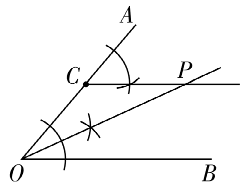
正整数矛盾,故不存在,∴满足条件的所有二次三项式中,当 x 取任意实数时,其值一定为非负数的整式 M 共有 3 个,故③正确. 故选 C.

12.【解】如图,点 P 即为所求.(作法不唯一)



13.【解】(1)∵ 在 Rt$\triangle ABC$ 中,$BC=2$ m,面积为 $1.5\ \text{m}^2$,∴ $AC=\dfrac{1.5}{\frac{1}{2}\times 2}=1.5$(m),∴ $AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=2.5$(m). 设正方形的边长为 a m. 在题图(1)中,∵ 四边形 $CDEF$ 是正方形,∴ $DE/\!/CF$,$\angle C=90°$,$DE=CD=a$ m,∴ $\angle ADE=\angle C=90°$,$AD=(1.5-a)$ m. 又∵ $\angle A=\angle A$,∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ACB$,∴ $\dfrac{DE}{CB}=\dfrac{AD}{AC}$,即 $\dfrac{a}{2}=\dfrac{1.5-a}{1.5}$,解得 $a=\dfrac{6}{7}$.

在题图(2)中,∵ 四边形 $GDEF$ 是正方形,∴ $DE/\!/GF$,∴ $\angle CED=\angle B$,$\angle EDC=\angle A$,∴ $\triangle DEC\backsim\triangle ABC$,∴ $\dfrac{DC}{DE}=\dfrac{AC}{AB}$,即 $\dfrac{DC}{a}=\dfrac{1.5}{2.5}$,∴ $DC=\dfrac{3}{5}a$ m,∴ $AD=AC-DC=\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{5}a\right)$ m. ∵ $\angle A=\angle A$,$\angle AGD=\angle C=90°$,∴ $\triangle ADG\backsim\triangle ABC$,∴ $\dfrac{DG}{DA}=\dfrac{BC}{AB}$,即 $\dfrac{a}{\frac{3}{2}-\frac{3}{5}a}=\dfrac{2}{2.5}$,解得 $a=\dfrac{30}{37}$. ∵ $\dfrac{6}{7}>\dfrac{30}{37}$,∴ 题图(1)的正方形面积较大.

(2)在题图(3)中,∵ 四边形 $CDEF$ 是长方形,∴ $DE/\!/CF$,∴ $\angle ADE=\angle C=90°$. 又∵ $\angle A=\angle A$,∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ACB$,∴ $\dfrac{AD}{DE}=\dfrac{AC}{CB}=\dfrac{3}{4}$,∴ $AD=\dfrac{3}{4}x$,∴ $DC=AC-AD=\dfrac{6-3x}{4}$,∴ 长方形的面积 $y=DE\times DC=x\times\dfrac{6-3x}{4}=\dfrac{3}{4}x(2-x)=-\dfrac{3}{4}(x-1)^2+\dfrac{3}{4}$.

∵ $-\dfrac{3}{4}<0$,∴ 当 $x=1$ 时,长方形的面积有最大值 $\dfrac{3}{4}\ \text{m}^2$.

在题图(4)中,同理得 $\triangle DEC\backsim\triangle ABC$,∴ $\dfrac{DE}{DC}=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{5}{3}$,∴ $DC=\dfrac{3}{5}x$,∴ $DA=AC-DC=\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{5}x$.

同理得 $\triangle ADG\backsim\triangle ABC$,∴ $\dfrac{DG}{DA}=\dfrac{BC}{BA}=\dfrac{4}{5}$,∴ $DG=\dfrac{4}{5}DA=\dfrac{4}{5}\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{5}x\right)$,∴ 长方形的面积 $y=DE\times DG=x\times\dfrac{4}{5}\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{5}x\right)=-\dfrac{12}{25}\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2+\dfrac{3}{4}$.

∵ $-\dfrac{12}{25}<0$,∴ 当 $x=\dfrac{5}{4}$ 时,长方形的面积有最大值 $\dfrac{3}{4}\ \text{m}^2$.

14.【解】∵ $AD=26$,∴ $CF=BE=\dfrac{AD-BC}{2}=\dfrac{26-BC}{2}$.

∵ $\angle DAB=37°$,$\angle DAC=8.5°$,$AD/\!/EF$,∴ $\angle ABE=37°$,$\angle ACB=8.5°$.

