

CD 交 DC 的延长线于 F, 则 $AE = CE = OE = \frac{1}{2}AC = \sqrt{3}$, $\angle FCE = 180^\circ - \angle ACB - \angle BCD = 30^\circ$, $\therefore EF = \frac{1}{2}CE = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore CF = \sqrt{CE^2 - EF^2} = \frac{3}{2}$, $\therefore DF = DC + CF = \frac{7}{2}$, $\therefore DE = \sqrt{EF^2 + DF^2} = \sqrt{13}$. $\therefore OD \leq DE + OE$, $\therefore OD \leq \sqrt{3} + \sqrt{13}$, $\therefore OD$ 的最大值为 $\sqrt{3} + \sqrt{13}$, 故答案为 $\sqrt{3} + \sqrt{13}$.

思路分析

解直角三角形得出 $AC = 2\sqrt{3}$, 由 $\triangle BCD$ 是等边三角形可得 $CD = BC = 2$, $\angle BCD = 60^\circ$. 取 AC 的中点 E, 连接 OE, DE, 作 $EF \perp CD$ 交 DC 的延长线于 F, 求出 $DE = \sqrt{13}$, 再根据 $OD \leq DE + OE$ 即可求解.

23. A 【解析】A 选项, 两点之间, 线段最短, 原命题正确, 符合题意; B 选项, 菱形的对角线互相垂直, 不一定相等, 原命题错误, 不符合题意; C 选项, 正五边形的外角和为 360° , 原命题错误, 不符合题意; D 选项, 直角三角形不一定是轴对称图形, 只有等腰直角三角形才是轴对称图形, 原命题错误, 不符合题意. 故选 A.

24. A 【解析】 $\because AB = AC$, $\therefore \angle ABC = \angle ACB$. 当 $\angle DCB = \angle ECB$ 时, $\therefore BC = BC$, $\angle ABC = \angle ACB$, $\therefore \triangle DCB \cong \triangle ECB$ (ASA), $\therefore CD =$

$BE, BD = CE$, 故选项 B、D 是真命题, 不符合题意; 当 $BD = CE$ 时, $\therefore BC = BC$, $\angle ABC = \angle ACB$, $\therefore \triangle DCB \cong \triangle ECB$ (SAS), $\therefore \angle DCB = \angle ECB$, 故选项 C 是真命题, 不符合题意; 当 $CD = BE$ 时, 不能证明 $\angle DCB = \angle ECB$, 故选项 A 是假命题, 符合题意. 故选 A.

25. 53 28 【解析】由题意得一名学生单独完成 A, B, C, D, E, F, G 七道工序, 需要 $9+9+7+9+7+10+2 = 53$ (分), 即由一名学生单独完成此木艺艺术品的加工, 需要 53 分钟; 假设这两名学生为甲、乙. \therefore 工序 C, D 须在工序 A 完成后进行, 工序 E 须在工序 B, D 都完成后进行, 且工序 A, B 都需要 9 分钟完成, \therefore 甲学生做工序 A, 乙学生同时做工序 B, 需要 9 分钟, 工序 A, B 加工完成后可以进行的工序有 C, D, G, 为使后续工序顺利进行, 甲学生做工序 D, 乙学生同时做工序 C, 乙学生完成工序 C 后接着做工序 G, 需要 9 分钟, 最后甲学生做工序 E, 乙学生同时做工序 F, 需要 10 分钟, \therefore 若由两名学生合作完成此木艺艺术品的加工, 最少需要 $9+9+10 = 28$ (分), 故答案为 53, 28.

(九) 四边形

刷考点

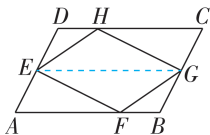
1. C 【解析】 \because 四边形 ABCD 是平行四边形, 且对角线交点在原点, \therefore 点 A, C 关于原点对称. $\therefore A(-1, 2)$, $\therefore C(1, -2)$, 故选 C.

2. C 【解析】 $\because \angle A = \angle E = \frac{1}{5} \times 180^\circ \times (5-2) = 108^\circ$, $\therefore \angle AMN + \angle ENM = 360^\circ - \angle A - \angle E = 144^\circ$. $\because \angle 1 = \angle AMN$, $\angle 2 = \angle ENM$, $\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle AMN + \angle ENM = 144^\circ$. 故选 C.

关键点拨

掌握多边形内角和公式是解题关键.

3. C 【解析】如图所示, 连接 EG. \because 四边形 ABCD 为平行四边形, $\therefore AD \parallel BC$, $\angle A = \angle C$, $AD = BC$. $\because E, G$ 分别为边 AD, BC 的中点, $\therefore DE = AE = BG = CG$. 又 $\because AF = CH$, $\therefore \triangle AEF \cong \triangle CGH$ (SAS), $\therefore EF = GH$, 同理可证 $EH = GF$, \therefore 四边形 EFGH 为平行四边形. $\because AE \parallel BG$, 且 $AE = BG$, \therefore 四边形 EABG 为平行四边形, $\therefore S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2}S_{\square EFGH} = \frac{1}{2}S_{\square ABGE} = \frac{1}{4}S_{\square ABCD}$, $\therefore S_{\square EFGH} =$



$\frac{1}{2}S_{\square ABCD}$, 故四边形 EFGH 的面积为定值, 故选 C.

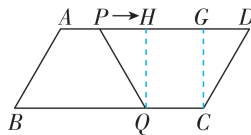
4. B 【解析】由已知可得, P 从 A 到 D 需要 12 s, Q 从 C 到 B (或从 B 到 C) 需要 4 s. 设 P, Q 的运动时间为 t s.

①当 $0 \leq t \leq 4$ 时, (i) 点 Q 在点 P 右侧时, 过 Q 作 $QH \perp AD$ 于 H, 过 C 作 $CG \perp AD$ 于 G, 如图(1). 由题易得四边形 HQCG 为矩形, $AP = t$ cm, $CQ = 3t$ cm, $\therefore GH = 3t$ cm. $\because PD \parallel CQ$, $PQ = CD$, \therefore 四边形 CQPD 是等腰梯形, $\therefore \angle QPH = \angle D = \angle B = 60^\circ$, $\therefore \angle PQH = \angle GCD = 30^\circ$.

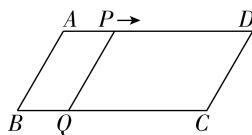
$\therefore PQ = CD = AB = 6$ cm, $\therefore PH = \frac{1}{2}PQ = 3$ cm,

$DG = \frac{1}{2}CD = 3$ cm. $\therefore AP + PH + GH + DG = AD =$

$BC = 12$ cm, $\therefore t + 3 + 3t + 3 = 12$, 解得 $t = 1.5$.



图(1)



图(2)

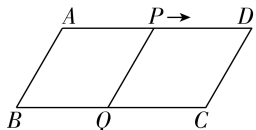
(ii) 点 Q 在点 P 左侧时, 四边形 $CQPD$ 是平行四边形, 如图(2).

此时 $PD = CQ = 3t$ cm, $\therefore t + 3t = 12$, 解得 $t = 3$, \therefore 运动时间为 1.5 s 或 3 s 时, $PQ = CD$.

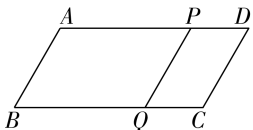
②当 $4 < t \leq 8$ 时, (i) 点 Q 在点 P 左侧时, 四边形 $CQPD$ 是平行四边形, 如图(3).

此时 $BQ = 3(t - 4)$ cm, $AP = t$ cm. $\because AD = BC$, $PD = CQ$, $\therefore BQ = AP$, $\therefore 3(t - 4) = t$, 解得 $t = 6$.

(ii) 点 Q 在点 P 右侧时, 由①知, 此时四边形 $CQPD$ 是以 CD, PQ 为腰的等腰梯形, 这种情况在 $4 < t \leq 8$ 时不存在, \therefore 运动时间为 6 s 时, $PQ = CD$.



图(3)



图(4)

③当 $8 < t \leq 12$ 时, (i) 点 Q 在点 P 左侧时, 四边形 $CQPD$ 是平行四边形, 如图(4).

此时 $CQ = 3(t - 8)$, $PD = 12 - t$, $\therefore 3(t - 8) = 12 - t$, 解得 $t = 9$. (ii) 同②可知点 Q 在点 P 右侧时的情况在 $8 < t \leq 12$ 时不存在, \therefore 运动时间为 9 s 时, $PQ = CD$.

综上所述, 运动时间为 1.5 s 或 3 s 或 6 s 或 9 s 时, $PQ = CD$. 故选 B.

5. 50° 【解析】 \because 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形,

$$\therefore \angle AFE = \angle BAF = \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ.$$

$$\because \angle EFG = 20^\circ, \therefore \angle AFG = 120^\circ - 20^\circ = 100^\circ.$$

$$\because AH \parallel FG, \therefore \angle FAH = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle BAI = 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ. \therefore BI \perp AH,$$

$$\therefore \angle ABI = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ, \text{故答案为 } 50^\circ. \text{-----}$$

6. 12 【解析】由折叠的性质可知, $\angle BCA = \angle ECA$. \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AD \parallel BC$, $CD = AB = 6$ cm, $\therefore \angle EAC = \angle BCA$, $\therefore \angle EAC = \angle ECA$. $\because \triangle CED$ 为等边三角形, $\therefore \angle CED = \angle ECD = 60^\circ$. $\because \angle CED = \angle EAC + \angle ACE = 60^\circ$, $\therefore \angle ACE = \angle CAE = 30^\circ$, $\therefore \angle ACD = \angle ACE + \angle DCE = 90^\circ$, $\therefore AD = 2CD = 12$ cm. 故答案为 12.

7. $\frac{24}{5}$ 【解析】在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 6$, $BC = 8$, $\therefore AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$. 设 AB 交 QP 于点 O . \because 四边形 $PAQB$ 是平行四边形, $\therefore OA = \frac{1}{2}AB = 3$, $OP = \frac{1}{2}PQ$, \therefore 当 OP 取最小值时, PQ

思路分析

(1) 依据四边形 $AFCH$ 是平行四边形, 可得 $AM \parallel CN$, 依据四边形 $AECG$ 是平行四边形, 可得 $AN \parallel CM$, 进而得出四边形 $AMCN$ 是平行四边形;

(2) 连接 AC , 依据三角形重心的性质, 即可得到 $S_{\triangle ACN} = \frac{2}{3}S_{\triangle ACH}$, 再根据 CH 是 $\triangle ACD$ 的中线, 即可得出 $S_{\triangle ACN} = \frac{1}{3}S_{\triangle ACD}$, 进而得到 $S_{\text{平行四边形 } AMCN} = \frac{1}{3}S_{\text{平行四边形 } ABCD}$, 依据 $\square AMCN$ 的面积为 4, 即可得出结论.

刷有所得

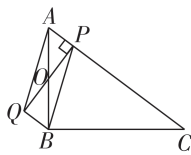
正 n ($n \geq 3$ 且 n 为整数) 边形的内角和为 $(n - 2) \cdot 180^\circ$, 正 n 边形的每个内角的度数为 $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$, 每个外角的度数为 $\frac{360^\circ}{n}$.

取最小值. 如图, 当 $OP \perp AC$ 时, OP 取最小值, 此时

$$\sin \angle BAC = \frac{OP}{AO} = \frac{BC}{AC}, \text{ 即 } \frac{OP}{3} =$$

$$\frac{8}{10}, \text{ 解得 } OP = \frac{12}{5}, \therefore \text{ 线段 } PQ \text{ 的最小值为}$$

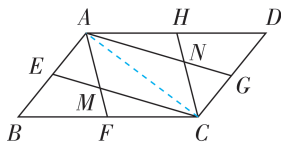
$$2OP = \frac{24}{5}. \text{ 故答案为 } \frac{24}{5}.$$



8. (1) 【证明】 \because 点 E, F, G, H 分别是 $\square ABCD$ 各边的中点, $\therefore AH \parallel CF$, $AD = BC$, $AH = \frac{1}{2}AD$,

$FC = \frac{1}{2}BC$, $\therefore AH = CF$, \therefore 四边形 $AFCH$ 是平行四边形, $\therefore AM \parallel CN$. 同理可得, 四边形 $AECG$ 是平行四边形, $\therefore AN \parallel CM$, \therefore 四边形 $AMCN$ 是平行四边形.

(2) 【解】如图所示, 连接 AC . $\because H, G$ 分别是 AD, CD 的中点, \therefore 点 N 是 $\triangle ACD$ 的



重心, $\therefore CN = 2HN$, $\therefore S_{\triangle ACN} = \frac{2}{3}S_{\triangle ACH}$. 又 $\because CH$ 是

$\triangle ACD$ 的中线, $\therefore S_{\triangle ACH} = \frac{1}{2}S_{\triangle ACD}$, $\therefore S_{\triangle ACN} =$

$\frac{1}{3}S_{\triangle ACD}$. 又 $\because AC$ 是 $\square AMCN$ 和 $\square ABCD$ 的对

角线, $\therefore S_{\triangle ACN} = \frac{1}{2}S_{\square AMCN}$, $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\square ABCD}$,

$\therefore S_{\square AMCN} = \frac{1}{3}S_{\square ABCD}$. 又 $\because \square AMCN$ 的面积为 4,

$\therefore \square ABCD$ 的面积为 12.

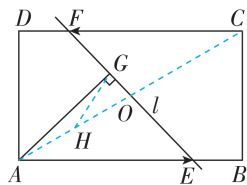
9. D 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, \therefore 当 $\angle A = 90^\circ$ 时, 平行四边形 $ABCD$ 是矩形, \therefore 选项 A 可以判定 $\square ABCD$ 为矩形, 故选项 A 不符合题意. \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB \parallel CD$, $\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$. 当 $\angle B = \angle C$ 时, $\angle B = \angle C = 90^\circ$, 此时 $\square ABCD$ 为矩形, \therefore 选项 B 可以判定 $\square ABCD$ 为矩形, 故选项 B 不符合题意. \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, \therefore 当 $AC = BD$ 时, 平行四边形 $ABCD$ 是矩形, \therefore 选项 C 可以判定 $\square ABCD$ 为矩形, 故选项 C 不符合题意. \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, \therefore 当 $AC \perp BD$ 时, 平行四边形 $ABCD$ 是菱形, \therefore 选项 D 不能判定 $\square ABCD$ 为矩形, \therefore 选项 D 符合题意. 故选 D.

10. C 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 为矩形, 对角线

AC, BD 相交于点 O , $\therefore OA = OB = OC = OD$.
 $\therefore \angle ABD = 60^\circ$, $\therefore \triangle OAB$ 为等边三角形,
 $\therefore OA = OB = AB = 2$, $\therefore OC = OA = 2$, $\therefore AC = OA + OC = 4$, 故选 C.

11. **B** 【解析】设 $A(a, b)$, $AB = m$, $AD = n$. \therefore 四边形 $ABCD$ 为矩形, $\therefore AD = BC = n$, $AB = CD = m$,
 $\therefore D(a, b+n)$, $B(a+m, b)$, $C(a+m, b+n)$.
 $\therefore \frac{b}{a+m} < \frac{b}{a} < \frac{b+n}{a}$, 且 $\frac{b}{a+m} < \frac{b+n}{a+m}$, \therefore 该矩形四个顶点中“特征值”最小的是点 B. 故选 B.

12. **D** 【解析】连接 AC 交 EF 于点 O , 取 OA 中点 H , 连接 GH , 如图所示. \therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形,



思路分析

连接 AC 交 EF 于点 O , 取 OA 中点 H , 连接 GH . 由勾股定理可求 AC 的长, 由“ASA”可证 $\triangle AOE \cong \triangle COF$, 可得 $AO = CO = 1$, 再由 $AG \perp EF$, H 是 OA 的中点可得点 G 的运动轨迹, 进而求解.

