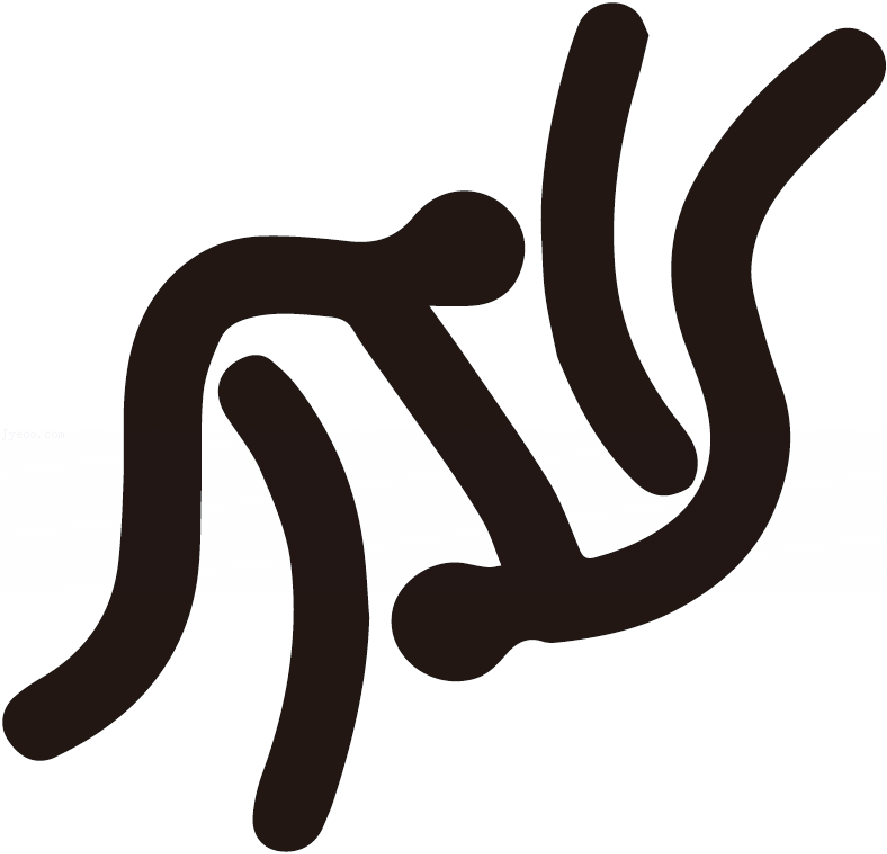
**2024-2025学年河南省焦作市八年级（下）期末数学试卷**

**一、选择题（每题3分，共30分）**

1．（3分）下列体育运动图标中，是中心对称图形的是（　　）

A．

B．

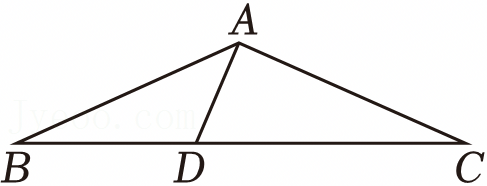
C．

D．

2．（3分）若*a*＞*b*，则下列不等式变形正确的是（　　）

A．*a*+5＜*b*+5 B． C．2*a*﹣1＞2*b*﹣1 D．﹣3*a*＞﹣3*b*

3．（3分）如图，在△*ABC*中，*AB*＝*AC*，∠*BAC*＝130°，*DA*⊥*AC*，则∠*ADB*＝（　　）



A．100° B．115° C．130° D．145°

4．（3分）下列各式从左到右的变形，是因式分解的是（　　）

A．2*a*（*b*﹣*c*）＝2*ab*﹣2*ac* B．*a*2﹣9＝（*a*+3）（*a*﹣3）

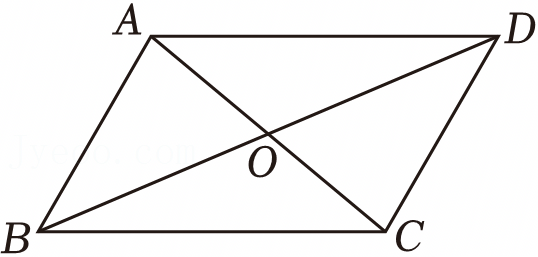
C．*ab*+*ac*+1＝*a*（*b*+*c*）+1 D．（*x*﹣2）（*x*+2）＝*x*2﹣4

5．（3分）如果把分式中的*x*和*y*都变为原来的5倍，那么分式的值（　　）

A．变为原来的5倍 B．变为原来的25倍

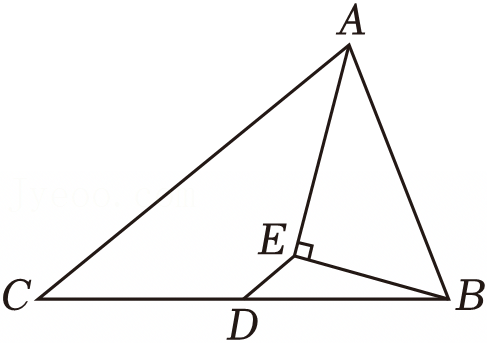
C．变为原来的 D．不变

6．（3分）如图，▱*ABCD*的对角线*AC*与*BD*相交于点*O*，则下列结论一定正确的是（　　）



A．*AB*＝*BC* B．*AD*＝*BC* C．*OA*＝*OB* D．*AC*⊥*BD*

7．（3分）如图，在△*ABC*中，点*D*是*BC*边的中点，*AE*平外∠*BAC*，*BE*⊥*AE*于*E*，已知*AB*＝8，*AC*＝12，则*DE*的长为（　　）



A．5 B．4 C．3 D．2

8．（3分）若*k*为任意整数，则（*k*+3）2﹣（*k*﹣2）2的值总能（　　）

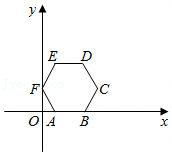
A．被2整除 B．被3整除 C．被5整除 D．被7整除

9．（3分）生活中常用各种正多边形地砖铺砌成美丽的图案．用形状、大小完全相同的一种或几种平面图形进行拼接，彼此之间不留空隙、不重叠地铺成一片，就是平面图形的镶嵌．下列图形中不能与正三角形镶嵌整个平面的是（　　）

A．正方形 B．正五边形

C．正六边形 D．正十二边形

10．（3分）如图，边长为1的正六边形*ABCDEF*放置于平面直角坐标系中，边*AB*在*x*轴正半轴上，顶点*F*在*y*轴正半轴上，将正六边形*ABCDEF*绕坐标原点*O*顺时针旋转，每次旋转60°，那么经过第2025次旋转后，顶点*D*的坐标为（　　）