在 Rt$\triangle ABE$ 中,$AE=BE\cdot\tan 37°\approx\dfrac{26-BC}{2}\times 0.75$,

在 Rt$\triangle ACE$ 中,$AE=CE\cdot\tan 8.5°\approx\left(BC+\dfrac{26-BC}{2}\right)\times 0.15$,

∴ $\dfrac{26-BC}{2}\times 0.75=\left(BC+\dfrac{26-BC}{2}\right)\times 0.15$,

∴ $BC\approx 17$,

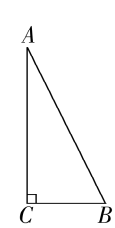
∴ 内栏墙围成泉池的直径 BC 的长约为 17 m.

期末综合测试

刷速度

1. A　**【解析】**A 选项,检测“神舟十六号”载人飞船零件的质量,适宜采用全面调查的方式,故 A 选项符合题意;B 选项,检测一批 LED 灯的使用寿命,适宜采用抽样调查的方式,故 B 选项不符合题意;C 选项,检测黄冈、孝感、咸宁三市的空气质量,适宜采用抽样调查的方式,故 C 选项不符合题意;D 选项,检测一批家用汽车的抗撞击能力,适宜采用抽样调查的方式,故 D 选项不符合题意. 故选 A.

2. C　**【解析】**如图,在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$AC=2BC$,∴ $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5}BC$,∴ $\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. 故选 C.



3. D　**【解析】**∵ 两个相似三角形的面积比为 $1:2$,∴ 两个相似三角形的相似比为 $1:\sqrt{2}$,∴ 它们的对应

角平分线的比为 $1:\sqrt{2}$. 故选 D.

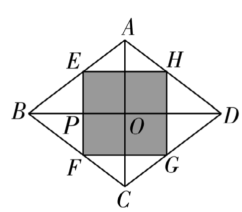
关键点拨

本题主要考查的是相似三角形的性质,根据相似三角形面积的比等于相似比的平方,即可得到两个三角形的相似比,而相似三角形的对应角平分线的比等于相似比,由此得解.

4. D 【解析】A 选项,$\because y=(x+3)^2-4$ 中,$a=1>0$,$\therefore$ 函数图像开口向上,有最小值,故 A 选项错误;B 选项,函数图像的对称轴为直线 $x=-3$,故 B 选项错误;C 选项,令 $(x+3)^2-4=0$,解得 $x_1=-1$,$x_2=-5$,$\therefore$ 当 $-5<x<-1$ 时,$y<0$,故 C 选项错误;D 选项,函数图像开口向上,对称轴为直线 $x=-3$,在对称轴左侧,即 $x<-3$ 时,y 随 x 的增大而减小,故 D 选项正确.

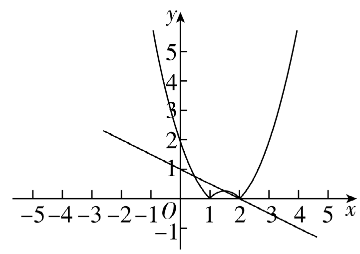
5. B 【解析】A 选项,根据统计图可得,8:00 出发,驾车用时 50 min,公交用时约 37 min,地铁用时约 32 min,所以最快的出行方式是地铁,A 选项说法不正确,故 A 不符合题意;B 选项,根据统计图可得,地铁出行所用时长受出发时刻影响比较小,所以 B 选项说法正确,故 B 符合题意;C 选项,根据统计图可得,7:00 出发,选择公交所用时间约为 32 min,所以 C 选项说法错误,故 C 不符合题意;D 选项,根据统计图可得,最长时长差出现在 7:30,时长差约为 $52-32=20$(min),所以 D 选项说法错误,故 D 不符合题意. 故选 B.

6. D 【解析】$\because AC=6$,$BD=8$,$\therefore S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}\times6\times8=24$. 设 AC,BD 相交于点 O,BO 与 EF 相交于点 P,如图所示,易得

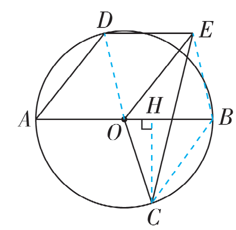


$\angle BPE=\angle BOA$,又 $\because \angle EBP=\angle ABO$,$\therefore \triangle EBP\backsim\triangle ABO$,$\therefore \frac{EP}{AO}=\frac{BP}{BO}$. $\because$ 菱形的对角线互相平分,$\therefore AO=\frac{1}{2}AC=3$,$BO=\frac{1}{2}BD=4$. 设正方形的边长为 $2a$,易得 $EP=PO=a$,$\therefore BP=4-a$,$\therefore \frac{a}{3}=\frac{4-a}{4}$,解得 $a=\frac{12}{7}$,$\therefore S_{正方形EFGH}=(2a)^2=\frac{576}{49}$,$\therefore$ 小鸟落在花圃上的概率为 $\frac{S_{正方形EFGH}}{S_{菱形ABCD}}=\frac{\frac{576}{49}}{24}=\frac{576}{49}\times\frac{1}{24}=\frac{24}{49}$. 故选 D.

