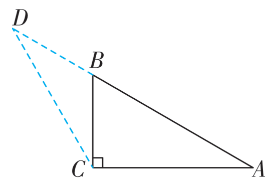
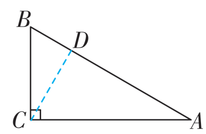
$\therefore BD=BC=4,\therefore AD=8+4=12.$



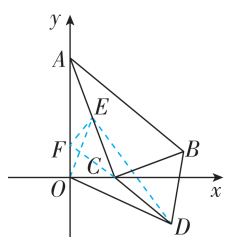
图(1)



图(2)

当点 D 在线段 AB 上时,如图(2)所示.
$\because \angle ABC=60°,\angle BCD=30°,\therefore \angle CDA=90°.$
在 Rt $\triangle ACD$ 中, $\cos A=\dfrac{AD}{AC},\therefore AD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3}=6.$
综上所述,AD 的长为 6 或 12. 故答案为 6 或 12.

15. $\sqrt{3}+\sqrt{13}$ 【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90°,\angle BAC=30°,BC=2,\therefore AC=BC\div \tan 30°=2\div\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}.\because \triangle BCD$ 为等边三角形,$\therefore CD=BC=2,\angle BCD=60°.$ 如图,取 AC 的中点 E,连接 OE,DE,作 $EF\perp CD$ 交 DC 的延长线于 F,



则 $AE=CE=OE=\dfrac{1}{2}AC=\sqrt{3},\angle FCE=180°-\angle ACB-\angle BCD=30°,\therefore EF=\dfrac{1}{2}CE=\dfrac{\sqrt{3}}{2},$
$\therefore CF=\sqrt{CE^2-EF^2}=\dfrac{3}{2},\therefore DF=DC+CF=\dfrac{7}{2},$
$\therefore DE=\sqrt{EF^2+DF^2}=\sqrt{13}.\because OD\leqslant DE+OE,$
$\therefore OD\leqslant\sqrt{3}+\sqrt{13},\therefore OD$ 的最大值为 $\sqrt{3}+\sqrt{13}$,故答案为 $\sqrt{3}+\sqrt{13}$.

思路分析
解直角三角形得出 $AC=2\sqrt{3}$,由 $\triangle BCD$ 是等边三角形可得 $CD=BC=2$, $\angle BCD=60°$. 取 AC 的中点 E,连接 OE, DE,作 $EF\perp CD$ 交 DC 的延长线于 F,求出 $DE=\sqrt{13}$,再根据 $OD\leqslant DE+OE$ 即可求解.

16. A 【解析】A 选项,两点之间,线段最短,原命题正确,符合题意;B 选项,菱形的对角线互相垂直,不一定相等,原命题错误,不符合题意;C 选项,正五边形的外角和为 360°,原命题错误,不符合题意;D 选项,直角三角形不一定是轴对称图形,只有等腰直角三角形才是轴对称图形,原命题错误,不符合题意.故选 A.

17. A 【解析】$\because AB=AC,\therefore \angle ABC=\angle ACB.$ 当 $\angle DCB=\angle EBC$ 时,$\because BC=BC,\angle ABC=\angle ACB,\therefore \triangle DCB\cong\triangle EBC$(ASA),$\therefore CD=BE,BD=CE$,故选项 B、D 是真命题,不符合题意;当 $BD=CE$ 时,$\because BC=BC,\angle ABC=\angle ACB,\therefore \triangle DCB\cong\triangle EBC$(SAS),$\therefore \angle DCB=\angle EBC$,故选项 C 是真命题,不符合题意;当 $CD=BE$ 时,不能证明 $\angle DCB=\angle EBC$,故选项 A 是假命题,符合题意. 故选 A.

(九)四边形

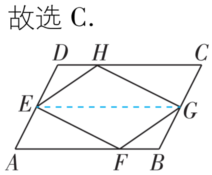
刷考点

1. C 【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,且对角线交点在原点,$\therefore$ 点 A,C 关于原点对称. $\because A(-1,2),\therefore C(1,-2)$,故选 C.

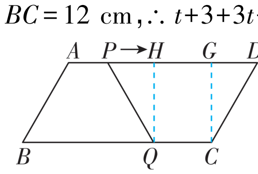
2. C 【解析】$\because \angle A=\angle E=\dfrac{1}{5}\times180°\times(5-2)=108°,\therefore \angle AMN+\angle ENM=360°-\angle A-\angle E=144°.\because \angle 1=\angle AMN,\angle 2=\angle ENM,\therefore \angle 1+\angle 2=\angle AMN+\angle ENM=144°.$ 故选 C.

关键点拨
掌握多边形内角和公式是解题关键.

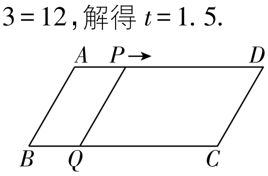
3. C 【解析】如图所示,连接 $EG.\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,$\therefore AD/\!/BC,\angle A=\angle C,AD=BC.\because E,G$ 分别为边 AD,BC 的中点,$\therefore DE=AE=BG=CG.$ 又 $\because AF=CH,\therefore \triangle AEF\cong\triangle CGH$(SAS),$\therefore EF=GH$,同理可证 $EH=GF,\therefore$ 四边形 $EFGH$ 为平行四边形. $\because AE/\!/BG$,且 $AE=BG$,$\therefore$ 四边形 $EABG$ 为平行四边形,$\therefore S_{\triangle EFG}=\dfrac{1}{2}S_{\square EFGH}=\dfrac{1}{2}S_{\square ABGE}=\dfrac{1}{4}S_{\square ABCD},\therefore S_{\square EFGH}=\dfrac{1}{2}S_{\square ABCD}$,故四边形 $EFGH$ 的面积为定值,故选 C.



4. B 【解析】由已知可得,P 从 A 到 D 需要 12 s,Q 从 C 到 B(或从 B 到 C)需要 4 s. 设 P,Q 的运动时间为 t s.
①当 $0\leqslant t\leqslant4$ 时,(i)点 Q 在点 P 右侧时,过 Q 作 $QH\perp AD$ 于 H,过 C 作 $CG\perp AD$ 于 G,如图(1).
由题易得四边形 $HQCG$ 为矩形,$AP=t$ cm,$CQ=3t$ cm,$\therefore GH=3t$ cm. $\because PD/\!/CQ,PQ=CD,\therefore$ 四边形 $CQPD$ 是等腰梯形,$\therefore \angle QPH=\angle D=\angle B=60°,\therefore \angle PQH=\angle GCD=30°.$
$\because PQ=CD=AB=6$ cm,$\therefore PH=\dfrac{1}{2}PQ=3$ cm,$DG=\dfrac{1}{2}CD=3$ cm. $\because AP+PH+GH+DG=AD=BC=12$ cm,$\therefore t+3+3t+3=12$,解得 $t=1.5$.



图(1)



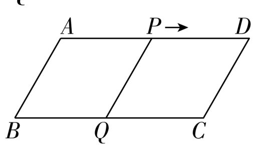
图(2)

(ii)点 Q 在点 P 左侧时,四边形 $CQPD$ 是平行四边形,如图(2).
此时 $PD=CQ=3t$ cm,$\therefore t+3t=12$,解得 $t=3$,
$\therefore$ 运动时间为 1.5 s 或 3 s 时,$PQ=CD$.
②当 $4<t\leqslant8$ 时,(i)点 Q 在点 P 左侧时,四边

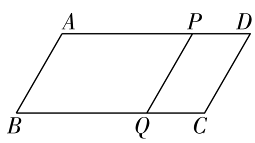
形 $CQPD$ 是平行四边形，如图(3).

此时 $BQ=3(t-4)$ cm，$AP=t$ cm. ∵ $AD=BC$，$PD=CQ$，∴ $BQ=AP$，∴ $3(t-4)=t$，解得 $t=6$.

(ⅱ)点 Q 在点 P 右侧时，由①知，此时四边形 $CQPD$ 是以 CD，PQ 为腰的等腰梯形，这种情况在 $4<t\leqslant 8$ 时不存在，∴ 运动时间为 6 s 时，$PQ=CD$.



图(3)



图(4)

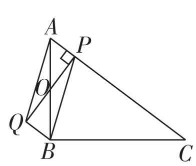
③当 $8<t\leqslant 12$ 时，(ⅰ)点 Q 在点 P 左侧时，四边形 $CQPD$ 是平行四边形，如图(4).

此时 $CQ=3(t-8)$，$PD=12-t$，∴ $3(t-8)=12-t$，解得 $t=9$. (ⅱ)同②可知点 Q 在点 P 右侧时的情况在 $8<t\leqslant 12$ 时不存在，∴ 运动时间为 9 s 时，$PQ=CD$.

综上所述，运动时间为 1. 5 s 或 3 s 或 6 s 或 9 s 时，$PQ=CD$. 故选 B.

5. 12 【解析】由折叠的性质可知，$\angle BCA=\angle ECA$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AD/\!/BC$，$CD=AB=6$ cm，∴ $\angle EAC=\angle BCA$，∴ $\angle EAC=\angle ECA$. ∵ $\triangle CED$ 为等边三角形，∴ $\angle CED=\angle ECD=60°$. ∵ $\angle CED=\angle EAC+\angle ACE=60°$，∴ $\angle ACE=\angle CAE=30°$，∴ $\angle ACD=\angle ACE+\angle DCE=90°$，∴ $AD=2CD=12$ cm. 故答案为 12.

6. $\frac{24}{5}$ 【解析】在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$AB=6$，$BC=8$，∴ $AC=\sqrt{6^2+8^2}=10$. 设 AB 交 QP 于点 O. ∵ 四边形 $PAQB$ 是平行四边形，∴ $OA=\frac{1}{2}AB=3$，$OP=\frac{1}{2}PQ$，∴ 当 OP 取最小值时，PQ 取最小值. 如图，当 $OP\perp AC$ 时，OP 取最小值，此时 $\sin\angle BAC=\frac{OP}{AO}=\frac{BC}{AC}$，即 $\frac{OP}{3}=\frac{8}{10}$，解得 $OP=\frac{12}{5}$，∴ 线段 PQ 的最小值为 $2OP=\frac{24}{5}$. 故答案为 $\frac{24}{5}$.



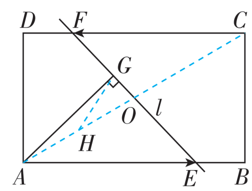
7. D 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ 当 $\angle A=90°$ 时，平行四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ 选项 A 可以判定▱$ABCD$ 为矩形，故选项 A 不符合题意. ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AB/\!/CD$，∴ $\angle B+\angle C=180°$. 当 $\angle B=\angle C$ 时，$\angle B=\angle C=90°$，此时▱$ABCD$ 为矩形，∴ 选项 B 可以判定▱$ABCD$ 为矩形，故选项 B 不符合题意. ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ 当 $AC=BD$ 时，平行四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ 选项 C 可以判定▱$ABCD$ 为矩形，故选项 C 不符合题意. ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ 当 $AC\perp BD$ 时，平行四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ 选项 D 不能判定▱$ABCD$ 为矩形，∴ 选项 D 符合题意. 故选 D.

8. C 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形，对角线 AC，BD 相交于点 O，∴ $OA=OB=OC=OD$. ∵ $\angle ABD=60°$，∴ $\triangle OAB$ 为等边三角形，∴ $OA=OB=AB=2$，∴ $OC=OA=2$，∴ $AC=OA+OC=4$，故选 C.

9. B 【解析】设 $A(a,b)$，$AB=m$，$AD=n$. ∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形，∴ $AD=BC=n$，$AB=CD=m$，∴ $D(a,b+n)$，$B(a+m,b)$，$C(a+m,b+n)$. ∵ $\frac{b}{a+m}<\frac{b}{a}<\frac{b+n}{a}$，且 $\frac{b}{a+m}<\frac{b+n}{a+m}$，∴ 该矩形四个顶点中“特征值”最小的是点 B. 故选 B.

思路分析 连接 AC 交 EF 于点 O，取 OA 中点 H，连接 GH. 由勾股定理可求 AC 的长，由“ASA”可证 $\triangle AOE\cong\triangle COF$，可得 $AO=CO=1$，再由 $AG\perp EF$，H 是 OA 的中点可得点 G 的运动轨迹，进而求解.

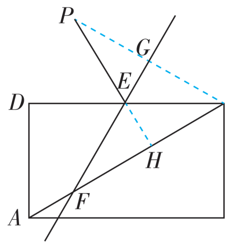
10. D 【解析】连接 AC 交 EF 于点 O，取 OA 中点 H，连接 GH，如图所示. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $\angle ABC=90°$，$AB/\!/CD$，∴ 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$，$\angle EAO=\angle FCO$，$\angle AEO=\angle CFO$. 在 $\triangle AOE$ 与 $\triangle COF$ 中，$\begin{cases}\angle EAO=\angle FCO,\\ AE=CF,\\ \angle AEO=\angle CFO,\end{cases}$ ∴ $\triangle AOE\cong\triangle COF$，∴ $AO=CO=\frac{1}{2}AC=1$. ∵ $AG\perp EF$，H 是 OA 的中点，∴ 在 Rt$\triangle AGO$ 中，$GH=\frac{1}{2}AO=\frac{1}{2}$，∴ 点 G 的轨迹为以 H 为圆心，$\frac{1}{2}$ 为半径长，即 AO 为直径的圆弧，∴ AG 的最大值为 AO 的长，即 AG 的最大值为 1. 故选 D.



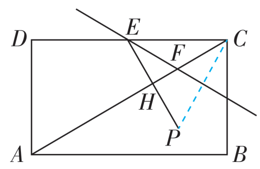
易错警示 注意分点 P 在 AC 上方和点 P 在 AC 下方两种情况讨论，不要漏解.

11. 3 或 9 【解析】①当点 P 在 AC 上方时，如图(1)，PC 交直线 EF 于点 G，延长 PE 交 AC 于点 H. 在矩形 $ABCD$ 中，$AD=6$，$\angle CAD=60°$，∴ $\angle ACD=30°$，∴ $AC=2AD=12$，∴ $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=6\sqrt{3}$. ∵ 点 E 是边 CD 的中点，∴ $CE=\frac{1}{2}CD=3\sqrt{3}$. ∵ 点 C 与点 P 关于直线 EF 对称，∴ $PE=CE=3\sqrt{3}$，$\angle EGC=\angle EGP=90°$. ∵ $PH\perp AC$，∴ $\angle EHC=\angle EHF=90°$，∴ $\angle CEH=60°$，∴ $\angle PEC=120°$. ∵ $PE=CE$，∴ $\angle CPE=\angle PCE=\frac{1}{2}(180°-\angle PEC)=30°$. ∵ $\angle PEG=\angle FEH$，$\angle EGP=\angle EHF=90°$，∴ $\angle CPE=\angle EFC=30°$，∴ $EF=EC$，∴ $\triangle CEF$ 是等腰三角形，∴ $CH=FH=\frac{1}{2}CF$. 在 Rt$\triangle CEH$ 中，$CE=3\sqrt{3}$，$\angle HCE=30°$，∴ $CH=CE\cdot\cos\angle HCE=3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9}{2}$，∴ $CF=$

$2CH=9$.



