

$\therefore \angle CHB = \angle HBM,$   
 $\therefore \alpha + n\beta = 45^\circ + \beta,$  即  $4\alpha - 180^\circ = 4\beta - 4n\beta.$   
由(1)可知,  $\angle F = \angle DHF + \angle FBM,$   
 $\therefore 2\alpha = 180^\circ - 2(\alpha + n\beta) + \beta,$  即  $4\alpha - 180^\circ = \beta - 2n\beta,$   
 $\therefore 4\beta - 4n\beta = \beta - 2n\beta.$   
 $\therefore \beta \neq 0,$   
 $\therefore 4 - 4n = 1 - 2n,$   
 $\therefore n = \frac{3}{2},$   
 $\therefore \frac{\angle AHB}{\angle FBM}$  的值不会变化, 其值为  $\frac{3}{2}.$

**思路分析** 12. 【解】(1) 当  $a_1 = 1$  时,  $a_2 = 1 + 1 = 2, a_3 = -(2 + 1) = -3, a_4 = -(3 + 1) = -4, a_5 = 4 + 1 = 5.$   
(2)  $\because a_2 = a_1 + 1, a_3 = -(a_1 + 2), a_4 = -(a_1 + 3), a_5 = a_1 + 4, a_6 = a_1 + 5, a_7 = -(a_1 + 6),$   
 $\therefore S_7 = a_1 + a_2 + \cdots + a_7 = a_1 - 1.$  当  $S_7 = 1$  时,  $a_1 - 1 = 1, \therefore a_1 = 2.$   
(3) 由题易得当  $a_1 = 1$  时,  $a_3 = -3, a_7 = -7,$   
 $a_{11} = -11, \cdots, \therefore a_{4k-1} = -(4k-1) = -4k+1$  ( $k$  为正整数),  $\therefore x$  轴负半轴上所取点的坐标为  $A_{4k-1}(-4k+1, 0).$

第3章 一次函数

3.1 函数的概念和表示法

3.1.1 变量与函数



- 1. D** 【解析】常量是固定不变的量, 变量是变化的量, 单价是不变的量, 金额随着数量的变化而变化, 故选 D.
- 2. C** 【解析】根据变量与常量的定义可知, 在圆的周长公式  $C = \pi d$  中,  $C, d$  是变量,  $\pi$  是常量. 故选 C.
- 3. C** 【解析】A 选项中, 长方形的宽一定时, 对于长所取的每一个确定的值, 周长都有唯一的值与之对应, 所以 A 选项不符合题意; B 选项中, 正方形的周长取定值时, 其面积有唯一的值与其对应, 所以 B 选项不符合题意; C 选项中, 等腰三角形的面积与其底边长、底边上的高有关, 底边长一定, 底边上的高不确定, 其面积不确定, 所以 C 选项符合题意; D 选项中, 圆的半径  $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ , 当面积为定值时, 其半径有唯一确定的值与之对应, 所以 D 选项不符合题意.
- 4. A** 【解析】A 选项中, 对于  $x$  的每一个取值,  $y$  不是都有唯一的一个值与之对应,  $\therefore y$  不是  $x$  的函数,  $\therefore$  A 选项符合题意, 故选 A.
- 5. A** 【解析】根据题意得,  $2 - 3x > 0$ , 解得  $x < \frac{2}{3}.$  故选 A.

归纳总结

判断一个量是常量还是变量, 关键是看在某个变化过程中, 这个量的数值是否发生变化, 不变的是常量, 变化的是变量.

易错警示

求自变量的取值范围时, 二次根式被开方数为非负数, 分式分母不为 0, 零次幂或负整数指数幂底数不等于 0, 几种形式同时出现时, 都要满足条件, 本题易出现只考虑其中一种情况而出错.

- 6. 4** 【解析】 $\because f(x) = 2x + 1, \therefore f\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \times \frac{3}{2} + 1 = 4.$  故答案为 4.
- 7. 【解】**(1)  $\because$  电话费  $y$  (元) 是随通话时间  $t$  (分) 的变化而变化的,  
 $\therefore$  自变量是通话时间, 因变量是电话费, 故答案为通话时间, 电话费.  
(2) 根据表格可得, 每分钟话费为 0.15 元,  
 $\therefore$  电话费  $y$  (元) 与通话时间  $t$  (分) 之间的关系式为  $y = 0.15t.$   
(3) 当  $t = 10$  时,  $y = 0.15 \times 10 = 1.5,$   
 $\therefore$  需付电话费 1.5 元.  
(4) 当  $y = 4.8$  时,  $0.15t = 4.8, \therefore t = 32,$   
 $\therefore$  妈妈通话 32 分钟.

刷易错

- 8.  $x \geq 1$  且  $x \neq 3$**  【解析】由题意得  $x - 1 \geq 0$  且  $x - 3 \neq 0$ , 解得  $x \geq 1$  且  $x \neq 3$ , 故答案为  $x \geq 1$  且  $x \neq 3.$

刷提升

- 1. A** 【解析】由表格中的数据可知每过 10 分钟, 箭尺的示数增加 0.8,  $\therefore$  平均每分钟箭尺的示数增加  $0.8 \div 10 = 0.08.$  10:00 时, 箭尺的示数为 7.0. 又  $\because$  从 10 时到 11 时 25 分过去了  $60 + 25 = 85$  (分),  $\therefore$  上午 11 时 25 分箭尺的示数为  $7.0 + 85 \times 0.08 = 13.8.$  故选 A.
- 2. D** 【解析】①  $[-4, 1] = -5$ , 故原说法错误;  
②  $\{3.5\} = 3.5 - [3.5] = 3.5 - 3 = 0.5$ , 正确;

③高斯函数  $y=[x]$  中, 当  $y=-3$  时,  $x$  的取值范围是  $-3 \leq x < -2$ , 正确; ④函数  $y=\{x\}$  中, 当  $2.5 < x \leq 3.5$  时,  $0 \leq y < 1$ , 正确. 所以正确的个数为 3. 故选 D.

3. 4 【解析】 $\because 100 \times 2.2 = 200 \times 1.1 = 220 \times 1 = 400 \times 0.55 = 220, \therefore U = 220 \text{ V}, \therefore$  当电阻  $R = 55 \Omega$  时,  $I = \frac{220}{55} = 4 \text{ (A)},$  故答案为 4.

4. -7 【解析】由题意得,  $3 = 5 - 2b$ , 解得  $b = 1$ .  $\because$  输出  $y$  的值是  $-3, \therefore$  当  $x \geq 0$  时,  $x - 2 \times 1 = -3$ , 解得  $x = -1$  (舍去); 当  $x < 0$  时,  $x + 4 \times 1 = -3$ , 解得  $x = -7$ . 综上所述,  $x = -7$ , 故答案为  $-7$ .

5. -81 【解析】 $\because f(x)$  是奇函数,  $\therefore f(-4) = -f(4)$ .  $\because f(4) = 5 \times 4^2 + 1 = 81, \therefore f(-4) = -f(4) = -81$ . 故答案为  $-81$ .

6. 【解】(1) 该车平均每千米的耗油量为  $(45 - 30) \div 150 = 0.1$  (升/千米),  $\therefore$  剩余油量  $Q$  (升) 与行驶路程  $x$  (千米) 之间的关系式为  $Q = 45 - 0.1x$ . 当  $x = 280$  时,  $Q = 45 - 0.1 \times 280 = 17$ . 故当  $x = 280$  时, 剩余油量  $Q$  的值为 17.  
(2) 他们能在汽车报警前回到家. 理由:  
 $(45 - 3) \div 0.1 = 420$  (千米).  
 $\because 420 > 400, \therefore$  如果往返途中不加油, 他们能在汽车报警前回到家.

### 刷素养

7. -21 【解析】 $\because$  函数图象关于点  $(1, -1)$  成中心对称, 这 21 个点的横坐标从 0.1 开始依次增加 0.1,  $\frac{0+2}{2} = \frac{0.1+1.9}{2} = \frac{0.2+1.8}{2} = \dots = \frac{0.9+1.1}{2} = 1, \therefore y_0 + y_{20} = -2, y_1 + y_{19} = -2, y_2 + y_{18} = -2, \dots, \therefore A_{10}(1, -1), \therefore y_{10} = -1, \therefore y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{19} + y_{20} = y_{10} + (-2) \times 10 = -21$ . 故答案为  $-21$ .

### 3.1.2 函数的表示法

#### 刷基础

1. C 【解析】根据题图可知, 底层圆柱的直径较小, 上层圆柱的直径较大, 中层圆柱的直径最大, 所以注水过程中容器内底部所受水的压强增大的速度是先快后慢后又变快, 故选项 C 符合题意. 故选 C.

2. C 【解析】由函数图象可知, 甲、乙二人同时

#### 方法总结

已知表格中的自变量与函数的对应值, 观察各数组之间的联系可以确定函数的变化规律, 再结合数值可确定函数表达式.

#### 思路分析

根据题意得出  $y_0 + y_{20} = -2, y_1 + y_{19} = -2, y_2 + y_{18} = -2, \dots, y_{10} = -1$ , 进而得出  $y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{19} + y_{20} = y_{10} + (-2) \times 10 = -21$ .

出发, 且路程都为 100 米, 其中甲比乙先到达终点, 甲的速度为  $100 \div 10 = 10$  (米/秒), 乙的速度为  $\frac{100}{12} = \frac{25}{3}$  (米/秒),  $\therefore$  甲的速度比乙的速度快  $10 - \frac{25}{3} = \frac{5}{3}$  (米/秒), 故选 C.

3. D 【解析】A 选项, 在弹簧的弹性限度内,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 正确; B 选项, 在弹簧的弹性限度内, 所挂物体质量每增加 1 kg, 弹簧长度增加 0.5 cm, 正确; C 选项, 在弹簧的弹性限度内, 所挂物体质量为 7 kg 时, 弹簧长度为 13.5 cm, 正确; D 选项, 不挂重物时, 弹簧的长度为 10 cm, 故本选项错误. 故选 D.

4. 349 【解析】观察表格数据可知, 气温每升高  $5^\circ\text{C}$ , 音速增加 3 米/秒. 根据题意得  $y = \frac{3}{5}x + 331$ ,  $\therefore$  当  $x = 30$  时,  $y = \frac{3}{5} \times 30 + 331 = 349$ , 故答案为 349.

5. 83 【解析】设销售布的长度为  $x$  米, 售价为  $y$  元. 由表格可知, 当  $x = 1$  时,  $y = 1 \times (8 + 0.3)$ , 当  $x = 2$  时,  $y = 2 \times (8 + 0.3)$ , 当  $x = 3$  时,  $y = 3 \times (8 + 0.3)$ , 当  $x = 4$  时,  $y = 4 \times (8 + 0.3)$ ,  $\therefore y$  与  $x$  的关系式为  $y = 8.3x$ ,  $\therefore$  当  $x = 10$  时,  $y = 83$ , 故答案为 83.

6. C 【解析】根据题意得, 货车距离乙地的路程  $s$  (km) 与时间  $t$  (h) 之间的函数表达式为  $s = 320 - 80t$ . 故选 C.

7.  $y = 160x$  【解析】根据题意, 得  $y = 160x$ ,  $\therefore$  购买红茶的费用  $y$  与红茶质量  $x$  之间的关系式是  $y = 160x$ . 故答案为  $y = 160x$ .

8.  $y = 6x + 2$  【解析】由题意可得, 把  $x$  个这样的圆环扣在一起并拉紧, 其长度为  $y$  cm, 则  $y$  与  $x$  之间的关系式是  $y = 8 + (8 - 1 - 1)(x - 1) = 6x + 2$ , 故答案为  $y = 6x + 2$ .

#### 刷提升

1. A 【解析】观察图象可知, A 选项, 当  $x < 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 选项正确, 符合题意; B 选项, 当  $1 < x < 2$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 当  $x > 2$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 选项错误, 不符合题意; C、D 选项, 由射线  $CD$ 、射线  $BA$  可知无法得出  $y$  的最大值和最小值, 选项错误, 不符合题意. 故选 A.

## 2. B 【解析】

如图,过点 A 作  $AQ \perp BC$  于点 Q,则易得题图(2)中 F 点表示点 P 与点 Q 重合时 y 与 x 之

间的关系, $\therefore AB+BQ=8$ . 由题图(2)知  $AB=5$ ,  $BC=10-5=5$ , $\therefore BQ=8-5=3$ . 在  $\text{Rt}\triangle ABQ$  中,  $AB=5$ ,  $BQ=3$ , $\therefore AQ=\sqrt{AB^2-BQ^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ .

4.  $\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB \times CG=\frac{1}{2}AQ \times BC$ , $\therefore CG=\frac{BC \times AQ}{AB}=\frac{5 \times 4}{5}=4$ . 故选 B.

## 3. 【解】

白纸张数 $x$ (张)	1	2	3	4	5	...
纸条总长度 $y$ (cm)	20	37	54	71	88	...

(2)  $y=17x+3$ .

(3)  $1\ 656 \div 8 = 207$  (cm).

当  $y=207$  时,  $17x+3=207$ , 解得  $x=12$ ,

所以需要 12 张这样的白纸.

## 刷素养

## 4. 【解】

(1) 在长方形  $ABCD$  中,  $CD=AB=12$ ,  $AD=BC=10$ .  
当点 P 在线段  $BC$  上时,  $\triangle APD$  的面积  $S_1=\frac{1}{2} \times AD \times CD=\frac{1}{2} \times 10 \times 12=60$ , 是定值.

由题图(3)可知, 动点 Q 到达点 A 时,  $x$  的值为 28. 故答案为 BC, 28.

(2) 由题图(2)可知, 当  $x=a$  时, 点 P 在线段  $AB$  上, 则  $AP=a$ ,  $S_1=30$ ,  $\therefore \frac{1}{2} \times 10a=30$ , 解得  $a=6$ .

根据题图(3)可知, 点 Q 在到达点 C 后开始改变速度,  $\therefore$  点 Q 从点 C 到点 A 所用时间为  $28-6=22$  (s),  $\therefore 22b=10+12$ , 解得  $b=1$ .

综上,  $a, b$  的值分别为 6, 1.

(3) 由(2)知  $a=6, b=1$ ,  $\therefore$  当  $x>6$  时,  $y_1=1 \times 6+6(x-6)=6x-30$ ,  $y_2=2 \times 6+(x-6)=x+6$ .

(4)  $x=10.5$  或  $0<x \leq 6$ .

分两种情况:

① 当  $x>6$  时,  $y_1=6x-30, y_2=x+6$ ,

$\therefore (6x-30):(x+6)=1:2$  或  $(x+6):(6x-30)=1:2$ , 解得  $x=6$  (舍去) 或  $x=10.5$ ;

## 思路分析

过点 A 作  $AQ \perp BC$  于点 Q, 则题图(2)中的点 F 表示点 P 与点 Q 重合时 y 与 x 之间的关系, 可得  $AB+BQ=8$ , 由题图(2)得出 AB, BC 的长, 从而得到 BQ 的长, 然后利用勾股定理求得 AQ 的长, 最后利用等面积法即可求解.

## 易错警示

(1) 注意一次项系数不为 0 的隐含条件.

② 当  $0<x \leq 6$  时,  $y_1=x, y_2=2x$ ,  $\therefore y_1:y_2=1:2$ ,  $\therefore 0<x \leq 6$  时, 两个动点所走的路程比始终为 1:2.

综上可知, 当  $x=10.5$  或  $0<x \leq 6$  时, 两个动点所走的路程比为 1:2.

## 3.2 一次函数



## 刷基础

## 1. D 【解析】

A 选项,  $y=-\frac{2}{x}$  不是一次函数, 故此选项不符合题意; B 选项,  $y=x^2-1$  不是一次函数, 故此选项不符合题意; C 选项,  $y=\sqrt{x}$  不是一次函数, 故此选项不符合题意; D 选项,  $y=2x-1$  是一次函数, 符合题意. 故选 D.

## 2. 0 【解析】

$\because y=(k-2)x^{|k-1|}+3$  是关于  $x$  的一次函数,  $\therefore |k-1|=1$  且  $k-2 \neq 0$ , 解得  $k=0$ , 故答案为 0.

## 3. $k \neq -2$ 【解析】

根据题意可知,  $y=kx+2x=(k+2)x$ .  $\because y=kx+2x$  是关于  $x$  的一次函数,  $\therefore k+2 \neq 0$ ,  $\therefore k \neq -2$ . 故答案为  $k \neq -2$ .

## 4. 【解】

(1) 由  $y=(m-2)x^{3-|m|}+m+7$  是一次函数, 得  $\begin{cases} 3-|m|=1, \\ m-2 \neq 0, \end{cases}$

解得  $m=-2$ ,

故当  $m=-2$  时,  $y=(m-2)x^{3-|m|}+m+7$  是一次函数.

(2) 由(1)得  $y=-4x+5$ . 当  $y=3$  时,  $3=-4x+5$ , 解得  $x=\frac{1}{2}$ , 故当  $x=\frac{1}{2}$  时,  $y$  的值为 3.

## 5. A 【解析】

A 选项,  $y=-7x$  是正比例函数, 故此选项符合题意; B 选项,  $y=\frac{-7}{x}$  不是正比例函数, 故此选项不合题意; C 选项,  $y=2x^2+1$  不是正比例函数, 故此选项不合题意; D 选项,  $y=0.6x-5$  是一次函数, 故此选项不合题意. 故选 A.

## 6. B 【解析】

$\because y=(k-1)x+b+2$  是正比例函数,  $\therefore k-1 \neq 0, b+2=0$ , 解得  $k \neq 1, b=-2$ . 故选 B.

## 7. $\frac{25}{26}$ 【解析】

$\because$  函数  $y=(2k-5)x+(k-25)$  为正比例函数,  $\therefore \begin{cases} k-25=0, \\ 2k-5 \neq 0, \end{cases}$  解得  $k=25$ .  $\therefore \frac{1}{k+k^2}=\frac{1}{25+25^2}=\frac{1}{26 \times 25}=\frac{1}{650}$ .

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}, \therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{k+k^2} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{25} - \frac{1}{26} = 1 - \frac{1}{26} = \frac{25}{26}.$$

8. 【解】(1) 由题意可得  $y=6x$ ,  
 $y$  是  $x$  的正比例函数.

(2)  $\because$  A、B 两地相距 30 km,  
 $\therefore 0 \leq 6x \leq 30$ ,

解得  $0 \leq x \leq 5$ ,

即该函数自变量的取值范围是  $0 \leq x \leq 5$ .

9.  $y=-3x$  【解析】 $\because$  特征数为  $[t, t+3]$  的一次函数为  $y=tx+t+3$ , 且为正比例函数,  $\therefore t+3=0$  且  $t \neq 0$ ,  $\therefore t=-3$ ,  $\therefore$  正比例函数的表达式为  $y=-3x$ , 故答案为  $y=-3x$ .