7. C 【解析】$\because y=x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$,$\therefore$ 当 $x=1$ 或 $x=2$ 时,$y=0$;当 $x=0$ 时,$y=2$,$\therefore y=x^2-3x+2$ 的图像过 $(1,0)$,$(2,0)$,$(0,2)$. $\because y=x^2-3x+2=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$,$\therefore y=x^2-3x+2$ 的图像开口向上,对称轴为直线 $x=\frac{3}{2}$,顶点坐标为 $\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{4}\right)$. 将 $y=x^2-3x+2$ 的图像在 x 轴下方的部分翻折到 x 轴上方,得到 $y=|x^2-3x+2|$ 的图像. 对于一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+1$,当 $x=0$ 时,$y=1$;当 $x=\frac{3}{2}$ 时,$y=\frac{1}{4}$;当 $x=2$ 时,$y=0$,$\therefore$ 一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 的图像过 $(0,1)$,$\left(\frac{3}{2},\frac{1}{4}\right)$,$(2,0)$,如图所示,有 3 个交点. 故选 C.



(第 7 题图)



(第 8 题图)

8. C 【解析】如图,过 C 作 $CH\perp AB$ 于 H,连接 BC,BE,OD. $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,$AB=10$,$\therefore OC=OB=5$. 在 $Rt\triangle COH$ 中,$\sin\angle BOC=\frac{CH}{OC}=\frac{24}{25}$,$\therefore CH=\frac{24}{5}$. 根据勾股定理,得 $OH=\sqrt{OC^2-CH^2}=\frac{7}{5}$,$\therefore BH=BO-OH=\frac{18}{5}$. 根据勾股定理,得 $BC=\sqrt{BH^2+CH^2}=6$. $\because$ 四边形 $AOED$ 是平行四边形,$\therefore AD=OE$,$AD/\!/OE$,$\therefore \angle A=\angle EOB$. 又 $AO=OB$,$\therefore \triangle AOD\cong\triangle OBE$(SAS),$\therefore OD=BE=5$,$\therefore CE\leqslant BC+BE=6+5=11$,$\therefore$ 当 B,C,E 三点共线时,CE 取最大值 11. 故选 C.

9. B 【解析】$\because$ 抛物线开口向上,$\therefore a>0$. $\because$ 对称轴为直线 $x=-1$,$\therefore a$,b 同号,$\therefore b>0$. $\because c<-1$,$\therefore abc<0$,故①不符合题意. $\because$ 对称轴为直线 $x=-1$,与 x 轴的交点坐标为 $(x_1,0)$,$(x_2,0)$,其中 $0<x_1<1$,$\therefore$ 根据对称性得 $-3<x_2<-2$,故②符合题意. 由对称性可知,当 $x=0$ 与 $x=-2$ 时,y 的值是相等的,$\therefore c=4a-2b+c$. 又 $\because c<-1$,$\therefore 4a-2b+c<-1$,故③符合题意. 当 $x=-1$ 时,y 取得最小值为 $a-b+c$;当 $x=m(m\neq-1)$ 时,$y=am^2+bm+c$,因此 $a-b+c<am^2+bm+c$,即 $a-b<am^2+bm(m\neq-1)$,故④不符合题意. 综上所述,正确的结论有 2 个. 故选 B.

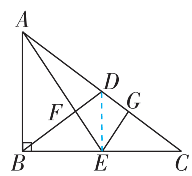
10. B 【解析】由翻折的性质可得 $DG=OG=AG$,$AE=OE=BE$,$OC=BC$,$\angle DGF=\angle FGO$,$\angle AGE=\angle OGE$,$\angle AEG=\angle OEG$,$\angle OEC=\angle BEC$,$\therefore$ 易得 $\angle FGE=\angle FGO+\angle OGE=90°$,$\angle GEC=\angle OEG+\angle OEC=90°$,$\therefore \angle FGE+\angle GEC=180°$,$\therefore GF/\!/CE$,故①正确;设 $AD=2a$,$AB=2b$,则 $OC=BC=AD=2a$,$DG=OG=AG=a$,$AE=OE=BE=b$,$\therefore CG=OG+OC=3a$,在 $Rt\triangle CGE$ 中,$CG^2=GE^2+CE^2$,即 $(3a)^2=a^2+b^2+b^2+(2a)^2$,解得 $b=\sqrt{2}a$,$\therefore AB=$