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$, $AB \parallel CD$, \therefore 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中,
 $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$, $\angle EAO = \angle FCO$, $\angle AEO = \angle CFO$. 在 $\triangle AOE$ 与 $\triangle COF$

中, $\begin{cases} \angle EAO = \angle FCO, \\ AE = CF, \\ \angle AEO = \angle CFO, \end{cases} \therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$,

$\therefore AO = CO = \frac{1}{2}AC = 1$. $\therefore AG \perp EF$, H 是 OA 的

中点, \therefore 在 $\text{Rt} \triangle AGO$ 中, $GH = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2}$,

\therefore 点 G 的轨迹为以 H 为圆心, $\frac{1}{2}$ 为半径长,

即 AO 为直径的圆弧, $\therefore AG$ 的最大值为 AO 的长, 即 AG 的最大值为 1. 故选 D.

13. $\frac{60}{13}$ 【解析】连接 OE . \therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle ABC = 90^\circ$, $BC = AD = 12$, $AO = CO = BO = DO$. $\therefore AB = 5$, $BC = 12$, $\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 13$, $\therefore OB = OC = \frac{13}{2}$, $\therefore S_{\triangle BOC} = S_{\triangle BOE} + S_{\triangle COE} = \frac{1}{2} \times OB \cdot EG + \frac{1}{2} \times OC \cdot EF = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 15$, $\therefore \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} EG + \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} EF = \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} (EG + EF) = 15$, $\therefore EG + EF = \frac{60}{13}$, 故答案为 $\frac{60}{13}$.

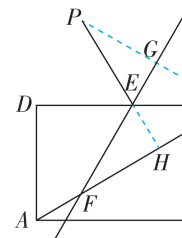
14. 3 或 9 【解析】①当点 P 在 AC 上方时, 如图 (1), PC 交直线 EF 于点 G , 延长 PE 交 AC 于点 H . 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 6$, $\angle CAD =$

60° , $\therefore \angle ACD = 30^\circ$, $\therefore AC = 2AD = 12$, $\therefore CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 6\sqrt{3}$. \therefore 点 E 是边 CD 的中点,
 $\therefore CE = \frac{1}{2}CD = 3\sqrt{3}$. \therefore 点 C 与点 P 关于直线

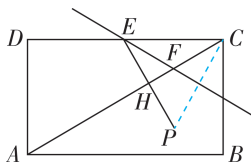
EF 对称, $\therefore PE = CE = 3\sqrt{3}$, $\angle EGC = \angle EGP = 90^\circ$. $\therefore PH \perp AC$, $\therefore \angle EHC = \angle EHF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CEH = 60^\circ$, $\therefore \angle PEC = 120^\circ$. $\therefore PE = CE$,
 $\therefore \angle CPE = \angle PCE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle PEC) = 30^\circ$.

$\therefore \angle PEG = \angle FEH$, $\angle EGP = \angle EHF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CPE = \angle EFC = 30^\circ$, $\therefore EF = EC$, $\therefore \triangle CEF$ 是等腰三角形, $\therefore CH = FH = \frac{1}{2}CF$. 在

$\text{Rt} \triangle CEH$ 中, $CE = 3\sqrt{3}$, $\angle HCE = 30^\circ$, $\therefore CH = CE \cdot \cos \angle HCE = 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}$, $\therefore CF = 2CH = 9$.



图(1)



图(2)

②当点 P 在 AC 下方时, 如图 (2). 设 PE 与 AC 的交点为 H . $\therefore PE \perp AC$, $\therefore \angle CHE = 90^\circ$. 同 ① 可知, $\angle ACD = 30^\circ$, $CE = 3\sqrt{3}$,
 $\therefore \angle CEP = 60^\circ$, $\therefore CH = CE \cdot \sin \angle CEH = 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}$. 由对称的性质得 $PE = CE$,
 $\therefore \triangle CEP$ 是等边三角形, $\therefore \angle P = 60^\circ$, $CE = PC = PE = 3\sqrt{3}$, $\angle HEF = 30^\circ$, $EH = PH = \frac{1}{2}PE = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $\therefore HF = EH \cdot \tan \angle PEF = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{2}$, $\therefore CF = CH - HF = 3$.

综上, CF 的长为 3 或 9. 故答案为 3 或 9.

15. (1) 【证明】 $\therefore D, E$ 分别为 AB, AC 的中点, $\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore DE \parallel BC$.
 $\therefore DG = FC$, \therefore 四边形 $DFCG$ 是平行四边形.
又 $\therefore DF \perp BC$, $\therefore \angle DFC = 90^\circ$,
 \therefore 平行四边形 $DFCG$ 是矩形.
(2) 【解】 $\therefore DF \perp BC$, $\therefore \angle DFB = 90^\circ$.
 $\therefore \angle B = 45^\circ$, $\therefore \triangle BDF$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore BF = DF = 3$. $\therefore DG = FC = 5$, $\therefore BC = BF +$

易错警示

注意分点 P 在 AC 上方和点 P 在 AC 下方两种情况讨论, 不要漏解.

$FC=3+5=8$. 由(1)可知, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 四边形 $DFCG$ 是矩形,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC = 4, CG = DF = 3, \angle G = 90^\circ,$$

$$\therefore EG = DG - DE = 5 - 4 = 1,$$

$$\therefore CE = \sqrt{CG^2 + EG^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

$$\therefore E \text{ 为 } AC \text{ 的中点}, \therefore AC = 2CE = 2\sqrt{10}.$$

16. (1) 【证明】如图(1),

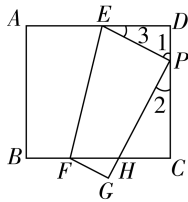
\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle A = \angle D = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ.$$

由折叠得 $\angle EPH = \angle A = 90^\circ$, $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 2.$$



图(1)

又 $\angle D = \angle C = 90^\circ$, $\therefore \triangle DEP \sim \triangle CPH$.

【解】(2) 如图(2), \therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore CD = AB = 2, AD = BC = 3, \angle A = \angle D = \angle C = 90^\circ. \therefore P \text{ 为 } CD \text{ 中点}, \therefore DP = CP = \frac{1}{2} \times 2 = 1.$$

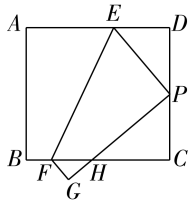
设 $EP = AE = x$, $\therefore ED = AD - AE = 3 - x$. 在 $\text{Rt}\triangle EDP$ 中, $EP^2 = ED^2 + DP^2$, 即 $x^2 =$

$$(3-x)^2 + 1, \text{ 解得 } x = \frac{5}{3}, \therefore EP = AE = \frac{5}{3},$$

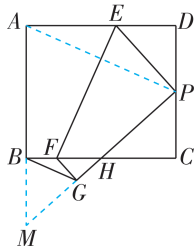
$$\therefore ED = AD - AE = \frac{4}{3}. \text{ 由(1)得 } \triangle DEP \sim$$

$$\triangle CPH, \therefore \frac{ED}{PC} = \frac{EP}{PH}, \therefore \frac{\frac{4}{3}}{1} = \frac{\frac{5}{3}}{PH}, \text{ 解得 } PH = \frac{5}{4}.$$

$$\therefore PG = AB = 2, \therefore GH = PG - PH = \frac{3}{4}.$$



图(2)



图(3)

(3) $AB = \sqrt{6}BG$. 理由: 如图(3), 延长 AB, PG 交于点 M , 连接 AP . 由折叠得 $AE = EP$, $\angle EPG = \angle BAE = 90^\circ$, $\therefore \angle EAP = \angle EPA$, $\therefore \angle BAP = \angle GPA$, $\therefore MA = MP$, $\therefore \triangle MAP$ 是等腰三角形. $\therefore P$ 为 CD 中点, \therefore 设 $DP = CP = y$, $\therefore AB = PG = CD = 2y$. $\therefore H$ 为 BC 中点, $\therefore BH = CH$. $\therefore \angle BHM = \angle CHP$, $\angle CBM = \angle PCH$, $\therefore \triangle MBH \cong \triangle PCH$ (ASA), $\therefore BM =$

刷有所得

遇中点, 常倍长中点所在的线段, 构造全等三角形.

思路分析

连接 AC 交 BD 于点 O , 过点 E 作 $EG \perp OD$ 于点 G , 利用菱形的性质得出 $AD = AB = 4\sqrt{5}$, $BO = OD = 8$, $AO \perp BD$, 进而得出 $AO = \sqrt{AD^2 - OD^2} = 4$, $EG \parallel AO$, 即可证明 $\triangle DEG \sim \triangle DAO$, 即可计算出 $EG = 2$, $DG = 4$, 即可求得 $FG = BD - BF - DG = 16 - 3 - 4 = 9$, 再利用勾股定理即可求解.

$$CP = y, HM = HP, \therefore MP = MA = MB + AB = 3y,$$

$$\therefore HP = \frac{1}{2}PM = \frac{3}{2}y.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle PCH \text{ 中}, CH = \sqrt{PH^2 - PC^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}y,$$

$$\therefore BC = 2CH = \sqrt{5}y, \therefore AD = BC = \sqrt{5}y,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle APD \text{ 中}, AP = \sqrt{AD^2 + PD^2} = \sqrt{6}y.$$

\therefore 由折叠易得 $AP \perp EF, BG \perp$ 直线 EF ,

$$\therefore BG \parallel AP, \therefore \triangle BMG \sim \triangle AMP,$$

$$\therefore \frac{BG}{AP} = \frac{BM}{AM} = \frac{1}{3}, \therefore BG = \frac{\sqrt{6}}{3}y,$$

$$\therefore \frac{AB}{BG} = \frac{2y}{\frac{\sqrt{6}}{3}y} = \sqrt{6}, \therefore AB = \sqrt{6}BG.$$

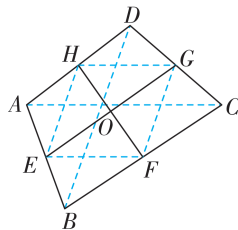
17. A 【解析】如图, 连接

$AC, BD, EF, FG, GH,$

EH . $\therefore G, H$ 分别是

CD, AD 的中点, $\therefore HG$ 是 $\triangle ACD$ 的中位线,

$$\therefore HG \parallel AC, HG = \frac{1}{2}AC.$$



$$\text{同理}, EF \parallel AC, EF = \frac{1}{2}AC, EH = \frac{1}{2}BD, \therefore HG \parallel$$

$EF, HG = EF, \therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

$$\therefore BD = AC, \therefore EH = EF,$$

\therefore 四边形 $EFGH$ 是菱形,

$\therefore EG$ 与 FH 互相垂直平分. 故选 A.

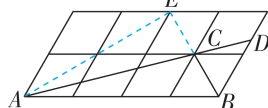
18. B 【解析】如图, 延

长 BC 交格点于 E ,

连接 AE . 由题意可

得, $AE \perp BE, AE = 4\sqrt{3}, EC = 2, \therefore \tan \angle BCD =$

$$\tan \angle ACE = \frac{AE}{EC} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}, \text{ 故选 B.}$$



19. C 【解析】结合图象, 可得当 $x = 0$ 时, $PO =$

$AO = 4$, 当点 P 运动到点 B 时, $PO = BO = 2$.

在菱形 $ABCD$ 中, $AC \perp BD, \therefore \angle AOB =$

$$\angle BOC = 90^\circ, \therefore AB = BC = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 2\sqrt{5}.$$

当点 P 运动到 BC 中点时, PO 的长为 $\frac{1}{2}BC =$

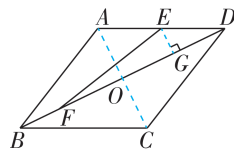
$$\sqrt{5}, \text{ 故选 C.}$$

20. $\sqrt{85}$ 【解析】连接 AC

交 BD 于点 O , 过点 E

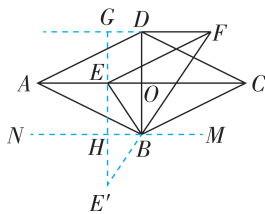
作 $EG \perp OD$ 于点 G , 如

图. \therefore 四边形 $ABCD$ 是



菱形, $\therefore AD = AB = 4\sqrt{5}$, $BO = OD = \frac{1}{2}BD = 8$,
 $AO \perp BD$, $\therefore AO = \sqrt{AD^2 - OD^2} = 4$, $EG \parallel AO$,
 $\therefore \triangle DEG \sim \triangle DAO$, $\therefore \frac{DE}{AD} = \frac{EG}{AO} = \frac{DG}{OD}$. $\therefore E$ 是
 AD 的中点, $\therefore \frac{DE}{AD} = \frac{EG}{AO} = \frac{DG}{OD} = \frac{1}{2}$, $\therefore EG = 2$,
 $DG = 4$, $\therefore FG = BD - BF - DG = 16 - 3 - 4 = 9$,
 $\therefore EF = \sqrt{FG^2 + EG^2} = \sqrt{9^2 + 2^2} = \sqrt{85}$. 故答案为
 $\sqrt{85}$.

21. $\sqrt{13}$ 【解析】如图,过点 B 作 AC 的平行线 MN ,作点 E 关于 MN 的对称点 E' ,连接 BE' , $E'F$. 由对称性得 $BE = BE'$, $\therefore BE + BF = BE' + BF \geq E'F$, \therefore 点 E', B, F 共线时, $BE' + BF$ 取得最小值,为 $E'F$ 的长. 设 AC 与 BD 的交点为 O , EE' 交 MN 于点 H , 延长 $E'E$ 交 FD 的延长线于点 G . 在菱形 $ABCD$ 中, $AC = 4$, $BD = 2$, $\therefore AO = \frac{1}{2}AC = 2$, $BO = DO = \frac{1}{2}BD = 1$, $AC \perp BD$. $\therefore AC \parallel MN$, $EH \perp HB$, $\therefore AC \perp GH$, $\therefore \angle OEH = \angle EOB = \angle EHB = 90^\circ$, \therefore 四边形 $EOBH$ 是矩形, $\therefore E'H = EH = OB = 1$. \therefore 四边形 $DAEF$ 为平行四边形, $\therefore DF = AE$, $DF \parallel AC$, $\therefore GD \perp DO$, $\therefore \angle GDO = \angle DOE = \angle GEO = 90^\circ$, \therefore 四边形 $DOEG$ 是矩形, $\therefore GD = EO$, $GE = DO = 1$, $\therefore GF = GD + DF = EO + AE = AO = 2$, $GE' = GE + EH + E'H = 3$, $\therefore E'F = \sqrt{GF^2 + GE'^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$, 即 $BE + BF$ 的最小值为 $\sqrt{13}$, 故答案为 $\sqrt{13}$.

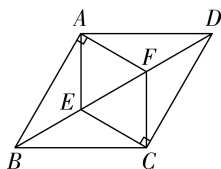


22. (1) 【证明】 $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle ABF = \angle CDE$.
 $\because AF \perp AB$, $CE \perp CD$, $\therefore \angle BAF = \angle DCE = 90^\circ$. $\because BE = EF = FD$, $\therefore BE + EF = FD + EF$, 即 $BF = DE$. 在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABF = \angle CDE, \\ \angle BAF = \angle DCE = 90^\circ, \\ BF = DE, \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE$ (AAS).
(2) 【解】四边形 $AECF$ 是菱形. 理由如下: 如图. $\because \angle ABD = 30^\circ$, $AB \parallel CD$, $\therefore \angle CDB =$

$\angle ABD = 30^\circ$. $\therefore BE = EF$, $\angle BAF = 90^\circ$,
 $\therefore AE = \frac{1}{2}BF$.

在 $Rt \triangle ABF$ 中, $\angle ABD = 30^\circ$, $\therefore AF = \frac{1}{2}BF$, $\therefore AE = AF = \frac{1}{2}BF$, 同理 $CE = CF = \frac{1}{2}DE$. 由 (1) 知, $BF = DE$, $\therefore AE = AF = CE = CF$, \therefore 四边形 $AECF$ 是菱形.

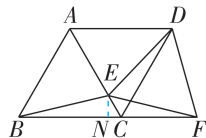


23. (1) 【证明】设 CD 与 EF 相交于点 M .
 \because 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\therefore BC = DC$, $\angle BCE = \angle DCE$, $AB \parallel CD$. $\therefore \angle ABC = 60^\circ$, $\therefore \angle DCF = 60^\circ$. 在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle DCE$ 中,
$$\begin{cases} BC = DC, \\ \angle BCE = \angle DCE, \\ CE = CE, \end{cases}$$
 $\therefore \triangle BCE \cong \triangle DCE$ (SAS), $\therefore \angle CBE = \angle CDE$, $BE = DE$. $\because \angle DMF = \angle DEF + \angle CDE = \angle DCF + \angle CFE$, $\angle DEF = \angle DCF = 60^\circ$, $\therefore \angle CDE = \angle CFE$, $\therefore \angle CBE = \angle CFE$, $\therefore BE = EF$.