图(1)



图(2)

②当点 P 在 AC 下方时,如图(2).设 PE 与 AC 的交点为 H. ∵ $PE\perp AC$,∴ $\angle CHE=90°$. 同①可知,$\angle ACD=30°$,$CE=3\sqrt{3}$,∴ $\angle CEP=60°$,∴ $CH=CE\cdot\sin\angle CEH=3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9}{2}$. 由对称的性质得 $PE=CE$,∴ $\triangle CEP$ 是等边三角形,∴ $\angle P=60°$,$CE=PC=PE=3\sqrt{3}$,$\angle HEF=30°$,$EH=PH=\frac{1}{2}PE=\frac{3\sqrt{3}}{2}$,∴ $HF=EH\cdot\tan\angle PEF=\frac{3\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{3}{2}$,∴ $CF=CH-HF=3$.

综上,CF 的长为 3 或 9. 故答案为 3 或 9.

12. (1)【证明】∵ D,E 分别为 AB,AC 的中点,

∴ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,∴ $DE/\!/BC$.

∵ $DG=FC$,∴ 四边形 $DFCG$ 是平行四边形.

又∵ $DF\perp BC$,∴ $\angle DFC=90°$,

∴ 平行四边形 $DFCG$ 是矩形.

(2)【解】∵ $DF\perp BC$,∴ $\angle DFB=90°$.

∵ $\angle B=45°$,∴ $\triangle BDF$ 是等腰直角三角形,∴ $BF=DF=3$. ∵ $DG=FC=5$,∴ $BC=BF+FC=3+5=8$. 由(1)可知,DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,四边形 $DFCG$ 是矩形,

∴ $DE=\frac{1}{2}BC=4$,$CG=DF=3$,$\angle G=90°$,

∴ $EG=DG-DE=5-4=1$,

∴ $CE=\sqrt{CG^2+EG^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

∵ E 为 AC 的中点,∴ $AC=2CE=2\sqrt{10}$.

▶**思路分析**

(1)证明 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,得 $DE/\!/BC$,进而证明四边形 $DFCG$ 为平行四边形,再由 $DF\perp BC$ 即可证明四边形 $DFCG$ 是矩形.

13. (1)【证明】如图(1),

∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $\angle A=\angle D=\angle C=90°$,

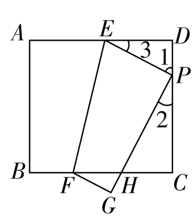
∴ $\angle 1+\angle 3=90°$.

由折叠得 $\angle EPH=\angle A=90°$,∴ $\angle 1+\angle 2=90°$,

∴ $\angle 3=\angle 2$.

又∵ $\angle D=\angle C=90°$,

∴ $\triangle DEP\backsim\triangle CPH$.

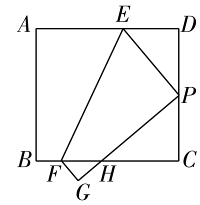


图(1)

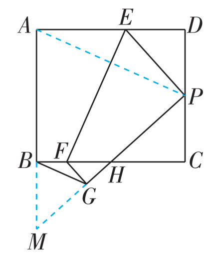
【解】(2)如图(2),∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,∴ $CD=AB=2$,$AD=BC=3$,$\angle A=\angle D=\angle C=90°$. ∵ P 为 CD 中点,∴ $DP=CP=\frac{1}{2}\times 2=1$.

设 $EP=AE=x$,∴ $ED=AD-AE=3-x$. 在 $\text{Rt}\triangle EDP$ 中,$EP^2=ED^2+DP^2$,即 $x^2=(3-x)^2+1$,解得 $x=\frac{5}{3}$,∴ $EP=AE=\frac{5}{3}$,∴ $ED=AD-AE=\frac{4}{3}$. 由(1)得 $\triangle DEP\backsim\triangle CPH$,∴ $\frac{ED}{PC}=\frac{EP}{PH}$,∴ $\frac{\frac{4}{3}}{1}=\frac{\frac{5}{3}}{PH}$,解得 $PH=\frac{5}{4}$.

∵ $PG=AB=2$,∴ $GH=PG-PH=\frac{3}{4}$.



图(2)



图(3)

(3)$AB=\sqrt{6}BC$. 理由:如图(3),延长 AB,PG 交于点 M,连接 AP. 由折叠得 $AE=EP$,$\angle EPG=\angle BAE=90°$,∴ $\angle EAP=\angle EPA$,∴ $\angle BAP=\angle GPA$,∴ $MA=MP$,∴ $\triangle MAP$ 是等腰三角形. ∵ P 为 CD 中点,∴ 设 $DP=CP=y$,∴ $AB=PG=CD=2y$. ∵ H 为 BC 中点,∴ $BH=CH$. ∵ $\angle BHM=\angle CHP$,$\angle CBM=\angle PCH$,∴ $\triangle MBH\cong\triangle PCH$(ASA),∴ $BM=CP=y$,$HM=HP$,∴ $MP=MA=MB+AB=3y$,

∴ $HP=\frac{1}{2}PM=\frac{3}{2}y$.

在 $\text{Rt}\triangle PCH$ 中,$CH=\sqrt{PH^2-PC^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}y$,

∴ $BC=2CH=\sqrt{5}y$,∴ $AD=BC=\sqrt{5}y$,

∴ 在 $\text{Rt}\triangle APD$ 中,$AP=\sqrt{AD^2+PD^2}=\sqrt{6}y$.

∵ 由折叠易得 $AP\perp EF$,$BG\perp$ 直线 EF,

∴ $BG/\!/AP$,∴ $\triangle BMG\backsim\triangle AMP$,

∴ $\frac{BG}{AP}=\frac{BM}{AM}=\frac{1}{3}$,∴ $BG=\frac{\sqrt{6}}{3}y$,

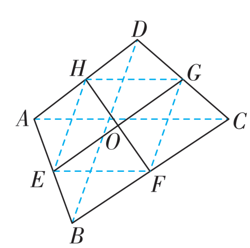
∴ $\frac{AB}{BG}=\frac{2y}{\frac{\sqrt{6}}{3}y}=\sqrt{6}$,∴ $AB=\sqrt{6}BG$.

刷有所得◀

遇中点,常倍长中点所在的线段,构造全等三角形.

14. **A**　【解析】如图,连接 AC,BD,EF,FG,GH,EH. ∵ G,H 分别是 CD,AD 的中点,∴ HG 是 $\triangle ACD$ 的中位线,

∴ $HG/\!/AC$,$HG=\frac{1}{2}AC$.



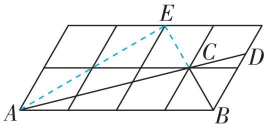
同理,$EF/\!/AC$,$EF=\frac{1}{2}AC$,$EH=\frac{1}{2}BD$,∴ $HG/\!/EF$,$HG=EF$,∴ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

∵ $BD=AC$,∴ $EH=EF$,

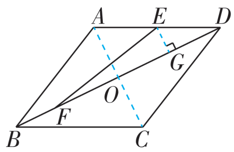
∴ 四边形 $EFGH$ 是菱形，

∴ EG 与 FH 互相垂直平分. 故选 A.

15. B 【解析】如图，延长 BC 交格点于 E，连接 AE. 由题意可得，$AE\perp BE$，$AE=4\sqrt{3}$，$EC=2$，∴ $\tan\angle BCD=\tan\angle ACE=\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$，故选 B.



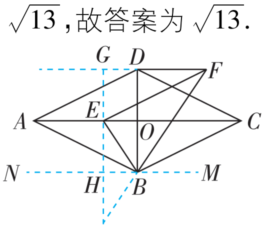
16. $\sqrt{85}$ 【解析】连接 AC 交 BD 于点 O，过点 E 作 $EG\perp OD$ 于点 G，如图. ∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $AD=AB=4\sqrt{5}$，$BO=OD=\dfrac{1}{2}BD=8$，$AO\perp BD$，∴ $AO=\sqrt{AD^2-OD^2}=4$，$EG/\!/AO$，∴ $\triangle DEG\backsim\triangle DAO$，∴ $\dfrac{DE}{AD}=\dfrac{EG}{AO}=\dfrac{DG}{OD}$. ∵ E 是 AD 的中点，∴ $\dfrac{DE}{AD}=\dfrac{EG}{4}=\dfrac{DG}{8}=\dfrac{1}{2}$，∴ $EG=2$，$DG=4$，∴ $FG=BD-BF-DG=16-3-4=9$，∴ $EF=\sqrt{FG^2+EG^2}=\sqrt{9^2+2^2}=\sqrt{85}$. 故答案为 $\sqrt{85}$.



思路分析

连接 AC 交 BD 于点 O，过点 E 作 $EG\perp OD$ 于点 G，利用菱形的性质得出 $AD=AB=4\sqrt{5}$，$BO=OD=8$，$AO\perp BD$，进而得出 $AO=\sqrt{AD^2-OD^2}=4$，$EG/\!/AO$，即可证明 $\triangle DEG\backsim\triangle DAO$，即可计算出 $EG=2$，$DG=4$，即可求得 $FG=BD-BF-DG=16-3-4=9$，再利用勾股定理即可求解.

17. $\sqrt{13}$ 【解析】如图，过点 B 作 AC 的平行线 MN，作点 E 关于 MN 的对称点 E'，连接 BE'，$E'F$. 由对称性得 $BE=BE'$，∴ $BE+BF=BE'+BF\geqslant E'F$，∴ 点 E'，B，F 共线时，$BE'+BF$ 取得最小值，为 $E'F$ 的长. 设 AC 与 BD 的交点为 O，EE' 交 MN 于点 H，延长 $E'E$ 交 FD 的延长线于点 G. 在菱形 $ABCD$ 中，$AC=4$，$BD=2$，∴ $AO=\dfrac{1}{2}AC=2$，$BO=DO=\dfrac{1}{2}BD=1$，$AC\perp BD$. ∵ $AC/\!/MN$，$EH\perp HB$，∴ $AC\perp GH$，∴ $\angle OEH=\angle EOB=\angle EHB=90°$，∴ 四边形 $EOBH$ 是矩形，∴ $E'H=EH=OB=1$. ∵ 四边形 $DAEF$ 为平行四边形，∴ $DF=AE$，$DF/\!/AC$，∴ $GD\perp DO$，∴ $\angle GDO=\angle DOE=\angle GEO=90°$，∴ 四边形 $DOEG$ 是矩形，∴ $GD=EO$，$GE=DO=1$，∴ $GF=GD+DF=EO+AE=AO=2$，$GE'=GE+EH+E'H=3$，∴ $E'F=\sqrt{GF^2+GE'^2}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，即 $BE+BF$ 的最小值为 $\sqrt{13}$，故答案为 $\sqrt{13}$.



关键点拨

过点 B 作 AC 的平行线 MN，作点 E 关于 MN 的对称点 E'，连接 BE'，$E'F$，得到 E'，B，F 三点共线时，$BE+BF=BE'+BF$ 取得最小值是解题关键.

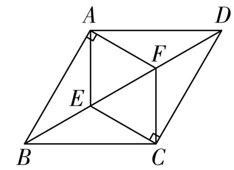
18. (1)【证明】∵ $AB/\!/CD$，∴ $\angle ABF=\angle CDE$. ∵ $AF\perp AB$，$CE\perp CD$，∴ $\angle BAF=\angle DCE=90°$. ∵ $BE=EF=FD$，∴ $BE+EF=FD+EF$，即 $BF=DE$. 在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CDE$ 中，

$$\begin{cases}\angle ABF=\angle CDE,\\ \angle BAF=\angle DCE=90°,\\ BF=DE,\end{cases}$$

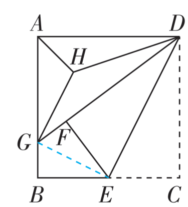
∴ $\triangle ABF\cong\triangle CDE$(AAS).

(2)【解】四边形 $AECF$ 是菱形. 理由如下：如图. ∵ $\angle ABD=30°$，$AB/\!/CD$，∴ $\angle CDB=\angle ABD=30°$. ∵ $BE=EF$，$\angle BAF=90°$，∴ $AE=\dfrac{1}{2}BF$.

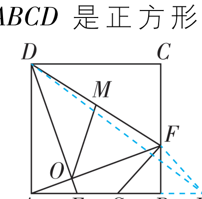
在 Rt $\triangle ABF$ 中，$\angle ABD=30°$，∴ $AF=\dfrac{1}{2}BF$，∴ $AE=AF=\dfrac{1}{2}BF$，同理 $CE=CF=\dfrac{1}{2}DE$. 由(1)知，$BF=DE$，∴ $AE=AF=CE=CF$，∴ 四边形 $AECF$ 是菱形.



19. A 【解析】如图，连接 GE. ∵ 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，∴ $\angle B=\angle C=\angle BAD=\angle ADC=90°$，$AB=BC=CD=DA=2$. ∵ 点 E 是 BC 边的中点，∴ $BE=CE=1$. ∵ 将 $\triangle DCE$ 沿直线 DE 翻折得 $\triangle DFE$，∴ $\angle EFD=\angle C=90°$，$CE=FE=BE=1$，$DC=DF=2$，∴ $\angle GFE=\angle GBE=90°$. ∵ $GE=GE$，∴ Rt$\triangle EFG\cong$Rt$\triangle EBG$(HL)，∴ $GF=GB$. 设 $GB=GF=x$，则 $AG=2-x$，$DG=2+x$. 在 Rt$\triangle AGD$ 中，根据勾股定理可得 $AG^2+AD^2=DG^2$，即 $(2-x)^2+2^2=(2+x)^2$，解得 $x=\dfrac{1}{2}$，∴ $DG=\dfrac{5}{2}$，$AG=\dfrac{3}{2}$. ∵ $\angle ADG$ 和 $\angle DAG$ 的平分线 DH，AH 相交于点 H，∴ 点 H 到 AD，AG，GD 的距离相等，∴ $S_{\triangle GDH}=\dfrac{GD}{GD+AG+AD}\cdot S_{\triangle ADG}=\dfrac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}+\frac{3}{2}+2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times2=\dfrac{5}{8}$，故选 A.

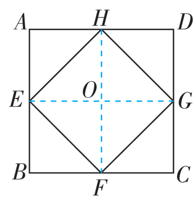


20. B 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $AD=AB$，$\angle DAB=\angle ABC=90°$. 又 ∵ $AE=BF$，∴ $\triangle ADE\cong\triangle BAF$(SAS)，∴ $\angle ADE=\angle BAF$，∴ $\angle DOF=\angle ADO+\angle DAO=\angle BAF+\angle DAO=\angle DAB=90°$，∴ $\triangle DOF$ 是直角三角形. ∵ 点 M 是 DF 的中点，∴ $OM=\dfrac{1}{2}DF$. 如图所示，在 AB 延长

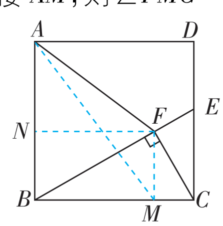


线上截取 $BH=BG$，连接 FH,DH. ∵ $\angle FBG=\angle FBH=90°$，$FB=FB$，$BG=BH$，∴ $\triangle FBG\cong\triangle FBH$（SAS），∴ $FH=FG$，∴ $OM+\frac{1}{2}FG=\frac{1}{2}DF+\frac{1}{2}HF=\frac{1}{2}(DF+HF)$，∴ 当 H,D,F 三点共线时，$DF+HF$ 有最小值，即此时 $OM+\frac{1}{2}FG$ 有最小值，最小值即为 DH 的长的一半. ∵ $AG=2GB$，$AB=6$，∴ $BH=BG=2$，∴ $AH=8$. 在 Rt $\triangle ADH$ 中，由勾股定理得 $DH=\sqrt{AD^2+AH^2}=10$，∴ $OM+\frac{1}{2}FG$ 的最小值为 5. 故选 B.

