

卷⑧ 月考综合检测卷(一)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	C	B	C	A	C	C	D	D

轻松评分数

11. 1 12. $\frac{1}{2}$ 13. $\frac{1}{2} < a < 3$ 14. $\frac{4}{3}$

15. 15, 25 16. $m < \frac{3}{5}$ 且 $m \neq 0$

17. $-\frac{2}{3} \leq a < -\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{4} < a \leq \frac{1}{3}$

18. (1) 平行四边形 (2) 5

19. 【解】(1) 因为一次函数 $y_1 = kx - 2$ 的图象与 x 轴相交于点 $B(-2, 0)$, 一次函数 $y_2 = x + b$ 的图象与 x 轴相交于点 $C(4, 0)$, 所以 $0 = -2k - 2, 0 = 4 + b$, 所以 $k = -1, b = -4$, 所以 $y_1 = -x - 2, y_2 = x - 4$.

联立 $\begin{cases} y = -x - 2, \\ y = x - 4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 1, \\ y = -3, \end{cases}$

所以 $A(1, -3)$. (3 分)

(2) 观察图象知, $y_1 \geq y_2$ 时 x 的取值范围是 $x \leq 1$. (6 分)

20. 【解】(1) 因为点 $A(-2, 3), B(1, -3)$ 在该一次函数的图象上,

所以 $\begin{cases} -2k + b = 3, \\ k + b = -3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -2, \\ b = -1, \end{cases}$ 所以该一次函数的表达式为 $y = -2x - 1$. (3 分)

(2) 当 $y = 0$ 时, $-2x - 1 = 0$, 解得 $x = -\frac{1}{2}$;

当 $x = 0$ 时, $y = -1$, 所以该一次函数的图象与 x 轴、 y 轴的交点坐标分别为 $(-\frac{1}{2}, 0), (0, -1)$. (6 分)

21. 【解】①② (2 分)

证明: 因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle OAE = \angle OCF$. 因为 EF 垂直平分 AC , 所以 $AE = CE, AF = CF, OA = OC$. (4 分)

上分攻略 评分细则

找准采分点

19. (1) 求出 k, b 和点 A 的坐标各得 1 分.

找准采分点

19. (2) 利用数形结合直接得到 x 的取值范围即可得 3 分.

找准采分点

20. (1) 用待定系数法求出函数表达式得 3 分.

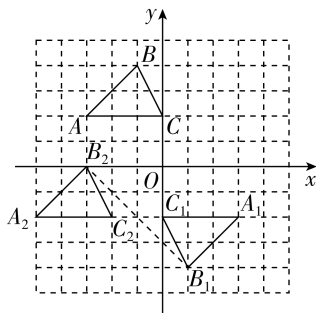
找准采分点

20. (2) 求出该一次函数图象与两坐标轴的交点坐标得 3 分.

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中, $\begin{cases} \angle OAE = \angle OCF, \\ OA = OC, \\ \angle AOE = \angle COF, \end{cases}$

所以 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ (角边角), \dots (6 分) 所以 $AE = CF$, 所以 $AE = CE = AF = CF$, 所以四边形 $AFCE$ 是菱形. (答案不唯一, 证明过程与所选条件一致即可) \dots (8 分)

22. 【解】(1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求. \dots (2 分)



(2) 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求. \dots (5 分)

(3) 如图, 连接 B_1B_2 和 C_1C_2 , 交点为 $(-1, -2)$, 所以旋转中心为 $(-1, -2)$, 故答案为 $(-1, -2)$. \dots (8 分)

23. 【解】(1) 因为直线 $y = kx + 6 (k \neq 0)$ 过点 $E(-8, 0)$, 所以 $0 = -8k + 6$, 所以 $k = \frac{3}{4}$. \dots (2 分)

(2) 因为点 A 的坐标为 $(-6, 0)$, 所以 $OA = 6$. \dots (3 分)

因为点 $P(x, y)$ 在直线 $y = \frac{3}{4}x + 6$ 上, 所以点 $P(x, \frac{3}{4}x + 6)$, 所以 $S = \frac{1}{2}OA \times (\frac{3}{4}x + 6) = \frac{9}{4}x + 18$. \dots (5 分)

因为点 P 在线段 EF 上, 所以 $-8 < x \leq 0$. \dots (6 分)

(3) 由(2)知, $S = \frac{9}{4}x + 18$, 所以 S 随 x 的增大而增大. \dots (7 分)

因为 $-8 < x \leq 0$, 所以当 $x = 0$ 时, $S = \frac{9}{4}x + 18$ 有最大值, 最大值为 18. \dots (9 分)

规避失分点

21. 注意后面的证明过程要与选择的条件匹配, 不匹配不得分.

找准采分点

22. (1) 画出旋转后的 $\triangle A_1B_1C_1$ 得 2 分.

规避失分点

22. (1)(2) 画出图形后要在顶点处标出字母, 否则扣 1 分.

找准采分点

22. (3) 答案正确得 3 分.

找准关键点

23. (1) 将点 E 的坐标代入表达式可求出 k 的值.

找准采分点

23. (2) 求出 OA 的长度得 1 分, 求出 S 与 x 之间的函数关系式得 2 分, 最后求出 x 的取值范围得 1 分.

找准关键点

23. (3) 由 $\frac{9}{4} > 0$ 得到 S 随 x 的增大而增大是解题的关键.

24. 【解】(1) 由题意可知,

$y_1 = (10 \times 400 + 20 \times 10x) \times 0.9 = 180x + 3\ 600$,

$y_2 = 10 \times 400 + 20(10x - 30) = 200x + 3\ 400$.

\dots (2 分)

(2) 当 $y_1 < y_2$ 时, $180x + 3\ 600 < 200x + 3\ 400$, 解得 $x > 10$, 所以 $x > 10$ 时, 去 A 超市购买更划算; \dots (3 分)

当 $y_1 = y_2$ 时, $180x + 3\ 600 = 200x + 3\ 400$, 解得 $x = 10$, 所以 $x = 10$ 时, 去 A 超市或 B 超市购买一样划算; \dots (4 分)

当 $y_1 > y_2$ 时, $180x + 3\ 600 > 200x + 3\ 400$, 解得 $x < 10$, 所以 $3 \leq x < 10$ 时, 去 B 超市购买更划算. \dots (5 分)

(3) 如果全部在 A 超市购买, 那么费用为 $180 \times 20 + 3\ 600 = 7\ 200$ (元); \dots (6 分)

如果全部在 B 超市购买, 那么费用为 $200 \times 20 + 3\ 400 = 7\ 400$ (元); \dots (7 分)

如果先在 B 超市购买 10 副羽毛球拍, 再在 A 超市购买剩余的羽毛球, 那么费用为 $400 \times 10 + 20 \times 10 \times (20 - 3) \times 0.9 = 4\ 000 + 3\ 060 = 7\ 060$ (元). \dots (8 分)

因为 $7\ 060 < 7\ 200 < 7\ 400$, 所以先在 B 超市购买 10 副羽毛球拍, 再在 A 超市购买剩余的羽毛球最省钱. \dots (9 分)

25. 【解】(1) 因为点 $A(-1, m)$ 在直线 $l_1: y = -x$ 上, 所以 $m = -(-1) = 1$, \dots (1 分) 所以 $A(-1, 1)$.

因为直线 $l_2: y = kx + b (k \neq 0)$ 经过点 A , 且与 y 轴交于点 $B(0, 3)$,

所以 $\begin{cases} -k + b = 1, \\ b = 3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 2, \\ b = 3, \end{cases}$ 所以直线 l_2 的表达式为 $y = 2x + 3$. \dots (3 分)

(2) ①由题意得, $CD \perp x$ 轴.

在 $y = -x$ 中, 当 $x = 2$ 时, $y = -2$, 则 $C(2, -2)$; \dots (4 分)

在 $y = 2x + 3$ 中, 当 $x = 2$ 时, $y = 7$, 则 $D(2, 7)$. \dots (5 分)

所以 $CD = 7 - (-2) = 9$. \dots (6 分)

找准关键点

24. (2) 分 $y_1 < y_2$, $y_1 = y_2, y_1 > y_2$ 三种情况讨论.

找准采分点

24. (3) 每种方案各得 1 分, 最后做出判断再得 1 分. 直接写答案仅得 1 分.

找准采分点

25. (1) 求出 m 的值得 1 分, 求出直线 l_2 的函数表达式得 2 分.

找准关键点

25. (2) ① CD 的长即为 C, D 两点纵坐标差的绝对值.

答案及评分细则

上分攻略 评分细则

找准采分点

25. (2) ②表示出 $y_1 = -n, y_2 = 2n + 3$ 各得 1 分, 最后求出 n 的取值范围得 2 分.

找准采分点

26. (1) 求出 a 的值得 1 分, 求出直线 AB 的表达式得 2 分.

找准采分点

26. (2) ①用含 m 的代数式表示出 M, N 的纵坐标各得 1 分, 利用平行四边形的性质求出 l 与 m 之间的函数关系式得 2 分.

找准采分点

26. (2) ②求出 $EQ = \frac{3}{4}$ 得 1 分.

上分解析

1. C 【解析】因为一个正多边形的每个外角均为 30° , 所以每一个内角的度数为 $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$, 正多边形的边数为 $\frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$, 所以这个正多边形的内角和为 $150^\circ \times 12 = 1800^\circ$. 故选 C.

2. B 【解析】在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(2, 3)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是 $(2, -3)$, 故选 B.

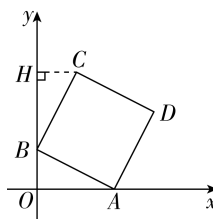
3. C 【解析】A 选项, 当 $y = 0$ 时, $2x - 6 = 0$, 解得 $x = 3$, 所以图象与 x 轴交于点 $(3, 0)$, 故 A 错误; B 选项, 因为 $k = 2 > 0, b = -6 < 0$, 所以图象经过第一、三、四象限, 不经过第二象限, 故 B 错误; C 选项, 图象向上平移 6 个单位长度后的表达式为 $y = 2x - 6 + 6 = 2x$, 当 $x = 0$ 时, $y = 0$, 所以平移后的图象经过原点, 故 C 正确; D 选项, 当 $x = 2$ 时, $y = 2 \times 2 - 6 = -2 \neq 3$, 故点 $M(2, 3)$ 不在该函数图象上, 故 D 错误. 故选 C.

4. B 【解析】因为直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 和 $y = mx + n (m \neq 0)$ 相交于点 $(2, -1)$, 所以关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} -kx = -y + b, \\ mx + n = y \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 2, \\ y = -1, \end{cases}$ 故选 B.

上分技巧 | 数形结合思想

一次函数图象与方程的关系: 方程组的解即为两个一次函数图象交点的坐标, 运用数形结合思想解题更方便.

