第二部分　中考真题分类集训

（一）实数与代数式

刷考点

1. A　【解析】数轴上表示−2 的点是 M，故选 A.

2. B　【解析】0 是整数，3. 14 是有限小数，$\frac{2}{3}$是分数，它们不是无理数，$\sqrt{2}$是无理数，故选 B.

3. A　【解析】$\frac{3}{4}$的相反数为$-\frac{3}{4}$，故选 A.

4. D　【解析】∵ $6.18\times10^8=618\ 000\ 000$，$6.28\times10^8=628\ 000\ 000$，$6.18\times10^9=6\ 180\ 000\ 000$，$6.28\times10^9=6\ 280\ 000\ 000$，且 $618\ 000\ 000<628\ 000\ 000<6\ 180\ 000\ 000<6\ 280\ 000\ 000$，∴ $6.18\times10^8<6.28\times10^8<6.18\times10^9<6.28\times10^9$，∴ 四个数中，最大的是 6.28×10^9，故选 D.

5. D　【解析】观察数轴可知，$-2<a<-1$，$0<b<1$，$|a|>|b|$，∴ $a+b<0$，$a-b<0$，故 A、B、C 选项的结论错误，D 选项的结论正确，故选 D.

6. 6　【解析】原式＝5+1＝6，故答案为 6.

7. 【解】原式$=\frac{1}{2}\times6-9+(-4)=3-9-4=-10$.

8. 【解】(1)在第一步开始出现错误.

$(-6)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{5}{6}\right)=-6\times\frac{1}{2}-6\times\frac{2}{3}+6\times\frac{5}{6}=-3-4+5=-2$.

(2) $|2-\sqrt{2}|-(-2)^2\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=2-\sqrt{2}-4\times\frac{1}{4}=1-\sqrt{2}$.

9. B　【解析】

选项	解析	原选项正误
A	$x+2x=3x$	×
B	$x^2\cdot x^3=x^5$	√
C	$x^6\div x^2=x^4$	×
D	$(xy)^2=x^2y^2$	×

故选 B.

10. 【解】$(x+2)(x-2)+x(1-x)=x^2-4+x-x^2=x-4$.

当 $x=6$ 时，原式＝6−4＝2.

11. 【解】(1)根据月历中数之间的关系可得 $a=4+1=5$，$b=4+7=11$. 故答案为 5，11.

(2)根据月历中数之间的关系可得 $c=n+1$，$d=n+7$. 故答案为 $n+1$，$n+7$.

(3)根据题意得 $17+2+e=2+10+18$，$17+10+f=2+10+18$，∴ $e=11$，$f=3$. 故答案为 11，3.

(4)根据月历中数之间的关系可得 $9g=n+n+1+n+2+n+7+n+8+n+9+n+14+n+15+n+16$，∴ $g=n+8$. 故答案为 $n+8$.

思路分析　设这两个奇数分别为 $2k+1$ 和 $2n+1$，求出它们的平方差，再利用平方差公式分解因式，根据分解因式的结果进行判断即可.

12. D　【解析】设一个奇数为 $2k+1$，另一个奇数为 $2n+1$，k，n 都是自然数. 根据题意，得 $(2k+1)^2-(2n+1)^2=(2k+1+2n+1)(2k+1-2n-1)=2(k+n+1)\cdot2(k-n)=4(k-n)(k+n+1)$. 因为 $k-n$ 或 $k+n+1$ 必有一个为偶数，所以一定能被 8 整除，故选 D.

13. $2(x-3y)^2$　【解析】$2x^2-12xy+18y^2=2(x^2-6xy+9y^2)=2(x-3y)^2$，故答案为 $2(x-3y)^2$.

14. 4　【解析】∵ $a+b=2$，∴ $a^2-b^2+4b=(a+b)(a-b)+4b=2(a-b)+4b=2(a+b)=4$，故答案为 4.

15. B　【解析】$\frac{a^2+12a+36}{a^2+6a}=\frac{(a+6)^2}{a(a+6)}=\frac{a+6}{a}$. 当 $a=-3$ 时，原式$=\frac{-3+6}{-3}=-1$. 故选 B.

16. A　【解析】∵ 计算$\frac{A}{xy+y^2}-\frac{y}{x^2+xy}$的结果为$\frac{x-y}{xy}$，∴ $\frac{y}{x^2+xy}+\frac{x-y}{xy}=\frac{A}{xy+y^2}$，∴ $\frac{y^2}{xy(x+y)}+\frac{(x-y)(x+y)}{xy(x+y)}=\frac{x^2}{xy(x+y)}=\frac{x}{xy+y^2}=\frac{A}{xy+y^2}$，∴ $A=x$. 故选 A.

关键点拨　本题考查了分式的混合运算，能根据求出的结果得出规律是解题的关键.

17. $-\frac{1}{x}$　【解析】∵ $a_1=x+1$，∴ $a_2=\frac{1}{1-a_1}=\frac{1}{1-(x+1)}=-\frac{1}{x}$，∴ $a_3=\frac{1}{1-a_2}=\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{x}\right)}=\frac{x}{x+1}$，∴ $a_4=\frac{1}{1-a_3}=\frac{1}{1-\frac{x}{x+1}}=\frac{1}{\frac{1}{x+1}}=x+1$，∴ $a_5=-\frac{1}{x}$，$a_6=\frac{x}{x+1}$，…，由上可得，每三个为一个循环组. ∵ 2 024 ÷ 3 ＝ 674 …… 2，

$\therefore a_{2\,024}=-\frac{1}{x}$. 故答案为$-\frac{1}{x}$.

18.【解】原式$=\frac{2+x-1}{x-1}\cdot\frac{x(x-1)}{(x+1)^2}$

$=\frac{x+1}{x-1}\cdot\frac{x(x-1)}{(x+1)^2}$

$=\frac{x}{x+1}$.

当$x=-2$时,原式$=\frac{-2}{-2+1}=2$.

19. C　【解析】由题意得该矩形的面积$S=\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}(\mathrm{cm}^2)$. $\because 9<10<16$, $\therefore \sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$, $\therefore 3<\sqrt{10}<4$,即S在3和4之间. 故选C.

关键点拨
掌握二次根式有意义的条件为被开方数是非负数和分式有意义的条件为分母不为0是解题的关键.

20. $m\geq1$　【解析】$\because$ 式子$\frac{\sqrt{m-1}}{m+2}$在实数范围内有意义,$\therefore \begin{cases}m-1\geq0,\\m+2\neq0,\end{cases}$解得$m\geq1$,$\therefore m$的取值范围是$m\geq1$,故答案为$m\geq1$.

21. 60　【解析】$(\sqrt{61}+1)(\sqrt{61}-1)=(\sqrt{61})^2-1^2=61-1=60$,故答案为60.

22. $-2\sqrt{3}$　【解析】$\sqrt{12}-\sqrt{8}\cdot\sqrt{6}=2\sqrt{3}-4\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$. 故答案为$-2\sqrt{3}$.

（二）方程（组）

刷考点

1. A　【解析】当$x=1,y=2$时,$2x+3y=2\times1+3\times2=8$,故选项A符合题意;当$x=2,y=1$时,$2x+3y=2\times2+3\times1=7\neq8$,故选项B不符合题意;当$x=-1,y=2$时,$2x+3y=2\times(-1)+3\times2=4\neq8$,故选项C不符合题意;当$x=2,y=4$时,$2x+3y=2\times2+3\times4=16\neq8$,故选项D不符合题意. 故选A.

2. B　【解析】根据题意得$\frac{x}{3}\times1+\frac{x}{4}\times1+\frac{x}{5}\times1=100$,即$\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}=100$. 故选B.

3. B　【解析】$\begin{cases}3x-y=4m+1,①\\x+y=2m-5,②\end{cases}$ ①−②得$2x-2y=2m+6$,$\therefore x-y=m+3$. 由$x-y=4$,可得$m+3=4$,解得$m=1$,故选B.

关键点拨
解题的关键是把方程组的两个方程相减得到$x-y=m+3$.

4. C　【解析】设购买足球x个,篮球y个. 根据题意得$80x+120y=1\,200$,即$2x+3y=30$,则$x=\frac{30-3y}{2}$. $\because x,y$都是正整数,$\therefore \begin{cases}x=12,\\y=2\end{cases}$或$\begin{cases}x=9,\\y=4\end{cases}$或$\begin{cases}x=6,\\y=6\end{cases}$或$\begin{cases}x=3,\\y=8,\end{cases}$ $\therefore$ 共有4种购买方案,故选C.

5. 99　【解析】$\because$ 甲纸条的$\frac{1}{3}$与乙纸条的$\frac{2}{5}$叠合在一起,$\therefore \frac{1}{3}a=\frac{2}{5}b$,则设$a=3k$,$b=\frac{5}{2}k$. $\because$ 重叠后的总长度为81,$\therefore a+b-\frac{2}{5}b=81$,$\therefore a+\frac{3}{5}b=81$,$\therefore 3k+\frac{3}{5}\times\frac{5}{2}k=81$,$\therefore k=18$,$\therefore a=3\times18=54$,$b=\frac{5}{2}\times18=45$,$\therefore a+b=99$,故答案为99.

6.【解】$\begin{cases}x+2y=3,①\\x-2y=1,②\end{cases}$

①+②,得$2x=4$,解得$x=2$.

①−②,得$4y=2$,解得$y=\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 方程组的解为$\begin{cases}x=2,\\y=\frac{1}{2}.\end{cases}$

7.【解】设胸腹高为x cm,则门条的长为$(5x-10)$cm,$AB=CD=x$ cm,头部高为x cm,尾部高为$2x$ cm,所以题图(1)中$BC=\frac{5}{9}(5x-10)$cm,这只风筝的骨架的总高为$4x$ cm.

题图(1)中,由$AD=AB+BC+CD$,可得$5x-10=x+\frac{5}{9}(5x-10)+x$,解得$x=20$,所以$4x=80$.

答:这只风筝的骨架的总高为80 cm.

8.【解】设A种农作物的种植面积是x公顷,B种农作物的种植面积是y公顷.

根据题意得$\begin{cases}4x+3y=24,\\8x+9y=60,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=3,\\y=4.\end{cases}$

答:A种农作物的种植面积是3公顷,B种农作物的种植面积是4公顷.

9. D　【解析】$\because x_1,x_2$是一元二次方程$x^2-4x+3=0$的两个实数根,$\therefore x_1+x_2=4$,$x_1x_2=3$,故选D.

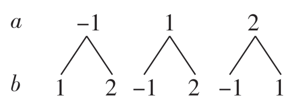
10. A 【解析】∵ 关于 x 的一元二次方程 $(a+2)x^2+x+a^2-4=0$ 的一个根是 $x=0$，∴ $a^2-4=0$ 且 $a+2\neq0$，∴ $a=2$，故选 A.

易错警示 不要忽略一元二次方程中二次项系数不为 0 的隐含条件.

11. B 【解析】设原来的方程为 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$. 由题知，$-\frac{b}{a}=6+1=7$，$\frac{c}{a}=-2\times(-5)=10$，所以 $b=-7a$，$c=10a$，所以方程为 $ax^2-7ax+10a=0$. 观察选项可知，原来的方程为 $x^2-7x+10=0$. 故选 B.

12. A 【解析】设小路的宽是 x m，则余下的部分可拼成长为 $(100-2x)$ m，宽为 $(50-2x)$ m 的矩形. 根据题意得 $(100-2x)(50-2x)=3\ 600$，整理得 $x^2-75x+350=0$，解得 $x_1=5$，$x_2=70$（不符合题意，舍去），∴ 小路的宽是 5 m. 故选 A.

13. $\frac{1}{2}$ 【解析】∵ 方程 $ax^2+bx+1=0$ 有实数根，∴ $\Delta=b^2-4a\geqslant0$. 画树状图如下：



共有 6 种等可能的结果，其中能使该一元二次方程有实数根的结果有 3 种，∴ 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+1=0$ 有实数根的概率为 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，故答案为 $\frac{1}{2}$.

14. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ 【解析】根据题意得直角三角形的两直角边长分别为 m，$\frac{n}{2}$，∴ 四边形 $EFGH$ 的面积为 $m^2+\left(\frac{n}{2}\right)^2=m^2+\frac{n^2}{4}$，四边形 $ABCD$ 的面积为 $\left(m-\frac{n}{2}\right)^2=m^2-mn+\frac{n^2}{4}$. ∵ 四边形 $EFGH$ 的面积等于四边形 $ABCD$ 面积的 2 倍，∴ $m^2+\frac{n^2}{4}=2\left(m^2-mn+\frac{n^2}{4}\right)$，整理得 $4m^2-8mn+n^2=0$，∴ $4\left(\frac{m}{n}\right)^2-8\cdot\frac{m}{n}+1=0$. 设 $\frac{m}{n}=t$，∴ $4t^2-8t+1=0$，解得 $t=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ 或 $t=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$（舍去），∴ $\frac{m}{n}=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$，故答案为 $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

15. 【解】$x^2-7x=-12$，$x^2-7x+12=0$，$(x-4)(x-3)=0$，∴ $x-4=0$ 或 $x-3=0$，∴ $x_1=4$，$x_2=3$.

16. 【解】(1) 设该市参加健身运动人数的年均增长率为 x. 由题意得 $32(1+x)^2=50$，解得 $x_1=0.25=25\%$，$x_2=-2.25$（不符合题意，舍去）.

答：该市参加健身运动人数的年均增长率为 25%.

(2) ∵ $1\ 600\times100=160\ 000<240\ 000$，

∴ 购买的这种健身器材的套数大于 100 套.