$\sqrt{2}AD$，故②错误；在 Rt$\triangle COF$ 中，设 $OF=DF=x$，则 $CF=2b-x=2\sqrt{2}a-x$，$\therefore x^2+(2a)^2=(2\sqrt{2}a-x)^2$，解得 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，$\therefore \sqrt{6}\,DF=\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}a=\sqrt{3}\,a$，在 Rt$\triangle AGE$ 中，$GE=\sqrt{AG^2+AE^2}=\sqrt{3}a$，$\therefore GE=\sqrt{6}DF$，故③正确；$\because OF=x=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，$OC=2a$，$\therefore OC=2\sqrt{2}OF$，故④正确；无法证明$\angle FCO=\angle GCE$，$\therefore$ 无法证明$\triangle COF\backsim\triangle CEG$，故⑤错误. 综上，正确的是①③④. 故选 B.

11. 44　【解析】$\because a:b:c=2:3:4$，$\therefore$ 可设 $a=2k$，$b=3k$，$c=4k$，其中 $k\neq0$. $\because a+b+c=36$，$\therefore 2k+3k+4k=36$，解得 $k=4$，$\therefore a=8$，$b=12$，$c=16$，$\therefore 2a-3b+4c=16-36+64=-20+64=44$，故答案为 44.

12. 8　【解析】令 $y=0$，则$-\frac{9}{80}(x-8)(x+2)=0$，解得 $x=8$ 或 $x=-2$（舍去），$\therefore OA=8$ m. 故答案为 8.

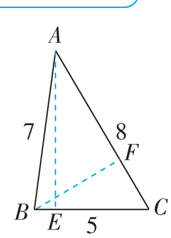
13. 4　【解析】如图，连接 DE. $\because AB=6$，$BC=8$，$\angle ABC=90°$，$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC=24$. $\because$ 点 F 是重心，$\therefore AD=CD=\frac{1}{2}AC$，$BE=CE=\frac{1}{2}BC$，$\therefore S_{\triangle ACE}=S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=12$. $\because DG:GC=1:2$，$\therefore CG:AC=2:6=1:3$，$\therefore S_{\triangle CEG}=\frac{1}{3}S_{\triangle ACE}=4$. 故答案为 4.



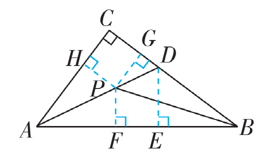
关键点拨

根据重心的定义得出 BD，AE 是中线，根据 $AB=6$ cm，$BC=8$ cm 可求出$\triangle ABC$ 的面积，根据中线的性质可求出$\triangle ACE$ 的面积，根据 $DG:GC=1:2$ 可得 $CG:AC=1:3$，即可得答案.

14. $\frac{5\sqrt{3}}{11}$　$\frac{1}{7}$　【解析】如图，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，过点 B 作 $BF\perp AC$ 于点 F. 设 $CE=x$，则 $BE=5-x$，则 $AE^2=8^2-x^2=7^2-(5-x)^2$，解得 $x=4$，$\therefore CE=4$，则 $\cos C=\frac{CE}{AC}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$，$\therefore \angle C=60°$，$\therefore AE=AC\cdot\sin C=8\sin60°=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$. $\because BE=BC-EC=1$，$\therefore \cos\angle ABC=\frac{BE}{AB}=\frac{1}{7}$. 又$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times BC\times AE=\frac{1}{2}\times AC\times BF$，$\therefore BF=\frac{BC\times AE}{AC}=\frac{5\times4\sqrt{3}}{8}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$. 在 Rt$\triangle ABF$ 中，$AF=\sqrt{AB^2-BF^2}=\sqrt{7^2-\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{11}{2}$，$\therefore \tan\angle BAF=\frac{BF}{AF}=\frac{\frac{5\sqrt{3}}{2}}{\frac{11}{2}}=\frac{5\sqrt{3}}{11}$. 故答案为$\frac{5\sqrt{3}}{11}$，$\frac{1}{7}$.