5. C 【解析】如图, 过点 C 作 $CH \perp y$ 轴于 H . 因为点 B 的坐标为 $(0, 1)$, 所以 $OB = 1$. 因为正方形 $ABCD$ 的面积为 5, 所以 $AB = BC = \sqrt{5}, \angle ABC = 90^\circ$. 因为 $\angle AOB = 90^\circ$, 所以 $OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = 2$. 因为 $CH \perp y$ 轴, 所以 $\angle CHB = \angle BOA = 90^\circ$. 因为 $\angle OBA + \angle OAB = \angle OBA + \angle HBC = 90^\circ$, 所以 $\angle OAB = \angle HBC$, 所以 $\triangle OBA \cong \triangle HCB$, 所以



$CH = OB = 1, BH = OA = 2$, 所以 $OH = OB + BH = 3$, 所以 $C(1, 3)$, 故选 C.

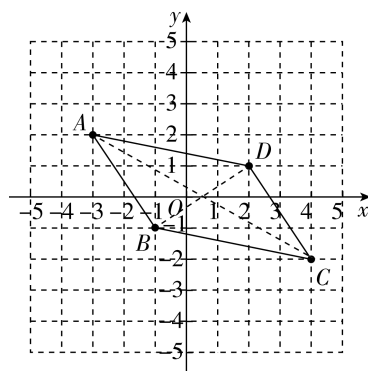
6. A 【解析】因为四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC = 120^\circ$, 所以 $\angle DAB = 60^\circ$, 且 $AD = AB = 8$, 所以 $\triangle DAB$ 是等边三角形. 因为 $DE \perp AB$, 所以 E 为 AB 中点, 所以 $AE = \frac{1}{2}AB = 4$. 在 $Rt\triangle ADE$ 中, $AD = 8, AE = 4$, 所以 $DE = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$, 故选 A.

7. C 【解析】当 $x > 15$ 时, 设一次函数表达式为 $y = kx + b$. 将 $(20, 54), (15, 36)$ 代入 $y = kx + b$, 得 $\begin{cases} 15k + b = 36, \\ 20k + b = 54, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = \frac{18}{5}, \\ b = -18, \end{cases}$ 所以当 $x > 15$ 时, $y = \frac{18}{5}x - 18$. 因为 $18 > 15$, 所以 $x = 18$ 时, $y = \frac{18}{5} \times 18 - 18 = 46.8$, 故选 C.

8. C 【解析】因为点 $A(a+2, 6)$ 和 $B(3, 2a+2)$ 到 x 轴的距离相等, 所以 $|2a+2| = 6$, 即 $2a+2 = 6$ 或 $2a+2 = -6$. 当 $2a+2 = 6$ 时, $a = 2$; 当 $2a+2 = -6$ 时, $a = -4$. 当 $a = 2$ 时, $A(4, 6), B(3, 6)$, 符合题意; 当 $a = -4$ 时, $A(-2, 6), B(3, -6)$, 符合题意. 综上, a 的值为 2 或 -4, 故选 C.

9. D 【解析】由定义知, 一次函数 $y = 3x - 2$ 的“衍生函数”为 $y = \begin{cases} 3x - 2 (x \geq 0), \\ -3x - 2 (x < 0). \end{cases}$ 因为点 $P(-2, m)$ 在一次函数 $y = 3x - 2$ 的“衍生函数”图象上, $x = -2 < 0$, 所以 $m = -3 \times (-2) - 2 = 6 - 2 = 4$. 故选 D.

10. D 【解析】根据 $A(-3, 2), B(-1, -1), C(4, -2), D(2, 1)$, 作出四边形 $ABCD$ 如图所示, 连接 AC, BD .



易得 $AB = \sqrt{13}, AD = \sqrt{26}, CD = \sqrt{13}, BC = \sqrt{26}$, 所以 $AB = CD, AD = BC$, 所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以过平行四边形 $ABCD$ 对角线交点的直线 l 将平行四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分. 因为 $A(-3, 2), C(4, -2)$, 所以对角线交点的坐标为 $(\frac{1}{2}, 0)$. 设直线 l 的表

达式为 $y = kx + b$. 将 $(0, 1)$ 和 $(\frac{1}{2}, 0)$ 代入上式, 得 $\begin{cases} b = 1, \\ \frac{1}{2}k + b = 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -2, \\ b = 1, \end{cases}$ 所以直线 l 的表达式为 $y = -2x + 1$, 故选 D.

11.1 【解析】点 $P(-1, -2)$ 到 y 轴的距离是点 P 横坐标的绝对值, 所以点 $P(-1, -2)$ 到 y 轴的距离是 $|-1| = 1$. 故答案为 1.

12. $\frac{1}{2}$ 【解析】因为 y 关于 x 的函数 $y = \left(m^2 - \frac{1}{4}\right)x^2 + \left(m + \frac{1}{2}\right)x + 1$ 是一次函数, 所以 $\begin{cases} m^2 - \frac{1}{4} = 0, \\ m + \frac{1}{2} \neq 0, \end{cases}$ 解得 $m = \frac{1}{2}$, 故答案为 $\frac{1}{2}$.

13. $\frac{1}{2} < a < 3$ 【解析】因为点 $P(2a-1, a-3)$ 在第四象限, 所以 $\begin{cases} 2a-1 > 0, \\ a-3 < 0, \end{cases}$ ① 解不等式①得 $a > \frac{1}{2}$, 解不等式②得 $a < 3$, 所以 a 的取值范围是 $\frac{1}{2} < a < 3$. 故答案为 $\frac{1}{2} < a < 3$.

14. $\frac{4}{3}$ 【解析】由折叠的性质得 $BE = ED$. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 1, AD = 3$. 设 $DE = x$, 则 $BE = x, AE = 3 - x$. 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $AB^2 + AE^2 = BE^2$, 即 $1^2 + (3-x)^2 = x^2$, 解得 $x = \frac{5}{3}$, 所以 $AE = 3 - x = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$. 故答案为 $\frac{4}{3}$.

上分技巧 | 矩形中的折叠问题

解决矩形中的折叠问题时, 一般先由折叠得到需要的等量关系, 再在直角三角形中利用勾股定理计算求解.

15. 15.25 【解析】由表格可知, 当物体的质量 x 每增加 1 kg 时, 弹簧的长度伸长 0.5 cm, 所以 y 关于 x 的函数表达式为 $y = 12 + 0.5x$, 所以当 $x = 6.5$ 时, $y = 12 + 0.5 \times 6.5 = 15.25$. 故答案为 15.25.

16. $m < \frac{3}{5}$ 且 $m \neq 0$ 【解析】因为无论 x 取何值, 始终有 $y_2 > y_1$, 所以两条直线平行且直线 $y_2 = k(x-2) + 2 (k \neq 0)$ 在直线 $y_1 = mx + 3m - 1 (m \neq 0)$ 的上方. 因为 $y_1 = mx + 3m - 1 (m \neq 0), y_2 = k(x-2) + 2 = kx - 2k + 2 (k \neq 0)$, 所以 $\begin{cases} m = k, \\ 3m - 1 < -2k + 2, \end{cases}$ 解得 $m < \frac{3}{5}$, 所以 m 的取值范围是 $m < \frac{3}{5}$ 且 $m \neq 0$. 故答案为 $m < \frac{3}{5}$ 且 $m \neq 0$.

17. $-\frac{2}{3} \leq a < -\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{4} < a \leq \frac{1}{3}$ 【解析】①当 $a > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 所以当 $-4 \leq y \leq -1$ 时, 可得 $-4 \leq ax - 3 - a \leq -1$, 解得 $1 - \frac{1}{a} \leq x \leq 1 + \frac{2}{a}$. 因为自变量 x 的负整数值恰好有 2 个, 所以负整数值只能是 -1, -2, 所以 $-3 < 1 - \frac{1}{a} \leq -2$, 解得 $\frac{1}{4} < a \leq \frac{1}{3}$; ②当 $a < 0$ 时, 同理可得 $1 + \frac{2}{a} \leq$

$x \leq 1 - \frac{1}{a}$. 因为自变量 x 的负整数值恰好有 2 个, 所以负整数值只能是 -1, -2, 所以 $-3 < 1 + \frac{2}{a} \leq -2$, 解得 $-\frac{2}{3} \leq a < -\frac{1}{2}$. 综上, a 的取值范围为 $-\frac{2}{3} \leq a < -\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{4} < a \leq \frac{1}{3}$. 故答案为 $-\frac{2}{3} \leq a < -\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{4} < a \leq \frac{1}{3}$.

18. (1) 平行四边形 (2) 5 【解析】(1) 因为 E 是 AB 的中点, $DF = FB$, 所以 EF 是 $\triangle ABD$ 的中位线, 所以 $EF \parallel AD$, 即 $CF \parallel AD$. 又因为 $AF \parallel DC$, 所以四边形 $AFCD$ 为平行四边形. 故答案为平行四边形.
(2) 因为 EF 是 $\triangle ABD$ 的中位线, 所以 $AD = 2EF = 2$. 因为四边形 $AFCD$ 为平行四边形, 所以 $OD = OF, OC = OA, CF = AD = 2, CD = AF = \sqrt{13}$. 因为 $CE \perp DB$, 所以 $DF = \sqrt{CD^2 - CF^2} = 3$, 所以 $OF = \frac{1}{2}DF = \frac{3}{2}$, 所以 $OC = \sqrt{CF^2 + OF^2} = \frac{5}{2}$, 所以 $AC = 2OC = 5$. 故答案为 5.

19-26. 见 P67 答案及评分细则.

卷⑨ 月考综合检测卷(二)

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	A	D	A	D	C	B	C	A

轻松评分数

11. $x < 3$ 12. -3 13. $<$ 14. $x > 3$

15. 2 cm 16. 90° 17. $y = -\frac{1}{2}x + 3$

18. (1) (3, 2) (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

19. 【证明】因为 $AB = CD, AD = BC$, 所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形, (2 分)

所以 $AD \parallel BC$, 即 $DE \parallel BF$.

又因为 $DE = BF$, 所以四边形 $DEBF$ 是平行四边形, (5 分)

所以 $BE = DF$. (6 分)

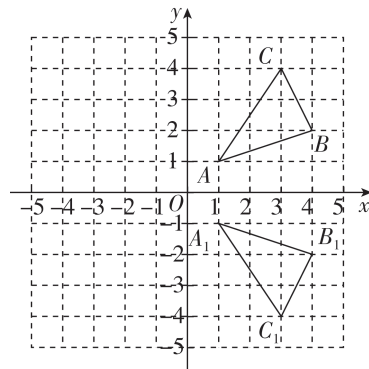
20. 【解】(1) 当 $y = \frac{5}{2}$ 时, $x + 2 = \frac{5}{2}$, 解得 $x = \frac{1}{2}$, 所以 $C\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$. (1 分)

上分攻略 评分细则

找准采分点

19. 证出四边形 $ABCD$ 为平行四边形得 2 分, 证出四边形 $DEBF$ 为平行四边形得 3 分, 最后得出结论得 1 分.