21. 2　【解析】如图，连接 HF，EG 交于点 O. ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，且面积为 4，∴ $AB\perp BC$，$AB=BC=2$. ∵ H,F 分别为边 AD,BC 的中点，∴ 易得 $AB=HF=2$，$AB/\!/HF$. 同理可得 $BC=EG=2$，$BC/\!/EG$. ∵ $AB\perp BC$，∴ $HF\perp EG$，∴ 四边形 $EFGH$ 的面积是 $\frac{1}{2}EG\times HF=\frac{1}{2}\times2\times2=2$. 故答案为 2.



22. $\frac{3}{8}$　【解析】如图，过点 F 作 $FM\perp BC$，$FN\perp AB$，垂足分别为 M,N，连接 AM，则 $\angle FMC=90°$. ∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，∴ $\angle ABC=90°$，∴ $\angle ABC=\angle FMC$，∴ $AB/\!/FM$，∴ $FN=BM$. ∵ $S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}AB\cdot FN$，$S_{\triangle ABM}=\frac{1}{2}AB\cdot BM$，∴ $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ABM}$. ∵ $CF\perp BE$，$AB=1=BC$，$\angle EBC=30°$，∴ $\angle BCF=60°$，$CF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}$，∴ $\angle CFM=90°-\angle BCF=30°$，∴ $CM=\frac{1}{2}CF=\frac{1}{4}$，∴ $BM=BC-CM=\frac{3}{4}$，∴ $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ABM}=\frac{1}{2}\times1\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$，故答案为 $\frac{3}{8}$.



思路分析

过点 F 作 $FM\perp BC$，$FN\perp AB$，垂足分别为 M,N，连接 AM，则易得 $AB/\!/FM$，再根据平行线间的距离处处相等得出 $FN=BM$，继而得出 $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ABM}$，通过解直角三角形得出 $BM=\frac{3}{4}$，即可求解.

归纳总结

对角线互相垂直的四边形的面积等于它的两条对角线长的乘积的一半.

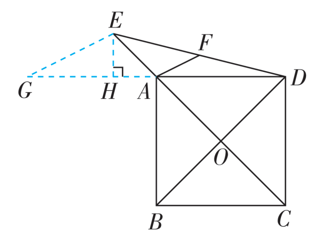
关键点拨

（2）作辅助线，构造三角形中位线是解题关键.

23.（1）2　（2）$\frac{\sqrt{10}}{2}$　【解析】（1）∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $OA=OC=OD=OB$，$\angle DOC=90°$. 在 Rt $\triangle DOC$ 中，$OD^2+OC^2=DC^2$. ∵ $DC=3\sqrt{2}$，∴ $OD=OC=OA=OB=3$. ∵ $OE=5$，∴ $AE=OE-OA=5-3=2$. 故答案为 2.

（2）延长 DA 到点 G，使 $AG=AD$，连接 EG，过 E 点向 AG 作垂线，垂足为 H，如图所示.

∵ F 为 DE 的中点，A 为 GD 的中点，∴ AF 为 $\triangle DGE$ 的中位线. 在 Rt $\triangle EAH$ 中，$\angle EAH=\angle DAC=45°$，∴ $AH=EH$.



∵ $AH^2+EH^2=AE^2$，∴ $AH=EH=\sqrt{2}$，∴ $GH=AG-AH=3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$. 在 Rt $\triangle EHG$ 中，$EG^2=EH^2+GH^2=2+8=10$，∴ $EG=\sqrt{10}$. ∵ AF 为 $\triangle DGE$ 的中位线，∴ $AF=\frac{1}{2}EG=\frac{\sqrt{10}}{2}$. 故答案为 $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

（十）锐角三角函数

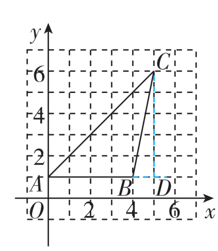
刷考点

1. A　【解析】$\tan 45°-\sqrt{2}\cos 45°=1-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=0$，故选 A.

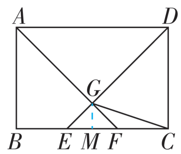
2. D　【解析】在 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=13$，$BC=5$，则 $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$，故选 D.

3. D　【解析】∵ 小正方形的面积为 1，大正方形的面积为 25，∴ 小正方形的边长为 1，大正方形的边长为 5. 设直角三角形较短的直角边长为 a，则较长的直角边长为 $a+1$，其中 $a>0$. 由勾股定理得 $a^2+(a+1)^2=5^2$，解得 $a_1=3$，$a_2=-4$（舍去），∴ $a+1=4$，∴ $\cos\alpha=\frac{4}{5}$，故选 D.

4. C　【解析】如图，过 C 作 $CD\perp AB$ 交 AB 延长线于 D. ∵ $A(0,1)$，$B(4,1)$，$C(5,6)$，∴ $D(5,1)$，∴ $CD=6-1=5$，$AD=5$，∴ $AC=5\sqrt{2}$，∴ $\sin\angle BAC=\frac{CD}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故选 C.



5. B　【解析】过点 G 作 $GM\perp BC$ 于点 M，如图. ∵ E,F 是 BC 的三等分点，∴ $BE=EF=CF=\frac{1}{3}BC=4$，∴ $BF=BE+EF=8$，∴ $AB=BF=8$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $AB=CD=8$，$\angle B=\angle DCB=90°$，∴ $\triangle ABF$ 是等腰直角三角形，∴ $\angle BFA=45°$. 同理可得，$\triangle CDE$ 是等腰直角

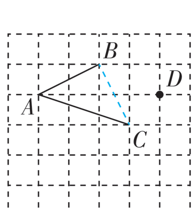


三角形，$\therefore \angle CED=45°$，$\therefore \angle BFA=\angle CED=45°$，$\therefore GE=GF$，$\angle EGF=90°$. $\because GM\perp EF$，$\therefore GM=EM=FM=\frac{1}{2}EF=2$，$\therefore CM=CF+MF=4+2=6$. 在 $Rt\triangle GMC$ 中，$\tan\angle GCF=\frac{GM}{CM}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$. 故选 B.

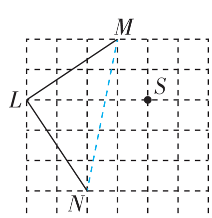
6. $\frac{\pi}{3}$ 【解析】$\because \odot A$，$\odot B$ 分别与 x 轴相切于点 C 和点 D，半径为 1，$\therefore AC\perp x$ 轴，$BD\perp x$ 轴，$AC=BD=1$，$\therefore A$ 点的纵坐标为 1. 把 $y=1$ 代入 $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$，得 $x=\sqrt{3}$，$\therefore A(\sqrt{3},1)$，$\therefore OC=\sqrt{3}$，$\therefore \tan\angle OAC=\frac{OC}{AC}=\sqrt{3}$，$\therefore \angle OAC=60°$，$\therefore$ 第一象限中阴影部分图形（扇形）的面积为 $\frac{60\pi\times1^2}{360}=\frac{\pi}{6}$. 同理，第三象限中阴影部分图形（扇形）的面积为 $\frac{\pi}{6}$，$\therefore S_{阴影部分}=\frac{\pi}{3}$. 故答案为 $\frac{\pi}{3}$.

关键点拨 求得 $\angle OAC=60°$ 是解题的关键.

7. 【解】(1) 如图(1)，连接 BC. 由题意，得 $\tan\alpha=\tan\angle BAD=\frac{1}{2}$，$\tan\beta=\tan\angle CAD=\frac{1}{3}$，$\therefore \angle\alpha=\angle BAD$，$\angle\beta=\angle CAD$. $\because AB=BC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，$\therefore AB^2+BC^2=AC^2$，$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形，且 $\angle ABC=90°$，$\therefore \angle BAC=45°$，$\therefore \angle\alpha+\angle\beta=45°$.



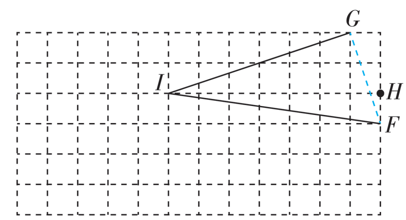
图(1)



图(2)

(2) 如图(2)，在边长为 1 的正方形网格中画出 $\angle MLS$ 和 $\angle NLS$（点 M,L,N,S 都在格点上），连接 MN. 由题意，得 $\tan\alpha=\tan\angle MLS=\frac{2}{3}$，$\tan\beta=\tan\angle SLN=\frac{3}{2}$，$\therefore \angle\alpha=\angle MLS$，$\angle\beta=\angle SLN$. $\because LM=LN=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，$MN=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$，$\therefore ML^2+NL^2=MN^2$，$\therefore \triangle LMN$ 是等腰直角三角形，且 $\angle MLN=90°$，$\therefore \angle\alpha+\angle\beta=\angle MLS+\angle SLN=\angle MLN=90°$，故答案为 90.

(3) 如图(3)，在边长为 1 的正方形网格中画出 $\angle GIH$ 和 $\angle HIF$（点 G,I,F,H 都在格点上），连接 GF. 由题意，得 $\tan\alpha=\tan\angle GIH=\frac{1}{3}$，$\tan\beta=\tan\angle HIF=\frac{1}{7}$，$\therefore \angle\alpha=\angle GIH$，$\angle\beta=\angle HIF$. $\because \angle\alpha+\angle\beta=\angle\theta$，$\therefore \angle\theta=\angle GIH+\angle HIF=\angle GIF$. $\because IG=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$，$GF=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，$IF=\sqrt{1^2+7^2}=5\sqrt{2}$，$\therefore IG^2+GF^2=IF^2$，$\therefore \triangle IGF$ 是直角三角形，且 $\angle IGF$ 是直角，$\therefore \tan\theta=\tan\angle GIF=\frac{GF}{IG}=\frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{10}}=\frac{1}{2}$.



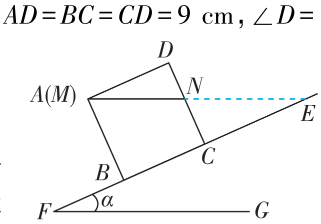
图(3)

8. B 【解析】由题意得，四边形 $ACDE$ 是矩形，$\therefore CD=AE=n$，$\therefore BC=BD-CD=m-n$. 由题意得，$\angle ACB=90°$，$\angle BAC=\alpha$，$\therefore \sin\alpha=\frac{BC}{AB}$，$\therefore AB=\frac{BC}{\sin\alpha}=\frac{m-n}{\sin\alpha}$，即 A,B 两点之间的距离为 $\frac{m-n}{\sin\alpha}$ 米. 故选 B.

思路分析 由题意得出四边形 $ACDE$ 是矩形，得到 BC 的长，再解直角三角形求出 AB 的长即可.

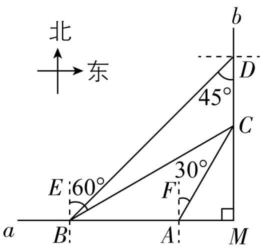
9. $15\sqrt{3}$ m 【解析】$\because$ 迎水坡 AB 的斜面坡度 $i=1:\sqrt{2}$，$\therefore BC:AC=1:\sqrt{2}$. $\because BC=15$ m，$\therefore AC=15\sqrt{2}$ m. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，由勾股定理得 $AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{15^2+(15\sqrt{2})^2}=15\sqrt{3}$ (m)，故答案为 $15\sqrt{3}$ m.

10. $\frac{4}{9}$ 【解析】如图，延长 AN 交 BC 的延长线于点 E. 由题意得 $AD=BC=CD=9$ cm，$\angle D=90°$，$AD\parallel BC$，$AN\parallel FG$. 设 $DN=x$ cm，则 $CN=CD-DN=(9-x)$ cm. $\because$ 密封透明正方体容器水平放置在桌面上与放在坡角为 α 的斜坡上，容器里水的体积不变，且放在坡角为 α 的斜坡上时，水的体积等于长为 9 cm、宽为 9 cm、高为 $(9-x)$ cm 的长方体的体积与长为 9 cm、宽为 9 cm、高为 x cm 的长方体的体积的一半之和，$\therefore 9\times9(9-x)+\frac{1}{2}\times9\times9x=9\times9\times7$，解得 $x=4$，即 $DN=4$ cm. $\because AN\parallel FG$，$\therefore \angle AEF=\angle F=\alpha$. $\because AD\parallel BC$，$\therefore \angle DAN=\angle AEF=\alpha$，$\therefore \tan\alpha=\tan\angle DAN=\frac{DN}{AD}=\frac{4}{9}$，故答案为 $\frac{4}{9}$.



思路分析 延长 AN 交 BC 的延长线于点 E，设 $DN=x$ cm，则 $CN=CD-DN=(9-x)$ cm，先根据水的体积不变建立方程，解方程可得 x 的值，再根据平行线的性质可得 $\angle DAN=\angle AEF=\alpha$，然后根据正切的定义计算即可.

11.【解】(1)如图,由题意可得$\angle CBE=60°$,$\angle CAF=30°$,$BE//AF//DM$,$\therefore \angle BCM=\angle CBE=60°$,$\angle ACM=\angle CAF=30°$,$\therefore \angle ACB=\angle BCM-\angle ACM=60°-30°=30°$.



(2)如图. $\because \angle CBE=60°$,$\therefore \angle CBM=90°-\angle CBE=90°-60°=30°$. 由(1)得$\angle ACB=30°$,$\therefore \angle ABC=\angle ACB$,$\therefore AB=AC$. $\because AB=800$,$\therefore AC=800$. 在$Rt\triangle ACM$中,$\sin\angle ACM=\frac{AM}{AC}$,$\cos\angle ACM=\frac{CM}{AC}$,$\therefore AM=AC\cdot\sin\angle ACM=800\times\sin 30°=800\times\frac{1}{2}=400$,$CM=AC\cdot\cos\angle ACM=800\times\cos 30°=800\times\frac{\sqrt{3}}{2}=400\sqrt{3}$,$\therefore BM=BA+AM=800+400=1\ 200$. $\because \angle BDM=45°$,$\angle BMD=90°$,$\therefore \angle DBM=45°$,$\therefore DM=BM=1\ 200$,$\therefore DC=DM-CM=1\ 200-400\sqrt{3}$,$\therefore$景点$C$与景点$D$之间的距离为$(1\ 200-400\sqrt{3})$m.