15. $2\sqrt{10}$　【解析】如图，作 $DE\perp AB$ 于点 E，则$\angle DEA=\angle DEB=90°$. $\because \angle ACB=90°$，$BD=5$，$CD=3$，$\therefore DC\perp AC$，$BC=BD+CD=5+3=8$. $\because$ 点 P 是$\triangle ABC$ 的内心，$\therefore AD$ 平分$\angle CAB$，$\therefore DE=DC=3$. 又$\because AD=AD$，$\therefore$ Rt$\triangle ACD\cong$Rt$\triangle AED$（HL），$\therefore AC=AE$. 在 Rt$\triangle BDE$ 中，$BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，$\therefore \tan\angle ABC=\frac{DE}{BE}=\frac{AC}{BC}=\frac{3}{4}$，$\therefore AC=\frac{3}{4}BC=\frac{3}{4}\times8=6$，$\therefore AE=AC=6$，$\therefore AB=AE+BE=6+4=10$. 过点 P 作 $PF\perp AB$ 于点 F，$PG\perp BC$ 于点 G，$PH\perp AC$ 于点 H. $\because P$ 是$\triangle ABC$ 的内心，$\therefore PF=PG=PH$. 设 $PF=PG=PH=r$. $\because S_{\triangle PAB}+S_{\triangle PBC}+S_{\triangle PAC}=S_{\triangle ABC}$，$\therefore \frac{1}{2}\times10r+\frac{1}{2}\times8r+\frac{1}{2}\times6r=\frac{1}{2}\times6\times8$，解得 $r=2$，$\therefore PG=PH=PF=2$. 又$\because \angle ACB=\angle PGC=\angle PHC=90°$，$\therefore$ 四边形 $PGCH$ 是正方形，$\therefore CG=2$，$\therefore BG=BC-CG=8-2=6$，$\therefore$ 在 Rt$\triangle BGP$ 中，$BP=\sqrt{BG^2+PG^2}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$. 故答案为 $2\sqrt{10}$.

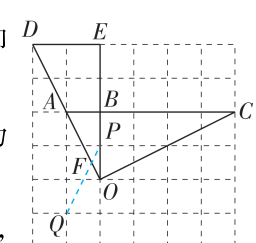


16.【解】$(-1)^{2\,025}+|\sqrt{3}-2|+2\sin60°-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}=-1+(2-\sqrt{3})+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2=-1+2-\sqrt{3}+\sqrt{3}+2=1+2=3.$

17.【解】(1) 如图所示，$\triangle OBC$ 即为所求.

(2) 如图所示，$\triangle ODE$ 即为所求.

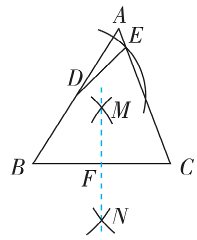
(3) 如图所示，取格点 P，Q，连接 PQ，交 AO 于点 F，则点 F 即为所求作的点. 易知$\triangle AQF\backsim\triangle OPF$，$\therefore \frac{AF}{FO}=\frac{AQ}{OP}=3$.



18. (1)【解】①若 D 是 AB 的中点，$DE/\!/BC$，则 E 是 AC 的中点，是真命题，故符合题意；②若 $DE/\!/BC$，

$DE=\frac{1}{2}BC$,则 D,E 分别是 AB,AC 的中点,是真命题,故符合题意;③若 D 是 AB 的中点,$DE=\frac{1}{2}BC$,则 E 不一定是 AC 的中点.

如图,D 是 AB 的中点,分别以 B,C 为圆心,大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径画弧,分别交于点 M,N,作直线 MN 交 BC 于点 F,以 D 为圆心,BF 长为半径画弧,交 AC 于点 E,则 $DE=BF=\frac{1}{2}BC$,但 E 显然不是 AC 的中点,是假命题,故不符合题意. 真命题为①②. 故答案为①②.



(2)【证明】(选择一个进行证明即可)①$\because$ 点 D 是 AB 的中点,$\therefore \frac{AD}{DB}=1$. $\because DE/\!/BC$,$\therefore \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}=1$,$\therefore AE=CE$,即 E 是 AC 的中点.

②$\because DE=\frac{1}{2}BC$,$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$. $\because DE/\!/BC$,$\therefore \angle ADE=\angle B$,$\angle AED=\angle C$,$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$,$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$,$\therefore AD=BD$,$AE=CE$,即点 D,E 分别是 AB,AC 的中点.

19.【解】(1)本次调查共随机抽取了 $50\div25\%=200$(名)中学生,其中课外阅读时长"2~4 小时"的有 $200\times20\%=40$(人). 故答案为 200,40.

