

卷⑨ 第18章基础诊断卷(A卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	B	B	C	A	D	D	D	C

轻松评分数

11. $AB=BC$ (答案不唯一) 12. 65 13. 21°

14. 4.8 15. 55° 16. $\sqrt{10}$

17. 【解】(1) \because 菱形 $ABCD$ 的周长为 16 cm,

$\therefore AB=BC=CD=AD=4$ cm.

$\because \angle BAD=120^\circ$, 对角线 AC, BD 交于点 O ,

$\therefore \angle BAC=60^\circ, \angle AOB=90^\circ, AC=2AO, BD=2BO$, (2分)

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AC=AB=4$ cm, $\therefore AO=2$ cm,

$\therefore BO=\sqrt{AB^2-AO^2}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}$ (cm),

$\therefore BD=2\sqrt{12}$ cm,

\therefore 菱形的对角线 AC 长 4 cm,

BD 长 $2\sqrt{12}$ cm. (5分)

(2) 菱形的面积为 $\frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 4 \times$

$2\sqrt{12} = 4\sqrt{12}$ (cm²). (8分)

18. (1) 【证明】 $\because \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, 点 O 是

线段 AC 的中点, $\therefore OB = \frac{1}{2}AC, OD = \frac{1}{2}AC$,

$\therefore OB = OD$. (5分)

(2) 【解】由(1)得 $AC = 2OB = 12$.

\because 在 $Rt\triangle ADC$ 中, 点 O 是线段 AC 的中点,

$\therefore DO = AO = \frac{1}{2}AC = 6, \angle DAO = 90^\circ -$

$\angle ACD = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ADO$ 为等边三角形, $\therefore AD = AO = 6$,

$\therefore AD$ 的长为 6. (10分)

19. 【证明】(1) \because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore AB=BC, \angle ABE = \angle CBE = 45^\circ$. (2分)

在 $\triangle EAB$ 和 $\triangle ECB$ 中, $\begin{cases} AB=BC, \\ \angle ABE = \angle CBE, \\ BE=BE, \end{cases}$

上分攻略 评分细则

规避失分点

17. (1) 结果要加上单位, 否则扣 1 分.

找准关键点

17. (2) 利用菱形的面积等于其对角线长的乘积的一半计算是解题的关键.

找准关键点

18. (1) 根据直角三角形斜边上中线的性质得出

$OB = \frac{1}{2}AC, OD =$

$\frac{1}{2}AC$, 即可得证.

找准采分点

19. (1) 根据正方形的性质得出 $AB=BC, \angle ABE = \angle CBE = 45^\circ$ 得 2 分.

$\therefore \triangle EAB \cong \triangle ECB$. (4分)

(2) \because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore \angle BDC = \frac{1}{2}\angle CDA = 45^\circ$. (5分)

$\because \triangle EAB \cong \triangle ECB, \angle AEC = 45^\circ$,

$\therefore \angle CED = \angle AED = \frac{1}{2}\angle AEC = 22.5^\circ$.

(7分)

$\because \angle BDC = \angle CED + \angle DCE = 45^\circ$,

$\therefore \angle DCE = 45^\circ - 22.5^\circ = 22.5^\circ$, (9分)

$\therefore \angle CED = \angle DCE, \therefore DC = DE$.

(10分)

20. 【解】(1) 四边形 $ABCD$ 是菱形.

(1分)

理由: $\because AB=BC, BO$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore AO=CO$. (2分)

$\because AD \parallel BE, \therefore \angle DAO = \angle ACB, \angle ADO = \angle CBO$, $\therefore \triangle ADO \cong \triangle CBO$,

$\therefore DO=BO$, (3分)

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. $\because AB=BC$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形. (5分)

(2) $\because BO$ 平分 $\angle ABC, \angle ABE = 120^\circ$,

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABE = 60^\circ$. (6分)

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore BC=CD=AB=$

$4, \therefore \triangle BCD$ 是等边三角形, $\therefore BD=BC=4$,

$\angle DCB = 60^\circ$. (8分)

$\because BD \perp DE, \therefore \angle BDE = 90^\circ, \therefore \angle E = 90^\circ -$

$\angle DBC = 30^\circ, \therefore \angle EDC = \angle BCD - \angle E =$

$60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$, 即 $\angle EDC = \angle E, \therefore CE =$

$CD = 4, \therefore BE = BC + CE = 8$, (10分)

$\therefore DE = \sqrt{BE^2 - BD^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48}$, 即 DE

的长为 $\sqrt{48}$. (12分)

21. (1) 【证明】 $\because E, F$ 是 AC 上两动点, 分别从

A, C 两点同时出发, 以相同的速度向 C, A

运动, $\therefore AE = CF$. (1分)

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore OD = OB, OA = OC$, (2分)

$\therefore OA - AE = OC - CF, \therefore OE = OF$, (3分)

\therefore 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

(4分)

(2) 【解】点 E, F 在 AC 上运动的过程中, 以 D, E, B, F 为顶点的四边形可能为矩形.

(5分)

找准采分点

19. (2) 根据全等三角形的性质, 求出 $\angle CED$ 的度数得 2 分.

找准采分点

20. (1) 先判断四边形 $ABCD$ 的形状, 再说明理由.

找准采分点

20. (2) 利用角平分线的定义得到 $\angle DBC = 60^\circ$ 得 1 分.

找准关键点

21. (2) 分两种情况讨论: ① 当点 E 在线段 AO 上, 点 F 在线段 CO 上时; ② 当点 E 在线段 CO 上, 点 F 在线段 AO 上时, 分别列方程并求解即可.

12. 20 m 【解析】 $\because M, N$ 分别是边 AB, AC 的中点, $MN = 4$ m, $\therefore MN$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore BC = 2MN = 8$ m. $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore AB = BC = AC = 8$ m, $\therefore BM = CN = 4$ m, \therefore 需要的篱笆的长为 $BM + BC + CN + MN = 4 + 8 + 4 + 4 = 20$ (m). 故答案为 20 m.

13. $x = 1$ 【解析】 $\because k_1x - k_2x = 5, \therefore k_1x = k_2x + 5, \therefore$ 由题图可知方程 $k_1x - k_2x = 5$ 的解为 $x = 1$. 故答案为 $x = 1$.

14. $\frac{50+2x}{30+2x} = \frac{3}{2}$ 【解析】 \because 在一幅长为 50 cm, 宽为 30 cm 的《兰亭集序》书法作品四周镶上相同宽度的金色纸边, 且金色纸边的宽为 x cm, 整个挂图的长与宽之比为 $3:2, \therefore \frac{50+2x}{30+2x} = \frac{3}{2}$.

15. $\sqrt{7}$ 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB = 2, \therefore CD = AB = 2, AB \parallel CD, AD \parallel BC, AD = BC, \therefore \angle BAD + \angle ADC = 180^\circ, \angle AEB = \angle DAE, \angle CED = \angle ADE. \because \angle BAD$ 的平分线和 $\angle CDA$ 的平分线交于 BC 上一点 $E, \therefore \angle BAE = \angle DAE = \frac{1}{2}\angle BAD, \angle CDE = \angle ADE = \frac{1}{2}\angle ADC, \therefore \angle DAE + \angle ADE = \frac{1}{2}(\angle BAD + \angle CDA) = 90^\circ, \angle AEB = \angle BAE, \angle CED = \angle CDE, \therefore \angle AED = 180^\circ - \angle DAE - \angle ADE = 90^\circ, AB = BE = 2, CE = CD = 2, \therefore AD = BC = BE + CE = 4. 又 $\because AE = 3, \therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{7}$, 故答案为 $\sqrt{7}$.$

