

第一部分 单元过关检测

卷① 第15章基础诊断卷(A卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	B	C	D	B	A	B	C	C

轻松评分

11. 6 12. $\frac{3}{a+1}$ (答案不唯一) 13. $4xy^2$
14. 20 15. -6 16. 10 或 $\frac{19}{8}$
17. 【解】(1) 原式 $= \frac{(5-a)(5+a)}{(a-3)^2} \cdot \frac{2(a-3)}{a-5} \cdot \frac{a-3}{a+5}$
..... (2分)
 $= -2$ (4分)
- (2) 原式 $= \frac{m-1-6}{m-1} \div \frac{(m-7)^2}{m(m-1)}$ (6分)
 $= \frac{m-7}{m-1} \cdot \frac{m(m-1)}{(m-7)^2}$ (7分)
 $= \frac{m}{m-7}$ (8分)
18. 【解】(1) 方程两边同乘 $x(x+3)$, 得 $x+3=4x$, (2分)
解得 $x=1$ (4分)
检验: 当 $x=1$ 时, $x(x+3) \neq 0$, 故原方程的解为 $x=1$ (5分)
- (2) 方程两边同乘 $(x-1)(x+2)$, 得 $x(x+2)-(x-1)(x+2)=3$, (7分)
整理得 $x+2=3$,
解得 $x=1$ (9分)
检验: 当 $x=1$ 时, $(x-1)(x+2)=0$, 故原方程无解. (10分)
19. 【解】设这家超市销售的这种饮料每箱 x 瓶. 根据题意得 $\frac{36}{x+2} = \frac{36}{x} \times 0.9$, (5分)
解得 $x=18$ (7分)
经检验, $x=18$ 是原方程的解, 也符合题意.
答: 这家超市销售的这种饮料每箱 18 瓶.
..... (10分)

上分攻略 评分细则

规避失分点

16. 答案不全不得分.

规避失分点

17. 必须有计算步骤, 直接写结果不得分.

规避失分点

18. 无论分式方程有没有解, 都必须检验, 遗漏检验过程扣 1 分.

找准采分点

19. 根据等量关系“买一箱送两瓶, 这相当于每瓶按原价九折销售”列出方程得 5 分.

20. (1) ①③ (4分)
(2) 分式的基本性质 (6分)
(3) 【解】(选择的解法不同, 解答过程不同) 选择①, 原式 $= \frac{x+9}{x^2-9} \div \left[\frac{2x(x+3)}{(x+3)(x-3)} - \frac{x(x-3)}{(x+3)(x-3)} \right] = \frac{x+9}{(x+3)(x-3)} \div \frac{2x^2+6x-x^2+3x}{(x+3)(x-3)} = \frac{x+9}{(x+3)(x-3)} \div \frac{x^2+9x}{(x+3)(x-3)} = \frac{x+9}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{x(x+9)} = \frac{1}{x}$.
..... (10分)
当 $x=2$ 时, 原式 $= \frac{1}{2}$ (12分)
21. 【解】(1) 根据题意可得, 新能源车的每千米行驶费用为 $\frac{60 \times 0.6}{a} = \frac{36}{a}$ (元). 故答案为 $\frac{36}{a}$ 元. (2分)
- (2) ①根据题意可得 $\frac{40 \times 9}{a} - \frac{36}{a} = 0.54$, 解得 $a=600$ (5分)
经检验, $a=600$ 是原方程的解.
 $\therefore \frac{40 \times 9}{a} = 0.6, \frac{36}{a} = 0.06$ (8分)
答: 新能源车的每千米行驶费用为 0.06 元, 燃油车的每千米行驶费用为 0.6 元.
..... (9分)
- ②设每年行驶里程为 x 千米时, 买新能源车的年费用更低. 根据题意得 $0.06x + 7\,256 < 0.6x + 5\,096$, (10分)
解得 $x > 4\,000$ (11分)
答: 每年行驶里程大于 4 000 千米时, 买新能源车的年费用更低. (12分)
22. 【解】(1) ① $\frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$, 是“和谐分式”;
② $\frac{2x^2+x}{2x} = x + \frac{1}{2}$, 不是“和谐分式”; ③ $\frac{x+2}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = 1 + \frac{1}{x+1}$, 是“和谐分式”; ④ $\frac{y^2+1}{y^2} = 1 + \frac{1}{y^2}$, 是“和谐分式”. 故答案为①③④.
..... (3分)

规避失分点

20. (1) 错答或漏答均不得分.

找准采分点

20. (3) 选择③并正确写出解题过程也可得分. 此题建议选①, 选③还要有取结果的倒数的步骤, 容易遗漏导致出错.

规避失分点

21. (1) 不要遗漏单位“元”.

找准采分点

21. (2) ①根据“燃油车的每千米行驶费用比新能源车多 0.54 元”列出分式方程得 2 分.

找准采分点

21. (2) ②根据题意列出不等式得 1 分.

找准采分点

22. (1) 本空 3 分.