把 $C\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 代入 $y = -x + b$, 得 $-\frac{1}{2} + b = \frac{5}{2}$, 解得 $b = 3$, 所以 $y = -x + 3$, 即直线 BC 的函数表达式为 $y = -x + 3$. (3 分)
(2) 令 $y = -x + 3 = 0$, 则 $x = 3$, 所以 $B(3, 0)$. (4 分)
令 $y = x + 2 = 0$, 则 $x = -2$, 所以 $A(-2, 0)$. (5 分)
所以 $AB = 3 - (-2) = 5$. (6 分)
21. 【解】(1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求. (1 分)



由图可知 $A_1(1, 1), B_1(4, 2), C_1(3, 4)$. (4 分)

(2) $S_{\triangle A_1B_1C_1} = 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3.5$. (8 分)

22. 【解】(1) 将 $(2, 1)$ 代入 $y = -kx + 3$ 得 $-2k + 3 = 1$, 解得 $k = 1$. 将 $k = 1, (2, 1)$ 代入 $y = kx + b (k \neq 0)$ 中, 得 $\begin{cases} 2k + b = 1, \\ k = 1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 1, \\ b = -1. \end{cases}$ (4 分)

(2) m 的取值范围为 $m \geq 1$. (8 分)
因为 $k = 1, b = -1$, 所以两个一次函数的表达式分别为 $y = x - 1, y = -x + 3$. 因为当 $x > 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的值既大于函数 $y = x - 1$ 的值, 也大于函数 $y = -x + 3$ 的值, 所以当 $x > 2$ 时, 直线 $y = mx (m \neq 0)$ 在直线 $y = x - 1$ 和直线 $y = -x + 3$ 的上方, 则画出大致图象如下:

找准采分点

20. (1) 求出点 C 的坐标得 1 分, 求出直线 BC 的函数表达式得 2 分.

找准采分点

20. (2) 求出点 A, B 的坐标各得 1 分, 求出 AB 的长得 1 分.

找准采分点

21. (1) 画出图形得 1 分, 写出 A, B, C 三个点的坐标各得 1 分.

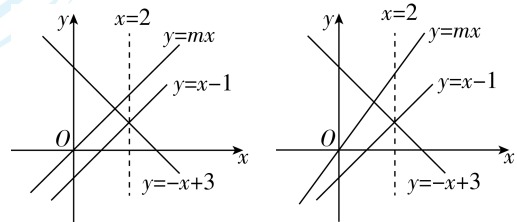
找准关键点

21. (2) 利用割补法求面积是关键.

找准采分点

22. (1) 求出 k, b 的值各得 2 分.

答案及评分细则



图(1)

图(2)

由图(1)可得当直线 $y=mx$ ($m \neq 0$) 与直线 $y=x-1$ 平行时符合题意;由图(2)可知,当直线 $y=mx$ ($m \neq 0$) 与 x 轴的夹角大于直线 $y=mx$ ($m \neq 0$) 与直线 $y=x-1$ 平行时与 x 轴的夹角时也符合题意. 因为当直线 $y=mx$ ($m \neq 0$) 与直线 $y=x-1$ 平行时, $m=1$, 所以当 $x>2$ 时, 直线 $y=mx$ ($m \neq 0$) 在直线 $y=x-1$ 和直线 $y=-x+3$ 的上方时, $m \geq 1$, 所以 m 的取值范围为 $m \geq 1$.

23. 【解】(1) 设航空模型的单价为 x 元, 则航海模型的单价为 $(x-35)$ 元. 由题意得, $\frac{2000}{x} = \frac{4}{5} \times \frac{1800}{x-35}$, 解得 $x=125$. 检验, 当 $x=125$ 时, $x(x-35) \neq 0$, 所以 $x=125$ 是原方程的解, 且符合题意, 所以 $x-35=90$.

答: 航空模型的单价为 125 元, 航海模型的单价为 90 元. (4 分)

(2) 设购买航空模型 m 个, 花费为 y 元, 则购买航海模型 $(120-m)$ 个. 由题意得, $m \geq \frac{1}{2}(120-m)$, 解得 $m \geq 40$. (5 分)

$y = 125 \times 0.8m + 90(120-m) = 10m + 10800$. 因为 $10>0$, 所以 y 随 m 的增大而增大, (7 分)

所以当 $m=40$ 时, y 有最小值, 最小值为 $10 \times 40 + 10800 = 11200$, (8 分)

此时 $120-m=80$.

答: 当购买航空模型 40 个, 航海模型 80 个时, 学校花费最少. (9 分)

24. 【解】(1) 如图(1), 作 $CD \perp OA$ 于点 D .

因为 $\angle AOC = 45^\circ$, 所以 $\angle DOC = \angle DCO = 45^\circ$, 所以 $OD=CD$.

上分攻略 评分细则

找准关键点

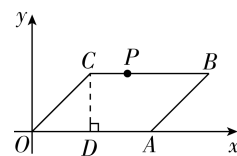
22. (2) 分析过程中需运用数形结合的思想.

规避失分点

23. (1) 分式方程要记得检验, 没有检验扣 1 分.

找准采分点

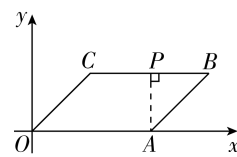
23. (2) 求出 m 的取值范围得 1 分, 得出 y 的表达式并说明 y 随 m 的增大而增大得 2 分, 求出 y 的最小值得 1 分, 写出答语得 1 分.



图(1)

因为 $OD^2 + CD^2 = OC^2$, $OC = 4\sqrt{2}$, 所以 $2CD^2 = (4\sqrt{2})^2$, 所以 $OD = CD = 4$, 所以 $D(4, 0)$, $C(4, 4)$. 因为四边形 $OACB$ 是平行四边形, 所以 $BC \parallel OA$, $BC = OA = 8$, 所以 $x_B = 4+8=12$, 所以 $B(12, 4)$. (4 分)

(2) 如图(2), 过点 A 作 $AP \perp CB$ 于点 P , 则 $\angle APB = 90^\circ$.



图(2)

因为 $\angle ABC = \angle AOC = 45^\circ$, 所以 $\angle PBA = \angle PAB = 45^\circ$, 所以 $PB = PA = 4$, 所以 $2t = 8-4$, 解得 $t=2$. 故当 t 的值为 2 时, $AP \perp CB$.

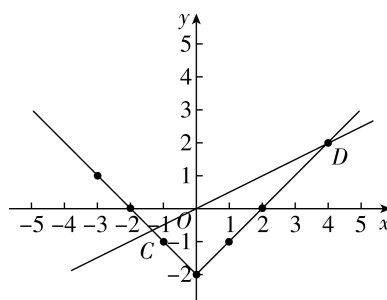
..... (9 分)

25. (1) 任意实数..... (1 分)

【解】(2) ①把 $(4, m)$ 代入 $y=|x|-2$, 得 $m=|4|-2=4-2=2$. (3 分)

②把 $y=6$ 代入 $y=|x|-2$, 得 $6=|x|-2$, 解得 $x=-8$ 或 8 , 所以 $a+b=-8+8=0$. (5 分)

(3) 画出该函数的图象如下: (6 分)



①由函数图象可知, 该函数的最小值为 -2 . (8 分)

② $-\frac{4}{3} < x < 4$. (10 分)

如图, 在同一平面直角坐标系中画出直线 $y_1 = \frac{1}{2}x$, 由函数图象可知当 $y_1 > y$ 时 x 的取值范围是 $-\frac{4}{3} < x < 4$.

找准采分点

24. (1) 得出 B, C 两点坐标各得 2 分.

找准关键点

24. (2) 得出 $\angle PBA = \angle PAB = 45^\circ$ 是解题关键.

找准采分点

25. (1) 写出任意实数得 1 分.

找准采分点

25. (2) ①求出 m 的值得 2 分.

②求出 $y=6$ 时 x 的值得 1 分, 求出 $a+b$ 的值得 1 分.

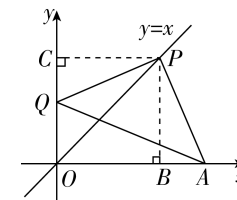
找准采分点

25. (3) ①求出最小值得 2 分.

找准采分点

25. (3) ②正确写出 x 的取值范围即可得 2 分, 不需要写过程.

26. (1) 【证明】如图, 过点 P 作 $PB \perp x$ 轴于点 B , 作 $PC \perp y$ 轴于点 C .



因为点 P 在函数 $y=x$ ($1 < x < 2$) 的图象上, 所以 $PB=PC$. 因为 $PB \perp x$ 轴, $PC \perp y$ 轴, x 轴 $\perp y$ 轴, 所以 $\angle COB = \angle OBP = \angle PCO = 90^\circ$, 所以四边形 $OBPC$ 是矩形, 所以 $\angle BPC = 90^\circ$, 所以 $\angle CPQ + \angle BPQ = 90^\circ$. 因为 $PQ \perp AP$, 所以 $\angle BPA + \angle BPQ = 90^\circ$, 所以 $\angle CPQ = \angle BPA$. 又因为 $\angle PCQ = \angle OBP = \angle PBA = 90^\circ$, $PC = PB$, 所以 $\triangle PCQ \cong \triangle PBA$, 所以 $PA=PQ$. (3 分)

【解】(2) 如图, 因为点 P 的横坐标为 x , 所以 $OB=x$. 因为点 A 的坐标是 $(2, 0)$, 所以 $OA=2$, 所以 $AB=OA-OB=2-x$. 由(1)知 $\triangle PCQ \cong \triangle PBA$, 所以 $QC=AB=2-x$. 由(1)知四边形 $OBPC$ 是矩形, 且 $PB=PC$, 所以四边形 $OBPC$ 是正方形, 所以 $OC=OB=x$, 所以 $OQ=OC-QC=x-(2-x)=2x-2$.

因为点 Q 的纵坐标为 y , 所以 $y=2x-2$. (6 分)

(3) 由(1)(2)知, $S_1 = \frac{1}{2}OA \cdot OQ = \frac{1}{2} \times 2(2x-2) = 2x-2$. 如图, 因为 $\triangle PCQ \cong \triangle PBA$, 所以 $S_{\triangle PCQ} = S_{\triangle PBA}$, 所以 $S_2 = S_{\text{正方形}OBPC} = x^2$. 因为 $x>0$, 所以 $\sqrt{S_2} = \sqrt{x^2} = x$. 因为 $S = S_1 + \sqrt{S_2}$, 所以 $S = 2x-2+x = 3x-2$. 根据题意得 $y \leq \frac{2}{3}x$, 即 $2x-2 \leq \frac{2}{3}x$, 解得 $x \leq \frac{3}{2}$. 因为 $3>0$, 所以 S 随 x 的增大而增大, 所以当 $x = \frac{3}{2}$ 时, S 有最大值, 为 $\frac{5}{2}$. (10 分)

找准采分点

26. (1) 证得 $\triangle PCQ$ 与 $\triangle PBA$ 全等得 2 分, 最后得出结论得 1 分.

找准关键点

26. (2) 先得到 $QC=AB=2-x$, 再得四边形 $OBPC$ 是正方形, 进而得到 $OC=x$ 是解题的关键.