16. (1) $y = \frac{1}{2}x$ (2) (7, 5) 或 (8, 5) 【解析】(1) 因为 A 的坐标为 (3, 3), 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 所以 $C(4, 2)$. 设直线 ON 的表达式为 $y = kx (k \neq 0)$. 因为点 $C(4, 2)$ 在直线 ON 上, 所以 $2 = 4k$, 解得 $k = \frac{1}{2}$, 所以直线 ON 的表达式为 $y = \frac{1}{2}x$. 故答案为 $y = \frac{1}{2}x$. (2) 设长方形 $EFGH$ 中 $EF = a, EH = b$. 因为长方形 $EFGH$ 的周长为 10, 所以 $a + b = 5$, 则 $b = 5 - a$. 又因为 $|EF - EH| = 1$, 所以 $|a - b| = 1$, 即 $|a - (5 - a)| = 1$, 所以 $a = 2$ 或 $a = 3$. 同理(1)可得直线 OM 的表达式为 $y = x$. 设点 E 的坐标为 (e, e) . 当 $a = 2$, 即 $EF = 2$ 时, $EH = b = 5 - 2 = 3$. 因为 $E(e, e)$, 所以 $F(e, e - 2)$, 所以 $G(e + 3, e - 2)$. 因为点 G 在直线 ON 上, 所以 $e - 2 = \frac{1}{2}(e + 3)$, 解得 $e = 7$, 所以 $F(7, 5)$. 当 $a = 3$, 即 $EF = 3$ 时, $EH = b = 5 - 3 = 2$. 因为 $E(e, e)$, 所以 $F(e, e - 3)$, 所以 $G(e + 2, e - 3)$. 因为点 G 在直线 ON 上, 所以 $e - 3 = \frac{1}{2}(e + 2)$, 解得 $e = 8$, 所以 $F(8, 5)$. 所以 F 的坐标为 (7, 5) 或 (8, 5). 故答案为 (7, 5) 或 (8, 5).

17-22. 见 P62 答案及评分细则.

答案及评分细则

由题意可知, $AE=CF=0.5t$ cm.

①当点 E 在线段 AO 上, 点 F 在线段 CO 上时, \therefore 四边形 $DEBF$ 是矩形, $\therefore BD=EF=10$ cm, 则 $16-0.5t-0.5t=10$, 解得 $t=6$.

..... (8 分)

②当点 E 在线段 CO 上, 点 F 在线段 AO 上时, 同理可得 $0.5t-10+0.5t=16$, 解得 $t=26$,

即当 t 的值为 6 或 26 时, 以 D, E, B, F 为顶点的四边形是矩形. (12 分)

22. 【解】(1) \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore AD=AB, \angle D=\angle ABC=\angle DAB=\angle DCB=90^\circ, \therefore \angle D=\angle ABF=90^\circ, \angle DAE+\angle BAE=\angle DCB=90^\circ$ (2 分)

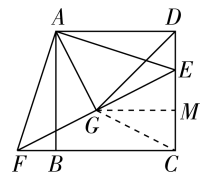
$\because AE \perp AF, \therefore \angle BAE+\angle BAF=90^\circ, \therefore \angle DAE=\angle BAF$, (3 分)

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABF, \therefore AF=AE$, (5 分)

$\therefore \triangle AEF$ 是等腰直角三角形, $\therefore \angle AEF=45^\circ$ (6 分)

(2) $DG=\frac{\sqrt{2}}{2}CF$ (7 分)

证明如下: 如图, 取 CE 的中点 M , 连结 GM, GC (8 分)



$\because \triangle AEF$ 是等腰直角三角形, $AG \perp EF, \therefore G$ 是 EF 的中点, $\therefore AG=\frac{1}{2}EF$. 同理, 在

$\text{Rt} \triangle EFC$ 中, $CG=\frac{1}{2}EF, \therefore AG=CG$.

..... (9 分)

$\because AD=CD, DG=DG, \therefore \triangle ADG \cong \triangle CDG$, (10 分)

$\therefore \angle ADG=\angle CDG. \because \angle ADG+\angle CDG=90^\circ, \therefore \angle ADG=\angle GDC=45^\circ$ (11 分)

$\because G, M$ 分别为 EF, EC 的中点, $\therefore GM$ 为 $\triangle EFC$ 的中位线,

上分攻略 评分细则

找准关键点

22. (1) 证明 $\triangle ADE \cong \triangle ABF$ 是解题关键.

找准采分点

22. (2) 先回答出结论得 1 分.

找准关键点

22. (2) 取 CE 的中点 M , 连结 GM, GC , 证明 $\triangle ADG \cong \triangle CDG$, 得出 $\angle ADG=\angle CDG=45^\circ$ 是解题关键.

$$\therefore GM \parallel CF, GM=\frac{1}{2}CF,$$

$$\therefore \angle DMG=\angle DCB=90^\circ.$$

在 $\text{Rt} \triangle DGM$ 中, $\angle GDM=45^\circ$,

$$\therefore \angle DGM=\angle GDM=45^\circ,$$

$$\therefore DM=GM, \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

$$\therefore DM^2+GM^2=DG^2=2GM^2,$$

$$\therefore DG=\sqrt{2}GM.$$

$$\therefore GM=\frac{1}{2}CF,$$

$$\therefore DG=\frac{\sqrt{2}}{2}CF. \dots\dots\dots (14 \text{ 分})$$

规避失分点

22 (2) “在 $\text{Rt} \triangle DGM$ 中”是应用勾股定理的必要条件, 所以必须先证出 $\angle DMG=90^\circ$.

上分解析

1. D 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, AC 是对角线, $\therefore \angle BCD=\angle BAD=52^\circ, AC$ 平分 $\angle BAD, \therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times 52^\circ=26^\circ$, 故选 D.

2. A 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 为正方形, $\therefore \angle ABC=90^\circ, \angle BAC=45^\circ. \because AE=AB, \therefore \angle ABE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-45^\circ)=67.5^\circ, \therefore \angle CBE=90^\circ-\angle ABE=90^\circ-67.5^\circ=22.5^\circ$, 故选 A.

3. B 【解析】由题意得, $BC=8-2=6$ (cm). \because 点 D 为线段 BC 的中点, $\angle BAC=90^\circ, \therefore AD=\frac{1}{2}BC=3$ cm. 故选 B.

上分技巧 | 直角三角形斜边上的中线

在直角三角形中, 斜边上的中线等于斜边的一半.

4. B 【解析】A 选项, $\because \angle A=\angle B=\angle D=90^\circ, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, 故 A 选项不符合题意. B 选项, $\because AD=BC=4, AB=CD=3, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 不一定为矩形, 故 B 选项符合题意. C 选项, $\because \angle A=\angle B=90^\circ, \therefore \angle A+\angle B=180^\circ, \therefore AD \parallel BC. \because AD=BC=4, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 又 $\because \angle A=90^\circ, \therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 为矩形, 故 C 选项不符合题意. D 选项, $\because AB=CD=3, AD=BC=4, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. $\because AC=5, \therefore AB^2+BC^2=AC^2, \therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 且 $\angle ABC=90^\circ, \therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是矩形, 故 D 选项不符合题意. 故选 B.

上分总结 | 判断一个四边形是矩形的依据

①有三个角是直角的四边形是矩形; ②有一个角是直角的平行四边形是矩形.

5. C 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AC \perp BD. \because E(3, 2), AC \parallel x$ 轴, $\therefore AE=3, BE=2, \therefore S_{\triangle AEB}=\frac{1}{2}\times AE \times BE=3. \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD}=4S_{\triangle AEB}=12. \text{ 故选 C.}$$

上分技巧 | 菱形的面积

菱形的对角线把它分成四个全等的直角三角形, 可据此求菱形的面积.

6. A 【解析】 \because 四边形 $ACDF$ 为平行四边形, 小车实际占用位置为矩形 $BCEF, \angle D=45^\circ, BC=5$ m, $CE=2$ m, $\therefore \angle A=\angle D=45^\circ, BF=CE=2$ m, $\angle FBC=90^\circ, \therefore \angle AFB=\angle FBC-\angle A=90^\circ-45^\circ=45^\circ, \therefore \angle A=\angle AFB, \therefore AB=BF=2$ m, $\therefore AC=AB+BC=2+5=7$ (m). 故选 A.

