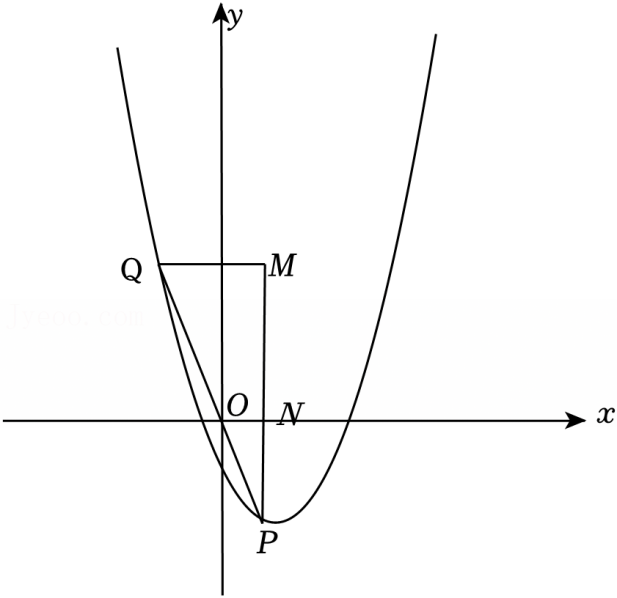
解得（舍去），或，

此时，当*P*点向下一直移动，直至到*x*轴时，都符合题意，当*x*2﹣2*x*﹣1＝0时，

解得*x*\_{2}＝1+\*sqrt* 2，

∴当﹣\*frac* {\*sqrt* {2}}{2}\*le* *m*\*le* 1﹣\*sqrt* {2}$时，符合题意；

③图所示，当点Q在抛物线上时，点Q在第二象限，点P在第四象限，



思路同②，此时Q[﹣2m，﹣2（m2﹣2m﹣1）]，代入抛物线解析式得，﹣2（m2﹣2m﹣1）＝（﹣2m）2+4m﹣1，

解得$*m*＝﹣\*frac*{\*sqrt*{2}}{2}*m*＝\*frac*{\*sqrt*{2}}{2}$

此时，当P点向右一直移动，直至到x轴时，都符合题意，

∴当$\*frac*{\*sqrt*{2}}{2}≤*m*≤1+\*sqrt*{2}$时，符合题意；

综上，当m≤﹣1或﹣$\*frac*{\*sqrt*{2}}{2}≤*m*≤1﹣\*sqrt*{2}\*frac*{\*sqrt*{2}}{2}≤*m*≤1+\*sqrt*{2}$时，符合题意．

【点评】本题主要考查了二次函数的图象和性质，利用待定系数法求函数的解析式，相似三角形的判定和性质，利用一元二次方程解决几何问题，抛物线中动点问题，解题的关键是掌握二次函数的性质，并发展空间想象能力，分情况研究动点问题．

声明：试题解析著作权属菁优网所有，未经书面同意，不得复制发布日期：2025/7/1 23:32:37；用户：陈岩；邮箱：18576409105；学号：37028324