设购买的这种健身器材的套数为 m 套. 由题意得 $m\left(1\ 600-\frac{m-100}{10}\times40\right)=240\ 000$，整理得 $m^2-500m+60\ 000=0$，解得 $m_1=200$，$m_2=300$. 当 $m=300$ 时，售价为 $1\ 600-\frac{300-100}{10}\times40=800<1\ 000$，不符合题意，舍去.

答：购买的这种健身器材的套数为 200 套.

17. D 【解析】去分母，得 $x+3=5x$，移项、合并同类项，得 $-4x=-3$，解得 $x=\frac{3}{4}$，经检验，$x=\frac{3}{4}$ 是分式方程的解，故选 D.

18. D 【解析】设 B 型机器人每小时搬运 x 千克化工原料，则 A 型机器人每小时搬运 $(x+30)$ 千克化工原料. 根据题意，得 $\frac{900}{x+30}=\frac{600}{x}$，解得 $x=60$，经检验，$x=60$ 是原方程的解且符合题意，∴ $x+30=90$. 故选 D.

刷有所得 分式方程无解：将分式方程化为整式方程后，①当整式方程无解时，分式方程无解；②当整式方程有解，但所有解都是分式方程的增根时，分式方程也无解.

19. A 【解析】$\frac{kx}{x-3}-2=\frac{3}{3-x}$ 去分母并整理得 $(k-2)x=-9$. ①当 $k-2=0$ 时，整式方程无解，即原分式方程无解，此时 $k=2$. ②当 $k-2\neq0$ 时，解得 $x=\frac{-9}{k-2}$. ∵ 关于 x 的分式方程 $\frac{kx}{x-3}-2=\frac{3}{3-x}$ 无解，∴ $x-3=0$，解得 $x=3$，则 $\frac{-9}{k-2}=3$，解得 $k=-1$，经检验，$k=-1$ 是方程 $\frac{-9}{k-2}=3$ 的解. 综上，$k=-1$ 或 $k=2$. 故选 A.

20. 【解】小李的解法中，第一步是去分母.

去分母的依据：等式的基本性质.

小李的解答过程不正确.

正确的解答过程：$\frac{1-x}{x-2}=\frac{1}{2-x}-2$，

去分母，得 $1-x=-1-2(x-2)$，

去括号，得 $1-x=-1-2x+4$，

移项、合并同类项，得 $x=2$.

检验：当 $x=2$ 时，$x-2=0$.

∴ 原分式方程无解.

21.【解】方程两边同时乘$(x-2)(x-1)$，得$(x-3)(x-1)-2=2(x-2)$，去括号，得$x^2-3x-x+3-2=2x-4$，移项，合并同类项，得$x^2-6x+5=0$，$\therefore (x-1)(x-5)=0$，$\therefore x-1=0$或$x-5=0$，解得$x=1$或$x=5$. 检验：当$x=1$时，$x-1=0$，$\therefore x=1$是原分式方程的增根；当$x=5$时，$(x-2)(x-1)=12\neq 0$，$\therefore x=5$是原分式方程的解，$\therefore$ 原分式方程的解为$x=5$.

22.【解】(1)设A种外墙漆每千克的价格是x元，B种外墙漆每千克的价格是y元. 根据题意得$\begin{cases}300x+300y=15\ 000,\\x-y=2,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=26,\\y=24.\end{cases}$

答：A种外墙漆每千克的价格是26元，B种外墙漆每千克的价格是24元.

(2)设甲每小时粉刷外墙的面积是m平方米，则乙每小时粉刷外墙的面积是$\frac{4}{5}m$平方米.

根据题意得$\frac{500}{\frac{4}{5}m}-\frac{500}{m}=5$，

解得$m=25$，经检验，$m=25$是所列方程的解，且符合题意.

答：甲每小时粉刷外墙的面积是25平方米.

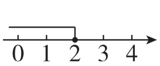
（三）一元一次不等式（组）

刷考点

1. A【解析】∵ 初始时，两杯水的质量分别为a克和b克，$\therefore$ 加入c克水后，两杯水的质量分别变为$(a+c)$克和$(b+c)$克. $\because a>b$，$\therefore a+c>b+c$，故选A.

2. C【解析】$\because a-b+1=0$，$\therefore b=a+1$. $\because 0<a+b+1<1$，$\therefore 0<a+a+1+1<1$，即$0<2a+2<1$，$\therefore -1<a<-\frac{1}{2}$，故选项A错误，不合题意. $\because b=a+1$，$-1<a<-\frac{1}{2}$，$\therefore 0<b<\frac{1}{2}$，故选项B错误，不合题意. 由$-1<a<-\frac{1}{2}$得$-2<2a<-1$，$-4<4a<-2$；由$0<b<\frac{1}{2}$得$0<4b<2$，$0<2b<1$，$\therefore -2<2a+4b<1$，$-4<4a+2b<-1$，故选项C正确，符合题意，选项D错误，不合题意. 故选C.

关键点拨 由$a-b+1=0$得出$b=a+1$，代入$0<a+b+1<1$可得$-1<a<-\frac{1}{2}$，再根据$b=a+1$即可求出$0<b<\frac{1}{2}$，然后判断各选项即可.

3. C【解析】$\frac{1}{2}x+1\leqslant 2$，移项，得$\frac{1}{2}x\leqslant 2-1$，即$\frac{1}{2}x\leqslant 1$，系数化为1，得$x\leqslant 2$，解集在数轴上表示为，故选C.

4. 0(答案不唯一)【解析】不等式整理得$\frac{1}{2}x\leqslant 1-m$，解得$x\leqslant 2-2m$. ∵ 不等式$m-\frac{x}{2}\leqslant 1-x$有正数解，$\therefore 2-2m>0$，解得$m<1$，$\therefore m$的值可以是0，故答案为0(答案不唯一).

5.【解】$\frac{3x-2}{6}-\frac{x+3}{3}\leqslant 1$，$\therefore 3x-2-2(x+3)\leqslant 6$，$\therefore 3x-2-2x-6\leqslant 6$，$\therefore x\leqslant 14$，$\therefore$ 原不等式的解集为$x\leqslant 14$.

刷有所得 确定不等式组的解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到.

6. B【解析】A选项，原不等式组的解集为$x>2$，不符合题意；B选项，原不等式组无解，符合题意；C选项，原不等式组的解集为$x<-1$，不符合题意；D选项，原不等式组的解集为$-1<x<2$，不符合题意. 故选B.

7. B【解析】由$x-a>2$，得$x>a+2$，由$x+1<b$，得$x<b-1$. ∵ 不等式组的解集为$-1<x<1$，$\therefore a+2=-1$，$b-1=1$，解得$a=-3$，$b=2$，$\therefore (a+b)^{2\ 023}=(-3+2)^{2\ 023}=(-1)^{2\ 023}=-1$. 故选B.

8. C【解析】∵ 点$P(2a-4,a+3)$在第二象限，$\therefore \begin{cases}2a-4<0,\\a+3>0,\end{cases}$ $\therefore -3<a<2$，故选项A错误. ∵ 点$P(2a-4,a+3)$为“整点”，$-3<a<2$，$\therefore$ 整数a为$-2,-1,0,1$，$\therefore$ “整点”P为$(-8,1)$，$(-6,2)$，$(-4,3)$，$(-2,4)$，$\therefore$ 点P的个数为4个，故选项B错误. $\because \frac{1}{-8}=-\frac{1}{8}$，$\frac{2}{-6}=-\frac{1}{3}$，$\frac{3}{-4}=-\frac{3}{4}$，$\frac{4}{-2}=-2$，$\therefore$ 若P为“超整点”，则点P的个数为1个，故选项C正确. ∵ “超整点”P的坐标为$(-2,4)$，$\therefore$ 点P到两坐标轴的距离之和为$2+4=6$，$6<10$，故选项D错误. 故选C.

9. -1(答案不唯一)【解析】$\begin{cases}x+2\geqslant 1,①\\2x-1<5,②\end{cases}$ 由①得$x\geqslant -1$，由②得$x<3$，$\therefore$ 该不等式组的解集为$-1\leqslant x<3$，$\therefore$ 该不等式组的一个整数解为-1. 故答案为-1(答案不唯一).

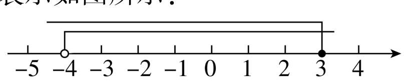
10. $-\frac{1}{2}\leqslant a<0$【解析】解不等式$4-2x\geqslant 0$，得$x\leqslant 2$，解不等式$\frac{1}{2}x-a>0$，得$x>2a$，$\therefore$ 不等式

组的解集为 $2a<x\leqslant 2$. ∵ 不等式组恰有 3 个整数解,∴ $-1\leqslant 2a<0$,即$-\frac{1}{2}\leqslant a<0$. 故答案为$-\frac{1}{2}\leqslant a<0$.

11. 2 或−1 【解析】$\begin{cases}2x+1>x+a,① \\ \frac{x}{2}+1\geqslant \frac{5}{2}x-9,②\end{cases}$解不等式①得 $x>a-1$,解不等式②得 $x\leqslant 5$. ∵ 不等式组有解,∴ $a-1<x\leqslant 5$. ∵ 所有整数解的和为 14,∴ 不等式组的整数解为 5,4,3,2 或 5,4,3,2,1,0,−1,∴ $1\leqslant a-1<2$ 或$-2\leqslant a-1<-1$,∴ $2\leqslant a<3$ 或$-1\leqslant a<0$. ∵ a 为整数,∴ $a=2$ 或 $a=-1$,故答案为 2 或−1.

思路分析 求出 $a-1<x\leqslant 5$,根据所有整数解的和为 14,列出关于 a 的不等式组,得到 a 的范围,即可求得答案.

12.【解】$\begin{cases}2x-7<3(x-1),① \\ \frac{1}{2}(x+1)-\frac{1}{3}x\leqslant 1,②\end{cases}$解不等式①,得 $x>-4$,解不等式②,得 $x\leqslant 3$,所以不等式组的解集是$-4<x\leqslant 3$,不等式组的解集在数轴上的表示如图所示:



13. C 【解析】设小明答对 x 道题,则答错或不答的题数为$(20-x)$道. 根据题意得 $10x-5(20-x)\geqslant 80$,解得 $x\geqslant 12$,∴ x 的最小值为 12,∴ 他至少要答对 12 道题. 故选 C.

14. 8.8 【解析】设打 x 折销售,则 $5\times 0.1x-4\geqslant 4\times 10\%$,解得 $x\geqslant 8.8$. 故答案为 8.8.

关键点拨 利润率=(售价−进价)÷进价,利用利润率公式列不等式是解题的关键.

15.【解】(1)由题意得,$\frac{800}{a}-\frac{600}{a}=25$,解得 $a=8$.

经检验,$a=8$ 是原方程的解,且符合题意,

∴ a 的值为 8.

(2)1 小时=3 600 秒.

设需要 x 个这样的机器人.

由题意得$\frac{3\ 600}{8}\times 4x\geqslant 10\ 000$,解得 $x\geqslant \frac{50}{9}$.

∵ x 为正整数,∴ x 的最小值为 6.

答:至少需要 6 个这样的机器人同时工作 1 小时,才能使采摘的苹果个数不少于10 000 个.

16.【解】(1)设 A 品种柑橘礼盒每件的售价为 x 元,则 B 品种柑橘礼盒每件的售价为$(x+20)$元. 由题意得 $25x+15(x+20)=3\ 500$,解得 $x=80$,∴ $x+20=100$.

答:A 品种柑橘礼盒每件的售价为 80 元,B 品种柑橘礼盒每件的售价为 100 元.

(2)设销售 A 品种柑橘礼盒 m 件,则销售 B 品种柑橘礼盒$(1\ 000-m)$件.

由题意得$\begin{cases}m\leqslant 1.5(1\ 000-m), \\ 50m+60(1\ 000-m)\leqslant 54\ 050,\end{cases}$

解得 $595\leqslant m\leqslant 600$.

设收益为 w 元. 由题意得 $w=(80-50)m+(100-60)\cdot(1\ 000-m)=-10m+40\ 000$.

∵ $-10<0$,∴ w 随 m 的增大而减小,

∴ 当 $m=595$ 时,w 有最大值,最大值为$-10\times 595+40\ 000=34\ 050$,

此时,$1\ 000-m=1\ 000-595=405$.

答:要使农户收益最大,应该安排销售 A 品种柑橘礼盒 595 件,B 品种柑橘礼盒 405 件,农户在这次农产品展销活动中的最大收益为 34 050 元.

(四)一次函数

刷考点

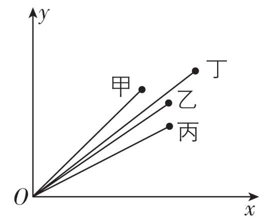
1. D 【解析】注水时,下层实心圆柱体底面半径大,水面上升快,上层实心圆柱体底面半径小,水面上升慢,当水没过上层实心圆柱体的上底面时,水面上升更慢,所以对应图象的第一段比较陡,第二段比第一段缓,第三段比第二段缓. 故选 D.