7. D 【解析】 $\because AD \parallel BC, \therefore \angle ADO=\angle CBO. \because OA=OC, \angle AOD=\angle BOC, \therefore \triangle AOD \cong \triangle COB, \therefore AD=BC$. 又 $\because AD \parallel BC, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 若 $AC=BD$, 则四边形 $ABCD$ 是矩形, 故 A 选项不符合题意. 若 BD 平分 $\angle ABC$, 则 $\angle ABD=\angle DBC. \because \angle ADO=\angle CBO, \therefore \angle ABD=\angle ADB, \therefore AB=AD, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 故 B 选项不符合题意. 若 $AB \perp BC$ 且 $AC \perp BD$, 则四边形 $ABCD$ 是正方形, 故 C 选项不符合题意. 若 $AB=BC$ 且 $AC \perp BD$, 则四边形 $ABCD$ 是菱形, 故 D 选项符合题意. 故选 D.

8. D 【解析】在 AB 上取中点 F , 连结 $OF. \because B(3, 0), \therefore OB=3$. 在 $\text{Rt} \triangle OBA$ 中, $\because F$ 是 AB 中点, $\therefore OF=\frac{1}{2}AB=FB, \therefore \triangle OFB$ 为等腰三角形. $\because \angle OBA=60^\circ, \therefore \triangle OFB$ 为等边三角形, $\therefore BF=OB=3, \therefore AB=2BF=2BO=6. \because AC \parallel x$ 轴, $\therefore \angle CAB=\angle OBA=60^\circ. \because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore AE=CE=BE=DE, \therefore \triangle ABE$ 是等边三角形, $\therefore BE=AB=6$, 故选 D.

上分点拨 | 矩形的对角线

矩形的两条对角线长度相等且互相平分.

9. D 【解析】方案甲: 根据作图可知 AM 平分 $\angle DAB, AN=AB, \therefore \angle NAM=\angle BAM. \because$ 在 $\square ABCD$ 中, $AD \parallel BC, \therefore \angle NAM=\angle AMB, \therefore \angle BAM=\angle AMB, \therefore AB=BM, \therefore AN=BM, \therefore$ 四边形 $ABMN$ 是平行四边形. 又 $\because AB=AN, \therefore$ 四边形 $ABMN$ 是菱形, 故方案甲正确. 方案乙: 根据作图可知 $BA=BM, AN=AB, \therefore AN=BM. \because AN \parallel BM, \therefore$ 四边形 $ABMN$ 是平行四边形. $\because AB=AN, \therefore$ 四边形 $ABMN$ 是菱形, 故方案乙正确. 故选 D.

10. C 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore AB=BC=CD=AD, AB \parallel CD$,

$$\angle ABD=\angle CBF=45^\circ. \text{ 在 } \triangle ABF \text{ 和 } \triangle CBF \text{ 中, } \begin{cases} AB=BC, \\ \angle ABD=\angle CBF, \\ BF=BF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBF, \therefore \angle BFA=\angle BFC. \because \angle BFA=\angle DFE, \therefore \angle BFC=\angle DFE$, 故选项 C 一定成立, 符合题意. 对于选项 B、D, 当 $\angle DAE=15^\circ$ 时, FE 平分 $\angle DFC$ 成立, FC 平分 $\angle EFB$ 成立. 理由: $\because \angle DAE=15^\circ, \therefore \angle BAF=75^\circ, \therefore \angle BFA=180^\circ-\angle BAF-\angle ABD=180^\circ-75^\circ-45^\circ=60^\circ, \therefore \angle BFC=\angle BFA=60^\circ, \angle DFE=\angle BFA=60^\circ, \therefore \angle CFE=180^\circ-\angle DFE-$

第 18 章 对点上分 (类题推送)

上分解析

基础上分

1. B 【解析】在 $\square ABCD$ 中, 如果添加一个条件, 可推出 $\square ABCD$ 是矩形, 那么添加的条件可以是 $AC=BD$, 故选 B.

2. B 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle BCD=90^\circ, OA=OC, AD \parallel BC$, $\therefore \angle AEO=\angle CFO$. 在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中, $\begin{cases} \angle AEO=\angle CFO, \\ \angle AOE=\angle COF, \therefore \triangle AOE \cong \triangle COF, \\ OA=OC, \end{cases}$ $\therefore S_{\triangle AOE}=S_{\triangle COF}$, $\therefore S_{\text{阴影}}=S_{\triangle AOE}+S_{\triangle BOF}+S_{\triangle COD}=S_{\triangle COF}+S_{\triangle BOF}+S_{\triangle COD}=S_{\triangle BCD}$. $\because AB=CD=2, AD=BC=3, \therefore S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BC \cdot CD=3$, 故 $S_{\text{阴影}}=3$. 故选 B.

3. B 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle BAD=90^\circ, OA=OD, \therefore \angle OAD=\angle ADO, \angle ADO+\angle ABD=90^\circ. \because AE \perp BD, \therefore \angle BAE+\angle ABD=90^\circ, \therefore \angle BAE=\angle ADO=\angle OAD. \because \angle AOB=\angle OAD+\angle ADO, \therefore \angle BAE=\angle OAD=\angle ADO=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2} \times 110^\circ=55^\circ, \therefore \angle DAE=\angle BAD-\angle BAE=90^\circ-55^\circ=35^\circ$, 故选 B.

4. A 【解析】 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 为 AB 的中点, $\therefore BD=AD=CD=\frac{1}{2}AB, \therefore \angle A=\angle DCA=62^\circ, \therefore \angle BCD=\angle ACB-\angle DCA=90^\circ-62^\circ=28^\circ$. 故选 A.

5. $\sqrt{12}$ 【解析】 $\because AE \perp BE, \therefore \angle AEB=90^\circ. \because CD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, \therefore 点 D 为 AB 的中点, $\therefore DE$ 是 $\text{Rt} \triangle ABE$ 斜边上的中线, $\therefore DE=AD=\frac{1}{2}AB=2. \because E$ 是 CD 的中点, $\therefore DE=CE=2, \therefore CD=4, \therefore$ 由勾股定理得 $AC=\sqrt{CD^2-AD^2}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}$. 故答案为 $\sqrt{12}$.

6. B 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC=80^\circ$, 点 E 在对角线 BD 上, $\therefore \angle ABE=\angle CBE=\frac{1}{2}\angle ABC=40^\circ. \because BA=BE, \therefore \angle BAE=\angle AEB=\frac{1}{2}(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$, 故选 B.

7. B 【解析】 \because 点 A, B 的坐标分别为 $(0, 2), (-1, 0), \therefore BO=1, AO=2, \therefore AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=\sqrt{5}. \because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AD=AB=\sqrt{5}, AD \parallel BC, \therefore$ 点 D 的坐标为 $(\sqrt{5}, 2)$, 故选 B.

8. ① 【解析】① \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 且 $AC \perp BD, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 为菱形, 故①符合题意; ②不能证明四边形 $ABCD$ 为菱形, 故②不符合题意; ③不能证明四边形 $ABCD$ 为菱形, 故③不符合题意. 故答案为①.

$\angle BFC=60^\circ, \therefore \angle DFE=\angle CFE=60^\circ, \angle BFC=\angle CFE=60^\circ, \therefore FE$ 平分 $\angle DFC, FC$ 平分 $\angle EFB$, 故选项 B、D 不一定成立, 不符合题意. 对于选项 A, 当 $AB=BF$ 时, $DE=DF$ 成立. 理由: $\because AB=BF, \angle ABD=45^\circ, \therefore \angle FAB=\angle BFA=67.5^\circ, \therefore \angle DFE=\angle BFA=67.5^\circ. \because AB \parallel CD, \therefore \angle DEF=\angle BAF=67.5^\circ, \therefore \angle DFE=\angle DEF, \therefore DE=DF$, 故选项 A 不一定成立, 不符合题意. 故选 C.

11. $AB=BC$ (答案不唯一) 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, \therefore 当 $AB=BC$ 时, $\square ABCD$ 为菱形, 此时 $AC \perp BD. \therefore$ 增加的一个条件可以是 $AB=BC$.