- (2) $\frac{a^2-2a+3}{a-1} = \frac{a^2-2a+1+2}{a-1} = \frac{(a-1)^2+2}{a-1} = a-1 + \frac{2}{a-1}$, 故答案为 $a-1, \frac{2}{a-1}$ (5分)
- (3) 原式 $= \frac{3x+6}{x+1} - \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{3x+6}{x+1} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{2x+4}{x+1} = \frac{2(x+1)+2}{x+1} = 2 + \frac{2}{x+1}$.
..... (10分)
 \therefore 要使该式的值为整数, 且 x 为整数, $\therefore x+1 = \pm 1$ 或 $x+1 = \pm 2$, $\therefore x=0$ 或 -2 或 1 或 -3 .
..... (12分)
又 \therefore 分式有意义时, $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$ 且 $x \neq -1$ 且 $x \neq -2$, $\therefore x = -3$, 即当 $x = -3$ 时, 该式的值为整数. (14分)

找准关键点

22. (3) 先化为最简分式, 再利用分式的值和 x 的值都为整数得出 x 的取值.

规避失分点

22. (3) 为保证分式有意义, 要对 x 的值进行取舍, 缺少这一步扣 2 分.

上分解析

1. A 【解析】由题意得, $\frac{3}{x-1}$ 是分式, $\frac{y}{2}+1, xy$ 和 $\frac{y}{4}$ 都是整式, \therefore 选项 A 符合题意, 选项 B、C、D 不符合题意, 故选 A.
2. A 【解析】 $\frac{b}{a} \cdot \frac{2a}{c} = \frac{a \cdot 2b}{a \cdot c} = \frac{2b}{c}$, 故选 A.
3. B 【解析】 $0.000\,000\,34 = 3.4 \times 10^{-7}$, 故选 B.
- ◆ 上分点拨 | 科学记数法 ◆
用科学记数法可以将一个绝对值小于 1 的数表示成 $a \times 10^{-n}$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10, n$ 是正整数, n 等于原数中左起第一个非 0 数字左边所有 0 的个数 (包括小数点左边的那个 0).
4. C 【解析】 \therefore 当 $x=1$ 时, 分式无意义, \therefore 分式的分母可能是 $x-1$. \therefore 当 $x=-2$ 时, 分式为 0, \therefore 分式的分子可能是 $x+2$, \therefore 分式可能是 $\frac{x+2}{x-1}$, 故选 C.
5. D 【解析】

选项	分子、分母变化情况	是否符合分式的基本性质
A	分子乘 a , 分母乘 b	不符合
B	分子、分母同时加 1	不符合
C	分母除以 $(a+b)$, 分子不是除以 $(a+b)$	不符合
D	分子、分母同时乘 -1	符合

故选 D.

6. B 【解析】 $\frac{1}{x} - \frac{1-x}{2x} = 1$, 两边同乘 $2x$, 得 $2 - (1-x) = 2x$, 即 $2-1+x=2x$, 故选 B.

上分警示 | 解分式方程——去分母

注意去分母时, 常数项也要乘最简公分母.

7. A 【解析】根据题图(1)和题图(2), \therefore 直尺 A 的对应长度分别为 24, 9, 直尺 B 的对应长度分别为 32, $x-10$, \therefore 列方程为 $\frac{24}{32} = \frac{9}{x-10}$. 故选 A.

8. B 【解析】 $\frac{A}{m-1} + \frac{B}{m-2} = \frac{A(m-2)}{(m-1)(m-2)} + \frac{B(m-1)}{(m-1)(m-2)} = \frac{Am-2A+Bm-B}{(m-1)(m-2)} = \frac{(A+B)m-(2A+B)}{(m-1)(m-2)}$. $\therefore \frac{A}{m-1} + \frac{B}{m-2} = \frac{3m-4}{(m-1)(m-2)}$, $\therefore \begin{cases} A+B=3, ① \\ 2A+B=4, ② \end{cases}$ ②-① 得 $A=1$, 把 $A=1$ 代入①得 $B=2$, \therefore 方程组的解为 $\begin{cases} A=1, \\ B=2, \end{cases}$ 故选 B.

9. C 【解析】方程去分母, 得 $mx-x=2(1-x)$, 整理, 得 $(m+1)x=2$. \therefore 原方程无解, \therefore ①整式方程无解, 则 $m+1=0$, 解得 $m=-1$; ②分式方程有增根, 则 $1-x=0$, 解得 $x=1$. 把 $x=1$ 代入 $(m+1)x=2$, 得 $m+1=2$, 解得 $m=1$. 综上, $m=1$ 或 $m=-1$. 故选 C.

上分总结 | 分式方程无解

将分式方程化为整式方程后, ①当整式方程无解时, 分式方程无解; ②当整式方程有解, 但所有解都是分式方程的增根时, 分式方程也无解.

10. C 【解析】依题意得 $F_1 = \frac{x}{2x+1}$, $F_2 = \frac{x}{4x+1}$, $F_3 = \frac{\frac{x}{4x+1}}{4 \times \frac{x}{4x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{4x+1}}{\frac{4x+1}{4x+1}} = \frac{x}{4x+1}$.