(2) 【解】过点 E 作 $EN \perp BC$ 于 N , 如图, 则 $\angle ENC = 90^\circ$.

$\because BE = EF$, $\therefore BF = 2BN$.

\because 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 60^\circ$,



$\therefore BC = AB = 10$ cm, $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle BCD = 60^\circ$,

即 $\angle ECN = 60^\circ$. $\therefore CE = 2x$ cm, $\therefore EN = CE \cdot$

$\sin 60^\circ = 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}x$ (cm), $CN = CE \cdot$

$\cos 60^\circ = 2x \cdot \frac{1}{2} = x$ (cm), $\therefore BN = BC - CN =$

$(10 - x)$ cm, $\therefore BF = 2(10 - x)$ cm, $\therefore y = \frac{1}{2}BF \cdot$

$EN = \frac{1}{2} \times 2(10 - x) \times \sqrt{3}x = -\sqrt{3}x^2 + 10\sqrt{3}x$.

$\therefore 0 < 2x \leq 10$, $\therefore 0 < x \leq 5$,

$\therefore y = -\sqrt{3}x^2 + 10\sqrt{3}x$ ($0 < x \leq 5$).

(3) 【解】 $\because BE = DE$, $BE = EF$, $\therefore DE = EF$.

$\because \angle DEF = 60^\circ$, $\therefore \triangle DEF$ 为等边三角形, $\therefore DE = DF = EF$, $\therefore BE = DF$, \therefore 线段 DF 的长度最短, 即 BE 的长度最短, 当 $BE \perp AC$ 时, BE 最短. \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AB =$

关键点拔

过点 B 作 AC 的平行线 MN , 作点 E 关于 MN 的对称点 E' , 连接 BE' , $E'F$, 得到 E', B, F 三点共线时, $BE + BF = BE' + BF$ 取得最小值, 是解题关键.

关键点拔

(3) 证明 $\triangle DEF$ 是等边三角形, 得出 $DF = EF$, 由 (1) 知 $BE = EF$, 推得 $DF = BE$, 从而得出当 BE 最短时, DF 最短, 即 $BE \perp AC$ 时, 线段 DF 的长度最短.

BC . $\because \angle ABC = 60^\circ$, $\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形,
 $\therefore AB = AC = 10$ cm.

$\because BE \perp AC$, $\therefore CE = \frac{1}{2}AC = 5$ cm, $\therefore x = \frac{5}{2}$,

\therefore 当 $x = \frac{5}{2}$ 时, 线段 DF 的长度最短.

24. D 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore AB = AD$, $\angle ABE = \angle ADF = 90^\circ$. 在 $\triangle ABE$

和 $\triangle ADF$ 中, $\begin{cases} AB = AD, \\ \angle ABE = \angle ADF, \\ BE = DF, \end{cases} \therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF$ (SAS), $\therefore AE = AF$. $\therefore AM$ 平分 $\angle EAF$,

$\therefore \angle EAM = \angle FAM$. 在 $\triangle AEM$ 和 $\triangle AFM$ 中,

$\begin{cases} AE = AF, \\ \angle EAM = \angle FAM, \\ AM = AM, \end{cases} \therefore \triangle AEM \cong \triangle AFM$ (SAS),

$\therefore EM = FM$. \because 四边形 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形, $\therefore BC = CD = 4$, $\angle BCD = 90^\circ$, $\therefore CE = BC - BE = 4 - 1 = 3$. 设 $DM = x$, 则 $MC = CD - DM = 4 - x$, $EM = FM = FD + DM = 1 + x$. 在 $Rt\triangle MCE$ 中, 根据勾股定理, 得 $EM^2 = MC^2 + CE^2$, 即 $(1+x)^2 = (4-x)^2 + 3^2$, 解得 $x = \frac{12}{5}$. 故

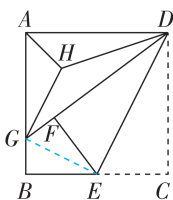
选 D.

25. A 【解析】如图, 连接 GE .

\because 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $\therefore \angle B = \angle C = \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$, $AB = BC = CD = DA = 2$. \because 点 E 是 BC 边的中点, $\therefore BE = CE = 1$. \because 将 $\triangle DCE$ 沿直线 DE 翻折得 $\triangle DFE$, $\therefore \angle EFD = \angle C = 90^\circ$, $CE = FE = BE = 1$, $DC = DF = 2$, $\therefore \angle GFE = \angle GBE = 90^\circ$. $\because GE = GE$, $\therefore Rt\triangle EFG \cong Rt\triangle EBG$ (HL), $\therefore GF = GB$. 设 $GB = GF = x$, 则 $AG = 2 - x$, $DG = 2 + x$. 在 $Rt\triangle AGD$ 中, 根据勾股定理可得 $AG^2 + AD^2 = DG^2$, 即 $(2-x)^2 + 2^2 = (2+x)^2$, 解得 $x = \frac{1}{2}$,

$\therefore DG = \frac{5}{2}$, $AG = \frac{3}{2}$. $\therefore \angle ADG$ 和 $\angle DAG$ 的平分线 DH , AH 相交于点 H , \therefore 点 H 到 AD , AG , GD 的距离相等, $\therefore S_{\triangle GDH} = \frac{GD}{GD+AG+AD} \cdot$

$$S_{\triangle ADG} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2} + \frac{3}{2} + 2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{5}{8}, \text{ 故选 A.}$$



归纳总结

对角线互相垂直的四边形的面积等于它的两条对角线长的乘积的一半.

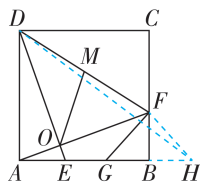
思路分析

过点 F 作 $FM \perp BC$, $FN \perp AB$, 垂足分别为 M, N , 连接 AM , 则易得 $AB \parallel FM$, 再根据平行线间的距离处处相等得出 $FN = BM$, 继而得出 $S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ABM}$, 通过解直角三角形得出 $BM = \frac{3}{4}$, 即可求解.

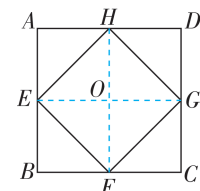
26. B 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD = AB$, $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$. 又 $\because AE = BF$, $\therefore \triangle ADE \cong \triangle BAF$

(SAS), $\therefore \angle ADE = \angle BAF$, $\therefore \angle DOF = \angle ADO + \angle DAO = \angle BAF + \angle DAO = \angle DAB = 90^\circ$, $\therefore \triangle DOF$ 是直角三角形. \because 点 M 是 DF 的中点, $\therefore OM = \frac{1}{2}DF$. 如图所示, 在 AB 延长线上截取 $BH = BG$, 连接 FH, DH . $\because \angle FBG = \angle FBH = 90^\circ$, $FB = FB$, $BG = BH$, $\therefore \triangle FBG \cong \triangle FBH$ (SAS), $\therefore FH = FG$, $\therefore OM + \frac{1}{2}FG = \frac{1}{2}DF + \frac{1}{2}HF = \frac{1}{2}(DF + HF)$, \therefore 当 H, D, F 三点共线时, $DF + HF$ 有最小值, 即此时 $OM + \frac{1}{2}FG$ 有最小值, 最小值即为 DH 的长的一半. $\because AG = 2GB$, $AB = 6$, $\therefore BH = BG = 2$, $\therefore AH = 8$. 在 $Rt\triangle ADH$ 中, 由勾股定理得 $DH = \sqrt{AD^2 + AH^2} = 10$, $\therefore OM + \frac{1}{2}FG$ 的最小值为 5. 故选 B.

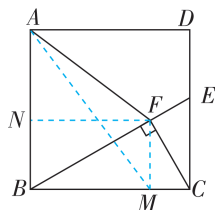


27. 2 【解析】如图, 连接 HF , EG 交于点 O . \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, 且面积为 4, $\therefore AB \perp BC$, $AB = BC = 2$. $\because H, F$ 分别为边 AD, BC 的中点, \therefore 易得 $AB = HF = 2$, $AB \parallel HF$. 同理可得 $BC = EG = 2$, $BC \parallel EG$. $\because AB \perp BC$, $\therefore HF \perp EG$, \therefore 四边形 $EFGH$ 的面积是 $\frac{1}{2}EG \times HF = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$. 故答案为 2.



28. $\frac{3}{8}$ 【解析】如图, 过点 F 作 $FM \perp BC$, $FN \perp AB$, 垂足分别为 M, N , 连接 AM , 则 $\angle FMC = 90^\circ$. \because 四边形 $ABCD$ 为正方形, $\therefore \angle ABC = 90^\circ$, $\therefore \angle ABC = \angle FMC$, $\therefore AB \parallel FM$, $\therefore FN = BM$.

$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2}AB \cdot FN$, $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2}AB \cdot BM$, $\therefore S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ABM}$. $\therefore CF \perp$



$BE, AB = 1 = BC, \angle EBC = 30^\circ, \therefore \angle BCF = 60^\circ, CF = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2}, \therefore \angle CFM = 90^\circ - \angle BCF = 30^\circ, \therefore CM = \frac{1}{2} CF = \frac{1}{4}, \therefore BM = BC - CM = \frac{3}{4}, \therefore S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8},$ 故答案为 $\frac{3}{8}$.

29. (1) 2 (2) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ 【解析】(1) \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore OA = OC = OD = OB, \angle DOC = 90^\circ$. 在 $\text{Rt} \triangle DOC$ 中, $OD^2 + OC^2 = DC^2$. $\because DC = 3\sqrt{2}, \therefore OD = OC = OA = OB = 3. \therefore OE = 5, \therefore AE = OE - OA = 5 - 3 = 2$. 故答案为 2.

关键点拨

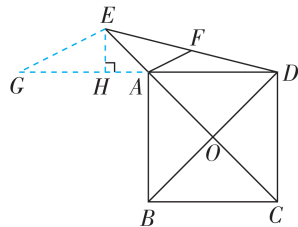
(2) 作辅助线, 构造三角形中位线是解题关键.

(2) 延长 DA 到点 G , 使 $AG = AD$, 连接 EG , 过 E 点向 AG 作垂线, 垂足为 H , 如图所示.

$\because F$ 为 DE 的中点, A 为 GD 的中点, $\therefore AF$ 为 $\triangle DGE$ 的中位线. 在 $\text{Rt} \triangle EAH$ 中, $\angle EAH = \angle DAC = 45^\circ, \therefore AH = EH$.

$\because AH^2 + EH^2 = AE^2, \therefore AH = EH = \sqrt{2}, \therefore GH = AG - AH = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$. 在 $\text{Rt} \triangle EHG$ 中, $EG^2 = EH^2 + GH^2 = 2 + 8 = 10, \therefore EG = \sqrt{10}$. $\because AF$ 为 $\triangle DGE$ 的中位线, $\therefore AF = \frac{1}{2} EG = \frac{\sqrt{10}}{2}$. 故

答案为 $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

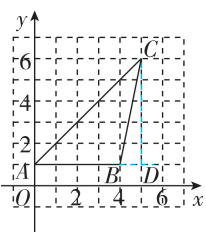


(十) 锐角三角函数

刷考点

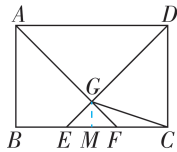
1. **A** 【解析】 $\tan 45^\circ - \sqrt{2} \cos 45^\circ = 1 - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$, 故选 A.
2. **D** 【解析】在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, AB = 13, BC = 5$, 则 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}$, 故选 D.
3. **D** 【解析】 \because 小正方形的面积为 1, 大正方形的面积为 25, \therefore 小正方形的边长为 1, 大正方形的边长为 5. 设直角三角形较短的直角边长为 a , 则较长的直角边长为 $a+1$, 其中 $a > 0$. 由勾股定理得 $a^2 + (a+1)^2 = 5^2$, 解得 $a_1 = 3, a_2 = -4$ (舍去), $\therefore a+1 = 4, \therefore \cos \alpha = \frac{4}{5}$, 故选 D.

4. **C** 【解析】如图, 过 C 作 $CD \perp AB$ 交 AB 延长线于 D . $\because A(0, 1), B(4, 1), C(5, 6), \therefore D(5, 1), \therefore CD = 6 - 1 = 5, AD = 5, \therefore AC = 5\sqrt{2}, \therefore \sin \angle BAC = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 故选 C.



5. **B** 【解析】过点 G 作 $GM \perp BC$ 于点 M , 如图. $\because E, F$ 是 BC 的三等分点, $\therefore BE = EF = CF = \frac{1}{3} BC = 4, \therefore BF = BE + EF = 8, \therefore AB = BF = 8. \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore AB = CD = 8, \angle B =$

$\angle DCB = 90^\circ, \therefore \triangle ABF$ 是等腰直角三角形, $\therefore \angle BFA = 45^\circ$. 同理可得, $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形, $\therefore \angle CED = 45^\circ, \therefore \angle BFA = \angle CED = 45^\circ, \therefore GE = GF, \angle EGF = 90^\circ. \therefore GM \perp EF, \therefore GM = EM = FM = \frac{1}{2} EF = 2, \therefore CM = CF + MF = 4 + 2 = 6$. 在



$\text{Rt} \triangle GMC$ 中, $\tan \angle GCF = \frac{GM}{CM} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. 故选 B.

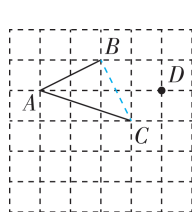
关键点拨

求得 $\angle OAC = 60^\circ$ 是解题的关键.

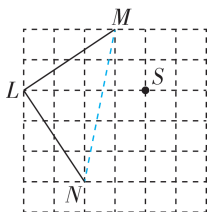
6. $\frac{\pi}{3}$ 【解析】 $\because \odot A, \odot B$ 分别与 x 轴相切于点 C 和点 D , 半径为 1, $\therefore AC \perp x$ 轴, $BD \perp x$ 轴, $AC = BD = 1, \therefore A$ 点的纵坐标为 1. 把 $y = 1$ 代入 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$, 得 $x = \sqrt{3}, \therefore A(\sqrt{3}, 1), \therefore OC = \sqrt{3}, \therefore \tan \angle OAC = \frac{OC}{AC} = \sqrt{3}, \therefore \angle OAC = 60^\circ, \therefore$ 第一象限中阴影部分图形 (扇形) 的面积为 $\frac{60\pi \times 1^2}{360} = \frac{\pi}{6}$. 同理, 第三象限中阴影部分图形 (扇形) 的面积为 $\frac{\pi}{6}, \therefore S_{\text{阴影部分}} = \frac{\pi}{3}$. 故答案为 $\frac{\pi}{3}$.

7. 【解】(1) 如图 (1), 连接 BC . 由题意, 得 $\tan \alpha = \tan \angle BAD = \frac{1}{2}, \tan \beta = \tan \angle CAD = \frac{1}{3},$

$\therefore \angle \alpha = \angle BAD, \angle \beta = \angle CAD. \because AB = BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}, AC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, \therefore AB^2 + BC^2 = AC^2, \therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 且 $\angle ABC = 90^\circ, \therefore \angle BAC = 45^\circ, \therefore \angle \alpha + \angle \beta = 45^\circ$.



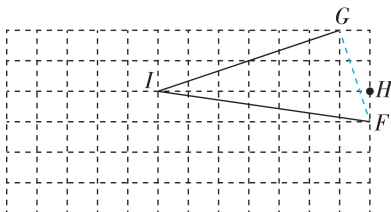
图(1)



图(2)

(2) 如图(2), 在边长为 1 的正方形网格中画出 $\angle MLS$ 和 $\angle NLS$ (点 M, L, N, S 都在格点上), 连接 MN . 由题意, 得 $\tan \alpha = \tan \angle MLS = \frac{2}{3}, \tan \beta = \tan \angle SLN = \frac{3}{2}, \therefore \angle \alpha = \angle MLS, \angle \beta = \angle SLN. \because LM = LN = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}, MN = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}, \therefore ML^2 + NL^2 = MN^2, \therefore \triangle LMN$ 是等腰直角三角形, 且 $\angle MLN = 90^\circ, \therefore \angle \alpha + \angle \beta = \angle MLS + \angle SLN = \angle MLN = 90^\circ$, 故答案为 90° .