A．（，） B．（，）

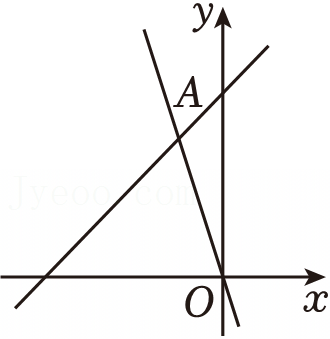
C．（，） D．（，）

**二、填空题（每题3分，共15分）**

11．（3分）要使分式有意义，请写出一个满足条件的*x*的值　 　 ．

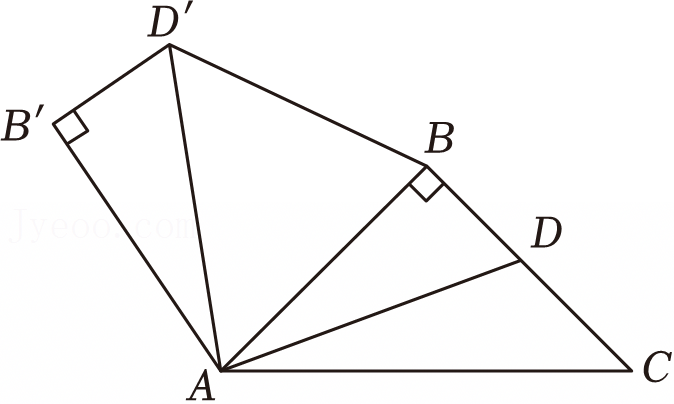
12．（3分）若关于*x*的一元一次不等式组无解，则*m*的取值范围是　 　 ．

13．（3分）如图，在平面直角坐标系中，直线*y*＝﹣3*x*和*y*＝*kx*+*b*相交于点*A*，若不等式﹣3*x*≥*kx*+*b*的解集为*x*≤﹣1，则点*A*的坐标为　 　 ．



14．（3分）若关于*x*的分式方程有增根，则*k*的值为 　 　 ．

15．（3分）如图，Rt△*ABC*中，*AB*＝*BC*＝2，∠*ABC*＝90°，*D*是*BC*的中点，将△*ABD*绕点*A*逆时针旋转α（0°＜α＜360°）得△*AB*′*D*′，连接*BD*′，当*BD*′∥*AC*时，*BD*′的长为　 　 ．



**三、解答题（本大题共8个小题，共75分）**

16．（9分）（1）分解因式：2*x*3﹣2*x*；

（2）解不等式组：．

17．（9分）先化简，再求值：，选择一个适当的数作为*x*的值代入求值．

18．（9分）【阅读材料】

配方法是数学中一种重要的思想方法．它是指将一个式子或一个式子的某一部分通过恒等变形化为完全平方式的方法．这种方法常被用到代数式的变形中，并结合非负数的意义来解决一些问题．

①用配方法分解因式

例1：分解因式*x*2+4*x*﹣5．

解：*x*2+4*x*﹣5＝*x*2+4*x*+22﹣22﹣5

＝（*x*+2）2﹣9

＝（*x*+2+3）（*x*+2﹣3）

＝（*x*+5）（*x*﹣1）

②用配方法求值

例2：已知*x*2+*y*2﹣2*x*+4*y*+5＝0，求*x*+*y*的值．

解：原方程可化为：*x*2﹣2*x*+1+*y*2+4*y*+4＝0，即（*x*﹣1）2+（*y*+2）2＝0．

∵（*x*﹣1）2≥0，（*y*+2）2≥0，

∴*x*＝1，*y*＝﹣2，

∴*x*+*y*＝﹣1．

请根据上述材料解决下列问题：

（1）用配方法分解因式*a*2﹣2*a*﹣3；

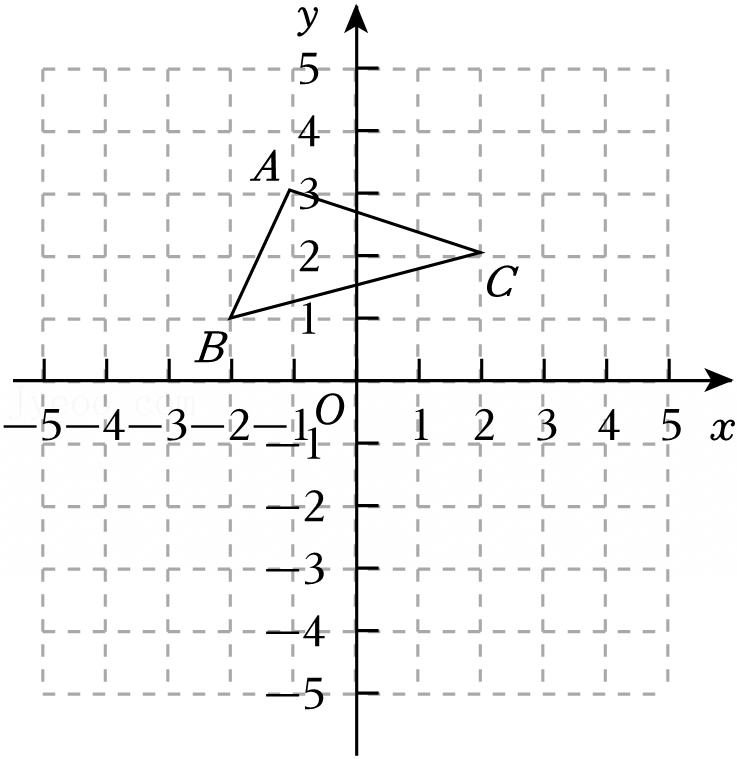
（2）已知△*ABC*的三边长分别为*a*，*b*，*c*，且*a*，*b*满足*a*2+*b*2﹣8*a*﹣10*b*+41＝0，求边*c*的取值范围．

19．（9分）如图，在平面直角坐标系中，△*ABC*三个顶点的坐标分别是*A*（﹣1，3），*B*（﹣2，1），*C*（2，2）．

（1）将△*ABC*先向下平移3个单位长度，再向右平移2个单位长度得到△*A*1*B*1*C*1，画出△*A*1*B*1*C*1；

（2）将△*ABC*绕点*B*逆时针旋转90°得到△*A*2*BC*2，画出△*A*2*BC*2；

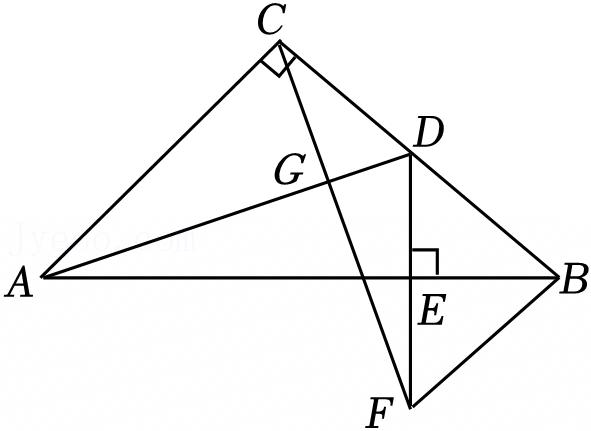
（3）从（1）中的两个三角形的六个顶点中任意选择四个顶点顺次连接可以得到：　 　 个平行四边形，写出其中一个平行四边形的面积　 　 ．