找准采分点

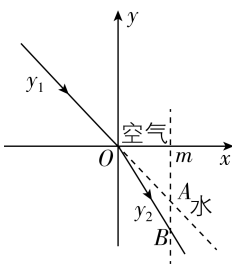
26. (3) 先根据直角三角形的面积公式计算 S_1 得 1 分, 再得出 $S_2 = S_{\text{正方形}OBPC}$, 从而求出 S 得 1 分, 最后得到 x 的取值范围, 求出 S 的最大值得 2 分.

1. **B** 【解析】作战艇 A 相对于灯塔 B 的位置可描述为(南偏西 15° , 90 海里), 故选 B.

2. **C** 【解析】根据平面内点的平移规律可得, 把“帥”向右平移 3 个单位, 再向上平移 3 个单位到“馬”的位置, 所以棋子“馬”所在的点的坐标为 $(-1+3, -2+3)$, 即 $(2, 1)$. 故选 C.

3. **A** 【解析】因为 $A(-2, 2), B(-2, -3)$, 所以 $AB \perp x$ 轴, 故选 A.

4. **D** 【解析】由图象可知, y_1 随 x 的增大而减小, y_2 随 x 的增大而减小, 所以 $k_1 < 0, k_2 < 0$, 故选项 A、B 错误, 不符合题意. 如图, 在两个图象上分别取横坐标为 m 的两个点 A 和 B ($m > 0$), 则 $A(m, k_1 m), B(m, k_2 m)$. 因为 $y_A > y_B$, 即 $k_1 m > k_2 m$, 所以 $k_1 > k_2$. 又因为 $k_1 < 0, k_2 < 0$, 所以 $|k_1| < |k_2|, k_1 - k_2 > 0$, 故选项 C 错误, 不符合题意, 而选项 D 正确, 符合题意. 故选 D.



5. **A** 【解析】因为 $ab < 0$, 所以 $y = abx$ 的图象经过第二、四象限, 所以 B、D 不符合题意. A 选项, 由一次函数 $y = ax - b$ 的图象可知 $a > 0, b < 0$, 则 $ab < 0$, 故此选项符合题意; C 选项, 由一次函数 $y = ax - b$ 的图象可知 $a < 0, b < 0$, 则 $ab > 0$, 与 $ab < 0$ 矛盾, 故此选项不符合题意. 故选 A.

上分点拨 | 一次函数的图象与性质

一次函数 $y = kx + b$ 中的系数 k 决定 y 随 x 的变化情况, b 决定图象与 y 轴相交的位置. 先根据 $ab < 0$ 判断符合条件的正比例函数图象, 再根据一次函数的图象与系数的关系即可得答案.

6. **D** 【解析】因为四边形 ABCD 是菱形, 所以 $OA = OC, OB = OD, BD \perp AC$, 所以 $AC = 2OA = 8$. 因为 $S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = 16$, 所以 $BD = 4$, 所以 $OB = \frac{1}{2}BD = 2$. 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{OB^2 + AO^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$. 故选 D.

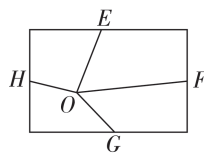
7. **C** 【解析】设点 B 的坐标为 $(m, 2m)$, 则 $CD = AB = 2m, OA = m$. 因为 $AB:AD = 1:3$, 所以 $AD = 3AB = 6m$, 所以 $OD = OA + AD = 7m$, 所以点 C 的坐标为 $(7m, 2m)$. 因为点 C 在直线 $y = kx$ 上, 所以 $2m = 7mk$, 所以 $k = \frac{2}{7}$. 故选 C.

上分点拨 | 一次函数与四边形的综合问题

设出点 B 的坐标, 结合矩形的性质可得出 OA, AB, CD 的长. 由 $AB:AD = 1:3$ 可得出 AD 的长, 结合 $OD = OA + AD$ 可求出 OD 的长, 进而可得出点 C 的坐标, 再利用一次函数图象上点的坐标特征即可求出 k 的值.

8. **B** 【解析】按题图中的虚线将其分成四个四边形, 再重新拼成一个四边形, 则拼成的四边形如图, 其中点 A, B, C, D 重合于点 O, 所以拼成的四边

形为矩形, 即对角线相等的平行四边形. 故选 B.

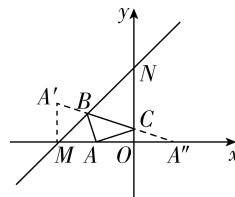


上分总结 | 四边形的判定和性质

根据有四个直角的四边形为矩形, 再根据矩形的对角线相等的性质来进行判断.

9. **C** 【解析】假设点 P 在第一象限, 则 $m > 0$ 且 $1 - 2m > 0$, 解得 $0 < m < \frac{1}{2}$, 所以存在 m 的值使点 P 在第一象限. 假设点 P 在第二象限, 则 $m < 0$ 且 $1 - 2m > 0$, 解得 $m < 0$, 所以存在 m 的值使点 P 在第二象限. 假设点 P 在第三象限, 则 $m < 0$ 且 $1 - 2m < 0$, 无解, 所以不存在 m 的值使点 P 在第三象限. 假设点 P 在第四象限, 则 $m > 0$ 且 $1 - 2m < 0$, 解得 $m > \frac{1}{2}$, 所以存在 m 的值使点 P 在第四象限. 综上, 点 $P(m, 1 - 2m)$ 一定不在第三象限. 故选 C.

10. **A** 【解析】如图, 设直线 $y = x + 2$ 与 x 轴相交于点 M, 与 y 轴相交于点 N, 作点 A 关于直线 $y = x + 2$ 的对称点 A' , 作点 A 关于 y 轴的对称点 A'' , 连接 $A'A''$, 交直线 $y = x + 2$ 于点 B, 交 y 轴于点 C, 此时 $\triangle ABC$ 的周长最小. 根据轴对称的性质可得 $AB = A'B, AC = A''C$, 所以 $\triangle ABC$ 的周长的最小值为 $AB + BC + AC = A'B + BC + A''C = A'A''$. 连接 $A'M$. 把 $x = 0$ 代入 $y = x + 2$, 得 $y = 2$, 把 $y = 0$ 代入 $y = x + 2$, 得 $0 = x + 2$, 解得 $x = -2$, 所以 $M(-2, 0), N(0, 2)$, 所以 $OM = ON = 2$, 所以 $\angle NMO = 45^\circ, AM = 1$. 因为点 A 和点 A' 关于直线 MN 对称, 点 A 和点 A'' 关于 y 轴对称, 所以 $\angle NMO = \angle NMA' = 45^\circ, A'M = AM = 1, A''(1, 0)$, 所以 $\angle A'MO = 90^\circ, A''M = 3$. 在 $\text{Rt}\triangle A'MA''$ 中, 根据勾股定理可得 $A'A'' = \sqrt{A'M^2 + A''M^2} = \sqrt{10}$, 所以 $\triangle ABC$ 的周长的最小值为 $\sqrt{10}$. 故选 A.



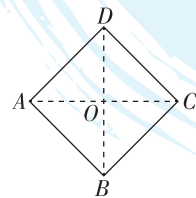
11. $x < 3$ 【解析】根据二次根式和分式的意义可得 $3 - x > 0$, 解得 $x < 3$, 故答案为 $x < 3$.

12. -3 【解析】根据平移的性质可得 $2a + 3 + 3 = 2a + 6 = 0$, 解得 $a = -3$.

13. $<$ 【解析】因为 $k = 3 > 0$, 所以 y 随着 x 的增大而增大. 因为 $-1 < 2$, 所以 $y_1 < y_2$, 故答案为 $<$.

14. $x > 3$ 【解析】根据图象可得当 $x > 3$ 时, 直线 $y = x + b$ 在直线 $y = kx + 6$ 的上方, 所以 $x + b > kx + 6$ 的解集是 $x > 3$, 故答案为 $x > 3$.

15. 2 cm 【解析】因为四边形 ABCD 为平行四边形, 所以 $BC = AD = 5$ cm, $AB = CD = 3$ cm, $AD \parallel BC$, 所以 $\angle DAE = \angle BEA$. 因为 AE 平分 $\angle BAD$, 所以 $\angle DAE = \angle BAE$, 所以 $\angle BEA = \angle BAE$, 所以 $BE = AB = 3$ cm, 所以 $EC = BC - BE = 2$ cm, 故答案为 2 cm.



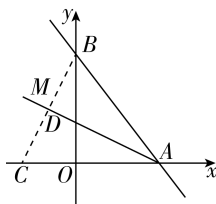
16. 90° 【解析】示意图如图所示, 连接 AC, BD , 交于点 O. 在菱形 ABCD 中, $AB = 20, AC = \frac{1}{3}AE = 20\sqrt{2}$, $AC \perp BD, AO = \frac{1}{2}AC, BO = \frac{1}{2}BD$, 所以 $AO = 10\sqrt{2}$. 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = 10\sqrt{2}$, 所以 $BD = 20\sqrt{2} = AC$, 所以菱形 ABCD 是正方形, 所以 $\angle DAB = 90^\circ$.

17. $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 【解析】对于 $y = -\frac{4}{3}x + 8$, 当 $x = 0$ 时, $y = 8$, 当 $y = 0$ 时, $x =$

6, 所以 $A(6, 0), B(0, 8)$, 所以 $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$. 如图, 设 $C(-4, 0)$, 连接 BC 交 AM 于点 D, 则 $AC = 10 = AB$. 因为 AM 是 $\angle BAO$ 的平分线, 所以 AM 垂直平分 BC, 所以 D 为 BC 的中点, 所以 $D(-2, 4)$. 设直线 AM 的表达式为

$$y = kx + b (k \neq 0), \text{ 则 } \begin{cases} 6k + b = 0, \\ -2k + b = 4, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = 3, \end{cases}$$

$y = -\frac{1}{2}x + 3$. 故答案为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$.



上分点拨 | 一次函数与几何结合

结合等腰三角形三线合一的性质和中点坐标的求法确定点 D 的坐标, 再利用待定系数法来求解函数表达式.