12. 65 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle ABC=90^\circ, AD \parallel BC, \therefore \angle EBC=\angle ABC-\angle ABE=90^\circ-40^\circ=50^\circ. \because AD \parallel BC, \therefore \angle BED=180^\circ-\angle EBC=180^\circ-50^\circ=130^\circ. \because EC$ 是 $\angle BED$ 的平分线, $\therefore \angle CED=\angle BEC=\frac{1}{2}\angle BED=\frac{130^\circ}{2}=65^\circ$, 故答案为 65.

13. 21° 【解析】 $\because AE=EF, \angle ADF=90^\circ, \therefore DE=AE=EF, \therefore \angle DAE=\angle ADE$. 又 $\because AE=EF=CD, \therefore DC=DE, \therefore \angle DEC=\angle DCE$. 设 $\angle ADE=x$, 则 $\angle DAE=x$, 则 $\angle DCE=\angle DEC=2x$. 又 $\because AD \parallel BC, \therefore \angle ACB=\angle DAE=x$. 由 $\angle ACB+\angle ACD=\angle BCD=63^\circ$, 得 $x+2x=63^\circ$, 解得 $x=21^\circ, \therefore \angle ADE=21^\circ$.

14. 4.8 【解析】 \because 菱形 $ABCD$ 的周长为 20, 面积为 24, $\therefore AB=AD=5, S_{\triangle ABD}=12$. 连结 $AP. \because$ 过 P 点分别作 AB, AD 的垂线段 $PE, PF, \therefore \frac{1}{2} \times AB \times PE + \frac{1}{2} \times PF \times AD = 12, \therefore \frac{1}{2} \times 5 \times (PE+PF) = 12, \therefore PE+PF = 4.8$. 故答案为 4.8.

15. 55° 【解析】如图, 过 M 作 $MG \parallel AB$ 交 AD 于 $G. \because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形, $\therefore \angle NGM=\angle A=\angle B=90^\circ$, 且 $AB=MG=CB. \because CE=MN, \therefore \text{Rt} \triangle GMN \cong \text{Rt} \triangle BCE$ (HL), $\therefore \angle ANM=\angle CEB. \because \angle MCE=35^\circ, \therefore \angle CEB=90^\circ-35^\circ=55^\circ, \therefore \angle ANM=55^\circ$. 故答案为 55° .

16. $\sqrt{10}$ 【解析】在矩形 $ABCD$ 中, $DF \perp CE$ 于点 $F, \therefore AB \parallel CD, \angle A=\angle B=\angle DCB=90^\circ, \angle DFC=90^\circ, AD=BC, AB=CD, \therefore \angle DFC=\angle B, \angle DCF=\angle CEB=90^\circ-\angle BCE$. 在 $\triangle CFD$ 与 $\triangle EBC$ 中, $\begin{cases} \angle DCF=\angle CEB, \\ \angle DFC=\angle B, \\ CD=CE, \end{cases}$ $\therefore \triangle CFD \cong \triangle EBC, \therefore CF=BE=4, DF=BC=3=AD, \therefore CD=\sqrt{DF^2+CF^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5=AB, \therefore AE=AB-BE=5-4=1, \therefore DE=\sqrt{AE^2+AD^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$, 故答案为 $\sqrt{10}$.

17-22. 见 P65 答案及评分细则.

9. (1)【证明】 $\because AB \parallel CD, \therefore \angle ACD=\angle BAC. \because AC$ 平分 $\angle BAD, \therefore \angle BAC=\angle DAC, \therefore \angle DAC=\angle ACD, \therefore AD=CD. \because AB=AD, \therefore AB=CD$. 又 $\because AB \parallel CD, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. $\because AB=AD, \therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形.

(2)【解】 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle ADC=120^\circ, \therefore AC \perp BD, OA=OC, OB=OD, \angle DAB=60^\circ, \therefore \angle OAB=\frac{1}{2}\angle DAB=30^\circ. \because CE \perp AB, \therefore \angle CEA=90^\circ, \therefore \angle ACE=90^\circ-\angle CAE=60^\circ$. 在 $\text{Rt} \triangle ACE$ 中, $\because O$ 是 AC 中点, $\therefore OE=\frac{1}{2}AC=OC, \therefore \triangle OCE$ 是等边三角形, $\therefore CO=CE=2\sqrt{3}, \therefore AC=2CO=4\sqrt{3}. \because BD=4, \therefore$ 菱形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times AC \times BD=8\sqrt{3}$.

10. A 【解析】在正方形 $ABCD$ 中, $AD=CD, \angle ADC=\angle BCD=90^\circ, \angle ADB=\angle CDB=\angle CBD=45^\circ. \because \angle CDE=38^\circ, \therefore \angle ADE=90^\circ+38^\circ=128^\circ. \because ED=CD, \therefore AD=ED, \therefore \angle DAE=(180^\circ-128^\circ) \div 2=26^\circ$. 在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CDF$ 中, $\begin{cases} AD=CD, \\ \angle ADB=\angle CDB, \therefore \triangle ADF \cong \triangle CDF, \therefore \angle DCF=\angle DAF=DF=DF, \end{cases}$ $26^\circ, \therefore \angle BCF=90^\circ-26^\circ=64^\circ, \therefore \angle BFC=180^\circ-45^\circ-64^\circ=71^\circ$, 故选 A.

11. ③ 【解析】由四边形 $ABCD$ 是菱形及 $AB=AD$ 不能证明四边形 $ABCD$ 为正方形; 由四边形 $ABCD$ 是菱形及 $\angle ABC=\angle ADC$ 不能证明四边形 $ABCD$ 为正方形; 当四边形 $ABCD$ 是菱形且 $AC=BD$ 时, \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AD=DC=AB=CB, DC \parallel AB, \therefore \angle ADC+\angle BAD=180^\circ$. 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle DAC$ 中, $\begin{cases} BD=AC, \\ AD=DC, \therefore \triangle ABD \cong \triangle DAC, \therefore \angle ADC=\angle BAD=90^\circ, \therefore \text{四} \\ AB=DA, \end{cases}$ 边形 $ABCD$ 是正方形. 故答案为③.

12. (1)【证明】 \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore \angle BAD=90^\circ, AC$ 平分 $\angle BAD. \because PM \perp AD, PN \perp AB, \therefore PM=PN, \angle PMA=\angle PNA=90^\circ, \therefore$ 四边形 $PMAN$ 是正方形.

(2)【解】 $\angle MEP=60^\circ. \because$ 四边形 $PMAN$ 是正方形, $\therefore \angle APM=45^\circ. \because \angle APE=15^\circ, \therefore \angle EPM=30^\circ, \therefore \angle MEP=60^\circ$.

重难上分

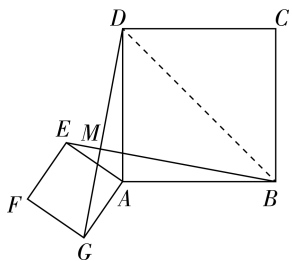
上分专题 (六) 正方形中常见的几何模型

1. A 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore AD=AB, \angle BAD=\angle ADC=90^\circ. \because AE \perp AP, \therefore \angle EAP=90^\circ, \therefore \angle BAE+\angle BAP=\angle BAP+\angle DAP=90^\circ, \therefore \angle BAE=\angle DAP. \because AE=AP=1, \therefore \triangle ABE \cong \triangle ADP$ (SAS), $\therefore \angle AEB=\angle APD, BE=DP. \because \triangle AEP$ 是等腰直角三角形, $\therefore \angle AEP=\angle APE=45^\circ, EP=\sqrt{AE^2+AP^2}=\sqrt{2}, \therefore \angle APD=180^\circ-\angle APE=180^\circ-45^\circ=135^\circ, \therefore \angle AEB=135^\circ, \therefore \angle BED=\angle AEB-\angle AEP=135^\circ-45^\circ=90^\circ, \therefore EB \perp ED$,

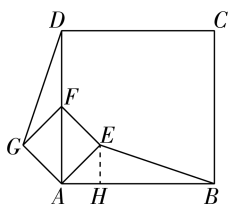
∴ ①正确. 在 $\text{Rt}\triangle BEP$ 中, $BE = \sqrt{BP^2 - EP^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = 1$, ∴ ②不正确. ∵ $\triangle ABE \cong \triangle ADP$, ∴ $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ADP}$. ∵ $\angle EAP = \angle BEP = 90^\circ$, $AE = AP = 1$, $BE = 1$, $EP = \sqrt{2}$, ∴ $S_{\triangle APD} + S_{\triangle APB} = S_{\triangle AEB} + S_{\triangle APB} = S_{\triangle AEP} + S_{\triangle EPB} = \frac{1}{2}AE \times AP + \frac{1}{2}EP \times BE = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}+1}{2}$, ∴ ③正确. 故选 A.