(2)扇形统计图中,课外阅读时长"4~6 小时"对应的圆心角度数为 $360°\times\left(1-\frac{30}{200}\times100\%-20\%-25\%\right)=144°$. 故答案为 144.

(3)$20\ 000\times\left(1-\frac{30}{200}\times100\%-20\%\right)=13\ 000$.

答:估计该地区中学生一周课外阅读时长不少于 4 小时的人数为 13 000.

20.(1)【证明】$\because BF$ 是 $\odot O$ 的直径,$\therefore \angle BAF=90°$,$\therefore \angle ABF+\angle AFB=90°$.

$\because \angle MAE+\angle AFM=90°$,$\therefore \angle ABF=\angle MAE$.

$\because \angle ABF=\angle AEF$,$\therefore \angle MAE=\angle AEF$,$\therefore AM/\!/EF$.

(2)【解】设 $\triangle AGF$ 的面积为 S_4,$\triangle AGM$ 的面积为 S_5,$\frac{AG}{GE}=t$,$\therefore \frac{S_4}{S_3}=t$,$\therefore S_4=tS_3$.

$\because \triangle AMF$ 的面积为 S_1,$\triangle AEF$ 的面积为 S_2,$\triangle EFG$ 的面积为 S_3,$\therefore S_1=S_4+S_5$,$S_2=S_4+S_3$.

$\because \angle MAE=\angle AEF$,$\angle AGM=\angle EGF$,$\therefore \triangle AGM\backsim\triangle EGF$,$\therefore \frac{S_5}{S_3}=\left(\frac{AG}{GE}\right)^2=t^2$,$\therefore S_5=t^2S_3$. $\because S_1\cdot S_3=\frac{3}{5}S_2^2$,$\therefore (S_4+S_5)\cdot S_3=\frac{3}{5}(S_4+S_3)^2$,$\therefore (tS_3+t^2S_3)\cdot S_3=\frac{3}{5}(tS_3+S_3)^2$,整理得 $2t^2-t-3=0$,解得 $t=\frac{3}{2}$或 $t=-1$(舍去),$\therefore \frac{AG}{GE}=\frac{3}{2}$. $\because \triangle AGM\backsim\triangle EGF$,$\therefore \frac{AM}{EF}=\frac{AG}{GE}$,$\therefore \frac{6\sqrt{2}}{EF}=\frac{3}{2}$,$\therefore EF=4\sqrt{2}$. $\because BF$ 是 $\odot O$ 的直径,$\therefore \angle BEF=90°$. $\because BE=2$,$\therefore BF=\sqrt{BE^2+EF^2}=\sqrt{2^2+(4\sqrt{2})^2}=6$,$\therefore \odot O$ 的半径为 3.

21.【解】(1)由"苹果损坏率"统计图可知,苹果损坏率在 0.1 上下波动,并趋于稳定,$\therefore$ 估计 10 000 千克苹果中完好的苹果的总质量为 $10\ 000\times(1-0.1)=9\ 000$(千克),此时公司应将这批完好的苹果的成本调整为$(9\times10\ 000)\div9\ 000=10$(元/千克). 故答案为 9 000,10.

(2)苹果的售价定为 16.5 元/千克,日销售量是 875 千克. 理由如下:设苹果的售价为 x 元/千克,日销售量是 y 千克. 由表格可知,日销售量与售价满足一次函数关系,设 $y=kx+b(k\neq0)$. 把(14,1 000),(15,950)代入,得 $\begin{cases}14k+b=1\ 000,\\15k+b=950,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-50,\\b=1\ 700,\end{cases}$ $\therefore y=-50x+1\ 700$. 当 $x=16.5$ 时,$y=-50\times16.5+1\ 700=875$,$\therefore$ 苹果的售价定为 16.5 元/千克,日销售量是 875 千克.

(3)$\because$ 12 天内售完这批苹果,$\therefore$ 由(1)(2)可得 $12(-50x+1\ 700)\geqslant9\ 000$,解得 $x\leqslant19$.

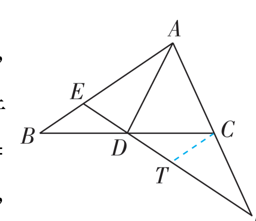
设该公司每日销售该苹果的利润为 w 元.

根据题意得 $w=(x-10)(-50x+1\ 700)=-50(x-22)^2+7\ 200$.