10. 【解】(1) 由条件可知  $m+1 \neq 0$  且  $2-|m|=1$ ,  
 $n$  为任意实数, 解得  $m=1$ ,  $\therefore$  当  $m=1$ ,  $n$  为任意实数时,  $y$  是  $x$  的一次函数.

(2) 由条件可知  $m+1 \neq 0$  且  $2-|m|=1$ ,  $n+5=0$ , 解得  $m=1$ ,  $n=-5$ ,  $\therefore$  当  $m=1$ ,  $n=-5$  时,  $y$  是  $x$  的正比例函数.

11. 【解】(1)  $\because 2x+y=40$ ,  $\therefore y=40-2x$ .

$\because y>0$ ,  $\therefore 40-2x>0$ , 解得  $x<20$ .

$\because$  两边之和大于第三边,  $\therefore 2x>40-2x$ , 解得  $x>10$ .

综上可得  $10<x<20$ .

故  $y$  与  $x$  的函数关系式为  $y=40-2x$  ( $10<x<20$ ).

(2)  $y$  是  $x$  的一次函数.

**刷易错** .....

12. 2 【解析】由题意可得  $m^2-3=1$  且  $m+2 \neq 0$ ,  
 解得  $m=2$ , 故答案为 2.

### 3.3 一次函数的图象

#### 课时 1 正比例函数的图象和性质

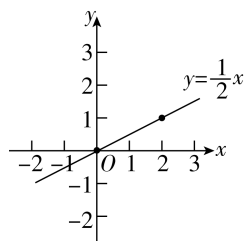
#### 刷基础

1. A 【解析】 $\because$  正比例函数的图象是一条经过原点的直线, 且当  $k>0$  时, 图象经过第一、三象限,  $\therefore$  正比例函数  $y=\frac{1}{5}x$  的大致图象是 A 选项中的图象. 故选 A.

2. 【解】(1) 列表:

$x$	$\cdots$	0	2	$\cdots$
$y$	$\cdots$	0	1	$\cdots$

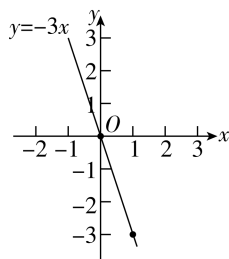
描点、作图:



(2) 列表:

$x$	$\cdots$	0	1	$\cdots$
$y$	$\cdots$	0	-3	$\cdots$

描点、作图:



3. C 【解析】 $\because$  当  $x>0$  时,  $y=2x$ ,  $\therefore$  此时函数图象在第一象限.  $\because$  当  $x \leq 0$  时,  $y=-2x$ ,  $\therefore$  此时函数图象在第二象限且过原点. 故选 C.

4. B 【解析】A 选项,  $\because k=-5<0$ ,  $\therefore$  图象经过第二、四象限, 故 A 错误; B 选项, 对于  $y=-5x$ , 当  $x=0$  时,  $y=0$ ,  $\therefore$  该函数的图象是一条经过原点的直线, 故 B 正确; C 选项,  $\because k=-5<0$ ,  $\therefore y$  随  $x$  的增大而减小, 故 C 错误; D 选项, 对于  $y=-5x$ , 当  $x=2$  时,  $y=-10 \neq -8$ ,  $\therefore$  点  $(2, -8)$  不在该函数的图象上, 故 D 错误. 故选 B.

5. B 【解析】正比例函数  $y=kx$  ( $k>0$ ) 的图象经过第一、三象限.  $\because$  将该图象向右平移一个单位长度,  $\therefore$  平移后的图象经过第一、三、四象限, 不经过第二象限, 故选 B.

6.  $k>0$  【解析】当  $x_1<x_2$  时,  $y_1<y_2$ , 说明函数值  $y$  随  $x$  的增大而增大, 故  $k>0$ .

7. 【解】(1)  $\because$  函数图象经过第一、三象限,  
 $\therefore 2m+4>0$ , 解得  $m>-2$ .

(2)  $\because y$  随  $x$  的增大而减小,  $\therefore 2m+4<0$ , 解得  $m<-2$ .

(3)  $\because$  点  $(1,3)$  在该函数图象上,  $\therefore 2m+4=3$ ,  
 解得  $m=-\frac{1}{2}$ .

#### 归纳总结

画正比例函数  $y=kx$  的图象时, 只需过原点  $(0,0)$  和  $(1,k)$  两点作直线即可, 也可以选择便于计算和描点的数值.

#### 易错警示

要使  $y=kx^m+b$  是一次函数, 则自变量的次数  $m=1$ , 且系数  $k \neq 0$ . 在解题过程中易忽略  $k \neq 0$ .



刷易错

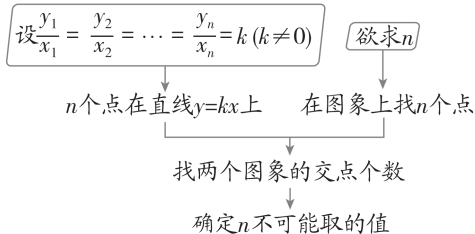
8. C 【解析】根据题意可得  $y=4x$ .  $\therefore$  用 20 元零花钱购买水果,  $\therefore y$  的取值范围是  $0 \leq y \leq 20$ ,  $\therefore x$  的取值范围是  $0 \leq x \leq 5$ , 故选 C.

刷提升

1. D 【解析】根据三个函数图象所在象限可得  $a < 0, b > 0, c > 0$ . 再根据直线越陡,  $|k|$  越大, 得  $b > c$ , 则  $a < c < b$ . 故选 D.

2. D

思路分析

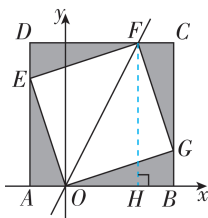


【解析】设  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = k (k \neq 0)$ , 则  $y_1 = kx_1, y_2 = kx_2, \dots, y_n = kx_n$ , 即点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  在正比例函数  $y=kx$  的图象上. 如图, 正比例函数  $y=kx$  的图象与某函数的图象最多有 5 个交点, 不可能有 6 个交点. 故选 D.



3.  $\frac{3}{2}a^2$  【解析】对于  $y=x$ , 当  $x=a$  时,  $y=a$ ,  $\therefore$  点 B 的坐标为  $(a, a)$ ; 对于  $y=4x$ , 当  $x=a$  时,  $y=4a$ ,  $\therefore$  点 C 的坐标为  $(a, 4a)$ ,  $\therefore BC=4a-a=3a$ . 又  $\therefore$  点 A 的坐标为  $(a, 0)$ ,  $\therefore OA=a$ ,  $\therefore S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2}OA \cdot BC = \frac{1}{2} \times a \times 3a = \frac{3}{2}a^2$ . 故答案为  $\frac{3}{2}a^2$ .

4.  $\frac{8}{5}$  【解析】如图, 过 F 作  $FH \perp AB$  于 H, 则四边形 AHFD 是矩形,  $\therefore FH=AD$ .  $\therefore$  直线 OF 的表达式是  $y=2x$ ,  $\therefore$  设  $F(m, 2m)$ ,  $\therefore AD=FH=2m, OH=m$ ,



易错警示

在解决实际问题中求出函数表达式时, 注意自变量的取值范围.

刷有所得

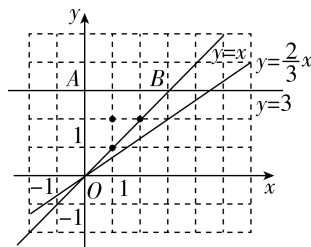
对于正比例函数  $y=kx$  的图象,  $|k|$  越大, 直线  $y=kx$  与  $x$  轴所夹的锐角就越大, 图象就越陡.

$\therefore OF = \sqrt{FH^2 + OH^2} = \sqrt{5}m$ .  $\therefore$  四边形 OGFE 是正方形,  $\therefore OG^2 + GF^2 = OF^2, OG = GF, \therefore OG = \frac{\sqrt{10}}{2}m$ ,  $\therefore \frac{S_{\text{正方形}ABCD}}{S_{\text{正方形}OEFG}} = \frac{AD^2}{OG^2} = \frac{4m^2}{\left(\frac{\sqrt{10}}{2}m\right)^2} = \frac{8}{5}$ . 故答案为  $\frac{8}{5}$ .

5.  $(-2^{1011}, -2^{1012})$  【解析】 $\therefore$  过点  $A(1, 0)$  作  $x$  轴的垂线与  $l_1: y=2x$  交于点  $A_1$ ,  $\therefore$  点  $A_1(1, 2)$ . 把  $y=2$  代入  $l_2: y=-x$  得  $x=-2$ , 即  $A_2(-2, 2)$ ; 把  $x=-2$  代入  $y=2x$  得  $y=-4$ ,  $\therefore A_3(-2, -4)$ ; 把  $y=-4$  代入  $y=-x$  得  $x=4$ , 即  $A_4(4, -4)$ ; 同理可得  $A_5(4, 8), A_6(-8, 8), A_7(-8, -16), A_8(16, -16), \dots, \therefore A_{4n+1}(2^{2n}, 2^{2n+1}), A_{4n+2}(-2^{2n+1}, 2^{2n+1}), A_{4n+3}(-2^{2n+1}, -2^{2n+2}), A_{4n+4}(2^{2n+2}, -2^{2n+2})$  ( $n$  为自然数).  $\therefore 2023 \div 4 = 505 \dots 3, \therefore A_{2023}(-2^{1011}, -2^{1012})$ . 故答案为  $(-2^{1011}, -2^{1012})$ .

刷素养

6. 【解】(1) ①  $\therefore$  正比例函数  $y=kx (k \neq 0)$  的图象过点  $(1, 1)$ ,  $\therefore$  将  $(1, 1)$  代入  $y=kx$ , 得  $k=1$ , 故答案为 1.  
② 如图, 直线  $y=x$ 、直线  $y=3$  和  $y$  轴围成的三角形是  $\triangle AOB$ , 则  $\triangle AOB$  内 (不包含三角形边上的点) 的“整点坐标”有 1 个, 即  $(1, 2)$ , 故答案为 1,  $(1, 2)$ .



- (2) 如图, 当直线  $y=kx$  过点  $(3, 2)$  时, 其关系式为  $y=\frac{2}{3}x$ , 当直线  $y=kx$  过点  $(3, 3)$  时, 其关系式为  $y=x$ ,  $\therefore$  在  $y$  轴右侧, 当围成的三角形内 (不包含三角形边上的点) 有 3 个“整点坐标”时,  $k$  的取值范围为  $\frac{2}{3} \leq k < 1$ .

课时2 一次函数的图象和性质

刷基础

1. **B** 【解析】∵ 点  $(m, n)$  在第二象限, ∴  $m < 0, n > 0$ , ∴ 一次函数  $y = nx + m$  的图象经过第一、三、四象限. 故选 B.

2. **D** 【解析】令  $x = 0$ , 得  $y = 1$ , ∴ 一次函数  $y = 5x + 1$  的图象与  $y$  轴的交点的坐标为  $(0, 1)$ . 故选 D.

3. **第二象限** 【解析】∵  $y = 2x - 3$  中,  $k = 2 > 0, b = -3 < 0$ , ∴ 一次函数  $y = 2x - 3$  的图象不经过的象限是第二象限, 故答案为第二象限.

4.  $-\frac{3}{2}$  【解析】∵ 一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象不经过第三象限, ∴  $k < 0, b \geq 0$ , ∴  $y$  随  $x$  的增大而减小. 当  $x = -3$  时,  $y = -3k + b$ ; 当  $x = 1$  时,  $y = k + b$ . ∴ 当  $-3 \leq x \leq 1$  时,  $y$  的最大值与最小值的差为 6, ∴  $-3k + b - (k + b) = 6$ , 解得  $k = -\frac{3}{2}$ , 故答案为  $-\frac{3}{2}$ .

5. **D**

归纳总结 一次函数图象的平移规律

	平移方向	平移距离	平移后图象对应的表达式	规律
直线 $y = kx + b (k \neq 0)$	向上 (向左)	$n (n > 0)$ 个单位 长度	$y = kx + b + n$ [ $y = k(x + n) + b$ ]	上 (左) 加
	向下 (向右)		$y = kx + b - n$ [ $y = k(x - n) + b$ ]	下 (右) 减

【解析】∵ 将直线  $y = 2x - 6$  向左平移  $m$  个单位长度后交  $y$  轴于正半轴, ∴ 平移后的直线表达式为  $y = 2(x + m) - 6 = 2x + 2m - 6$ , ∴  $2m - 6 > 0$ , ∴  $m > 3$ , 故选 D.

6. **D** 【解析】直线  $y = ax (a$  为常数且  $a \neq 0)$  沿  $y$  轴向上平移 6 个单位长度后, 得到直线  $y =$

归纳总结

一次函数  $y = kx + b$  的图象和性质是由  $k$  和  $b$  的正负决定的, 当  $k > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 当  $k < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小. 当  $b > 0$  时, 函数图象与  $y$  轴正半轴相交; 当  $b < 0$  时, 函数图象与  $y$  轴负半轴相交.

$ax + 6$ . 当  $y = 0$  时,  $ax + 6 = 0$ , ∴  $x = -\frac{6}{a}$ ; 当  $x = 0$

时,  $y = 6$ . ∴ 直线  $y = ax + 6$  与  $x$  轴交于点  $A$ , 与  $y$  轴交于点  $B$ , ∴  $OA = \left| -\frac{6}{a} \right|, OB = 6$ . ∴  $\triangle AOB$

的面积为 3, ∴  $\frac{1}{2} \times 6 \times \left| -\frac{6}{a} \right| = 3$ , ∴  $a = \pm 6$ . 故选 D.

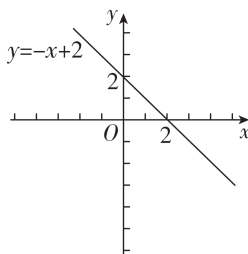
7.  **$k > 2$**  【解析】∵ 一次函数  $y = (2 - k)x + 1 (k$  为常数) 中,  $y$  随  $x$  的增大而减小, ∴  $2 - k < 0$ , 解得  $k > 2$ , 故答案为  $k > 2$ .

8.  **$y = x + 3$  (答案不唯一)** 【解析】∵  $y$  随  $x$  的增大而增大, ∴  $k > 0$ , ∴  $k$  的值可以为 1, ∴ 一次函数的表达式为  $y = x + b$ , 再把  $(2, 5)$  代入, 得  $5 = 2 + b$ , 解得  $b = 3$ , ∴  $y = x + 3$ . 故答案为  $y = x + 3$  (答案不唯一).

9. **①②③④** 【解析】一次函数  $y = (a - 2)x + b$ , 当  $a > 2$  时,  $a - 2 > 0$ , ∴ 一次函数图象从左往右, 呈上升趋势, 即  $y$  随着  $x$  的增大而增大, 故①正确; 当  $a > 2, b > 0$  时,  $a - 2 > 0, b > 0$ , ∴ 该函数图象经过第一、二、三象限, 故②正确; 将该函数图象向下平移 2 个单位长度后得到直线  $y = (a - 2)x + b - 2 = 2x + 1$ , ∴  $a - 2 = 2, b - 2 = 1$ , 解得  $a = 4, b = 3$ , 故③正确; 当  $b = a$  时,  $y = (a - 2)x + a = ax - 2x + a = a(x + 1) - 2x$ , ∴ 当  $x = -1$  时,  $y = 2$ , 函数值  $y$  与  $a$  的取值无关, ∴ 当  $b = a$  时, 无论  $a$  取何值, 直线  $y = (a - 2)x + a$  一定过定点  $(-1, 2)$ , 故④正确. 综上所述, 正确的有①②③④, 故答案为①②③④.

10. 【解】如图, 函数  $y = -x + 2$  的图象即为所求.

- (1) 根据图象可知, 随着  $x$  的增大,  $y$  减小.
- (2) 根据图象可知, 当  $x = 2$  时,  $y = 0$ .
- (3) 根据图象可知, 当  $x > 2$  时,  $y < 0$ .



刷易错

**11. D** 【解析】∵ 一次函数图象不经过第三象限, ∴ 图象经过第二、四象限或第一、二、四象限. 当图象经过第二、四象限时,  $2k-1 < 0$ , 且  $k=0$ , 解得  $k=0$ ; 当图象经过第一、二、四象限时,  $2k-1 < 0$ , 且  $k > 0$ , 解得  $0 < k < \frac{1}{2}$ . 综上所述,  $k$  的取值范围是  $0 \leq k < \frac{1}{2}$ . 故选 D.

刷提升

**1. D** 【解析】联立得  $\begin{cases} y = abx - a, \\ y = ax - ab, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x = -1, \\ y = -ab - a, \end{cases}$  所以两个函数图象的交点坐标为  $(-1, -a - ab)$ , 显然只有 D 选项符合题意. 故选 D.

**2. B** 【解析】∵ 若  $t(a+1) - b = 0$  ( $a \neq -1$ ), 则称  $t$  为点  $(a, b)$  的“斜值”,  $\therefore t = \frac{b}{a+1}$ . ∵ 点 A 的坐标为  $(1, 1)$ ,  $\therefore$  点 A 的“斜值”为  $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$ , 故 A 选项说法正确, 不符合题意. 当点  $M(a, b)$  在边 AB 上时, 点 M 的坐标为  $(a, 1)$ , 则点  $M(a, 1)$  的“斜值”  $t = \frac{1}{a+1}$ ,  $\therefore t$  随着  $a$  的增大而减小, 故 B 选项说法错误, 符合题意. 当点  $M(a, b)$  在边 BC 上时, 点 M 的坐标为  $(3, b)$ , 则点  $M(3, b)$  的“斜值”  $t = \frac{b}{3+1} = \frac{1}{4}b$ ,  $\therefore t$  随着  $b$  的增大而增大, 故 C 选项说法正确, 不符合题意. 当点  $M(a, b)$  在点 D 位置时, 其“斜值”  $t$  最大, 且最大值为  $\frac{3}{1+1} = \frac{3}{2}$ , 故 D 选项说法正确, 不符合题意, 故选 B.

**3. C** 【解析】∵  $k > 0, b < 0$ ,  $\therefore$  直线  $y = kx + b$  经过第一、三、四象限, 且  $y$  随  $x$  的增大而增大. 若  $x_1 x_3 < 0$ , 则  $x_1 < 0, x_3 > 0$ ,  $\therefore y_1 < 0, y_2 > 0$  或  $y_2 < 0$ ,  $\therefore y_1 y_2 < 0$  或  $y_1 y_2 > 0$ , 故 A 不符合题意. 若  $x_1 x_2 > 0$ , 则  $x_1 > 0, x_2 > 0$  或  $x_1 < 0, x_2 < 0$ , 当  $x_1 > 0, x_2 > 0$  时,  $x_3 > 0$ , 但是  $y_2$  和  $y_3$  的正负性不确定; 当  $x_1 < 0, x_2 < 0$  时,  $x_3 > 0$  或  $x_3 < 0$ , 此时  $y_2 < 0$ , 但是  $y_3$  的正负性不确定, 故 B 不符合题意. 若

**易错警示** 解决一次函数  $y = kx + b$  的图象问题时, 我们需要考虑  $b$  的取值范围, 同时兼顾  $b = 0$  的情况, 这样才不会导致漏解.

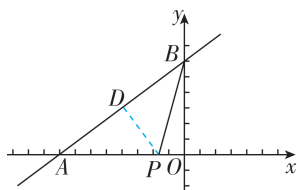
**思路分析** 先根据勾股定理计算出 AB 的长, 再分  $AB = PA$  和  $PA = PB$  两种情况进行求解即可.