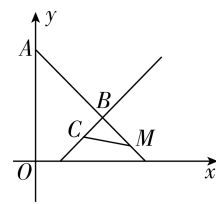
18. (1) $(3, 2)$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 【解析】(1) 因为 $m + n = mn$ 且 m, n 是正实数, 所以

$\frac{m}{n} + 1 = m$, 即 $\frac{m}{n} = m - 1$, 所以 $P(m, m - 1)$, 所以“友谊点”P 在直线 $y = x - 1$ 上. 因为点 A(0, 5) 在直线 $y = -x + b$ 上, 所以 $b = 5$, 所以直线 AM 的表达式为 $y = -x + 5$. 因为“友谊点”B 在线段 AM 上, 所以联立 $\begin{cases} y = x - 1, \\ y = -x + 5, \end{cases}$ 解得

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 2, \end{cases} \text{ 所以 } B(3, 2), \text{ 故答案为 } (3, 2).$$

(2) 如图, 因为一、三象限的角平分线 $y = x$ 垂直于二、四象限的角平分线 $y = -x$, 而直线 $y = x - 1$ 与直线 $y = x$ 平行, 直线 $y = -x + 5$ 与直线 $y = -x$ 平行, 所以直线 AM 与直线 $y = x - 1$ 垂直. 因为点 C 是“友谊点”, 所以点 C 在直线 $y = x - 1$ 上, 所以 $\angle MBC = 90^\circ$, 所以 $\triangle MBC$ 是直角三角形. 因为 $B(3, 2), A(0, 5)$, 所以 $AB = \sqrt{(3-0)^2 + (2-5)^2} = 3\sqrt{2}$. 因为 $AM = 4\sqrt{2}$, 所以 $BM = \sqrt{2}$. 又因为 $MC = \sqrt{3}$, 所以 $BC =$

$$\sqrt{MC^2 - BM^2} = 1, \text{ 所以 } S_{\triangle MBC} = \frac{1}{2}BM \cdot BC = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ 故答案为 } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



19-26. 见 P69 答案及评分细则.

卷10 第4章综合检测卷

答案及评分细则

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	C	A	D	C	B	C	C	D

轻松评分数

11. 11 12. 124 13. 5 14. 5 15. >

16. 8. 6 17. 2. 5 18. ②④

19. 【解】全年的平均日用电量为 $(4.4+4.0+5.0+5.6+3.4+4.8+3.4+5.2+4.0+4.2) \div 10 = 4.4$ (千瓦时).
所以这天与去年同日相比,该小区 200 户居民这一天共节约用电 $(7.8-4.4) \times 200 = 680$ (千瓦时).
..... (10 分)

20. 【解】(1) 对阵甲队的平均每场得分是 $\frac{25+30+27+26}{4} = 27$ (分), 对阵乙队的平均每场得分是 $\frac{27+31+20+26}{4} = 26$ (分).
..... (2 分)

(2) 对阵甲队得分的方差是 $\frac{1}{4} [(25-27)^2 + (30-27)^2 + (27-27)^2 + (26-27)^2] = 3.5$, 对阵乙队得分的方差是 $\frac{1}{4} [(27-26)^2 + (31-26)^2 + (20-26)^2 + (26-26)^2] = 15.5$.
因为 $3.5 < 15.5$, 所以他在对阵甲队时得分比较稳定. (7 分)

(3) 他在对阵甲队时总体发挥较好.
..... (8 分)
理由: 对阵甲队得分的平均数大于对阵乙队得分的平均数, 且对阵甲队得分的方差小于对阵乙队得分的方差; 他对阵甲队的平均失误次数是 $\frac{2+3+2}{4} = 1.75$ (次), 对阵乙队的平均失误次数是 $\frac{3+1+2+4}{4} = 2.5$ (次),
 $1.75 < 2.5$, 所以他在对阵甲队时总体发挥较好. (理由合理即可) (10 分)

上分攻略 评分细则

找准采分点

19. 正确求出样本的平均数得 5 分.

找准采分点

20. (1) 求出对阵甲队的平均每场得分得 1 分, 求出对阵乙队的平均每场得分得 1 分.

找准采分点

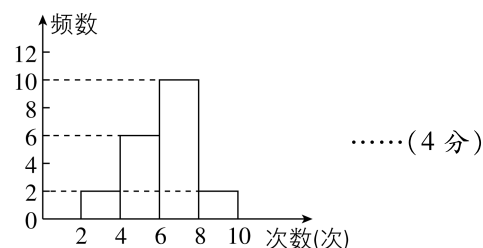
20. (2) 求出对阵甲队得分的方差得 2 分, 求出对阵乙队得分的方差得 2 分.

规避失分点

20. (3) 注意也要根据失误次数进行分析, 漏掉扣 1 分.

21. 【解】(1) 由题意得, $8 < x \leq 10$ 这一组的频数为 $20-2-6-10=2$, 补全频数分布表与频数分布直方图如下: (2 分)

次数 x	画记	频数
$2 < x \leq 4$	┐	2
$4 < x \leq 6$	正	6
$6 < x \leq 8$	正正	10
$8 < x \leq 10$	┐	2



$$(2) 200 \times \frac{10+2}{20} = 120 \text{ (人)}.$$

答: 估计该校八年级学生在此段时间内参加公益活动次数超过 6 次的人数为 120 人.
..... (8 分)
(3) 由题意得, 七年级的平均数为 6.2, 八年级的平均数为 6.8.
因为 $6.8 > 6.2$, 所以七年级学生在此段时间内参加公益活动的次数比八年级学生的少. (答案不唯一) (12 分)

22. 【解】(1) 由条形统计图可得总人数为 $4+7+6+3=20$, 及格人数为 $4+7+6=17$, 所以及格率 $m = \frac{17}{20} \times 100\% = 85\%$ (4 分)
(2) 由题意得, 成绩中位数是排名 (从高到低) 第 10 名与第 11 名成绩的平均数. 设排名第 11 名员工的成绩为 n 分, 所以 $\frac{24+n}{2} = 23$, 解得 $n = 22$.
答: 排名第 11 名员工的成绩为 22 分.
..... (9 分)

(3) 因为 $20 < 22$, 所以该公司的员工需要进修学习. 因为员工进修情况会发生变化, 即该公司成绩平均数要不低于 22 分, 所以成绩的总和需要增加 $20 \times 2 = 40$ (分), 所以至少有 4 名员工有科研技术奖励分值, 员工进修情况才会发生变化. (14 分)

找准采分点

21. (1) 补全频数分布表得 2 分, 补全频数分布直方图得 2 分.

规避失分点

21. (2) 列式计算应写上单位.

找准采分点

21. (3) 任选平均数或方差角度作答, 言之有理即可得分.

找准采分点

22. (1) 求出 m 的值得 4 分.

找准关键点

22. (2) 结合中位数的求法列方程是解题的关键.

上分解析

1. D 【解析】由题图可知, 17°C 出现了 2 次, 出现次数最多, 故众数为 17°C . 故选 D.

2. C 【解析】 $\frac{0.5 \times 6 + 1 \times 11 + 1.5 \times 8 + 2 \times 5}{30} = 1.2$ (t), $180 \times 1.2 = 216$ (t), 故估计这 180 名同学所在的家庭一个月节约用水的总量大约是 216 t. 故选 C.

3. C 【解析】因为随机调查的总人数为 $8 \div 20\% = 40$, 所以参加合唱比赛的频率是 $16 \div 40 = 40\%$, 故选 C.

4. A 【解析】从 9 个原始分中去掉一个最高分和一个最低分, 得到 7 个有效分, 则这 7 个有效分与 9 个原始分相比, 一定不会发生改变的统计量是中位数. 故选 A.

5. D 【解析】由频数直方图可得, 参加植树活动的班级有 $4+5+7+5+3=24$ (个), 故选项 A 说法正确, 不符合题意; 频数直方图的组距为 5, 故选项 B 说法正确, 不符合题意; 种植树木的数量少于 35 棵的班级占全部班级的 $\frac{4+5+7}{24} = \frac{2}{3}$, 故选项 C 说法正确, 不符合题意; 有 3 个班级种树的数量都大于或等于 40 棵而小于 45 棵, 故选项 D 说法错误, 符合题意. 故选 D.

6. C 【解析】根据题意计算得, 小琪的最终成绩为 92.5 分, 小清的最终成绩为 91.6 分, 小明的最终成绩为 92 分. 因为 $92.5 > 92 > 91.6$, 所以冠军、亚军、季军分别是小琪、小明、小清. 故选 C.

7. B 【解析】根据题意得, 该组数据为 11, 9, 8, 6, 6, 共 5 个数, $n=5$, 平均数为 8, 故选项 A、C 的结论正确, 不符合题意; 添加一个数 8 后, 平均数不变, 方差为 $\frac{1}{6} [(11-8)^2 + (9-8)^2 + 2 \times (8-8)^2 + 2 \times (6-8)^2]$, 可知添加一个数 8 后方差改变, 故选项 B 的结论错误, 符合题意; 这组数据中 6 出现的次数最多, 故这组数据的众数是 6, 故选项 D 的结论正确, 不符合题意. 故选 B.

8. C 【解析】A 选项, 乙选手的最短复原时间为 37.6 秒, 甲选手的最短复原时间为 20.2 秒, $37.6 > 20.2$ 秒, 故此选项错误, 不符合题意; B 选项, 丙选手复原时间的平均数为 $\frac{20.3+20.4+28.2+36.1}{4} = 26.25$ (秒), 丁选手复原时间的平均数为 $\frac{22.9+27.8+33.5+34.3}{4} = 29.625$ (秒), $26.25 < 29.625$ 秒, 故此选项错误, 不符合题意; C 选项, 甲选手复原时间的中位数为 $\frac{29.3+30.7}{2} = 30$ (秒), 丁选手复原时间的中位数为 $\frac{27.8+33.5}{2} = 30.65$ (秒), $30 < 30.65$ 秒, 故此选项正确, 符合题意; D 选项, 乙选手复原时间的平均数为 $\frac{37.6+38.4+39.1+39.3}{4} = 38.6$ (秒), 则其方差为 $\frac{1}{4} \times [(37.6-38.6)^2 + (38.4-38.6)^2 + (39.1-38.6)^2 + (39.3-38.6)^2] = 0.445$, 丁选手复原时间的方差为 $\frac{1}{4} \times [(22.9-29.625)^2 + (27.8-$

$29.625)^2 + (33.5 - 29.625)^2 + (34.3 - 29.625)^2] = 21.356875$. 因为 $0.445 < 21.356875$, 所以乙选手复原时间的方差小于丁选手复原时间的方差, 故此选项错误, 不符合题意. 故选 C.

9. C 【解析】根据题意可知, 甲组数据的最小值为 60, 最大值为 100, 中位数为 90, 第一四分位数为 70, 第三四分位数为 96, 故 A、B 选项错误. 根据箱线图可知, 甲组数据比较分散, 乙组数据比较集中, 故 C 选项正确. 根据题目所给信息无法判断两组数据平均数的大小, 故 D 选项错误, 故选 C.

10. D 【解析】依题意得, 原数据的平均数为 $\bar{x} = \frac{1}{7}(a+b+c+d+e+f+g) = m$, 所以 $a+b+c+d+e+f+g = 7m$, 所以 $3a-2, 3b-2, 3c-2, 3d-2, 3e-2, 3f-2, 3g-2$ 的平均数为 $\bar{x}' = \frac{1}{7}[(3a-2) + (3b-2) + (3c-2) + (3d-2) + (3e-2) + (3f-2) + (3g-2)] = \frac{1}{7} \times (3 \times 7m - 2 \times 7) = 3m - 2$. 因为原数据的方差为 $s^2 = \frac{1}{7}[(a-m)^2 + (b-m)^2 + (c-m)^2 + (d-m)^2 + (e-m)^2 + (f-m)^2 + (g-m)^2] = n$, 所以数据 $3a-2, 3b-2, 3c-2, 3d-2, 3e-2, 3f-2, 3g-2$ 的方差为 $s'^2 = \frac{1}{7}[(3a-2-3m+2)^2 + (3b-2-3m+2)^2 + (3c-2-3m+2)^2 + (3d-2-3m+2)^2 + (3e-2-3m+2)^2 + (3f-2-3m+2)^2 + (3g-2-3m+2)^2] = \frac{1}{7}[(a-m)^2 + (b-m)^2 + (c-m)^2 + (d-m)^2 + (e-m)^2 + (f-m)^2 + (g-m)^2] \times 9 = 9n$. 故选 D.