2. $(2\ 891,-\sqrt{3})$ 【解析】由题知,点 A_1 的坐标为$(1,-\sqrt{3})$,点 A_2 的坐标为$(3,-\sqrt{3})$,点 A_3 的坐标为$(4,0)$,点 A_4 的坐标为$(6,0)$,点 A_5 的坐标为$(7,\sqrt{3})$,点 A_6 的坐标为$(9,\sqrt{3})$,点 A_7 的坐标为$(10,0)$,点 A_8 的坐标为$(11,-\sqrt{3})$,点 A_9 的坐标为$(13,-\sqrt{3})$,点 A_{10} 的坐标为$(14,0)$,点 A_{11} 的坐标为$(16,0)$,点 A_{12} 的坐标为$(17,\sqrt{3})$,点 A_{13} 的坐标为$(19,\sqrt{3})$,点 A_{14} 的坐标为$(20,0)$,…,由此可见,每七个点为一个循环,每增加一个循环,循环中对应位置的点的横坐标增加 10,且点 A_n 的纵坐标按$-\sqrt{3},-\sqrt{3},0,0,\sqrt{3},\sqrt{3},0$ 循环出现. 又因为 $2\ 024\div 7=289\cdots\cdots 1$,所以点 $A_{2\ 024}$ 的横坐标为 $1+289\times 10=2\ 891$,纵坐标为$-\sqrt{3}$,则点 $A_{2\ 024}$ 的坐标为$(2\ 891,-\sqrt{3})$. 故答案为$(2\ 891,-\sqrt{3})$.

关键点拨 找到规律:每七个点为一个循环,每增加一个循环,循环中对应位置的点的横坐标增加 10,且点 A_n 的纵坐标按$-\sqrt{3},-\sqrt{3},0,0,\sqrt{3},\sqrt{3},0$ 循环出现是解题的关键.

3. A 【解析】如图,用 y 表示跳跃高度,用 x 表

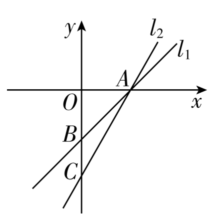
示身高，根据题意设 $k=\frac{y}{x}$，∴ $y=kx$. 根据正比例函数的意义可知，k 越大，直线越陡，∴ 观察图象可得，跳跃高度与自己身高的比值最大的同学为甲，∴ 获胜的同学是甲，故选 A.



4. D 【解析】∵ $m^{2\,025}+2\,025m=2\,025$，∴ $m>0$ 且 $2\,025m<2\,025$，∴ $0<m<1$，∴ $1-m>0$，∴ 一次函数 $y=(1-m)x+m$ 的图象经过第一、二、三象限，不经过第四象限，故选 D.

5. A 【解析】当 $m+1>0$，即 $m>-1$ 时，y 随 x 的增大而增大，∴ 当 $x=5$ 时，一次函数 $y=(m+1)x+m^2+1$ 有最大值 6，∴ $5(m+1)+m^2+1=6$，解得 $m=0$ 或 $m=-5$（舍去）. 当 $m+1<0$，即 $m<-1$ 时，y 随 x 的增大而减小，∴ 当 $x=2$ 时，一次函数 $y=(m+1)x+m^2+1$ 有最大值 6，∴ $2(m+1)+m^2+1=6$，解得 $m=-3$ 或 $m=1$（舍去）. 综上，当 $2\leqslant x\leqslant 5$ 时，一次函数 $y=(m+1)x+m^2+1$ 有最大值 6，则实数 m 的值为 0 或 -3，故选 A.

6. $y=\sqrt{3}x-\sqrt{3}$ 【解析】依题意画出旋转前的函数图象 l_1 和旋转后的函数图象 l_2，如图所示. 设 l_1 与 y 轴的交点为点 B，l_2 与 y 轴的交点为点 C. 在 $y=x-1$ 中，令 $x=0$，得 $y=-1$；令 $y=0$，得 $x=1$，∴ $A(1,0)$，$B(0,-1)$，∴ $OA=1$，$OB=1$，∴ $\angle OAB=\angle OBA=45°$.

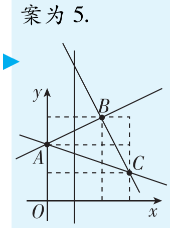


∵ 直线 l_1 绕点 A 逆时针旋转 15°，得到直线 l_2，∴ $\angle OAC=60°$，∴ $OC=OA\times\tan\angle OAC=\sqrt{3}OA=\sqrt{3}$，则点 $C(0,-\sqrt{3})$. 设直线 l_2 的解析式为 $y=kx+b$，则 $\begin{cases}0=k+b,\\-\sqrt{3}=b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=\sqrt{3},\\b=-\sqrt{3},\end{cases}$ ∴ 直线 l_2 的解析式为 $y=\sqrt{3}x-\sqrt{3}$，故答案为 $y=\sqrt{3}x-\sqrt{3}$.

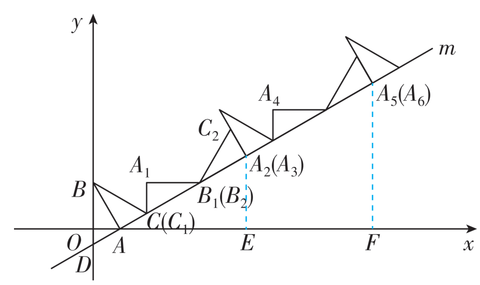
7. 5 【解析】令直线 AB 的解析式为 $y_1=k_1x+b_1$，将点 $A(0,2)$，$B(2,3)$ 代入，得 $\begin{cases}b_1=2,\\2k_1+b_1=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=\frac{1}{2},\\b_1=2,\end{cases}$ ∴ $k_1+b_1=\frac{5}{2}$. 令直线 AC 的解析式为 $y_2=k_2x+b_2$，将点 $A(0,2)$，$C(3,1)$ 代入，得 $\begin{cases}b_2=2,\\3k_2+b_2=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_2=-\frac{1}{3},\\b_2=2,\end{cases}$ ∴ $k_2+b_2=\frac{5}{3}$. 令直线 BC 的解析式为 $y_3=k_3x+b_3$，将点 $B(2,3)$，$C(3,1)$ 代入，得 $\begin{cases}2k_3+b_3=3,\\3k_3+b_3=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_3=-2,\\b_3=7,\end{cases}$ ∴ $k_3+b_3=5$. ∵ $\frac{5}{3}<\frac{5}{2}<5$，∴ 其中最大的值等于 5.

一题多解

如图，作直线 AB，AC，BC，作直线 $x=1$. 令直线 AB 的解析式为 $y_1=k_1x+b_1$，直线 AC 的解析式为 $y_2=k_2x+b_2$，直线 BC 的解析式为 $y_3=k_3x+b_3$. 由图象可知，直线 $x=1$ 与直线 BC 的交点最高，即当 $x=1$ 时，k_1+b_1，k_2+b_2，k_3+b_3 的值中，最大的值为 k_3+b_3，将点 $B(2,3)$，$C(3,1)$ 代入 $y_3=k_3x+b_3$，得 $\begin{cases}2k_3+b_3=3,\\3k_3+b_3=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_3=-2,\\b_3=7,\end{cases}$ ∴ $k_3+b_3=5$，∴ k_1+b_1，k_2+b_2，k_3+b_3 的值中，最大的值等于 5. 故答案为 5.



8. 2 004 【解析】如图，设直线 m 与 y 轴交于点 D，分别过点 A_2，A_5 作 $A_2E\perp x$ 轴，$A_5F\perp x$ 轴，垂足分别为点 E，F.



在直线 m：$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 中，当 $x=0$ 时，$y=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$，∴ $D\left(0,-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$，∴ $OD=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. ∵ $A(2,0)$，$B(0,2\sqrt{3})$，∴ $OA=2$，$OB=2\sqrt{3}$，∴ $\tan\angle OAD=\frac{OD}{OA}=\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\tan\angle OAB=\frac{OB}{OA}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，∴ $\angle OAD=\angle CAE=30°$，$\angle OAB=60°$，∴ $\angle BAC=90°$. 由勾股定理得 $AB=\sqrt{OB^2+OA^2}=4$，∴ $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$. 由旋转性质可知 $CB_1=BC=5$，$B_1A_2=B_1A_1=AB=4$，∴ $AA_2=AC+CB_1+B_1A_2=12$，∴ $A_2E=\frac{1}{2}AA_2=6$，即 A_2 的纵坐标为 6，同理 A_5 的纵坐标为 12. ∵ $1\,001=3\times333+2$，∴ 点 $A_{1\,001}$ 在直线 m 上，∴ $A_{1\,001}$ 的纵坐标为 $334\times6=2\,004$，故答案为 2 004.

9. (1)【证明】由条件易知 $A(0,4)$，$B(4,0)$，
∴ $OA=OB=4$.
∵ $\angle AOB=90°$，∴ $\angle OAB=45°$.
(2)【解】∵ 点 C 的坐标为 $(0,m)$，∴ $OC=m$，
∴ $AC=4-m$.
由条件可知 $CE=AC=4-m$，$\angle OAB=\angle CED=45°$，∴ $OE=CE-OC=4-2m$.

$\because$ $\angle EOF=90°$，$\therefore$ $\angle OEF=\angle OFE=45°$，

$\therefore$ $OF=OE=4-2m$.

$\because$ $CD\perp OA$，$\therefore$ $CD/\!/OF$，$\angle OAB=\angle CDA=45°$，

$\therefore$ 四边形 $COFD$ 是直角梯形，$CD=AC=4-m$，

$\therefore$ $S_{四边形COFD}=\frac{1}{2}(OF+CD)\times OC=\frac{1}{2}(4-2m+4-m)\times m=-\frac{3}{2}m^2+4m=-\frac{3}{2}\left(m-\frac{4}{3}\right)^2+\frac{8}{3}$.

$\because$ $-\frac{3}{2}<0$，$0<m<2$，$\therefore$ 当 $m=\frac{4}{3}$ 时，四边形 $COFD$ 面积取得最大值，最大值为 $\frac{8}{3}$.

10. $x=-2$ 【解析】$\because$ 一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 的图象与 x 轴交于点 A，且 $OA=2$，$\therefore$ $A(-2,0)$，$\therefore$ 关于 x 的方程 $kx+b=0$ 的解为 $x=-2$，故答案为 $x=-2$.

11.【解】(1)$\because$ 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 的图象经过点 $(1,3)$ 和 $(2,5)$，$\therefore$ $\begin{cases}k+b=3,\\2k+b=5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=2,\\b=1.\end{cases}$

(2) $2\leqslant m\leqslant3$.

由(1)可得函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 的解析式为 $y=2x+1$，函数 $y=x+k$ 的解析式为 $y=x+2$.

当 $mx<2x+1$ 时，有 $(m-2)x<1$，

当 $mx<x+2$ 时，有 $(m-1)x<2$.

$\because$ 当 $x<1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx$ $(m\neq0)$ 的值既小于函数 $y=kx+b$ 的值，也小于函数 $y=x+k$ 的值，$\therefore$ $m-2\geqslant0$，且 $m-1\geqslant0$，

$\therefore$ $m\geqslant2$.

①当 $m=2$，$x<1$ 时，$2x<2x+1$ 和 $2x<x+2$ 恒成立，故 $m=2$ 符合题意.

思路分析

(2)由(1)可得出函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 和 $y=x+k$ 的解析式，根据题意得 $m\geqslant2$，再分情况讨论：①当 $m=2$ 时；②当 $m>2$ 时，最后综合得出 m 的取值范围.

②当 $m>2$ 时，则 $x<\frac{1}{m-2}$ 且 $x<\frac{2}{m-1}$，

当 $\frac{1}{m-2}\geqslant\frac{2}{m-1}$，即 $m\leqslant3$ 时，有 $\frac{2}{m-1}\geqslant1$，

解得 $m\leqslant3$，符合题意，$\therefore$ $2<m\leqslant3$.

当 $\frac{1}{m-2}<\frac{2}{m-1}$，即 $m>3$ 时，有 $\frac{1}{m-2}\geqslant1$，

解得 $m\leqslant3$，此时不符合题意.

综上所述，$2\leqslant m\leqslant3$.

12. 250 【解析】由题意可知善行者行走的路程 s 关于善行者的行走时间 t 的解析式为 $s=100t$，不善行者行走的路程 s 关于善行者的行走时间 t 的解析式为 $s=60t+100$. 联立得 $\begin{cases}s=100t,\\s=60t+100,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}t=2.5,\\s=250,\end{cases}$ $\therefore$ 两图象交点 P 的纵坐标是 250. 故答案是 250.

13.【解】(1)根据题意，得 $\begin{cases}8a+7b=670,\\4a+5b=410,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=40,\\b=50,\end{cases}$ $\therefore$ a 的值是 40，b 的值是 50.

(2)购买 B 种型号吉祥物的数量为 $(90-x)$ 个. 根据题意，得 $\begin{cases}x\geqslant\frac{4}{3}(90-x),\\x\leqslant2(90-x),\end{cases}$ 解得 $\frac{360}{7}\leqslant x\leqslant60$.

$y=(40-35)x+(50-42)(90-x)=-3x+720$.

$\because$ $-3<0$，$\therefore$ y 随 x 的增大而减小.

$\because$ $\frac{360}{7}\leqslant x\leqslant60$ 且 x 为整数，

$\therefore$ 当 $x=52$ 时，y 的值最大，$y_{最大}=-3\times52+720=564$，$\therefore$ y 的最大值是 564.

（五）反比例函数

刷考点

1. C 【解析】根据题意得 $\begin{cases}-2n+4>0,\\-\frac{n-1}{2}>0,\\n+1>0,\end{cases}$ 解得 $-1<n<1$，$\therefore$ n 的取值范围是 $-1<n<1$. 故选 C.

2. D 【解析】设 A，C 两点的坐标分别为 $\left(x_1,\frac{a}{x_1}\right)$，$\left(x_2,\frac{a}{x_2}\right)$. $\because$ $AB/\!/CD/\!/y$ 轴，$\therefore$ 点 B 与点 A 的横坐标相同，点 D 与点 C 的横坐标相同，

关键点拨

熟练掌握反比例函数图象上各点的坐标特点是解题的关键.