**易错警示** 分两种情况讨论: 当  $3 - m > 0$ , 即  $m < 3$  时; 当  $3 - m < 0$ , 即  $m > 3$  时.

$x_2 x_3 < 0$ , 则  $x_3 > 0, x_2 < 0, x_1 < 0$ ,  $\therefore y_1 < 0, y_2 < 0$ ,  $\therefore y_1 y_2 > 0$ , 故 C 符合题意. 若  $x_2 x_3 < 0$ , 则  $x_3 > 0, x_2 < 0, x_1 < 0$ ,  $\therefore y_1 < 0, y_2 < 0, y_3$  的正负性不确定, 故 D 不符合题意. 故选 C.

**4.  $-4 < x \leq 4$**  【解析】由函数的图象可知, 当  $y = 3$  时,  $x = -4$ ; 当  $y = -1$  时,  $x = 4$ , 故  $x$  的取值范围是  $-4 < x \leq 4$ . 故答案为  $-4 < x \leq 4$ .

**5.  $(-18, 0)$  或  $(-\frac{7}{4}, 0)$**  【解析】∵ 直线  $y = \frac{3}{4}x + 6$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点 A, B,  $\therefore A(-8, 0), B(0, 6)$ ,  $\therefore AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ . 当  $AB = PA = 10$  时,  $\therefore$  点 P 在  $x$  轴的负半轴上,  $\therefore P(-18, 0)$ . 如图, 作 AB 的垂直平分线 PD, 交  $x$  轴于点 P, 交 AB 于点 D. 根据线段垂直平分线的性质, 得到  $PA = PB$ . 设  $PO = t$ , 则  $PA = PB = 8 - t$ . 根据勾股定理, 得  $OP^2 + OB^2 = BP^2$ ,  $\therefore (8 - t)^2 = t^2 + 6^2$ , 解得  $t = \frac{7}{4}$ .  $\therefore$  点 P 在  $x$  轴的负半轴上,  $\therefore P(-\frac{7}{4}, 0)$ . 故答案为  $(-18, 0)$  或  $(-\frac{7}{4}, 0)$ .



**6. -4** 【解析】①若  $3 - m > 0$ , 即  $m < 3$ , 则易得当  $x = 1$  时,  $y$  取得最大值 0, 代入得  $(3 - m) + n = 0$ , 整理得  $-m + n = -3$ . 联立方程组  $\begin{cases} -m + n = -3, \\ 2m - n = 2, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} m = -1, \\ n = -4. \end{cases}$  ②若  $3 - m < 0$ , 即  $m > 3$ , 则易得当  $x = -1$  时,  $y$  取得最大值 0, 代入得  $-(3 - m) + n = 0$ , 整理得  $m + n = 3$ . 联立方程组  $\begin{cases} m + n = 3, \\ 2m - n = 2, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} m = \frac{5}{3}, \\ n = \frac{4}{3} \end{cases}$  (舍去). 综上所述,  $n$  的值是 -4. 故答案为 -4.

刷素养

7. 【解】(1) 令  $y=0$ , 则  $x=2$ , 令  $x=0$ , 则  $y=4$ ,  
 $\therefore$  图象  $W$  与  $x$  轴交点坐标为  $(2,0)$ , 与  $y$  轴交点坐标为  $(0,4)$ .

故答案为  $(2,0), (0,4)$ .

(2) 将点  $P(-2, a)$  代入  $y=-2x+4$ , 得

$$a = -2 \times (-2) + 4 = 8;$$

将点  $Q(b, 3)$  代入  $y=-2x+4$ , 得  $3 = -2b+4$ ,

$$\text{解得 } b = \frac{1}{2}.$$

(3) 当  $x < t$  时, 图象  $G_1$  对应的函数表达式为  $y=2x-4$ ,

当  $x \geq t$  时, 图象  $G_2$  对应的函数表达式为  $y=-2x+4$ ,

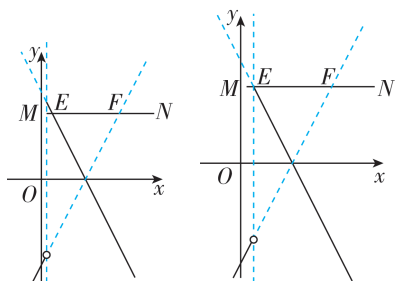
综上, 图象  $G$  对应的函数表达式为  $y = \begin{cases} 2x-4 & (x < t) \\ -2x+4 & (x \geq t) \end{cases}$ .

(4)  $t \leq \frac{1}{2}$  或  $t > \frac{7}{2}$ . 设线段  $MN$  与直线  $y=-2x+4$  交于点  $E$ , 与直线  $y=2x-4$  交于点  $F$ ,

$$\text{令 } 3 = -2x+4, \text{ 解得 } x = \frac{1}{2}, \text{ 则 } E\left(\frac{1}{2}, 3\right);$$

$$\text{令 } 3 = 2x-4, \text{ 解得 } x = \frac{7}{2}, \text{ 则 } F\left(\frac{7}{2}, 3\right).$$

① 当  $t < \frac{1}{2}$  时, 如图(1)所示, 此时图象  $G$  与线段  $MN$  有且只有一个交点.



图(1)

图(2)

② 当  $t = \frac{1}{2}$  时, 如图(2)所示, 此时图象  $G$  与线段  $MN$  有且只有一个交点.

思路分析

(4) 分五种情况讨论: ① 当

$t < \frac{1}{2}$  时; ② 当

$t = \frac{1}{2}$  时; ③ 当

$\frac{1}{2} < t < \frac{7}{2}$  时;

④ 当  $t = \frac{7}{2}$  时;

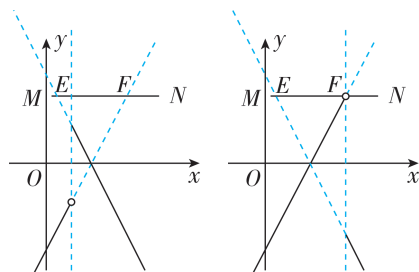
⑤ 当  $t > \frac{7}{2}$  时,

不要漏解.

思路分析

将点  $A, B$  的坐标分别代入  $y=kx$ , 分别求出  $k$  值, 再根据正比例函数的图象和性质即可得出结论.

③ 当  $\frac{1}{2} < t < \frac{7}{2}$  时, 如图(3)所示, 此时图象  $G$  与线段  $MN$  没有交点.

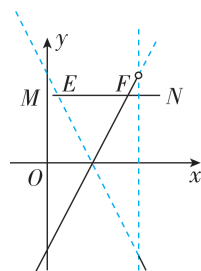


图(3)

图(4)

④ 当  $t = \frac{7}{2}$  时, 如图(4)所示, 此时图象  $G$  与线段  $MN$  没有交点.

⑤ 当  $t > \frac{7}{2}$  时, 如图(5)所示, 此时图象  $G$  与线段  $MN$  有且只有一个交点.



图(5)

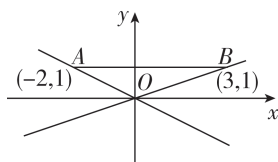
综上, 当图象  $G$  与线段  $MN$  有且只有一个交点时,  $t$  的取值范围为  $t \leq \frac{1}{2}$  或  $t > \frac{7}{2}$ .

3.1~3.3 综合训练



刷综合

1. D 【解析】如图, 将  $A(-2, 1), B(3, 1)$  分别代入  $y=kx$ , 分别解得  $k = -\frac{1}{2}, k = \frac{1}{3}$ .  $\therefore$  正比例函数  $y=kx$  的图象越靠近  $y$  轴,  $|k|$  的值越大,  $\therefore$  若正比例函数  $y=kx$  的图象与线段  $AB$  有交点, 则  $k \leq -\frac{1}{2}$  或  $k \geq \frac{1}{3}$ . 故选 D.



2. C 【解析】如图,在两条直

线上分别取横坐标为  $m$  的两个点  $A$  和  $B$ , 则  $A(m, k_1m)$ ,  $B(m, k_2m)$ .  $\because k_1m < k_2m, m < 0, \therefore k_1 > k_2$ . 当取横坐标为正数时, 同理可得  $k_1 > k_2$ .  $\because k_1 < 0, k_2 < 0, \therefore |k_1| < |k_2|$ . 故选 C.

3. C 【解析】 $y=kx-3$  ( $k$  为常数, 且  $k \neq 0$ ) 中, 当

$x=0$  时,  $y=-3$ , 当  $y=0$  时,  $x=\frac{3}{k}$ ,  $\therefore$  直线  $y=kx-3$  ( $k$  为常数, 且  $k \neq 0$ ) 与  $x$  轴的交点为  $(\frac{3}{k}, 0)$ , 与  $y$  轴的交点为  $(0, -3)$ .  $y=2x+b$  ( $b$  为常数) 中, 当  $x=0$  时,  $y=b$ , 当  $y=0$  时,  $x=-\frac{b}{2}$ ,  $\therefore$  直线  $y=2x+b$  ( $b$  为常数) 与  $x$  轴的交点为  $(-\frac{b}{2}, 0)$ , 与  $y$  轴的交点为  $(0, b)$ .  $\therefore$  直线  $y=kx-3$  ( $k$  为常数, 且  $k \neq 0$ ) 与直线  $y=2x+b$  ( $b$  为常数) 关于  $y$  轴对称,  $\therefore b=-3, \frac{3}{k}=-(-\frac{b}{2})$ , 解得  $k=-2$ , 故选 C.

4. 点 B 【解析】 $\because$  不等式  $kx+b>2$  的解集是  $x>4$ ,  $\therefore$  直线  $y=kx+b$  必过点  $(4, 2)$ , 且  $y$  随着  $x$

的增大而增大, 即  $k>0$ .  $\because 5>4, 3<4, \therefore$  当  $x=5$  时,  $y$  应该大于 2, 当  $x=3$  时,  $y$  应该小于 2,  $\therefore$  点  $B(5, 3)$  在直线  $y=kx+b$  上, 故答案为点 B.

5. 6 【解析】对于  $y=\frac{1}{2}x-2$ , 当  $y=0$  时,  $\frac{1}{2}x-2=$

0, 解得  $x=4$ , 即  $OA=4$ . 过  $B$  作  $BC \perp OA$  于  $C$ .  $\because \triangle OAB$  是以  $OA$  为斜边的等腰直角三角形,  $\therefore BC=OC=AC=2, \therefore B$  点的坐标是  $(2, 2)$ . 设平移的距离为  $a$ , 则  $B$  点的对应点  $B'$  的坐标为  $(a+2, 2)$ , 代入  $y=\frac{1}{2}x-2$  得  $2=\frac{1}{2}(a+2)-2$ , 解得  $a=6$ , 即  $\triangle OAB$  平移的距离是 6. 故答案为 6.

6. 【解】(1) 当  $m=3$  时,  $A=3x+2, B=7$ .

因为  $A<B$ , 所以  $3x+2<7$ ,

思路分析

(1) 将  $m=3$  代入  $A, B$  的式子中, 求出  $A=3x+2, B=7$ , 由  $A<B$  得出不等式  $3x+2<7$ , 解之即可求出  $x$  的取值范围;  
(2) 因为  $A=mx+2, B=2m+1$ , 所以  $A-B=mx+2-(2m+1)=m(x-2)+1$ . 因为  $m<0, x<2$ , 所以  $m(x-2)+1>0$ , 所以  $A-B>0$ , 即  $A>B$ ;  
(3) 由 (2) 得  $C=m(x-2)+1$ , 分  $m>0, m=0, m<0$  三种情况讨论, 求出  $m$  的取值范围即可.

解得  $x<\frac{5}{3}$ . 故答案为  $x<\frac{5}{3}$ .

(2)  $A>B$ . 理由: 因为  $A=mx+2, B=2m+1$ ,

所以  $A-B=mx+2-(2m+1)$

$=mx+2-2m-1$

$=mx-2m+1$

$=m(x-2)+1$ .

因为  $m<0, x<2$ , 所以  $x-2<0$ ,

所以  $m(x-2)>0$ ,

所以  $m(x-2)+1>0$ ,

所以  $A-B>0$ ,

即  $A>B$ .

(3)  $-\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ .

由 (2) 得  $C=A-B=m(x-2)+1$ .

① 当  $m>0$  时,  $C$  随着  $x$  的增大而增大,

则当  $x=3$  时,  $C$  取最大值  $m+1$ , 当  $x=-2$  时,  $C$  取最小值  $-4m+1$ ,

$$\text{可得} \begin{cases} m+1 \leq 2, \\ -4m+1 \geq -3, \\ m > 0, \end{cases}$$

解得  $0 < m \leq 1$ .

② 当  $m=0$  时,  $C=1$ , 满足  $-3 \leq C \leq 2$ ,

所以  $m=0$  符合题意.

③ 当  $m<0$  时,  $C$  随着  $x$  的增大而减小,

则当  $x=-2$  时,  $C$  取最大值  $-4m+1$ , 当  $x=3$  时,  $C$  取最小值  $m+1$ ,

$$\text{可得} \begin{cases} -4m+1 \leq 2, \\ m+1 \geq -3, \\ m < 0, \end{cases}$$

解得  $-\frac{1}{4} \leq m < 0$ .

综上所述,  $-\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ .

3.4 用待定系数法确定一次函数的表达式



刷基础

1. C 【解析】把  $(a, b)$  代入  $y=kx$ , 得  $b=ak$ , 将

$a=3b$  代入  $b=ak$ , 得  $k=\frac{1}{3}$ ,  $\therefore$  该函数的表达式为  $y=\frac{1}{3}x$ , 故选 C.



2. -2 【解析】∵ 正比例函数  $y=kx$  的图象经过点  $(-3,6)$ ,  $\therefore -3k=6$ ,  $\therefore k=-2$ , 故答案为 -2.

3.  $-\frac{1}{3}$  【解析】∵  $A(4,1), B(2,-3)$ ,  $\therefore AB$  的中点坐标为  $(3,-1)$ . 设正比例函数表达式为  $y=kx$ . 把  $(3,-1)$  代入, 得  $3k=-1$ , 解得  $k=-\frac{1}{3}$ . 故答案为  $-\frac{1}{3}$ .

4. B 【解析】∵ 直线  $y=kx+b$  与直线  $y=2x+1$  平行,  $\therefore k=2$ ,  $\therefore y=2x+b$ . ∵ 点  $P(2,1)$  在直线  $y=2x+b$  上,  $\therefore 4+b=1$ ,  $\therefore b=-3$ . 故选 B.

5. A 【解析】∵ 一次函数  $y=kx+b$  的图象经过点  $A(-1,5), B(3,-3)$ ,  $\therefore \begin{cases} -k+b=5, \\ 3k+b=-3, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=-2, \\ b=3, \end{cases}$  ∴ 一次函数  $y=kx+b$  的表达式为  $y=-2x-3$ . 在  $y=-2x-3$  中, 当  $x=0$  时,  $y=-3$ ,  $\therefore$  一次函数  $y=-2x-3$  的图象与  $y$  轴的交点坐标是  $(0,-3)$ . 故选 A.

6. A 【解析】易得直线  $y=-2x-b$  关于  $x$  轴对称的直线的函数表达式为  $y=2x+b$ . ∵ 所得的直线经过点  $(2,1)$ ,  $\therefore 1=4+b$ , 解得  $b=-3$ . 故选 A.

7.  $y=3x+37$  【解析】设该函数表达式为  $y=kx+b$ . 根据题意得  $\begin{cases} k+b=40, \\ 2k+b=43, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=3, \\ b=37, \end{cases}$  ∴ 该函数表达式为  $y=3x+37$ . 故答案为  $y=3x+37$ .

8. A 【解析】设弹簧的长度  $y$  (cm) 与所挂物体的质量  $x$  (kg) 之间的函数关系式为  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ). ∵ 该函数图象经过点  $(6,15), (20,22)$ ,  $\therefore \begin{cases} 6k+b=15, \\ 20k+b=22, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=0.5, \\ b=12, \end{cases}$  即弹簧的长度  $y$  (cm) 与所挂物体的质量  $x$  (kg) 之间的函数关系式为  $y=0.5x+12$ . 当  $x=0$  时,  $y=12$ , 即弹簧不挂物体时的长度为 12 cm. 故选 A.

9. 【解】(1) 设售价  $y$  (元) 与香蕉质量  $x$  (千克) 之间的函数关系式为  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ). 由已知得  $\begin{cases} k+b=3.2, \\ 2k+b=6.4, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=3.2, \\ b=0, \end{cases}$   $\therefore y$  与  $x$  之间的函数关系式为  $y=3.2x$  ( $x>0$ ).

易错警示

题目中没有给出图形, 题目信息也没有明确点  $A$  在  $x$  轴正半轴上还是负半轴上, 所以需要分类讨论.

方法总结

用待定系数法求一次函数表达式的一般步骤: ① 设: 设这个一次函数表达式为  $y=kx+b$ ;

② 列: 把已知两点坐标代入一次函数表达式, 得到关于  $k, b$  的二元一次方程组;

③ 解: 解这个二元一次方程组, 求出  $k, b$  的值; ④ 代: 把求得的  $k, b$  的值代入所设的一次函数表达式.

易错警示

注意分两种情况讨论: 当  $k>0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 当  $k<0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小.

(2) 当  $x=11$  时,  $y=3.2 \times 11=35.2$ .

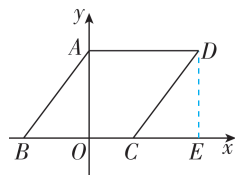
答: 当小明需要买 11 千克香蕉时, 应付 35.2 元.

刷易错

10.  $y=-\frac{2}{3}x+4$  或  $y=\frac{2}{3}x+4$  【解析】根据题意, 可知直线  $AB$  与  $x$  轴交于点  $A$ , 与  $y$  轴交于点  $B$ ,  $\therefore \frac{|a| \times 4}{2}=12$ , 解得  $a=\pm 6$ ,  $\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(6,0)$  或  $(-6,0)$ . 设直线  $AB$  的表达式为  $y=kx+b$ , 则  $\begin{cases} 0=6k+b, \\ 4=b, \end{cases}$  或  $\begin{cases} 0=-6k+b, \\ 4=b, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=-\frac{2}{3}, \\ b=4, \end{cases}$  或  $\begin{cases} k=\frac{2}{3}, \\ b=4, \end{cases}$   $\therefore$  直线  $AB$  的表达式为  $y=-\frac{2}{3}x+4$  或  $y=\frac{2}{3}x+4$ . 故答案为  $y=-\frac{2}{3}x+4$  或  $y=\frac{2}{3}x+4$ .