$\frac{x}{8x+1}$, 故①不正确. 由题易得规律 $F_n = \frac{x}{2^n x + 1}$, $\therefore F_4 = \frac{x}{16x+1}$, $F_6 = \frac{x}{64x+1}$, $\therefore \frac{1}{F_2} + \frac{1}{F_4} + \frac{1}{F_6} = \frac{4x+1}{x} + \frac{16x+1}{x} + \frac{64x+1}{x} = \frac{84x+3}{x} = 84 + \frac{3}{x}$. $\therefore \frac{1}{2} < x < 1$, $\therefore 3 <$

$\frac{3}{x} < 6$, $\therefore 87 < \frac{1}{F_2} + \frac{1}{F_4} + \frac{1}{F_6} < 90$, 故②正确. $\therefore F_5 = \frac{x}{32x+1}$, $\therefore \frac{F_2}{F_5} = \frac{\frac{x}{4x+1}}{\frac{x}{32x+1}} = \frac{32x+1}{4x+1}$.

$\frac{32x+1}{4x+1} = \frac{32x+8-7}{4x+1} = 8 - \frac{7}{4x+1}$. 若要使 $\frac{F_2}{F_5}$ 为整数, 且 x 为整数, 则 $4x+1=1$

或 $4x+1=-7$, $\therefore x=0$ 或 $x=-2$. \therefore 当 $x=0$ 时, $F_5=0$, $\frac{F_2}{F_5}$ 无意义; 当 $x=-2$

时, $\frac{F_2}{F_5} = 9 > 0$, \therefore 不存在整数 x 使得 $\frac{F_2}{F_5}$ 的值为负整数, 故③正确. 综上所述,

正确的结论有②③, 共 2 个, 故选 C.

11. 6 【解析】 $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} + (\pi - 2\,024)^0 = 5 + 1 = 6$. 故答案为 6.

上分点拨 | 零指数幂和负整数指数幂

$a^0 = 1 (a \neq 0)$; $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 为正整数})$.

12. $\frac{3}{a+1}$ (答案不唯一) 【解析】分式可以为 $\frac{3}{a+1}$. 故答案为 $\frac{3}{a+1}$ (答案不唯一).

13. $4xy^2$ 【解析】分式 $\frac{1}{2x}, \frac{x}{4y^2}$ 的最简公分母为 $4xy^2$. 故答案为 $4xy^2$.

14. 20 【解析】设提速前的速度为 v 米/秒, 则提速前滑完赛道所用时间为 $\frac{1\,200}{v}$ 秒, 提速后速度为 $(v+4)$ 米/秒, 提速后滑完赛道所用时间为 $\frac{1\,200}{v+4}$ 秒. 根据题意, 得 $\frac{5}{6} \times \frac{1\,200}{v} = \frac{1\,200}{v+4}$, 解得 $v=20$, 经检验, $v=20$ 是原方程的解, 且符合实际意义, 故答案为 20.

15. -6 【解析】 $\therefore a \div b = \frac{1}{b} - \frac{2}{a}$, $\therefore (x-4) \div (x+1) = \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-4}$. $\therefore (x-4) \div (x+1) = 0$, $\therefore \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-4} = 0$, 解得 $x=-6$. 经检验, $x=-6$ 是 $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-4} = 0$ 的解. 故答案为 -6.

16. 10 或 $\frac{19}{8}$ 【解析】 $\therefore m + \frac{7-2m}{m-2} = \frac{67}{8}$, $\therefore \frac{m(m-2)}{m-2} + \frac{7-2m}{m-2} = \frac{67}{8}$, $\therefore \frac{m^2-4m+7}{m-2} = \frac{67}{8}$, 即 $\frac{m^2-4m+4+3}{m-2} = 8 + \frac{3}{8}$, $\therefore \frac{(m-2)^2+3}{m-2} = 8 + \frac{3}{8}$, 即 $m-2 + \frac{3}{m-2} = 8 + \frac{3}{8}$.

根据题意, 可得 $m-2=8$ 或 $m-2=\frac{3}{8}$, 解得 $m=10$ 或 $m=\frac{19}{8}$. 经检验, $m=10$ 或 $m=\frac{19}{8}$ 是原方程的解, 故答案为 10 或 $\frac{19}{8}$.

17-22. 见 P43 答案及评分细则.

第 15 章 对点上分 (类题推送)

上分解析

基础上分

1. 2 $x \neq -3$ 【解析】分式 $\frac{2x}{3x-6}$ 无意义时, $3x-6=0$, 解得 $x=2$; 要使分式

$\frac{2x}{(x+3)^2}$ 有意义, 则 $x+3 \neq 0$, 解得 $x \neq -3$. 故答案为 $2, x \neq -3$.

2. 5 【解析】 $\frac{5x^2}{x}, \frac{b^2}{a+1}, -\frac{1}{m-2}, \frac{3}{x}, \frac{1}{2-a}$ 是分式, 共 5 个.

3. -1 【解析】 \therefore 分式 $\frac{1-x^2}{|x-1|}$ 的值是 0, $\therefore 1-x^2=0$, 且 $|x-1| \neq 0$, 解得 $x=-1$. 故答案为 -1.