20．（9分）如图，在等腰Rt△*ABC*中，∠*ACB*＝90°，*D*为*BC*的中点，*DE*⊥*AB*，垂足为*E*，过点*B*作*BF*∥*AC*交*DE*的延长线于点*F*，连接*CF*．

（1）求证：*AD*⊥*CF*；

（2）连接*AF*，试判断△*ACF*的形状，并说明理由．

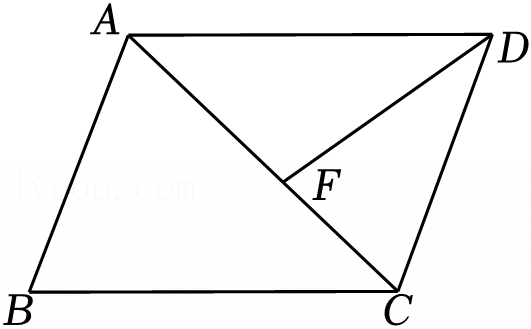


21．（9分）如图，四边形*ABCD*是平行四边形，*AC*是对角线．

（1）请用无刻度的直尺和圆规作∠*ABC*的平分线交*AC*于点*E*；

（2）在（1）的条件下，若*F*是*AC*上一点，且*DF*∥*BE*，求证：*DF*平分∠*ADC*；

（3）在（1）（2）的条件下，若*AB*⊥*AC*，∠*ABC*＝60°，则*S*△*ABE*：*S*△*BCE*＝　 　 ．



22．（9分）2025年2月7日至2月14日第9届亚洲冬季运动会在哈尔滨举行，吉祥物“滨滨”和“妮妮”深受大众喜爱．某商场购进一批“滨滨”和“妮妮”吉祥物的布偶共300件，其中购进“滨滨”布偶用了4000元，购进“妮妮”布偶用了12000元，已知每件“妮妮”的进价是“滨滨”的1.5倍．

（1）求每件“滨滨”和“妮妮”布偶的进价分别是多少元？

（2）如果两款吉祥物布偶按进价的1.5倍标价销售，“滨滨”很快售完，那么“妮妮”至少售出多少件后，剩余的按五折优惠售出，才能使两款吉祥物布偶全部售完的总利润不低于5750元．（不考虑其他因素）

23．（12分）某数学兴趣小组发现平行四边形（邻边不相等）的对角平分线互相平行．合作探究：同学们讨论时，甲同学提出一组对角平分线互相平行的四边形是平行四边形；乙同学说“不对，应该是一组对角相等，且这一组对角的平分线互相平行的四边形是平行四边形”．

（1）哪位同学的意见正确？　 　 ．（填写序号：①甲正确②乙正确③都不正确）

（2）如果你认为哪位同学的意见正确，请就下面的图形写出已知条件并给予证明；如果认为两个人的说法都不正确，请说明理由．

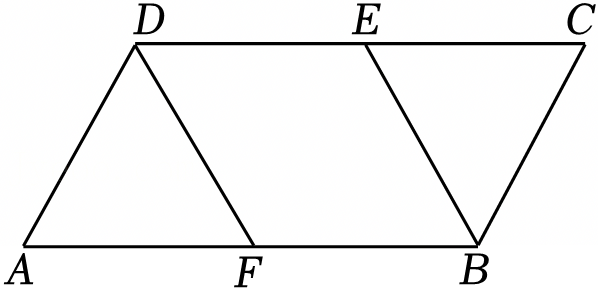
已知：如图，四边形*ABCD*中，*DF*、*BE*　 　 ，

*DF*∥*BE*．

求证：四边形*ABCD*是平行四边形．

拓展探究：同学们改变条件，继续研究，请帮助同学们计算下面的问题：

（3）一组对角互补，且这一组对角的平分线互相平行的四边形相邻三边的长依次是、2、，这个四边形的面积是　 　 ．



**2024-2025学年河南省焦作市八年级（下）期末数学试卷**

**参考答案与试题解析**

**一．选择题（共10小题）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 答案 | B | C | B | B | A | B | D | C | B | A |

**一、选择题（每题3分，共30分）**

1．【分析】把一个图形绕着某一个点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形称为中心对称图形，据此依次对各个运动图标进行分析即可作出判断．

【解答】解：*A*．选项图形不是中心对称图形，不符合题意；

*B*．选项图形是中心对称图形，符合题意；

*C*．选项图形不是中心对称图形，不符合题意；

*D*．选项图形不是中心对称图形，不符合题意．

故选：*B*．

【点评】本题考查了中心对称图形，掌握中心对称图形的定义是关键．

2．【分析】依据不等式的基本性质，对每个选项逐一进行分析判断，看其变形是否正确．

【解答】解：∵不等式基本性质1：*a*＞*b*，两边同时加5，故*a*+5＞*b*+5，*A*选项错误，不符合题意；

∵不等式基本性质2：故，*B*选项错误，不符合题意；

∵不等式基本性质2：*a*＞*b*，两边先乘2（正数），得2*a*＞2*b*；

又∵不等式基本性质1：2*a*＞2*b*两边再减1，

∴2*a*﹣1＞2*b*﹣1，*C*选项正确，符合题意；

∵不等式基本性质3：*a*＞*b*，两边乘﹣3（负数），

∴﹣3*a*＜﹣3*b*，*D*选项错误，不符合题意；

故选：*C*．

【点评】本题主要考查了不等式的基本性质，熟练掌握不等式两边加（减）、乘（除）数时不等号方向的变化规律是解题的关键．

3．【分析】根据等边对等角得出∠*B*＝∠*C*，根据∠*BAC*＝130°即可求出∠*C*的度数，由*DA*⊥*AC*得出∠*DAC*＝90°，从而求出∠*ADC*的度数，问题得解．