刷提升

1. C 【解析】∵  $OA:OB=4:3$ ,  $\therefore$  设  $OA=4t$  ( $t>0$ ), 则  $OB=3t$ . ∵  $OA \perp OB$ ,  $\therefore OA^2+OB^2=AB^2$ ,  $\therefore (4t)^2+(3t)^2=10^2$ ,  $\therefore t=2$ ,  $\therefore OA=8, OB=6$ ,  $\therefore OC=BC-OB=4$ ,  $\therefore C(4,0)$ . 如图, 过点  $D$  作  $DE \perp x$  轴于点  $E$ , 则四边形  $AOED$  为矩形,  $\therefore OE=AD=10, DE=OA=8$ ,  $\therefore D(10,8)$ . 设  $CD$  所在直线的函数表达式为  $y=kx+b$ ,



$\therefore \begin{cases} 10k+b=8, \\ 4k+b=0, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=\frac{4}{3}, \\ b=-\frac{16}{3}, \end{cases}$   $\therefore CD$  所在直线的函数表达式为  $y=\frac{4}{3}x-\frac{16}{3}$ . 故选 C.

2. C 【解析】当  $k>0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大,  $\therefore$  当  $x=0$  时,  $y=-2$ , 当  $x=2$  时,  $y=4$ , 代入一次函数表达式  $y=kx+b$ , 得  $\begin{cases} b=-2, \\ 2k+b=4, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=3, \\ b=-2, \end{cases}$   $\therefore kb=3 \times (-2)=-6$ . 当  $k<0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小,  $\therefore$  当  $x=0$  时,  $y=4$ , 当  $x=2$  时,  $y=-2$ , 代入一次函数表达式  $y=kx+b$ , 得

$\begin{cases} b=4, \\ 2k+b=-2, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=-3, \\ b=4, \end{cases} \therefore kb=-3 \times 4 = -12$ . 综上所述,  $kb$  的值为  $-6$  或  $-12$ . 故选 C.

**3. D** 【解析】 $\because 2k_1+b_1, 2k_2+b_2, 2k_3+b_3$  分别为  $x=2$  时  $y_1, y_2, y_3$  的值,  $\therefore$  由图象知, 当  $x=2$  时  $y_3$  的值最大. 将  $A(0, 2), C(4, 4)$  代入  $y_3=k_3x+b_3$ , 得  $\begin{cases} 4k_3+b_3=4, \\ b_3=2, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k_3=\frac{1}{2}, \\ b_3=2, \end{cases} \therefore$  直线  $AC$  的函数表达式为  $y_3=\frac{1}{2}x+2$ . 当  $x=2$  时,  $y_3=\frac{1}{2} \times 2+2=3$ . 故选 D.

**4. B** 【解析】设直线  $PQ$  的表达式为  $y=kx+b$ . 把  $P, Q$  的坐标代入得  $\begin{cases} 2m+2=km+b, \\ 2m=k(m-1)+b, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=2, \\ b=2, \end{cases} \therefore$  直线  $PQ$  的表达式为  $y=2x+2$ . 同理可得直线  $OA$  的表达式为  $y=2x, \therefore OA \parallel PQ$ . 又  $\because PQ = \sqrt{(m-m+1)^2 + (2m+2-2m)^2} = \sqrt{5}$ ,  $OA = \sqrt{(-1-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{5}, \therefore PQ = OA$ ,  $\therefore$  四边形  $OAQP$  是平行四边形,  $\therefore$  当  $OP \perp PQ$  时, 四边形  $OAQP$  的周长最小, 此时四边形  $OAQP$  是矩形,  $\therefore OQ=AP, \therefore \sqrt{(m-1)^2 + (2m)^2} = \sqrt{(m+1)^2 + (2m+2)^2}$ , 解得  $m = -\frac{4}{5}$ , 故选 B.

**5. -1** 【解析】令点  $A(-2, 5)$  关于  $y$  轴的对称点为  $A'$ , 则  $A'(2, 5), \therefore$  反射光线所在直线过点  $B(0, 1)$  和  $A'(2, 5)$ . 设直线  $A'B$  的表达式为  $y=kx+b$ , 则  $\begin{cases} 2k+b=5, \\ b=1, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=2, \\ b=1, \end{cases} \therefore$  直线  $A'B$  的表达式为  $y=2x+1. \therefore$  反射后经过点  $C(m, n), \therefore 2m+1=n, \therefore 2m-n=-1$ . 故答案为  $-1$ .

**6.  $(2^{n-1}-1, 2^{n-1})$**  【解析】 $\because$  点  $B_1$  的坐标为  $(1, 1)$ , 点  $B_2$  的坐标为  $(3, 2), \therefore$  正方形  $A_1B_1C_1O$  的边长为  $1$ , 正方形  $A_2B_2C_2C_1$  的边长为  $2, \therefore A_1$  的坐标为  $(0, 1), A_2$  的坐标为  $(1, 2)$ . 把  $A_1, A_2$  的坐标代入  $y=kx+b$  得,  $\begin{cases} b=1, \\ k+b=2, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} b=1, \\ k=1, \end{cases} \therefore$  直线的表达式为  $y=x+1. \therefore$  点  $B_2$  的

### 关键点拨

根据正方形的性质可得  $A_1$  的坐标为  $(0, 1), A_2$  的坐标为  $(1, 2)$ , 利用待定系数法求得直线的表达式为  $y=x+1$ , 分别求得  $A_3, A_4$  的坐标, 总结规律, 即可求解.

### 思路分析

令点  $A(-2, 5)$  关于  $y$  轴的对称点为  $A'$ , 则  $A'(2, 5)$ , 根据反射的性质得, 反射光线所在直线过点  $B(0, 1)$  和  $A'(2, 5)$ , 进而求出直线  $A'B$  的表达式, 再根据反射后经过点  $C(m, n)$ , 即可求出答案.

坐标为  $(3, 2), \therefore$  点  $A_3$  的横坐标为  $3$ . 在  $y=x+1$  中, 令  $x=3$ , 则  $y=3+1=4=2^2, \therefore A_3$  的坐标为  $(3, 4), \therefore$  正方形  $A_3B_3C_3C_2$  的边长为  $4$ , 则  $A_4$  的横坐标是  $3+4=7, \therefore$  点  $A_4$  的纵坐标是  $7+1=8=2^3$ , 据此可得  $A_n$  的纵坐标是  $2^{n-1}$ , 横坐标是  $2^{n-1}-1$ , 即  $A_n$  的坐标为  $(2^{n-1}-1, 2^{n-1})$ , 故答案为  $(2^{n-1}-1, 2^{n-1})$ .

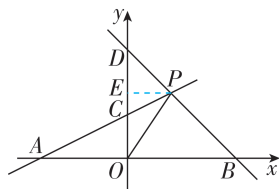
### 刷素养

**7. 【解】**(1) 作  $PE \perp y$  轴于  $E$ , 如图.

$\because$  点  $P$  的横坐标是  $2, \therefore PE=2$ .

$\because C(0, 2), \therefore OC=2$ ,

$$\therefore S_{\triangle COP} = \frac{1}{2} OC \cdot PE = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2.$$



$$(2) S_{\triangle AOC} = S_{\triangle AOP} - S_{\triangle COP} = 6 - 2 = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} OA \cdot OC = 4, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times OA \times 2 = 4,$$

$\therefore OA=4, \therefore$  点  $A$  的坐标是  $(-4, 0)$ .

设直线  $AP$  的表达式是  $y=kx+b (k \neq 0)$ . 将

$$A(-4, 0), C(0, 2) \text{ 代入, 得 } \begin{cases} -4k+b=0, \\ b=2, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=\frac{1}{2}, \\ b=2, \end{cases}$$

则直线  $AP$  的表达式是  $y=\frac{1}{2}x+2$ .

当  $x=2$  时,  $y=3, \therefore p=3$ .

(3) 设直线  $BD$  的表达式为  $y=mx+n (m \neq 0)$ .

当  $x=0$  时,  $y=n$ ; 当  $y=0$  时,  $x=-\frac{n}{m}$ ,

$$\therefore B\left(-\frac{n}{m}, 0\right), D(0, n),$$

$$\therefore OB = -\frac{n}{m}, OD = n.$$

$\because P(2, 3), \triangle BOP$  与  $\triangle DOP$  的面积相等,

$$\therefore 3OB = 2OD,$$

$$\therefore \begin{cases} 2m+n=3, \\ 2n=-\frac{3n}{m}, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m=-\frac{3}{2}, \\ n=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=\frac{3}{2}, \\ n=0 \end{cases} \text{ (舍去),}$$

$\therefore$  直线  $BD$  的函数表达式为  $y=-\frac{3}{2}x+6$ .

## 重难专题 2 一次函数中 $k, b$ 的应用

### 刷难关

**1. C** 【解析】 $\because$  在  $y=2x-4$  中, 当  $y=0$  时,  $2x-4=0$ , 解得  $x=2$ , 当  $x=0$  时,  $y=-4$ ,  $\therefore$  直线  $l_1$  与  $x$  轴的交点坐标为  $(2,0)$ , 与  $y$  轴的交点坐标为  $(0,-4)$ ,  $\therefore$  直线  $l_1$  与  $x$  轴的交点关于  $y$  轴对称的点的坐标为  $(-2,0)$ , 直线  $l_2$  过点  $(0,-4)$ ,  $\therefore$  直线  $l_1$ 、直线  $l_2$  与  $x$  轴围成的三角形的面积为  $\frac{1}{2} \times [2 - (-2)] \times 4 = 8$ , 故选 C.

**2. D** 【解析】在  $y=(k-1)x+k+1$  中, 当  $y=0$  时,  $(k-1)x+k+1=0$ , 解得  $x=-1-\frac{2}{k-1}$ ,  $\therefore$  直线  $l_1$  与  $x$  轴的交点坐标为  $(-1-\frac{2}{k-1}, 0)$ , 同理, 可得出直线  $l_2$  与  $x$  轴的交点坐标为  $(-1-\frac{2}{k}, 0)$ ,  $\therefore$  结合  $k$  为不小于 2 的自然数可知两直线与  $x$  轴交点间的距离  $d = -1 - \frac{2}{k} - (-1 - \frac{2}{k-1}) = \frac{2}{k-1} - \frac{2}{k}$ . 联立方程组得  $\begin{cases} y=(k-1)x+k+1, \\ y=kx+k+2, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=-1, \\ y=2, \end{cases}$   $\therefore$  直线  $l_1, l_2$  的交点坐标为  $(-1, 2)$ .  $\therefore$  直线  $l_1, l_2$  与  $x$  轴围成的三角形的面积  $S = \frac{1}{2} \times 2 \times d = d$ ,  $\therefore$  当  $k=2$  时,  $S_2 = \frac{2}{2-1} - \frac{2}{2} = \frac{2}{1} - \frac{2}{2}$ ; 当  $k=3$  时,  $S_3 = \frac{2}{2} - \frac{2}{3}$ ; 当  $k=4$  时,  $S_4 = \frac{2}{3} - \frac{2}{4}$ ;  $\cdots$ ; 当  $k=2\ 025$  时,  $S_{2\ 025} = \frac{2}{2\ 024} - \frac{2}{2\ 025}$ ,  $\therefore S_2 + S_3 + S_4 + \cdots + S_{2\ 025} = \frac{2}{1} - \frac{2}{2} + \frac{2}{2} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{2}{4} + \cdots + \frac{2}{2\ 024} - \frac{2}{2\ 025} = 2 - \frac{2}{2\ 025} = \frac{4\ 048}{2\ 025}$ , 故选 D.

**3. 【解】**(1) 由  $OB=5$  可得  $B(0, -5)$ . 把  $(0, -5)$  代入  $y=-3x+b$ , 可得  $b=-5$ ,

$\therefore y=-3x-5$ . 联立得  $\begin{cases} y=-3x-5, \\ y=-\frac{4}{3}x, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=-3, \\ y=4, \end{cases}$

### 关键点拨

根据题意, 依次求出  $S_2, S_3, S_4, \cdots, S_{2\ 025}$ , 然后列式计算求得最后的结果即可.

### 关键点拨

(2) 设直线  $AB$  与  $x$  轴交于点  $C$ , 过  $A$  作  $AE \perp x$  轴于  $E$ , 根据题意求出  $CO, AE$  的长是解题关键.

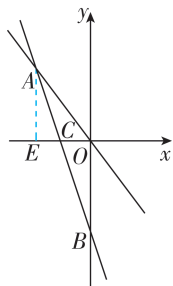
$\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(-3, 4)$ .

(2) 设直线  $AB$  与  $x$  轴交于点  $C$ , 则点  $C$  的坐标为  $(-\frac{5}{3}, 0)$ ,

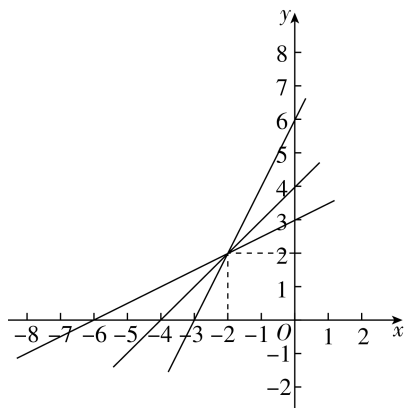
$\therefore CO = \frac{5}{3}$ . 如图, 过  $A$  作  $AE \perp x$

轴于  $E$ . 由  $A(-3, 4)$  可得  $AE=4$ ,

$\therefore S_{\triangle ACO} = \frac{1}{2} AE \cdot CO = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$ .



**4. D** 【解析】 $\because y=(k-1)x+2k=k(x+2)-x$  ( $k>1$ ),  $\therefore$  直线  $y=(k-1)x+2k$  ( $k>1$ ) 经过点  $(-2, 2)$ . 如图, 当直线经过  $(0, 3)$  时, 直线  $y=(k-1)x+2k$  ( $k>1$ ) 与两坐标轴围成的三角形区域 (不含边界) 中有且只有四个整点, 则  $3=2k$ , 解得  $k=\frac{3}{2}$ .



当直线经过  $(0, 6)$  时, 直线  $y=(k-1)x+2k$  ( $k>1$ ) 与两坐标轴围成的三角形区域 (不含边界) 中有且只有四个整点, 则  $6=2k$ , 解得  $k=3$ . 当直线经过  $(0, 4)$  时, 直线  $y=(k-1)x+2k$  ( $k>1$ ) 与两坐标轴围成的三角形区域 (不含边界) 中有且只有三个整点, 此时  $4=2k$ , 解得  $k=2$ . 综上, 若直线  $y=(k-1)x+2k$  ( $k>1$ ) 与两坐标轴围成的三角形区域 (不含边界) 中有且只有四个整点, 则  $k$  的取值范围是  $\frac{3}{2} \leq k \leq 3$  且  $k \neq 2$ . 故选 D.

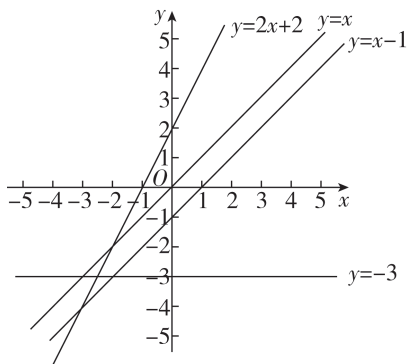
**5. 【解】**(1) 把  $(-1, 0), (0, 2)$  代入  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ) 中,

得  $\begin{cases} -k+b=0, \\ b=2, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=2, \\ b=2, \end{cases}$

$\therefore$  一次函数的表达式为  $y=2x+2$ .

(2) 对于  $y=2x+2$ , 当  $x=-2$  时,  $y=2 \times (-2) + 2 = -2$ . 若直线  $y=x+n$  经过点  $(-2, -2)$ , 则  $-2 = -2 + n$ , 解得  $n=0$ . 若直线  $y=x+n$  经过点  $(-2, -3)$ , 则  $-3 = -2 + n$ , 解得  $n=-1$ .

在平面直角坐标系中画出直线  $y=2x+2$ ,  $y=x$ ,  $y=x-1$ ,  $y=-3$  如下:



$\therefore$  当  $x > -2$  时, 对于  $x$  的每一个值, 函数  $y=x+n$  的值大于  $-3$  且小于一次函数  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ) 的值,

$\therefore$  由图象可得  $-1 < n < 0$ .

**6. A** 【解析】令  $a^2x + 4a = 4ax + a^2$ , 即  $(a^2 - 4a)x = a^2 - 4a$ ,  $\therefore x=1$ ,  $\therefore$  两条直线的交点的横坐标为 1, 故选项 C、D 不合题意; 若  $a > 0$ , 则直线  $y=a^2x+4a$  经过第一、二、三象限, 直线  $y=4ax+a^2$  经过第一、二、三象限; 若  $a < 0$ , 则直线  $y=a^2x+4a$  经过第一、三、四象限, 直线  $y=4ax+a^2$  经过第一、二、四象限, 故选项 A 符合题意, 选项 B 不合题意. 故选 A.

### 3.5 一次函数与二元一次方程的关系

#### 刷基础

**1. A** 【解析】 $\because 2x - y = 2, \therefore y = 2x - 2$ ,  $\therefore$  当  $x=0$  时,  $y=-2$ ; 当  $y=0$  时,  $x=1$ ,  $\therefore$  一次函数  $y=2x-2$  的图象与  $y$  轴交于点  $(0, -2)$ , 与  $x$  轴交于点  $(1, 0)$ , 即可得出选项 A 符合要求, 故选 A.

**2. A** 【解析】 $\because$  直线  $AB: y=ax+2$  与直线  $OC: y=kx$  相交于点  $C(1, \frac{3}{2})$ ,  $\therefore$  关于  $x, y$  的方程

$$\begin{cases} y=kx, \\ y=ax+2 \end{cases} \text{ 的解为 } \begin{cases} x=1, \\ y=\frac{3}{2}. \end{cases} \text{ 故选 A.}$$

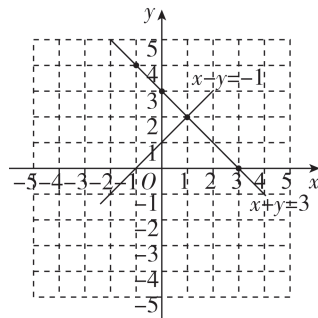
**3. D** 【解析】由题图可知, 一次函数  $y=kx+3k+5$  ( $k \neq 0$ ) 中,  $y$  随  $x$  的增大而增大,  $\therefore k > 0$ ;  $y=ax$  ( $a \neq 0$ ) 中,  $y$  随  $x$  的增大而减小,  $\therefore a < 0$ , 故 ① 正确, ② 正确.  $\because y=kx+3k+5$  可变形为  $y=k(x+3)+5$ ,  $\therefore$  当  $x=-3$  时, 不论  $k$  ( $k \neq 0$ ) 为何值,  $y$  均等于 5,  $\therefore$  一次函数  $y=kx+3k+5$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过定点  $(-3, 5)$ , 故 ③ 正确.  $\because$  一次函数  $y=kx+3k+5$  ( $k \neq 0$ ) 与  $y=ax$  ( $a \neq 0$ ) 的图象交于点  $A(-3, 5)$ ,  $\therefore$  关于  $x, y$  的方程组

$$\begin{cases} y=kx+3k+5, \\ y=ax \end{cases} \text{ 的解是 } \begin{cases} x=-3, \\ y=5, \end{cases} \text{ 故 ④ 正确. 故选 D.}$$

**4. -1** 【解析】由图象可知, 点  $P$  横坐标为 1, 将  $x=1$  代入  $2x+y=4$ , 解得  $y=2$ ,  $\therefore P(1, 2)$ ,  $\therefore a=1-2=-1$ . 故答案为  $-1$ .