4. A 【解析】A 选项, $\frac{-x+y}{-x-y} = \frac{-(x-y)}{-(x+y)} = \frac{x-y}{x+y}$, 故 A 符合题意; B 选项, $\frac{a+b}{a+b} = 1$,

故 B 不符合题意; C 选项, $\frac{ab-1}{ac-1}$ 无法变形为 $\frac{b-1}{c-1}$, 故 C 不符合题意; D 选

项, $\frac{a+m}{b+m}$ 无法变形为 $\frac{a}{b}$, 故 D 不符合题意. 故选 A.

5. D 【解析】A 选项, $\frac{6(x-y)}{8(x+y)} = \frac{3(x-y)}{4(x+y)}$, 故该项不是最简分式; B 选项,

$\frac{y^2-x^2}{x-y} = -x-y$, 故该项不是最简分式; C 选项, $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2} = \frac{x-y}{x+y}$, 故该项不是最

简分式; D 选项, $\frac{x^2+y^2}{x^2y+xy^2}$ 的分子与分母没有公因式, 故该项是最简分式.

故选 D.

6. A 【解析】 $\therefore \frac{a+1}{a^2-2a+1}$ 的分母变为 $(1+a)(1-a)^2$, $\therefore \frac{1}{1-a^2} = \frac{1}{(1+a)(1-a)} = \frac{1-a}{(1+a)(1-a)^2}$, $\therefore \frac{1}{1-a^2}$ 的分子变为 $1-a$. 故选 A.

7. C 【解析】 $\frac{\square}{x+y} \div \frac{x}{y^2-x^2} = \frac{\square}{x+y} \cdot \frac{-(x-y)(x+y)}{x}$. \therefore 运算的结果为整式, \therefore “ \square ”中的式子可能是含 x 的单项式, 故选 C.

8. D 【解析】A 选项, $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$, 故本选项不正确; B 选项, $\frac{a}{x-y} - \frac{a}{y-x} =$

$\frac{a}{x-y} + \frac{a}{x-y} = \frac{2a}{x-y}$, 故本选项不正确; C 选项, $\frac{1}{a} + 1 = \frac{1+a}{a}$, 故本选项不正确;

D 选项, $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x-y} = \frac{x-y}{x-y} = 1$, 故本选项正确. 故选 D.

9. 【解】 (1) $2a^2b \div \left(-\frac{a}{2b}\right)^2 \cdot \frac{a}{4b^2} = 2a^2b \div \frac{a^2}{4b^2} \cdot \frac{a}{4b^2} = 2a^2b \cdot \frac{4b^2}{a^2} \cdot \frac{a}{4b^2} = 2ab$.

(2) $\frac{a^2}{a-2} \cdot \frac{a-2}{a^3} - \frac{1}{a+1} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1} = \frac{a+1}{a(a+1)} - \frac{a}{a(a+1)} = \frac{1}{a(a+1)} = \frac{1}{a^2+a}$.

(3) $\frac{2}{x+1} \div \left(\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1}\right) = \frac{2}{x+1} \div \frac{2+x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{2}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} =$

$\frac{2(x-1)}{x+1} = \frac{2x-2}{x+1}$.

(4) $\left(\frac{1}{x} - \frac{y}{x^2}\right) \div \left(1 - \frac{2xy-y^2}{x^2}\right) \times \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = \left(\frac{x}{x^2} - \frac{y}{x^2}\right) \div \left(\frac{x^2-2xy-y^2}{x^2}\right) \times$

$\left(\frac{y}{xy} - \frac{x}{xy}\right) = \frac{x-y}{x^2} \div \frac{x^2-2xy-y^2}{x^2} \cdot \frac{y-x}{xy} = \frac{x-y}{x^2} \cdot \frac{x^2}{(x-y)^2} \cdot \frac{y-x}{xy} = -\frac{1}{xy}$.

上分警示 | 分式化简的结果

注意分式化简的结果应为最简分式或整式.

10. $k \neq -3$ 且 $k \neq 5$ 【解析】方程两边都乘 $x(x-1)$, 得 $3x-3+6x-x-k=0$, 解得 $x = \frac{k+3}{8}$. \therefore 分式方程有解, $\therefore x \neq 0$ 且 $x-1 \neq 0$, 即 $x \neq 0$ 且 $x \neq 1$,

$\therefore \frac{k+3}{8} \neq 0$ 且 $\frac{k+3}{8} \neq 1$, $\therefore k \neq -3$ 且 $k \neq 5$, 故答案为 $k \neq -3$ 且 $k \neq 5$.

11. (1) $x=4$ (2) $t>5$ 且 $t \neq 12$ 【解析】(1) \therefore 该方程有增根, $\therefore 2(x-4)=0$, $\therefore x-4=0$, 解得 $x=4$. (2) 方程两边同乘 $2(x-4)$, 得 $2(t-3x)=x-4$,

17. (2) 注意先算括号里面的, 再进行除法运算.