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $\left(x_1,\frac{b}{x_1}\right)$，点 D 的坐标为 $\left(x_2,\frac{b}{x_2}\right)$. $\because$ $AB=3$，$CD=2$，$\therefore$ $\begin{cases}\frac{a}{x_1}-\frac{b}{x_1}=3,\\\frac{b}{x_2}-\frac{a}{x_2}=2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x_1=\frac{a-b}{3},\\x_2=\frac{b-a}{2}.\end{cases}$ $\because$ AB 与 CD 的距离为 5，$\therefore$ x_1-

$x_2=5$，$\therefore\ \dfrac{a-b}{3}-\dfrac{b-a}{2}=5$，即$\dfrac{a-b}{3}+\dfrac{a-b}{2}=5$，解得 $a-b=6$，故选 D.

3.【解】(1)由 $M(1,3)$，$N_1(4,2)$，得 $x_1+x_2=y_1+y_2=5$，$\therefore$ 点 $N_1(4,2)$是点 M 的等和点.

由 $M(1,3)$，$N_2(3,-1)$，得 $x_1+x_2=4$，$y_1+y_2=2$，$\therefore x_1+x_2\neq y_1+y_2$，$\therefore$ 点 $N_2(3,-1)$不是点 M 的等和点. 由 $M(1,3)$，$N_3(0,-2)$，得 $x_1+x_2=y_1+y_2=1$，$\therefore$ 点 $N_3(0,-2)$是点 M 的等和点.

故答案为 $N_1(4,2)$，$N_3(0,-2)$.

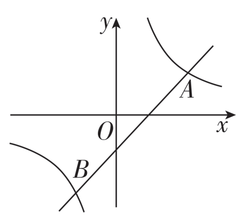
(2)由题意，设点 N 的横坐标为 a.

$\because$ 点 N 是点 $M(3,-2)$的等和点，

$\therefore$ 点 N 的纵坐标为 $3+a-(-2)=a+5$，

$\therefore$ 点 N 的坐标为$(a,a+5)$. 又$\because$ 点 N 在直线 $y=x+b$ 上，$\therefore a+5=a+b$，$\therefore b=5$.

(3)由题意得 $k>0$，即双曲线 $y_1=\dfrac{k}{x}$位于第一、三象限. 设直线 $y_2=x-2$ 与双曲线 $y_1=\dfrac{k}{x}$的交点分别为点 A，B，如图. 由满足 $y_1<y_2$ 的 x 取值范围是 $x>4$ 或 $-2<x<0$，得 A 的横坐标为 4，B 的横坐标为-2.



把 $x=4$ 代入 $y_2=x-2$，得 $y_2=4-2=2$，$\therefore A(4,2)$.

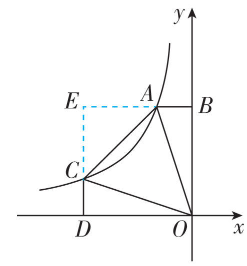
把 $A(4,2)$代入 $y_1=\dfrac{k}{x}$，得 $2=\dfrac{k}{4}$，$\therefore k=8$，$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{8}{x}$. 设 $P\left(m,\dfrac{8}{m}\right)$，点 Q 的横坐标为 n. $\because$ 点 Q 是点 P 的等和点，$\therefore$ 点 Q 的纵坐标为 $m+n-\dfrac{8}{m}$，$\therefore Q\left(n,m+n-\dfrac{8}{m}\right)$. $\because$ 点 Q 在直线 $y_2=x-2$ 上，$\therefore m+n-\dfrac{8}{m}=n-2$，$\therefore m-\dfrac{8}{m}+2=0$，解得 $m_1=-4$，$m_2=2$，经检验，$m_1=-4$，$m_2=2$ 是方程 $m-\dfrac{8}{m}+2=0$ 的解，

$\therefore$ 点 P 的坐标为$(-4,-2)$或$(2,4)$.

▶**思路分析**

(3)根据“满足 $y_1<y_2$ 的 x 取值范围是 $x>4$ 或 $-2<x<0$”可得到双曲线 $y_1=\dfrac{k}{x}$和直线 $y_2=x-2$ 的交点的横坐标，把其中一个交点的横坐标代入 $y_2=x-2$ 可得其纵坐标，进而可得双曲线 y_1 的解析式，再根据等和点的定义求解即可.

4. D【解析】如图，延长 DC，BA 交于点 E. 由题意可知 $k<0$，设 $CD=a(a>0)$. $\because CD:OB=1:3$，$\therefore OB=3a$. $\because AB\perp y$ 轴，$CD\perp x$ 轴，$\therefore$ 点 A 的纵坐标为 $3a$，点 C 的纵坐标为 a，$\therefore a=\dfrac{k}{x_C}$，$3a=\dfrac{k}{x_A}$，$\therefore x_C=\dfrac{k}{a}$，$x_A=\dfrac{k}{3a}$，$\therefore OD=-\dfrac{k}{a}$，$AB=-\dfrac{k}{3a}$. $\because$ 反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$的图象经过 A，C 两点，$\therefore S_{\triangle DOC}=S_{\triangle AOB}=-\dfrac{k}{2}$. $\because \angle EDO=\angle DOB=\angle EBO=90^\circ$，$\therefore$ 四边形 $OBED$ 是矩形，$\therefore BE=OD=-\dfrac{k}{a}$，$DE=OB=3a$，$\therefore AE=BE-AB=-\dfrac{2k}{3a}$，$CE=DE-CD=2a$，$\therefore S_{\triangle AEC}=\dfrac{1}{2}AE\cdot CE=-\dfrac{2k}{3}$，

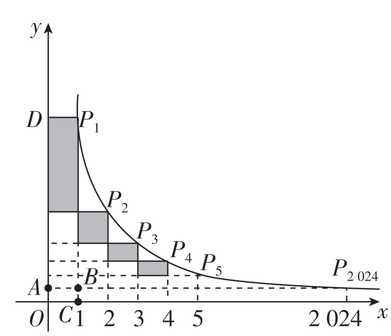


$\therefore S_{矩形OBED}=OD\cdot OB=-\dfrac{k}{a}\times 3a=-3k$.

$\because S_{\triangle ACO}=4$，$\therefore S_{矩形OBED}-S_{\triangle DOC}-S_{\triangle AOB}-S_{\triangle AEC}=S_{\triangle ACO}$，即$-3k-\left(-\dfrac{k}{2}\right)-\left(-\dfrac{k}{2}\right)-\left(-\dfrac{2k}{3}\right)=4$，

$\therefore k=-3$，故选 D.

5. $\dfrac{2\ 023}{253}$ 【解析】如图，$\because P_1,P_2,P_3,\cdots,P_{2\ 024}$ 的横坐标依次为 $1,2,3,\cdots,2\ 024$，$\therefore$ 阴影矩形的一边长都为 1，将除第一个矩形外的所有矩形向左平移至 y 轴，$\therefore S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{2\ 023}=S_{矩形ABP_1D}$. 把 $x=2\ 024$ 代入关系式得，$y=\dfrac{1}{253}$，即 $OA=\dfrac{1}{253}$，$\therefore S_{矩形OABC}=OA\cdot OC=\dfrac{1}{253}$，由反比例函数中 k 的几何意义得，$S_{矩形OCP_1D}=8$，$\therefore S_{矩形ABP_1D}=8-\dfrac{1}{253}=\dfrac{2\ 023}{253}$. 故答案为$\dfrac{2\ 023}{253}$.



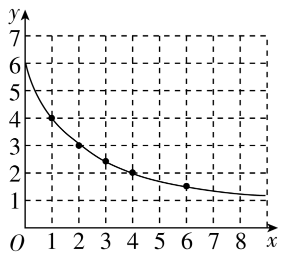
关键点拨◀

将除第一个阴影矩形外的所有阴影矩形向左平移至 y 轴，得到一个大的矩形是解题关键.

6.【解】(1)根据题意得，$3=\dfrac{12}{a+2}$，$b=\dfrac{12}{6+2}$，

解得 $a=2$，$b=1.5$. 故答案为 2，1.5.

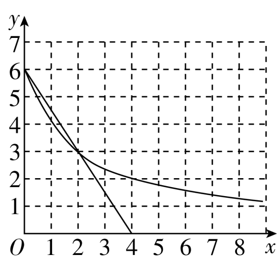
(2)①根据表格数据描点，在平面直角坐标系中画出对应函数 $y=\dfrac{12}{x+2}(x\geqslant 0)$的图象如图(1).



图(1)

②由图象可知,随着自变量 x 的不断增大,函数值 y 的变化趋势是不断减小,故答案为不断减小.

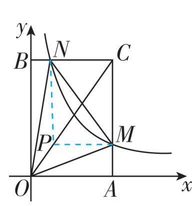
(3)在同一平面直角坐标系中画出函数 $y=\frac{12}{x+2}$ 和 $y=-\frac{3}{2}x+6(x\geqslant 0)$ 的图象如图(2).



图(2)

由函数图象知,当 $x\geqslant 2$ 或 $x=0$ 时,$\frac{12}{x+2}\geqslant -\frac{3}{2}x+6$,即当 $x\geqslant 0$ 时,$\frac{12}{x+2}\geqslant -\frac{3}{2}x+6$ 的解集为 $x\geqslant 2$ 或 $x=0$,故答案为 $x\geqslant 2$ 或 $x=0$.

7. B 【解析】设点 C 坐标为 (a,b). 由矩形的性质和反比例函数中 k 的几何意义可知,$S_{\triangle BOC}=S_{\triangle AOC}$,$S_{\triangle BON}=S_{\triangle AOM}=\frac{1}{2}$,$\therefore S_{\triangle CON}=S_{\triangle COM}$,故①正确. 如图,过点 M 作 $MP/\!/x$ 轴,交 OC 于 P,连接 NP. $\because$ C 点坐标为 (a,b),$\therefore$ M 点坐标为 $\left(a,\frac{1}{a}\right)$,$N$ 点坐标为 $\left(\frac{1}{b},b\right)$,直线 OC 的解析式为 $y=\frac{b}{a}x$,$\therefore$ P 点坐标为 $\left(\frac{1}{b},\frac{1}{a}\right)$,$\therefore PN/\!/y$ 轴,$\therefore$ 易得四边形 $PNCM$ 为矩形,$\therefore S_{\triangle CMN}=S_{\triangle PMN}$. 若 $S_{\triangle OMN}=S_{\triangle CMN}$,则 $S_{\triangle OMN}=S_{\triangle PMN}$,$\therefore OP/\!/MN$ 或 O,P 重合. $\because$ 点 P 在 OC 上,$\therefore OP$ 不可能平行于 MN. $\because \frac{1}{a}\neq 0,\frac{1}{b}\neq 0$,$\therefore O,P$ 不可能重合,故 $S_{\triangle MON}$ 和 $S_{\triangle MCN}$ 不可能相等,故②错误.



刷有所得

用待定系数法求函数解析式的步骤:

①设:根据已知条件,设出合适的函数解析式;

②代:把已知点的坐标代入,得到关于待定系数的方程(组);

③解:解方程(组),求出待定系数的值;

④写:写出函数的解析式.

$\because M\left(a,\frac{1}{a}\right),N\left(\frac{1}{b},b\right),P\left(\frac{1}{b},\frac{1}{a}\right)$,$\therefore OM^2=a^2+\frac{1}{a^2}$,$ON^2=b^2+\frac{1}{b^2}$,$MN^2=\left(a-\frac{1}{b}\right)^2+\left(b-\frac{1}{a}\right)^2=a^2+\frac{1}{a^2}+b^2+\frac{1}{b^2}-\frac{2a}{b}-\frac{2b}{a}$. $\because a>\frac{1}{b},b>\frac{1}{a}$,$A,B$ 为动点,故可取 $a=1,b=3$,依次代入可得 $OM^2=2$,$ON^2=\frac{82}{9}$,$MN^2=\frac{40}{9}$. $\because OM^2+MN^2<ON^2$,$\therefore \triangle OMN$ 为钝角三角形,故③错误. 由题意可知,若 $\triangle MON$ 为等边三角形,则 $OM=ON=MN$,$\therefore OM^2=ON^2$,即 $a^2+\frac{1}{a^2}=b^2+\frac{1}{b^2}$,解得 $a=b$ 或 $a=\frac{1}{b}$(舍去). 当 $a=b$ 时,$\because OM^2=MN^2$,$\therefore b^2+\frac{1}{b^2}=4$,解得 $b^2=2+\sqrt{3}$ 或 $b^2=2-\sqrt{3}$(不合题意,舍去),$\therefore b=\sqrt{2+\sqrt{3}}$,故存在当 $a=b=\sqrt{2+\sqrt{3}}$ 时,$\triangle MON$ 为等边三角形,故④正确. 故选 B.

8.【解】(1)把 $A(2,a)$ 代入 $y=2x$ 得,$a=2\times 2=4$,$\therefore A(2,4)$. 把 $A(2,4)$ 代入 $y=-x+m$ 得,$4=-2+m$,$\therefore m=6$,$\therefore$ 直线 $y=-x+m$ 的解析式为 $y=-x+6$. 把 $B(b,0)$ 代入 $y=-x+6$ 得,$0=-b+6$,$\therefore b=6$,$\therefore a$ 的值为 4,m 的值为 6,b 的值为 6.