**5. 【解】**(1) 在  $x+y=3$  中, 当  $x=-1$  时,  $y=4$ , 即  $n=4$ ; 当  $y=0$  时,  $x=3$ , 即  $m=3$ , 故答案为 3, 4.

(2) 在平面直角坐标系中描出四组解的对应点的位置如图:



(3) 镜面  $\alpha$  的方程  $x+y=3$  的所有解的对应点组成的图形是一条直线, 镜面  $\alpha$  的方程  $x+y=3$  的图象如图所示, 故答案为一条直线.

(4) 镜面  $\beta$  的方程  $x-y=-1$  的图象如图所示.

(5) 由图象可知, 方程组  $\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=-1 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x=1, \\ y=2. \end{cases}$

#### 关键点拨

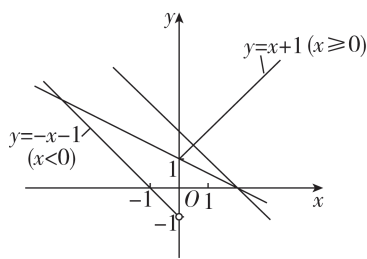
(5) 运用数形结合思想, 根据镜面  $\alpha$  方程的图象与镜面  $\beta$  方程图象的交点坐标即可得解.

#### 思路分析

作出函数  $y=\begin{cases} x+1(x \geq 0), \\ -x-1(x < 0) \end{cases}$  的图象, 分别求出当直线  $y=a(x-2)$  与直线  $y=-x-1$  平行时和当直线  $y=a(x-2)$  过点  $(0, 1)$  时  $a$  的值, 再根据图象分析得出  $a$  的取值范围即可.

#### 刷提升

**1. C** 【解析】 $\because ax-2a-y=0$  可化简为  $y=a(x-2)$ ,  $\therefore$  无论  $a$  取何值, 直线  $y=a(x-2)$  恒过  $(2, 0)$ . 作出函数  $y=\begin{cases} x+1(x \geq 0), \\ -x-1(x < 0) \end{cases}$  的图象如下:



当直线  $y=a(x-2)$  与直线  $y=-x-1$  平行时, 可得  $a=-1$ , 当直线  $y=a(x-2)$  过点  $(0, 1)$  时, 可

### 3.6 一次函数的应用

#### 课时 1 利用一次函数解决计费、行程问题

##### 刷基础

1. C 【解析】当  $0 \leq x \leq 100$  时,  $y = 0.5x$ ; 当  $x > 100$  时,  $y = 100 \times 0.5 + 0.8(x - 100) = 0.8x - 30$ , 故  $y$  与  $x$  的函数关系式为  $y = \begin{cases} 0.5x (0 \leq x \leq 100), \\ 0.8x - 30 (x > 100). \end{cases}$  观察各选项, C 选项中的图象符合, 故选 C.

关键点拨 2. 【解】(1) 设当  $x > 10$  时,  $y$  关于  $x$  的函数表达式为  $y = kx + b (k \neq 0)$ . 将  $(10, 30), (20, 70)$  代入, 得  $\begin{cases} 10k + b = 30, \\ 20k + b = 70, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k = 4, \\ b = -10, \end{cases}$

$\therefore$  当用水量大于 10 吨时,  $y$  关于  $x$  的函数表达式为  $y = 4x - 10 (x > 10)$ .

(2) 设当  $0 \leq x \leq 10$  时,  $y$  关于  $x$  的函数表达式为  $y = mx (m \neq 0)$ . 将  $(10, 30)$  代入, 得  $30 = 10m$ , 解得  $m = 3$ ,  $\therefore y = 3x (0 \leq x \leq 10)$ .

$\therefore$  小明家四月份交水费 32 元,  $\therefore$  该月用水量超过 10 吨,  $\therefore$  令  $4x - 10 = 32$ , 解得  $x = 10.5$ ,

$\therefore$  小明家四月份用水量为 10.5 吨.

$\therefore$  小明家五月份交水费 24 元,  $\therefore$  该月用水量没有超过 10 吨,  $\therefore$  令  $3x = 24$ , 解得  $x = 8$ ,  $\therefore$  小明家五月份用水量为 8 吨.

$10.5 - 8 = 2.5$  (吨).

答: 五月份比四月份节约用水 2.5 吨.

3. B 【解析】由图象可得, 小鹿的速度为  $1 \div 5 = 0.2$  (千米/分),  $\therefore$  小鹿行完全程的时间为  $4.5 \div 0.2 = 22.5$  (分),  $\therefore$  小鹿在休息点休息的时间为  $25 - 22.5 = 2.5$  (分).  $\therefore$  小鹿与小晨的速度差为  $1 \div (15 - 5) = 0.1$  (千米/分),  $\therefore$  小晨的速度为  $0.1 + 0.2 = 0.3$  (千米/分),  $\therefore$  小晨行完全程的时间为  $4.5 \div 0.3 = 15$  (分),  $\therefore$  由图象易得  $m = 15 + 2.5 + 5 = 22.5$ . 故选 B.

4. 【解】(1) 设乙对应的函数关系式为  $y = kx + b (k \neq 0)$ . 将  $(4, 300), (1, 0)$  代入, 得  $\begin{cases} 4k + b = 300, \\ k + b = 0, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k = 100, \\ b = -100, \end{cases}$   $\therefore$  乙车离开 A 城的距离  $y$  与甲车的行驶时间  $x$  的函数关系式为  $y = 100x - 100 (1 \leq x \leq 4)$ .

(2) 联立两个函数关系式得  $\begin{cases} y = 60x, \\ y = 100x - 100, \end{cases}$

得  $1 = a(0 - 2)$ , 解得  $a = -\frac{1}{2}$ . 由图象可得, 当  $-1 < a \leq -\frac{1}{2}$  时,  $y = a(x - 2)$  的图象与函数  $y = \begin{cases} x + 1 (x \geq 0), \\ -x - 1 (x < 0) \end{cases}$  的图象有两个交点, 即关于  $x, y$  的二元一次方程  $ax - 2a - y = 0$  有两组解. 故选 C.

2. 【解】(1)  $\because$  点  $A(0, 4), C(-2, 0)$  在直线  $l: y = kx + b$  上,

$$\therefore \begin{cases} b = 4, \\ -2k + b = 0, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = 2, \\ b = 4, \end{cases}$$

$\therefore$  直线  $l$  的表达式为  $y = 2x + 4$ .

(2)  $\because$  点  $B$  在直线  $l$  上, 点  $B$  的横坐标是 1,

$\therefore$  点  $B$  的纵坐标是  $2 \times 1 + 4 = 6$ ,

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(1, 6)$ ,

$\therefore$  关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} y = kx + b, \\ y = -4x + a \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x = 1, \\ y = 6. \end{cases}$

把  $x = 1, y = 6$  代入  $y = -4x + a$  中, 解得  $a = 10$ .

(3)  $\because$  点  $A$  与点  $P$  关于  $x$  轴对称,  $\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(0, -4)$ ,  $\therefore AP = 4 + 4 = 8$ ,

$$\therefore S_{\triangle BPC} = S_{\triangle PAB} + S_{\triangle PAC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 1 + \frac{1}{2} \times 8 \times 2$$

$$= 4 + 8$$

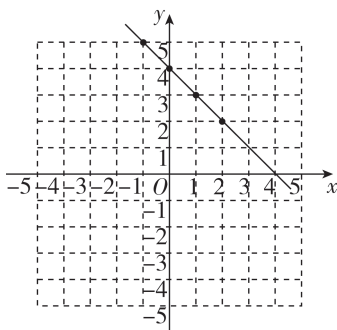
$$= 12.$$

3. 【解】【探究】当  $x = -1$  时,  $-1 + y = 4$ , 解得  $y = 5$ ;

当  $y = 2$  时,  $x + 2 = 4$ , 解得  $x = 2$ .

故答案为 ①2, ②5.

在平面直角坐标系中描出对应点如图所示.



【发现】过这些点中的任意两点画直线, 所有的点都在同一条直线上.

【应用】 $\because$  关于  $x, y$  的二元一次方程  $ax + by = -1$  对应的函数图象上有两个点, 它们的坐标分别为  $(-1, 1), (1, -3)$ ,

$$\therefore \begin{cases} -a + b = -1, \\ a - 3b = -1, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = 2, \\ b = 1, \end{cases}$$

$\therefore$  这个二元一次方程为  $2x + y = -1$ .

利用函数图象中点的坐标求分段函数的表达式, 根据拐点数值判断出四、五月份用水量的范围, 再将  $y$  值代入对应表达式计算即可.

##### 思路分析

【探究】将  $x = -1, y = 2$ , 分别代入  $x + y = 4$  求出对应的  $y$  值和  $x$  值可将表格补充完整, 然后根据坐标描点即可;

【发现】根据题意作图即可解答;

【应用】将  $(-1, 1), (1, -3)$  代入二元一次方程  $ax + by = -1$ , 得关于  $a, b$  的方程组即可求解.



$$\text{解得} \begin{cases} x=2.5, \\ y=150. \end{cases} \quad 2.5-1=1.5(\text{时}),$$

∴ 乙车出发后 1.5 小时追上甲车.

(3) 从图象上看, 相遇前  $x=1$ 、相遇后  $x=4$  时两车之间的距离最大. 当  $x=1$  时, 两车之间的距离是  $60 \times 1 = 60$  (千米); 当  $x=4$  时, 两车之间的距离是  $300 - 60 \times 4 = 60$  (千米).

综上,  $x$  为 1 和 4 时, 两车之间的距离最大, 最大距离是 60 千米.

### 刷提升

1. **C** 【解析】设一年内在该游泳馆游泳  $x$  次, 消费  $y$  元, ∴  $y_A = 50 + 25x$ ,  $y_B = 200 + 20x$ ,  $y_C = 400 + 15x$ , 不办会员卡时  $y_D = 30x$ . 当  $45 \leq x \leq 55$  时,  $1\ 175 \leq y_A \leq 1\ 425$ ;  $1\ 100 \leq y_B \leq 1\ 300$ ;  $1\ 075 \leq y_C \leq 1\ 225$ ;  $1\ 350 \leq y_D \leq 1\ 650$ . 由此可见, 购买 C 类会员年卡消费最低, ∴ 最省钱的方式为购买 C 类会员年卡. 故选 C.

2.  $\frac{65}{3}$  【解析】由题意得点  $B$  的坐标为  $(13, 2\ 400)$ , 小明骑车返回用时是 10 分钟, 因此点  $D$  的坐标为  $(23, 0)$ , 小明的爸爸步行回家所用的时间为  $2\ 400 \div 96 = 25$  (分), ∴ 点  $F$  的坐标为  $(25, 0)$ . 设直线  $BD, EF$  的表达式分别为  $s_1 = k_1 t + b_1$ ,  $s_2 = k_2 t + b_2$ , 把  $B(13, 2\ 400)$ ,  $D(23, 0)$  代入  $s_1 = k_1 t + b_1$ , 把  $F(25, 0)$ ,  $E(0, 2\ 400)$  代入  $s_2 = k_2 t + b_2$  得  $\begin{cases} 13k_1 + b_1 = 2\ 400, \\ 23k_1 + b_1 = 0, \end{cases}$   $\begin{cases} 25k_2 + b_2 = 0, \\ b_2 = 2\ 400, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k_1 = -240, \\ b_1 = 5\ 520, \end{cases}$   $\begin{cases} k_2 = -96, \\ b_2 = 2\ 400, \end{cases}$  ∴ 直线  $BD, EF$  的表达式分别为  $s_1 = -240t + 5\ 520$ ,  $s_2 = -96t + 2\ 400$ . 当  $s_1 = s_2$  时,  $-240t + 5\ 520 = -96t + 2\ 400$ , 解得  $t = \frac{65}{3}$ . 故小明从家出发, 经过  $\frac{65}{3}$  分钟在返回途中追上爸爸. 故答案为  $\frac{65}{3}$ .

3. 【解】(1) 根据表格数据可知, 当  $0 \leq t \leq 200$  时,  $y_1 = 78$ ; 当  $t > 200$  时,  $y_1 = 78 + 0.25(t - 200) = 0.25t + 28$ . 当  $0 \leq t \leq 500$  时,  $y_2 = 108$ ; 当  $t > 500$  时,  $y_2 = 108 + 0.19(t - 500) = 0.19t + 13$ .

$$\text{综上, } y_1 = \begin{cases} 78(0 \leq t \leq 200), \\ 0.25t + 28(t > 200), \end{cases}$$

$$y_2 = \begin{cases} 108(0 \leq t \leq 500), \\ 0.19t + 13(t > 500). \end{cases}$$

### 关键点拨

通过题目叙述理解所给图象, 从图象中获取信息是解题的关键.

### 思路分析

(3) ①先根据“时间=路程÷速度”求出小明从家骑行到工厂所需时间, 再分别求出选择 A 和 B 品牌共享电动车所需费用, 比较即可求解.

②分两种情况讨论: 当  $0 < x \leq 10$  时,  $y_2 - y_1 = 3$ ; 当  $x > 10$  时,  $y_2 - y_1 = 3$  或  $y_1 - y_2 = 3$ . 以此列出方程, 求解即可.

(2) 选择方式 B. 理由如下:

当每月主叫时间为 350 min 时,

$$y_1 = 0.25 \times 350 + 28 = 115.5,$$

$$y_2 = 108.$$

$$\therefore 115.5 > 108,$$

∴ 选择方式 B.

$$(3) \text{ 令 } y_1 = 108, \text{ 得 } 0.25t + 28 = 108,$$

$$\text{解得 } t = 320,$$

$$\therefore \text{ 当 } 0 \leq t < 320 \text{ 时, } y_1 < 108, \text{ 即 } y_1 < y_2,$$

∴ 易知当  $0 \leq t < 320$  时, 方式 A 更省钱.

当  $t = 320$  时, 方式 A 和 B 的计费金额相同.

$$\text{令 } y_2 = 203, \text{ 得 } 0.19t + 13 = 203,$$

$$\text{解得 } t = 1\ 000,$$

∴ 易知当  $320 < t < 1\ 000$  时, 方式 B 更省钱.

当  $t = 1\ 000$  时, 方式 B 和 C 的计费金额相同.

当  $t > 1\ 000$  时, 方式 C 更省钱.

综上, 当  $0 \leq t < 320$  时, 方式 A 更省钱; 当  $t = 320$  时, 方式 A 和 B 的计费金额相同, 一样省钱; 当  $320 < t < 1\ 000$  时, 方式 B 更省钱; 当  $t = 1\ 000$  时, 方式 B 和 C 的计费金额相同, 一样省钱; 当  $t > 1\ 000$  时, 方式 C 更省钱.

4. 【解】(1) 由图象可得  $P(20, 8)$ . 交点  $P$  表示的实际意义是当骑行时间为 20 分钟时, A、B 两种品牌的共享电动车收费都为 8 元.

$$(2) \text{ 设 } y_1 = k_1 x. \text{ 将 } (20, 8) \text{ 代入, 得 } 20k_1 = 8, \text{ 解得 } k_1 = 0.4, \therefore y_1 = 0.4x(x \geq 0).$$

由图象可知, 当  $0 < x \leq 10$  时,  $y_2 = 6$ .

$$\text{设当 } x > 10 \text{ 时, } y_2 = k_2 x + b.$$

$$\text{将 } (10, 6), (20, 8) \text{ 代入, 得 } \begin{cases} 10k_2 + b = 6, \\ 20k_2 + b = 8, \end{cases} \text{ 解}$$

$$\text{得 } \begin{cases} k_2 = 0.2, \\ b = 4, \end{cases}$$

$$\therefore \text{ 当 } x > 10 \text{ 时, } y_2 = 0.2x + 4,$$

$$\therefore y_2 = \begin{cases} 6(0 < x \leq 10), \\ 0.2x + 4(x > 10). \end{cases}$$

(3) ①小明从家骑行到工厂所需的时间为  $\frac{9\ 000}{300} = 30$  (分), ∴ A 品牌共享电动车所需费用为  $0.4 \times 30 = 12$  (元), B 品牌共享电动车所需费用为  $0.2 \times 30 + 4 = 10$  (元).

∵  $12 > 10$ , ∴ 小明选择 B 品牌共享电动车更省钱. 故答案为 B.

$$\text{②当 } 0 < x \leq 10 \text{ 时, } y_2 - y_1 = 3, \therefore 6 - 0.4x = 3, \text{ 解}$$

得  $x=7.5$ ;

当  $x>10$  时,  $y_2-y_1=3$  或  $y_1-y_2=3$ ,

$\therefore 0.2x+4-0.4x=3$  或  $0.4x-(0.2x+4)=3$ ,

解得  $x=5$  (舍去) 或  $x=35$ .

综上, 当  $x$  的值为 7.5 或 35 时, 两种品牌共享电动车收费相差 3 元.

## 课时2 利用一次函数解决方案、最值问题

### 刷提升

1. 【解】(1) 设每顶 A 种型号帐篷的价格为  $x$  元, 每顶 B 种型号帐篷的价格为  $y$  元.

根据题意列方程组为 
$$\begin{cases} 2x+3y=4\,600, \\ 5x+6y=10\,000, \end{cases}$$

解得 
$$\begin{cases} x=800, \\ y=1\,000. \end{cases}$$

答: 每顶 A 种型号帐篷的价格为 800 元, 每顶 B 种型号帐篷的价格为 1 000 元.

(2) 设 A 种型号帐篷购买  $m$  顶, 总费用为  $w$  元, 则 B 种型号帐篷购买  $(28-m)$  顶.

由题意得  $w=800m+1\,000(28-m)=-200m+28\,000$ ,

其中 
$$\begin{cases} m>0, \\ 28-m>0, \\ 3m\leq 28-m, \end{cases}$$
 解得  $0<m\leq 7$ .

$\therefore -200<0$ ,

$\therefore w$  随  $m$  的增大而减小.

故当 A 种型号帐篷购买 7 顶时, 总费用最低, 此时  $28-m=21$ ,  $w=-200\times 7+28\,000=26\,600$ .