答案及评分细则

- 18. 【解】**(1) 去分母, 得 $2x-3=2(2x-1)$. 去括号, 得 $2x-3=4x-2$. 移项、合并同类项, 得 $-2x=1$. 系数化为 1, 得 $x=-\frac{1}{2}$. … (3 分)
- 经检验, $x=-\frac{1}{2}$ 是原分式方程的解. …… (4 分)
- ∴ 原分式方程的解为 $x=-\frac{1}{2}$. …… (5 分)
- (2) 去分母, 得 $7(x-1)+3(x+1)=6x$. 去括号, 得 $7x-7+3x+3=6x$. 移项、合并同类项, 得 $4x=4$. 系数化为 1, 得 $x=1$. … (8 分)
- 经检验, $x=1$ 是原分式方程的增根. …… (9 分)
- 故原分式方程无解. …… (10 分)
- 19. 【解】**(1) 由 $A=1-\frac{m}{a+2}$, 得 $\frac{a+1}{a+2}=1-\frac{m}{a+2}=\frac{a+2-m}{a+2}$, ∴ $2-m=1$, …… (2 分)
- 解得 $m=1$. …… (3 分)
- (2) ∵ $B=\frac{a+4-1}{a+4}=1-\frac{1}{a+4}$, a 为整数, ∴ 当 $a+4=\pm 1$ 时, 分式 B 的值为整数, ∴ $a=-3$ 或 $a=-5$. …… (7 分)
- (3) 当 $a>0$ 时, $A-B=\frac{a+1}{a+2}-\frac{a+3}{a+4}=-\frac{2}{(a+2)(a+4)}<0$, ∴ $A<B$. …… (10 分)
- 20. 【解】**(1) 由题意得 $(20-2a)+(16-2a)+a=24$, 解得 $a=4$.
答: a 的值为 4. …… (5 分)
- (2) 设甲组有 x 名同学, 则乙组有 $(20-x)$ 名同学.
- 根据题意得 $\frac{60}{x}=\frac{60\times\frac{4}{6}}{20-x}\times\frac{1}{2}$, …… (9 分)
- 解得 $x=15$. …… (10 分)
- 经检验, $x=15$ 是原分式方程的解且符合题意.
答: 甲组有 15 名同学. …… (12 分)

上分攻略 评分细则

规避失分点

- 18.** 检验是不可遗漏的步骤, 漏掉扣 1 分.

规避失分点

- 18.** (1) 注意不含分母的项“2”也要乘最简公分母.

找准采分点

- 19.** (1) 正确列出关于 m 的方程得 2 分.

找准关键点

- 19.** (2) 通过拆项, 可得 $B=1-\frac{1}{a+4}$, 再根据分式 B 的值为整数, 可得 $\frac{1}{a+4}$ 是整数, 从而可得整数 a 的值.

找准采分点

- 20.** (2) 根据“甲组平均每人制作的无盖长方体纸盒个数是乙组平均每人制作的正方体纸盒个数的一半”列出方程得 4 分.

- 21.** (1) 【解】由题意, 得 $\frac{1}{b}=-1-a$, $b=-1-\frac{1}{c}$,
∴ $b\cdot\frac{1}{b}=\left(-1-\frac{1}{c}\right)\left(-1-a\right)=1+a+\frac{1}{c}+\frac{a}{c}=1$, ∴ $a=-\frac{a+1}{c}$, ∴ $c=-\frac{a+1}{a}$, ∴ $c+\frac{1}{a}=\frac{-a-1}{a}+\frac{1}{a}=\frac{-a}{a}=-1$. 故答案为 -1. … (4 分)
- (2) 【证明】∵ $y=3-\frac{9}{x}$, ∴ $\frac{9}{x}=3-y$, ∴ $\frac{1}{x}=\frac{3-y}{9}$, ∴ $x\cdot\frac{1}{x}=\left(3-\frac{9}{z}\right)\cdot\frac{3-y}{9}=1$, ∴ $3-\frac{9}{z}=\frac{9}{3-y}$, ∴ $1-\frac{3}{z}=\frac{3}{3-y}$, ∴ $\frac{3}{z}=1-\frac{3}{3-y}$,
∴ $z=3-\frac{9}{y}$. …… (8 分)
- (3) 【解】∵ $a+\frac{2}{b}=b+\frac{2}{c}=c+\frac{2}{a}=t$, ∴ $\frac{2}{b}=t-a$, $b=t-\frac{2}{c}$, $ac+2=at$, ∴ $\frac{2}{b}\cdot b=2=(t-a)\left(t-\frac{2}{c}\right)$, …… (10 分)
- ∴ $t^2-\frac{2t}{c}-at+\frac{2a}{c}=2$, ∴ $t^2c-2t-act+2a=2c$,
∴ $t^2c-(2+ac)t=2(c-a)$. ∵ $ac+2=at$,
∴ $t^2c-at^2=2(c-a)$, ∴ $(c-a)t^2=2(c-a)$.
∵ $c-a\neq 0$, ∴ $t^2=2$, ∴ $t=\pm\sqrt{2}$. … (12 分)
- 22. 【解】**任务 1: 提出问题 1: 分别求出七、八年级志愿者队伍的人数. …… (1 分)
- 解决问题: 设七年级的志愿者队伍有 x 人, 则八年级的志愿者队伍有 $(1-20\%)x$ 人.
- 根据题意, 得 $\frac{720}{(1-20\%)x}-\frac{720}{x}=2$, 解得 $x=90$. …… (3 分)
- 经检验, $x=90$ 是所列方程的解, 且符合题意, ∴ $(1-20\%)x=(1-20\%)\times 90=72$.
答: 七年级的志愿者队伍有 90 人, 八年级的志愿者队伍有 72 人. …… (5 分)
- 提出问题 2: 分别求出七、八年级志愿者人均植树棵数. …… (6 分)
- 解决问题: 设七年级志愿者人均植树 y 棵, 则八年级志愿者人均植树 $(y+2)$ 棵.