$\because -50<0$,抛物线的对称轴为直线 $x=22$,$\therefore x\leqslant19$ 时,w 随着 x 的增大而增大,$\therefore$ 当 $x=19$ 时,w 取得最大值,最大值为 $-50\times(19-22)^2+7\ 200=6\ 750$,故该公司每日销售该苹果可能达到的最大利润是 6 750 元.

22.【解】(1)①$\because D$ 是 BC 的中点,$\therefore S_{\triangle ADB}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=3$. $\because AE=2BE$,$\therefore BE=\frac{1}{3}AB$,$\therefore S_{\triangle BDE}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABD}=1$. 故答案为 1.

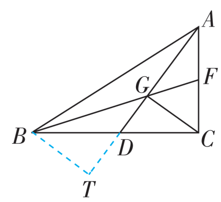
②$\frac{AB}{AE}+\frac{AC}{AF}$是定值. 如图(1),过点 C 作 $CT/\!/AB$ 交 EF 于点 T. $\because BE/\!/CT$,$\therefore \angle B=\angle DCT$. $\because D$ 是 BC 的中点,$\therefore BD=DC$. 又$\because \angle BDE=\angle CDT$,$\therefore \triangle BDE\cong\triangle CDT$



图(1)

(ASA)，$\therefore BE=CT$. $\because CT/\!/AE$，$\therefore \angle FCT=\angle BAF$，$\angle FTC=\angle FEA$，$\therefore \triangle FCT\backsim\triangle FAE$，$\therefore \dfrac{CF}{AF}=\dfrac{CT}{AE}=\dfrac{BE}{AE}$，$\therefore \dfrac{AB}{AE}+\dfrac{AC}{AF}=\dfrac{AE+EB}{AE}+\dfrac{AF-CF}{AF}=1+\dfrac{EB}{AE}+1-\dfrac{CF}{AF}=2$.

(2)如图(2)，过点 B 作 $BT\perp AD$ 交 AD 的延长线于点 T，设 $DG=x$，$AG=y$. $\because \angle CGD=90°$，$\therefore \angle CGA=90°$，$\therefore \angle ACG+\angle CAG=90°$. $\because \angle ACD=90°$，$\therefore \angle DCG+\angle ACG=90°$，



图(2)

$\therefore \angle DCG=\angle CAG$，$\therefore \triangle CGD\backsim\triangle AGC$，$\therefore \dfrac{GD}{GC}=\dfrac{CG}{AG}$，$\therefore CG=\sqrt{xy}$. $\because BT\perp AT$，$\therefore \angle T=\angle CGD=90°$. $\because \angle BDT=\angle CDG$，$BD=DC$，$\therefore \triangle BDT\cong\triangle CDG$(AAS)，$\therefore BT=CG=\sqrt{xy}$，$DT=DG=x$. $\because \angle CDG=\angle CDA$，$\angle DGC=\angle ACD=90°$，$\therefore \triangle DCG\backsim\triangle DAC$，$\therefore \dfrac{CD}{DA}=\dfrac{DG}{DC}$，$\therefore CD^2=DG\cdot DA$，$\therefore BD^2=DG\cdot DA$，$\therefore \dfrac{BD}{DG}=\dfrac{DA}{BD}$. 又$\because \angle BDG=\angle ADB$，$\therefore \triangle BDG\backsim\triangle ADB$，$\therefore \angle DBG=\angle BAD$，$\therefore \tan\angle BAT=\tan\angle FBC=\dfrac{BT}{AT}=\dfrac{\sqrt{6}}{7}$，$\therefore \dfrac{\sqrt{xy}}{2x+y}=\dfrac{\sqrt{6}}{7}$，整理得 $24x^2-25xy+6y^2=0$，$\therefore (3x-2y)(8x-3y)=0$，$\therefore 3x-2y=0$ 或 $8x-3y=0$，$\therefore \dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3}$ 或 $\dfrac{3}{8}$，$\therefore \dfrac{DG}{AG}$ 的值为 $\dfrac{2}{3}$ 或 $\dfrac{3}{8}$.

23.【解】(1)$\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$(b,c 为常数)顶点 M 的坐标为 $(2,-5)$，$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=(x-2)^2-5=x^2-4x-1$，$\therefore b=-4$，$c=-1$.

(2)$\because$ 点 P 的横坐标为 m，点 Q 的横坐标为 $2-m$，$\therefore y_P=m^2-4m-1$，$y_Q=(2-m)^2-4(2-m)-1=m^2-5$，则 $y_P-y_Q=(m^2-4m-1)-(m^2-5)=-4(m-1)$.