答: 当 A 种型号帐篷购买 7 顶, B 种型号帐篷购买 21 顶时, 总费用最低, 为 26 600 元.

2. 【解】(1) 当  $0\leq x\leq 2\,000$  时, 设  $y=k'x$ . 根据题意可得,  $2\,000k'=30\,000$ ,

解得  $k'=15$ ,

$\therefore y=15x$ .

当  $x>2\,000$  时, 设  $y=kx+b$ .

根据题意可得, 
$$\begin{cases} 2\,000k+b=30\,000, \\ 4\,000k+b=56\,000, \end{cases}$$

解得 
$$\begin{cases} k=13, \\ b=4\,000, \end{cases}$$

$\therefore y=13x+4\,000$ ,

### 思路分析

(2) 根据题意

可知, 分当

$1\,600\leq x\leq$

$2\,000$  时, 当

$2\,000<x\leq$

$4\,000$  时两种

情况, 分别列

出  $w$  与  $x$  的函

数关系式, 根

据一次函数的

性质可得出

结论;

(3) 根据题意

得出降价后的

总利润与  $a$  的

关系式, 并根

据总利润不低

于 15 000 元

列不等式, 求

解得出  $a$  的取

值范围即可得

出  $a$  的最

大值.

$$\therefore y = \begin{cases} 15x (0 \leq x \leq 2\,000), \\ 13x + 4\,000 (x > 2\,000). \end{cases}$$

(2) 根据题意可知, 购进甲种产品  $(6\,000-x)$  千克.

当  $1\,600\leq x\leq 2\,000$  时,  $w=(12-8)\times(6\,000-x)+18x-15x=-x+24\,000$ ,

$\therefore -1<0$ ,

$\therefore$  当  $x=1\,600$  时,  $w$  取得最大值, 为  $-1\times 1\,600+24\,000=22\,400$ .

当  $2\,000<x\leq 4\,000$  时,  $w=(12-8)\times(6\,000-x)+18x-(13x+4\,000)=x+20\,000$ ,

$\therefore 1>0$ ,

$\therefore$  当  $x=4\,000$  时,  $w$  取得最大值, 为  $4\,000+20\,000=24\,000$ .

$\therefore 22\,400<24\,000$ ,  $\therefore$  当购进甲种产品 2 000 千克, 乙种产品 4 000 千克时, 利润最大, 最大利润为 24 000 元.

(3) 设降价后总利润为  $w'$  元. 根据题意可知,  $w'=24\,000-2\,000a-4\,000\times 2a=24\,000-10\,000a$ ,

$\therefore 24\,000-10\,000a\geq 15\,000$ ,

解得  $a\leq 0.9$ ,

$\therefore a$  的最大值为 0.9.

3. 【解】(1) 设“滨滨”每个的进价为  $m$  元, 则“妮妮”每个的进价是  $(m-65)$  元. 根据题意得 
$$\frac{28\,000}{m} = \frac{15\,000}{m-65},$$
 解得  $m=140$ , 经检验,  $m=140$

是原分式方程的解,  $\therefore m-65=140-65=75$ .

答: “滨滨”每个的进价为 140 元, “妮妮”每个的进价为 75 元.

(2) 根据题意得  $y=(198-140)x+(100-75)(500-x)=33x+12\,500$ .

$\therefore$  商场用不低于 60 000 元且不高于 60 250 元的资金购进“滨滨”与“妮妮”,

$$\therefore \begin{cases} 140x+75(500-x)\geq 60\,000, \\ 140x+75(500-x)\leq 60\,250, \end{cases}$$
 解得  $346\frac{2}{13}\leq$

$x\leq 350$ .

$\therefore x$  为整数,  $\therefore x$  可取 347 或 348 或 349 或 350,  $\therefore$  有 4 种购买方案.

(3) 捐赠“滨滨”10 个, “妮妮”10 个.

由 (2) 知  $y=33x+12\,500$ ,  $346\frac{2}{13}\leq x\leq 350$ .

$\because 33 > 0, \therefore y$  随  $x$  的增大而增大,  $\therefore x = 350$  时,  $y$  取最大值, 最大值为  $33 \times 350 + 12\ 500 = 24\ 050$ .

设捐赠“滨滨” $a$  个, “妮妮” $n$  个. 根据题意得

$$140a + 75n = 24\ 050 \times \frac{1}{10} - 255, \therefore n = \frac{430 - 28a}{15}.$$

$\because a, n$  都为非负整数,  $\therefore a = 10, n = 10$ ,

$\therefore$  捐赠“滨滨”10 个, “妮妮”10 个.

课时 3 一次函数与一次方程、  
一次不等式之间的关系

刷基础

1. C 【解析】根据题表可得当  $x = 1$  时,  $y = 0$ , 所以方程  $ax + b = 0$  的解是  $x = 1$ . 故选 C.

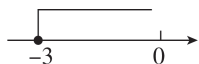
2. D 【解析】A 选项, 由一次函数  $y = kx + 4$  的图象可知,  $y$  的值随着  $x$  值的增大而减小, 故 A 错误, 不符合题意. B 选项,  $\because$  一次函数  $y = kx + 4$  的图象过点  $(2, 1)$ ,  $\therefore 2k + 4 = 1, \therefore k = -\frac{3}{2}$ ,

$\therefore y = -\frac{3}{2}x + 4$ . 当  $y = 0$  时,  $-\frac{3}{2}x + 4 = 0, \therefore x = \frac{8}{3}$ ,  $\therefore$  方程  $kx + 4 = 0$  的解为  $x = \frac{8}{3}$ , 故 B 错误, 不符合题意. C 选项,  $\because$  直线  $y = 2x + b$  过点  $(2, 1)$ ,  $\therefore 1 = 2 \times 2 + b, \therefore b = -3, \therefore b < k < 0$ , 故 C 错误, 不符合题意. D 选项, 由图象可知, 关于  $x, y$  的方程组

$$\begin{cases} y - 2x = b, \\ y - kx = 4 \end{cases}$$
 的解为  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1, \end{cases}$  故 D 正确, 符合题意. 故选 D.

3.  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 3 \end{cases}$  【解析】由图象得, 两直线相交于点  $(2, 3)$ ,  $\therefore$  方程组  $\begin{cases} y = x + 1, \\ y = 2x - 1 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$  故答案为  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$

4. C 【解析】观察函数图象, 可知当  $x > -3$  时, 直线  $y = ax + 3$  在直线  $y = bx - 1$  的上方,  $\therefore$  不等式  $ax - bx + 3 \geq -1$  的解集为  $x \geq -3$ . 在数轴上表示如下:



故选 C.

归纳总结

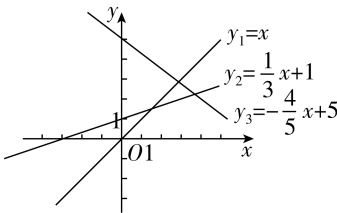
一元一次方程与一次函数可以互相转化, 一元一次方程  $ax + b = 0$  的根就是它所对应的一次函数  $y = ax + b$  的函数值为 0 时, 自变量的值, 即一次函数图象与  $x$  轴交点的横坐标.

关键点拨

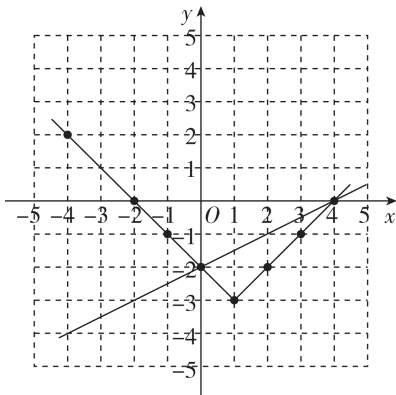
观察函数图象, 利用一次函数的性质解答即可.

5. B 【解析】 $\because$  直线  $y = ax + b$  过第一、二、四象限,  $\therefore a < 0, b > 0, \therefore ab < 0$ , 故①正确.  $\because a < 0, \therefore$  在  $y = ax + b$  中,  $y$  随  $x$  的增大而减小.  $\because M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$  是直线  $y = ax + b$  上不重合的两点,  $\therefore$  易知  $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0$ , 故②不正确. 当  $x = 1$  时,  $y = ax + b = a + b, y = cx + d = c + d$ , 结合函数图象可得,  $a + b > c + d$ , 故③正确. 由函数图象可得, 两直线的交点的横坐标为 3,  $\therefore$  当  $x = 3$  时,  $ax + b = cx + d$ , 即  $3a + b = 3c + d$ , 故④正确. 由函数图象可得, 当  $x = m > 3$  时,  $am + b < cm + d$ , 故⑤不正确. 综上所述, ①③④正确. 故选 B.

6.  $\frac{25}{9}$  【解析】如图, 易得直线  $y_1 = x$  与直线  $y_3 = -\frac{4}{5}x + 5$  的交点坐标为  $(\frac{25}{9}, \frac{25}{9})$ . 根据图象可知, 当  $x < \frac{25}{9}$  时,  $y_3$  最大; 当  $x \geq \frac{25}{9}$  时,  $y_1$  最大. 因为  $y$  总取  $y_1, y_2, y_3$  中的最大值, 所以  $y$  的最小值为  $\frac{25}{9}$ , 故答案为  $\frac{25}{9}$ .



7. 【解】(1) 当  $x = -2$  时,  $y = |-2 - 1| - 3 = 0$ ;  
当  $y = -3$  时,  $|x - 1| - 3 = -3$ , 解得  $x = 1$ ,  
 $\therefore m = 0, n = 1$ , 故答案为 0, 1.  
(2) 描点, 画出函数图象如下图.



(3) 观察图象, 得到该函数的性质: ① 图象由两条有公共端点的射线组成;  
② 当  $x = 1$  时, 函数取得最小值 -3;  
③ 当  $x > 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大;

④当  $x < 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小;

⑤函数图象关于直线  $x = 1$  对称. (只需写一条)

(4) 画出  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象如图所示. 由图象可知, 函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 与  $y = |x - 1| - 3$  的图象的交点坐标为  $(0, -2)$  和  $(4, 0)$ ,

当  $x < 0$  或  $x > 4$ , 函数  $y = |x - 1| - 3$  的图象在函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 图象的上方,

$\therefore$  关于  $x$  的不等式  $|x - 1| - 3 > kx + b$  的解集为  $x < 0$  或  $x > 4$ .

故答案为  $x < 0$  或  $x > 4$ .

### 刷提升

1. **B** 【解析】观察图象可知, 关于  $x$  的不等式组

$$\begin{cases} x + b > 0, \\ kx + 4 > 0 \end{cases} \text{ 的解集为 } -4 < x < 2, \text{ 故选 B.}$$

2. **C** 【解析】 $\because$  直线  $y_1 = kx + b$  经过第一、二、四象限,  $\therefore k < 0, b > 0$ , 故①正确;  $\because$  直线  $y_2 = x + a$  与  $y$  轴的交点在  $x$  轴下方,  $\therefore a < 0$ , 故②错误;  $\because$  当  $x = 3$  时,  $y_1 = y_2$ ,  $\therefore$  关于  $x$  的方程  $kx + b = x + a$  的解为  $x = 3$ , 故③正确;  $\because$  当  $x > 3$  时, 直线  $y_1 = kx + b$  在直线  $y_2 = x + a$  的下方,  $\therefore$  当  $x > 3$  时,  $y_1 < y_2$ , 故④错误. 综上所述, 其中正确的结论有 2 个. 故选 C.

3. **x = 0** 【解析】由函数图象可知, 当  $x = 0$  时,  $y = -1$ ,  $\therefore$  关于  $x$  的方程  $ax - b = -1$  的解是  $x = 0$ , 故答案为  $x = 0$ .

4. 【解】(1)  $\because$  一次函数  $y = k_1x + b_1$  和  $y = kx + b$  的图象分别与  $x$  轴交于点  $A, B$ , 点  $A$  坐标为  $(-2, 0)$ , 点  $B$  坐标为  $(5, 0)$ ,  $\therefore$  关于  $x$  的方程  $k_1x + b_1 = 0$  的解是  $x = -2$ , 关于  $x$  的不等式  $kx + b < 0$  的解集为  $x > 5$ . 故答案为  $x = -2, x > 5$ .

(2) 根据图象可以得到, 关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} kx + b > 0, \\ k_1x + b_1 > 0 \end{cases}$  的解集是  $-2 < x < 5$ .

故答案为  $-2 < x < 5$ .

(3) ①由点  $C$  坐标为  $(2, 6)$ , 结合图象可知, 关于  $x$  的不等式  $k_1x + b_1 > kx + b$  的解集是  $x > 2$ . 故答案为  $x > 2$ .

② $\because AB = 5 - (-2) = 7, C(2, 6)$ ,

### 思路分析

(1) 当  $x < -3$  时, 直线  $y_1 = kx + b$  在直线  $y_2 = -2x + a$  的下方, 据此可得出答案;

(2) 利用待定系数法得出直线  $AB$  的表达式为  $y_1 = x + 6$ , 进而求出点  $M$  的坐标为  $(-3, 3)$ , 把  $(-3, 3)$  代入  $y_2 = -2x + a$ , 求解即可得出答案;

(3) 设  $P(m, m + 6)$ , 令  $y_2 = -2x - 3 = 0$ , 求解得出  $D(-\frac{3}{2}, 0)$ , 则  $AD = \frac{9}{2}$ , 进而利用三角形面积公式得出  $\frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times |m + 6| = 9$ , 求解即可.

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot y_C = \frac{1}{2} \times 7 \times 6 = 21.$$

故答案为 21.

③当点  $P$  在直线  $y = kx + b$  与  $y$  轴的交点处时,  $PB - PC$  的值最大, 此时  $PB - PC = BC$ .

易得直线  $y = kx + b$  的表达式为  $y = -2x + 10$ ,

令  $x = 0$ , 则  $y = 10$ ,

$\therefore P(0, 10)$ .

5. 【解】(1) 由图象可知, 当  $kx + b < -2x + a$  时,  $x$  的取值范围为  $x < -3$ .

$$(2) \text{ 由条件可得 } \begin{cases} -6k + b = 0, \\ -k + b = 5, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = 1, \\ b = 6, \end{cases}$$

$\therefore$  直线  $AB$  的表达式为  $y_1 = x + 6$ .

把  $x = -3$  代入  $y_1 = x + 6$ , 解得  $y_1 = 3$ ,

$\therefore$  点  $M$  的坐标为  $(-3, 3)$ .

把  $(-3, 3)$  代入  $y_2 = -2x + a$ ,

解得  $a = -3$ .

(3) 设  $P(m, m + 6)$ .

$$\text{令 } y_2 = -2x - 3 = 0, \text{ 解得 } x = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore D\left(-\frac{3}{2}, 0\right).$$

$\therefore A(-6, 0)$ ,

$$\therefore AD = \frac{9}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ADP} = \frac{1}{2} AD \cdot |y_P| = 9,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times |m + 6| = 9,$$

解得  $m = -2$  或  $-10$ .

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(-2, 4)$  或  $(-10, -4)$ .

### 重难专题 3 一次函数中的几何变换

### 刷难关

1. (1) 【解】在  $y = -\frac{12}{5}x + 12$  中, 令  $x = 0$ , 得  $y = 12$ ;

令  $y = 0$ , 得  $x = 5$ ,

$\therefore A(5, 0), B(0, 12)$ .

$\because$  直线  $BC$  与直线  $AB$  关于  $y$  轴对称, 且与  $x$  轴交于  $C$ ,





得  $m = \frac{13}{3}$ ,  $\therefore DG = \frac{13}{3}$ ,  $\therefore$  图中阴影部分的面积为  $S_{\text{直角梯形}A'EOD} - S_{\triangle A'ED} - S_{\triangle DOG} = \frac{(A'D+OE) \cdot A'E}{2} - \frac{1}{2}A'E \cdot A'D - \frac{1}{2}DG \cdot OC = \frac{(3+9) \times 4}{2} - \frac{1}{2} \times 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times \frac{13}{3} \times 4 = \frac{28}{3}$ , 故答案为  $\frac{28}{3}$ .

4. 【解】(1) 因为  $y = -\frac{4}{3}x + 4$ , 令  $x = 0$ , 则  $y = 4$ , 令  $y = 0$ , 则  $x = 3$ , 所以  $A(3, 0)$ ,  $B(0, 4)$ , 所以  $OA = 3$ ,  $OB = 4$ . 因为  $\angle AOB = 90^\circ$ , 所以由勾股定理得  $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5$ . 因为将  $\triangle ABC$  沿  $AC$  翻折, 点  $B$  恰好落在  $x$  轴上的点  $D$  处, 所以  $AD = AB = 5$ , 所以  $OD = 2$ . 设  $OC = x$ , 则  $BC = DC = 4 - x$ . 在  $\text{Rt}\triangle OCD$  中, 由勾股定理得  $x^2 + 2^2 = (4 - x)^2$ , 解得  $x = \frac{3}{2}$ , 所以  $C(0, \frac{3}{2})$ .

(2) 设直线  $CD$  的表达式为  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ). 将  $C(0, \frac{3}{2})$  代入得  $b = \frac{3}{2}$ , 再将  $D(-2, 0)$  代入  $y = kx + \frac{3}{2}$ , 解得  $k = \frac{3}{4}$ , 所以直线  $CD$  的表达式为  $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$ .

因为将  $\triangle ABC$  沿  $AC$  翻折, 点  $B$  恰好落在  $x$  轴上的点  $D$  处, 所以  $BC = CD$ ,  $\angle ABO = \angle CDO$ . 因为  $\angle BCE = \angle DCO$ , 所以  $\angle BEC = \angle COD = 90^\circ$ .

由(1)得  $OC = \frac{3}{2}$ ,  $BC = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ .

①当点  $D$  与  $P$  重合, 点  $Q$  与  $O$  重合时,  $\triangle CPQ \cong \triangle CBE$ , 此时  $P(-2, 0)$ .

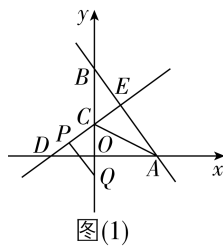
②由①易知  $BE = 2$ ,  $CE = \frac{3}{2}$ . 如图(1), 当  $CQ = BC = \frac{5}{2}$ , 即点  $Q$  的纵坐标为  $-1$ ,  $CP = CE = \frac{3}{2}$  时,  $\triangle CPQ \cong \triangle CEB$ , 所以  $PQ = BE = 2$ ,  $\angle CPQ = \angle BEC = 90^\circ$ , 所以  $\frac{1}{2} \times (-x_p) \times \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2$ , 解得  $x_p = -\frac{6}{5}$ , 所以  $y_p = \frac{3}{4} \times (-\frac{6}{5}) + \frac{3}{2} = \frac{3}{5}$ , 所以  $P(-\frac{6}{5}, \frac{3}{5})$ .