上分技巧 | 数据变化对平均数、方差的影响

数据加减同一个数, 平均数对应加减同一个数, 方差不变; 数据乘除同一个数, 平均数对应乘除同一个数, 方差乘除该数的平方.

11. 11 【解析】由题意得 $20 \times (1 - 0.45) = 20 \times 0.55 = 11$. 故答案为 11.

12. 124 【解析】将这 8 名同学每分钟跳绳的个数按从小到大的顺序排列为 93, 112, 136, 145, 155, 165, 171, 182. 因为 $\frac{1}{4} \times 8 = 2$, 所以这组数据的第一四分位数是第 2 个数与第 3 个数的平均数, 即 $\frac{112+136}{2} = 124$.

13. 5 【解析】 $14 \div 3 = 4\frac{2}{3}$, 所以这组数据应分成 5 组. 故答案为 5.

14. 5 【解析】一组数据 3, 4, n , 6, 9 的中位数是 5, 根据中位数的定义可知 $n = 5$, 故答案为 5.

上分点拨 | 中位数的计算

将一组数据按照从小到大(或从大到小)的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数; 如果数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

15. > 【解析】观察日平均气温统计图可知, 乙地的日平均气温比较稳定, 波动小, 则乙地的日平均气温的方差较小, 故 $s_{\text{甲}}^2 > s_{\text{乙}}^2$. 故答案为 >.

16. 8.6 【解析】该选手成绩的平均数是 $\frac{10 \times 3 + 9 \times 4 + 8 \times 6 \times 2}{10} = 8.6$ (环), 故答案为 8.6.

上分总结 | 加权平均数

加权平均数: 若 n 个数 x_1, x_2, \dots, x_n 的权分别是 w_1, w_2, \dots, w_n , 那么 $\frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$ 叫作这 n 个数的加权平均数.

17. 2.5 【解析】小华此次演讲比赛得分数据的平均数为 $\frac{1}{6} \times (8 + 7.5 + 9.5 + 8.5 + 8.5 + 9) = 8.5$, 所以离差平方和为 $(8 - 8.5)^2 + (7.5 - 8.5)^2 + (9.5 - 8.5)^2 + (8.5 - 8.5)^2 + (8.5 - 8.5)^2 + (9 - 8.5)^2 = 2.5$. 故答案为 2.5.

18. ②④ 【解析】由题意知, 该组数据从小到大排序, 第 1 个数为 2, 第 4 个数为 6. 当该组数据为 2, 4, 6, 6, 7, 7, 7 时, 符合题意, 故①错误; 可能有学生投中了 9 个, 故②正确; 当该组数据为 2, 4, 5, 6, 7, 7, 10 时, 7 个数的和最大, 最大值为 41, 故③错误; 当该组数据为 2, 2, 4, 6, 7, 7, 7 时, 平均数为 5, 故④正确. 故答案为②④.

19-22. 见 P72 答案及评分细则.

第二部分 期末复习突破

复习专项(一) 基础题组

上分解析

1. A 【解析】由题可知 $\frac{2+2+x+5+8}{5} = 4$, 解得 $x = 3$, 故选 A.

2. B 【解析】由题意得 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 360^\circ$. 因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 280^\circ$, 所以 $\angle 5 = 360^\circ - 280^\circ = 80^\circ$, 故选 B.

3. C 【解析】A 选项, 不是轴对称图形, 但它是中心对称图形, 不符合题意; B 选项, 不是轴对称图形, 也不是中心对称图形, 不符合题意; C 选项, 是轴对称图形, 也是中心对称图形, 符合题意; D 选项, 是轴对称图形, 但不是中心对称图形, 不符合题意. 故选 C.

4. B 【解析】根据成绩的平均数可得乙和丙的成绩要比甲和丁好, 根据方差可得甲和乙的成绩比丙和丁稳定. 因为要选择一名成绩好且发挥稳定的学生参赛, 所以选择乙. 故选 B.

上分技巧 | 数据离散程度的判断

方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布越集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

5. C 【解析】在 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 中, 当 $x = 2$ 时, $y = \frac{1}{2} \times 2 + 1 = 2$, 故选 C.

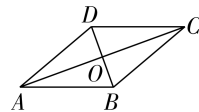
6. B 【解析】因为 E, F 分别是 AB, AC 的中点, 所以 EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 所以 $EF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$, 故选 B.

7. B 【解析】根据题表可得当 $x = 1$ 时, $y = 0$, 所以关于 x 的方程 $ax + b = 0$ 的解是 $x = 1$. 故选 B.

8. A 【解析】因为 $A(3, 0)$ 和 $B(5, 0)$ 对称, 所以对称轴为直线 $x = \frac{3+5}{2} = 4$. 因为 $C(1, 4)$ 与点 D 关于直线 $x = 4$ 对称, 所以 $D(7, 4)$. 故选 A.

9. A 【解析】因为两人成绩的平均数相同, 方差分别为 $s_{\text{甲}}^2 = 0.3, s_{\text{乙}}^2 = a$, 且乙成绩较稳定, 所以 $a < 0.3$, 所以 a 的值可以是 0.2. 故选 A.

10. C 【解析】如图, 设 AC, BD 交于点 O . 因为四边形 $ABCD$ 是菱形, 所以 $AC \perp BD$, 所以 $\angle COD = 90^\circ$. 因为 $\angle CDB = 70^\circ$, 所以 $\angle ACD = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$. 故选 C.



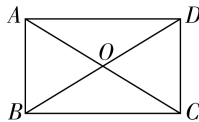
11. C 【解析】因为一次函数 $y = -x + 4$ 和 $y = ax + 2$ ($a \neq 0$) 的图象交于点 $M(1, 3)$, 所以关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = ax + 2 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$, 故选 C.

12. C 【解析】李老师从学校出发, 接到电话前, 离学校的距离是随着时间的增加而增加的, 接到电话后, 开始返校, 离学校的距离是随着时间的增加而减少的, 故排除 A、B 选项. 又因为是急忙赶回学校, 所以返回时用的时间较少, 所以 C 正确. 故选 C.

13. C 【解析】由题意可知, 风筝形状为正方形, 其面积为 450 cm^2 . 设对角线长为 $a \text{ cm}$, 则 $\frac{1}{2}a^2 = 450$, 所以 $a = 30$ (负值已舍去), 所以两条对角线所用的竹条长度为 $2 \times 30 = 60$ (cm), 故选 C.

14. C 【解析】由图象可知不等式 $kx + b \geq x + a$ 的解集为 $x \leq 3$. 故选 C.

15. A 【解析】如图, 因为四边形 $ABCD$ 是矩形, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 所以 $CD = AB, \angle BAD = \angle BCD = 90^\circ, OB = OD$, 但 AB 与 BC 不一定相等, 所以 A 符合题意, B、C、D 不符合题意, 故选 A.



16. D 【解析】结合题图可知, 点 P 在 BC 上运动时, $\triangle ABP$ 的面积 y 随 x 的增大而增大, 点 P 在 CD 上运动时, $\triangle ABP$ 的面积 y 不变, 所以 $BC = 4, CD = 5$, 所以矩形 $ABCD$ 的面积为 $4 \times 5 = 20$. 故选 D.

17. 二 【解析】因为 $P(a+b, ab)$ 在第二象限, 所以 $a+b < 0, ab > 0$, 所以 $a < 0, b < 0$, 所以 $-b > 0$, 所以点 $Q(a, -b)$ 在第二象限. 故答案为二.

18. 三 【解析】因为一次函数 $y = kx + 1$ 的函数值 y 随 x 的增大而减小, 所以 $k < 0$. 因为 $b = 1 > 0$, 所以此函数的图象不经过第三象限. 故答案为三.

19. $y_3 < y_1 < y_2$ 【解析】因为一次函数 $y = 2x - 2$ 中, $k = 2 > 0$, 所以 y 随着 x 的增大而增大. 因为一次函数 $y = 2x - 2$ 的图象过点 $(a, y_1), (a+1, y_2), (a-2, y_3)$, 且 $a-2 < a < a+1$, 所以 $y_3 < y_1 < y_2$, 故答案为 $y_3 < y_1 < y_2$.

答案及上分解析

20. $AC \perp BD$ (答案不唯一) 【解析】因为 $AD = BC, AB = CD$, 所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以当 $AC \perp BD$ 时, 四边形 $ABCD$ 是菱形, 故答案为 $AC \perp BD$ (答案不唯一).

21. 5 【解析】直线 $y = -2x - 1$ 向上平移 a ($a > 0$) 个单位长度后的表达式为 $y = -2x - 1 + a$, 把 $(1, 2)$ 代入得 $2 = -2 - 1 + a$, 解得 $a = 5$. 故答案为 5.

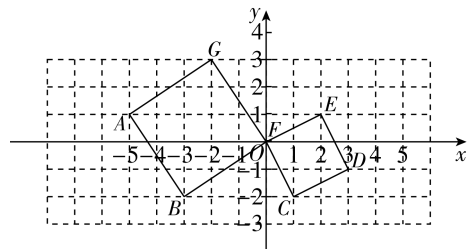
22. $4\sqrt{3}$ 【解析】因为 $\angle C = 90^\circ, \angle B = 30^\circ, AC = \sqrt{3}$, 所以 $AB = 2AC = 2\sqrt{3}$. 因为 B 与 B' 关于 A 中心对称, 所以 $BB' = 2AB = 4\sqrt{3}$, 故答案为 $4\sqrt{3}$.

23. 4.8 【解析】根据条形统计图可得, 将这 45 名同学的视力检查数据由小到大排列后的第 23 个同学视力检查的数据是 4.8, 所以这 45 名同学视力检查数据的中位数是 4.8. 故答案为 4.8.

24. $y = 70 - 8x$ ($0 < x < 7.5$) 【解析】 $y = 2[(20 - 2x) + (15 - 2x)] = 70 - 8x$ ($0 < x < 7.5$), 所以 $y = 70 - 8x$ ($0 < x < 7.5$). 故答案为 $y = 70 - 8x$ ($0 < x < 7.5$).

25. 八 【解析】设正多边形的边数为 n , 则 $(n - 2) \times 180^\circ = 1\ 080^\circ$, 解得 $n = 8$, 故答案为八.

26. 【解】(1) 建立平面直角坐标系, 如图所示.



(2) 由图可知, 七个点中在第二象限的点是 $A(-5, 1), G(-2, 3)$.

27. 【证明】因为 $AB = AC, \angle B = 60^\circ$, 所以 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以 $AB = BC$. 又因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以四边形 $ABCD$ 是菱形.