【解答】解：在△*ABC*中，*AB*＝*AC*，

∴∠*B*＝∠*C*，

∵∠*BAC*＝130°，

∴∠*B*＝∠*C*25°，

∵*DA*⊥*AC*，

∴∠*DAC*＝90°，

∴∠*ADC*＝90°﹣25°＝65°，

∴∠*ADB*＝180°﹣∠*ADC*＝180°﹣65°＝115°，

故选：*B*．

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，三角形内角和定理，熟练掌握这些知识点是解题的关键．

4．【分析】依据因式分解的定义，即把一个多项式化为几个整式积的形式，对每个选项进行判断．

【解答】解：*A*、2*a*（*b*﹣*c*）＝2*ab*﹣2*ac*属于整式乘法，不是因式分解，选项计算错误，不符合题意；

*B*、*a*2﹣9＝（*a*+3）（*a*﹣3）是因式分解，选项计算正确，符合题意；

*C*、*ab*+*ac*+1＝*a*（*b*+*c*）+1右边不是几个整式积的形式，不是因式分解，选项计算错误，不符合题意；

*D*、（*x*﹣2）（*x*+2）＝*x*2﹣4属于整式乘法，不是因式分解，选项计算错误，不符合题意．

故选：*B*．

【点评】本题主要考查了因式分解的定义掌握因式分解是把一个多项式化为几个整式积的形式这一概念是解题的关键．

5．【分析】把分式中的*x*和*y*都变为原来的5倍，根据分式的基本性质化简即可．

【解答】解：，

故把分式中的*x*和*y*都变为原来的5倍，那么分式的值变为原来的5倍．

故选：*A*．

【点评】根据分式的基本性质，把分式的分子和分母变化相同的倍数，分式的值不变．

6．【分析】利用平行四边形的性质一一判断即可解决问题．

【解答】解：*A*、平行四边形的邻边不相等，无法得到*AB*＝*BC*，故此选项不合题意；

*B*、因为平行四边形的对边相等，故*AD*＝*BC*，故此选项符合题意；

*C*、平行四边形的对角线不相等，无法得出*AO*＝*BO*，故此选项不合题意；

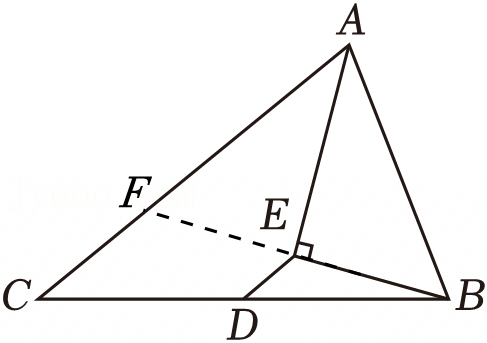
*D*、平行四边形的对角线不垂直，无法得到*AC*⊥*BD*，故此选项不合题意．

故选：*B*．

【点评】本题考查平行四边形的性质，熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键．

7．【分析】通过延长*BE*交*AC*于点*F*，利用角平分线和垂直条件证明三角形全等，得到线段相等关系，再结合中位线定理求出*DE*的长．

【解答】解：延长*BE*交*AC*于点*F*．



∵*AE*平分∠*BAC*，

∴∠*BAE*＝∠*FAE*；

∵*BE*⊥*AE*，

∴∠*AEB*＝∠*AEF*＝90°，

在△*AEB*和△*AEF*中，

，

∴△*AEB*≌△*AEF*（*ASA*）．

∴*AF*＝*AB*＝8，*BE*＝*FE*（全等三角形对应边相等）．

∵*AC*＝12，*AF*＝8，

∴*CF*＝*AC*﹣*AF*＝12﹣8＝4．

∵*D*是*BC*中点，*E*是*BF*中点，

∴*DE*是△*BCF*的中位线（三角形中位线定义：连接三角形两边中点的线段 ）．

根据三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半，

∴．

综上，*DE*的长为2，

故选：*D*．

【点评】本题主要考查了全等三角形的判定与性质以及三角形中位线定理，熟练掌握全等三角形的判定条件（如*ASA* ）证明三角形全等，进而得出线段关系，再利用中位线定理计算线段长度是解题的关键．

8．【分析】运用乘法公式展开，再根据整式的加减运算得到5（2*k*+1），结合*k*为任意整数，得到2*k*+1是整数，由此即可求解．

【解答】解：原式＝*k*2+6*k*+9﹣（*k*2﹣4*k*+4）

＝10*k*+5

＝5（2*k*+1），

由条件可知2*k*+1是整数，

∴（*k*+3）2﹣（*k*﹣2）2的值总能被5整除，

故选：*C*．

【点评】本题考查了整式的混合运算，掌握乘法公式的运用是解题的关键．

9．【分析】进行平面镶嵌就是在同一顶点处的几个多边形的内角和应为360°，因此我们只需验证360°是不是上面所给的几个正多边形的一个内角度数的整数倍即可．

【解答】解：*A*、2个正方形与3个正三角形能进行平面镶嵌，因为2×90°+3×60°＝360°；

*B*、正五边形不能与正三角形进行平面镶嵌，因为正五边形的内角和为108°．108°的整数倍与60°的整数倍的和不等于360°；

*C*、2个正六边形与2个三角形能进行平面镶嵌，因为2×120°+2×60°＝360°；

*D*、2个正十二边形与1个正三角形能进行平面镶嵌，因为2×150°+1×60°＝360°；

故选：*B*．

【点评】本题考查了求正多边形一个内角度数，可先求出这个外角度数，让180°减去即可．一种正多边形的镶嵌应符合一个内角度数能整除360°；两种或两种以上几何图形镶嵌成平面的关键是：围绕一点拼在一起的多边形的内角加在一起恰好组成一个周角．

10．【分析】如图，连接*AD*，*BD*．首先确定点*D*的坐标，再根据6次一个循环，由2025÷6＝337•••3，推出经过第2025次旋转后，顶点*D*的坐标与第三次旋转得到的*D*3的坐标相同，由此即可解决问题．

【解答】解：如图，连接*AD*，*BD*．

在正六边形*ABCDEF*中，*AB*＝1，*AD*＝2，∠*ABD*＝90°，

∴*BD*，

在Rt△*AOF*中，*AF*＝1，∠*OAF*＝60°，

∴∠*OFA*＝30°，

∴*OAAF*，

∴*OB*＝*OA*+*AB*，

∴*D*（，），

∵将正六边形*ABCDEF*绕坐标原点*O*顺时针旋转，每次旋转60°，

∴6次一个循环，

∵2025÷6＝337……3，

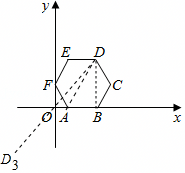
∴经过第2025次旋转后，顶点*D*的坐标与第三次旋转得到的*D*3的坐标相同，

∵*D*与*D*3关于原点对称，

∴*D*3（，），

∴经过第2025次旋转后，顶点*D*的坐标（，），

故选：*A*．



【点评】本题考查正多边形与圆，规律型问题，坐标与图形变化﹣旋转等知识，解题的关键是学会探究规律的方法，属于中考常考题型．

**二、填空题（每题3分，共15分）**

11．【分析】根据分母不为零的条件进行解题即可．

【解答】解：∵分式有意义，

∴*x*﹣1≠0，

∴*x*≠1．

故*x*可以为2．

故答案为：2（答案不唯一）．

【点评】本题考查分式有意义的条件．分式有意义的条件是分母不等于零．

12．【分析】根据一元一次不等式组解集的确定方法直接解答即可．

【解答】解：∵无解，

∴*m*≤2，

故答案为：*m*≤2．

【点评】本题考查不等式的解集，解题的关键是正确推理．

13．【分析】观察图象，不等式﹣3*x*≥*kx*+*b*的解集为*x*≤﹣1确定*A*点横坐标，从而求其坐标．

【解答】解：由条件可设点*A*的坐标为（﹣1，*m*），

将（﹣1，*m*）代入*m*＝﹣3*x*可得*m*＝﹣3×（﹣1）＝3，

∴点*A*的坐标为（﹣1，3），

故答案为：（﹣1，3）．

【点评】本题考查了一次函数与一元一次不等式的关系，数形结合是关键．

14．【分析】分式方程去分母转化为整式方程，由分式方程有增根求出*x*的值，代入整式方程计算即可求出*k*的值．

【解答】解：去分母得：*x*＝*k*，

∵分式方程有增根，

∴*x*﹣1＝0，

解得：*x*＝1，

把*x*＝1代入整式方程得：*k*＝1．

故答案为：1．

【点评】此题考查了分式方程的增根，增根确定后可按如下步骤进行：①化分式方程为整式方程；②把增根代入整式方程即可求得相关字母的值．

15．【分析】先证明△*ABC*为等腰直角三角形，得出∠*BAC*＝∠*C*＝45°，，根据勾股定理得出，即，分两种情况：当点*D*′在点*B*的左侧时，当点*D*′在点*B*的右侧时，分别画出图形，求出结果即可．