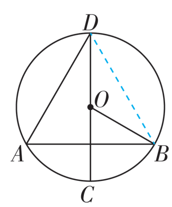
(十一)圆

刷考点

1. C 【解析】根据题意,得$\angle A$和$\angle BOC$分别是$\overset{\frown}{BC}$所对的圆周角和圆心角,$\therefore \angle A=\frac{1}{2}\angle BOC$. $\because \angle A=45°$,$\therefore \angle BOC=2\angle A=2\times45°=90°$. 故选C.

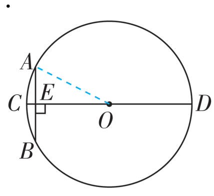
2. A 【解析】$\because AB$是$\odot O$的直径,$\therefore \angle ACB=90°$. $\because \angle CDB=60°$,$\therefore \angle CAB=\angle CDB=60°$,$\therefore \angle ABC=90°-\angle CAB=30°$. 故选A.

3. C 【解析】如图,连接BD. $\because CD$是$\odot O$的直径,AB是弦,$AB\perp CD$,$\therefore \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$,$\therefore \angle ADC=\angle BDC=30°$,$\therefore \angle BOC=2\angle BDC=60°$. 故选C.



4. $66°$ 【解析】$\because AB$为$\odot O$的直径,$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$,$\therefore AB\perp CD$,即$\angle A+\angle ACD=90°$. $\because \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BC}$,$\therefore \angle A=\angle CDB=24°$,$\therefore \angle ACD=90°-\angle A=90°-24°=66°$. 故答案为$66°$.

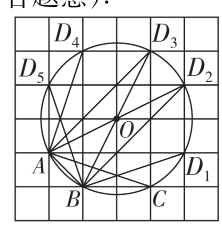
5. 26 【解析】如图,连接OA,设$\odot O$的半径是r寸. $\because$直径$CD\perp AB$,$\therefore AE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times10=5$(寸). $\because CE=1$寸,$\therefore OE=(r-1)$寸. $\because OA^2=OE^2+AE^2$,$\therefore r^2=(r-1)^2+5^2$,$\therefore r=13$,$\therefore$直径$CD$的长度为26寸. 故答案为26.



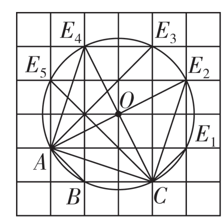
6. C 【解析】$\because$四边形$ABCD$内接于$\odot O$,$\therefore \angle ABC+\angle ADC=180°$. $\because \angle ABC=70°$,$\therefore \angle ADC=180°-70°=110°$. $\because \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$,$\therefore \angle ADB=\angle BDC$,$\therefore \angle BDC=110°\times\frac{1}{2}=55°$,故选C.

7.【解】(1)如图(1),$\angle AD_1B$即为所求(答案不唯一,用其余的格点D_2,D_3,D_4,D_5画出的$\angle ADB$均符合题意).

(2)如图(2),$\angle AE_1C$即为所求(答案不唯一,用其余的格点E_2,E_3,E_4,E_5画出的$\angle AEC$均符合题意).



图(1)



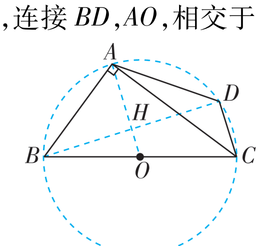
图(2)

思路分析
先根据垂径定理得到$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$,进而得到$\angle ADC=\angle BDC=30°$,再根据圆周角定理即可得到$\angle BOC=60°$.

关键点拨
(1)利用圆周角定理的推论作出图形;
(2)利用圆内接四边形的性质作出图形.

8.【解】(1)依题意,四边形①、四边形②和四边形④没有对角互补,不是圆的内接四边形,四边形③对角互补且有一组邻边相等,$\therefore$是邻等内接四边形,故答案为③.

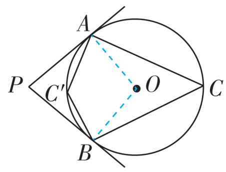
(2)$\because \angle BAC=90°$,$AB=3$,$AC=4$,$\therefore BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=5$. $\because$四边形$ABCD$是邻等内接四边形,$\angle BAC=90°$,$\therefore A,B,C,D$四点共圆,且BC为直径. 如图,把BC的中点记为点O,则A,B,C,D四点在$\odot O$上,连接BD,AO,相交于点H. $\because BC=5$,$\therefore BO=OA=OC=\frac{1}{2}BC=\frac{5}{2}$. 设$OH=x$,则$AH=\frac{5}{2}-x$.



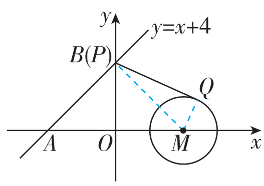
$\because AB=AD$,$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$,$\therefore AO\perp BD$,$BH=DH$. 在$Rt\triangle ABH$中,$BH^2=AB^2-AH^2$,在$Rt\triangle BOH$中,$BH^2=BO^2-OH^2$,$\therefore BO^2-OH^2=AB^2-AH^2$,$\therefore \left(\frac{5}{2}\right)^2-x^2=3^2-\left(\frac{5}{2}-x\right)^2$,解得$x=0.7$,即$OH=0.7$,$\therefore AH=2.5-0.7=1.8$,$\therefore BH=\sqrt{3^2-1.8^2}=2.4$,$\therefore BD=2.4\times2=4.8$. $\because BC$是直径,$\therefore \angle BDC=90°$. $\because BH=DH$,$BO=OC$,$\therefore OH$是$\triangle BDC$的中位线,$\therefore DC=2HO=1.4$,$\therefore S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}BD\cdot DC=\frac{1}{2}\times4.8\times1.4=3.36$,$S_{\triangle BDA}=\frac{1}{2}BD\cdot AH=$

$\frac{1}{2}\times4.8\times1.8=4.32$，∴ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $S_{\triangle BDC}+S_{\triangle BDA}=3.36+4.32=7.68$.

9. D 【解析】如图，连接 OA，OB. ∵ PA，PB 分别与⊙O 相切于 A，B 两点，∴ $OA\perp PA$，$OB\perp PB$，∴ $\angle OAP=\angle OBP=90°$，∴ $\angle AOB=360°-\angle OAP-\angle OBP-\angle P=100°$. 当点 C 在优弧 ACB 上时，$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times100°=50°$；当点 C' 在劣弧 AB 上时，$\angle AC'B=180°-50°=130°$. 综上所述，$\angle ACB$ 的度数是 50°或 130°，故选 D.

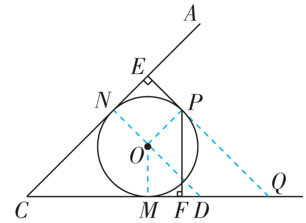


10. $2\sqrt{7}$ 【解析】如图，连接 MP，MQ. 设直线 $y=x+4$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A，B. ∵ PQ 是⊙M 的切线，∴ $MQ\perp PQ$，∴ $PQ=\sqrt{PM^2-MQ^2}=\sqrt{PM^2-4}$，∴ 当 PM 的值最小时，PQ 的值最小，∴ 当 $MP\perp AB$ 时，MP 的值最小，此时 PQ 的值最小. 易知 $A(-4,0)$，$B(0,4)$，∴ $OA=OB=4$，∴ $\angle BAO=45°$，$AM=8$. 当 $MP\perp AB$ 时，$MP=AM\cdot\sin\angle BAO=8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$，∴ PQ 的最小值为 $\sqrt{(4\sqrt{2})^2-4}=2\sqrt{7}$，故答案为 $2\sqrt{7}$.

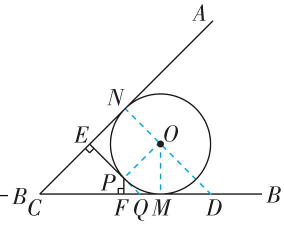


▶**思路分析** 连接 MP，MQ，根据切线的性质得到 $MQ\perp PQ$，根据勾股定理得到 $PQ=\sqrt{PM^2-4}$，则 PM 的值最小时，PQ 的值最小，再根据垂线段最短计算即可.

11. $2\sqrt{2}\leqslant t\leqslant4+2\sqrt{2}$ 【解析】如图，设半径为 2 的⊙O 与角的两边相切于 M，N，连接 OM，ON，延长 NO 交 CB 于 D，∴ $\angle CND=\angle OMD=90°$. ∵ $\angle ACB=45°$，∴ $\triangle CND$ 是等腰直角三角形，∴ $\angle CDN=45°$，∴ $\triangle OMD$ 是等腰直角三角形. ∵ $ON=OM=2$，∴ $OD=2\sqrt{2}$，∴ $CN=DN=2+2\sqrt{2}$. 如图(1)，延长 EP 交 CB 于 Q. ∵ $EQ\perp AC$，$PF\perp BC$，∴ $\angle CEQ=\angle PFQ=90°$. ∵ $\angle ACB=45°$，∴ $\angle EQC=45°$，∴ $\triangle ECQ$ 与 $\triangle PFQ$ 是等腰直角三角形，∴ $CE=EQ$，$PQ=\sqrt{2}PF$，∴ $t=PE+\sqrt{2}PF=PE+PQ=EQ$. 当 EQ 与⊙O 相切且点 P 在圆心的右侧时，t 有最大值. 连接 OP，则四边形 $ENOP$ 是正方形，∴ $EN=OP=2$，∴ t 的最大值为 $EQ=CE=CN+EN=2+2\sqrt{2}+2=4+2\sqrt{2}$. 如图(2)，延长 EP 交 CB 于 Q，当 EQ 与⊙O 相切且点 P 在圆心的左侧时，t 有最小值. 连接 OP，同理可得 $t=PE+\sqrt{2}PF=PE+PQ=EQ=CE=CN-EN=2\sqrt{2}$，故 t 的取值范围是 $2\sqrt{2}\leqslant t\leqslant4+2\sqrt{2}$. 故答案为 $2\sqrt{2}\leqslant t\leqslant4+2\sqrt{2}$.



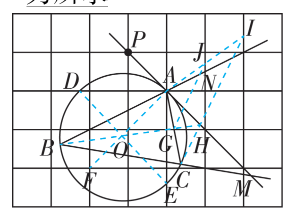
图(1)



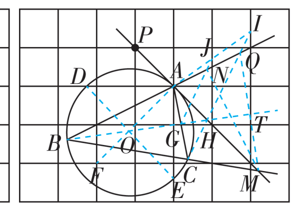
图(2)

12. (1) $\sqrt{2}$ 【解析】由勾股定理可知 $PA=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，故答案为 $\sqrt{2}$.

(2) 如图(1)，直线 PA 与射线 BC 的交点为 M；取圆与网格线的交点 D 和 E，连接 DE；取格点 F，连接 AF，与 DE 相交于点 O；连接 BO 并延长，与 AC 相交于点 G，与直线 PA 相交于点 H；连接 CH 并延长，与网格线相交于点 I，连接 AI，与网格线相交于点 J；连接 GJ，与线段 BA 的延长线相交于点 N，则点 M，N 即为所求



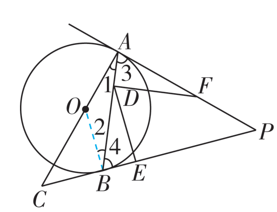
图(1)



图(2)

【解析】在图(1)基础上，设 BA 的延长线与 CI 的交点为 Q，如图(2). ∵ $\angle DAE=90°$，∴ DE 为圆的直径. ∵ AF 为正方形的对角线，∴ $\angle DAF=\angle EAF=45°$，∴ AF 垂直平分 DE，∴ 点 O 为 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心. 又 ∵ $AB=BC$，∴ $BG\perp AC$，∴ 点 G 为线段 AC 的中点，$\angle ABG=\angle CBG$. 由网格可知点 J 为线段 AI 的中点，∴ GJ 为 $\triangle ACI$ 的中位线，∴ $GJ/\!/CI$，∴ 点 N 为线段 AQ 的中点，∴ $AQ=2AN$. ∵ $AB=BC$，$BH=BH$，$\angle ABH=\angle CBH$，∴ $\triangle ABH\cong\triangle CBH$ (SAS)，∴ $AH=CH$，$\angle BAH=\angle BCH$，∴ $\angle QAH=\angle MCH$. 又 ∵ $\angle AHQ=\angle CHM$，∴ $\triangle AHQ\cong\triangle CHM$ (ASA)，∴ $AQ=CM$，即 $CM=2AN$. 连接 MN，QM，延长 BH 交 QM 于点 T. ∵ $AB=BC$，$AQ=CM$，∴ $BQ=BM$. ∵ $\angle QBH=\angle MBH$，∴ $BT\perp QM$. ∵ AM 为⊙O 的切线，∴ $\angle OAH=90°$，∴ $\angle OAB+\angle QAM=90°$. ∵ $OA=OB$，∴ $\angle OBA=\angle OAB$，即 $\angle QAM+\angle OBA=90°$. ∵ $\angle OBA+\angle AQM=90°$，∴ $\angle QAM=\angle AQM$，∴ $AM=QM$，∴ $MN\perp AQ$，∴ 点 M，N 即为所求.

13. (1)【证明】如图，连接 OB. ∵ PA 是⊙O 的切线，∴ $\angle OAP=\angle1+\angle3=90°$. ∵ $DF\perp AB$，$DE\perp BP$，∴ $\angle ADF=\angle BED=90°$. ∵ $AD=BE$，$BD=AF$，



思路分析 (1) 连接 OB，先证出 $Rt\triangle DEB\cong Rt\triangle FDA$，得到 $\angle3=\angle4$，再根据 $OA=OB$，得到 $\angle1=\angle2$，则 $\angle1+\angle3=\angle2+\angle4$，进而得出 $\angle OBP=90°$，即可得出结论.

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle DEB\cong \mathrm{Rt}\triangle FDA$(HL),$\therefore \angle 3=\angle 4$.
$\because OA=OB$,$\therefore \angle 1=\angle 2$,$\therefore \angle 1+\angle 3=\angle 2+\angle 4$,$\therefore \angle OBP=\angle 2+\angle 4=90°$,即 $OB\perp BP$.
又$\because OB$ 是$\odot O$ 的半径,$\therefore PB$ 是$\odot O$ 的切线.
(2)【解】$\because \angle OBP=90°$,$\angle OAP=90°$,$\therefore \sin C=\frac{AP}{PC}=\frac{OB}{OC}=\frac{2}{3}$. 设 $OB=2x$,$OC=3x$,$\therefore BC=\sqrt{OC^2-OB^2}=\sqrt{5}x$,$OA=OB=2x$. $\because PA$,PB 是$\odot O$ 的切线,$\therefore PB=PA=4$. $\because \sin C=\frac{AP}{PC}=\frac{2}{3}$,$\therefore \frac{4}{4+\sqrt{5}x}=\frac{2}{3}$,解得 $x=\frac{2}{5}\sqrt{5}$,$\therefore \odot O$ 的半径为$\frac{2}{5}\sqrt{5}\times 2=\frac{4}{5}\sqrt{5}$.