28. 【证明】因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle EAF = \angle AEB$. 因为 $AE \perp BC, CF \perp AD$, 所以 $\angle EAF = \angle AEB = 90^\circ, \angle AFC = 90^\circ$, 所以 $\angle EAF = \angle AEC = \angle AFC = 90^\circ$, 所以四边形 $AECF$ 是矩形.

29. 【解】(1) 抽取的 10 名学生的射击成绩中, 出现次数最多的是 7 环, 共出现 5 次, 因此众数是 7 环; 将抽取的 10 名学生的射击成绩从小到大排列后处在第 5, 6 位的都是 7 环, 因此中位数是 7 环; $m = 10 - 1 - 5 - 3 = 1$. 故答案为 7 环, 7 环, 1.

$$(2) \bar{x} = \frac{6 \times 1 + 7 \times 5 + 8 \times 3 + 9 \times 1}{10} = 7.4 \text{ (环)}.$$

上分警示 | 统计量的书写规范

在实际问题中, 中位数、平均数、众数是有单位的.

30. 【证明】因为四边形 $ABCD$ 为正方形, 所以 $AB = CB, \angle ABE = \angle CBE = 45^\circ$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBE$ 中, $\begin{cases} AB = CB, \\ \angle ABE = \angle CBE, \\ BE = BE, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABE \cong \triangle CBE$ (边角边), 所以 $AE = CE$.

31. 【解】(1) 把 $A(0, 3)$ 和 $B(2, -1)$ 代入 $y = kx + b$, 得 $\begin{cases} b = 3, \\ 2k + b = -1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -2, \\ b = 3, \end{cases}$ 所以一次函数表达式为 $y = -2x + 3$.

(2) 当 $y = 0$ 时, $-2x + 3 = 0$, 解得 $x = \frac{3}{2}$, 则 $C(\frac{3}{2}, 0)$, 所以一次函数的图象与两坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{4}$.

32. 【解】(1) 因为四边形 $ABCD$ 是菱形, 所以 $S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} \times BD \times AC$, 所以 $\frac{1}{2} \times 4 \times AC = 4$, 解得 $AC = 2$.

(2) 因为四边形 $ABCD$ 是菱形, $BD = 4, AC = 2$, 所以 $OB = \frac{1}{2}BD = 2, OC = \frac{1}{2}AC = 1, AC \perp BD$. 根据勾股定理得 $BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{5}$. 又因为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AE = \frac{1}{2} S_{\text{菱形}ABCD} = 2$, 所以 $\frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times AE = 2$, 所以 $AE = \frac{4}{5}\sqrt{5}$.

33. 【解】(1) $\frac{80 - 50}{2 - 1} = 30$ (件/h), 所以乙机器的工作效率是 30 件/h.

$\frac{320 - 80 - 3 \times 30}{5 - 2} = 50$ (件/h), 所以甲机器提速后的工作效率是 50 件/h, 故答案为 30, 50.

(2) 当 $2 \leq x \leq 5$ 时, 设 y 关于 x 的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$). 将 $(2, 80)$ 和 $(5, 320)$ 代入, 得 $\begin{cases} 2k + b = 80, \\ 5k + b = 320, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 80, \\ b = -80, \end{cases}$ 所以 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 80x - 80$ ($2 \leq x \leq 5$).

(3) 甲机器提速前的工作效率为 $\frac{50 - 30}{1} = 20$ (件/h), 甲机器提速后的工作效率为 50 件/h. 依题意得, $20 \times 1 + 50 \times (x - 2) = 150$, 解得 $x = \frac{23}{5}$, 所以甲机器加工 150 个零件时, x 的值为 $\frac{23}{5}$. 故答案为 $\frac{23}{5}$.

复习专项 (二) 中等题组

上分解析

1. C 【解析】由题意可得胶片的移动方式为先向右平移 3 个单位, 再向上平移 2 个单位, 所以点 P 的坐标为 $(3 + 3, 3 + 2)$, 即 $(6, 5)$, 故选 C.

2. A 【解析】因为 $DF \perp AD$, 所以 $\angle ADF = 90^\circ$. 因为 $AE = EF$, 所以 $DE = \frac{1}{2}AF$, 所以 $DE = EF = AE$. 因为 $DC = EF$, 所以 $DE = DC$, 所以 $\angle DCE = \angle DEC$. 因为 $AE = DE$, 所以 $\angle DAE = \angle ADE$, 所以 $\angle DEC = \angle DAE + \angle ADE = 2\angle DAE$, 所以 $\angle DCE = 2\angle DAE$. 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以

$AD \parallel BC$, 所以 $\angle BCA = \angle DAC$, 所以 $\angle BCD = \angle DCE + \angle ACB = 3\angle DAE = 57^\circ$, 所以 $\angle DAE = 19^\circ$, 所以 $\angle ADE = 19^\circ$. 故选 A.

3. B 【解析】因为一次函数 $y_1 = k_1x + b_1$ ($k_1 \neq 0$) 的图象经过第一、二、四象限, 所以 $k_1 < 0, b_1 > 0$. 因为一次函数 $y_2 = k_2x + b_2$ ($k_2 \neq 0$) 的图象经过第二、三、四象限, 所以 $k_2 < 0, b_2 < 0$, 所以 $k_1 \cdot k_2 > 0$, 故 A 选项不符合题意; $k_1 + k_2 < 0$, 故 B 选项符合题意; $b_1 - b_2 > 0$, 故 C 选项不符合题意; $b_1 \cdot b_2 < 0$, 故 D 选项不符合题意. 故选 B.

上分技巧 | 一次函数的图象与 y 轴的交点

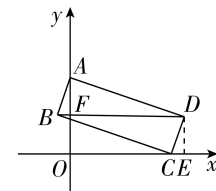
直线 $y = kx + b$ 与 y 轴交于点 $(0, b)$, 当 $b > 0$ 时, $(0, b)$ 在 y 轴的正半轴上, 直线与 y 轴交于正半轴; 当 $b < 0$ 时, $(0, b)$ 在 y 轴的负半轴上, 直线与 y 轴交于负半轴.

4. D 【解析】由题意知, $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5 \times 2 = 10, (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + (x_4 - 2)^2 + (x_5 - 2)^2 = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$, 所以另一组数据的平均数为 $\frac{1}{5} \times (3x_1 - 2 + 3x_2 - 2 + 3x_3 - 2 + 3x_4 - 2 + 3x_5 - 2) = 4$, 另一组数据的方差

为 $\frac{1}{5} \times [(3x_1 - 2 - 4)^2 + (3x_2 - 2 - 4)^2 + (3x_3 - 2 - 4)^2 + (3x_4 - 2 - 4)^2 + (3x_5 - 2 - 4)^2] = \frac{1}{5} \times [9(x_1 - 2)^2 + 9(x_2 - 2)^2 + 9(x_3 - 2)^2 + 9(x_4 - 2)^2 + 9(x_5 - 2)^2] = \frac{9}{5} \times$

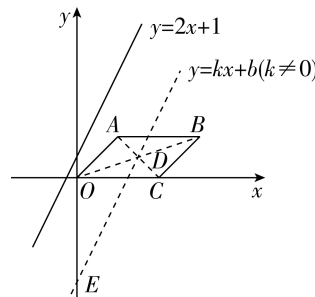
$[(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + (x_4 - 2)^2 + (x_5 - 2)^2] = \frac{9}{5} \times \frac{5}{3} = 3$, 故选 D.

5. $(\frac{9}{2}, \frac{3}{2})$ 【解析】如图, 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于点 E , 设 BD 与 OA 交于点 F . 因为四边形 $ABCD$ 是矩形, 所以 $AB = DC, \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$. 由矩形 $ABCD$ 的顶点 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 3), (-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}),$



$(4, 0), BD \parallel x$ 轴, 得 $AO = 3, OF = \frac{3}{2}, BF = \frac{1}{2}, OC = 4, \angle AFB = \angle DEC = 90^\circ, \angle DBC = \angle OCB$. 因为 $\angle ABD + \angle DBC = 90^\circ, \angle OCB + \angle DCE = 90^\circ$, 所以 $\angle ABD = \angle DCE$, 所以 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$, 所以 $CE = FB = \frac{1}{2}, DE = AF = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$, 所以 $OE = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$, 所以 $D(\frac{9}{2}, \frac{3}{2})$. 故答案为 $(\frac{9}{2}, \frac{3}{2})$.

6. 6 【解析】如图, 连接 AC, BO 交于点 D . 当平移直线 $y = 2x + 1$ 使其经过 D 点时, 该直线可将平行四边形 $OABC$ 的面积平分. 因为四边形 $AOCB$ 是平行四边形, 所以 $BD = OD$. 因为 $B(6, 2)$, 所以 $D(3, 1)$. 设直线 $y = 2x + 1$ 向下平移经过 D 点时与 y 轴交于点 E , 设直线 DE 的表达式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$). 因为直线 DE 平行于直线 $y = 2x + 1$, 所以 $k =$



2. 因为直线 DE 过 $D(3,1)$, 所以 $1=3 \times 2+b$, 所以 $b=-5$, 所以直线 DE 的表达式为 $y=2x-5$, 所以直线 $y=2x+1$ 要向下平移 6 个单位可将平行四边形 $OABC$ 的面积平分, 所以平移时间为 6 秒, 故答案为 6.

7. (1) 【证明】因为四边形 $ABCD$ 是菱形, 所以 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle ECM = \angle ADM$. 因为 M 为 CD 的中点, 所以 $CM = DM$. 在 $\triangle CME$ 和 $\triangle DMA$ 中,
$$\begin{cases} \angle ECM = \angle ADM, \\ CM = DM, \\ \angle CME = \angle DMA, \end{cases}$$
 所以 $\triangle CME \cong \triangle DMA$ (角边角).

(2) 【解】四边形 $BDEF$ 是矩形. 证明如下: 因为四边形 $ABCD$ 是菱形, 所以 $AD = BC = CD$. 由 (1) 可知, $\triangle CME \cong \triangle DMA$, 所以 $CE = AD$, 所以 $CE = BC$. 又因为 $CF = CD$, 所以四边形 $BDEF$ 是平行四边形. 因为 $CD = BC$, 所以 $DF = BE$, 所以平行四边形 $BDEF$ 是矩形.

8. 【解】(1) 根据题意和表格中的数据可知火车运输的总费用为 $200 \times (600 \div 100) + 600 \times 15 + 2\ 000 = 12\ 200$ (元), 汽车运输的总费用为 $200 \times (600 \div 80) + 600 \times 20 + 900 = 14\ 400$ (元). 故答案为 12 200, 14 400.

(2) 火车运输的总费用 y_1 (元) 与 x (千米) 之间的函数关系式是 $y_1 = 200 \times \frac{x}{100} + 15x + 2\ 000 = 17x + 2\ 000$, 汽车运输的总费用 y_2 (元) 与 x (千米) 之间的函数关系式是 $y_2 = 200 \times \frac{x}{80} + 20x + 900 = 22.5x + 900$.