2. 【解】(1) $BE = DG$, $BE \perp DG$. 证明: 如图(1), 连结 BD , 设 BE 与 GD 交于点 M . ∵ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $AEFG$ 为正方形, ∴ $\angle GAE = \angle BAD = 90^\circ$, $AG = AE$, $AD = AB$, ∴ $\angle GAD = \angle BAE$, ∴ $\triangle GAD \cong \triangle EAB$, ∴ $BE = DG$, $\angle GDA = \angle ABE$, ∴ 在 $\triangle MDB$ 中, $\angle BMD = 180^\circ - \angle GDA - \angle ADB - \angle DBM = 180^\circ - \angle EBA - \angle DBM - \angle ADB = 180^\circ - \angle DBA - \angle ADB = \angle DAB = 90^\circ$, ∴ $BE \perp DG$.

综上, $BE = DG$, $BE \perp DG$.



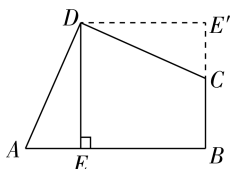
图(1)



图(2)

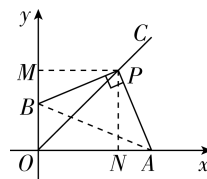
(2) 如图(2), 过点 E 作 $EH \perp AB$ 于 H . ∵ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $AEFG$ 为正方形, ∴ $\angle GAE = \angle BAD = 90^\circ$, $\angle EAF = 45^\circ$, ∴ $\angle HAE = 45^\circ$, ∴ $\triangle EAH$ 为等腰直角三角形. ∵ $AE = \sqrt{2}$, ∴ $AH = EH = 1$, ∴ $BH = AB - AH = 4 - 1 = 3$, ∴ $BE = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

3. 25 【解析】把 $\text{Rt}\triangle DEA$ 绕点 D 逆时针旋转 90° , 如图. ∵ 旋转不改变图形的形状和大小, ∴ A 与 C 重合, $\angle A = \angle DCE'$, $\angle E' = \angle AED = 90^\circ$, $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle DCE'}$. ∵ 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = \angle B = 90^\circ$, ∴ $\angle A + \angle DCB = 180^\circ$, ∴ $\angle DCE' + \angle DCB = 180^\circ$, ∴ 点 B, C, E' 在同一直线上. ∵ $\angle DEB = \angle E' = \angle B = 90^\circ$, $DE = BE = 5$, ∴ 四边形 $DEBE'$ 是正方形, ∴ $S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{四边形}DEBC} + S_{\triangle ADE} = S_{\text{四边形}DEBC} + S_{\triangle DCE'} = S_{\text{正方形}DEBE'} = 25$. 故四边形 $ABCD$ 的面积为 25.



4. 【解】(1) ∵ 点 $P(3m-1, -2m+4)$ 在第一象限的角平分线 OC 上, ∴ $3m-1 = -2m+4$, ∴ $m=1$, ∴ $P(2, 2)$.

(2) ①不变. 如图, 过点 P 作 $PM \perp y$ 轴于 M , $PN \perp OA$ 于 N , ∴ $\angle PMO = \angle PNO = \angle MON = 90^\circ$, $PM = PN = OM = ON = 2$, ∴ 四边形 $OMPN$ 是正方形, ∴ $\angle MPN = \angle APB = 90^\circ$, ∴ $\angle MPB = \angle NPA$.



在 $\triangle PMB$ 和 $\triangle PNA$ 中, $\begin{cases} \angle MPB = \angle NPA, \\ PM = PN, \\ \angle PMB = \angle PNA, \end{cases}$

∴ $\triangle PMB \cong \triangle PNA$ (ASA), ∴ $BM = AN$, $PA = PB$, ∴ $OB + OA = OM - BM + ON + AN = 2OM = 4$.

②连结 AB , 如图. ∵ $\angle AOB = 90^\circ$, ∴ $OA^2 + OB^2 = AB^2$. ∵ $\angle BPA = 90^\circ$, ∴ $AB^2 = PA^2 + PB^2 = 2PA^2$, ∴ $OA^2 + OB^2 = 2PA^2$. 当 PA 最小时, $OA^2 + OB^2$ 也最小. 根据垂线段最短可知, PA 的最小值为 2, ∴ $OA^2 + OB^2$ 的最小值为 8.

5. A 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形, ∴ $CD = AD$, $\angle DCF = \angle ADE$, $AD \parallel BC$. ∵ $CF = DE$, ∴ $\triangle DFC \cong \triangle AED$ (SAS), ∴ $\angle AED = \angle DFC = 2\alpha$, ∴ $\angle ADF = \angle DFC = 2\alpha$. ∵ DG 平分 $\angle ADF$, ∴ $\angle ADG = \alpha$, ∴ $\angle AGD = 90^\circ - \alpha$. 故选 A.

6. (1) 【证明】∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形, ∴ $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$, ∴ $\angle ABG + \angle CBG = 90^\circ$. ∵ $BG \perp AE$, ∴ $\angle AHB = 90^\circ$, ∴ $\angle BAE + \angle ABG = 90^\circ$, ∴ $\angle BAE = \angle CBG$.

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle BCG$ 中, $\begin{cases} \angle BAE = \angle CBG, \\ AB = BC, \\ \angle ABE = \angle BCG, \end{cases}$

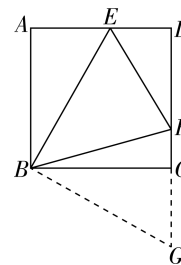
∴ $\triangle ABE \cong \triangle BCG$, ∴ $AE = BG$.

(2) 【解】四边形 $MNPQ$ 为正方形. 理由如下: ∵ 点 M, N, P, Q 分别是 AB, AG, GE, EB 的中点, ∴ MN 为 $\triangle ABG$ 的中位线, PQ 是 $\triangle BEG$ 的中位线, MQ 为 $\triangle ABE$ 的中位线, NP 为 $\triangle AEG$ 的中位线, ∴ $MN \parallel BG$, $MN = \frac{1}{2}BG$, $PQ \parallel BG$, $PQ = \frac{1}{2}BG$, $MQ \parallel AE$, $MQ = \frac{1}{2}AE$, $NP \parallel AE$, $NP = \frac{1}{2}AE$, ∴ $MN = PQ$, $MQ = NP$,

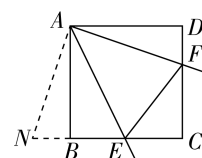
∴ 四边形 $MNPQ$ 为平行四边形. ∵ $AE = BG$, ∴ $MN = MQ$, ∴ 四边形 $MNPQ$ 为菱形. ∵ $BG \perp AE$, $MQ \parallel AE$, ∴ $MQ \perp BG$.

又 $MN \parallel BG$, ∴ $MN \perp MQ$, ∴ 四边形 $MNPQ$ 为正方形.