14. B 【解析】连接 CE. $\because CD$ 为 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 上的中线,$\therefore CD=AD=BD=\frac{1}{2}AB=1$,$\therefore \angle A=\angle ACD=35°$,$\therefore \angle CDB=2\angle A=70°$. 由题意可知 $CD=CE=1$,$\therefore \angle CDB=\angle CEA=70°$,$\therefore \angle DCE=180°-70°\times 2=40°$,$\therefore$ 弧 DE 的长为$\frac{40\pi}{180}=\frac{2\pi}{9}$,故选 B.

15. C 【解析】设该扇面所在圆的半径为 R,则 $S=\frac{120\pi R^2}{360}=\frac{\pi R^2}{3}$,$\therefore \pi R^2=3S$. $\because$ 该折扇张开的角度为 $n°$时,扇面面积为 S_n,$\therefore S_n=\frac{n\pi R^2}{360}=\frac{n}{360}\times\pi R^2=\frac{n}{360}\times 3S=\frac{nS}{120}$,$\therefore m=\frac{S_n}{S}=\frac{\frac{nS}{120}}{S}=\frac{n}{120}$,$\therefore m$ 是 n 的正比例函数. $\because n\geqslant 0$,$\therefore m$ 与 n 关系的图象是过原点的一条射线. 故选 C.

16. 184 【解析】过点 O 作 $OC\perp AB$ 于点 C. 根据题意可得 $OA=10$,$OC=5$,$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle AOC$ 中,$\sin\angle OAC=\frac{OC}{OA}=\frac{1}{2}$,$\therefore \angle OAC=30°$,$\therefore \angle AOC=60°$,$AC=5\sqrt{3}$,$\therefore \angle AOB=2\angle AOC=120°$,$AB=10\sqrt{3}$,$\therefore S_{阴影}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle OAB}=\frac{120}{360}\pi\cdot 10^2-\frac{1}{2}\times 10\sqrt{3}\times 5=\frac{100}{3}\pi-25\sqrt{3}\approx 61.4$(平方米). $\because$ 每平方米可以坐 3 名观众,$\therefore$ 最多可容纳的观众数为 $61.4\times 3\approx$184(名). 故答案为 184.

17. C 【解析】圆锥的侧面展开图为扇形,这个扇形的弧长等于圆锥底面圆的周长,扇形的半径等于圆锥的母线长,$\therefore$ 圆锥的侧面积为$\frac{1}{2}\times 2\pi\times 30\times 40=1\ 200\pi$(平方厘米). 故选 C.

18. $\frac{\sqrt{3}}{24}$ 【解析】在▱$ABCD$ 中,$AB=\sqrt{3}+1$,$BC=2$,$\therefore AD=BC=2$,$CD=AB=\sqrt{3}+1$,$AB/\!/CD$.

思路分析 根据平行四边形的性质,正弦的定义及等腰直角三角形的判定与性质推出 $\angle DAH=30°$,$\angle BAC=45°$,再利用扇形弧长公式及圆的周长公式求出 r_1,r_2 的值即可得解.

关键点拨 若扇形所在圆的半径为 R,扇形圆心角为 $n°$,弧长为 l,则 $S_{扇形}=\frac{n\pi R^2}{360}=\frac{1}{2}lR$.

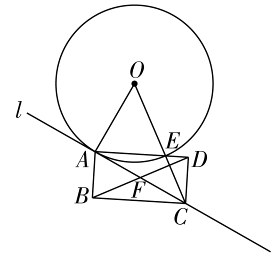
关键点拨 圆锥的侧面积$=\frac{1}{2}\times$底面圆周长$\times$母线长.

$\because AH\perp CD$,垂足为 H,$AH=\sqrt{3}$,$\therefore \sin D=\frac{AH}{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\therefore \angle D=60°$,$\therefore \angle DAH=90°-\angle D=30°$,$\therefore DH=\frac{1}{2}AD=1$,$\therefore CH=CD-DH=\sqrt{3}+1-1=\sqrt{3}$,$\therefore CH=AH$. $\because AH\perp CD$,$\therefore \triangle ACH$ 是等腰直角三角形,$\therefore \angle ACH=\angle CAH=45°$. $\because AB/\!/CD$,$\therefore \angle BAC=\angle ACH=45°$,$\therefore \frac{45\pi\times\sqrt{3}}{180}=2\pi r_1$,解得 $r_1=\frac{\sqrt{3}}{8}$,$\frac{30\pi\times\sqrt{3}}{180}=2\pi r_2$,解得 $r_2=\frac{\sqrt{3}}{12}$,$\therefore r_1-r_2=\frac{\sqrt{3}}{8}-\frac{\sqrt{3}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{24}$. 故答案为$\frac{\sqrt{3}}{24}$.

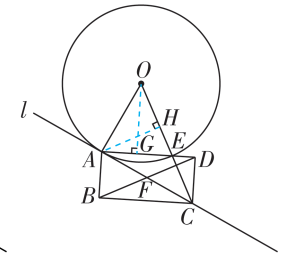
19. (1)【解】由题意得$\angle AOE=\alpha=60°$,$OA=OE$,$\therefore \triangle OEA$ 是等边三角形,$\therefore \angle OAE=60°$. $\because$ 直线 l 是$\odot O$ 的切线,$\therefore \angle OAC=90°$,$\therefore \angle CAE=90°-60°=30°$,故答案为 30.
(2)①【证明】$\because OA=OE$,$\therefore \angle OAE=\angle OEA$. $\because \angle AOE=\alpha$,$\therefore \angle OAE=\frac{180°-\alpha}{2}=90°-\frac{1}{2}\alpha$. $\because$ 过点 A 作$\odot O$ 的切线 l,$\therefore \angle OAC=90°$,$\therefore \angle DAC=\frac{1}{2}\alpha$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,$\therefore FA=CF=DF=\frac{1}{2}AC=r$,$\therefore \angle DAC=\angle FDA=\frac{1}{2}\alpha$,$\therefore \angle DFC=\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\alpha=\alpha$. $\because OA=OE=r$,$\therefore OA=FC$,$OE=FD$. 又$\because \angle AOE=\angle DFC$,$\therefore \triangle OAE\cong\triangle FCD$,$\therefore AE=CD$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,$\therefore BC=AD$. $\because AD=AE+DE$,$\therefore BC=CD+DE$.
②【解】补全图形如图(1).
如图(2),过点 O 作 $OG\perp AE$ 于点 G,$AH\perp OE$ 于点 H. 在 $\mathrm{Rt}\triangle AOC$ 中,$OA=r$,$AC=\frac{4}{3}r$,$\therefore$ 由勾股定理得 $OC=\frac{5}{3}r$. $\because \frac{CE}{OE}=\frac{2}{3}$,$\therefore CE=\frac{2}{3}r$,$\therefore OC=OE+CE$,$\therefore$ 点 E 在线段 OC 上,$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle ACO$ 中,$\tan\alpha=\frac{AC}{AO}=\frac{4}{3}$. $\because OG\perp AE$,$OA=OE$,$\therefore \angle EOG=\angle AOG=\frac{1}{2}\alpha$. $\because AH\perp OE$,$\therefore \angle EOG+\angle OEA=\angle EAH+\angle OEA=90°$,$\therefore \angle EAH=\angle EOG=\frac{1}{2}\alpha$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle OAH$ 中,$\tan\alpha=\frac{AH}{OH}=\frac{4}{3}$,$\therefore$ 设 $AH=4m$,$OH=3m$,则 $OA=OE=5m$,$\therefore HE=5m-3m=2m$,$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle AHE$ 中,$\tan\angle EAH=\tan\frac{\alpha}{2}=$

$\frac{HE}{AH}=\frac{1}{2}$. 由(2)①可得 $\angle DAC=\frac{1}{2}\alpha$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $AD /\!/ BC$，∴ $\angle ACB=\angle DAC=\frac{1}{2}\alpha$，∴ 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\tan\angle ACB=\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$.

思路分析 (2)②添加辅助线构造直角三角形，然后设边长，利用锐角三角函数即可找到线段之间的关系，进而可求出 $\frac{AB}{BC}$ 的值.



图(1)



图(2)

(十二)图形的平移、旋转与对称

刷考点

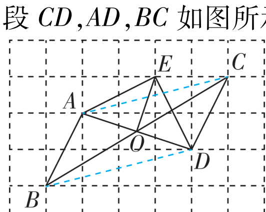
1. B 【解析】由平移定义知，平移只改变图形的位置. 观察图形可知，选项 B 中的图形是由图形 a 通过平移得到的，选项 A，C，D 均不能由图形 a 通过平移得到，故选 B.

2. 24 【解析】由平移可知 $DF=AC$，$AD=CF=2$，∴ 四边形 $ABFD$ 的周长为 $AB+BF+DF+AD=AB+BC+CF+AC+AD=20+2+2=24$. 故答案为 24.

3. $(4,-4)$ 【解析】过点 D 作 $DE\perp y$ 轴于点 E. ∵ 点 $A(0,-2)$，$B(1,0)$，∴ $OA=2$，$OB=1$. ∵ 线段 AB 平移得到线段 DC，∴ $AB/\!/CD$，$AB=CD$，∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. ∵ $\angle ABC=90°$，∴ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $\angle BAD=90°$，$BC=AD$. ∵ $BC=2AB$，∴ $AD=2AB$. ∵ $\angle BAO+\angle DAE=90°$，$\angle BAO+\angle ABO=90°$，∴ $\angle ABO=\angle EAD$. ∵ $\angle AOB=\angle AED=90°$，∴ $\triangle ABO\backsim\triangle DAE$，∴ $\frac{OA}{DE}=\frac{OB}{AE}=\frac{AB}{AD}=\frac{1}{2}$，∴ $DE=2OA=4$，$AE=2OB=2$，∴ $OE=OA+AE=4$，∴ $D(4,-4)$. 故答案为 $(4,-4)$.

思路分析 过点 D 作 $DE\perp y$ 轴于点 E，利用点 A，B 的坐标得出线段 OA，OB 的长，利用平移的性质和矩形的判定定理得到四边形 $ABCD$ 是矩形，利用相似三角形的判定与性质求得线段 DE，AE 的长，进而得到 OE 的长，即可得结论.

4.【解】(1)线段 CD，AD，BC 如图所示.



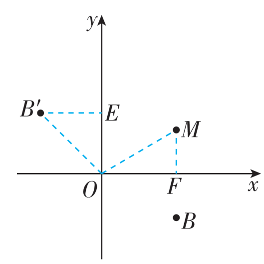
(2) $\frac{OE}{AD}=\frac{1}{2}$. 如图，∵ 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度，∴ $DE=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$AD=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$. 连接 AC，BD. 由平移易知四边形 $ABDC$ 是平行四边形，∴ O 是平行四边形 $ABDC$ 对角线的交点，∴ $DO=\frac{1}{2}AD=\frac{\sqrt{10}}{2}$. ∵ $AE=DE$，∴ $EO\perp AD$，∴ $EO=\sqrt{ED^2-DO^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，∴ $\frac{OE}{AD}=\frac{\frac{\sqrt{10}}{2}}{\sqrt{10}}=\frac{1}{2}$.

5. B 【解析】风力发电机相邻叶片之间的夹角为 $360°\div3=120°$，故旋转 120°能够与它本身重合，故选 B.

6. A 【解析】根据题意，由旋转的性质，可得 $AB=AD$，$AC=AE$，$BC=DE$，$\angle ABC=\angle ADE$，故 B 选项和 D 选项不符合题意. ∵ $\angle ACE=\angle ABC+\angle BAC$，∴ $\angle ACE=\angle ADE+\angle BAC$，故 C 选项不符合题意. ∵ $\angle ACB=\angle AED$，$\angle ACB=\angle CAE+\angle CEA$，$\angle AED=\angle CEA+\angle BED$，∴ $\angle CAE=\angle BED$，故 A 选项符合题意，故选 A.

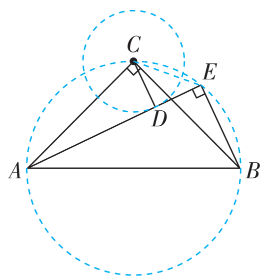
7. 75 【解析】由已知可得，$\angle D=30°$，$\angle B=45°$. ∵ $AB/\!/OD$，∴ $\angle B=\angle BOD=45°$，∴ $\angle1=\angle BOD+\angle D=45°+30°=75°$，故答案为 75.

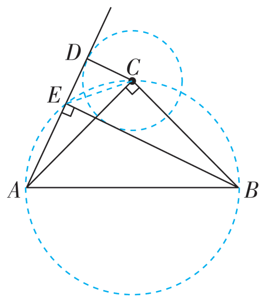
8. $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ 【解析】由题知，将点 $B(\sqrt{3},-1)$ 向上平移 2 个单位所得点的坐标为 $(\sqrt{3},1)$. 设 $M(\sqrt{3},1)$. 如图所示，过点 M 作 x 轴的垂线，垂足为 F，连接 OM，则 $OF=\sqrt{3}$，$MF=1$. 在 Rt$\triangle MOF$ 中，$\tan\angle MOF=\frac{MF}{OF}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$OM=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$，所以 $\angle MOF=30°$. 由旋转可知，$B'O=MO=2$，$\angle MOB'=105°$，所以 $\angle B'OF=135°$. 过点 B' 作 y 轴的垂线，垂足为 E，则 $\angle B'EO=90°$. 因为 $\angle B'OE=135°-90°=45°$，所以 $\triangle B'OE$ 是等腰直角三角形，所以 $B'E=OE=\sqrt{2}$，所以点 B' 的坐标为 $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$. 故答案为 $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$.



9. $2\sqrt{2}+1$　$2\sqrt{2}-1$ 【解析】∵ $\angle ACB=90°$，$CA=CB=3$，∴ $AB=3\sqrt{2}$，$\angle BAC=\angle ABC=45°$. ∵ 线段 CD 绕点 C 在平面内旋转，$CD=1$，∴ 点 D 在以点 C 为圆心，1 为半径的圆上运动. ∵ $BE\perp AE$，∴ $\angle AEB=90°$，∴ 点 E 在以 AB 为直径的圆上运动. 在 Rt$\triangle ABE$ 中，$AE=AB\cdot\cos\angle BAE$. ∵ AB 为定值，∴ 当 $\cos\angle BAE$ 的值最大时，AE 的值最大，此时 $\angle BAE$ 最小；当 $\cos\angle BAE$ 的值最小时，AE 的值最小，此时 $\angle BAE$ 最大. 当 AE 与 $\odot C$ 相切于点 D，且点 D 在 $\triangle ABC$ 内部时，$\angle BAE$ 最小，连接 CE，如图(1)，则 $CD\perp AE$，∴ $\angle ADC=\angle CDE=90°$，

$\therefore AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$. $\because \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AC}$，$\therefore \angle CED=\angle ABC=45°$. $\because \angle CDE=90°$，$\therefore \triangle CDE$ 为等腰直角三角形，$\therefore DE=CD=1$，$\therefore AE=AD+DE=2\sqrt{2}+1$，即 AE 的最大值为 $2\sqrt{2}+1$.