【解答】解：∵*AB*＝*BC*＝2，∠*ABC*＝90°，

∴△*ABC*为等腰直角三角形，

∴∠*BAC*＝∠*C*＝45°，

由勾股定理得：，

∵点*D*为*BC*的中点，

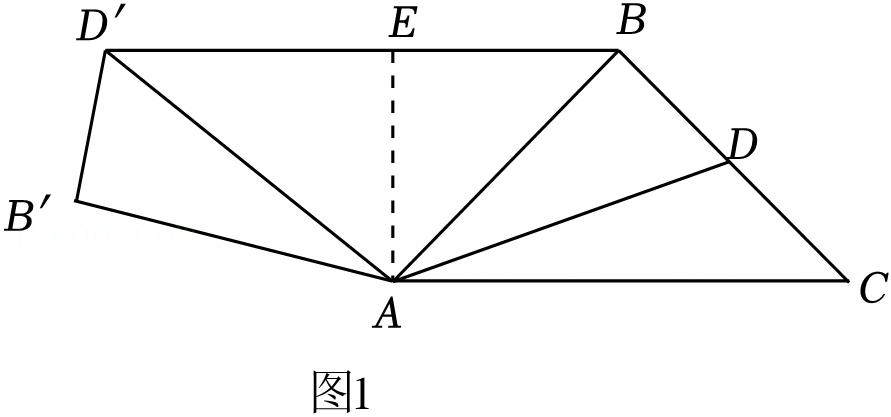
∴，

在直角三角形*ABD*中，由勾股定理得：，

∵将△*ABD*绕点*A*逆时针旋转α（0°＜α＜360°）得△*AB*′*D*′，

∴，

当点*D*′在点*B*的左侧时，过点*A*作*AE*⊥*BD*′于点*E*，如图1：



则∠*AEB*＝∠*AED*′＝90°，

∵*BD*′∥*AC*，

∴∠*ABE*＝∠*BAC*＝45°，

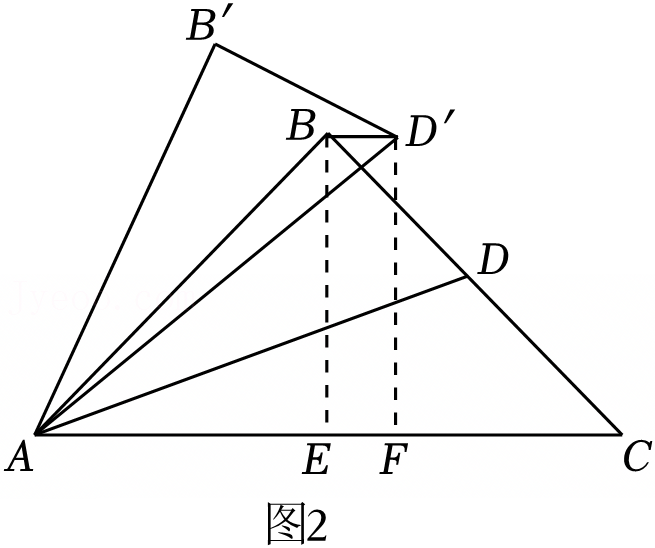
∴△*ABE*为等腰直角三角形，

∴，

在直角三角形*AD*′*E*中，由勾股定理得：，

∴；

当点*D*′在点*B*的右侧时，过点*B*作*BE*⊥*AC*于点*E*，过点*D*′作*D*′*F*⊥*AC*于点*F*，如图2，



则∠*AEB*＝∠*CEB*＝∠*AFD*′＝90°，

∵△*ABC*为等腰直角三角形，

∴，

∵*BE*⊥*AC*，*D*′*F*⊥*AC*，

∴*BE*∥*D*′*F*，

∵*BD*′∥*AC*，

∴四边形*BEFD*′为平行四边形，

∴*EF*＝*BD*′，，

在直角三角形*AD*′*F*中，由勾股定理得：，

∴；

综上所述，或．

故答案为：或．

【点评】本题主要考查了旋转的性质，平行线的性质，等腰直角三角形，勾股定理，解题的关键是熟练掌握相关的判定和性质，注意分类讨论．

**三、解答题（本大题共8个小题，共75分）**

16．【分析】（1）先提取公因式，然后利用平方差公式进行因式分解；

（2）先解出每个不等式的解集，即可得到不等式组的解集．

【解答】解：（1）原式＝2*x*（*x*2﹣1）＝2*x*（*x*+1）（*x*﹣1）；

（2），

由①得*x*＞﹣2，

由②得

故不等式组的解集是：．

【点评】本题考查的是因式分解，解一元一次不等式组，熟知以上知识是解题的关键．