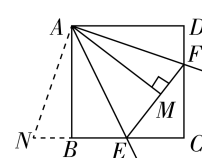
7. 8 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形, ∴ $AB = BC$, $\angle BAE = \angle DCB = 90^\circ$, ∴ 把 $\triangle ABE$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 可以得到 $\triangle CBG$, 如图, ∴ $BG = BE$, $CG = AE$, $\angle GBE = 90^\circ$, $\angle BAE = \angle BCG = 90^\circ$, ∴ $\angle BCG + \angle BCD = 180^\circ$, ∴ 点 G 在 DC 的延长线上. ∵ $\angle EBF = 45^\circ$, ∴ $\angle FBG = \angle EBG - \angle EBF = 45^\circ$, ∴ $\angle FBG = \angle FBE$. 在 $\triangle FBG$ 和 $\triangle FBE$ 中, $\begin{cases} BF = BF, \\ \angle FBG = \angle FBE, \\ BG = BE, \end{cases}$ ∴ $\triangle FBG \cong \triangle FBE$ (SAS), ∴ $FG = EF$. 又 $FG = FC + CG = CF + AE$, ∴ $EF = CF + AE$, ∴ $\triangle DEF$ 的周长为 $DF + DE + EF = DF + DE + CF + AE = CD + AD = 4 + 4 = 8$. 故答案为 8.



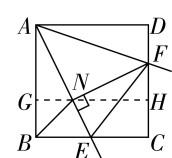
8. (1) 【解】延长 CB 至 N , 使 $BN = DF$, 连结 AN , 如图(1). ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形, ∴ $AB = AD$, $\angle D = \angle ABE = \angle C = 90^\circ$, ∴ $\angle ABN = \angle D = 90^\circ$, ∴ $\triangle ABN \cong \triangle ADF$ (SAS), ∴ $AN = AF$, $\angle BAN = \angle DAF$. ∵ 射线 AE 绕点 A 逆时针旋转 45° , 交边 CD 于点 F , ∴ $\angle EAF = 45^\circ$, ∴ $\angle BAE + \angle DAF = \angle BAE + \angle BAN = \angle EAN = 45^\circ$, ∴ $\angle EAF = \angle EAN$. ∵ $AE = AE$, ∴ $\triangle AEN \cong \triangle AEF$ (SAS), ∴ $EN = EF = BE + BN = BE + DF$. ∵ 在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中, $EF = \sqrt{CE^2 + CF^2} = \sqrt{m^2 + n^2}$, ∴ $BE + DF = \sqrt{m^2 + n^2}$. 故答案为 $\sqrt{m^2 + n^2}$.



图(1)



图(2)



图(3)

(2) 【证明】延长 CB 至 N , 使 $BN = DF$, 连结 AN , 如图(2). 由(1)可知, $\triangle AEN \cong \triangle AEF$, ∴ $\angle AEB = \angle AEF$. ∵ $AM \perp EF$, ∴ $\angle ABE = \angle AME = 90^\circ$. 又 $AE = AE$, ∴ $\triangle ABE \cong \triangle AME$ (AAS), ∴ $AM = AB$. (3) 【解】过 N 点作 $NG \perp AB$ 交 AB 于 G , 延长 GN 交 DC 于 H , 如图(3), ∴ $\angle BGH = \angle ABC = \angle C = 90^\circ$, ∴ 四边形 $BCHG$ 是矩形, ∴ $GH = BC$, $\angle GHC = 90^\circ$, ∴ $\angle GHF = \angle AGN = 90^\circ$. ∵ $AN \perp NF$, ∴ $\angle ANG + \angle FNH = 90^\circ$. ∵ $\angle GAN + \angle ANG = 90^\circ$, ∴ $\angle FNH = \angle NAG$. ∵ $\angle ANF = 90^\circ$, $\angle EAF = 45^\circ$, ∴ $\triangle ANF$ 是等腰直角三角形, ∴ $AN = FN$, ∴ $\triangle ANG \cong \triangle NFH$ (AAS), ∴ $AG = HN$. ∵ $AG + BG = GN + NH$, ∴ $BG = NG$, ∴ $\triangle BNG$ 为等腰直角三角形, ∴ $\angle NBG = 45^\circ$, ∴ $\angle CBN = 45^\circ$.

卷10 第18章提优验收卷(B卷)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	D	C	D	D	A	C	D	B

轻松评分数

11. 6 cm^2 12. 144° 13. 75°

14. 75 15. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 16. $\left(\frac{2^n-1}{2^n}, \frac{1}{2^n}\right)$

17. 【证明】 \because 菱形 $AECF$ 的对角线 AC 和 EF 交于点 O ,

$\therefore AC \perp EF, OA=OC, OE=OF$. (2分)

$\because DE=BF, \therefore OE+DE=OF+BF$,

即 $DO=BO$. (3分)

又 $\because AC \perp BD$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形. (5分)

$\because \angle ADO=45^\circ, \therefore \angle DAO=\angle ADO=45^\circ$,

$\therefore AO=DO, \therefore AC=BD$,

\therefore 菱形 $ABCD$ 是正方形. (8分)

18. (1) 【证明】 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore BC=DA, BC \parallel DA$,

$\therefore \angle F=\angle DAE$. (2分)

$\because E$ 是 CD 的中点, $\therefore CE=DE$. (3分)

又 $\because \angle FEC=\angle AED$,

$\therefore \triangle FCE \cong \triangle ADE$ (AAS), (5分)

$\therefore CF=DA, \therefore BC=CF$. (6分)

(2) 【解】 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

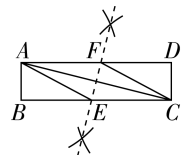
$\therefore BC=AB=2$. (8分)

$\because AE \perp AB, BC=CF$,

$\therefore AC=\frac{1}{2}BF=BC=2$. (10分)

19. 【解】(1) 如图, 菱形 $AECF$ 即为所求.

(4分)



(2) \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $AD=8, \therefore BC=AD=8, \angle B=90^\circ$. 设菱形 $AECF$ 的边长为 x , 则 $BE=8-x$. (6分)

上分攻略 评分细则

规避失分点

11. 不写单位不得分.

找准关键点

17. 根据对角线互相垂直且平分的四边形是菱形得到四边形 $ABCD$ 是菱形是解题的关键.

找准采分点

18. (1) 根据菱形的性质及平行线的性质得到 $\angle F=\angle DAE$ 得 2 分.

找准采分点

18. (2) 根据菱形的性质得到 $BC=AB=2$ 得 2 分.

找准关键点

19. (1) 作 AC 的垂直平分线交 BC 于 E 点, 交 AD 于 F 点, 连结 AE, CF , 即可得菱形 $AECF$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, 由勾股定理得 $2^2+(8-x)^2=x^2$, 解得 $x=\frac{17}{4}$, 即菱形 $AECF$ 的边长为 $\frac{17}{4}$.

(10分)

20. 【解】(1) 选择小星的说法. 证明如下: 如图(1).

$\because AE \parallel BD, DE \parallel BA$,

\therefore 四边形 $ABDE$ 是平行

四边形,

$\therefore AE=BD$.

$\because BD=BC, \therefore AE=BC$.

$\because AE \parallel BD$, 点 D 在 CB 的延长线上,

$\therefore AE \parallel BC, \therefore$ 四边形 $AECB$ 是平行四边形.

$\because \angle C=90^\circ, \therefore$ 四边形 $AECB$ 是矩形,

$\therefore \angle EBC=90^\circ, \therefore BE \perp CD$. (6分)

选择小红的说法. 证明

如下: 如图(2), 连结

BE .

$\because AE \parallel BD, DE \parallel BA$,

\therefore 四边形 $ABDE$ 是平行

四边形, $\therefore AE=BD, AB=DE$.

$\because BD=BC, \therefore AE=BC$.

$\because AE \parallel BD$, 点 D 在 CB 的延长线上,

$\therefore AE \parallel BC$,

\therefore 四边形 $AECB$ 是平行四边形.

$\because \angle ACB=90^\circ, \therefore$ 四边形 $AECB$ 是矩形,

$\therefore AB=CE, \therefore CE=DE$. (6分)

(2) $BF=\frac{1}{2}DE$. (7分)

证明如下: 如图(3),

连结 BE .

由(1)可得四边形

$AECB$ 是矩形,

$\therefore CF=EF$.