图(1)

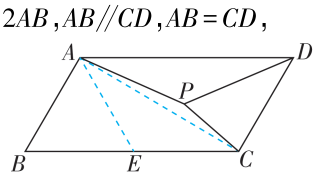

图(2)

当 AE 与⊙C 相切于点 D，且点 D 在 $\triangle ABC$ 外部时，$\angle BAE$ 最大，AE 的值最小，连接 CE，如图(2)，则 $CD\perp AD$，$\therefore \angle CDE=90°$，$\therefore AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$. $\because$ 四边形 $ABCE$ 为圆内接四边形，$\therefore \angle CEA=180°-\angle ABC=135°$，$\therefore \angle CED=180°-\angle CEA=45°$. $\because \angle CDE=90°$，$\therefore \triangle CDE$ 为等腰直角三角形，$\therefore DE=CD=1$，$\therefore AE=AD-DE=2\sqrt{2}-1$，即 AE 的最小值为 $2\sqrt{2}-1$. 故答案为 $2\sqrt{2}+1$，$2\sqrt{2}-1$.

关键点拨

根据题意得出点 E 在以 AB 为直径的圆上运动，点 D 在以 C 为圆心、1 为半径的圆上运动，当 $\angle BAE$ 最小时，AE 最大，当 $\angle BAE$ 最大时，AE 最小是解题的关键.

10. 90°或 180°或 270°　【解析】连接 AC，取 BC 的中点 E，连接 AE，如图(1)所示. 在▱$ABCD$ 中，$\angle B=60°$，$BC=2AB$，$AB//CD$，$AB=CD$，

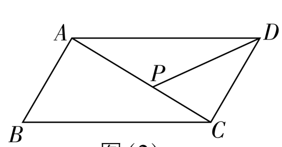

图(1)

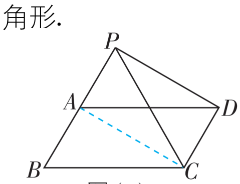
$\therefore BE=\dfrac{1}{2}BC=AB$，$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形，$\therefore \angle BAE=\angle AEB=60°$，$AE=BE=EC$，

$\therefore \angle EAC=\angle ECA=\dfrac{1}{2}\angle AEB=30°$，

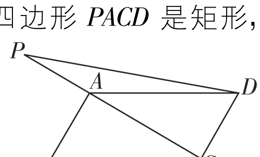
$\therefore \angle BAC=90°$，$\therefore \angle ACD=90°$.

如图(2)所示，当点 P 在 AC 上时，$\angle BAP=90°$，则旋转角 α 的度数为 90°，此时 $\angle DCP=90°$，$\therefore \triangle PCD$ 为直角三角形.


图(2)


图(3)

当 P 在 BA 的延长线上时，旋转角 α 的度数为 180°，如图(3)所示，连接 AC. $\because PA=AB=CD$，$PA//CD$，$\therefore$ 四边形 $PACD$ 是平行四边形. $\because \angle BAC=90°$，$\therefore \angle PAC=90°$，$\therefore$ 四边形 $PACD$ 是矩形，$\therefore \angle CDP=90°$，$\therefore \triangle PCD$ 是直角三角形. 当点 P 在 CA 的延长线上时，如图(4)所示，则 $\alpha=360°-90°=270°$，


图(4)

$\angle PCD=90°$，$\therefore \triangle PCD$ 是直角三角形.

综上所述，旋转角 α 的度数为 90°或 180°或 270°.

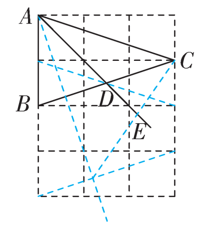
故答案为 90°或 180°或 270°.

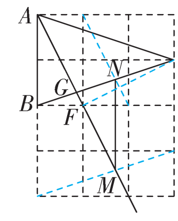
关键点拨

连接 AC，根据平行四边形的性质和等边三角形的性质得出 $\angle BAC=\angle ACD=90°$ 是解题关键.

11.【解】(1)如图(1)，射线 AD、点 D 即为所求.

(2)如图(1)，点 E 即为所求.


图(1)


图(2)

(3)如图(2)，点 F、射线 AF、点 G 即为所求.

(4)如图(2)，线段 MN 即为所求.

12. (1)【证明】$\because \angle ACB=90°$，$\angle ABC=45°$，

$\therefore \angle BAC=\angle ABC=45°$.

$\because$ 线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 $180°-2\times45°=90°$得到线段 AE，点 D 与点 C 重合，

$\therefore AE=AD=AC$，$\angle EAB=90°-\angle BAC=45°$，

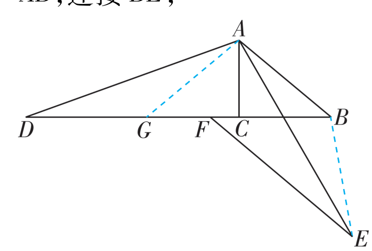
$\therefore \angle EAB=\angle ABC$，$\therefore BC//AE$. $\because EF//AB$，

$\therefore$ 四边形 $ABFE$ 是平行四边形，$\therefore BF=AE$，

$\therefore BF=AC$.

(2)【解】$DF=2BC$.

证明：如图，在 DB 上取一点 G，连接 AG，使得 $AG=AB$，连接 BE，



$\therefore \angle AGB=\angle ABG=\alpha$，$\therefore \angle BAG=180°-2\alpha$.

$\because$ 将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 $180°-2\alpha$ 得到线段 AE，$\therefore DA=EA$，$\angle DAE=\angle GAB=180°-2\alpha$，$\therefore \angle DAG=\angle EAB$，$\therefore \triangle DAG\cong\triangle EAB$(SAS)，$\therefore DG=BE$，$\angle AGD=\angle ABE=180°-\angle AGC=180°-\alpha$. 又 $\because \angle ABC=\alpha$，$\therefore \angle FBE=\angle ABE-\angle ABC=180°-\alpha-\alpha=180°-2\alpha$. $\because EF//AB$，$\therefore \angle BFE=\angle ABF=\alpha$，$\therefore \angle BEF=180°-\angle FBE-\angle BFE=\alpha$，$\therefore BE=BF$，$\therefore DG=BF$. $\because AG=AB$，$AC\perp BC$，$\therefore GC=BC$，$\therefore DF=BD-BF=BD-DG=BG=BC+CG=2BC$.

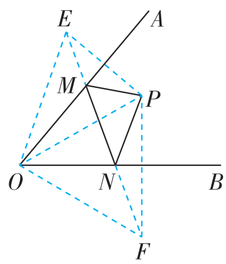
13. D　【解析】

选项	解析	选项正误
A	是轴对称图形，也是中心对称图形	×
B	是轴对称图形，也是中心对称图形	×
C	是轴对称图形，不是中心对称图形	×
D	不是轴对称图形，也不是中心对称图形	√

14. D 【解析】由折叠的性质知 $BE=FE$，$\angle AEB=\angle AEF$. ∵ 点 B，E，C，F 共线，∴ $\angle AEB=\angle AEF=90°$. 在 Rt△$AEB$ 中，∵ $\angle B=45°$，∴ $AE=BE$. 由勾股定理得 $BE^2+AE^2=2BE^2=AB^2$. 又∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB=6$，∴ $BC=AB=6$，$2BE^2=6^2$，∴ $BE=3\sqrt{2}$，∴ $BF=2BE=6\sqrt{2}$，∴ $CF=BF-BC=6\sqrt{2}-6$. 故选 D.

▶**思路分析**
根据折叠的性质得出 $\angle AEB=\angle AEF=90°$，$BE=EF$，根据菱形的性质求出 $AB=BC=6$，解直角三角形求出 $BF=2BE=6\sqrt{2}$，再根据线段的和差求解即可.

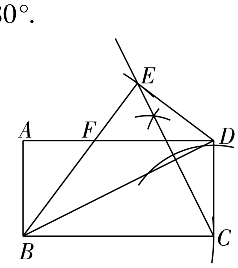
15. 80° 【解析】如图，作 P 点关于 OA 的对称点 E，连接 EO，EM，OP. 由对称易得 $EM=MP$，$\angle MPO=\angle OEM$，$\angle EOM=\angle MOP$. 作 P 点关于 OB 的对称点 F，



连接 NF，OF，EF. 由对称易得 $PN=FN$，$\angle OPN=\angle OFN$，$\angle PON=\angle NOF$，∴ $PM+PN+MN=EM+NF+MN\geqslant EF$，∴ 当 E，M，N，F 共线时，△PMN 的周长最小. 又∵ $\angle EOF=\angle EOM+\angle MOP+\angle PON+\angle NOF$，$\angle AOB=\angle MOP+\angle PON$，∴ $\angle EOF=2\angle AOB$. 又∵ $\angle AOB=50°$，∴ $\angle EOF=100°$. ∵ $\angle OEM+\angle OFN+\angle EOF=180°$，∴ $\angle OEM+\angle OFN=180°-100°=80°$. ∵ $\angle MPO=\angle OEM$，$\angle OPN=\angle OFN$，∴ $\angle MPO+\angle OPN=80°$，即 $\angle MPN=80°$，故答案为 80°.

▶**关键点拨**
解题的关键是作出对称点，利用对称性质得到相等的线段和角，进而利用两点之间线段最短求解.

16.【解】(1) 如图，△BED 即为所求作.（作法不唯一）



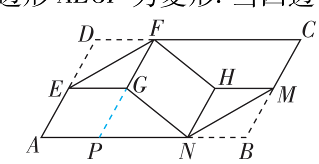
(2) 如图. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $\angle A=90°$，$AD=BC=2$，$AD/\!/BC$，∴ $\angle CBD=\angle ADB$. 由对称知 $\angle CBD=\angle EBD$，∴ $\angle EBD=\angle ADB$，∴ $BF=DF$. 设 $AF=x$，则 $DF=2-x=BF$. 在 Rt△ABF 中，根据勾股定理得，$AF^2+AB^2=BF^2$，∴ $x^2+1^2=(2-x)^2$，解得 $x=\frac{3}{4}$，∴ $AF=\frac{3}{4}$.

17.【探究发现】【解】四边形 $DEGF$ 是菱形.

【探究证明】【证明】∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴ $AD/\!/BC$，$AD=BC$. ∵ E，M 分别为边 AD，BC 的中点，∴ $ED/\!/BM$，$ED=BM$. 由折叠知，$EG=DE$，$DF=FG$，∴ $DF=DE=EG=FG$，∴ 四边形 $DEGF$ 是菱形，∴ $ED/\!/FG$. 同理四边形 $BNHM$ 是菱形，∴ $BM/\!/NH$，$BM=NH$. ∵ $ED/\!/BM$，$ED=BM$，∴ $NH/\!/FG$，$NH=FG$，∴ 四边形 $GFHN$ 是平行四边形.

【探究提升】【解】能. $\frac{AD}{AB}$的值为$\frac{2}{3}$或$\frac{1}{2}$.

平行四边形成为轴对称图形，需分矩形和菱形两种情况进行讨论：如图，延长 FG 交 AB 于点 P，则易得四边形 $AEGP$ 为菱形. 当四边形 $GFHN$ 是菱形时，设 $AE=x$，则 $PG=AP=GN=BN=x$. ∵ $\angle A=60°$，∴ $\angle GPN=60°$，



∴ △GPN 是等边三角形，∴ $PN=GN=x$，∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{2x}{3x}=\frac{2}{3}$.

当四边形 $GFHN$ 是矩形时，设 $AE=y$，则 $PG=AP=BN=y$. ∵ $\angle A=\angle GPN=60°$，$\angle PGN=\angle FGN=90°$，∴ $\angle GNP=30°$，∴ $PN=2PG=2y$，∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{2y}{y+2y+y}=\frac{1}{2}$.

（十三）相似

刷考点

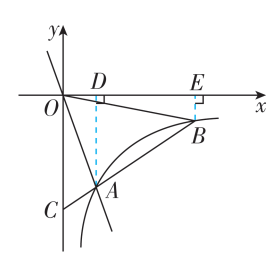
1. D 【解析】∵ $\frac{a}{bc}=\frac{b}{ac}=\frac{c}{ab}=2$，∴ $a=2bc$，$b=2ac$，$c=2ab$，∴ $a^2=2abc$，$b^2=2abc$，$c^2=2abc$，∴ $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}=\frac{2abc+2abc+2abc}{abc}=\frac{6abc}{abc}=6$. 故选 D.

2. 2 【解析】当$\frac{a}{c}=2$时，$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\sqrt{2}$. 理由如下：∵ $\frac{a}{c}=2$，∴ $a=2c$，∴ $\frac{2c}{b}=\frac{b}{c}$，∴ $b=\sqrt{2}c$，∴ $\frac{a}{b}=\frac{2c}{\sqrt{2}c}=\sqrt{2}$，$\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{2}c}{c}=\sqrt{2}$，∴ $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\sqrt{2}$. 故答案为 2.

▶**关键点拨**
关键是由$\frac{a}{c}=2$，$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$，得到 $b=\sqrt{2}c$.

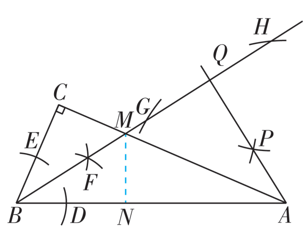
3. A 【解析】∵ $DE/\!/BC$，∴ $\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}=\frac{AD}{AD+BD}=\frac{2}{2+3}=\frac{2}{5}$. 故选 A.

4. D 【解析】如图所示，过点 A 作 $AD\perp x$ 轴于点 D，过点 B 作 $BE\perp x$ 轴于点 E. ∵ 反比例函数 $y=-\frac{4}{x}(x>0)$ 的图象与直线 $y=-2x$ 交于点 A，∴ 联立，得 $-\frac{4}{x}=-2x$，解得 $x=\sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2}$（舍去），∴ $OD=\sqrt{2}$. ∵ $AD\perp x$ 轴，$BE\perp x$ 轴，∴ $AD/\!/BE$，∴ $\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{OD}$. ∵ $AB=3AC$，∴ $3=$



$\frac{DE}{\sqrt{2}}$，∴ $DE=3\sqrt{2}$，∴ $OE=OD+DE=\sqrt{2}+3\sqrt{2}=4\sqrt{2}$. 将 $x=4\sqrt{2}$ 代入 $y=-\frac{4}{x}$，得 $y=-\frac{4}{4\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，∴ $BE=\frac{\sqrt{2}}{2}$，∴ $OB=\sqrt{OE^2+BE^2}=\frac{\sqrt{130}}{2}$.
故选 D.

5. A 【解析】∵ 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=13$，$BC=5$，∴ $AC=\sqrt{13^2-5^2}=12$. 由作图可得 BG 平分 $\angle ABC$，∴ $\angle CBG=\angle ABG$. 设 BG，AC 交于点 M，作 $MN\perp AB$ 于点 N，如图，则 $CM=MN$. 设 $CM=MN=x$. ∵ $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle MBC}+S_{\triangle ABM}$，∴ $\frac{1}{2}BC\cdot AC=\frac{1}{2}BC\cdot CM+\frac{1}{2}AB\cdot MN$，∴ $5\times12=5x+13x$，解得 $x=\frac{10}{3}$，即 $CM=\frac{10}{3}$，∴ $BM=\sqrt{5^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2}=\frac{5}{3}\sqrt{13}$. 由作图可知 $AQ\perp BH$，∴ $\angle AQB=\angle C=90°$. ∵ $\angle CBG=\angle ABG$，∴ $\triangle ABQ\backsim\triangle MBC$，∴ $\frac{AQ}{CM}=\frac{AB}{BM}$，即 $\frac{AQ}{\frac{10}{3}}=\frac{13}{\frac{5}{3}\sqrt{13}}$，解得 $AQ=2\sqrt{13}$. 故选 A.