17．【分析】根据分式混合运算法则计算化简，再代入适当的*x*的值求出结果

【解答】解：，

又因为*x*+1≠0，*x*﹣2≠0，

所以*x*≠﹣1，*x*≠2，

所以当*x*＝3时，原式＝3．

【点评】此题考查分式的化简求值，熟练掌握运算法则是关键．

18．【分析】（1）根据材料中的配方法分解因式步骤解题即可；

（2）根据配方法分解因式得到（*a*﹣4）2+（*b*﹣5）2＝0，再根据非负数的性质求解即可．

【解答】解：（1）原式＝（*a*﹣1）2﹣4

＝（*a*﹣1+2）（*a*﹣1﹣2）

＝（*a*+1）（*a*﹣3）；

（2）原方程可化为（*a*2﹣8*a*+16）+（*b*2﹣10*b*+25）＝0，即（*a*﹣4）2+（*b*﹣5）2＝0，

∵（*a*﹣4）2≥0，（*b*﹣5）2≥0，

∴*a*＝4，*b*＝5，

∴5﹣4＜*c*＜4+5，

∴边*c*的取值范围为1＜*c*＜9；

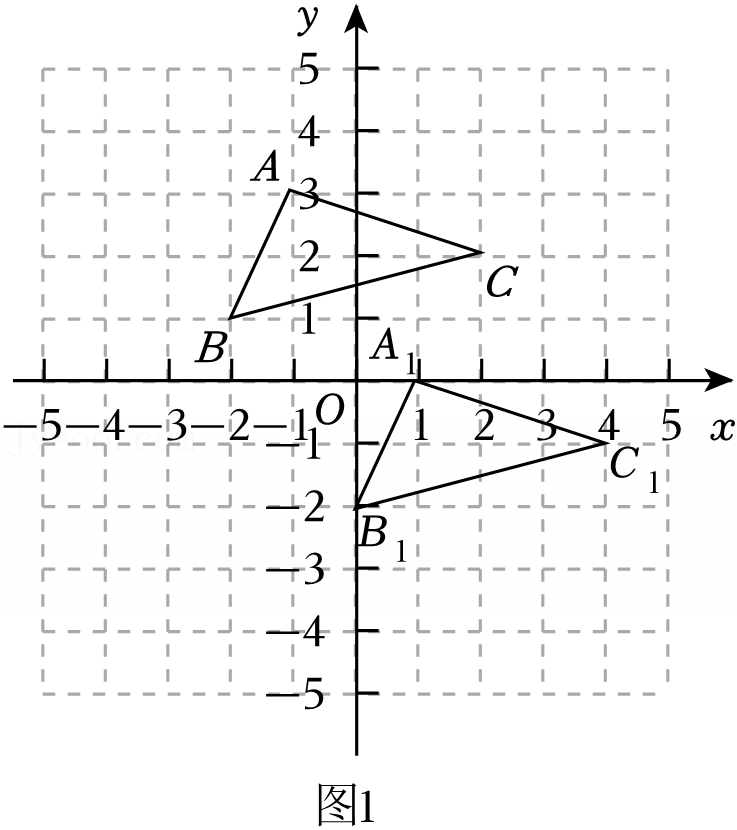
【点评】本题考查因式分解及其应用，熟练掌握该知识点是关键．

19．【分析】（1）将三个顶点分别先向下平移3个单位长度，再向右平移2个单位得到其对应点，再首尾顺次连接即可；

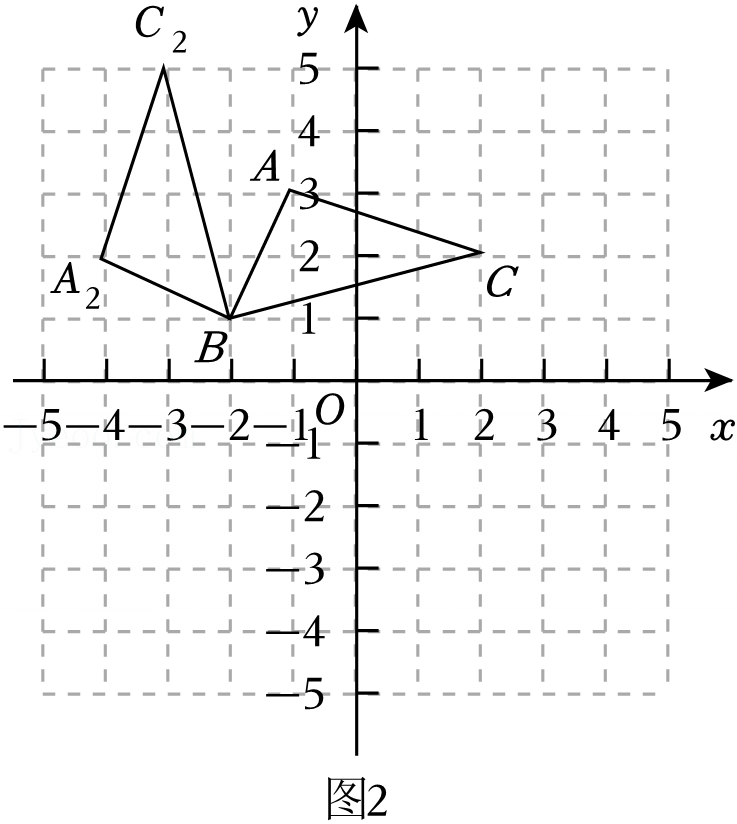
（2）将三个顶点分别绕点*B*逆时针旋转90°得到其对应点，再首尾顺次连接即可得；

（3）结合平行四边形的性质分析求解．

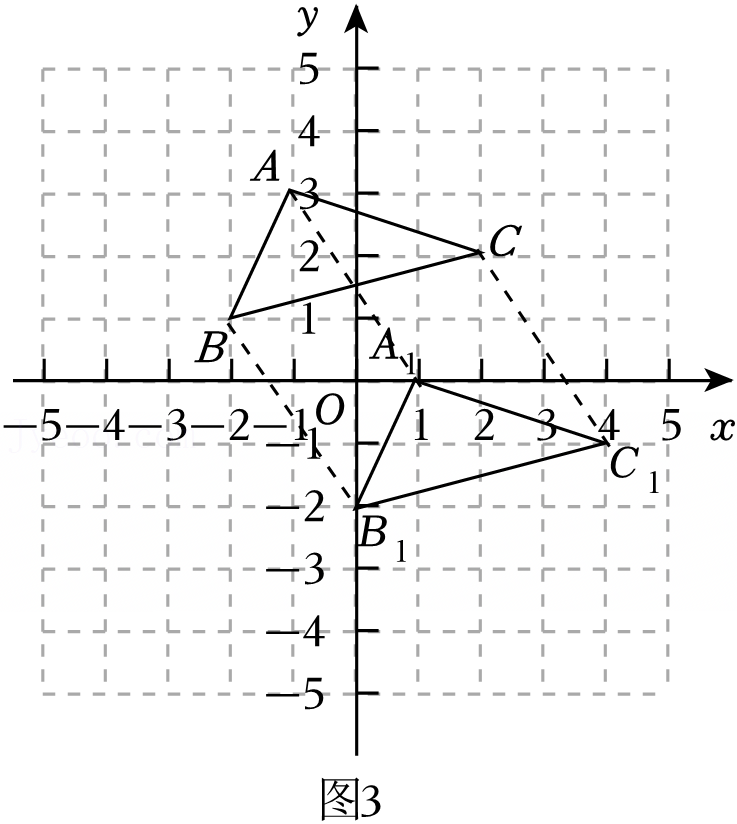
【解答】解：（1）将△*ABC*先向下平移3个单位长度，再向右平移2个单位长度得到△*A*1*B*1*C*1，如图1即为所求；



（2）将△*ABC*绕点*B*逆时针旋转90°得到△*A*2*BC*2，如图2即为所求；



（3）根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，可得从（1）中的两个三角形的六个顶点中任意选择四个顶点顺次连接可以得到3个平行四边形，分别为▱*ABB*1*A*1，▱*AA*1*C*1*C*，▱*BB*1*C*1*C*，