(3) 如图(3), 在边长为 1 的正方形网格中画出 $\angle GIH$ 和 $\angle HIF$ (点 G, I, F, H 都在格点上), 连接 GF . 由题意, 得 $\tan \alpha = \tan \angle GIH = \frac{1}{3}, \tan \beta = \tan \angle HIF = \frac{1}{7}, \therefore \angle \alpha = \angle GIH, \angle \beta = \angle HIF. \because \angle \alpha + \angle \beta = \angle \theta, \therefore \angle \theta = \angle GIH + \angle HIF = \angle GIF. \because IG = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}, GF = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, IF = \sqrt{1^2 + 7^2} = 5\sqrt{2}, \therefore IG^2 + GF^2 = IF^2, \therefore \triangle IGF$ 是直角三角形, 且 $\angle IGF$ 是直角, $\therefore \tan \theta = \tan \angle GIF = \frac{GF}{IG} = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{2}$.



图(3)

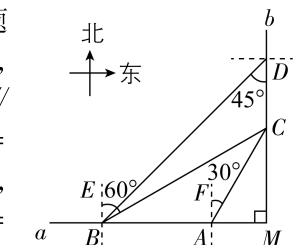
8. B 【解析】由题意得, 四边形 $ACDE$ 是矩形, $\therefore CD = AE = n, \therefore BC = BD - CD = m - n$. 由题意得, $\angle ACB = 90^\circ, \angle BAC = \alpha, \therefore \sin \alpha = \frac{BC}{AB}, \therefore AB = \frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{m-n}{\sin \alpha}$, 即 A, B 两点之间的距离为 $\frac{m-n}{\sin \alpha}$ 米. 故选 B.

思路分析

延长 AN 交 BC 的延长线于点 E , 设 $DN = x$ cm, 则 $CN = CD - DN = (9 - x)$ cm, 先根据水的体积不变建立方程, 解方程可得 x 的值, 再根据平行线的性质可得 $\angle DAN = \angle AEF = \alpha$, 然后根据正切的定义计算即可.

9. $15\sqrt{3}$ m 【解析】 \because 迎水坡 AB 的斜面坡度 $i = 1 : \sqrt{2}, \therefore BC : AC = 1 : \sqrt{2}. \because BC = 15$ m, $\therefore AC = 15\sqrt{2}$ m. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{15^2 + (15\sqrt{2})^2} = 15\sqrt{3}$ (m), 故答案为 $15\sqrt{3}$ m.

10. $\frac{4}{9}$ 【解析】如图, 延长 AN 交 BC 的延长线于点 E . 由题意得 $AD = BC = CD = 9$ cm, $\angle D = 90^\circ, AD \parallel BC, AN \parallel FG$. 设 $DN = x$ cm, 则 $CN = CD - DN = (9 - x)$ cm. \because 密封透明正方体容器水平放置在桌面上与放在坡角为 α 的斜坡上, 容器里水的体积不变, 且放在坡角为 α 的斜坡上时, 水的体积等于长为 9 cm、宽为 9 cm、高为 $(9 - x)$ cm 的长方体的体积与长为 9 cm、宽为 9 cm、高为 x cm 的长方体的体积的一半之和, $\therefore 9 \times 9 (9 - x) + \frac{1}{2} \times 9 \times 9 x = 9 \times 9 \times 7$, 解得 $x = 4$, 即 $DN = 4$ cm. $\because AN \parallel FG, \therefore \angle AEF = \angle F = \alpha. \because AD \parallel BC, \therefore \angle DAN = \angle AEF = \alpha, \therefore \tan \alpha = \tan \angle DAN = \frac{DN}{AD} = \frac{4}{9}$, 故答案为 $\frac{4}{9}$.



11. 【解】(1) 如图, 由题意可得 $\angle CBE = 60^\circ, \angle CAF = 30^\circ, BE \parallel AF \parallel DM, \therefore \angle BCM = \angle CBE = 60^\circ, \angle ACM = \angle CAF = 30^\circ, \therefore \angle ACB = \angle BCM - \angle ACM = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$. (2) 如图. $\because \angle CBE = 60^\circ, \therefore \angle CBM = 90^\circ - \angle CBE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. 由(1)得 $\angle ACB = 30^\circ, \therefore \angle ABC = \angle ACB, \therefore AB = AC. \because AB = 800, \therefore AC = 800$. 在 $\text{Rt} \triangle ACM$ 中, $\sin \angle ACM = \frac{AM}{AC}, \cos \angle ACM = \frac{CM}{AC}, \therefore AM = AC \cdot \sin \angle ACM = 800 \times \sin 30^\circ = 800 \times \frac{1}{2} = 400, CM = AC \cdot \cos \angle ACM = 800 \times \cos 30^\circ = 800 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 400\sqrt{3}, \therefore BM = BA + AM = 800 + 400 = 1200. \because \angle BDM = 45^\circ, \angle BMD = 90^\circ, \therefore \angle DBM = 45^\circ, \therefore DM = BM = 1200, \therefore DC = DM - CM = 1200 - 400\sqrt{3}, \therefore$ 景点 C 与景点 D 之间的距离为 $(1200 - 400\sqrt{3})$ m.

(十一) 圆

刷考点

1. **C** 【解析】根据题意,得 $\angle A$ 和 $\angle BOC$ 分别是

\widehat{BC} 所对的圆周角和圆心角, $\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC$.

$\therefore \angle A = 45^\circ, \therefore \angle BOC = 2\angle A = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$. 故选 C.

2. **A** 【解析】 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$. $\because \angle CDB = 60^\circ, \therefore \angle CAB = \angle CDB = 60^\circ, \therefore \angle ABC = 90^\circ - \angle CAB = 30^\circ$. 故选 A.

3. **C** 【解析】如图,连接 BD .

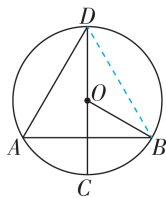
$\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径, AB 是

弦, $AB \perp CD, \therefore \widehat{AC} = \widehat{BC},$

$\therefore \angle ADC = \angle BDC = 30^\circ,$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BDC = 60^\circ$. 故

选 C.



4. **66°** 【解析】 $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\widehat{BC} = \widehat{BD},$

$\therefore AB \perp CD$, 即 $\angle A + \angle ACD = 90^\circ$. $\because \widehat{BC} = \widehat{BC}, \therefore \angle A = \angle CDB = 24^\circ, \therefore \angle ACD = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$. 故答案为 66° .

5. **26** 【解析】如图,连接

OA , 设 $\odot O$ 的半径是 r 寸.

\because 直径 $CD \perp AB, \therefore AE =$

$\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ (寸).

$\because CE = 1$ 寸, $\therefore OE = (r - 1)$ 寸. $\because OA^2 = OE^2 + AE^2, \therefore r^2 = (r - 1)^2 + 5^2, \therefore r = 13, \therefore$ 直径 CD 的长度为 26 寸. 故答案为 26.

6. **C** 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O,$

$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ. \because \angle ABC = 70^\circ,$

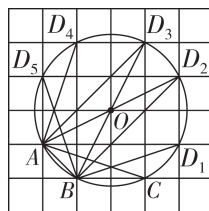
$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ. \because \widehat{AB} = \widehat{BC},$

$\therefore \angle ADB = \angle BDC, \therefore \angle BDC = 110^\circ \times \frac{1}{2} = 55^\circ,$

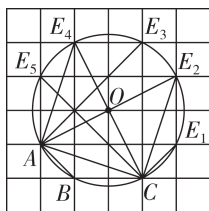
故选 C.

7. 【解】(1) 如图(1), $\angle AD_1B$ 即为所求(答案不唯一,用其余的格点 D_2, D_3, D_4, D_5 画出的 $\angle ADB$ 均符合题意).

(2) 如图(2), $\angle AE_1C$ 即为所求(答案不唯一,用其余的格点 E_2, E_3, E_4, E_5 画出的 $\angle AEC$ 均符合题意).



图(1)

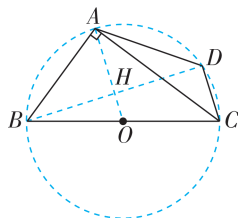


图(2)

8. 【解】(1) 依题意, 四边形①、四边形②和四边形④没有对角互补, 不是圆的内接四边形, 四边形③对角互补且有一组邻边相等, \therefore 是邻等内接四边形, 故答案为③.

(2) $\because \angle BAC = 90^\circ, AB = 3, AC = 4, \therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5. \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是邻等内接四边形, $\angle BAC = 90^\circ, \therefore A, B, C, D$ 四点共圆, 且 BC 为直径. 如图, 把 BC 的中点记为点 O , 则 A, B, C, D 四点在 $\odot O$ 上, 连接 BD, AO , 相交于点 $H. \because BC = 5, \therefore BO =$

$OA = OC = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$. 设 $OH = x$, 则 $AH = \frac{5}{2} - x$.



$\because AB = AD, \therefore \widehat{AB} = \widehat{AD},$

$\therefore AO \perp BD, BH = DH$. 在 $\text{Rt} \triangle ABH$ 中, $BH^2 = AB^2 - AH^2$, 在 $\text{Rt} \triangle BOH$ 中, $BH^2 = BO^2 - OH^2,$

$\therefore BO^2 - OH^2 = AB^2 - AH^2, \therefore \left(\frac{5}{2}\right)^2 - x^2 = 3^2 -$

$\left(\frac{5}{2} - x\right)^2$, 解得 $x = 0.7$, 即 $OH = 0.7, \therefore AH =$

$2.5 - 0.7 = 1.8, \therefore BH = \sqrt{3^2 - 1.8^2} = 2.4,$

$\therefore BD = 2.4 \times 2 = 4.8. \because BC$ 是直径, $\therefore \angle BDC = 90^\circ. \because BH = DH, BO = OC, \therefore OH$ 是 $\triangle BDC$ 的

中位线, $\therefore DC = 2HO = 1.4, \therefore S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}BD \cdot$

$DC = \frac{1}{2} \times 4.8 \times 1.4 = 3.36, S_{\triangle BDA} = \frac{1}{2}BD \cdot AH =$

$\frac{1}{2} \times 4.8 \times 1.8 = 4.32, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积

为 $S_{\triangle BDC} + S_{\triangle BDA} = 3.36 + 4.32 = 7.68$.

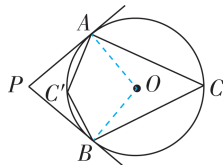
9. **D** 【解析】如图, 连接

$OA, OB. \because PA, PB$ 分别

与 $\odot O$ 相切于 A, B 两点,

$\therefore OA \perp PA, OB \perp PB,$

$\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ, \therefore \angle AOB = 360^\circ - \angle OAP - \angle OBP - \angle P = 100^\circ$. 当点 C 在优弧



思路分析

先根据垂径定理得到 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$, 进而得到 $\angle ADC = \angle BDC = 30^\circ$, 再根据圆周角定理即可得到 $\angle BOC = 60^\circ$.

关键点拨

(1) 利用圆周角定理的推论作出图形;

(2) 利用圆内接四边形的性质作出图形.

ACB 上时, $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$;
当点 C' 在劣弧 AB 上时, $\angle AC'B = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$. 综上所述, $\angle ACB$ 的度数是 50° 或 130° ,
故选 D.

10. $2\sqrt{7}$ 【解析】如图,

连接 MP, MQ . 设直线 $y = x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B .

$\therefore PQ$ 是 $\odot M$ 的切线, $\therefore MQ \perp PQ, \therefore PQ = \sqrt{PM^2 - MQ^2} = \sqrt{PM^2 - 4}$, \therefore 当 PM 的值最小时, PQ 的值最小, \therefore 当 $MP \perp AB$ 时, MP 的值最小, 此时 PQ 的值最小. 易知 $A(-4, 0), B(0, 4), \therefore OA = OB = 4, \therefore \angle BAO = 45^\circ, AM = 8$. 当 $MP \perp AB$ 时, $MP = AM \cdot \sin \angle BAO = 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}, \therefore PQ$ 的最小值为 $\sqrt{(4\sqrt{2})^2 - 4} = 2\sqrt{7}$, 故答案为 $2\sqrt{7}$.

11. $2\sqrt{2} \leq t \leq 4 + 2\sqrt{2}$ 【解析】如图, 设半径为 2 的 $\odot O$ 与角的两边相切于 M, N , 连接 OM, ON , 延长 NO 交 CB 于 D , $\therefore \angle CND = \angle OMD = 90^\circ. \therefore \angle ACB = 45^\circ, \therefore \triangle CND$ 是等腰直角三角形, $\therefore \angle CDN = 45^\circ, \therefore \triangle OMD$ 是等腰直角三角形. $\therefore ON = OM = 2, \therefore OD = 2\sqrt{2}, \therefore CN = DN = 2 + 2\sqrt{2}$. 如图 (1), 延长 EP 交 CB 于 Q . $\therefore EQ \perp AC, PF \perp BC, \therefore \angle CEQ = \angle PFQ = 90^\circ. \therefore \angle ACB = 45^\circ, \therefore \angle EQC = 45^\circ, \therefore \triangle ECQ$ 与 $\triangle PFQ$ 是等腰直角三角形, $\therefore CE = EQ, PQ = \sqrt{2}PF, \therefore t = PE + \sqrt{2}PF = PE + PQ = EQ$. 当 EQ 与 $\odot O$ 相切且点 P 在圆心的右侧时, t 有最大值. 连接 OP , 则四边形 $ENOP$ 是正方形, $\therefore EN = OP = 2, \therefore t$ 的最大值为 $EQ = CE = CN + EN = 2 + 2\sqrt{2} + 2 = 4 + 2\sqrt{2}$. 如图 (2), 延长 EP 交 CB 于 Q , 当 EQ 与 $\odot O$ 相切且点 P 在圆心的左侧时, t 有最小值. 连接 OP , 同理可得 $t = PE + \sqrt{2}PF = PE + PQ = EQ = CE = CN - EN = 2\sqrt{2}$, 故 t 的取值范围是 $2\sqrt{2} \leq t \leq 4 + 2\sqrt{2}$. 故答案为 $2\sqrt{2} \leq t \leq 4 + 2\sqrt{2}$.

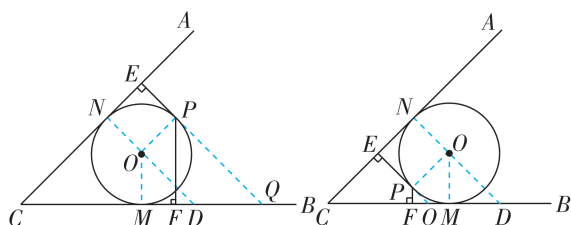


图 (1)

图 (2)

思路分析

连接 MP, MQ , 根据切线的性质得到 $MQ \perp PQ$, 根据勾股定理得到 $PQ = \sqrt{PM^2 - 4}$, 则 PM 的值最小时, PQ 的值最小, 再根据垂线段最短计算即可.

思路分析

(1) 连接 OB , 先证出 $\text{Rt} \triangle DEB \cong \text{Rt} \triangle FDA$, 得到 $\angle 3 = \angle 4$, 再根据 $OA = OB$, 得到 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$, 进而得出 $\angle OBP = 90^\circ$, 即可得出结论.

12. (1) $\sqrt{2}$ 【解析】由勾股定理可知 $PA = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, 故答案为 $\sqrt{2}$.

(2) 如图 (1), 直线 PA 与射线 BC 的交点为 M ; 取圆与网格线的交点 D 和 E , 连接 DE ; 取格点 F , 连接 AF , 与 DE 相交于点 O ; 连接 BO 并延长, 与 AC 相交于点 G , 与直线 PA 相交于点 H ; 连接 CH 并延长, 与网格线相交于点 I , 连接 AI , 与网格线相交于点 J ; 连接 GJ , 与线段 BA 的延长线相交于点 N , 则点 M, N 即为所求.