(3) 令 $17x + 2\ 000 < 22.5x + 900$, 解得 $x > 200$.

答: 如果选择火车运输方式合算, 那么 x 的取值范围是 $x > 200$.

9. 【解】(1) 本次抽取的学生有 $15 \div 37.5\% = 40$ (人), $m\% = 10 \div 40 \times 100\% = 25\%$, 所以 $m = 25$. 抽取的学生一周的课外劳动时间为 2 h 的有 $40 \times 20\% = 8$ (人), 所以抽取的学生课外劳动时间的中位数是 3 h, 众数是 3 h. 故答案为 25, 3, 3.

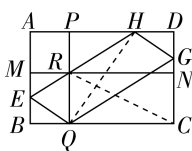
(2) 此次调查的学生的一周平均课外劳动时间是 $\frac{4 \times 1 + 8 \times 2 + 15 \times 3 + 10 \times 4 + 5 \times 3}{40} = 3$ (h).

(3) 根据中位数、众数和平均数可知大部分学生的课外劳动时间约为 3 h. (答案合理即可)

复习专项 (三) 重难题组

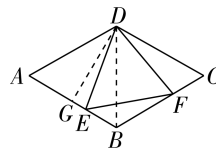
上分解析

1. C 【解析】如图所示, 连接 HQ, RC . 由题可得 $AD \parallel BC, EH \parallel QG, EH = GQ$, 所以 $\angle AHQ = \angle CQH, \angle EHQ = \angle GQH$, 所以 $\angle AHE = \angle CQG$. 又因为 $\angle HAE = \angle QCG = 90^\circ, EH = GQ$, 所以 $\triangle AEH \cong \triangle CGQ$, 所以 $AH = CQ$. 又因为 $S_{\triangle EQH} = S_{\triangle EQR} + S_{\triangle RQH} = \frac{1}{2} RQ \times AH, S_{\triangle CQR} = \frac{1}{2} RQ \times CQ$, 所以 $S_{\triangle EQH} = S_{\triangle CQR}$, 所以 $2S_{\triangle EQH} = 2S_{\triangle CQR}$, 即 $S_{\text{平行四边形}EQGH} = S_{\text{矩形}RQCN}$, 所以要求平行四边形 $EQGH$ 的



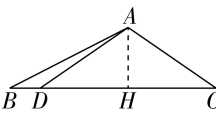
面积, 只需知道四边形 $RQCN$ 的面积. 故选 C.

2. A 【解析】由题意得, 矩形 $ABCD$ 的周长为 $(3+2) \times 2 = 10$. 设点 P, Q 运动的时间为 t 秒. 当 $2t+3t=10$, 即 $t=2$ 时, 点 P, Q 第一次相遇, 此时相遇点 M_1 的坐标为 $(1,0)$; 当 $2t+3t=20$, 即 $t=4$ 时, 点 P, Q 第二次相遇, 此时相遇点 M_2 的坐标为 $(-1,0)$; 当 $2t+3t=30$, 即 $t=6$ 时, 点 P, Q 第三次相遇, 此时相遇点 M_3 的坐标为 $(1,2)$; 当 $2t+3t=40$, 即 $t=8$ 时, 点 P, Q 第四次相遇, 此时相遇点 M_4 的坐标为 $(0,-1)$; 当 $2t+3t=50$, 即 $t=10$ 时, 点 P, Q 第五次相遇, 此时相遇点 M_5 的坐标为 $(-1,2)$; 当 $2t+3t=60$, 即 $t=12$ 时, 点 P, Q 第六次相遇, 此时相遇点 M_6 的坐标为 $(1,0)$, \dots , 所以点 P, Q 每五次相遇为一个循环. 因为 $2\ 026 \div 5 = 405 \dots 1$, 所以 $M_{2\ 026}$ 的坐标为 $(1,0)$. 故选 A.



3. $2\sqrt{3}$ 【解析】如图所示, 连接 BD , 过点 D 作 $DG \perp AB$ 于 G . 因为四边形 $ABCD$ 是菱形, 所以 $AB = AD = BC = CD = 4, \angle C = \angle A = 60^\circ$, 所以 $\triangle ABD, \triangle BCD$ 都是等边三角形, 所以 $CD = BD, \angle ABD = \angle CDB = \angle C = 60^\circ$. 又因为 $BE = CF$, 所以 $\triangle BDE \cong \triangle CDF$, 所以 $DE = DF, \angle BDE = \angle CDF$, 所以 $\angle BDE + \angle BDF = \angle CDF + \angle BDF$, 即 $\angle EDF = \angle CDB = 60^\circ$, 所以 $\triangle EDF$ 是等边三角形, 所以 $EF = DE$, 所以当 DE 最小时, EF 有最小值. 当 E 与 G 重合时, DE 最小, 此时 EF 最小, 最小值为 DG 的长. 因为 $DG \perp AB$, 所以 $\angle ADG = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$, 所以 $AG = \frac{1}{2} AD = 2$, 所以 $DG = \sqrt{AD^2 - AG^2} = 2\sqrt{3}$, 所以 EF 的最小值为 $2\sqrt{3}$, 故答案为 $2\sqrt{3}$.

4. $\sqrt{13}, 2\sqrt{5}$ 【解析】由图象得, 当 $x=1$ 时, $y=\sqrt{13}$, 即 $BD=1$ 时, $AD=\sqrt{13}$; 当 $x=7$ 时, $y=\sqrt{13}$, 即 $BD=7$ 时, C, D 重合, 此时 $AD=AC=\sqrt{13}$, 所以 $BC=7$. 当 $BD=1$, 即 $CD=6$ 时, $\triangle ADC$ 是以 $\angle DAC$ 为顶角, 腰长为 $\sqrt{13}$ 的等腰三角形. 如图, 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H . 在 $\text{Rt} \triangle ACH$ 中, $AC = \sqrt{13}, CH = DH = \frac{1}{2} CD = 3$, 则 $AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{13 - 9} = 2$. 在 $\text{Rt} \triangle ABH$ 中, $AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} = \sqrt{(1+3)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$, 故答案为 $\sqrt{13}, 2\sqrt{5}$.



5. 【解】(1) 因为四边形 $ABCD$ 是矩形, 所以 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle CAD = \angle ACB, \angle AEF = \angle CFE$. 因为 EF 垂直平分 AC , 垂足为 O , 所以 $OA = OC$, 所以 $\triangle AOE \cong \triangle COF$, 所以 $OE = OF$, 所以四边形 $AFCE$ 为平行四边形. 又因为 $EF \perp AC$, 所以四边形 $AFCE$ 为菱形. 设菱形的边长 $AF = CF = x$ cm, 则 $BF = (8-x)$ cm. 在 $\text{Rt} \triangle ABF$ 中, $AB = 4$ cm, 由勾股定理得 $4^2 + (8-x)^2 = x^2$, 解得 $x = 5$, 所以 $AF = 5$ cm.

(2) ①显然当 P 点在 AF 上时, Q 点在 CD 上, 此时以 A, C, P, Q 四点为顶点的四边形不能构成平行四边形. 同理 P 点在 AB 上时, Q 点在 DE 或 CE 上, 此时以 A, C, P, Q 四点为顶点的四边形不能构成平行四边形. 因此只

有当 P 点在 BF 上、 Q 点在 ED 上时, 以 A, C, P, Q 四点为顶点的四边形才能构成平行四边形, 如图 (1), 此时 $PC = QA$. 因为点 P 的速度为每秒 5 cm, 点 Q 的速度为每秒 4 cm, 运动时间为 t 秒, 所以 $PC = PF + FC = PF + AF = 5t$ cm, $QA = CD + AD - 4t = (12 - 4t)$ cm, 所以 $5t = 12 - 4t$, 解得 $t = \frac{4}{3}$, 所以以 A, C, P, Q 四点为顶

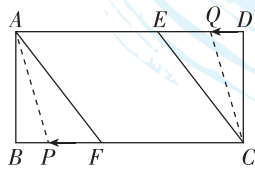


图 (1)

点的四边形是平行四边形时, $t = \frac{4}{3}$.

②由题意得, 当四边形 $APCQ$ 是平行四边形时, 点 P, Q 在互相平行的对应边上. 分三种情况: (i) 如图 (2), 当 P 点在 AF 上、 Q 点在 CE 上时, $AP = CQ$, 即 $a = 12 - b$, 所以 $a + b = 12$; (ii) 如图 (3), 当 P 点在 BF 上、 Q 点在 DE 上时, $AQ = CP$, 即 $12 - b = a$, 所以 $a + b = 12$; (iii) 如图 (4), 当 P 点在 AB 上、 Q 点在 CD 上时, $AP = CQ$, 即 $12 - a = b$, 所以 $a + b = 12$. 综上所述, a 与 b 满足的数量关系式是 $a + b = 12 (ab \neq 0)$.

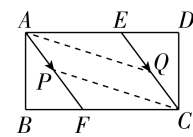


图 (2)

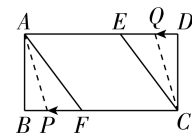


图 (3)

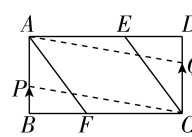


图 (4)

6. 【解】(1) 因为直线 $AB: y = -x + b$ 过点 $A(3,0)$, 所以 $-3 + b = 0$, 所以 $b = 3$, 所以直线 AB 的函数表达式为 $y = -x + 3$. 令 $x = 0$, 则 $y = 3$, 所以 $B(0,3)$. 因为点 A 沿 x 轴向右平移 3 个单位得到点 D , 所以 $D(6,0)$. 设直线 BD 的函数表达式为 $y = kx + m$, 则有
$$\begin{cases} 6k + m = 0, \\ m = 3, \end{cases}$$
 解得
$$\begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ m = 3, \end{cases}$$

所以直线 BD 的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

(2) 存在. 因为 $S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} OB \cdot OD = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9, S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$, 所以 $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle BOD} - S_{\triangle AOB} - S_{\triangle ABE} = 9 - \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = 3$. 又因为 $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AD \cdot y_E = \frac{3}{2} y_E = 3$, 所以 $y_E = 2$. 将 $y = 2$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x + 3$, 解得 $x = 2$, 所以点 E 的坐标为 $(2,2)$.

(3) 点 K 的位置不发生变化. 如图, 过点 Q 作 $QC \perp x$ 轴. 设 $PA = n$. 因为 $\angle POB = \angle PCQ = \angle BPQ = 90^\circ$, 所以 $\angle OPB + \angle QPC = 90^\circ, \angle QPC + \angle PQC = 90^\circ$, 所以 $\angle OPB = \angle PQC$. 因为 $PB = PQ$, 所以 $\triangle BOP \cong \triangle PCQ$, 所以 $BO = PC = 3, OP = CQ = 3 + n$, 所以 $AC = 3 + n = QC$, 所以 $\angle QAC = \angle OAK = 45^\circ$, 所以 $OA = OK = 3$, 所以 $K(0,-3)$.