，

，

．

故答案为：3；（答案不唯一）．

【点评】本题主要考查作图﹣旋转变换，平行四边形的判定与性质，作图﹣平移变换，掌握旋转变换和平移变换的定义与性质是解题的关键．

20．【分析】（1）欲求证*AD*⊥*CF*，先证明∠*CAG*+∠*ACG*＝90°，需证明∠*CAG*＝∠*BCF*，利用三角形全等，易证．

（2）要判断△*ACF*的形状，看其边有无关系．根据（1）的推导，易证*CF*＝*AF*，从而判断其形状．

【解答】（1）证明：在等腰Rt△*ABC*中，∠*ACB*＝90°，*D*为*BC*的中点，*DE*⊥*AB*，

∴∠*CBA*＝∠*CAB*＝45°，∠*DEB*＝90°，

∴∠*BDE*＝45°．

又∵*BF*∥*AC*交*DE*的延长线于点*F*，

∴∠*CBF*＝90°，

∴∠*BFD*＝45°＝∠*BDE*，

∴*BF*＝*DB*，

又∵*D*为*BC*的中点，

∴*CD*＝*DB*，

即*BF*＝*CD*，

在△*CBF*和△*ACD*中，

，

∴△*CBF*≌△*ACD*（*SAS*），

∴∠*BCF*＝∠*CAD*．

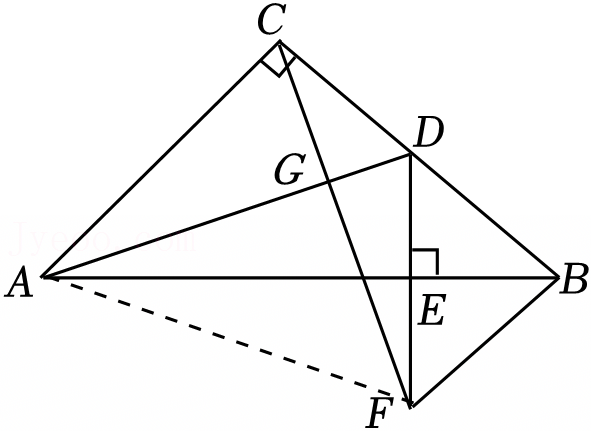
又∵∠*BCF*+∠*GCA*＝90°，

∴∠*CAD*+∠*GCA*＝90°，

即*AD*⊥*CF*；

（2）解：△*ACF*是等腰三角形，理由如下：

连接*AF*，如图，



由（1）知：△*CBF*≌△*ACD*，

∴*CF*＝*AD*，

∵△*DBF*是等腰直角三角形，且*BE*是∠*DBF*的平分线，

∴*BE*垂直平分*DF*，

∴*AF*＝*AD*，

∵*CF*＝*AD*，

∴*CF*＝*AF*，

∴△*ACF*是等腰三角形．

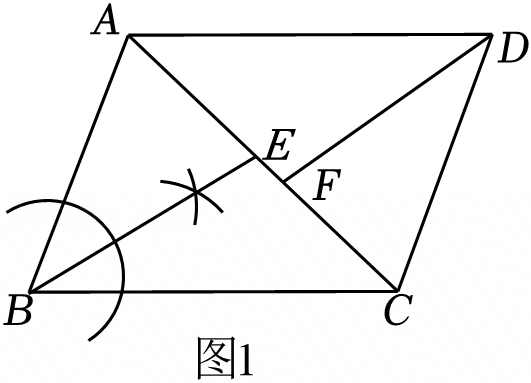
【点评】本题主要考查全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定，解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的判定定理．

21．【分析】（1）根据角平分线的作法作图即可；

（2）由*DF*∥*BE*证明∠*AEB*＝∠*CFD*，进而证明△*BAE*≌△*DCF*（*AAS*），推出∠*ABE*＝∠*CDF*，结合平行四边形的性质，可得，即*DF*平分∠*ADC*；

（3）由*AB*⊥*AC*，∠*ABC*＝60°，可得∠*ACB*＝30°，结合*BE*平分∠*ABC*，可得，进而可得，*BE*＝*CE*，推出，即可得出*S*△*ABE*：*S*△*BCE*＝*AE*：*CE*＝1：2．

【解答】（1）解：∠*ABC*的平分线交*AC*于点*E*，如图1*BE*即为所求；



（2）证明：∵四边形*ABCD*是平行四边形，

∴*AB*∥*CD*，*AB*＝*CD*，∠*ABC*＝∠*ADC*，

∴∠*BAE*＝∠*DCF*，

∵*DF*∥*BE*，

∴∠*BEF*＝∠*EFD*，

∴∠*AEB*＝∠*CFD*，

∵四边形*ABCD*是平行四边形，

∴*AB*∥*CD*，*AB*＝*CD*，∠*ABC*＝∠*ADC*，

∴∠*BAE*＝∠*DCF*，

在△*BAE*和△*DCF*中，

，

∴△*BAE*≌△*DCF*（*AAS*），

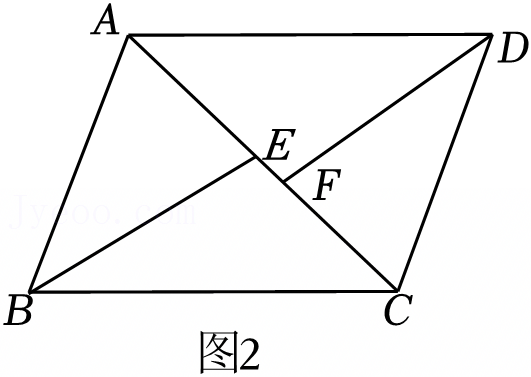
∴∠*ABE*＝∠*CDF*，

∵∠*ABC*＝∠*ADC*，，

∴，

∴*DF*平分∠*ADC*；

（3）解：如图2，



∵*AB*⊥*AC*，∠*ABC*＝60°，

∴∠*ACB*＝30°，

∵*BE*平分∠*ABC*，

∴，

∴，*BE*＝*CE*，

∴，

∴*S*△*ABE*：*S*△*BCE*＝*AE*：*CE*＝1：2，

故答案为：1：2．

【点评】本题属于四边形综合题，主要考查角平分线的作法，平行四边形的性质，含30度角的直角三角形的性质，全等三角形的判定和性质，等腰三角形的判定等，能够综合应用上述知识点是解题的关键．

22．【分析】（1）设每件“滨滨”布偶的进价是*x*元，则每件“妮妮”布偶的进价是1.5*x*元，根据题意列出分式方程，解方程即可；

（2）设“妮妮”布偶售出*m*件后，剩余的按五折优惠售出，才能使两款吉祥物布偶全部售完的总利润不低于5750元，列出一元一次不等式，解不等式即可．

【解答】解：（1）设每件“滨滨”布偶的进价是*x*元，则每件“妮妮”布偶的进价是1.5*x*元，

根据题意列分式方程得，，

整理得，450*x*＝18000，

解得*x*＝40．

经检验，*x*＝40是原分式方程的解，且符合题意，

1.5*x*＝1.5×40＝60．

答：每件“滨滨”布偶的进价是40元，每件“妮妮”布偶的进价是60元；

（2）设“妮妮”布偶售出*m*件后，剩余的按五折优惠售出．

根据题意列一元一次不等式得，（40×1.5﹣40）×（4000÷40）+（60×1.5﹣60）*m*+（60×1.5×0.5﹣60）（300﹣4000÷40﹣*m*）≥5750，