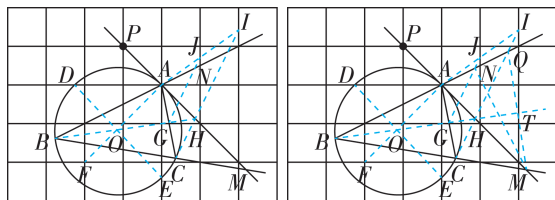
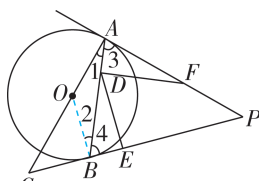


图 (1)

图 (2)

【解析】在图 (1) 基础上, 设 BA 的延长线与 CI 的交点为 Q , 如图 (2). $\therefore \angle DAE = 90^\circ, \therefore DE$ 为圆的直径. $\therefore AF$ 为正方形的对角线, $\therefore \angle DAF = \angle EAF = 45^\circ, \therefore AF$ 垂直平分 DE, \therefore 点 O 为 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心. 又 $\therefore AB = BC, \therefore BG \perp AC, \therefore$ 点 G 为线段 AC 的中点, $\angle ABG = \angle CBG$. 由网格可知点 J 为线段 AI 的中点, $\therefore GJ$ 为 $\triangle ACI$ 的中位线, $\therefore GJ \parallel CI, \therefore$ 点 N 为线段 AQ 的中点, $\therefore AQ = 2AN. \therefore AB = BC, BH = BH, \angle ABH = \angle CBH, \therefore \triangle ABH \cong \triangle CBH$ (SAS), $\therefore AH = CH, \angle BAH = \angle BCH, \therefore \angle QAH = \angle MCH$. 又 $\therefore \angle AHQ = \angle CHM, \therefore \triangle AHQ \cong \triangle CHM$ (ASA), $\therefore AQ = CM$, 即 $CM = 2AN$. 连接 MN, QM , 延长 BH 交 QM 于点 $T. \therefore AB = BC, AQ = CM, \therefore BQ = BM. \therefore \angle QBH = \angle MBH, \therefore BT \perp QM. \therefore AM$ 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle OAH = 90^\circ, \therefore \angle OAB + \angle QAM = 90^\circ. \therefore OA = OB, \therefore \angle OBA = \angle OAB$, 即 $\angle QAM + \angle OBA = 90^\circ. \therefore \angle OBA + \angle AQM = 90^\circ, \therefore \angle QAM = \angle AQM, \therefore AM = QM, \therefore MN \perp AQ, \therefore$ 点 M, N 即为所求.

13. (1) 【证明】如图, 连接 $OB. \therefore PA$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle OAP = \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ. \therefore DF \perp AB, DE \perp BP, \therefore \angle ADF = \angle BED = 90^\circ. \therefore AD = BE, BD =$



AF , $\therefore \text{Rt} \triangle DEB \cong \text{Rt} \triangle FDA$ (HL), $\therefore \angle 3 = \angle 4$. $\because OA = OB$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$, $\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$, $\therefore \angle OBP = \angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$, 即 $OB \perp BP$. 又 $\because OB$ 是 $\odot O$ 的半径, $\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 【解】 $\because \angle OBP = 90^\circ, \angle OAP = 90^\circ$, $\therefore \sin C = \frac{AP}{PC} = \frac{OB}{OC} = \frac{2}{3}$. 设 $OB = 2x, OC = 3x$, $\therefore BC = \sqrt{OC^2 - OB^2} = \sqrt{5}x, OA = OB = 2x$. $\because PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore PB = PA = 4$. $\therefore \sin C = \frac{AP}{PC} = \frac{2}{3}$, $\therefore \frac{4}{4 + \sqrt{5}x} = \frac{2}{3}$, 解得 $x = \frac{2}{5}\sqrt{5}$, $\therefore \odot O$ 的半径为 $\frac{2}{5}\sqrt{5} \times 2 = \frac{4}{5}\sqrt{5}$.

14. C 【解析】由题意得, $\angle AOB = \angle AOC - \angle BOC = 25^\circ$, \therefore 劣弧 AB 的长为 $\frac{25\pi \times R}{180} = \frac{5\pi}{36}R$ (千米). 故选 C.

15. C 【解析】设该扇面所在圆的半径为 R , 则 $S = \frac{120\pi R^2}{360} = \frac{\pi R^2}{3}$, $\therefore \pi R^2 = 3S$. \because 该折扇张开的角度为 n° 时, 扇面面积为 S_n , $\therefore S_n = \frac{n\pi R^2}{360} = \frac{nS}{120}$, $\therefore \frac{n}{360} \times \pi R^2 = \frac{n}{360} \times 3S = \frac{nS}{120}$, $\therefore m = \frac{S_n}{S} = \frac{120}{S} = \frac{n}{120}$, $\therefore m$ 是 n 的正比例函数. $\because n \geq 0$, $\therefore m$ 与 n 关系的图象是过原点的一条射线. 故选 C.

16. 184 【解析】过点 O 作 $OC \perp AB$ 于点 C . 根据题意可得 $OA = 10, OC = 5$, \therefore 在 $\text{Rt} \triangle AOC$ 中, $\sin \angle OAC = \frac{OC}{OA} = \frac{1}{2}$, $\therefore \angle OAC = 30^\circ$, $\therefore \angle AOC = 60^\circ, AC = 5\sqrt{3}$, $\therefore \angle AOB = 2\angle AOC = 120^\circ, AB = 10\sqrt{3}$, $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形OAB}} - S_{\triangle OAB} = \frac{120}{360}\pi \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \times 10\sqrt{3} \times 5 = \frac{100}{3}\pi - 25\sqrt{3} \approx 61.4$ (平方米). \therefore 每平方米可以坐 3 名观众, \therefore 最多可容纳的观众数为 $61.4 \times 3 \approx 184$ (名). 故答案为 184.

17. C 【解析】圆锥的侧面展开图为扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面圆的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长, \therefore 圆锥的侧面积为 $\frac{1}{2} \times 2\pi \times 30 \times 40 = 1200\pi$ (平方厘米). 故

思路分析 18. 根据平行四边形的性质, 正弦的定义及等腰直角三角形的判定与性质推出 $\angle DAH = 30^\circ$, $\angle BAC = 45^\circ$, 再利用扇形弧长公式及圆的周长公式求出 r_1, r_2 的值即可得解.

关键点拨 若扇形所在圆的半径为 R , 扇形圆心角为 n° , 弧长为 l , 则 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360} = \frac{1}{2}lR$.
关键点拨 圆锥的侧面积 = $\frac{1}{2} \times$ 底面圆周长 \times 母线长.

选 C.

18. $\frac{\sqrt{3}}{24}$ 【解析】在 $\square ABCD$ 中, $AB = \sqrt{3} + 1, BC = 2$, $\therefore AD = BC = 2, CD = AB = \sqrt{3} + 1, AB \parallel CD$. $\because AH \perp CD$, 垂足为 $H, AH = \sqrt{3}$, $\therefore \sin D = \frac{AH}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore \angle D = 60^\circ$, $\therefore \angle DAH = 90^\circ - \angle D = 30^\circ$, $\therefore DH = \frac{1}{2}AD = 1$, $\therefore CH = CD - DH = \sqrt{3} + 1 - 1 = \sqrt{3}$, $\therefore CH = AH$. $\because AH \perp CD$, $\therefore \triangle ACH$ 是等腰直角三角形, $\therefore \angle ACH = \angle CAH = 45^\circ$. $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle BAC = \angle ACH = 45^\circ$, $\therefore \frac{45\pi \times \sqrt{3}}{180} = 2\pi r_1$, 解得 $r_1 = \frac{\sqrt{3}}{8}$, $\frac{30\pi \times \sqrt{3}}{180} = 2\pi r_2$, 解得 $r_2 = \frac{\sqrt{3}}{12}$, $\therefore r_1 - r_2 = \frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{24}$. 故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{24}$.

19. (1) 【解】由题意得 $\angle AOE = \alpha = 60^\circ, OA = OE$, $\therefore \triangle OEA$ 是等边三角形, $\therefore \angle OAE = 60^\circ$. \because 直线 l 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle OAC = 90^\circ$, $\therefore \angle CAE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, 故答案为 30.

(2) ①【证明】 $\because OA = OE$, $\therefore \angle OAE = \angle OEA$. $\because \angle AOE = \alpha$, $\therefore \angle OAE = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$. \because 过点 A 作 $\odot O$ 的切线 l , $\therefore \angle OAC = 90^\circ$, $\therefore \angle DAC = \frac{1}{2}\alpha$. \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore FA = CF = DF = \frac{1}{2}AC = r$, $\therefore \angle DAC =$

$\angle FDA = \frac{1}{2}\alpha$, $\therefore \angle DFC = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\alpha = \alpha$. $\because OA = OE = r$, $\therefore OA = FC, OE = FD$. 又 $\because \angle AOE = \angle DFC$, $\therefore \triangle OAE \cong \triangle FCD$, $\therefore AE = CD$. \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore BC = AD$. $\because AD = AE + DE$, $\therefore BC = CD + DE$.

②【解】补全图形如图(1).

如图(2), 过点 O 作 $OG \perp AE$ 于点 $G, AH \perp OE$ 于点 H . 在 $\text{Rt} \triangle AOC$ 中, $OA = r, AC = \frac{4}{3}r$, \therefore 由勾股定理得 $OC = \frac{5}{3}r$. $\because \frac{CE}{OE} = \frac{2}{3}$, $\therefore CE = \frac{2}{3}r$, $\therefore OC = OE + CE$, \therefore 点 E 在线段 OC 上, \therefore 在 $\text{Rt} \triangle ACO$ 中, $\tan \alpha = \frac{AC}{AO} = \frac{4}{3}$. $\therefore OG \perp$

$AE, OA=OE, \therefore \angle EOG = \angle AOG = \frac{1}{2}\alpha.$

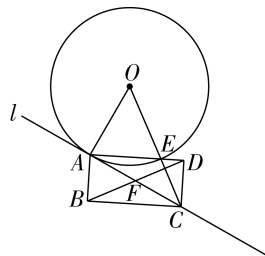
$\because AH \perp OE, \therefore \angle EOG + \angle OEA = \angle EAH + \angle OEA = 90^\circ, \therefore \angle EAH = \angle EOG = \frac{1}{2}\alpha.$ 在

$\text{Rt}\triangle OAH$ 中, $\tan \alpha = \frac{AH}{OH} = \frac{4}{3}, \therefore$ 设 $AH = 4m, OH = 3m$, 则 $OA = OE = 5m, \therefore HE = 5m - 3m = 2m, \therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle AHE$ 中, $\tan \angle EAH = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{HE}{AH} = \frac{1}{2}.$ 由(2)①可得 $\angle DAC = \frac{1}{2}\alpha. \therefore$ 四边

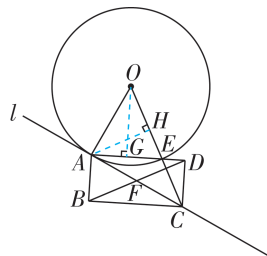
思路分析

(2)②添加辅助线构造直角三角形, 然后设边长, 利用锐角三角函数即可找到线段之间的关系, 进而可求出 $\frac{AB}{BC}$ 的值.

形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore AD \parallel BC, \therefore \angle ACB = \angle DAC = \frac{1}{2}\alpha, \therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\tan \angle ACB = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}.$



图(1)



图(2)

(十二) 图形的平移、旋转与对称

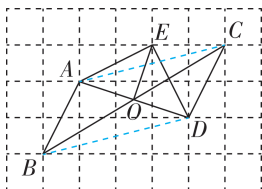
刷考点

1. **B** 【解析】由平移定义知, 平移只改变图形的位置. 观察图形可知, 选项 B 中的图形是由图形 a 通过平移得到的, 选项 A, C, D 均不能由图形 a 通过平移得到, 故选 B.

2. **24** 【解析】由平移可知 $DF=AC, AD=CF=2, \therefore$ 四边形 $ABFD$ 的周长为 $AB+BF+DF+AD=AB+BC+CF+AC+AD=20+2+2=24.$ 故答案为 24.

3. **(4, -4)** 【解析】过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于点 E. \because 点 $A(0, -2), B(1, 0), \therefore OA=2, OB=1.$ \because 线段 AB 平移得到线段 DC, $\therefore AB \parallel CD, AB=CD, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. $\because \angle ABC=90^\circ, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle BAD=90^\circ, BC=AD. \because BC=2AB, \therefore AD=2AB. \because \angle BAO+\angle DAE=90^\circ, \angle BAO+\angle ABO=90^\circ, \therefore \angle ABO=\angle EAD. \because \angle AOB=\angle AED=90^\circ, \therefore \triangle ABO \sim \triangle DAE, \therefore \frac{OA}{DE}=\frac{OB}{AE}=\frac{AB}{AD}=\frac{1}{2}, \therefore DE=2OA=4, AE=2OB=2, \therefore OE=OA+AE=4, \therefore D(4, -4).$ 故答案为 (4, -4).

4. 【解】(1) 线段 CD, AD, BC 如图所示.



(2) $\frac{OE}{AD} = \frac{1}{2}.$ 如图, \because 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, $\therefore DE = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}, AD = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}.$ 连接 $AC, BD.$ 由平移易知四边

思路分析

过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于点 E, 利用点 A, B 的坐标得出线段 OA, OB 的长, 利用平移的性质和矩形的判定定理得到四边形 $ABCD$ 是矩形, 利用相似三角形的判定与性质求得线段 DE, AE 的长, 进而得到 OE 的长, 即可得出结论.

形 $ABDC$ 是平行四边形, $\therefore O$ 是平行四边形 $ABDC$ 对角线的交点, $\therefore DO = \frac{1}{2}AD = \frac{\sqrt{10}}{2}.$

$\because AE=DE, \therefore EO \perp AD, \therefore EO = \sqrt{ED^2 - DO^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}, \therefore \frac{OE}{AD} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{2}}{\sqrt{10}} = \frac{1}{2}.$

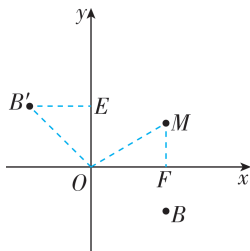
5. **B** 【解析】风力发电机相邻叶片之间的夹角为 $360^\circ \div 3 = 120^\circ$, 故旋转 120° 能够与它本身重合, 故选 B.

6. **A** 【解析】根据题意, 由旋转的性质, 可得 $AB=AD, AC=AE, BC=DE, \angle ABC=\angle ADE$, 故 B 选项和 D 选项不符合题意. $\because \angle ACE=\angle ABC+\angle BAC, \therefore \angle ACE=\angle ADE+\angle BAC$, 故 C 选项不符合题意. $\because \angle ACB=\angle AED, \angle ACB=\angle CAE+\angle CEA, \angle AED=\angle CEA+\angle BED, \therefore \angle CAE=\angle BED$, 故 A 选项符合题意, 故选 A.

7. **75** 【解析】由已知可得, $\angle D=30^\circ, \angle B=45^\circ. \because AB \parallel OD, \therefore \angle B=\angle BOD=45^\circ, \therefore \angle 1=\angle BOD+\angle D=45^\circ+30^\circ=75^\circ$, 故答案为 75.

8. **$(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$** 【解析】由题知, 将点 $B(\sqrt{3}, -1)$ 向上平移 2 个单位所得点的坐标为 $(\sqrt{3}, 1).$ 设 $M(\sqrt{3}, 1).$ 如图

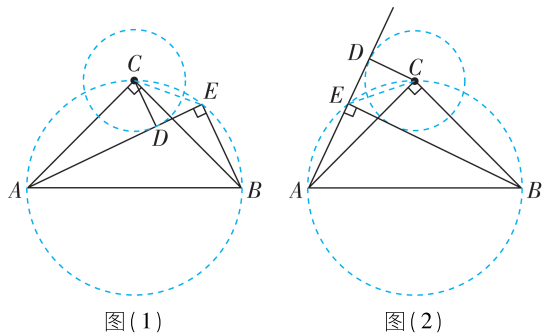
所示, 过点 M 作 x 轴的垂线, 垂足为 F, 连接 OM, 则 $OF = \sqrt{3}, MF = 1.$ 在 $\text{Rt}\triangle MOF$ 中, $\tan \angle MOF = \frac{MF}{OF} =$



$\frac{\sqrt{3}}{3}$, $OM = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$, 所以 $\angle MOF = 30^\circ$.