(2)设 $C\left(t,\frac{k}{t}\right)$. 由(1)知 $A(2,4)$,$B(6,0)$,且 $O(0,0)$. ①当 AC,BO 为对角线时,AC,BO 的中点重合,$\therefore \begin{cases}t+2=6+0,\\ \frac{k}{t}+4=0+0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}t=4,\\ k=-16,\end{cases}$ 经检验,$t=4,k=-16$ 均符合题意,此时点 C 的坐标为 $(4,-4)$;

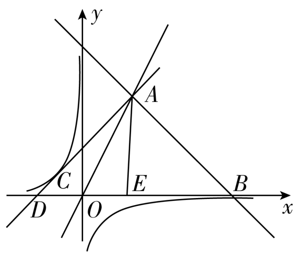
②当 CB,AO 为对角线时,CB,AO 的中点重合,$\therefore \begin{cases}t+6=2+0,\\ \frac{k}{t}+0=4+0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}t=-4,\\ k=-16,\end{cases}$ 经检验,$t=-4,k=-16$ 均符合题意,此时点 C 的坐标为 $(-4,4)$;

③当 CO,AB 为对角线时,CO,AB 的中点重合,$\therefore \begin{cases}t+0=2+6,\\ \frac{k}{t}+0=4+0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}t=8,\\ k=32.\end{cases}$ $\because k=32>0$,

∴ 这种情况不符合题意.

综上所述,点 C 的坐标为 $(4,-4)$ 或 $(-4,4)$,k 的值为 -16.

(3) 如图. 设直线 AC 的解析式为 $y=px+q$. 把 $A(2,4)$ 代入,得 $4=2p+q$,∴ $q=4-2p$,∴ 直线 AC 的解析式为 $y=px+4-2p$. 在 $y=px+4-2p$ 中,令 $y=0$ 得 $x=\frac{2p-4}{p}$,∴ $D\left(\frac{2p-4}{p},0\right)$. ∵ 点 E 与点 D 关于 y 轴对称,∴ $E\left(\frac{4-2p}{p},0\right)$. ∵ $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABE$ 相似,∴ 点 E 只能在点 B 左侧,∴ $\angle ABE=\angle DBA$,



故 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABE$ 相似,只需 $\frac{BE}{AB}=\frac{AB}{BD}$ 即可,即 $BE\cdot BD=AB^2$. ∵ $B(6,0)$,∴ $BE=6-\frac{4-2p}{p}=\frac{8p-4}{p}$,$BD=6-\frac{2p-4}{p}=\frac{4p+4}{p}$. ∵ $A(2,4)$,$B(6,0)$,∴ $AB^2=32$,∴ $\frac{8p-4}{p}\times\frac{4p+4}{p}=32$,解得 $p=1$,经检验,$p=1$ 是分式方程的解,且符合题意,∴ 直线 AC 的解析式为 $y=x+2$. ∵ 有且只有一点 C,使得 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABE$ 相似,∴ 直线 AC 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k<0)$ 图象只有一个交点,∴ $x+2=\frac{k}{x}$ 只有一个解,即 $x^2+2x-k=0$ 有两个相等的实数根,∴ $\Delta=2^2+4k=0$,解得 $k=-1$,∴ k 的值为 -1.

(六) 二次函数

刷考点

1. A 【解析】∵ $y=x^2+2x=(x+1)^2-1$,∴ 将抛物线 $y=x^2+2x$ 向下平移 2 个单位后,所得新抛物线的顶点式为 $y=(x+1)^2-3$,故选 A.

2. C 【解析】∵ 二次函数解析式为 $y=-(x-2)^2+c$,∴ 二次函数 $y=-(x-2)^2+c$ 的图象开口向下,对称轴为直线 $x=2$,∴ 图象上的点离对称轴越近,函数值越大. ∵ 点 $(-2,y_1)$ 的横坐标 -2 与 2 的距离为 $|-2-2|=4$,点 $(3,y_2)$ 的横坐标 3 与 2 的距离为 $|3-2|=1$,点 $(7,y_3)$ 的横坐标 7 与 2 的距离为 $|7-2|=5$,且 $1<4<5$,∴ $y_2>y_1>y_3$,故选 C.

▶关键点拨　熟练掌握二次函数的图象与性质是解题的关键.

3. A 【解析】设抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交点的横坐标分别为 x_1,x_2,且 $x_1<1<x_2$. ∵ $a=-1<0$,∴ 抛物线开口向下,∴ 当 $x=1$ 时,$y>0$,即 $-1+b+c>0$,∴ $b+c>1$,故 A 选项正确,符合题意;根据已知条件不能得出对称轴为直线 $x=1$,即不能得出 $b=2$,故 B 选项不正确,不符合题意;∵ 抛物线与 x 轴有两个交点,∴ 方程 $-x^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根,即 $\Delta=b^2-4ac>0$. 又∵ $a=-1$,∴ $b^2+4c>0$,故 C 选项错误,不符合题意;无法判断 c 的符号,故 D 选项错误,不符合题意. 故选 A.

4. D 【解析】∵ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的顶点坐标为 $(-1,4)$,∴ 二次函数图象的对称轴是直线 $x=-1$,故 A 错误;∵ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的一个交点的横坐标是 -3,对称轴是直线 $x=-1$,∴ 二次函数图象与 x 轴的另一个交点的横坐标是 1,故 B 错误;∵ 抛物线开口向下,对称轴是直线 $x=-1$,∴ 当 $x<-1$ 时,y 随 x 的增大而增大,故 C 错误;设二次函数解析式为 $y=a(x+1)^2+4$,把 $(-3,0)$ 代入,得 $0=a(-3+1)^2+4$,解得 $a=-1$,∴ $y=-(x+1)^2+4$,当 $x=0$ 时,$y=-(0+1)^2+4=3$,∴ 二次函数图象与 y 轴的交点的纵坐标是 3,故 D 正确,故选 D.

5. D 【解析】由题图可知,抛物线开口向下,且与 y 轴交于正半轴,∴ $a<0,c>0$. ∵ 抛物线对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=2$,∴ $b=-4a>0$,∴ $bc>0$,$4a+b=0$,故选项 A,B 正确,不符合题意. ∵ $ax_1^2+bx_1=ax_2^2+bx_2$ 且 $x_1\neq x_2$,∴ $ax_1^2+bx_1+c=ax_2^2+bx_2+c$,∴ $x=x_1$ 和 $x=x_2$ 关于对称轴直线 $x=2$ 对称,∴ $x_1+x_2=4$,故选项 C 正确,不符合题意. ∵ 抛物线开口向下,∴ 抛物线上的点离对称轴越远,函数值越小. ∵ $(-1,y_1)$,$(3,y_2)$ 两点都在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上,且 $|-1-2|>|3-2|$,∴ $y_1<y_2$,故选项 D 错误,符合题意,故选 D.

思路分析　先根据题意得到二次函数图象开口向上,且对称轴为直线 $x=a$,顶点坐标为 $(a,a-a^2)$,再分 $a>0$ 和 $a<0$ 两种情况分别讨论 y_1 与 a 的大小和 y_2 与 0 的大小,即可求解.◀

6. C 【解析】∵ 二次函数解析式为 $y=x^2-2ax+a(a\neq0)$,∴ 二次函数图象开口向上,且对称轴为直线 $x=-\frac{-2a}{2}=a$,顶点坐标为 $(a,a-a^2)$. 当

$a>0$ 时,$0<\frac{a}{2}<a$,∴ $a-a^2<y_1<a$. 当 $a<0$ 时,$a<\frac{a}{2}<0$,∴ $a-a^2<y_1<a$,故 A、B 错误,不符合题意. 当 $a>0$ 时,$0<a<2a<3a$,由二次函数图象的对称性可知点$(0,a)$和点$(2a,a)$关于对称轴对称. ∵ 在对称轴右侧,y 随 x 的增大而增大,∴ 当 $x=3a$ 时,$y_2>a>0$. 当 $a<0$ 时,$3a<2a<a<0$,由二次函数图象的对称性可知点$(0,a)$和点$(2a,a)$关于对称轴对称. ∵ 在对称轴左侧,y 随 x 的增大而减小,∴ 当 $x=3a$ 时,$y_2>a$,但不一定大于0,故 C 正确,符合题意;D 错误,不符合题意. 故选 C.

7.【解】(1)由题意得,$16a+4b=0$,即 $b=-4a$,所以$-\frac{b}{2a}=2$,故该抛物线的对称轴是直线 $x=2$.

(2)(i)由题意知,抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{2}x^2-2x$. 因为 $x_1=x_2$,所以 $y_2-y_1=(x_2^2-2x_2)-\left(\frac{1}{2}x_1^2-2x_1\right)=(x_1^2-2x_1)-\left(\frac{1}{2}x_1^2-2x_1\right)=\frac{1}{2}x_1^2$.

因为抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-2x$ 过原点,且点 A 与原点不重合,所以 $x_1\neq0$,所以$\frac{1}{2}x_1^2>0$,故 $y_2>y_1$.

(ii)由题意知,$y_1=ax_1^2-4ax_1$,$y_2=x_2^2-2x_2$. 因为$\frac{y_2}{y_1}=\frac{x_2}{x_1}$,所以$\frac{x_2^2-2x_2}{a(x_1^2-4x_1)}=\frac{x_2}{x_1}$.

因为两条抛物线均过原点,且 A,B 与原点都不重合,所以 $x_1\neq0,x_2\neq0$,故$\frac{x_2-2}{a(x_1-4)}=1$,即 $x_2=a(x_1-4)+2$,所以$\frac{x_2}{x_1}=\frac{a(x_1-4)+2}{x_1}=a+\frac{2-4a}{x_1}$. 依题意知,$a+\frac{2-4a}{x_1}$是与 x_1 无关的定值. 不妨将 $x_1=1$ 和 $x_1=2$ 分别代入 $a+\frac{2-4a}{x_1}$,可得 $2-3a=1-a$,解得 $a=\frac{1}{2}$.

经检验,当 $a=\frac{1}{2}$时,$\frac{x_2}{x_1}=\frac{1}{2}$是一个与 x_1 无关的定值,符合题意,所以 $a=\frac{1}{2}$,$b=-4a=-2$.

思路分析 (2)(ii)根据题意整理得$\frac{x_2^2-2x_2}{a(x_1^2-4x_1)}=\frac{x_2}{x_1}$,根据 $x_1\neq0$,$x_2\neq0$ 可得 $x_2=a(x_1-4)+2$,再利用特殊值法即可求解.

8. ②③④ 【解析】∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$(a,b,c 是常数,$a<0$)经过$(-1,1)$,$(m,1)$两点,且 $0<m<1$,∴ 抛物线对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=\frac{-1+m}{2}$. ∵ $-\frac{1}{2}<\frac{-1+m}{2}<0$,∴ $-\frac{b}{2a}<0$. ∵ $a<0$,∴ $b<0$,故①错误. ∵ $0<x<1$,∴ $-1<x-1<0$,∴ $y>1$,∴ 若 $0<x<1$,则 $a(x-1)^2+b(x-1)+c>1$,故②正确. 由①可得$-\frac{1}{2}<-\frac{b}{2a}<0$. ∵ $a=-1$,∴ $-\frac{1}{2}<\frac{b}{2}<0$,∴ $-1<b<0$. 当 $a=-1$ 时,抛物线解析式为 $y=-x^2+bx+c$. ∵ 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点$(-1,1)$,∴ $-1-b+c=1$,∴ $c=b+2$,∴ 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=2$ 可整理为 $-x^2+bx+b=0$,∴ $\Delta=b^2+4b=b(b+4)$. ∵ $-1<b<0$,∴ $\Delta<0$,∴ 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=2$ 无实数解,故③正确. ∵ $a<0$,∴ 抛物线开口向下. ∵ 点 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$ 在抛物线上,$x_1+x_2>-\frac{1}{2}$,$x_1>x_2$,总有 $y_1<y_2$,∴ $\frac{x_1+x_2}{2}>-\frac{1}{4}$,且点 $A(x_1,y_1)$ 离直线 $x=-\frac{1}{4}$ 较远,∴ $-\frac{1}{2}<\frac{-1+m}{2}\leqslant-\frac{1}{4}$,解得 $0<m\leqslant\frac{1}{2}$,故④正确. 故答案为②③④.

易错警示 确定函数类型:对于含参数的函数,要考虑系数为0的特殊情况,依据最高次项系数是否为0,判断该函数是哪类函数.

9.(1)【证明】当 $a=-\frac{1}{2}$时,$4a+2=0$,函数 $y=(4a+2)x^2+(9-6a)x-4a+4=12x+6$ 为一次函数,此时,令 $y=0$,则 $12x+6=0$,解得 $x=-\frac{1}{2}$,∴ 一次函数 $y=12x+6$ 的图象与 x 轴的交点为$\left(-\frac{1}{2},0\right)$;当 $a\neq-\frac{1}{2}$时,$4a+2\neq0$,函数 $y=(4a+2)x^2+(9-6a)x-4a+4$ 为二次函数.

∵ $\Delta=(9-6a)^2-4(4a+2)(-4a+4)=81-108a+36a^2+64a^2-32a-32=100a^2-140a+49=(10a-7)^2\geqslant0$,∴ 当 $a\neq-\frac{1}{2}$时,$y=(4a+2)x^2+(9-6a)x-4a+4$ 的图象与 x 轴总有交点,∴ 无论 a 取什么实数,图象 T 与 x 轴总有公共点.