找准关键点

- 21.** (1) 依据题意分别求出 b 和 $\frac{1}{b}$, 然后根据 $b\cdot\frac{1}{b}=1$, 得 $c=-\frac{a+1}{a}$, 再代入代数式化简可以得解.

找准关键点

- 21.** (3) 依据题意, 通过消元法建立关于 t 的方程, 进而求解即可.

找准关键点

- 22.** 任务 1: 利用人均植树棵数=植树总棵数÷志愿者人数, 结合八年级比七年级人均植树多 2 棵列出分式方程是分别求出七、八年级志愿者队伍的人数的关键.

根据题意, 得 $\frac{720}{y}\times(1-20\%)=\frac{720}{y+2}$,

- 解得 $y=8$. …… (8 分)
- 经检验, $y=8$ 是所列方程的解, 且符合题意, ∴ $y+2=8+2=10$.
答: 七年级志愿者人均植树 8 棵, 八年级志愿者人均植树 10 棵. …… (10 分)
- 任务 2: 设八年级 (1) 班志愿者有 m 人. 根据题意得 $9m+12=12m-24$,
解得 $m=12$. …… (12 分)
- ∴ $9m+12=9\times 12+12=120$.
答: 八年级 (1) 班志愿者有 12 人, 需种植 120 棵树苗. …… (14 分)

找准关键点

- 22.** 任务 1: 利用志愿者人数=植树总棵数÷人均植树棵数, 结合八年级的志愿者人数比七年级的志愿者人数少 20% 列出分式方程是分别求出七、八年级志愿者人均植树棵数的关键.

上分解析

- 1. A** 【解析】A 选项, ∵ $x^2+1\geq 1$, ∴ 分式 $\frac{3}{x^2+1}$ 对于 x 取任何实数都有意义, 符合题意; B 选项, 当 $x=\pm 1$ 时, $x^2-1=0$, 分式 $\frac{3}{x^2-1}$ 此时无意义, 不符合题意; C 选项, 当 $x=-1$ 时, $(x+1)^2=0$, 分式 $\frac{3}{(x+1)^2}$ 此时无意义, 不符合题意; D 选项, 当 $x=1$ 时, $(x-1)^2=0$, 分式 $\frac{3}{(x-1)^2}$ 此时无意义, 不符合题意. 故选 A.
- 2. A** 【解析】∵ $4^n+4^n=2\times 4^n=2\times 2^{2n}=2^{2n+1}=\frac{1}{2}=2^{-1}$, ∴ $2n+1=-1$, ∴ $n=-1$, 故选 A.
- 3. D** 【解析】把分式 $\frac{2x-3y}{x+y}$ 中 x, y 的值都扩大为原来的 4 倍可得 $\frac{2\times 4x-3\times 4y}{4x+4y}=\frac{4(2x-3y)}{4(x+y)}=\frac{2x-3y}{x+y}$, 故该分式的值不变, 故选 D.
- 上分总结 | 分式的值**
将分式中的未知数按照要求进行变化, 化简后与原分式进行比较即可. 注意不要有遗漏.
- 4. D** 【解析】原式 $=\frac{|x-2|+|2-x|}{x-2}$. 当 $x>2$ 时, 原式 $=\frac{x-2+x-2}{x-2}=2$; 当 $x<2$ 时, 原式 $=\frac{-x+2+2-x}{x-2}=-2$. 故选 D.
- 5. B** 【解析】∵ $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=4$, ∴ $a\neq 0, b\neq 0$, 整理得 $b-a=4ab$, ∴ $a-b=-4ab$,

$$\therefore \frac{ab}{a-b} = \frac{ab}{-4ab} = -\frac{1}{4}, \text{ 故选 B.}$$

6. B 【解析】 $45\ 000\ \text{nm} = 45\ 000 \times 10^{-9}\ \text{m} = 4.5 \times 10^4 \times 10^{-9}\ \text{m} = 4.5 \times 10^{-5}\ \text{m}$. 故选 B.

7. C 【解析】 \therefore 洪洪是根据时间相等列出的分式方程, $\therefore x$ 表示甲队每天修路的长度, 故选项 B 错误, 不符合题意; 解分式方程 $\frac{400}{x} = \frac{600}{x+20}$, 得 $x = 40$. 经检验, $x = 40$ 为分式方程的解, \therefore 甲队每天修路的长度是 40 米, 故选项 C 正确, 符合题意, 选项 D 错误, 不符合题意; \therefore 嘉嘉是根据乙队每天比甲队多修 20 米列出的分式方程, $\therefore y$ 表示甲队修路 400 米所用时间或乙队修路 600 米所用时间, 选项 A 错误, 不符合题意. 故选 C.