#### 思路分析

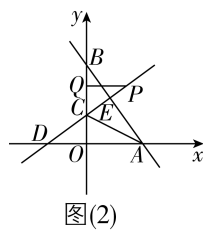
(2) 首先求出直线  $CD$  的表达式, 证  $\angle BEC = \angle COD = 90^\circ$ , 分①点  $D$  与  $P$ , 点  $Q$  与  $O$  重合; ②  $CQ = BC = \frac{5}{2}$ ,  $CE = CP = \frac{3}{2}$ ; ③  $PQ = BE = 2$ ,  $CQ = CE = \frac{3}{2}$ ,  $\angle CEB = \angle CQP = 90^\circ$  三种情况讨论, 再分别求出点  $P$  的坐标即可.

#### 关键点拨

熟练掌握一次函数的图象及性质和平行四边形的性质是解答本题的关键.



图(1)



图(2)

③如图(2), 当  $PQ = BE = 2$ ,  $CQ = CE = \frac{3}{2}$ ,  $\angle CEB = \angle CQP = 90^\circ$  时,  $\triangle CPQ \cong \triangle CBE$ , 所以  $x_p = -2$ , 所以  $y_p = \frac{3}{4} \times (-2) + \frac{3}{2} = 3$ , 所以  $P(2, 3)$ . 综上, 点  $P$  的坐标为  $(-2, 0)$  或  $(2, 3)$  或  $(-\frac{6}{5}, \frac{3}{5})$ . 故答案为  $(-2, 0)$  或  $(2, 3)$  或  $(-\frac{6}{5}, \frac{3}{5})$ .

### 重难专题4 一次函数的综合



#### 刷难关

1. (1)  $(-1, -2)$  (2)  $k \geq 2$

【解析】(1)  $\because y = kx + k - 2 = k(x + 1) - 2$ ,  $\therefore$  当  $x = -1$  时,  $y = -2$ ,  $\therefore$  该函数的图象一定过定点  $(-1, -2)$ . 故答案为  $(-1, -2)$ .

(2)  $\because$  该函数图象不经过第四象限,  $\therefore \begin{cases} k > 0, \\ k - 2 \geq 0, \end{cases}$   $\therefore k \geq 2$ . 故答案为  $k \geq 2$ .

2. 【解】(1) 将点  $A(3m, 0)$  代入  $y_1 = -kx + 3m$ ,

得  $-3mk + 3m = 0$ , 解得  $k = 1$ .

(2) ①  $\because k = 1$ ,

$\therefore y_1 = -x + 3m, y_2 = x - m - 2$ .

$\because$  点  $M(1, 5)$  在直线  $l_1$  上,

$\therefore -1 + 3m = 5$ ,

解得  $m = 2$ ,

$\therefore y_1 = -x + 6, y_2 = x - 4$ .

$\therefore$  将线段  $MN$  进行平移得到线段  $PQ$ , 使得点  $P, Q$  分别落在直线  $l_2, l_1$  上,

$\therefore$  四边形  $MNPQ$  是平行四边形,  $MQ$  与  $NP$  的交点为两直线的交点.

当  $-x + 6 = x - 4$  时, 解得  $x = 5$ , 此时  $y_1 = y_2 = 1$ ,

$\therefore MQ$  与  $NP$  的交点为  $(5, 1)$ .

由平行四边形的性质可知,点(5,1)为MQ的中点,

$$\therefore 5 = \frac{1+x_Q}{2}, 1 = \frac{5+y_Q}{2},$$

$\therefore Q(9, -3)$ .

②存在一组常数  $n, t$ , 使得无论  $m$  取何值, 直线  $l_3$  都经过  $x$  轴上的某一个定点.

由题意得,  $y_3 = ny_1 + ty_2 = n(-x + 3m) + t(x - m - 2) = (t - n)x + 3mn - tm - 2t$ .

当  $-x + 3m = x - m - 2$  时, 解得  $x = 2m + 1$ , 此时  $y_1 = y_2 = m - 1$ ,

$\therefore$  直线  $l_1, l_2$  的交点为  $(2m + 1, m - 1)$ .

$\therefore$  直线  $l_3$  将四边形  $MNQP$  分成面积相等的两部分,

$\therefore$  直线  $l_3$  经过交点  $(2m + 1, m - 1)$ ,

$\therefore m - 1 = (t - n)(2m + 1) + 3mn - tm - 2t$ ,

整理得  $(t + n - 1)m - (t + n) + 1 = 0$ .

$\therefore$  无论  $m$  取何值, 都成立,

$\therefore t + n = 1$ . ①

$\therefore y_3 = (t - n)x + 3mn - tm - 2t = (t - n)x + (3n - t)m - 2t$ , 无论  $m$  取何值, 直线  $l_3$  都经过  $x$  轴上的某一个定点,

$\therefore 3n - t = 0$ . ②

联立①②, 解得  $n = \frac{1}{4}, t = \frac{3}{4}$ ,

$$\therefore y_3 = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2},$$

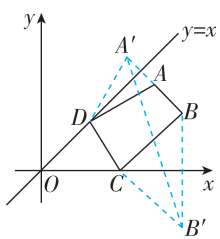
$\therefore$  该定点的坐标为  $(3, 0)$ .

### 3.2 $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ 【解析】

如图, 作  $A$  关于直线  $y = x$  的对称点  $A'$ , 作  $B$  关于  $x$  轴的对称点  $B'$ , 连接  $A'B', A'D, B'C$ . 由轴对称

的性质得到  $A'D = AD, B'C = BC$ ,  $\therefore$  四边形  $ABCD$  的周长为  $AB + BC + CD + AD = AB + B'C + CD + A'D$ . 易知当  $A', D, C, B'$  四点共线时, 四边形  $ABCD$  的周长最小, 最小值为  $A'B' + AB$ .

$\therefore$  点  $A(4, 3), B(5, 2)$ ,  $\therefore$  易得  $A'(3, 4), B'(5, -2)$ ,  $\therefore A'B' + AB = \sqrt{(3-5)^2 + (4+2)^2} + \sqrt{(4-5)^2 + (3-2)^2} = 2\sqrt{10} + \sqrt{2}$ ,  $\therefore$  四边形  $ABCD$  周长的最小值是  $2\sqrt{10} + \sqrt{2}$ , 故答案为  $2\sqrt{10} + \sqrt{2}$ .



### 思路分析 4. 【解】

(1) 由点  $A$  的坐标和  $OA = OB$ , 可求得点  $B$  的坐标;

(2) 利用待定系数法求得两个函数的表达式即可;

(3) 利用“将军饮马”问题的解法方法来解答本小题.

(1)  $\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(4, 3)$ ,

$$\therefore OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\therefore OA = OB = 5$ ,  $\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(0, -5)$ .

(2) 把  $A(4, 3)$  代入  $y_1 = k_1x$ , 解得  $k_1 = \frac{3}{4}$ ,

$$\therefore y_1 = \frac{3}{4}x.$$

把  $A(4, 3), B(0, -5)$  代入  $y_2 = k_2x + b$ , 得

$$\begin{cases} 4k_2 + b = 3, \\ b = -5, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k_2 = 2, \\ b = -5, \end{cases}$$

$$\therefore y_2 = 2x - 5.$$

(3) 点  $P$  的坐标为  $(-3, -\frac{13}{5})$ .

作点  $A$  关于直线  $x = -3$  的对称点  $A'$ , 连接  $A'B$  交直线  $x = -3$  于点  $P$ , 如图, 则  $A'(-10, 3)$ ,  $PA = PA'$ ,

$\therefore \triangle PAB$  周长为  $PA + PB + AB = PA' + PB + AB = A'B + AB$ , 故  $\triangle PAB$  周长的最小值为  $A'B + AB$ .

设直线  $A'B$  的表达式为  $y = kx + m$ .

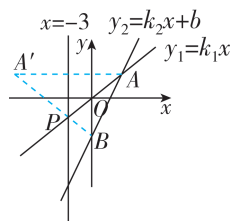
$\therefore A'(-10, 3), B(0, -5)$ ,

$$\therefore \begin{cases} -10k + m = 3, \\ m = -5, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{4}{5}, \\ m = -5, \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{4}{5}x - 5,$$

$$\text{当 } x = -3 \text{ 时, } y = -\frac{4}{5} \times (-3) - 5 = -\frac{13}{5},$$

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(-3, -\frac{13}{5})$ .



### 关键点拨

作  $A$  关于直线  $y = x$  的对称点  $A'$ , 作  $B$  关于  $x$  轴的对称点  $B'$ , 连接  $A'B', A'D, B'C$ . 根据轴对称的性质及两点之间线段最短得到四边形  $ABCD$  周长的最小值是  $A'B' + AB$ , 利用勾股定理算出  $A'B' + AB$  即可.

### 5. 【解】

(1) 把  $A(-8, 0)$  代入  $y = \frac{3}{4}x + b$ , 得  $\frac{3}{4} \times$

$$(-8) + b = 0,$$

解得  $b = 6$ ,

$\therefore$  直线  $l$  的表达式为  $y = \frac{3}{4}x + 6$ .

当  $x = 0$  时,  $y = 6$ ,

$\therefore B$  点坐标是  $(0, 6)$ .

把  $C(2, m)$  代入  $y = \frac{3}{4}x + 6$  得  $m = \frac{15}{2}$ .

故答案为  $(0,6), \frac{15}{2}$ .

(2) 存在.

$\because A(-8,0), B(0,6),$

$\therefore OA=8, OB=6,$

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10.$

①当  $AB=AP=10$  时, 点  $P$  的坐标为  $(-18,0)$  或  $(2,0)$ .

②当  $AB=PB=10$  时, 点  $P$  的坐标为  $(8,0)$ .

③当  $AP=PB$  时, 设  $AP=PB=t$ , 则  $OP=|8-t|$ .

在  $\text{Rt}\triangle OBP$  中,  $OP^2+OB^2=PB^2$ ,

$\therefore (8-t)^2+6^2=t^2$ ,

$\therefore t=\frac{25}{4}$ . 易知点  $P$  在点  $A$  右侧,

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(-8+\frac{25}{4}, 0)$ , 即  $(-\frac{7}{4}, 0)$ .

综上所述, 点  $P$  的坐标为  $(-18,0)$  或  $(2,0)$  或

$(8,0)$  或  $(-\frac{7}{4}, 0)$ .

(3) 点  $Q$  的坐标为  $(0, \frac{13}{8})$  或  $(0, \frac{77}{8})$ .

设直线  $CD$  的表达式为  $y=ax+c$ .

把  $C(2, \frac{15}{2}), D(-6,0)$  代入得  $\begin{cases} -6a+c=0, \\ 2a+c=\frac{15}{2}, \end{cases}$

解得  $\begin{cases} a=\frac{15}{16}, \\ c=\frac{45}{8}, \end{cases}$

$\therefore$  直线  $CD$  的表达式为  $y=\frac{15}{16}x+\frac{45}{8}$ ,

$\therefore$  直线  $CD$  与  $y$  轴的交点坐标为  $(0, \frac{45}{8})$ .

设  $Q(0, n)$ .

$\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(-6,0), C(2, \frac{15}{2}), \triangle QCD$  的面积为 16,

$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times \left| n - \frac{45}{8} \right| + \frac{1}{2} \times 2 \times \left| n - \frac{45}{8} \right| = 16,$

$\therefore n = \frac{13}{8}$  或  $n = \frac{77}{8}$ ,

$\therefore$  点  $Q$  的坐标是  $(0, \frac{13}{8})$  或  $(0, \frac{77}{8})$ .

#### 思路分析

(1) 把点  $A(-8,0)$  代入

$y=\frac{3}{4}x+b$  得

到  $b=6$ , 求得

直线  $l$  的表达式为  $y=\frac{3}{4}x+$

6, 从而求出点  $B$  坐标和  $m$  的值;

(2) 由  $A(-8,0), B(0,6)$ , 得到  $OA=8,$

$OB=6$ , 根据勾股定理得到

$AB=10$ , 然后分

①当  $AB=$

$AP=10$  时,

②当  $AB=PB=$

10 时, ③当

$AP=PB$  时三种情况进行解答即可;

(3) 利用待定系数法得到直线  $CD$  的表达式为  $y=\frac{15}{16}x+$

$\frac{45}{8}$ , 求得直线

$CD$  与  $y$  轴的

交点坐标为

$(0, \frac{45}{8})$ , 设

$Q(0, n)$ , 根据

三角形的面积

公式列方程即可求解.

6. 【解】(1) 在  $y=2x+6$  中, 当  $x=0$  时,  $y=6$ ,

$\therefore C(0,6)$ .

设直线  $BC$  的表达式为  $y=kx+b$ . 将点  $B, C$  的

坐标分别代入得,  $\begin{cases} b=6, \\ 6k+b=0, \end{cases}$

解得  $\begin{cases} k=-1, \\ b=6, \end{cases}$

$\therefore$  直线  $BC$  的表达式为  $y=-x+6$ .

(2) 设  $G(t, -t+6) (0 \leq t \leq 6)$ .

在  $y=2x+6$  中, 当  $y=0$  时,  $2x+6=0$ ,

解得  $x=-3$ ,

$\therefore A(-3,0)$ ,

$\therefore AO=3$ .

$\therefore C(0,6), \therefore OC=6$ ,

$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$ .

$\therefore S_{\triangle ACG} = S_{\triangle AOC}$ ,

$\therefore S_{\triangle ACG} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} \times (6+3) \times 6 - \frac{1}{2} \times (6+$

$3) \times (-t+6) = 9$ ,

$\therefore t=2$ ,

$\therefore G(2,4)$ .

(3) 存在点  $D$ , 使得以点  $A, B, G, D$  为顶点的四边形为平行四边形. 点  $D$  的坐标为  $(11,4)$

或  $(1,-4)$  或  $(-7,4)$ .

设点  $D$  的坐标为  $(m, n)$ .

①当  $AD$  为平行四边形的对角线时,

$\begin{cases} m-3=6+2, \\ n+0=0+4, \end{cases}$

解得  $\begin{cases} m=11, \\ n=4, \end{cases}$

$\therefore D(11,4)$ .

②当  $AB$  为平行四边形的对角线时,

$\begin{cases} 6-3=m+2, \\ 0+0=n+4, \end{cases}$

解得  $\begin{cases} m=1, \\ n=-4, \end{cases}$

$\therefore D(1,-4)$ .

③当  $AG$  为平行四边形的对角线时,

$\begin{cases} -3+2=6+m, \\ 0+4=0+n, \end{cases}$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -7, \\ n = 4, \end{cases}$$

$$\therefore D(-7, 4).$$

综上所述,  $D$  点坐标为  $(11, 4)$  或  $(1, -4)$  或  $(-7, 4)$ .

7. 【解】(1) 在  $y = \frac{1}{2}x + 3$  中, 令  $x = 0$ , 则  $y = 3$ , 令

$$y = 0, \text{ 则 } 0 = \frac{1}{2}x + 3, \text{ 解得 } x = -6,$$

$$\therefore A(-6, 0), B(0, 3).$$

$\because$  点  $C$  与点  $A$  关于  $y$  轴对称,

$$\therefore C(6, 0).$$

设直线  $BC$  的函数表达式为  $y = kx + b$ . 将  $B(0,$

$$3), C(6, 0) \text{ 代入得 } \begin{cases} 0 + b = 3, \\ 6k + b = 0, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = 3, \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的函数表达式为 } y = -\frac{1}{2}x + 3.$$

$$(2) \text{ 设 } P\left(m, \frac{1}{2}m + 3\right), \text{ 则 } Q\left(m, -\frac{1}{2}m + 3\right).$$

当点  $P$  在  $y$  轴左侧时, 如题图(1)所示,  $PQ =$

$$-\frac{1}{2}m + 3 - \left(-\frac{1}{2}m + 3\right) = -m,$$

$$\therefore S_{\triangle ABQ} = S_{\triangle BQP} + S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2}PQ \cdot (-x_Q) + \frac{1}{2}PQ \cdot$$

$$(x_Q - x_A) = \frac{1}{2}PQ \cdot (-x_A) = \frac{1}{2} \times (-m) \times 6 = 3,$$

$$\text{解得 } m = -1,$$

$$\therefore P\left(-1, \frac{5}{2}\right).$$

当点  $P$  在  $y$  轴右侧时, 如图(1)所示,  $PQ = \frac{1}{2}m + 3 -$

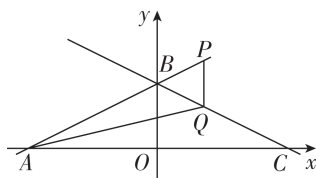
$$\left(-\frac{1}{2}m + 3\right) = m,$$

$$\left(-\frac{1}{2}m + 3\right) = m,$$

$$\therefore S_{\triangle ABQ} = S_{\triangle APQ} - S_{\triangle BQP} = \frac{1}{2}PQ \cdot (x_Q - x_A) -$$

$$\frac{1}{2}PQ \cdot x_Q = \frac{1}{2}PQ \cdot (-x_A) = \frac{1}{2} \times m \times 6 = 3, \text{ 解}$$

$$\text{得 } m = 1,$$



图(1)

### 思路分析

(2) 设点  $P\left(m, \frac{1}{2}m + 3\right)$ , 则

$$Q\left(m, -\frac{1}{2}m + 3\right),$$

分点  $P$  在  $y$  轴

左侧和  $y$  轴右

侧两种情况,

分别求出  $PQ$

的长, 再根据

$\triangle ABQ$  的面

积为 3 求解

即可.

(3) 设  $M(a,$

$0)$ , 则  $N\left(a,$

$\frac{1}{2}a + 3\right)$ , 当

点  $M$  在  $y$  轴

的左侧时, 证

明  $\angle CBM =$

$90^\circ$ , 再根据勾

股定理得到

$BM^2 + BC^2 =$

$MC^2$ , 可得  $a^2 +$

$9 + 45 = (6 - a)^2$ ,

解方程可得

$N\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$ ;

当点  $M$  在  $y$

轴的右侧时,

同理可得

$N\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$ , 于

是得到结论.

$$\therefore P\left(1, \frac{7}{2}\right).$$

综上所述, 点  $P$  的坐标为  $\left(-1, \frac{5}{2}\right)$  或  $\left(1, \frac{7}{2}\right)$ .