(2)【解】存在. ∵ a 为整数,∴ $a\neq-\frac{1}{2}$. 当 $a\neq-\frac{1}{2}$时,对于函数 $y=(4a+2)x^2+(9-6a)x-4a+4$,令 $y=0$,则$(4a+2)x^2+(9-6a)x-4a+4=0$,∴ $[(2a+1)x-(4a-4)](2x+1)=0$,∴ $(2a+1)x-(4a-4)=0$ 或 $2x+1=0$,∴ $x=\frac{4a-4}{2a+1}=2-$

$\frac{6}{2a+1}$或$x=-\frac{1}{2}$. ∵ 整数 a 使图象 T 与 x 轴的公共点中有整点，即 x 为整数，∴ $2a+1=1$ 或 $2a+1=-1$ 或 $2a+1=2$ 或 $2a+1=-2$ 或 $2a+1=3$ 或 $2a+1=-3$ 或 $2a+1=6$ 或 $2a+1=-6$，解得 $a=0$ 或 $a=-1$ 或 $a=\frac{1}{2}$（舍去）或 $a=-\frac{3}{2}$（舍去）或 $a=1$ 或 $a=-2$ 或 $a=\frac{5}{2}$（舍去）或 $a=-\frac{7}{2}$（舍去），∴ $a=0$ 或 $a=-1$ 或 $a=1$ 或 $a=-2$.

10.【解】(1) 将点 A 的坐标代入 $y=x^2+mx$ 得 $0=4+2m$，解得 $m=-2$. 将点 A 的坐标代入 $y=-x+b$ 得 $0=-2+b$，解得 $b=2$. 故 $m=-2$，$b=2$.

(2) 由 (1) 得，直线和抛物线的解析式分别为 $y=-x+2$，$y=x^2-2x$，联立上述两个函数解析式并解得$\begin{cases}x=-1,\\y=3\end{cases}$或$\begin{cases}x=2,\\y=0,\end{cases}$

∴ 点 B 的坐标为 $(-1,3)$. 从题图可以看出，不等式 $x^2+mx>-x+b$ 的解集为 $x<-1$ 或 $x>2$.

(3) 当点 M 在线段 AB 上，线段 MN 与抛物线只有一个公共点时，$-1\leqslant x_M<2$；当点 M 在点 B 的左侧时，线段 MN 与抛物线没有公共点；当点 M 在点 A 的右侧且 $x_M=3$ 时，抛物线与线段 MN 交于抛物线的顶点 $(1,-1)$，即 $x_M=3$ 时，线段 MN 与抛物线只有一个公共点. 综上，$-1\leqslant x_M<2$ 或 $x_M=3$.

▶易错警示

(3) 注意分点 M 在线段 AB 上，点 M 在点 B 的左侧以及点 M 在点 A 的右侧三种情况讨论，不要漏解.

11. 8 【解析】由题意得，$A(0,1.6)$，将 $A(0,1.6)$ 代入 $y=a(x-3)^2+2.5$，得 $1.6=a(0-3)^2+2.5$，解得 $a=-\frac{1}{10}$，∴ $y=-\frac{1}{10}(x-3)^2+2.5$. 令 $y=0$，得 $-\frac{1}{10}(x-3)^2+2.5=0$，解得 $x_1=8$，$x_2=-2$（舍去），∴ OB 为 8 m，故答案为 8.

12. 能 【解析】∵ $CD=4$ m，$B(6,2.68)$，∴ $OC=6-4=2$(m). 在 $y=-0.02x^2+0.3x+1.6$ 中，当 $x=2$ 时，$y=-0.02\times2^2+0.3\times2+1.6=2.12$. ∵ $2.12>1.8$，∴ 货车能完全停到车棚内. 故答案为能.

13.【解】(1) 根据题意，得 $w_1=(8-m)x-30(0\leqslant x\leqslant500)$，$w_2=(20-12)x-(80+0.01x^2)=-0.01x^2+8x-80(0\leqslant x\leqslant300)$.

(2) ∵ $4\leqslant m\leqslant6$，∴ $8-m>0$，∴ w_1 随 x 的增大而增大. 又∵ $0\leqslant x\leqslant500$，∴ 当 $x=500$ 时，w_1 有最大值，$w_{1最大}=-500m+3\ 970$.

$w_2=-0.01x^2+8x-80=-0.01(x-400)^2+1\ 520$.

又∵ $-0.01<0$，对称轴为直线 $x=400$，∴ 当 $0\leqslant x\leqslant300$ 时，w_2 随 x 的增大而增大，

∴ 当 $x=300$ 时，w_2 有最大值，$w_{2最大}=-0.01\times(300-400)^2+1\ 520=1\ 420$.

综上，产销 A 产品的最大日利润为 $(-500m+3\ 970)$ 元，产销 B 产品的最大日利润为 1 420 元.

(3) 当 $m=5.1$ 时，选择产销 A，B 两种产品均可；当 $4\leqslant m<5.1$ 时，选择产销 A 种产品；当 $5.1<m\leqslant6$ 时，选择产销 B 种产品. 理由如下：

①若 $w_{1最大}=w_{2最大}$，即 $-500m+3\ 970=1\ 420$，解得 $m=5.1$；②若 $w_{1最大}>w_{2最大}$，即 $-500m+3\ 970>1\ 420$，解得 $m<5.1$；③若 $w_{1最大}<w_{2最大}$，即 $-500m+3\ 970<1\ 420$，解得 $m>5.1$.

综上可得，为获得最大日利润，

当 $m=5.1$ 时，选择产销 A，B 两种产品均可；

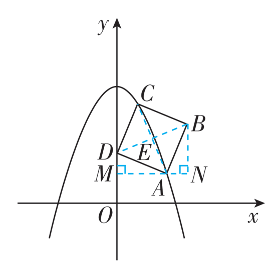
当 $4\leqslant m<5.1$ 时，选择产销 A 种产品；

当 $5.1<m\leqslant6$ 时，选择产销 B 种产品.

关键点拨◀

作辅助线构造出全等三角形，利用一线三等角模型判定 $\triangle ANB\cong\triangle DMA$ 是解题关键.

14. B 【解析】如图，连接 AC，BD 交于点 E，过点 A 作 $MN\perp y$ 轴于点 M，过点 B 作 $BN\perp MN$ 于点 N. ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ AC，BD 互相平分，$AB=AD$，$\angle BAD=90°$，



∴ $\angle BAN+\angle DAM=90°$. ∵ $\angle DAM+\angle ADM=90°$，∴ $\angle BAN=\angle ADM$. ∵ $\angle BNA=\angle AMD=90°$，$BA=AD$，∴ $\triangle ANB\cong\triangle DMA$(AAS)，∴ $AM=NB$，$DM=AN$. ∵ 点 A，C 的横坐标分别为 m，n，且点 A，C 在抛物线 $y=-x^2+4$ 上，∴ $A(m,-m^2+4)$，$C(n,-n^2+4)$，∴ $E\left(\frac{m+n}{2},\frac{-m^2-n^2+8}{2}\right)$，$M(0,-m^2+4)$. 设 $D(0,b)$，则 $B(m+n,-m^2-n^2+8-b)$，$N(m+n,-m^2+4)$，∴ $BN=-n^2+4-b$，$AM=m$，$AN=n$，$DM=m^2-4+b$. 又∵ $AM=NB$，$DM=AN$，∴ $-n^2+4-b=m$，$n=m^2-4+b$，∴ $b=-n^2-m+4$，∴ $n=m^2-4-n^2-m+4$，∴ $(m+n)(m-n)=m+n$. ∵ 点 A，C 在 y 轴的同侧，且点 A 在点 C 的右侧，∴ $m+n\neq0$，∴ $m-n=1$. 故选 B.

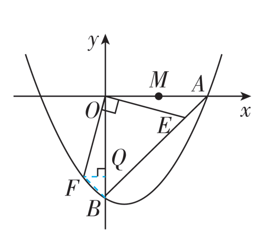
15.【解】(1)把 $B(0,-4)$ 代入 $y=a\left(x+\frac{5}{2}\right)\cdot(x-4)(a\neq 0)$,得 $-10a=-4$,解得 $a=\frac{2}{5}$,

$\therefore y=\frac{2}{5}\left(x+\frac{5}{2}\right)(x-4)=\frac{2}{5}x^2-\frac{3}{5}x-4$.

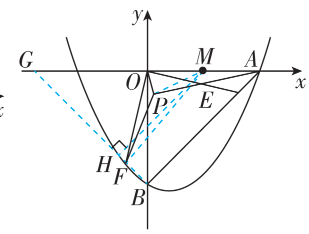
(2)令 $y=\frac{2}{5}\left(x+\frac{5}{2}\right)(x-4)=0$,解得 $x_1=-\frac{5}{2}$,$x_2=4$,$\therefore A(4,0)$. $\because M$ 是 OA 的中点,$\therefore M(2,0)$,$\therefore OM=2$. $\because B(0,-4)$,$\therefore$ 设直线 AB 的解析式为 $y=kx-4$,把 $A(4,0)$ 代入,得 $k=1$,$\therefore y=x-4$,易得 $C(2,-2)$,$D\left(2,-\frac{18}{5}\right)$,$\therefore CD=-2+\frac{18}{5}=\frac{8}{5}$,$\therefore$ $\triangle BCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}CD\cdot OM=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{8}{5}=\frac{8}{5}$.

(3)①如图(1),线段 OF 即为所求. 连接 BF,过点 F 作 $FQ\perp OB$ 于点 Q. 由(2)可知,$OA=OB=4$,$\therefore\angle OAB=\angle OBA=45°$. 由旋转得,$OE=OF$,$\angle EOF=90°=\angle BOA$,$\therefore\angle AOE=\angle BOF$. 又$\because OA=OB$,$\therefore\triangle AOE\cong\triangle BOF$,$\therefore\angle OBF=\angle OAE=45°$,$BF=AE=\sqrt{2}$. $\because FQ\perp OB$,$\therefore\triangle FQB$ 为等腰直角三角形,$\therefore FQ=BQ=\frac{\sqrt{2}}{2}BF=1$,$\therefore OQ=OB-BQ=3$,$\therefore F(-1,-3)$. 点 F 在抛物线上. 理由:对于 $y=\frac{2}{5}x^2-\frac{3}{5}x-4$,当 $x=-1$ 时,$y=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-4=-3$,$\therefore$ 点 F 在抛物线上.

思路分析 (3)①根据要求作出线段 OF 即可. 连接 BF,过点 F 作 $FQ\perp OB$ 于点 Q,证明 $\triangle AOE\cong\triangle BOF$,得到 $\angle OBF=\angle OAE=45°$,$BF=AE=\sqrt{2}$,进而得到 $\triangle FQB$ 为等腰直角三角形,求出 F 点坐标,将 F 点的横坐标代入抛物线的解析式,即可判断点 F 是否在抛物线上.



图(1)



图(2)

②连接 BF 并延长,交 x 轴于点 G,连接 PM,MF,作 $MH\perp BG$ 于点 H,如图(2). $\because\angle OPA=90°$,M 为 OA 的中点,$\therefore PM=\frac{1}{2}OA=2$. 同①可得,$\angle OBF=\angle OAE=45°$,$\therefore$ 点 F 在线段 BG 上运动,$\therefore$ 当 $MF\perp BG$,即点 F 与点 H 重合时,MF 的值最小. $\because PF\geq MF-PM$,$\therefore$ 此时 PF 的值最小,为 $MH-PM$. $\because\angle OBG=45°$,$\therefore\triangle OBG$ 为等腰直角三角形,$\therefore OG=OB=4$,$\angle BGO=45°$,$\therefore MG=OG+OM=6$,$\triangle MHG$ 为等腰直角三角形,$\therefore MH=\frac{\sqrt{2}}{2}MG=3\sqrt{2}$,$\therefore PF$ 的最小值为 $MH-PM=3\sqrt{2}-2$.

(七)几何初步

刷考点

1. A 【解析】A 选项中的图形可以作为一个正方体的展开图,故本选项符合题意;B 选项中的图形有“田”字形结构,不可以作为一个正方体的展开图,故本选项不符合题意;C 选项中的图形不可以作为一个正方体的展开图,故本选项不符合题意;D 选项中的图形不可以作为一个正方体的展开图,故本选项不符合题意. 故选 A.

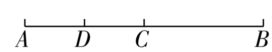
2. A 【解析】将直角三角形绕它的一条直角边所在直线旋转一周后形成的几何体是圆锥,故选 A.

3. B 【解析】$\because OE\perp OC$,$\therefore\angle COE=90°$. $\because\angle AOC+\angle COE+\angle BOE=180°$,$\angle AOC=58°$,$\therefore\angle EOB=180°-90°-58°=32°$,故选 B.

4. C 【解析】根据题意分两种情况.

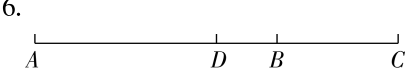
①如图(1). $\because AB=4$,$BC=2$,$\therefore AC=AB-BC=2$. $\because D$ 是线段 AC 的中点,$\therefore AD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 2=1$.

关键点拨 注意分情况讨论:①点 C 在线段 AB 上;②点 C 在线段 AB 的延长线上.



图(1)

②如图(2). $\because AB=4$,$BC=2$,$\therefore AC=AB+BC=6$.



图(2)

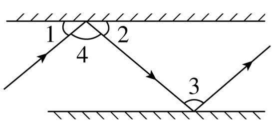
$\because D$ 是线段 AC 的中点,$\therefore AD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 6=3$. 综上,线段 AD 的长为 1 或 3. 故选 C.