8. D 【解析】 $\therefore a = 6b, b > 0, \therefore \frac{1}{a-b} \left(a - \frac{2ab-b^2}{a} \right) = \frac{1}{a-b} \cdot \frac{a^2-2ab+b^2}{a} = \frac{1}{a-b} \cdot \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{a-b}{a} = \frac{6b-b}{6b} = \frac{5b}{6b} = \frac{5}{6}$. $\therefore \frac{5}{6} = \frac{10}{12}, \frac{1}{4} = \frac{3}{12}, \frac{1}{2} = \frac{6}{12}, \frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \therefore \frac{9}{12} < \frac{5}{6} < 1, \therefore \frac{1}{a-b} \left(a - \frac{2ab-b^2}{a} \right)$ 的值在第④段. 故选 D.

9. A 【解析】根据题意, 若 $\frac{3}{x-2} > \frac{1}{x-2}$, 则 $\frac{3}{x-2} = \frac{x-3}{x-2} - 2$, 去分母得 $3 = x - 3 - 2(x-2)$, 去括号得 $3 = x - 3 - 2x + 4$, 解得 $x = -2$. 经检验, $x = -2$ 是原分式方程的解. 此时, $\frac{1}{x-2} = -\frac{1}{4}, \frac{3}{x-2} = -\frac{3}{4}, -\frac{3}{4} < -\frac{1}{4}$, 与 $\frac{3}{x-2} > \frac{1}{x-2}$ 不符. 若 $\frac{1}{x-2} > \frac{3}{x-2}$, 则有 $\frac{1}{x-2} = \frac{x-3}{x-2} - 2$, 解得 $x = 0$. 经检验, $x = 0$ 是原分式方程的解, 且符合题意. 故选 A.

10. C 【解析】 $\begin{cases} \frac{2-x}{3} \leq 2+x, ① \\ x < \frac{m}{3}, ② \end{cases}$ 解不等式①得 $x \geq -1$. \therefore 不等式组有解且至多

有 3 个整数解, $\therefore -1 \leq x < \frac{m}{3}, \therefore -1 < \frac{m}{3} \leq 2, \therefore -3 < m \leq 6$. 分式方程两边都

乘 $(x-1)$ 得 $mx-2-3=2(x-1)$, 解得 $x = \frac{3}{m-2}$. $\therefore x-1 \neq 0, \therefore x \neq 1$,

$\therefore \frac{3}{m-2} \neq 1, \therefore m \neq 5$. \therefore 分式方程有整数解, $\therefore m-2 = \pm 1, \pm 3$, 解得 $m = 3$ 或 1 或 5 或 -1. $\therefore m \neq 5, -3 < m \leq 6, \therefore$ 满足条件的整数 m 为 3, 1, -1, 共 3 个, 故选 C.

11. -3 【解析】 \therefore 分式 $\frac{|x|-3}{x-3}$ 的值为 0, $\therefore \begin{cases} |x|-3=0, \\ x-3 \neq 0, \end{cases} \therefore x = -3$. 故答案为 -3.

上分点拨 分式的值为 0
分式值为 0 的前提是分母不等于 0.

12. -1 【解析】 $(ab^3)^2 \times \left(-\frac{b}{a^2}\right)^3 \div \left(-\frac{b}{a}\right)^4 = a^2b^6 \times \left(-\frac{b^3}{a^2}\right) \div \frac{b^4}{a^4} = -a^2b^6 \times \frac{b^3}{a^6} \times$

$$\frac{a^4}{b^4} = -b^5$$
. 当 $a = 2, b = 1$ 时, 原式 = -1. 故答案为 -1.

13. $\frac{2bs}{a^2-b^2}$ 【解析】由题意得, 该游轮往返两港口所需的时间差为 $\frac{s}{a-b} -$

$$\frac{s}{a+b} = \frac{2bs}{a^2-b^2} \text{ (h)}. \text{ 故答案为 } \frac{2bs}{a^2-b^2}.$$

14. -1 【解析】 $\frac{x}{x-1} + 1 = \frac{m}{1-x}$, 解得 $x = \frac{1-m}{2}$. \therefore 关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-1} + 1 =$

$$\frac{m}{1-x}$$
 有增根, $\therefore \frac{1-m}{2} - 1 = 0, \therefore m = -1$, 故答案为 -1.

上分技巧 | 有增根的分式方程的求参方法

①求解含参分式方程; ②将求得解代入最简公分母使其等于 0, 得到参数方程; ③求解方程.

15. 5 【解析】 $\frac{3-x}{x-4} + 1 = \frac{3-x}{x-4} + \frac{x-4}{x-4} = -\frac{1}{x-4}$. 由题意得 $-\frac{1}{x-4} = -1$, 解得 $x = 5$, 故答案为 5.