顶点 M 在图像 G 上时，当点 P 在顶点 M 右侧(包括点 M)时，$m\geqslant 2$，$\therefore 2-m\leqslant 0$，$m-1>0$，则点 Q 在顶点 M 左侧，$y_P-y_Q=-4(m-1)<0$，此时 $y_P<y_Q$，即此时图像 G 上最高点的纵坐标为 y_Q，最低点的纵坐标为 y_M，$\therefore d=y_Q-y_M=m^2-5-(-5)=m^2$.

当点 Q 在顶点 M 右侧(包括点 M)时，$2-m\geqslant 2$，$\therefore m\leqslant 0$，$m-1<0$，则点 P 在顶点 M 左侧，$y_P-y_Q=-4(m-1)>0$，此时 $y_P>y_Q$，即此时图像 G 上最高点的纵坐标为 y_P，最低点的纵坐标为 y_M，$\therefore d=y_P-y_M=m^2-4m-1-(-5)=m^2-4m+4$.

综上，当 $m\geqslant 2$ 时，$d=m^2$；当 $m\leqslant 0$ 时，$d=m^2-4m+4$.

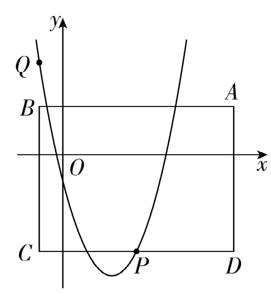
(3)对于抛物线 $y=x^2-4x-1$，当 $y=-4$ 时，$x^2-4x-1=-4$，解得 $x_1=1$，$x_2=3$，

$\therefore$ 抛物线经过点 $(1,-4)$，$(3,-4)$. $\because$ 矩形 $ABCD$ 的顶点分别为 $A(3m-2,2)$，$B(2-m,2)$，$C(2-m,-4)$，$\therefore D(3m-2,-4)$.

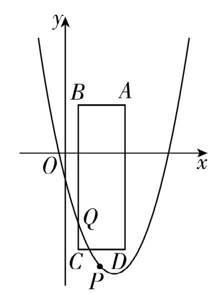
当 $3m-2=2-m$ 时，$m=1$，此时点 A，B 重合，不能构成矩形，不符合题意.

当 $m=3$ 时，如图(1)，点 $P(3,-4)$ 在 CD 上，此时图像 G 在矩形 $ABCD$ 内部的部分所对应的函数值 y 随 x 的增大而减小，符合题意.

当 $m>3$ 时，点 P 在 CD 上方，此时图像 G 在矩形 $ABCD$ 内部的部分所对应的函数值存在 y 随 x 的增大而增大，不符合题意.



图(1)

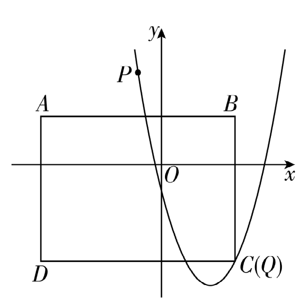


图(2)

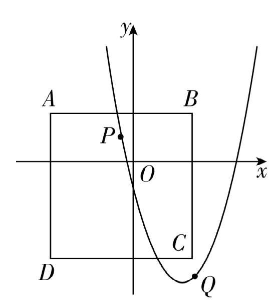
当 $1<m<3$ 时，如图(2)，点 P 在 CD 下方，点 Q 在 CD 上方，此时图像 G 在矩形 $ABCD$ 内部的部分所对应的函数值 y 随 x 的增大而减小，符合题意.

当 $2-m=3$，即 $m=-1$ 时，如图(3)，点 $Q(3,-4)$ 与点 C 重合，此时图像 G 在矩形 $ABCD$ 内部的部分所对应的函数值 y 随 x 的增大而减小，符合题意.

当 $2-m>3$，即 $m<-1$ 时，点 Q 在 CD 上方，此时图像 G 在矩形 $ABCD$ 内部的部分所对应的函数值存在 y 随 x 的增大而增大，不符合题意.



图(3)



图(4)

当 $-1<m<1$ 时，如图(4)，点 P 在 CD 上方，点 Q 在 CD 下方，此时图像 G 在矩形 $ABCD$ 内部的部分所对应的函数值 y 随 x 的增大而减小，符合题意.

综上，当图像 G 在矩形 $ABCD$ 内部的部分所对应的函数值 y 随 x 的增大而减小时，m 的取值范围为 $-1\leqslant m<1$ 或 $1<m\leqslant 3$.