5. A 【解析】依据的数学原理是垂线段最短,故选 A.

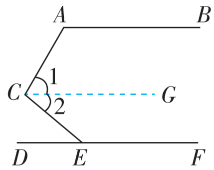
6. C 【解析】$\because AD/\!/BC$,$\angle B=38°$,$\therefore\angle DAE=\angle B=38°$,$\angle DAC=\angle C$. $\because AD$ 是 $\angle EAC$ 的平分线,$\therefore\angle DAC=\angle DAE=38°$,$\therefore\angle C=\angle DAC=38°$. 故选 C.

7. C 【解析】如图,$\because\angle 1=\angle 2=40°$,$\therefore\angle 4=180°-\angle 1-\angle 2=100°$. $\because$ 两个平面镜平行放置,$\therefore$ 经过两次反射后的光线与入射光线平

行，∴ $\angle 3=\angle 4=100^\circ$，故选 C.



（第 7 题图）

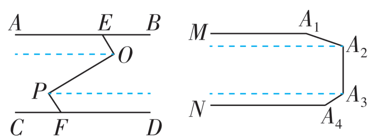


（第 8 题图）

8. 模型归纳｜**拐点模型**

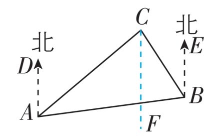
1. 单拐点模型

2. 多拐点模型



B　【解析】如图，过点 C 作 $CG\,/\!/\,AB$. ∵ $DF\,/\!/\,AB$，∴ $DF\,/\!/\,AB\,/\!/\,CG$，∴ $\angle 1+\angle CAB=180^\circ$，$\angle 2=\angle CED$. ∵ $\angle BAC=120^\circ$，$\angle ACE=100^\circ$，∴ $\angle 1=60^\circ$，∴ $\angle 2=\angle ACE-\angle 1=40^\circ$，∴ $\angle CED=\angle 2=40^\circ$. 故选 B.

9. 85°　【解析】过点 C 作 $CF\,/\!/\,AD$，如图. ∵ $AD\,/\!/\,BE$，∴ $AD/\!/CF/\!/BE$，∴ $\angle ACF=\angle DAC$，$\angle BCF=\angle EBC$，∴ $\angle ACB=\angle ACF+\angle BCF=\angle DAC+\angle EBC$. 由 C 岛在 A 岛的北偏东 50°方向，C 岛在 B 岛的北偏西 35°方向，得 $\angle DAC=50^\circ$，$\angle CBE=35^\circ$，∴ $\angle ACB=50^\circ+35^\circ=85^\circ$. 故答案为 85°.



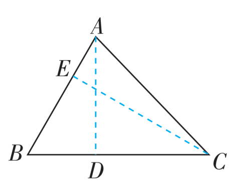
（八）三角形

刷考点

1. B　【解析】A 选项，$1+2=3$，不能构成三角形，故本选项不符合题意；B 选项，$2+3>4$，能构成三角形，故本选项符合题意；C 选项，$3+5=8$，不能构成三角形，故本选项不符合题意；D 选项，$5+4<10$，不能构成三角形，故本选项不符合题意. 故选 B.

▶关键点拨　掌握三角形的三边关系是解决本题的关键.

2. C　【解析】如图，作 $\triangle ABC$ 的边 BC 和 AB 上的高 AD，CE. ∵ $\triangle ABC$ 是锐角三角形，∴ AD，CE 在 $\triangle ABC$ 的内部，即 $BC>BD$，$AB>BE$. ∵ 在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\angle B=60^\circ$，$AB=4$，∴ $BD=AB\cdot\cos B=4\times\frac{1}{2}=2$，∴ $BC>2$. 又∵ $BC=\frac{BE}{\cos B}<\frac{AB}{\cos B}=\frac{4}{\frac{1}{2}}=8$，∴ $2<BC<8$，∴ C 选项符合题意. 故选 C.



3. C　【解析】由题意得 $\triangle ABD$，$\triangle ABC$，$\triangle ADC$，$\triangle ADE$ 均为直角三角形，∴ 共有 4 个直角三角形. 故选 C.

4. 100°　【解析】∵ CD 是边 AB 上的高，∴ $\angle CDB=\angle CDA=90^\circ$. ∵ $\angle BCD=30^\circ$，$\angle ACB=80^\circ$，∴ $\angle ACD=\angle ACB-\angle BCD=50^\circ$，$\angle CBD=90^\circ-\angle BCD=60^\circ$，∴ $\angle CAB=90^\circ-\angle ACD=40^\circ$. ∵ AE 是 $\angle CAB$ 的平分线，∴ $\angle EAB=\frac{1}{2}\angle CAB=20^\circ$，∴ $\angle AEB=180^\circ-\angle EAB-\angle EBA=100^\circ$，故答案为 100°.

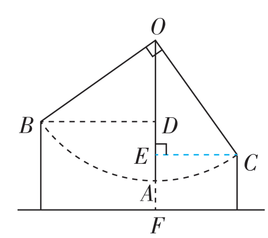
5. $\frac{1}{3^n}m$　【解析】设 $\angle E_1AD=\alpha$，$\angle E_1BD=\beta$，则 $\angle CAB=3\alpha$，$\angle CBD=3\beta$. 由三角形的外角的性质得 $\beta=\alpha+\angle E_1$，$3\beta=3\alpha+\angle C$，∴ $\angle E_1=\frac{1}{3}\angle C$. 同理可得 $\angle E_2=\frac{1}{3}\angle E_1$，即 $\angle E_2=\left(\frac{1}{3}\right)^2\angle C$，…，∴ $\angle E_n=\left(\frac{1}{3}\right)^n\angle C$，即 $\angle E_n=\frac{1}{3^n}m^\circ$，故答案为$\frac{1}{3^n}m$.

关键点拨◀　熟练掌握勾股定理以及全等三角形的性质与判定是解题的关键.

6. A　【解析】如图，过点 C 作 $CE\perp OA$ 于点 E，摆绳 OA 所在直线与地面的交点为 F. 由题意可知，$OB=OC=2$ m，$BD=1.6$ m，$DF=1.3$ m，∴ $OD=\sqrt{OB^2-BD^2}=1.2$ m，∴ $OF=OD+DF=1.2+1.3=2.5$(m). ∵ $\angle ODB=\angle OEC=90^\circ$，∴ $\angle OBD+\angle BOD=90^\circ$. ∵ $\angle BOC=90^\circ$，∴ $\angle BOD+\angle COE=90^\circ$，∴ $\angle OBD=\angle COE$. 在 $\triangle BOD$ 和 $\triangle OCE$ 中，

$$\begin{cases}\angle ODB=\angle CEO,\\ \angle OBD=\angle COE,\\ OB=OC,\end{cases}$$

∴ $\triangle BOD\cong\triangle OCE$(AAS)，∴ $OE=BD=1.6$ m，∴ $EF=OF-OE=2.5-1.6=0.9$(m)，即小丽在 C 处时距离地面的高度是 0.9 m，故选 A.



7. $DE=EF$（或 $AD=CF$） 【解析】$\because CF /\!/ AB$，$\therefore \angle A=\angle ECF$，$\angle ADE=\angle CFE$，$\therefore$ 添加条件 $DE=EF$，可以使得 $\triangle ADE\cong\triangle CFE$（AAS），添加条件 $AD=CF$，可以使得 $\triangle ADE\cong\triangle CFE$（ASA），从而得到 $AE=CE$. 故答案为 $DE=EF$（或 $AD=CF$）.

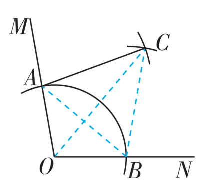
8. 3 【解析】$\because BE\perp AD$，$CF\perp AD$，$\therefore \angle BEA=\angle AFC=90°$，$\therefore \angle BAE+\angle ABE=90°$. $\because \angle BAC=90°$，$\therefore \angle BAE+\angle FAC=90°$，$\therefore \angle FAC=\angle ABE$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CAF$ 中，$\begin{cases}\angle BEA=\angle AFC,\\ \angle ABE=\angle CAF,\\ AB=AC,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle CAF$（AAS），$\therefore AF=BE$，$AE=CF$. $\because BE=4$，$CF=1$，$\therefore AF=BE=4$，$AE=CF=1$，$\therefore EF=AF-AE=4-1=3$，故答案为 3.

9.【证明】(1) $\because \angle BAF=\angle EAD$，$\therefore \angle BAF-\angle EAF=\angle EAD-\angle EAF$，$\therefore \angle BAC=\angle FAD$.
$\because AC=AD$，$\angle ACB=\angle ADF$，
$\therefore \triangle ABC\cong\triangle AFD$.
(2) $\because \triangle ABC\cong\triangle AFD$，$\therefore AB=AF$.
$\because BE=FE$，$\therefore AE\perp BF$，即 $AC\perp BD$.

10. **B** 【解析】如图，连接 AB，BC，OC. 由作图可得，$OA=OB$，$AC=BC=AB$，$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形，$\therefore \angle ACB=60°$.



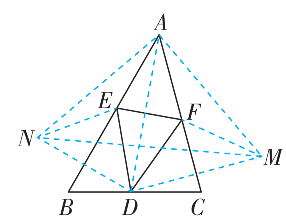
$\because OC=OC$，$\therefore \triangle OAC\cong\triangle OBC$（SSS），$\therefore \angle ACO=\angle BCO=\dfrac{1}{2}\angle ACB=30°$，$\angle AOC=\angle BOC=\dfrac{1}{2}\angle AOB=50°$，$\therefore \angle OAC=180°-\angle AOC-\angle ACO=180°-30°-50°=100°$. 故选 B.

思路分析 连接 AB，BC，OC，首先证出 $\triangle OAC\cong\triangle OBC$，得到 $\angle ACO$ 和 $\angle AOC$ 的度数，再根据三角形内角和定理求解即可.

11. **B** 【解析】由题意可得 $\triangle OAB\cong\triangle ODC$，$\therefore \angle AOB=\angle COD$. $\because \triangle OAB$，$\triangle ODC$ 都是等腰三角形，点 E，F 分别是底边 AB，CD 的中点，$\therefore \angle AOE=\angle BOE=\dfrac{1}{2}\angle AOB$，$\angle COF=\angle DOF=\dfrac{1}{2}\angle COD$，$\therefore \angle AOE=\angle BOE=\angle COF=\angle DOF$. $\because OE\perp OF$，$\therefore \angle BOE+\angle BOF=90°$，$\therefore \angle DOF+\angle BOF=90°$，即 $\angle BOD=90°$，$\therefore OB\perp OD$，故 A 正确. $\because \angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 的度数不能确定，$\therefore$ 无法证明 $\angle BOC$ 与 $\angle AOB$ 的关系，故 B 错误. $\because \triangle OAB\cong\triangle ODC$，点 E，F 分别是底边 AB，CD 的中点，$\therefore OE=OF$，故 C 正确. $\because OE\perp OF$，$\therefore \angle COF+\angle EOC=90°$，$\therefore \angle AOE+\angle EOC=90°$，$\therefore \angle AOC=90°$，$\therefore \angle AOB+\angle BOC=90°$. ① 又 $\because \angle BOD=90°$，$\therefore \angle BOC+\angle COD=90°$. ② ①+②得 $\angle AOB+\angle BOC+\angle BOC+\angle COD=180°$，即 $\angle BOC+\angle AOD=180°$，故 D 正确. 故选 B.

12. 2 【解析】$\because AB=AC$，$\therefore \angle ABC=\angle C$. $\because \angle A+\angle ABC+\angle C=180°$，$\angle A=36°$，$\therefore \angle ABC=\angle C=72°$. $\because BD$ 平分 $\angle ABC$，$\therefore \angle CBD=\angle ABD=36°$，$\therefore \angle BDC=180°-\angle C-\angle CBD=180°-72°-36°=72°$，$\therefore \angle BDC=\angle C$，$\therefore BD=BC=2$. $\because \angle A=36°$，$\angle ABD=36°$，$\therefore \angle A=\angle ABD$，$\therefore AD=BD=2$. 故答案为 2.

13. $2\sqrt{3}$ 【解析】如图，作点 D 关于 AB，AC 的对称点 N，M，连接 AM，AN，EN，FM，MN，AD，$\therefore \triangle DEF$ 的周长为 $DE+EF+FD=NE+EF+FM\geqslant MN$. $\because N$，M 分别是点 D 关于 AB，AC 的对称点，$\therefore \angle NAE=\angle EAD$，$\angle FAD=\angle FAM$，$AN=AD=AM$. 又 $\because \angle EAD+\angle FAD=45°$，$\therefore \angle NAM=\angle NAE+\angle EAD+\angle FAD+\angle FAM=90°$，$\therefore \triangle AMN$ 是等腰直角三角形，$\therefore MN=\sqrt{2}AN=\sqrt{2}AD$，$\therefore$ 当 N，E，F，M 四点共线，且 $AD\perp BC$ 时，$\triangle DEF$ 的周长最小. 又 $\because \angle B=60°$，$AB=2\sqrt{2}$，



$\therefore AD_{min}=AB\cdot\sin 60°=2\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}$，$\therefore \triangle DEF$ 周长的最小值为 $\sqrt{2}AD_{min}=\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}$，故答案为 $2\sqrt{3}$.

关键点拨 作点 D 关于 AB，AC 的对称点 N，M，连接 AM，AN，EN，FM，MN，AD，得出 N，E，F，M 四点共线且 $AD\perp BC$ 时 $\triangle DEF$ 的周长最小是解题的关键.