16. 16 【解析】 \therefore 在周长一定的长方形中, 正方形的面积最大, \therefore 当长方形周长为 16 时, 其面积最大值是 $\left(\frac{16}{4}\right)^2 = 16$. 当长方形的面积为 9 时, 设一边长为 $x (x > 0)$, 则其相邻边长为 $\frac{9}{x}$. \therefore 在面积一定的长方形中, 正方形的

周长最小, \therefore 当长方形面积为 9 时, 其周长的最小值为 $2\left(x + \frac{9}{x}\right) = 3 \times$

$$4 = 12, \therefore \frac{x^2+9}{x} = x + \frac{9}{x} \geq 6, \therefore \frac{x^2+9}{x} (x > 0) \text{ 的最小值是 } 6. \text{ 故答案为 } 16, 6.$$

17-22. 见 P45 答案及评分细则.

卷③ 第 16 章基础诊断卷 (A 卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	A	D	B	C	C	A	B	B

轻松评分数

11. (1, 1) (答案不唯一) **12.** $x \neq 5$

13. $y = 4x + 1$ **14.** ①③ **15.** 220 **16.** $\frac{630}{13}$

17. 【解】(1) 设该函数表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$ (1 分)
将点 (3, 1) 和 (0, -2) 代入 $y = kx + b$, 得
 $\begin{cases} 3k+b=1, \\ b=-2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=1, \\ b=-2, \end{cases} \therefore$ 该函数表达式为
 $y = x - 2$ (4 分)

上分攻略 | 评分细则

找准采分点

17. (1) 设函数表达式得 1 分, 求出函数表达式得 3 分, 求出该函数图象与 x 轴的交点坐标得 2 分.

当 $y = 0$ 时, $x - 2 = 0$, 解得 $x = 2, \therefore$ 该函数图象与 x 轴的交点坐标是 (2, 0). ... (6 分)

(2) 当 $x = -3$ 时, $y = -3 - 2 = -5. \therefore -5 \neq 6, \therefore$ 点 (-3, 6) 不在该函数图象上. ... (8 分)

18. 【解】(1) \therefore 反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象位于第二、四象限, $\therefore k-2 < 0, \therefore k < 2$ (4 分)

(2) \therefore 反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象位于第二、四象限, \therefore 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大. (8 分)

$\therefore -4 < -1 < 0, \therefore y_1 < y_2$ (10 分)

19. 【解】(1) 由图象可知, 体温最高的时刻是 14 时, 体温最低的时刻是 4 时. ... (4 分)

(2) 0 时到 4 时和 14 时到 24 时, 小明的体温是由高到低变化的. (6 分)

(3) 小明这一天内的体温最高为 $36.8\text{ }^\circ\text{C}$, 最低为 $36\text{ }^\circ\text{C}$, 即这一天小明体温变化的范围为 $36\text{ }^\circ\text{C}$ 到 $36.8\text{ }^\circ\text{C}$ (10 分)

20. 【解】(1) \therefore 点 C 为直线 $y_2 = kx - 4 (k \neq 0)$ 与 y 轴的交点, 令 $x = 0$, 则 $y_2 = -4$,

$\therefore C(0, -4)$ (2 分)

(2) ① \therefore 点 P 横坐标为 a , 点 P 在直线 $y_1 = -2x + 4$ 上, $\therefore P(a, -2a + 4)$ (3 分)

\therefore 直线 $y_1 = -2x + 4$ 与 y 轴、 x 轴分别交于点 A, B , 令 $x = 0$, 则 $y_1 = 4$; 令 $y_1 = 0$, 则 $x = 2$, $\therefore A(0, 4), B(2, 0)$, (5 分)

$\therefore OA = 4, OB = 2, \therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times$

$4 \times 2 = 4. \therefore C(0, -4), \therefore OC = 4, \therefore AC = OA + OC = 8, \therefore S_{\triangle PAC} = \frac{1}{2} \times 8a = 4a. \therefore S_{\triangle AOB} =$

$S_{\triangle PAC}, \therefore 4 = 4a$, 解得 $a = 1$,

$\therefore P(1, 2)$ (9 分)

② $k = 6$ (12 分)
把 $P(1, 2)$ 代入 $y_2 = kx - 4$, 得 $k - 4 = 2$, 解得 $k = 6$.

21. 【解】(1) 由图象可知, 甲车经过 3 秒追上乙车, 甲车的速度比乙车的速度快 $6 \div 3 = 2$ (米/秒), 则 7 秒时甲、乙两车之间的距离为 $2 \times (7 - 3) = 8$ (米),

找准关键点

18. (2) 根据反比例函数图象所在的象限得到其增减性是关键得分点.

找准采分点

19. (1) 根据图象得出体温最高的时刻得 2 分, 得出体温最低的时刻得 2 分.

规避失分点

19. (2) 有两个时间段, 注意要写全.

找准采分点

20. (1) 求出点 C 的坐标得 2 分.

找准采分点

20. (2) ① 求出点 A 和点 B 的坐标得 2 分.

找准采分点

21. (1) 本小题每空 2 分.