$\because BD=BC, \therefore BF$ 是 $\triangle CDE$ 的中位线,

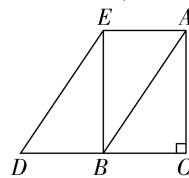
$\therefore BF=\frac{1}{2}DE$. (12分)

21. (1) 【证明】 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四

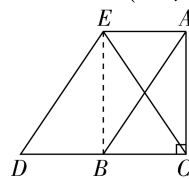
边形,

$\therefore AB \parallel CD, AB=CD$.

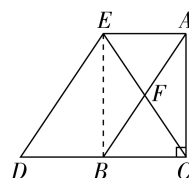
\because 点 E, F 分别是 AB, CD 的中点,



图(1)



图(2)



图(3)

找准采分点

20. (1) 小星的说法或红红的说法任选其一, 证明正确得6分.

找准采分点

20. (2) 先写结论, 再写过程, 写对结论得1分.

$\therefore DF \parallel EB, AE=BE=\frac{1}{2}AB, DF=CF=\frac{1}{2}CD, \therefore DF=EB, \therefore$ 四边形 $DEBF$ 是平行

四边形. (2分)

$\because \angle DAB=60^\circ, AB=2AD$,

$\therefore AD=\frac{1}{2}AB=AE$,

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形, $\therefore DE=AE=AD$,

$\therefore DE=BE, \therefore$ 四边形 $DEBF$ 是菱形.

(4分)

【解】(2) 四边形 $AGBD$ 是矩形. (5分)

证明如下: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$.

\because 点 G 在 CB 的延长线上, $\therefore AD \parallel BG$.

又 $\because DB \parallel AG$,

\therefore 四边形 $AGBD$ 是平行四边形.

\because 易得 $\angle EDB=30^\circ, \therefore \angle ADB=90^\circ$,

\therefore 四边形 $AGBD$ 是矩形. (9分)

(3) 由(2)得 $\angle ADB=90^\circ$.

$\because AB=2AD, AD=1$,

$\therefore AB=2$.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由勾股定理得 $AB^2-AD^2=BD^2$,

$\therefore 4-1=BD^2$, 解得 $BD=\sqrt{3}$ (负值已舍去),

$\therefore S_{\text{四边形}AGCD}=3S_{\triangle ABD}=3 \times \frac{1}{2}AD \cdot BD=3 \times$

$\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. (12分)

22. (1) 【证明】 $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A=\angle C$.

$\because E$ 是 AC 的中点, $\therefore AE=CE$.

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle CED$ 中, $\begin{cases} \angle A=\angle C, \\ AE=CE, \\ \angle AEF=\angle CED, \end{cases}$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CED$ (ASA),

$\therefore EF=DE$. (3分)

$\because \angle ABD=90^\circ$,

$\therefore BE$ 为 $\text{Rt}\triangle BDF$ 斜边上的中线,

$\therefore BE=DE$. (5分)

规避失分点

21. (1) 本题要先证明四边形 $DEBF$ 是平行四边形, 再证明其是菱形, 不能跳步, 否则扣除相应步骤分.

找准采分点

21. (2) 先写出结论得1分.

找准采分点

22. (1) 根据题意证明出 $\triangle AEF \cong \triangle CED$ 得2分.

答案及评分细则

上分攻略 评分细则

(2)【解】① $PC=PG$ (6分)

理由如下:如图,延长 GP 交 CD 于点 M .

∵ 四边形 $ABCD, BEFG$ 为正方形,且点 A, B, E 在同一条直线上,∴ $CD \parallel AE \parallel GF, \angle BCD = 90^\circ$,

∴ $\angle CDP = \angle PFG$.

∵ P 为 DF 的中点,

∴ $DP = FP$.

在 $\triangle DPM$ 和 $\triangle FPG$ 中, $\begin{cases} \angle MDP = \angle GFP, \\ DP = FP, \\ \angle DPM = \angle FPG, \end{cases}$

∴ $\triangle DPM \cong \triangle FPG$ (ASA),

∴ $PM = PG$, (9分)

∴ PC 为 $\text{Rt}\triangle MCG$ 斜边上的中线,

∴ $PC = PG$ (11分)

② $CF = \sqrt{5}$ (14分)

由①得 $\triangle DPM \cong \triangle FPG$, ∴ $DM = GF$. ∵ 四边形 $ABCD, BEFG$ 为正方形, ∴ $AB = BC = CD = 3, BG = GF, \angle BGF = 90^\circ$, ∴ $\angle CGF = 90^\circ, DM = BG$, ∴ $CM = CG$. 在 $\triangle CMG$ 中, ∵ $CM = CG, PM = PG$, ∴ $CP \perp MG$, 即 $\angle CPG = 90^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle CPG$ 中, ∵ $PG = PC = \sqrt{2}$, ∴ $CG = \sqrt{PC^2 + PG^2} = 2$, ∴ $BG = BC - CG = 3 - 2 = 1$, ∴ $GF = BG = 1$, ∴ 在 $\text{Rt}\triangle CGF$ 中, $CF = \sqrt{CG^2 + GF^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

上分解析

1. A 【解析】由题图可得,桥中阴影部分的面积为原正方形面积的 $\frac{1}{2}$. 故选 A.

2. A 【解析】∵ $AD \perp BC$, ∴ $\angle ADC = 90^\circ$. ∵ E 是 AC 的中点, ∴ $DE = \frac{1}{2}AC$.

又∵ $DE = 5$, ∴ $AC = 10$, 故选 A.

3. D 【解析】A选项,有一个角是直角的平行四边形是矩形,∴ (1)处可填 $\angle A = 90^\circ$ 是正确的,故该选项不符合题意;B选项,有一组邻边相等的矩形是正方形,∴ (2)处可填 $AD = AB$ 是正确的,故该选项不符合题意;C选项,有一组邻边相等的平行四边形是菱形,∴ (3)处可填 $DC = CB$ 是正确的,故该选项不符合题意;D选项,有一个角是直角的菱形是正方形,由 $\angle B = \angle D$ 无法判定两角是不是直角,∴ (4)处可填 $\angle B = \angle D$ 是错误的,故该选项符合题意.

4. C 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形, ∴ $OA = OC, OB = OD, AC \perp BD$. ∵ $DH \perp AB$, ∴ $\angle BHD = 90^\circ$, ∴ $BD = 2OH$. ∵ $OH = 2$, ∴ $BD = 4$, ∴ $OB = 2$.

避免失分点

22. (2) ①先回答出 $PC = PG$, 否则扣1分.

找准关键点

22. (2) ①证明 $\triangle DPM \cong \triangle FPG$ 是解题的关键.

找准采分点

22. (2) ②本小题直接写出 $CF = \sqrt{5}$ 即可得3分.

∵ 菱形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2}AC \times 4 = 12$, ∴ $AC = 6$, ∴ $OA = 3$. 在

$\text{Rt}\triangle AOB$ 中,由勾股定理得 $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$, 故选 C.

5. D 【解析】∵ $\triangle ADE$ 是等边三角形, 四边形 $ABCD$ 是正方形, ∴ $\angle ADE = 60^\circ, \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ, ED = AD = DC$, ∴ $\angle EDC = \angle ADE + \angle ADC = 150^\circ$, ∴ $\angle DEC = \angle DCE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle EDC) = 15^\circ$. ∵ $\angle DCB = 90^\circ$, ∴ $\angle ECB = \angle DCB - \angle DCE = 75^\circ$, 故选 D.

6. D 【解析】连结 AC . 由作法得 MN 垂直平分 CD , ∴ $AD = AC$. ∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形, ∴ $AD = CD, AD \parallel BC$, ∴ $AD = AC = CD, \angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$, ∴ $\triangle ACD$ 为等边三角形, ∴ $\angle ADC = 60^\circ$, ∴ $\angle BCD = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. 故选 D.