14. (1)【证明】$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，$\therefore \angle BAD=\angle CAD$.
由题意知 $AE=AF$. 在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ADF$ 中，
$\begin{cases}AE=AF,\\ \angle BAD=\angle CAD,\\ AD=AD,\end{cases}$ $\therefore \triangle ADE\cong\triangle ADF$（SAS）.
(2)【解】$\because \angle BAC=80°$，AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，$\therefore \angle EAD=\dfrac{1}{2}\angle BAC=40°$.
由题意知 $AE=AD$，$\therefore \angle AED=\angle ADE$，
$\therefore \angle ADE=\dfrac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$.
$\because AB=AC$，AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$\therefore AD\perp BC$，$\therefore \angle BDE=90°-\angle ADE=20°$.

15. (1)【解】$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ACB=60°$.

$\because D$ 是 AB 的中点，

$\therefore \angle DCB=\angle DCA=\dfrac{1}{2}\angle ACB=30°$.

$\because CE\perp BC$，$\therefore \angle BCE=90°$，

$\therefore \angle DCE=\angle BCE-\angle DCB=60°$.

(2)【证明】$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，D 是 AB 的中点，$\therefore AB=BC$，$\angle ABC=60°$，$CD\perp AB$，

$\therefore \angle BDC=90°$.

由平移得 $CD/\!/EF$，$\therefore \angle BAE=\angle BDC=90°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle CBE$ 中，$\because \begin{cases}AB=CB,\\ BE=BE,\end{cases}$

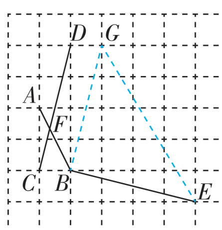
$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ABE\cong\mathrm{Rt}\triangle CBE$(HL)，

$\therefore \angle ABE=\angle EBC=30°$，

$\therefore \angle BEC=90°-\angle EBC=60°$.

又 $\because \angle DCE=60°$，$\therefore \triangle CEG$ 是等边三角形.

16. C　【解析】如图，过 B 点作 $BG/\!/CD$，连接 EG.

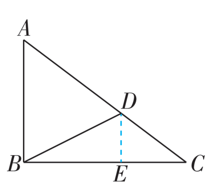


$\because BG/\!/CD$，$\therefore \angle ABG=\angle CFB=\alpha$. $\because BG^2=1^2+4^2=17$，$BE^2=1^2+4^2=17$，$EG^2=3^2+5^2=34$，

$\therefore BG^2+BE^2=EG^2$，$BG=BE$，$\therefore \triangle BEG$ 是等腰直角三角形，$\therefore \angle GBE=90°$，$\therefore \angle ABE=\angle GBE+\angle ABG=90°+\alpha$. 故选 C.

17. B　【解析】$\because \angle A=120°$，$AB=AC$，$\therefore \angle C=30°$，$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle DEC$ 中，$CD=\dfrac{DE}{\tan 30°}=3$. $\because D$ 为 AC 中点，$\therefore AC=6$. 故选 B.

18. C　【解析】在 $\triangle ABC$ 中，



$\angle ABC=90°$，$AB=3$，$BC=4$，$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$，$\therefore \triangle ABC$ 的周长为 $3+4+5=12$. $\because BD$ 平分 $\triangle ABC$ 的周长，$\therefore AB+AD=BC+CD=6$，$\therefore AD=3$，$CD=2$. 如图，过 D 作 $DE\perp BC$ 于 E，$\therefore AB/\!/DE$，$\therefore \triangle CDE\backsim\triangle CAB$，

$\therefore \dfrac{DE}{AB}=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{CE}{CB}$，$\therefore \dfrac{DE}{3}=\dfrac{2}{5}=\dfrac{CE}{4}$，$\therefore DE=\dfrac{6}{5}$，

$CE=\dfrac{8}{5}$，$\therefore BE=\dfrac{12}{5}$，$\therefore BD=\sqrt{BE^2+DE^2}=\sqrt{\left(\dfrac{12}{5}\right)^2+\left(\dfrac{6}{5}\right)^2}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$，故选 C.

19. 11，60，61　【解析】通过观察得，第①组勾股数为 $2\times1+1=3$，$2\times1^2+2\times1=4$，$2\times1^2+2\times1+1=5$；第②组勾股数为 $2\times2+1=5$，$2\times2^2+2\times2=12$，$2\times2^2+2\times2+1=13$；第③组勾股数为 $2\times3+1=7$，$2\times3^2+2\times3=24$，$2\times3^2+2\times3+1=25$；第④组勾股数为 $2\times4+1=9$，$2\times4^2+2\times4=40$，$2\times4^2+2\times4+1=41$；所以第⑤组勾股数为 $2\times5+1=11$，$2\times5^2+2\times5=60$，$2\times5^2+2\times5+1=61$. 故答案为 11，60，61.

关键点拨　点 D 的位置不明确，需分情况讨论：①点 D 在 AB 延长线上；②点 D 在线段 AB 上，分别求出 AD 的长即可.

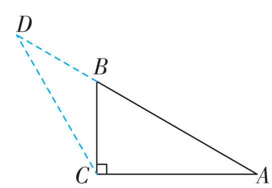
20. 6 或 12　【解析】在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\sin A=\dfrac{BC}{AB}$，

$\therefore BC=\dfrac{1}{2}\times8=4$，$\therefore AC=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$.

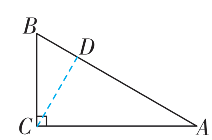
当点 D 在 AB 延长线上时，如图(1)所示.

$\because \angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，$\therefore \angle ABC=60°$. 又 $\because \angle BCD=30°$，$\therefore \angle BDC=60°-30°=30°$，

$\therefore BD=BC=4$，$\therefore AD=8+4=12$.



图(1)



图(2)

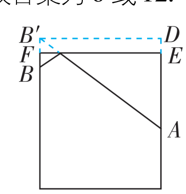
当点 D 在线段 AB 上时，如图(2)所示. $\because \angle ABC=60°$，$\angle BCD=30°$，$\therefore \angle CDA=90°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ACD$ 中，$\cos A=\dfrac{AD}{AC}$，$\therefore AD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3}=6$.

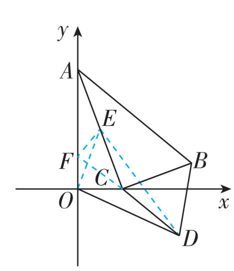
综上所述，AD 的长为 6 或 12. 故答案为 6 或 12.

归纳总结　解决最短路径问题时，通常先根据题意把立体图形展开成平面图形，再确定两点之间的最短路径. 一般情况是两点之间，线段最短. 在平面图形上构造直角三角形解决问题.

21. 10　【解析】如图，将杯子侧面的一半展开，作 B 关于 EF 的对称点 B'，连接 $B'A$，则 $B'A$ 为最短路程，过点 B' 作 $B'D\perp AE$ 交 AE 的延长线于 D. 根据题意可得 $AD=9-4+1=6$(cm)，$B'D=\dfrac{1}{2}\times16=8$(cm)，$\therefore B'A=\sqrt{B'D^2+AD^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$(cm)，故答案为 10.



22. $\sqrt{3}+\sqrt{13}$　【解析】在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle BAC=30°$，$BC=2$，$\therefore AC=BC\div\tan 30°=2\div\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$. $\because \triangle BCD$ 为等边三角形，$\therefore CD=BC=2$，$\angle BCD=60°$. 如图，取 AC 的中点 E，连接 OE，DE，作 $EF\perp$



CD 交 DC 的延长线于 F，则 $AE=CE=OE=\frac{1}{2}AC=\sqrt{3}$，$\angle FCE=180°-\angle ACB-\angle BCD=30°$，$\therefore EF=\frac{1}{2}CE=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore CF=\sqrt{CE^2-EF^2}=\frac{3}{2}$，$\therefore DF=DC+CF=\frac{7}{2}$，$\therefore DE=\sqrt{EF^2+DF^2}=\sqrt{13}$. $\because OD\leqslant DE+OE$，$\therefore OD\leqslant\sqrt{3}+\sqrt{13}$，$\therefore OD$ 的最大值为 $\sqrt{3}+\sqrt{13}$，故答案为 $\sqrt{3}+\sqrt{13}$.

思路分析

解直角三角形得出 $AC=2\sqrt{3}$，由 $\triangle BCD$ 是等边三角形可得 $CD=BC=2$，$\angle BCD=60°$. 取 AC 的中点 E，连接 OE，DE，作 $EF\perp CD$ 交 DC 的延长线于 F，求出 $DE=\sqrt{13}$，再根据 $OD\leqslant DE+OE$ 即可求解.

23. A 【解析】A 选项，两点之间，线段最短，原命题正确，符合题意；B 选项，菱形的对角线互相垂直，不一定相等，原命题错误，不符合题意；C 选项，正五边形的外角和为 360°，原命题错误，不符合题意；D 选项，直角三角形不一定是轴对称图形，只有等腰直角三角形才是轴对称图形，原命题错误，不符合题意. 故选 A.

24. A 【解析】$\because AB=AC$，$\therefore\angle ABC=\angle ACB$. 当 $\angle DCB=\angle EBC$ 时，$\because BC=BC$，$\angle ABC=\angle ACB$，$\therefore\triangle DCB\cong\triangle EBC$（ASA），$\therefore CD=BE$，$BD=CE$，故选项 B、D 是真命题，不符合题意；当 $BD=CE$ 时，$\because BC=BC$，$\angle ABC=\angle ACB$，$\therefore\triangle DCB\cong\triangle EBC$（SAS），$\therefore\angle DCB=\angle EBC$，故选项 C 是真命题，不符合题意；当 $CD=BE$ 时，不能证明 $\angle DCB=\angle EBC$，故选项 A 是假命题，符合题意. 故选 A.

25. 53　28 【解析】由题意得一名学生单独完成 A，B，C，D，E，F，G 七道工序，需要 9+9+7+9+7+10+2=53（分），即由一名学生单独完成此木艺艺术品的加工，需要 53 分钟；假设这两名学生为甲、乙. ∵ 工序 C，D 须在工序 A 完成后进行，工序 E 须在工序 B，D 都完成后进行，且工序 A，B 都需要 9 分钟完成，∴ 甲学生做工序 A，乙学生同时做工序 B，需要 9 分钟，工序 A，B 加工完成后可以进行的工序有 C，D，G，为使后续工序顺利进行，甲学生做工序 D，乙学生同时做工序 C，乙学生完成工序 C 后接着做工序 G，需要 9 分钟，最后甲学生做工序 E，乙学生同时做工序 F，需要 10 分钟，∴ 若由两名学生合作完成此木艺艺术品的加工，最少需要 9+9+10=28（分），故答案为 53，28.

（九）四边形

刷考点

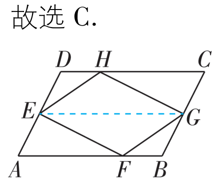
1. C 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，且对角线交点在原点，∴ 点 A，C 关于原点对称. $\because A(-1,2)$，$\therefore C(1,-2)$，故选 C.

2. C 【解析】$\because\angle A=\angle E=\frac{1}{5}\times180°\times(5-2)=108°$，$\therefore\angle AMN+\angle ENM=360°-\angle A-\angle E=144°$. $\because\angle1=\angle AMN$，$\angle2=\angle ENM$，$\therefore\angle1+\angle2=\angle AMN+\angle ENM=144°$. 故选 C.

关键点拨

掌握多边形内角和公式是解题关键.

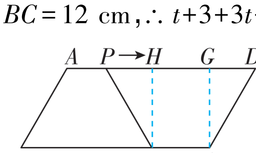
3. C 【解析】如图所示，连接 EG. ∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，$\therefore AD/\!/BC$，$\angle A=\angle C$，$AD=BC$. $\because E$，G 分别为边 AD，BC 的中点，$\therefore DE=AE=BG=CG$. 又 $\because AF=CH$，$\therefore\triangle AEF\cong\triangle CGH$（SAS），$\therefore EF=GH$，同理可证 $EH=GF$，∴ 四边形 $EFGH$ 为平行四边形. $\because AE/\!/BG$，且 $AE=BG$，∴ 四边形 $EABG$ 为平行四边形，$\therefore S_{\triangle EFG}=\frac{1}{2}S_{\square EFGH}=\frac{1}{2}S_{\square ABGE}=\frac{1}{4}S_{\square ABCD}$，$\therefore S_{\square EFGH}=\frac{1}{2}S_{\square ABCD}$，故四边形 $EFGH$ 的面积为定值，故选 C.



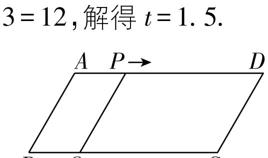
4. B 【解析】由已知可得，P 从 A 到 D 需要 12 s，Q 从 C 到 B（或从 B 到 C）需要 4 s. 设 P，Q 的运动时间为 t s.

①当 $0\leqslant t\leqslant4$ 时，(i) 点 Q 在点 P 右侧时，过 Q 作 $QH\perp AD$ 于 H，过 C 作 $CG\perp AD$ 于 G，如图(1).

由题易得四边形 $HQCG$ 为矩形，$AP=t$ cm，$CQ=3t$ cm，$\therefore GH=3t$ cm. $\because PD/\!/CQ$，$PQ=CD$，∴ 四边形 $CQPD$ 是等腰梯形，$\therefore\angle QPH=\angle D=\angle B=60°$，$\therefore\angle PQH=\angle GCD=30°$. $\because PQ=CD=AB=6$ cm，$\therefore PH=\frac{1}{2}PQ=3$ cm，$DG=\frac{1}{2}CD=3$ cm. $\because AP+PH+GH+DG=AD=BC=12$ cm，$\therefore t+3+3t+3=12$，解得 $t=1.5$.



图(1)



图(2)