由旋转可知, $B'O = MO = 2$, $\angle MOB' = 105^\circ$, 所以 $\angle B'OF = 135^\circ$. 过点 B' 作 y 轴的垂线, 垂足为 E , 则 $\angle B'EO = 90^\circ$. 因为 $\angle B'OE = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$, 所以 $\triangle B'OE$ 是等腰直角三角形, 所以 $B'E = OE = \sqrt{2}$, 所以点 B' 的坐标为 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$. 故答案为 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

9. $2\sqrt{2}+1$ $2\sqrt{2}-1$ 【解析】 $\because \angle ACB = 90^\circ, CA = CB = 3, \therefore AB = 3\sqrt{2}, \angle BAC = \angle ABC = 45^\circ$. \therefore 线段 CD 绕点 C 在平面内旋转, $CD = 1, \therefore$ 点 D 在以点 C 为圆心, 1 为半径的圆上运动. $\because BE \perp AE, \therefore \angle AEB = 90^\circ, \therefore$ 点 E 在以 AB 为直径的圆上运动. 在 $Rt \triangle ABE$ 中, $AE = AB \cdot \cos \angle BAE$. $\because AB$ 为定值, \therefore 当 $\cos \angle BAE$ 的值最大时, AE 的值最大, 此时 $\angle BAE$ 最小; 当 $\cos \angle BAE$ 的值最小时, AE 的值最小, 此时 $\angle BAE$ 最大. 当 AE 与 $\odot C$ 相切于点 D , 且点 D 在 $\triangle ABC$ 内部时, $\angle BAE$ 最小, 连接 CE , 如图(1), 则 $CD \perp AE, \therefore \angle ADC = \angle CDE = 90^\circ, \therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$. $\because \widehat{AC} = \widehat{AC}, \therefore \angle CED = \angle ABC = 45^\circ. \therefore \angle CDE = 90^\circ, \therefore \triangle CDE$ 为等腰直角三角形, $\therefore DE = CD = 1, \therefore AE = AD + DE = 2\sqrt{2} + 1$, 即 AE 的最大值为 $2\sqrt{2} + 1$.



当 AE 与 $\odot C$ 相切于点 D , 且点 D 在 $\triangle ABC$ 外部时, $\angle BAE$ 最大, AE 的值最小, 连接 CE , 如图(2), 则 $CD \perp AD, \therefore \angle CDE = 90^\circ, \therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$. \because 四边形 $ABCE$ 为圆内接四边形, $\therefore \angle CEA = 180^\circ - \angle ABC = 135^\circ, \therefore \angle CED = 180^\circ - \angle CEA = 45^\circ. \therefore \angle CDE = 90^\circ, \therefore \triangle CDE$ 为等腰直角三角形, $\therefore DE = CD = 1, \therefore AE = AD - DE = 2\sqrt{2} - 1$, 即 AE 的最小值为 $2\sqrt{2} - 1$. 故答案为 $2\sqrt{2} + 1, 2\sqrt{2} - 1$.

10. 90° 或 180° 或 270° 【解析】连接 AC , 取 BC 的中点 E , 连接 AE , 如图(1)所示. 在 $\square ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ, BC = 2AB, AB \parallel CD, AB = CD$,

关键点拨

根据题意得出点 E 在以 AB 为直径的圆上运动, 点 D 在以 C 为圆心、1 为半径的圆上运动, 当 $\angle BAE$ 最小时, AE 最大, 当 $\angle BAE$ 最大时, AE 最小是解题的关键.

关键点拨

连接 AC , 根据平行四边形的性质和等边三角形的性质得出 $\angle BAC = \angle ACD = 90^\circ$ 是解题关键.

$$\therefore BE = \frac{1}{2} BC =$$

$AB, \therefore \triangle ABE$ 是等边三角形,

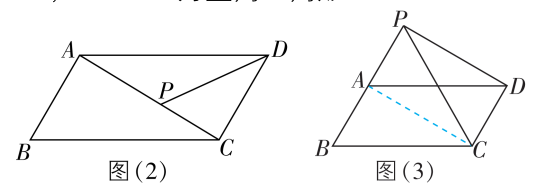
$$\therefore \angle BAE =$$

$$\angle AEB = 60^\circ, AE = BE = EC,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle ECA = \frac{1}{2} \angle AEB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ, \therefore \angle ACD = 90^\circ.$$

如图(2)所示, 当点 P 在 AC 上时, $\angle BAP = 90^\circ$, 则旋转角 α 的度数为 90° , 此时 $\angle DCP = 90^\circ, \therefore \triangle PCD$ 为直角三角形.



当 P 在 BA 的延长线上时, 旋转角 α 的度数为 180° , 如图(3)所示, 连接 $AC. \because PA = AB = CD, PA \parallel CD, \therefore$ 四边形 $PACD$ 是平行四边形. $\because \angle BAC = 90^\circ, \therefore \angle PAC = 90^\circ, \therefore$ 四边形 $PACD$ 是矩形, $\therefore \angle CDP = 90^\circ, \therefore \triangle PCD$ 是直角三角形.

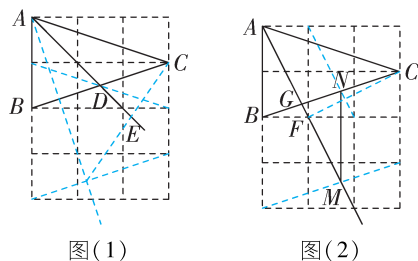
当点 P 在 CA 的延长线上时, 如图(4)所示, 则 $\alpha = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ, \angle PCD = 90^\circ,$

$\therefore \triangle PCD$ 是直角三角形.

综上所述, 旋转角 α 的度数为 90° 或 180° 或 270° .

故答案为 90° 或 180° 或 270° .

11. 【解】(1) 如图(1), 射线 AD 、点 D 即为所求.
(2) 如图(1), 点 E 即为所求.

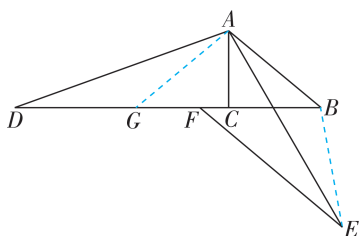


- (3) 如图(2), 点 F 、射线 AF 、点 G 即为所求.
(4) 如图(2), 线段 MN 即为所求.

12. (1) 【证明】 $\because \angle ACB = 90^\circ, \angle ABC = 45^\circ, \therefore \angle BAC = \angle ABC = 45^\circ$.
 \therefore 线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 $180^\circ - 2 \times 45^\circ = 90^\circ$ 得到线段 AE , 点 D 与点 C 重合,
 $\therefore AE = AD = AC, \angle EAB = 90^\circ - \angle BAC = 45^\circ,$
 $\therefore \angle EAB = \angle ABC, \therefore BC \parallel AE. \therefore EF \parallel AB,$
 \therefore 四边形 $ABFE$ 是平行四边形, $\therefore BF = AE,$
 $\therefore BF = AC$.

(2)【解】 $DF=2BC$.

证明:如图,在 DB 上取一点 G ,连接 AG ,使得 $AG=AB$,连接 BE ,



$\therefore \angle AGB = \angle ABG = \alpha, \therefore \angle BAG = 180^\circ - 2\alpha$.
 \therefore 将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 $180^\circ - 2\alpha$ 得到线段 $AE, \therefore DA = EA, \angle DAE = \angle GAB = 180^\circ - 2\alpha, \therefore \angle DAG = \angle EAB, \therefore \triangle DAG \cong \triangle EAB (SAS), \therefore DG = BE, \angle AGD = \angle ABE = 180^\circ - \angle AGC = 180^\circ - \alpha$. 又 $\because \angle ABC = \alpha, \therefore \angle FBE = \angle ABE - \angle ABC = 180^\circ - \alpha - \alpha = 180^\circ - 2\alpha. \therefore EF \parallel AB, \therefore \angle BFE = \angle ABF = \alpha, \therefore \angle BEF = 180^\circ - \angle FBE - \angle BFE = \alpha, \therefore BE = BF, \therefore DG = BF. \therefore AG = AB, AC \perp BC, \therefore GC = BC, \therefore DF = BD - BF = BD - DG = BG = BC + CG = 2BC$.

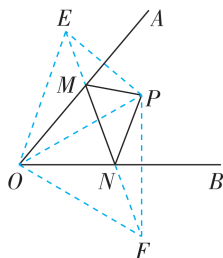
13. D 【解析】

选项	解析	选项正误
A	是轴对称图形,也是中心对称图形	×
B	是轴对称图形,也是中心对称图形	×
C	是轴对称图形,不是中心对称图形	×
D	不是轴对称图形,也不是中心对称图形	✓

14. D 【解析】由折叠的性质知 $BE = FE, \angle AEB = \angle AEF$. \therefore 点 B, E, C, F 共线, $\therefore \angle AEB = \angle AEF = 90^\circ$. 在 $Rt \triangle AEB$ 中, $\because \angle B = 45^\circ, \therefore AE = BE$. 由勾股定理得 $BE^2 + AE^2 = 2BE^2 = AB^2$. 又 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AB = 6, \therefore BC = AB = 6, 2BE^2 = 6^2, \therefore BE = 3\sqrt{2}, \therefore BF = 2BE = 6\sqrt{2}, \therefore CF = BF - BC = 6\sqrt{2} - 6$. 故选 D.

15. 80° 【解析】如图,作 P

点关于 OA 的对称点 E , 连接 EO, EM, OP . 由对称易得 $EM = MP, \angle MPO = \angle OEM, \angle EOM = \angle MOP$. 作 P 点关于 OB 的对称点 F , 连接 NF, OF, EF . 由对称易得 $PN = FN, \angle OPN = \angle OFN, \angle PON = \angle NOF, \therefore PM + PN + MN = EM + NF + MN \geq EF, \therefore$ 当 E, M, N, F



思路分析

根据折叠的性质得出 $\angle AEB = \angle AEF = 90^\circ, BE = EF$, 根据菱形的性质求出 $AB = BC = 6$, 解直角三角形求出 $BF = 2BE = 6\sqrt{2}$, 再根据线段的和差求解即可.

关键点拨

解题的关键是作出对称点, 利用对称性质得到相等的线段和角, 进而利用两点之间线段最短求解.

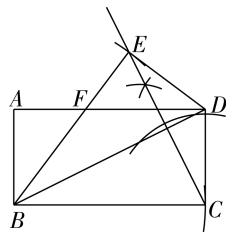
共线时, $\triangle PMN$ 的周长最小. 又 $\because \angle EOF = \angle EOM + \angle MOP + \angle PON + \angle NOF, \angle AOB = \angle MOP + \angle PON, \therefore \angle EOF = 2\angle AOB$. 又 $\because \angle AOB = 50^\circ, \therefore \angle EOF = 100^\circ. \therefore \angle OEM + \angle OFN + \angle EOF = 180^\circ, \therefore \angle OEM + \angle OFN = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ. \therefore \angle MPO = \angle OEM, \angle OPN = \angle OFN, \therefore \angle MPO + \angle OPN = 80^\circ, \text{即} \angle MPN = 80^\circ$, 故答案为 80° .

16. 【解】(1) 如图, $\triangle BED$

即为所求作. (作法不唯一)

(2) 如图. \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle A = 90^\circ, AD = BC = 2, AD \parallel BC, \therefore \angle CBD = \angle ADB$.

由对称知 $\angle CBD = \angle EBD, \therefore \angle EBD = \angle ADB, \therefore BF = DF$. 设 $AF = x$, 则 $DF = 2 - x = BF$. 在 $Rt \triangle ABF$ 中, 根据勾股定理得, $AF^2 + AB^2 = BF^2, \therefore x^2 + 1^2 = (2 - x)^2$, 解得 $x = \frac{3}{4}, \therefore AF = \frac{3}{4}$.



17. 【探究发现】【解】四边形 $DEGF$ 是菱形.

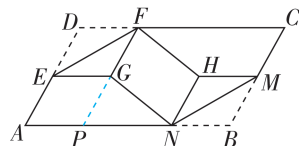
【探究证明】【证明】 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AD \parallel BC, AD = BC. \therefore E, M$ 分别为边 AD, BC 的中点, $\therefore ED \parallel BM, ED = BM$. 由折叠知, $EG = DE, DF = FG, \therefore DF = DE = EG = FG, \therefore$ 四边形 $DEGF$ 是菱形, $\therefore ED \parallel FG$. 同理四边形 $BNHM$ 是菱形, $\therefore BM \parallel NH, BM = NH. \therefore ED \parallel BM, ED = BM, \therefore NH \parallel FG, NH = FG, \therefore$ 四边形 $GFHN$ 是平行四边形.

【探究提升】【解】能. $\frac{AD}{AB}$ 的值为 $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{1}{2}$.

平行四边形成为轴对称图形, 需分矩形和菱形两种情况进行讨论: 如图, 延长 FG 交 AB 于点 P , 则易得四边形 $AEGP$ 为菱形. 当四边形 $GFHN$ 是菱形

时, 设 $AE = x$, 则 $PG = AP = GN = BN = x. \because \angle A = 60^\circ, \therefore \angle GPN = 60^\circ, \therefore \triangle GPN$ 是等边三角形, $\therefore PN = GN = x, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$.

当四边形 $GFHN$ 是矩形时, 设 $AE = y$, 则 $PG = AP = BN = y. \because \angle A = \angle GPN = 60^\circ, \angle PGH = \angle FGN = 90^\circ, \therefore \angle GNP = 30^\circ, \therefore PN = 2PG = 2y, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{2y}{y + 2y} = \frac{1}{2}$.



(十三) 相似

刷考点

1. **D** 【解析】 $\because \frac{a}{bc} = \frac{b}{ac} = \frac{c}{ab} = 2, \therefore a = 2bc, b = 2ac, c = 2ab, \therefore a^2 = 2abc, b^2 = 2abc, c^2 = 2abc,$
 $\therefore \frac{a^2+b^2+c^2}{abc} = \frac{2abc+2abc+2abc}{abc} = \frac{6abc}{abc} = 6.$ 故选 D.

2. **2** 【解析】当 $\frac{a}{c} = 2$ 时, $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \sqrt{2}$. 理由如下: **关键点拨**
 $\because \frac{a}{c} = 2, \therefore a = 2c, \therefore \frac{2c}{b} = \frac{b}{c}, \therefore b = \sqrt{2}c, \therefore \frac{a}{b} = \frac{2c}{\sqrt{2}c} = \sqrt{2}, \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{2}c}{c} = \sqrt{2}, \therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \sqrt{2}.$ 故答案为 2.

3. **A** 【解析】 $\because DE \parallel BC, \therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AD}{AD+BD} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}.$ 故选 A.

4. **D** 【解析】如图所示,过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D,过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E. \because 反比例函数 $y = -\frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象与直线 $y = -2x$ 交于点 A, \therefore 联立,得 $-\frac{4}{x} = -2x$, 解得 $x = \sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2}$ (舍去), $\therefore OD = \sqrt{2}.$ $\because AD \perp x$ 轴, $BE \perp x$ 轴, $\therefore AD \parallel BE, \therefore \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{OD}.$ $\because AB = 3AC, \therefore 3 = \frac{DE}{\sqrt{2}}, \therefore DE = 3\sqrt{2}, \therefore OE = OD + DE = \sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}.$ 将 $x = 4\sqrt{2}$ 代入 $y = -\frac{4}{x}$, 得 $y = -\frac{4}{4\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore BE = \frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore OB = \sqrt{OE^2 + BE^2} = \frac{\sqrt{130}}{2}.$ 故选 D.