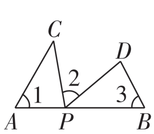


关键点拨
由作图痕迹得到 BG 平分 $\angle ABC$，$AQ\perp BH$ 是解题关键.

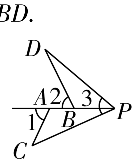
6. C

模型总结｜一线三等角相似模型

1. 已知：如图(1)，点 P 在线段 AB 上，$\angle1=\angle2=\angle3$，则 $\triangle CAP\backsim\triangle PBD$.



图(1)

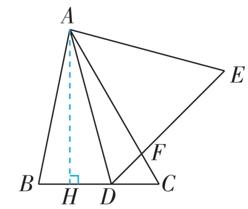


图(2)

2. 已知：如图(2)，点 P 在 AB 的延长线上，$\angle1=\angle2=\angle3$，则 $\triangle APC\backsim\triangle BDP$.

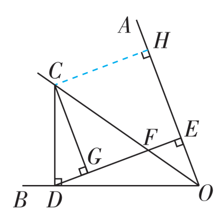
【解析】∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，∴ $BC=AC$，$\angle B=\angle C=60°$，∴ $\angle CAD+\angle ADC=120°$. ∵ $\angle ADE=60°$，∴ $\angle BDE+\angle ADC=120°$，∴ $\angle CAD=\angle BDE$，∴ $\triangle ADC\backsim\triangle DEB$，∴ $\frac{AD}{DE}=\frac{AC}{DB}$. ∵ $BD=4DC$，∴ 设 $DC=x$，则 $BD=4x$，∴ $BC=AC=5x$，∴ $\frac{AD}{2.4}=\frac{5x}{4x}$，解得 $AD=3$，即 AD 的长为 3. 故选 C.

7. $\frac{3}{4}$ 【解析】如图所示，过点 A 作 $AH\perp BC$ 于 H. 在 Rt$\triangle AHC$ 中，$\angle C=60°$，$\angle AHC=90°$，$AC=3$，∴ $AH=AC\cdot\sin C=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. ∵ $\triangle ADE$ 是等边三角形，∴ $\angle ADE=60°=\angle C$. 又 ∵ $\angle DAC=\angle FAD$，∴ $\triangle DAC\backsim\triangle FAD$，∴ $\frac{AD}{AC}=\frac{AF}{AD}$，∴ $AF=\frac{AD^2}{AC}=\frac{AD^2}{3}$，∴ 当 AD 长度取得最小值时，AF 长度取得最小值. 当 $AD\perp BC$ 时，AD 长度取得最小值，此时点 D 与点 H 重合，∴ AD 长度的最小值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$，∴ AF 长度的最小值为 $\frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}{3}=\frac{9}{4}$. ∵ $CF=AC-AF$，∴ 当 AF 长度取得最小值时，CF 长度取得最大值，∴ CF 长度的最大值为 $3-\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$，故答案为 $\frac{3}{4}$.

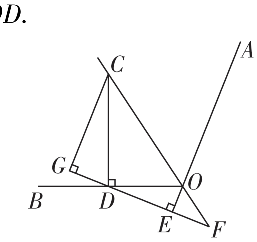


关键点拨
根据垂线段最短及相似三角形的性质得到当 AF 长度有最小值时，CF 长度有最大值是解题的关键.

8.【解】(1) 如图(1)，过点 C 作 $CH\perp OA$ 于 H.
∵ OC 平分 $\angle AOB$，$CD\perp OB$ 于 D，$CH\perp OA$ 于 H，∴ $CD=CH$. ∵ $DE\perp OA$ 于 E，$CG\perp DE$ 于 G，$CH\perp OA$ 于 H，∴ $\angle CGE=\angle CHE=\angle GEH=90°$，∴ 四边形 $CGEH$ 为矩形，∴ $HE=CG$. 在 Rt$\triangle CDO$ 和 Rt$\triangle CHO$ 中，$CO=CO$，$CD=CH$，∴ Rt$\triangle CDO\cong$Rt$\triangle CHO$(HL)，∴ $OD=OH=EH+OE=CG+OE$.
故答案为 $CG+OE=OD$.

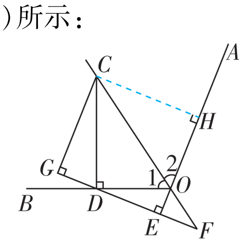


图(1)



图(2)

(2) 补全后的图形如图(2)所示：
不成立，正确结论为 $OD+OE=CG$.
证明：如图(3)，过点 C 作 $CH\perp OA$ 于点 H.
∵ $CD\perp OB$，∴ $\angle CDO=\angle CHO=90°$. ∵ OC 平分 $\angle AOB$，∴ $\angle1=\angle2$.



图(3)

∵ $CO=CO$，∴ $\triangle COD\cong\triangle COH$(AAS)，∴ $OD=OH$，∴ $OD+OE=OH+OE=HE$.
∵ $CH\perp OA$，$CG\perp DE$，$DE\perp OA$，∴ $\angle DEO=\angle CGD=\angle CHO=90°$，∴ 四边形 $CGEH$ 是矩

形，∴ $HE=CG$，∴ $OD+OE=CG$.

(3) $\frac{\sqrt{15}}{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

①若$\angle AOB$为锐角，如图(1)，不妨设$GF=3$，$EF=1$，则$CH=CD=GE=FG+FE=4$.

∵ $CG\perp DE$，$DE\perp OA$，∴ $CG/\!/OA$，∴ $\triangle CGF\backsim\triangle OEF$，∴ $\frac{CG}{OE}=\frac{GF}{EF}$，则$CG=3OE$. 设$OE=x$，则$CG=3x$. 由(1)知，$OD=OE+CG=4x$，则$DO=4OE$. 易证$\triangle CDG\backsim\triangle DOE$，则$\frac{CD}{DG}=\frac{DO}{OE}=4$，∴ $DG=1$. 在$\mathrm{Rt}\triangle CDG$中，∵ $CD=4$，$DG=1$，则$CG=3x=\sqrt{15}$，∴ $x=\frac{\sqrt{15}}{3}$，∴ $\frac{DO}{CD}=\frac{4x}{4}=x=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

②若$\angle AOB$为钝角，如图(3)，不妨设$FG=3$，$EF=1$，则$CH=CD=GE=FG-FE=3-1=2$. 易证$\triangle CGF\backsim\triangle OEF$，∴ $\frac{CG}{OE}=\frac{GF}{EF}$，则$CG=3OE$. 设$OE=y$，则$CG=3y$. 由(2)知，$CG=EH=OE+OD$，即$3y=y+OD$，∴ $OD=2y$. 易证$\triangle CDG\backsim\triangle DOE$，则$\frac{CD}{DG}=\frac{DO}{OE}=2$，∴ $DG=1$，则$CG=\sqrt{CD^2-GD^2}=\sqrt{3}$，则$3y=\sqrt{3}$，∴ $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴ $\frac{OD}{CD}=\frac{2y}{2}=y=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

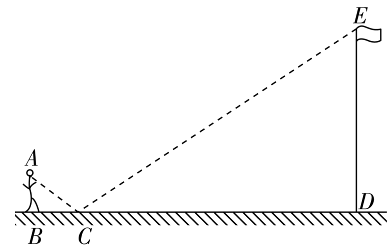
综上，$\frac{OD}{CD}$的值为$\frac{\sqrt{15}}{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

9. D 【解析】∵ 以原点O为位似中心，相似比为2，把$\triangle OAB$放大，点A的坐标为$(2,2)$，∴ 点A的对应点A'的坐标为$(2\times2,2\times2)$或$(2\times(-2),2\times(-2))$，即$(4,4)$或$(-4,-4)$，故选D.

刷有所得
在平面直角坐标系中，如果坐标原点为位似中心，相似比为k，那么位似图形对应点的坐标的比等于k或$-k$.

10. C 【解析】∵ 点A，A'的坐标分别为$(2,0)$，$(3,0)$，∴ $OA=2$，$OA'=3$. ∵ 五边形$ABCDE$，$A'B'C'D'E'$是以坐标原点O为位似中心的位似图形，∴ $OA:OA'=DE:D'E'=2:3$. ∵ $DE=3$，∴ $D'E'=\frac{9}{2}$，故选C.

11. B 【解析】如图，由题意得，$AB=1.6\ \mathrm{m}$，$BC=2\ \mathrm{m}$，$CD=10\ \mathrm{m}$. ∵ $AB\perp BD$，$DE\perp BD$，∴ $\angle ABC=\angle EDC=90°$. ∵ 由题意得$\angle ACB=\angle DCE$，∴ $\triangle ABC\backsim\triangle EDC$，∴ $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{CD}$，即$\frac{1.6}{DE}=\frac{2}{10}$，∴ $DE=8\ \mathrm{m}$，故选B.



12. 18.2 【解析】过点F作$FG\perp CD$，垂足为G，延长FG交AB于点H. 由题意得$FH\perp AB$，$AH=CG=EF=1.4$米，$AC=GH=20$米，$CE=FG=10$米，∴ $\angle DGF=\angle BHF=90°$. ∵ $CD=7$米，∴ $DG=CD-CG=7-1.4=5.6$(米).

∵ $\angle DFG=\angle BFH$，∴ $\triangle FDG\backsim\triangle FBH$，∴ $\frac{DG}{BH}=\frac{FG}{FH}$，∴ $\frac{5.6}{BH}=\frac{10}{10+20}$，∴ $BH=16.8$米，∴ $AB=BH+AH=16.8+1.4=18.2$(米)，∴ 塔的高度为18.2米，故答案为18.2.

关键点拨
根据已知条件结合图形添加适当的辅助线，熟练应用相似三角形的判定和性质是解题的关键.

13. 【解】(1)∵ 太阳光线是平行光线，

∴ $\angle EFD=\angle ADC$.

又∵ $\angle EDF=\angle ACD=90°$，∴ $\triangle EFD\backsim\triangle ADC$，∴ $\frac{DF}{CD}=\frac{DE}{CA}$. ∵ $DF=DE$，∴ $CD=CA$.

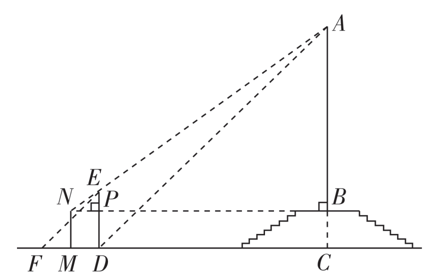
(2)设NB与DE的交点为P，如图.

由题意得$PN=DM=1$，$DP=BC=MN=1.2$，$BN=CM$，∴ $PE=DE-DP=2.1-1.2=0.9$.

设$AB=x$，则$CD=CA=AB+BC=x+1.2$，

∴ $BN=CM=CD+DM=x+1.2+1=x+2.2$.

思路分析
(2)设BN与DE的交点为P，设$AB=x$，利用锐角三角函数列方程求出x的值即可.



在$\mathrm{Rt}\triangle PNE$中，$\tan\angle PNE=\frac{PE}{PN}=\frac{0.9}{1}=0.9$.

在$\mathrm{Rt}\triangle BNA$中，$\tan\angle BNA=\frac{AB}{BN}=0.9$，∴ $AB=0.9BN$，∴ $x=0.9(x+2.2)$，解得$x=19.8$.

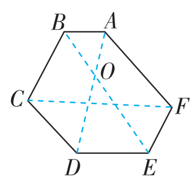
答：纪念碑AB的高度为19.8 m.

(3)小红的结果误差较大，原因可能是平台底部点C不可直接到达，间接测量时产生了较大的误差(原因合理即可).

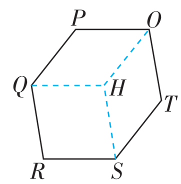
14. (1)【解】如图(1)，连接BE，CF，AD，BE与AD交于点O.

①由$AB/\!/DE$，只能知道$\triangle AOB\backsim\triangle DOE$，不能判断出$AB=DE$，同理不能判断出$BC=EF$，$AF=CD$，故平行六边形的三组主对边分别相等是错误的；

②$\because AB /\!/ DE$，$\therefore \angle ABE=\angle BED$，同理可得$\angle CBE=\angle BEF$，$\therefore \angle ABC=\angle DEF$，同理可得$\angle BAF=\angle CDE$，$\angle BCD=\angle AFE$，故平行六边形的三组主对角分别相等是正确的；
③由图(1)可知，平行六边形的三条主对角线互相平分是错误的. 故答案为错误，正确，错误.



图(1)

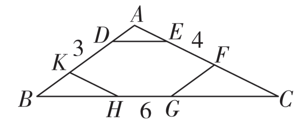


图(2)

(2)【证明】如图(2)，过点 Q 作 $QH /\!/ PO$，且 $QH=PO$，连接 OH，HS，则四边形 $PQHO$ 是平行四边形，$\therefore PQ /\!/ OH$，$PQ=OH$. 在平行六边形 $OPQRST$ 中，$PO /\!/ RS$，$PO=RS$，$\therefore QH /\!/ RS$，$QH=RS$，$\therefore$ 四边形 $QRSH$ 为平行四边形，$\therefore QR /\!/ HS$，$QR=HS$. 在平行六边形 $OPQRST$ 中，$PQ /\!/ ST$，$QR /\!/ OT$，$\therefore OH /\!/ ST$，$HS /\!/ OT$，$\therefore$ 四边形 $HSTO$ 为平行四边形，$\therefore HS=OT$，$OH=ST$，$\therefore QR=OT$，$PQ=ST$. $\because OP=PQ=QR=RS$，$\therefore PQ=QR=RS=ST=OT=PO$，$\therefore$ 平行六边形 $OPQRST$ 是菱六边形.

▶关键点拨 理解题中所给的新定义并能联系所学过的知识是解题的关键.

(3)【解】设三角形纸片为$\triangle ABC$，剪裁后的纸片为菱六边形 $DEFGHK$，如图(3)，$\therefore DE /\!/ HG$，$HK /\!/ EF$，$DE=EF=FG=HG=KH=DK$，



图(3)

$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$，$\triangle BKH \backsim \triangle BAC$，$\therefore \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$，$\dfrac{KH}{AC}=\dfrac{BK}{AB}$. 设 $DE=EF=FG=HG=KH=DK=x$，则$\dfrac{x}{6}=\dfrac{AD}{3}=\dfrac{AE}{4}$，$\dfrac{x}{4}=\dfrac{BK}{3}$，$\therefore AD=\dfrac{1}{2}x$，$AE=\dfrac{2}{3}x$，$BK=\dfrac{3}{4}x$.
$\because AB=AD+DK+BK=3$，$\therefore \dfrac{1}{2}x+x+\dfrac{3}{4}x=3$，解得 $x=\dfrac{4}{3}$，$\therefore \triangle ADE$ 的各边长为 $AD=\dfrac{1}{2}x=\dfrac{2}{3}$，$AE=\dfrac{2}{3}x=\dfrac{8}{9}$，$DE=x=\dfrac{4}{3}$.（答案不唯一）

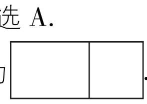
（十四）投影与视图

刷考点

1. A　【解析】

选项	分析	结论
A	圆锥的主视图是三角形	符合题意
B	圆柱的主视图是长方形	不符合题意
C	球的主视图是圆	不符合题意
D	正方体的主视图是正方形	不符合题意

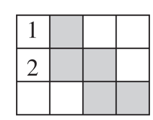
2. A　【解析】从左边看，底层有两个小正方形，上层的左边有一个小正方形. 故选 A.