解得*m*≥150，

∴至少售出150件，利润才能不低于5750元．

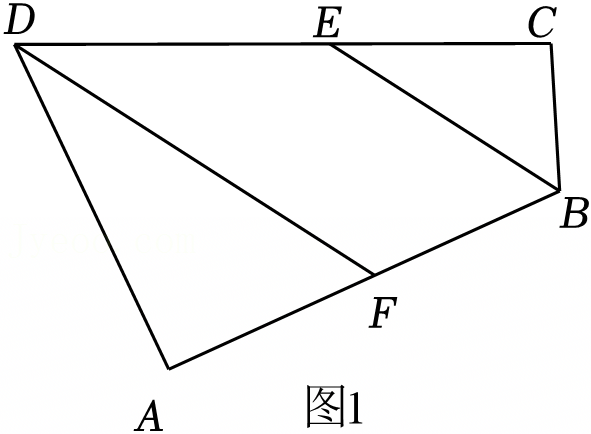
【点评】本题考查了分式方程的应用以及一元一次不等式的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出分式方程；（2）找出数量关系，正确列出一元一次不等式．

23．【分析】（1）举反例说明甲的说法不正确即可；根据解析（2）证明乙的说法正确即可；

（2）根据平行线的判定和性质证明*CD*∥*AB*，*AD*∥*BC*，即可证明四边形*ABCD*为平行四边形；

（3）分两种情况：四边形*ABCD*中，∠*ABC*+∠*ADC*＝180°，*BE*、*DF*分别平分∠*ABC*、∠*ADC*，且*BE*∥*DF*，，*BC*＝2，；四边形*ABCD*中，∠*BCD*+∠*DAB*＝180°，*AE*、*CF*分别平分∠*DAB*、∠*BCD*，且*AE*∥*CF*，，*BC*＝2，，分别画出图形，求出结果即可．

【解答】解：（1）一组对角平分线互相平行的四边形是平行四边形说法不正确，如图1，



四边形*ABCD*中，*DF*、*BE*分别是∠*ADC*，∠*ABC*的平分线，且*BE*∥*DF*，但四边形*ABCD*不是平行四边形，

故甲同学说法不正确；

“一组对角相等，且这一组对角的平分线互相平行的四边形是平行四边形”，

故乙同学说法正确；理由见解析（2），

故答案为：②；

（2）已知：四边形*ABCD*中，*DF*、*BE*分别是∠*ADC*，∠*ABC*的平分线，且∠*ADC*＝∠*ABC*，*DF*∥*BE*．

求证：四边形*ABCD*是平行四边形．

证明：∵*DF*、*BE*分别是∠*ADC*，∠*ABC*的平分线，

∴，，

∵∠*ADC*＝∠*ABC*，

∴∠*CDF*＝∠*ABE*，

∵*DF*∥*BE*，

∴∠*AFD*＝∠*ABE*，

∴∠*AFD*＝∠*CDF*，

∴*CD*∥*AB*，

∴∠*ADC*+∠*A*＝180°，

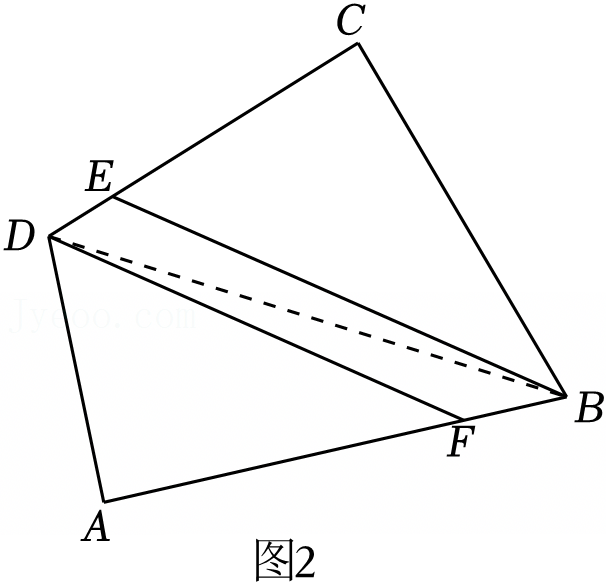
∴∠*A*+∠*ABC*＝180°，

∴*AD*∥*BC*，

∴四边形*ABCD*为平行四边形，

故答案为：分别是∠*ADC*、∠*ABC*的平分线，且∠*ADC*＝∠*ABC*；

（3）*DF*、*BE*分别平分∠*ADC*、∠*ABC*，如图2，四边形*ABCD*中，∠*ABC*+∠*ADC*＝180°，*BE*、*DF*分别平分∠*ABC*、∠*ADC*，且*BE*∥*DF*，，*BC*＝2，，连接*BD*，



∴，，

∵*BE*∥*DF*，

∴，

，

∴，

，

∴∠*A*＝∠*C*＝90°，

如图，连接*BD*，

在直角三角形*BCD*中，由勾股定理得：

，

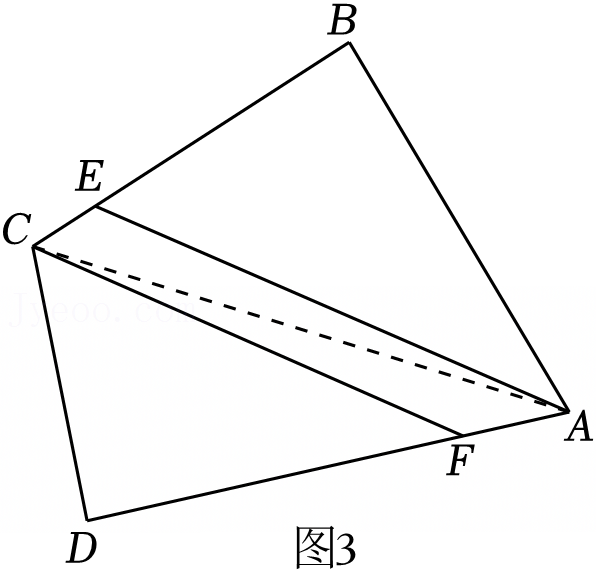
在直角三角形*ABD*中，由勾股定理得：

，

∴*S*四边形*ABCD*＝*S*△*ABD*+*S*△*BCD*

；

如图3，四边形*ABCD*中，∠*BCD*+∠*DAB*＝180°，*AE*、*CF*分别平分∠*DAB*、∠*BCD*，且*AE*∥*CF*，，*BC*＝2，，连接*AC*，



同理可得：∠*B*＝∠*D*＝90°，

在Rt△*ABC*中，根据勾股定理得：

，

在Rt△*ABD*中，根据勾股定理得：

，

∴*S*四边形*ABCD*＝*S*△*ABC*+*S*△*ACD*

；

综上分析可知：四边形*ABCD*的面积为：或，

故答案为：或．

【点评】本题属于四边形综合题，主要考查了平行四边形的判定和性质，勾股定理，平行线的判定和性质，解题的关键是熟练掌握平行四边形的判定和性质，注意进行分类讨论．

声明：试题解析著作权属菁优网所有，未经书面同意，不得复制发布日期：2025/9/12 13:45:16；用户：于晓丹；邮箱：zhongwang31@xyh.com；学号：50893277