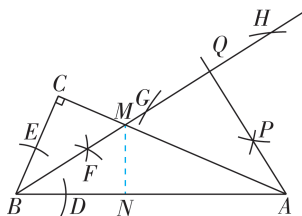
5. **A** 【解析】 \because 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, AB = 13, BC = 5, \therefore AC = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12.$ 由作图可得 BG 平分 $\angle ABC, \therefore \angle CBG = \angle ABG.$ 设 BG, AC 交于点 M, 作 $MN \perp AB$ 于点 N, 如图, 则 $CM = MN.$ 设 $CM = MN = x. \because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle MBC} + S_{\triangle ABM},$
 $\therefore \frac{1}{2}BC \cdot AC = \frac{1}{2}BC \cdot CM + \frac{1}{2}AB \cdot MN, \therefore 5 \times$

关键是由 $\frac{a}{c} = 2, \frac{a}{b} = \frac{b}{c},$ 得到 $b = \sqrt{2}c.$

由作图痕迹得到 BG 平分 $\angle ABC, AQ \perp BH$ 是解题关键.

$12 = 5x + 13x,$ 解得 $x = \frac{10}{3},$ 即 $CM = \frac{10}{3}, \therefore BM = \sqrt{5^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{5}{3}\sqrt{13}.$ 由作图可知 $AQ \perp BH, \therefore \angle AQB = \angle C = 90^\circ. \because \angle CBG = \angle ABG,$
 $\therefore \triangle ABQ \sim \triangle MBC, \therefore \frac{AQ}{CM} = \frac{AB}{BM},$ 即 $\frac{AQ}{\frac{10}{3}} =$

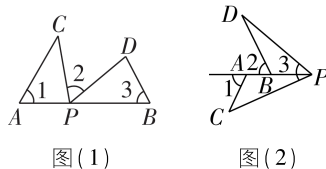
$\frac{13}{\frac{5}{3}\sqrt{13}},$ 解得 $AQ = 2\sqrt{13}.$ 故选 A.



6. C

模型总结 | 一线三等角相似模型

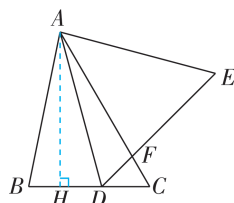
1. 已知: 如图(1), 点 P 在线段 AB 上, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3,$ 则 $\triangle CAP \sim \triangle PBD.$



2. 已知: 如图(2), 点 P 在 AB 的延长线上, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3,$ 则 $\triangle APC \sim \triangle BDP.$

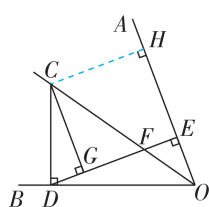
【解析】 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore BC = AC, \angle B = \angle C = 60^\circ, \therefore \angle CAD + \angle ADC = 120^\circ. \because \angle ADE = 60^\circ, \therefore \angle BDE + \angle ADC = 120^\circ, \therefore \angle CAD = \angle BDE, \therefore \triangle ADC \sim \triangle DEB, \therefore \frac{AD}{DE} = \frac{AC}{DB}.$ $\because BD = 4DC, \therefore$ 设 $DC = x,$ 则 $BD = 4x, \therefore BC = AC = 5x, \therefore \frac{AD}{2.4} = \frac{5x}{4x},$ 解得 $AD = 3,$ 即 AD 的长为 3. 故选 C.

7. $\frac{3}{4}$ 【解析】如图所示, 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于 H. 在 $\text{Rt} \triangle AHC$ 中, $\angle C = 60^\circ, \angle AHC = 90^\circ, AC =$

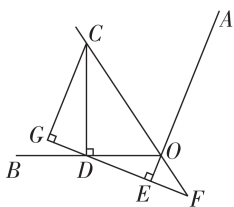


$3, \therefore AH = AC \cdot \sin C = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. $\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形, $\therefore \angle ADE = 60^\circ = \angle C$. 又 $\because \angle DAC = \angle FAD, \therefore \triangle DAC \sim \triangle FAD, \therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AD}, \therefore AF = \frac{AD^2}{AC} = \frac{AD^2}{3}$, \therefore 当 AD 长度取得最小值时, AF 长度取得最小值. 当 $AD \perp BC$ 时, AD 长度取得最小值, 此时点 D 与点 H 重合, $\therefore AD$ 长度的最小值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, $\therefore AF$ 长度的最小值为 $\frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}{3} = \frac{9}{4}$. $\therefore CF = AC - AF$, \therefore 当 AF 长度取得最小值时, CF 长度取得最大值, $\therefore CF$ 长度的最大值为 $3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$, 故答案为 $\frac{3}{4}$.

8. 【解】(1) 如图(1), 过点 C 作 $CH \perp OA$ 于 H . $\because OC$ 平分 $\angle AOB, CD \perp OB$ 于 $D, CH \perp OA$ 于 $H, \therefore CD = CH$. $\because DE \perp OA$ 于 $E, CG \perp DE$ 于 $G, CH \perp OA$ 于 $H, \therefore \angle CGE = \angle CHE = \angle GEH = 90^\circ, \therefore$ 四边形 $CGEH$ 为矩形, $\therefore HE = CG$. 在 $\text{Rt}\triangle CDO$ 和 $\text{Rt}\triangle CHO$ 中, $CO = CO, CD = CH, \therefore \text{Rt}\triangle CDO \cong \text{Rt}\triangle CHO$ (HL), $\therefore OD = OH = EH + OE = CG + OE$. 故答案为 $CG + OE = OD$.



图(1)



图(2)

(2) 补全后的图形如图(2)所示:

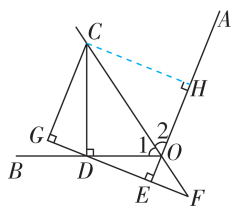
不成立, 正确结论为 $OD + OE = CG$.

证明: 如图(3), 过点 C 作 $CH \perp OA$ 于点 H .

$\because CD \perp OB, \therefore \angle CDO = \angle CHO = 90^\circ$. $\because OC$ 平分 $\angle AOB, \therefore \angle 1 = \angle 2$.

$\because CO = CO, \therefore \triangle COD \cong \triangle COH$ (AAS), $\therefore OD = OH, \therefore OD + OE = OH + OE = HE$.

$\because CH \perp OA, CG \perp DE, DE \perp OA, \therefore \angle DEO = \angle CGD = \angle CHO = 90^\circ, \therefore$ 四边形 $CGEH$ 是矩形, $\therefore HE = CG, \therefore OD + OE = CG$.



图(3)

关键点拨

根据垂线段最短及相似三角形的性质得到当 AF 长度有最小值时, CF 长度有最大值是解题的关键.

刷有所得

在平面直角坐标系中, 如果坐标原点为位似中心, 相似比为 k , 那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或 $-k$.

$$(3) \frac{\sqrt{15}}{3} \text{ 或 } \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

①若 $\angle AOB$ 为锐角, 如图(1), 不妨设 $GF = 3, EF = 1$, 则 $CH = CD = GE = FG + FE = 4$.

$\because CG \perp DE, DE \perp OA, \therefore CG \parallel OA, \therefore \triangle CGF \sim \triangle OEF, \therefore \frac{CG}{OE} = \frac{GF}{EF}$, 则 $CG = 3OE$. 设 $OE = x$, 则 $CG = 3x$. 由(1)知, $OD = OE + CG = 4x$, 则 $DO = 4OE$. 易证 $\triangle CDG \sim \triangle DOE$, 则 $\frac{CD}{DG} = \frac{DO}{OE} = 4, \therefore DG = 1$. 在 $\text{Rt}\triangle CDG$ 中, $\because CD = 4, DG = 1$, 则 $CG = 3x = \sqrt{15}, \therefore x = \frac{\sqrt{15}}{3}, \therefore \frac{DO}{CD} = \frac{4x}{4} = x = \frac{\sqrt{15}}{3}$.

②若 $\angle AOB$ 为钝角, 如图(3), 不妨设 $FG = 3, EF = 1$, 则 $CH = CD = GE = FG - FE = 3 - 1 = 2$. 易

证 $\triangle CGF \sim \triangle OEF, \therefore \frac{CG}{OE} = \frac{GF}{EF}$, 则 $CG = 3OE$. 设 $OE = y$, 则 $CG = 3y$. 由(2)知, $CG = EH = OE + OD$, 即 $3y = y + OD, \therefore OD = 2y$. 易证 $\triangle CDG \sim \triangle DOE$, 则 $\frac{CD}{DG} = \frac{DO}{OE} = 2, \therefore DG = 1$, 则 $CG =$

$$\sqrt{CD^2 - GD^2} = \sqrt{3}, \text{ 则 } 3y = \sqrt{3}, \therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore \frac{OD}{CD} =$$

$$\frac{2y}{2} = y = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

综上, $\frac{OD}{CD}$ 的值为 $\frac{\sqrt{15}}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

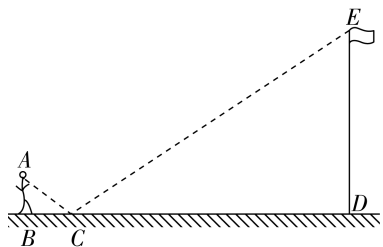
9. D 【解析】 \because 以原点 O 为位似中心, 相似比为 2, 把 $\triangle OAB$ 放大, 点 A 的坐标为 $(2, 2)$, \therefore 点 A 的对应点 A' 的坐标为 $(2 \times 2, 2 \times 2)$ 或 $(2 \times (-2), 2 \times (-2))$, 即 $(4, 4)$ 或 $(-4, -4)$, 故选 D.

10. C 【解析】 \because 点 A, A' 的坐标分别为 $(2, 0), (3, 0), \therefore OA = 2, OA' = 3. \therefore$ 五边形 $ABCDE, A'B'C'D'E'$ 是以坐标原点 O 为位似中心的位似图形, $\therefore OA : OA' = DE : D'E' = 2 : 3$.

$$\because DE = 3, \therefore D'E' = \frac{9}{2}, \text{ 故选 C.}$$

11. B 【解析】如图, 由题意得, $AB = 1.6 \text{ m}, BC = 2 \text{ m}, CD = 10 \text{ m}. \because AB \perp BD, DE \perp BD, \therefore \angle ABC = \angle EDC = 90^\circ. \because$ 由题意得 $\angle ACB = \angle DCE, \therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC, \therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{CD}$, 即

$$\frac{1.6}{DE} = \frac{2}{10}, \therefore DE = 8 \text{ m}, \text{ 故选 B.}$$



12. 18.2 【解析】过点 F 作 $FG \perp CD$, 垂足为 G , **关键点拨**

延长 FG 交 AB 于点 H . 由题意得 $FH \perp AB$, 根据已知条件结合图形添加适当的辅助线, 熟练应用相似三角形的判定和性质是解题的关键.

$$\therefore \angle DFG = \angle BFH, \therefore \triangle FDG \sim \triangle FBH, \therefore \frac{DG}{BH} = \frac{FG}{FH}, \therefore \frac{5.6}{BH} = \frac{10}{10+20}, \therefore BH = 16.8 \text{ 米}, \therefore AB = BH + AH = 16.8 + 1.4 = 18.2 \text{ (米)}, \therefore \text{塔的高度为 } 18.2 \text{ 米, 故答案为 } 18.2.$$

$$\therefore \angle DFG = \angle BFH, \therefore \triangle FDG \sim \triangle FBH, \therefore \frac{DG}{BH} = \frac{FG}{FH}, \therefore \frac{5.6}{BH} = \frac{10}{10+20}, \therefore BH = 16.8 \text{ 米}, \therefore AB = BH + AH = 16.8 + 1.4 = 18.2 \text{ (米)}, \therefore \text{塔的高度为 } 18.2 \text{ 米, 故答案为 } 18.2.$$

$BH + AH = 16.8 + 1.4 = 18.2 \text{ (米)}, \therefore \text{塔的高度为 } 18.2 \text{ 米, 故答案为 } 18.2.$

13. 【解】(1) \because 太阳光线是平行光线,

$$\therefore \angle EFD = \angle ADC.$$

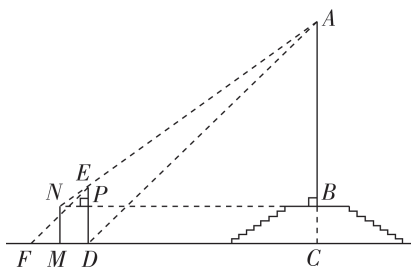
$$\text{又 } \because \angle EDF = \angle ACD = 90^\circ, \therefore \triangle EFD \sim \triangle ADC, \therefore \frac{DF}{CD} = \frac{DE}{CA}, \therefore DF = DE, \therefore CD = CA.$$

(2) 设 NB 与 DE 的交点为 P , 如图. **思路分析**

由题意得 $PN = DM = 1, DP = BC = MN = 1.2, BN = CM, \therefore PE = DE - DP = 2.1 - 1.2 = 0.9.$

设 $AB = x$, 则 $CD = CA = AB + BC = x + 1.2,$

$$\therefore BN = CM = CD + DM = x + 1.2 + 1 = x + 2.2.$$



$$\text{在 Rt } \triangle PNE \text{ 中}, \tan \angle PNE = \frac{PE}{PN} = \frac{0.9}{1} = 0.9.$$

$$\text{在 Rt } \triangle BNA \text{ 中}, \tan \angle BNA = \frac{AB}{BN} = 0.9, \therefore AB = 0.9BN, \therefore x = 0.9(x + 2.2), \text{ 解得 } x = 19.8.$$

答: 纪念碑 AB 的高度为 $19.8 \text{ m}.$

(3) 小红的结果误差较大, 原因可能是平台底部点 C 不可直接到达, 间接测量时产生了较大的误差(原因合理即可).

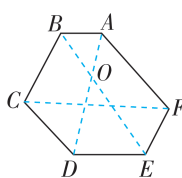
14. (1) 【解】如图(1), 连接 BE, CF, AD, BE 与

AD 交于点 $O.$

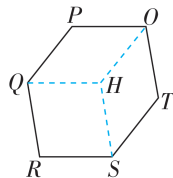
①由 $AB \parallel DE$, 只能知道 $\triangle AOB \sim \triangle DOE$, 不能判断出 $AB = DE$, 同理不能判断出 $BC = EF, AF = CD$, 故平行六边形的三组主对边分别相等是错误的;

② $\because AB \parallel DE, \therefore \angle ABE = \angle BED$, 同理可得 $\angle CBE = \angle BEF, \therefore \angle ABC = \angle DEF$, 同理可得 $\angle BAF = \angle CDE, \angle BCD = \angle AFE$, 故平行六边形的三组主对角分别相等是正确的;

③由图(1)可知, 平行六边形的三条主对角线互相平分是错误的. 故答案为错误, 正确, 错误.



图(1)

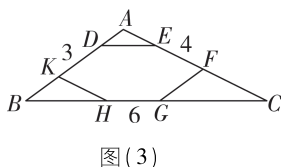


图(2)

(2)【证明】如图(2), 过点 Q 作 $QH \parallel PO$, 且 $QH = PO$, 连接 OH, HS , 则四边形 $PQHO$ 是平行四边形, $\therefore PQ \parallel OH, PQ = OH$. 在平行六边形 $OPQRST$ 中, $PO \parallel RS, PO = RS, \therefore QH \parallel RS, QH = RS, \therefore$ 四边形 $QRSH$ 为平行四边形, $\therefore QR \parallel HS, QR = HS$. 在平行六边形 $OPQRST$ 中, $PQ \parallel ST, QR \parallel OT, \therefore OH \parallel ST, HS \parallel OT, \therefore$ 四边形 $HSTO$ 为平行四边形, $\therefore HS = OT, OH = ST, \therefore QR = OT, PQ = ST. \therefore OP = PQ = QR = RS, \therefore PQ = QR = RS = ST = OT = PO, \therefore$ 平行六边形 $OPQRST$ 是菱六边形.