7. A 【解析】由折叠的性质得, $AM = DM = \frac{1}{2}AD, \angle DMA' = \angle AMA' = 90^\circ, AD = A'D$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形, ∴ $AD = BC, \angle A = \angle B = 90^\circ$. ∵ $BC = 6$, ∴ $AD = A'D = 6$, ∴ $DM = 3$. 在 $\text{Rt}\triangle DMA'$ 中,由勾股定理得 $A'M = \sqrt{A'D^2 - DM^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27}$. ∵ $\angle A = \angle B = \angle AMA' = 90^\circ$, ∴ 四边形 $ABNM$ 是矩形, ∴ $MN = AB = 10$, ∴ $A'N = MN - A'M = 10 - \sqrt{27}$, 故选 A.

8. C 【解析】分别过 B, D 作 $BE \perp CD$ 于点 $E, DF \perp CB$ 于点 F , 如图, ∴ $\angle BEC = \angle DFC = 90^\circ$. 由题意得 $BE = DF = 6 \text{ cm}, AB \parallel CD, BC \parallel AD$, ∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. ∵ $\angle BCE = \angle DCF = 45^\circ$, ∴ $\triangle BCE, \triangle DCF$ 是等腰直角三角形, ∴ $BE = CE = DF = CF = 6 \text{ cm}$, ∴ $BC = CD = \sqrt{72} \text{ cm}$, ∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形. 又∵ $BE \perp CD$, ∴ $S_{\text{菱形}ABCD} = CD \times BE = \sqrt{72} \times 6 = 6\sqrt{72} (\text{cm}^2)$, 故选 C.

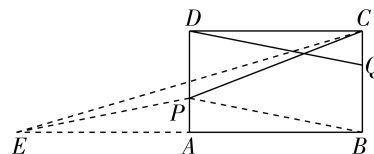
9. D 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形, ∴ $AB = AD$, ∴ 把 $\triangle ABF$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ADG$, 如图, ∴ $AG = AF, DG = BF, \angle BAF = \angle DAG$. ∵ $\angle BAD = 90^\circ, \angle EAF = 45^\circ$, ∴ $\angle BAF + \angle DAE = \angle DAG + \angle DAE = \angle EAG = 45^\circ$, ∴ $\angle EAF = \angle EAG$. ∵ $\angle ADG = \angle B = 90^\circ$, ∴ $\angle ADG + \angle ADC = 180^\circ$, ∴ 点 C, E, D, G 共线. 在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle AGE$

中, $\begin{cases} AF = AG, \\ \angle FAE = \angle EAG, \\ AE = AE, \end{cases}$ ∴ $\triangle AFE \cong \triangle AGE$ (SAS), ∴ $EF = EG$, 即 $EF = EG =$

$ED + DG$. ∵ E 为 CD 的中点, 正方形 $ABCD$ 的边长为6, ∴ $CD = BC = 6$, ∴ $DE = CE = 3$. 设 $BF = x$, 则 $DG = x, CF = 6 - x$, ∴ $EF = 3 + x$. 在 $\text{Rt}\triangle CFE$ 中, 由勾股定理得 $EF^2 = CE^2 + CF^2$, ∴ $(3 + x)^2 = 3^2 + (6 - x)^2$, 解得 $x = 2$, 即 $BF = 2$, 故选 D.

10. B 【解析】如图, 连结 BP . 在矩形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AD = BC$. ∵ $AP = CQ$, ∴ $AD - AP = BC - CQ$, ∴ $DP = QB$, ∴ 四边形 $DPBQ$ 是平行四边形, ∴ $PB = DQ$, 则 $PC + QD = PC + PB$. 在 BA 的延长线上截取 $AE = AB = 12$, 连结 PE . ∵ $PA \perp BE$, ∴ PA 是 BE 的垂直平分线, ∴ $PB = PE$, ∴ $PC + PB = PC + PE$. 连结 CE , 则 $PC + QD = PC + PB = PC + PE \geq CE$. ∵ $BE = 2AB = 24, BC = AD = 7$, ∴ $CE = \sqrt{BE^2 + BC^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$, ∴ $PC + DQ$ 的最小值为

25. 故选 B.



11. 6 cm^2 【解析】由题意知该四边形是矩形, 所以面积为 $2 \times 3 = 6 (\text{cm}^2)$, 故答案为 6 cm^2 .

12. 144° 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形, ∴ $\angle BCA = \angle DCA = \frac{1}{2} \angle BCD$,

$\angle BAO = \angle DAO = \frac{1}{2} \angle BAD, \angle BCD = \angle BAD$, ∴ $\angle BAD = 2 \angle BAO$.

∵ $\angle BAD = 2 \angle BOD$, ∴ $\angle BAO = \angle BOD$. 由题意得 $OA = OB = OD = \frac{1}{2}AP$,

∴ $\angle OAB = \angle OBA = \angle OAD = \angle ODA = \angle BOD$. ∵ $\angle OAB + \angle OBA + \angle OAD + \angle ODA + \angle BOD = 360^\circ$, ∴ $5 \angle BAO = 360^\circ$, ∴ $\angle BAO = 72^\circ$, ∴ $\angle BCD = \angle BAD = 2 \angle BAO = 2 \times 72^\circ = 144^\circ$.

13. 75° 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形, BD 是对角线, ∴ $\angle ABD = 45^\circ, AB \parallel CD$, ∴ $\angle ABD = \angle CDB$. ∵ $OB = OD, \angle BOM = \angle DON$, ∴ $\triangle OBM \cong \triangle ODN$, ∴ $OM = ON$. 在 $\text{Rt}\triangle PMN$ 中, $\angle MPN = 90^\circ, O$ 为 MN 的中点, ∴ $OP = \frac{1}{2}MN = OM$. ∵ $\angle PMN = 30^\circ$, ∴ $\angle MPO = \angle PMN = 30^\circ$, ∴ $\angle AMP = \angle MPO + \angle MBP = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$. 故答案为 75° .

14. 75 【解析】∵ 四边形 $CEFG$ 是正方形, ∴ $\angle CEF = 90^\circ$, ∴ $\angle AEF + \angle CED = 90^\circ$. ∵ $\angle AEF = 28^\circ$, ∴ $\angle CED = 90^\circ - \angle AEF = 62^\circ$. 在 $\triangle CDE$ 中, $\angle CED + \angle ECD + \angle D = 180^\circ$. ∵ $\angle ECD = 43^\circ$, ∴ $62^\circ + 43^\circ + \angle D = 180^\circ$, ∴ $\angle D = 75^\circ$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, ∴ $\angle B = \angle D = 75^\circ$. 故答案为75.

15. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 【解析】∵ 四边形 $AECF$ 是菱形, ∴ $AE = CE = CF$. ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形, ∴ $AD = BC, \angle B = \angle D = 90^\circ, CD = AB$, ∴ $\text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle CFB$ (HL), ∴ $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CBF}$. 由题意得 $\frac{1}{2} \times AD \times DE = \frac{1}{4} \times AD \times EC$, ∴ $EC = 2DE = 2$, ∴ $AE = EC = 2, DC = DE + EC = AB = 3$, ∴ $AD = \sqrt{AE^2 - DE^2} = \sqrt{3}$, ∴ $AD : AB = \sqrt{3} : 3$, ∴ $AD : AB$ 的值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

16. $\left(\frac{2^n - 1}{2^n}, \frac{1}{2^n}\right)$ 【解析】已知正方形 OA_1B_1C 的边长为1, 则正方形 OA_1B_1C 四个顶点的坐标为 $O(0, 0), C(0, 1), B_1(1, 1), A_1(1, 0)$. 根据正方形的性质易得 M_1 的坐标为 $\left(1 - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. 同理得 M_2 的坐标为 $\left(1 - \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^2}\right)$, M_3 的坐标为 $\left(1 - \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^3}\right)$, ..., 以此类推, 可得 M_n 的坐标为 $\left(1 - \frac{1}{2^n}, \frac{1}{2^n}\right)$, 即 $\left(\frac{2^n - 1}{2^n}, \frac{1}{2^n}\right)$. 故答案为 $\left(\frac{2^n - 1}{2^n}, \frac{1}{2^n}\right)$.

17-22. 见 P69 答案及评分细则.