3. D　【解析】该几何体的俯视图为. 故选 D.

4. A　【解析】这个几何体的主视图与左视图相同，俯视图与主视图、左视图不相同. 故选 A.

5. B　【解析】设该圆锥的底面圆的半径为 r cm，则 $2\pi r=\dfrac{90\pi\times 40}{180}$，$\therefore r=10$，故选 B.

6. B　【解析】如图所示，选择标有 1 或 2 的空白小正方形，能与阴影部分组成正方体展开图，所以能与阴影部分组成正方体展开图的方法有 2 种. 故选 B.



7. D　【解析】由题意可知，$\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是位似图形，且相似比为$\dfrac{2}{2+3}=\dfrac{2}{5}$，$\therefore \triangle A_1B_1C_1$ 的面积是 $60\div\left(\dfrac{2}{5}\right)^2=375(\text{cm}^2)$，故选 D.

关键点拨◀ 利用俯视图和主视图判断即可.

8. 6　【解析】根据俯视图可得最底层有 4 个小立方块，由主视图可得第二层最多有 2 个小立方块，故最多有 $4+2=6$(个)小立方块，故答案为 6.

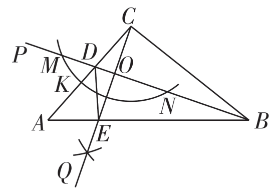
（十五）尺规作图

刷考点

1. C　【解析】根据作图可得 MN 是 AB 的垂直平分线，$\therefore DA=DB$. $\because \angle BAC=30°$，$\therefore \angle ABD=\angle BAD=30°$，$\therefore \angle AOE=2\angle ABD=60°$，故选 C.

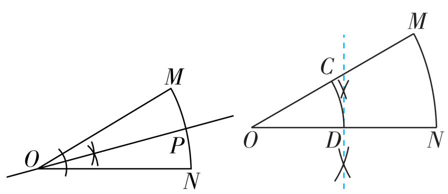
2. D　【解析】由作图过程可知，$\angle CBN=\angle BAC$. $\because CD$ 是$\triangle ABC$ 的角平分线，$\therefore \angle ACD=\angle BCD$. $\because \angle CAD+\angle ACD+\angle ADC=180°$，$\angle CBM+\angle BCM+\angle BMC=180°$，$\therefore \angle ADC=\angle BMC$，$\therefore \angle BDM=\angle BMD$，$\therefore BM=BD$，故 D 选项一定正确. 故选 D.

3. B　【解析】由作图可知 $CE\perp BD$. 如图，设



CE,BD 交于点 O，则 $\angle BOC=\angle BOE=90°$. $\because$ BP 平分 $\angle ABC$，$\therefore$ $\angle ABO=\angle CBO$. 在 $\triangle BOC$ 和 $\triangle BOE$ 中，$\begin{cases}\angle BOC=\angle BOE,\\ OB=OB,\\ \angle CBO=\angle EBO,\end{cases}$ $\therefore$ $\triangle BOC\cong\triangle BOE$(ASA)，$\therefore OC=OE,BC=BE=12$，$\therefore BD$ 垂直平分 CE，$AE=AB-BE=4$，$\therefore DE=CD$，$\therefore$ $\triangle ADE$ 的周长为 $AE+DE+AD=AE+CD+AD=AE+AC=14$. 故选 B.

4.【解】【初步尝试】如图(1)，直线 OP 即为所求.



图(1)　　　图(2)

【拓展探究】如图(2)，弧 CD 即为所求.

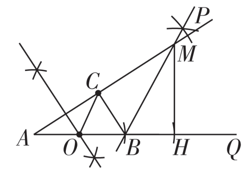
思路分析

【初步尝试】作 OP 平分 $\angle MON$ 即可；

【拓展探究】作线段 ON 的垂直平分线，垂足为 D，以 O 为圆心，OD 长为半径作弧交 OM 于点 C，弧 CD 即为所求.

5.【解】(1)如图，点 O 即为所求作.

(2)如图，点 M 即为所求作.



(3)由作图可知 $OA=OC=OB$，$\therefore$ 点 A,B,C 在以 O 为圆心，OA 为半径的圆上，且 AB 为直径，

$\therefore \angle ACB=90°$，

$\therefore \angle BCM=90°$.

$\because \sin A=\dfrac{3}{5}$，$\therefore$ 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{3}{5}$，

设 $BC=3k,AB=5k$，则 $AC=4k$.

由作图易知 $BC=BH=3k$，$\triangle BCM\cong\triangle BHM$，

$\therefore \angle MCB=\angle BHM=90°$，$\therefore AH=AB+BH=8k$.

$\because \angle ACB=\angle AHM=90°$，$\angle A=\angle A$，

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle AMH$，

$\therefore \dfrac{AC}{AH}=\dfrac{BC}{MH}=\dfrac{AB}{AM}$，$\therefore \dfrac{4k}{8k}=\dfrac{3k}{MH}=\dfrac{5k}{AM}$，$\therefore MH=6k$，$AM=10k$，$\therefore CM=AM-AC=10k-4k=6k$.

$\because CM=12$，$\therefore k=2$，$\therefore BH=6,MH=12$，

$\therefore BM=\sqrt{BH^2+MH^2}=\sqrt{6^2+12^2}=6\sqrt{5}$.

（十六）统计与概率初步

刷考点

1. D　**【解析】**

选项	理由	判断
A	调查过程具有破坏性	适合抽样调查，不合题意
B		
C	花费的时间较长，耗费大	
D	总体数据较少且方便调查	适合全面调查，符合题意

故选 D.

2. D　**【解析】**根据抽样调查样本要具有代表性可知，选项 D 的抽样方式较合适. 故选 D.

3. 108　**【解析】**估计该校全体学生中，从未使用该平台辅助学习的学生有 $3\ 600\times\dfrac{3}{100}=108$(名). 故答案为 108.

4. 1 500　**【解析】**由题意可估计，该地区七年级 2 000 名男生中 BMI 等级为正常的人数是 $2\ 000\times\dfrac{75}{100}=1\ 500$，故答案为 1 500.

5. A　**【解析】**由折线统计图可知，甲公司 2019~2020 年利润增长接近 20 万元，2020~2022 年利润增长接近 50 万元，2022~2023 年利润增长接近 50 万元，乙公司 2019~2020 年利润增长 10 万元，2020~2022 年利润增长 20 万元，2022~2023 年利润增长 10 万元，$\therefore$ 甲始终比乙快. 故选 A.

刷有所得

选择全面调查(普查)还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用，一般来说，调查具有破坏性、无法进行普查、普查的意义或价值不大时，应选择抽样调查.

6. B　**【解析】**由题意可得 $a=50-4-16-12-8=10$，故 A 不符合题意；用地面积在 $8<x\leqslant12$ 这一组的公园个数为 16，个数最多，故 B 符合题意；用地面积在 $0<x\leqslant4$ 这一组的公园个数最少，故 C 不符合题意；$12+8=20$，$\therefore$ 这 50 个公园中有 20 个公园用地面积超过 12 公顷，不到一半，故 D 不符合题意，故选 B.

7. 200　**【解析】**$\because$ $1\ 000\times20\%=200$(名)，$\therefore$ 该校 1 000 名学生中，最喜爱娱乐节目的学生大约有 200 名，故答案为 200.

8. A　**【解析】**28 公里、30 公里、30 公里、26 公里、32 公里的众数为 30 公里，若后续又新增一条线路，使得新增后这 6 条线路长度的中位数变为 29 公里，众数保持不变，则新增线路长度不可能是 28 公里或 30 公里，故选项 B、D 不符合题意；当新增线路长度是 25 公里时，25 公里、28 公里、30 公里、30 公里、26 公里、32 公里的中位数为 $\dfrac{28+30}{2}=29$(公里)，故选项 A 符合题意；当新增线路长度是 29 公里时，29 公里、28 公里、30 公里、30 公里、26 公里、32 公里的中位数为 $\dfrac{29+30}{2}=29.5$(公里)，故选项 C 不符合题意. 故选 A.

9. C　**【解析】**算式中差的平方的项数为 5，$\therefore$ 对应数据个数 $n=5$，故选项 A 正确. 平均数 $\bar{x}=\dfrac{6+8+8+6+7}{5}=7$，故选项 B 正确. 数据中 6 和 8

均出现 2 次，故众数为 6 和 8，故选项 C 错误。该组数据加入两个 7 后，数据更集中，故这组新数据的方差变小，故选项 D 正确。故选 C。

10. 甲 【解析】$\because s_{甲}^2=3.6$，$s_{乙}^2=5.8$，$\therefore s_{甲}^2<s_{乙}^2$，$\therefore$ 甲种小麦长势更整齐。

11. > 【解析】4+3+2+1=10，由加权平均数可得$\frac{4}{10}A+\frac{3}{10}\times70+\frac{2}{10}\times80+\frac{1}{10}\times90=82$，解得 $A=90$；$\frac{4}{10}B+\frac{3}{10}\times90+\frac{2}{10}\times80+\frac{1}{10}\times70=82$，解得 $B=80$。$\because 90>80$，$\therefore A>B$。故答案为>。

思路分析 根据加权平均数的定义分别求出 A，B 的值，再比较大小即可。

12. 5 【解析】$\because$ 这组数据有唯一众数 8，$\therefore b$ 为 8。$\because$ 中位数是 5，$\therefore a$ 是 5，$\therefore$ 这一组数据的平均数为$\frac{1+3+5+8+8}{5}=5$，故答案为 5。

13.【解】(1)由比赛得分统计图可得，甲队员的得分上下波动幅度小于乙队员的得分上下波动幅度，$\therefore$ 得分更稳定的队员是甲。将乙队员的得分按照从小到大的顺序排列为 14，20，28，30，32，32，最中间两个数为 28，30，$\therefore$ 乙队员得分的中位数为$\frac{28+30}{2}=29$(分)，故答案为甲，29。

(2)$\because$ 甲队员的平均每场得分大于乙队员的平均每场得分，且甲队员的得分更稳定，$\therefore$ 甲队员表现更好。(答案不唯一，合理即可)

(3)甲队员的综合得分为 $26.5\times1+8\times1.5+2\times(-1)=36.5$(分)，乙队员的综合得分为 $26\times1+10\times1.5+3\times(-1)=38$(分)。$\because 36.5<38$，$\therefore$ 乙队员的表现更好。

14. A 【解析】小美和小好同学做"石头、剪刀、布"的游戏，两人同时出相同的手势，这个事件是随机事件。故选 A。

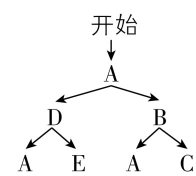
15. B 【解析】打开电视机，中央台正在播放"嫦娥六号完成人类首次背月采样"的新闻是随机事件，故 A 不符合题意；从两个班级中任选三名学生担任学校安全督查员，至少有两名学生来自同一个班级是必然事件，故 B 符合题意；小明在内江平台一定能抢到龙舟节开幕式门票是随机事件，故 C 不符合题意；从《西游记》《红楼梦》《三国演义》《水浒传》这四本书中随机抽取一本是《三国演义》是随机事件，故 D 不符合题意。故选 B。

16. A 【解析】$\because$ 正方体共 6 个面，向上一面出现数字 1 的概率为$\frac{1}{2}$，$\therefore$ 标有数字 1 的面有 3 个。$\because$ 出现数字 2 的概率为$\frac{1}{3}$，$\therefore$ 标有数字 2 的面有 2 个，$\therefore$ 标有数字 3 的面只有 1 个，而选项 A 中正方体木块至少有 2 个面上标有 3，$\therefore$ 该木块不可能是 A，故选 A。

17. B 【解析】设扇形 AOB 所在圆的半径为 r。$\because CE\perp AO$，$\therefore \angle OCE=90°$。$\because$ 点 C 是 AO 的中点，$\therefore OC=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}OE$。在 $\mathrm{Rt}\triangle OCE$ 中，$\because \cos\angle COE=\frac{OC}{OE}=\frac{1}{2}$，$\therefore \angle COE=60°$，$\therefore \angle BOE=\angle AOB-\angle COE=30°$。$\because ED\perp OB$，$\therefore \angle ODE=90°$。$\because \angle COD=\angle OCE=\angle ODE=90°$，$\therefore$ 四边形 $OCED$ 为矩形，$\therefore S_{\triangle OCE}=S_{\triangle ODE}$，$\therefore S_{阴影}=S_{扇形BOE}=\frac{30\times\pi\times r^2}{360}=\frac{1}{12}\pi r^2$。$\because S_{扇形AOB}=\frac{90\pi\times r^2}{360}=\frac{1}{4}\pi r^2$，$\therefore$ 点 P 落在阴影部分的概率为$\frac{S_{扇形BOE}}{S_{扇形AOB}}=\frac{1}{3}$。故选 B。

关键点拨 将不规则图形面积转化成规则图形面积是解题的关键。

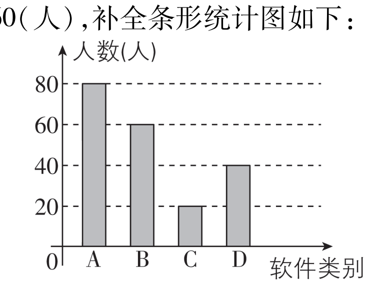
18. $\frac{1}{2}$ 【解析】画树状图如下：



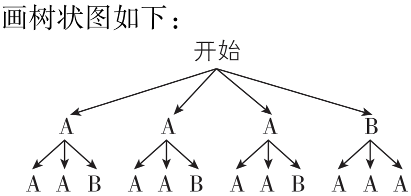
$\therefore$ 所有等可能的情况有 4 种，其中回到格子 A 的情况有 2 种，$\therefore$ 回到格子 A 的概率为$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$。故答案为$\frac{1}{2}$。

19.【解】(1)抽取的学生总人数为 $40\div20\%=200$(人)，$\therefore$ 扇形统计图中 A 类软件所占圆心角为 $360°\times\frac{80}{200}=144°$，故答案为 200，144。

(2)使用 B 类软件的人数为 $200-80-20-40=60$(人)，补全条形统计图如下：



(3)画树状图如下：



共有 12 种等可能的结果，其中恰好抽到使用 A、B 两类软件各 1 人的结果有 6 种，$\therefore$ 恰好抽到使用 A、B 两类软件各 1 人的概率为$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$。