(3)【解】设三角形纸片为 $\triangle ABC$, 剪裁后的纸片为菱六边形 $DEFGHK$, 如图

(3), $\therefore DE \parallel HG, HK \parallel EF, DE = EF =$



图(3)

$FG = HG = KH = DK, \therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC, \triangle BKH \sim \triangle BAC, \therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \frac{KH}{AC} = \frac{BK}{AB}.$ 设

$$DE = EF = FG = HG = KH = DK = x, \text{ 则 } \frac{x}{6} = \frac{AD}{3} =$$

$$\frac{AE}{4}, \frac{x}{4} = \frac{BK}{3}, \therefore AD = \frac{1}{2}x, AE = \frac{2}{3}x, BK = \frac{3}{4}x.$$

$$\therefore AB = AD + DK + BK = 3, \therefore \frac{1}{2}x + x + \frac{3}{4}x = 3, \text{ 解得 } x = \frac{4}{3}, \therefore \triangle ADE \text{ 的各边长为 } AD = \frac{1}{2}x =$$

$$\frac{2}{3}, AE = \frac{2}{3}x = \frac{8}{9}, DE = x = \frac{4}{3}. (\text{答案不唯一})$$


(十四) 投影与视图

刷考点

1. A 【解析】

选项	分析	结论
A	圆锥的主视图是三角形	符合题意
B	圆柱的主视图是长方形	不符合题意
C	球的主视图是圆	不符合题意
D	正方体的主视图是正方形	不符合题意

2. A 【解析】从左边看,底层有两个小正方形,上层的左边有一个小正方形. 故选 A.

3. D 【解析】该几何体的俯视图为 . 故选 D.

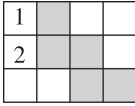
4. A 【解析】这个几何体的主视图与左视图相同,俯视图与主视图、左视图不相同. 故选 A.

5. B 【解析】设该圆锥的底面圆的半径为 r cm,

关键点拔
利用俯视图和
主视图判断
即可.

则 $2\pi r = \frac{90\pi \times 40}{180}$, $\therefore r = 10$, 故选 B.

6. B 【解析】如图所示,选择标有 1 或 2 的空白小正方形,能与阴影部分组成正方体展开图,所以能与阴影部分组成正方体展开图的方法有 2 种. 故选 B.



7. D 【解析】由题意可知, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是位似图形,且相似比为 $\frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$, $\therefore \triangle A_1B_1C_1$ 的面积是 $60 \div \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 375(\text{cm}^2)$, 故选 D.

8. 6 【解析】根据俯视图可得最底层有 4 个小立方块,由主视图可得第二层最多有 2 个小立方块,故最多有 $4+2=6$ (个) 小立方块,故答案为 6.

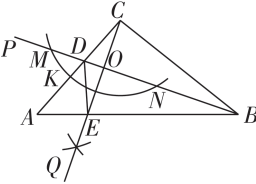
(十五) 尺规作图

刷考点

1. C 【解析】根据作图可得 MN 是 AB 的垂直平分线, $\therefore DA = DB$. $\because \angle BAC = 30^\circ$, $\therefore \angle ABD = \angle BAD = 30^\circ$, $\therefore \angle AOE = 2\angle ABD = 60^\circ$, 故选 C.

2. D 【解析】由作图过程可知, $\angle CBN = \angle BAC$. $\because CD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $\therefore \angle ACD = \angle BCD$. $\because \angle CAD + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle CBM + \angle BCM + \angle BMC = 180^\circ$, $\therefore \angle ADC = \angle BMC$, $\therefore \angle BDM = \angle BMD$, $\therefore BM = BD$, 故 D 选项一定正确. 故选 D.

3. B 【解析】由作图可知 $CE \perp BD$. 如图, 设 CE, BD 交于点 O , 则 $\angle BOC = \angle BOE = 90^\circ$. $\because BP$ 平分 $\angle ABC$, $\therefore \angle ABO = \angle CBO$. 在 $\triangle BOC$ 和

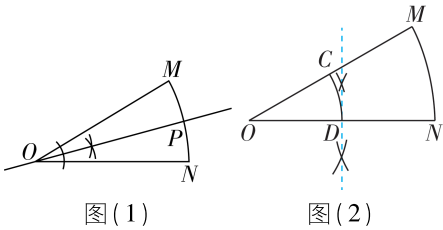


$\triangle BOE$ 中, $\begin{cases} \angle BOC = \angle BOE, \\ OB = OB, \\ \angle CBO = \angle EBO, \end{cases} \therefore \triangle BOC \cong \triangle BOE (ASA), \therefore OC = OE, BC = BE = 12, \therefore BD$ 垂直平分 $CE, AE = AB - BE = 4, \therefore DE = CD, \therefore \triangle ADE$ 的周长为 $AE + DE + AD = AE + CD +$

思路分析
【初步尝试】作 OP 平分 $\angle MON$ 即可;
【拓展探究】作线段 ON 的垂直平分线, 垂足为 D , 以 O 为圆心, OD 长为半径作弧交 OM 于点 C , 弧 CD 即为所求.

$AD = AE + AC = 14$. 故选 B.

4. 【解】【初步尝试】如图(1), 直线 OP 即为所求.

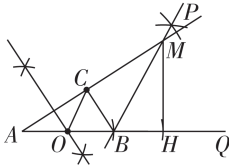


【拓展探究】如图(2), 弧 CD 即为所求.

5. 【解】(1) 如图, 点 O 即为所求作.

(2) 如图, 点 M 即为所求作.

(3) 由作图可知 $OA = OC = OB$, \therefore 点 A, B, C 在以 O 为圆心, OA 为半径的圆上, 且 AB 为直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle BCM = 90^\circ$.



$\therefore \sin A = \frac{3}{5}$, \therefore 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$, 设 $BC = 3k, AB = 5k$, 则 $AC = 4k$. 由作图易知 $BC = BH = 3k, \triangle BCM \cong \triangle BHM$, $\therefore \angle MCB = \angle BHM = 90^\circ, \therefore AH = AB + BH = 8k$. $\therefore \angle ACB = \angle AHM = 90^\circ, \angle A = \angle A$, $\therefore \triangle ABC \sim \triangle AMH$,

$$\therefore \frac{AC}{AH} = \frac{BC}{MH} = \frac{AB}{AM}, \therefore \frac{4k}{8k} = \frac{3k}{MH} = \frac{5k}{AM}, \therefore MH = 6k, \\ AM = 10k, \therefore CM = AM - AC = 10k - 4k = 6k.$$

$$\therefore CM = 12, \therefore k = 2, \therefore BH = 6, MH = 12, \\ \therefore BM = \sqrt{BH^2 + MH^2} = \sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5}.$$

(十六) 统计与概率初步

刷考点

1. D 【解析】

选项	理由	判断
A	调查过程具有破坏性	适合抽样调查, 不合题意
B		
C	花费的时间较长, 耗费大	适合全面调查, 符合题意
D	总体数据较少且方便调查	

故选 D.

2. D 【解析】

根据抽样调查样本要具有代表性可知, 选项 D 的抽样方式较合适. 故选 D.

3. 108 【解析】

估计该校全体学生中, 从未使用该平台辅助学习的学生有 $3\,600 \times \frac{3}{100} = 108$ (名). 故答案为 108.

4. 1 500 【解析】

由题意可估计, 该地区七年级 2 000 名男生中 BMI 等级为正常的人数是 $2\,000 \times \frac{75}{100} = 1\,500$, 故答案为 1 500.

5. A 【解析】

由折线统计图可知, 甲公司 2019~2020 年利润增长接近 20 万元, 2020~2022 年利润增长接近 50 万元, 2022~2023 年利润增长接近 50 万元, 乙公司 2019~2020 年利润增长 10 万元, 2020~2022 年利润增长 20 万元, 2022~2023 年利润增长 10 万元, \therefore 甲始终比乙快. 故选 A.

6. B 【解析】

由题意可得 $a = 50 - 4 - 16 - 12 - 8 = 10$, 故 A 不符合题意; 用地面积在 $8 < x \leq 12$ 这一组的公园个数为 16, 个数最多, 故 B 符合题意; 用地面积在 $0 < x \leq 4$ 这一组的公园个数最少, 故 C 不符合题意; $12 + 8 = 20$, \therefore 这 50 个公园中有 20 个公园用地面积超过 12 公顷, 不到一半, 故 D 不符合题意, 故选 B.

7. 200 【解析】

$\therefore 1\,000 \times 20\% = 200$ (名), \therefore 该校 1 000 名学生中, 最喜爱娱乐节目的学生大约有 200 名, 故答案为 200.

8. A 【解析】

28 公里、30 公里、30 公里、26 公里、32 公里的众数为 30 公里, 若后续又新增

刷有所得

选择全面调查(普查)还是抽样调查要根据所要考察的对象的特征灵活选用, 一般来说, 调查具有破坏性、无法进行普查、普查的意义或价值不大时, 应选择抽样调查.

思路分析

根据加权平均数的定义分别求出 A, B 的值, 再比较大小即可.

一条线路, 使得新增后这 6 条线路长度的中位数变为 29 公里, 众数保持不变, 则新增线路长度不可能是 28 公里或 30 公里, 故选项 B、D 不符合题意; 当新增线路长度是 25 公里时, 25 公里、28 公里、30 公里、30 公里、26 公里、32 公里的中位数为 $\frac{28+30}{2} = 29$ (公里), 故选项 A 符合题意; 当新增线路长度是 29 公里时, 29 公里、28 公里、30 公里、30 公里、26 公里、32 公里的中位数为 $\frac{29+30}{2} = 29.5$ (公里), 故选项 C 不符合题意. 故选 A.

9. C 【解析】

算式中差的平方的项数为 5, \therefore 对应数据个数 $n = 5$, 故选项 A 正确. 平均数 $\bar{x} = \frac{6+8+8+6+7}{5} = 7$, 故选项 B 正确. 数据中 6 和 8 均出现 2 次, 故众数为 6 和 8, 故选项 C 错误. 该组数据加入两个 7 后, 数据更集中, 故这组新数据的方差变小, 故选项 D 正确. 故选 C.

10. 甲 【解析】

$\therefore s_{\text{甲}}^2 = 3.6, s_{\text{乙}}^2 = 5.8, \therefore s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2, \therefore$ 甲种小麦长势更整齐.

11. $>$ 【解析】

$4+3+2+1=10$, 由加权平均数可得 $\frac{4}{10}A + \frac{3}{10} \times 70 + \frac{2}{10} \times 80 + \frac{1}{10} \times 90 = 82$, 解得 $A = 90$; $\frac{4}{10}B + \frac{3}{10} \times 90 + \frac{2}{10} \times 80 + \frac{1}{10} \times 70 = 82$, 解得 $B = 80. \therefore 90 > 80, \therefore A > B$. 故答案为 $>$.

12. 5 【解析】

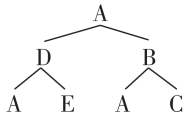
\therefore 这组数据有唯一众数 8, $\therefore b$ 为 8. \therefore 中位数是 5, $\therefore a$ 是 5, \therefore 这一组数据的平均数为 $\frac{1+3+5+8+8}{5} = 5$, 故答案为 5.

13. 【解】

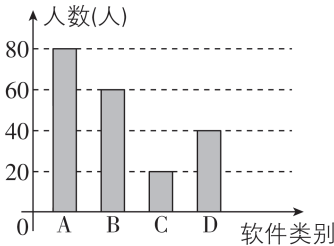
(1) 由比赛得分统计图可得, 甲队员的得分上下波动幅度小于乙队员的得分上下波动幅度, \therefore 得分更稳定的队员是甲. 将乙队员的得分按照从小到大的顺序排列为 14, 20, 28, 30, 32, 32, 最中间两个数为 28, 30, \therefore 乙队员得分的中位数为 $\frac{28+30}{2} = 29$ (分), 故答案为甲, 29.

- (2) \because 甲队员的平均每场得分大于乙队员的平均每场得分,且甲队员的得分更稳定, \therefore 甲队员表现更好. (答案不唯一,合理即可)
- (3) 甲队员的综合得分为 $26.5 \times 1 + 8 \times 1.5 + 2 \times (-1) = 36.5$ (分),乙队员的综合得分为 $26 \times 1 + 10 \times 1.5 + 3 \times (-1) = 38$ (分). $\because 36.5 < 38$, \therefore 乙队员的表现更好.
14. **A** 【解析】小美和小好同学做“石头、剪刀、布”的游戏,两人同时出相同的手势,这个事件是随机事件. 故选 A.
15. **B** 【解析】打开电视机,中央台正在播放“嫦娥六号完成人类首次背月采样”的新闻是随机事件,故 A 不符合题意;从两个班级中任选三名学生担任学校安全督查员,至少有两名学生来自同一个班级是必然事件,故 B 符合题意;小明在内江平台一定能抢到龙舟节开幕式门票是随机事件,故 C 不符合题意;从《西游记》《红楼梦》《三国演义》《水浒传》这四本书中随机抽取一本是《三国演义》是随机事件,故 D 不符合题意. 故选 B.
16. **A** 【解析】 \because 正方体共 6 个面,向上一面出现数字 1 的概率为 $\frac{1}{2}$, \therefore 标有数字 1 的面有 3 个. \therefore 出现数字 2 的概率为 $\frac{1}{3}$, \therefore 标有数字 2 的面有 2 个, \therefore 标有数字 3 的面只有 1 个,而选项 A 中正方体木块至少有 2 个面上标有 3, \therefore 该木块不可能是 A, 故选 A.
17. **B** 【解析】设扇形 AOB 所在圆的半径为 r . $\because CE \perp AO$, $\therefore \angle OCE = 90^\circ$. \because 点 C 是 AO 的中点, $\therefore OC = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}OE$. 在 $Rt\triangle OCE$ 中, $\because \cos \angle COE = \frac{OC}{OE} = \frac{1}{2}$, $\therefore \angle COE = 60^\circ$, $\therefore \angle BOE = \angle AOB - \angle COE = 30^\circ$. $\because ED \perp OB$, $\therefore \angle ODE = 90^\circ$. $\therefore \angle COD =$

- $\angle OCE = \angle ODE = 90^\circ$, \therefore 四边形 OCED 为矩形, $\therefore S_{\triangle OCE} = S_{\triangle ODE}$, $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形BOE}} = \frac{30 \times \pi \times r^2}{360} = \frac{1}{12}\pi r^2$.
- $\therefore S_{\text{扇形AOB}} = \frac{90 \times \pi \times r^2}{360} = \frac{1}{4}\pi r^2$, \therefore 点 P 落在阴影部分的概率为 $\frac{S_{\text{扇形BOE}}}{S_{\text{扇形AOB}}} = \frac{1}{3}$. 故选 B.
18. $\frac{1}{2}$ 【解析】画树状图如下:



- \therefore 所有等可能的情况有 4 种,其中回到格子 A 的情况有 2 种, \therefore 回到格子 A 的概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. 故答案为 $\frac{1}{2}$.
19. 【解】(1) 抽取的学生总人数为 $40 \div 20\% = 200$ (人), \therefore 扇形统计图中 A 类软件所占圆心角为 $360^\circ \times \frac{80}{200} = 144^\circ$, 故答案为 200, 144.
- (2) 使用 B 类软件的人数为 $200 - 80 - 20 - 40 = 60$ (人), 补全条形统计图如下:



- (3) 画树状图如下:
- 共有 12 种等可能的结果,其中恰好抽到使用 A、B 两类软件各 1 人的结果有 6 种, \therefore 恰好抽到使用 A、B 两类软件各 1 人的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

刷考向

1. **B** 【解析】若收入 10 元记作 +10 元,则支出 10 元记作 -10 元. 故选 B.
2. **C** 【解析】由题意得 $\begin{cases} x+y=1\ 000, \\ \frac{11}{9}x+\frac{4}{7}y=999, \end{cases}$ 故选 C.
3. **D** 【解析】如图,设正方形的中心为 O,边 AB 与内

- 切圆的切点为 C,连接 OA, OC, 则 $\angle OCA = 90^\circ$, $\angle OAC = \angle AOC = 45^\circ$, $OC = 2$, $\therefore OA = \frac{OC}{\sin 45^\circ} = 2\sqrt{2}$, $\therefore S_{\text{阴影}} = \pi \cdot OA^2 - \pi \cdot OC^2 = 8\pi - 4\pi = 4\pi$. 故选 D.
4. $3(x-2) = 2x+9$ 【解析】根据“总人数不变”的等量关系可列方程为 $3(x-2) = 2x+9$, 故答案为 $3(x-$