(3) 存在.

$$\text{设 } M(a, 0), \text{ 则 } N\left(a, \frac{1}{2}a + 3\right),$$

$$\therefore OM = |a|.$$

$\because \angle BMN = \angle BAC$ ,  $\angle BAC$  为锐角,  $\therefore$  结合图形易知点  $M$  在点  $A$  右侧且在点  $C$  左侧.

$$\therefore B(0, 3), C(6, 0), A(-6, 0),$$

$$\therefore OB = 3, OA = OC = 6, CM = 6 - a, AM = a + 6,$$

$$\therefore BM^2 = OM^2 + OB^2 = a^2 + 9, BC^2 = OC^2 + OB^2 =$$

$$6^2 + 3^2 = 45, AB^2 = OA^2 + OB^2 = 6^2 + 3^2 = 45.$$

$\because$  点  $C$  与点  $A$  关于  $y$  轴对称,

$$\therefore AB = BC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BCA.$$

$$\therefore \angle BMN = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BCA = \angle BMN = \angle BAC.$$

当点  $M$  在  $y$  轴左侧时, 如题图(2)所示,

$$\therefore MN \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle OMN = 90^\circ, \text{ 即 } \angle OMB + \angle BMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OMB + \angle BCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBM = 180^\circ - (\angle OMB + \angle BCA) = 90^\circ,$$

$$\therefore BM^2 + BC^2 = CM^2,$$

$$\therefore a^2 + 9 + 45 = (6 - a)^2,$$

$$\text{解得 } a = -\frac{3}{2}, \therefore N\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right).$$

当点  $M$  在  $y$  轴右

侧时, 如图(2)

所示,

$$\therefore MN \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle OMN = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle OMB + \angle BMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OMB + \angle BAC = 90^\circ,$$

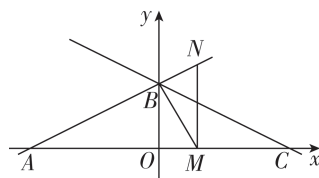
$$\therefore \angle ABM = 180^\circ - (\angle OMB + \angle BAC) = 90^\circ,$$

$$\therefore AB^2 + BM^2 = AM^2,$$

$$\therefore 45 + a^2 + 9 = (a + 6)^2,$$

$$\text{解得 } a = \frac{3}{2}, \therefore N\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right).$$

综上所述, 点  $N$  坐标为  $\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$  或  $\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$ .



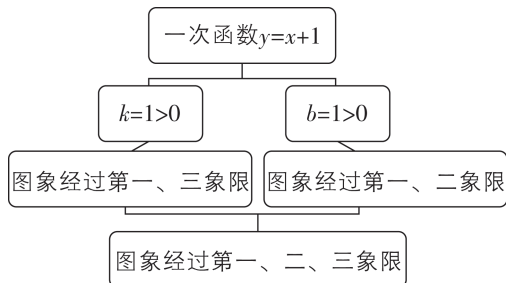
图(2)

## 全章综合训练

## 刷中考

1.  $x \neq -3$  【解析】由题意得  $x+3 \neq 0$ , 解得  $x \neq -3$ , 故答案为  $x \neq -3$ .

2. D 【解析】



故选 D.

3. B 【解析】 $\because$  正比例函数  $y = 3x$  中,  $k = 3 > 0$ ,  $\therefore$  该函数的函数值  $y$  随着  $x$  的增大而增大.

$\because x_1 < x_2, \therefore y_1 < y_2$ . 故选 B.

4. A 【解析】 $\because$  正比例函数  $y = kx$  中,  $k < 0, \therefore$  正比例函数图象经过第二、四象限,  $\therefore$  点  $A(-3, y_1)$  在第二象限,  $B(3, y_2)$  在第四象限,  $\therefore y_1 > 0, y_2 < 0$ . 由正比例函数图象的对称性可知  $y_1 = |y_2| = -y_2$ . 故选 A.

5. A 【解析】A 选项, 当  $x = 0$  时,  $y = -1$ , 则它的图象与  $y$  轴交于点  $(0, -1)$ , 故本选项符合题意; B 选项,  $\because 2 > 0, \therefore y$  随  $x$  的增大而增大, 故本选项不符合题意; C 选项, 当  $x > \frac{1}{2}$  时,  $y > 0$ , 故本选项不符合题意; D 选项, 它的图象经过第一、三、四象限, 故本选项不符合题意. 故选 A.

6. 1 【解析】 $\because$  一次函数  $y = x + 1$  的图象经过点  $(m, 2), \therefore m + 1 = 2$ , 解得  $m = 1$ . 故答案为 1.

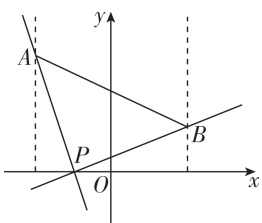
7.  $k \geq \frac{1}{3}$  或  $k \leq -3$  【解析】如图, 由题意结合图

象得当  $x = 2$  时,  $y \geq 1$ , 即  $2k + k \geq 1$ , 解得  $k \geq$

$\frac{1}{3}$ ; 当  $x = -2$  时,  $y \geq 3$ ,

即  $-2k + k \geq 3$ , 解

得  $k \leq -3$ . 综上所述,  $k$  的取值范围是  $k \geq \frac{1}{3}$



## 易错警示

8. 【解】(1) 把点  $A(2, m)$  代入  $y = 2x - \frac{5}{2}$ ,

(2) 本小题需  
注意  $P(t, y_1)$

在线段  $AB$   
上, 得出  $t$  的  
取值范围为  
 $0 \leq t \leq 2$ , 再根  
据一次函数的  
增减性得出  
 $y_1 - y_2$  的最  
大值.

得  $m = \frac{3}{2}$ .

设直线  $AB$  的函数表达式为  $y = kx + b$ .

把点  $A(2, \frac{3}{2}), B(0, 3)$  代入得  $\begin{cases} 2k + b = \frac{3}{2}, \\ b = 3, \end{cases}$  解

得  $\begin{cases} k = -\frac{3}{4}, \\ b = 3, \end{cases}$

$\therefore$  直线  $AB$  的函数表达式为  $y = -\frac{3}{4}x + 3$ .

(2)  $\because$  点  $P(t, y_1)$  在线段  $AB$  上, 点  $Q(t-1, y_2)$

在直线  $y = 2x - \frac{5}{2}$  上,

$\therefore y_1 = -\frac{3}{4}t + 3 (0 \leq t \leq 2), y_2 = 2(t-1) - \frac{5}{2} =$

$2t - \frac{9}{2},$

$\therefore y_1 - y_2 = -\frac{3}{4}t + 3 - (2t - \frac{9}{2}) = -\frac{11}{4}t + \frac{15}{2}, 0 \leq$

$t \leq 2.$

$\because -\frac{11}{4} < 0, \therefore y_1 - y_2$  的值随  $t$  的增大而减小,

$\therefore$  当  $t = 0$  时,  $y_1 - y_2$  的值最大, 为  $\frac{15}{2}$ .

## 一题多解

分别求出直线  
 $y = kx + k$  经过  
点  $A, B$  时  $k$  的  
值, 再结合图  
象得出  $k$  的取  
值范围.

9. B 【解析】将直线  $y = 2x + 1$  向上平移 2 个单位后得到的直线的函数表达式为  $y = 2x + 3 = 2(x+1) + 1$ , 所以将直线  $y = 2x + 1$  向上平移 2 个单位, 相当于向左平移 1 个单位. 故选 B.

10. A 【解析】根据题意得, 动点  $P$  从点  $A$  出发, 沿边  $AC \rightarrow CB$  方向匀速运动过程中,  $\triangle APD$  的面积先增大, 再减小, 当点  $P$  运动到点  $C$  时,  $\triangle APD$  的面积最大, 根据函数图象可得此时  $\triangle APD$  的面积为 4, 如图(1),  $\because$  点  $D$  为边  $AB$  的中点,  $\triangle ABC$  为等腰直角

三角形,  $\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ADP} = 8 = \frac{1}{2}AC^2, \therefore AC =$



4. 当点  $P$  运动到  $CB$  的中点时, 如图 (2) 所示,  $\therefore$  点  $D$  为边  $AB$  的中点,  $\therefore DP = \frac{1}{2}AC = 2$ .  
故选 A.

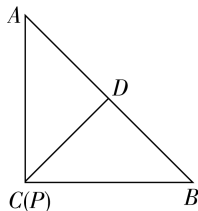


图 (1)

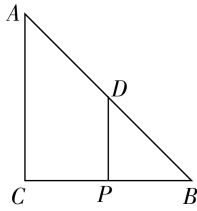


图 (2)

11. **C** 【解析】由题图知 A, B 两地相距 280 km, 故选项 B 正确. 当  $0 < t < 2$  时, 两车相向而行,  $v_{快} + v_{慢} = 280 \div 2 = 140$  (km/h). 当  $t = 2$  时, 两车相遇, 故选项 A 正确. 当  $2 < t < \frac{7}{2}$  时, 两车背向而行; 当  $t = \frac{7}{2}$  时, 快车到达 B 地; 当  $\frac{7}{2} < t < \frac{14}{3}$  时, 快车已经到达 B 地, 慢车继续向 A 地行驶, 则  $v_{慢} = (280 - 210) \div (\frac{14}{3} - \frac{7}{2}) = 60$  (km/h),  $\therefore v_{快} = 140 - 60 = 80$  (km/h), 故选项 D 正确. 当  $t = \frac{14}{3}$  时, 慢车到达 A 地, 因此快车比慢车早  $\frac{14}{3} - \frac{7}{2} = \frac{7}{6}$  (h) 到达目的地, 故选项 C 错误. 故选 C.

12. 【解】(1) 由图象可知, B、C 两地的距离为 120 km, A、B 两地的距离为 180 km, 轿车的速度为  $\frac{180}{1.5} = 120$  (km/h),  
 $\therefore a = 180 + 120 = 300$ ,  
轿车从 B 地开往 C 地所需的时间为  $\frac{120}{120} = 1$  (h),  $\therefore b = 3 - 1 = 2$ . 故答案为 300, 2.

(2)  $\because$  轿车比货车晚  $\frac{1}{3}$  h 到达终点,  
 $\therefore$  货车到达 C 地所用时间为  $3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$  (h),

$$\therefore N\left(\frac{8}{3}, 0\right).$$

$\because$  货车从 C 地出发, 送货到达 B 地后立即原路原速返回 C 地,  $\therefore M\left(\frac{4}{3}, 120\right)$ ,

设  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ), 将  $M\left(\frac{4}{3}, 120\right)$ ,

$$N\left(\frac{8}{3}, 0\right) \text{ 代入上式得 } \begin{cases} \frac{8}{3}k + b = 0, \\ \frac{4}{3}k + b = 120, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -90, \\ b = 240, \end{cases}$$

$$\therefore y = -90x + 240 \left( \frac{4}{3} \leq x \leq \frac{8}{3} \right).$$

(3) 轿车出发  $\frac{26}{21}$  h 或  $\frac{16}{9}$  h 或  $\frac{8}{3}$  h 时与货车相距 40 km. 由 (2) 可知, 货车的速度为  $120 \div \frac{4}{3} = 90$  (km/h).

当轿车到达 B 地之前,  $120x + 90x + 40 = 300$ ,  
解得  $x = \frac{26}{21}$ ;

当轿车到达 B 地, 货车离 B 地 40 km 时,  $40 \div 90 = \frac{4}{9}$  (h), 则  $x = \frac{4}{3} + \frac{4}{9} = \frac{16}{9} < 2$ , 符合题意;

当货车到达 C 地, 轿车离 C 地 40 km 时,  $x = (120 - 40) \div 120 + 2 = \frac{8}{3}$ .

综上, 轿车出发  $\frac{26}{21}$  h 或  $\frac{16}{9}$  h 或  $\frac{8}{3}$  h 时与货车相距 40 km.

#### 易错警示

分三种情况讨论: 当轿车到达 B 地之前; 当轿车到达 B 地, 货车离 B 地 40 km 时; 当货车到达 C 地, 轿车离 C 地 40 km 时, 不要漏解.

#### 关键点拨

(I) 速度 = 路程  $\div$  时间, 路程 = 速度  $\times$  时间.

(II) 在同一坐标系中画出小华的妈妈离家的距离  $y_2$  与  $x$  之间的函数图象并写出  $y_2$  与  $x$  之间的函数关系式, 求出当  $6 \leq x \leq 30$  时, 两函数图象的交点的横坐标, 然后根据图象得出当  $y_1 < y_2$  时,  $x$  的取值范围即可.

13. 【解】(I) ①小华在最初的 6 min 内的速度为  $0.6 \div 6 = 0.1$  (km/min),

当  $x = 1$  时,  $y = 0.1 \times 1 = 0.1$ .

当  $x = 18$  时,  $y = 0.6$ . 当  $x = 50$  时,  $y = 1.8$ . 故答案为 0.1, 0.6, 1.8. (从左到右)

②小华从公园返回家的速度为  $1.8 \div 15 = 0.12$  (km/min). 故答案为 0.12.

$$\textcircled{3} y = \begin{cases} 0.1x (0 \leq x \leq 6), \\ 0.6 (6 < x \leq 18), \\ 0.1x - 1.2 (18 < x \leq 30). \end{cases}$$

当  $0 \leq x \leq 6$  时,  $y = 0.1x$ ;

当  $6 < x \leq 18$  时,  $y = 0.6$ ;

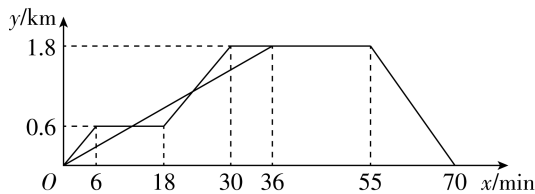
当  $18 < x \leq 30$  时, 小华的速度为  $(1.8 - 0.6) \div 12 = 0.1$  (km/min), 则  $y = 0.6 + 0.1(x - 18) = 0.1x - 1.2$ .

故当  $0 \leq x \leq 30$  时, 小华离家的距离  $y$  关于时间

$$x \text{ 的函数表达式为 } y = \begin{cases} 0.1x (0 \leq x \leq 6), \\ 0.6 (6 < x \leq 18), \\ 0.1x - 1.2 (18 < x \leq 30). \end{cases}$$

(II)  $12 < x < 24$ .

小华的妈妈从家到公园所用时间为  $1.8 \div 0.05 = 36$  (min), 则小华的妈妈离家的距离  $y_2$  与  $x$  之间的函数图象如图所示:



$y_2$  与  $x$  之间的函数关系式为  $y_2 = 0.05x$  ( $0 \leq x \leq 36$ ).

当  $6 \leq x \leq 18$ , 且  $y_1 = y_2$  时,  $0.05x = 0.6$ , 解得  $x = 12$ ;

当  $18 < x \leq 30$ , 且  $y_1 = y_2$  时,  $0.1x - 1.2 = 0.05x$ ,

解得  $x = 24$ .

由图象可知, 当  $y_1 < y_2$  时,  $x$  的取值范围为  $12 < x < 24$ .

### 刷章测

1. C 【解析】由题意, 得  $3-x \geq 0, x-2 \neq 0$ , 解得  $x \leq 3$  且  $x \neq 2$ . 故选 C.

2. A 【解析】设  $y$  与  $x$  之间的关系式为  $y = kx + b$ . 由题中表格可得  $\begin{cases} k+b=8, \\ 2k+b=13.5, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k=5.5, \\ b=2.5, \end{cases}$  则  $y$  与  $x$  之间的关系式为  $y = 5.5x + 2.5$ , 故选 A.

3. C 【解析】 $\because k = -1 < 0, \therefore$  函数  $y = -x$  的图象过第二、四象限.  $\because x_1 > 0 > x_2, \therefore y_1 < 0, y_2 > 0, \therefore y_1 y_2 < 0$ , 故 A 选项不符合题意, C 选项符合题意. 不能判断  $y_1 + y_2$  的正负, 故 B、D 选项不符合题意. 故选 C.

4. A 【解析】 $\because$  把直线  $y = -3x$  向上平移后得到直线 AB,  $\therefore$  直线 AB 的表达式可设为  $y = -3x + b$ . 把点  $(m, n)$  代入得  $n = -3m + b$ , 解得  $b = 3m + n$ .  $\because 3m + n = 4, \therefore b = 4, \therefore$  直线 AB 的表达式为  $y = -3x + 4$ . 故选 A.

5. B 【解析】 $\because P(m, 3)$  在直线  $l_1: y = \frac{3}{2}x$  上,  $\therefore 3 = \frac{3}{2}m, \therefore m = 2, \therefore P(2, 3)$ . 将  $P(2, 3)$  代入  $y = kx + 1$ , 得  $3 = 2k + 1$ , 解得  $k = 1, \therefore l_2: y = x + 1$ .

### 易错警示

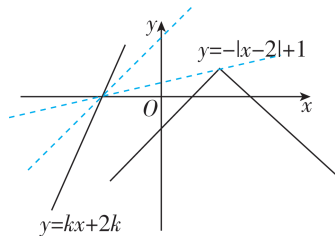
不要忽略分式分母不为 0 这一隐含条件.

### 思路分析

将  $P(m, 3)$  代入  $y = \frac{3}{2}x$ , 得到  $m$  的值, 进而得到点  $P(2, 3)$ , 将其代入  $y = kx + 1$ , 求出直线  $l_2$  的函数表达式, 再求出点 A 的坐标, 即可得到 OA 的长, 最后根据三角形面积公式计算即可.

$\therefore$  直线  $l_2$  与  $x$  轴交于点 A, 令  $0 = x + 1$ , 解得  $x = -1, \therefore A(-1, 0), \therefore OA = 1, \therefore \triangle AOP$  的面积为  $\frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2}$ . 故选 B.

6. B 【解析】 $\because$  直线的表达式为  $y = kx + 2k, \therefore$  直线  $y = kx + 2k$  经过点  $(-2, 0)$ .  $\because$  折线的表达式为  $y = -|x - 2| + 1, \therefore$  折线的最高点坐标为  $(2, 1), \therefore$  当直线  $y = kx + 2k$  恰好经过点  $(2, 1)$  时, 直线与折线只有一个交点, 如图所示,  $\therefore 1 = 2k + 2k$ , 解得  $k = \frac{1}{4}$ . 当  $k = 1$  时, 直线  $y = kx + 2k$  与折线在  $x < 2$  时的图象平行, 此时没有交点,  $\therefore$  当  $k > 1$  时, 直线  $y = kx + 2k$  与折线在  $x < 2$  时的图象有一个交点. 综上所述,  $k$  的取值范围为  $k > 1$  或  $k = \frac{1}{4}$ , 故选 B.

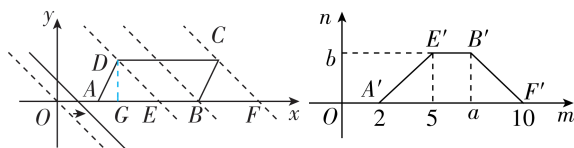


7. B 【解析】A 选项, 从图象看, 甲出发 5 min 走的路程为 300 m, 则甲的速度为 60 m/min. 由图象易知, 乙的速度较快, 则  $t = 35$  时, 乙到达 B 地, 所用时间为  $35 - 5 = 30$  (min), 则乙的速度为  $2400 \div 30 = 80$  (m/min), 故乙每分钟比甲多走 20 m, 故 A 正确, 不符合题意. B 选项, 设乙出发  $x$  min 时乙追上甲, 则  $(80 - 60)x = 300$ , 解得  $x = 15$ , 即乙出发 15 min 时, 两人相遇, 故 B 错误, 符合题意. C 选项, 当  $t = 35$  时, 甲走的路程为  $35 \times 60 = 2100$  (m), 则乙到达 B 地时, 甲距离 B 地还有 300 m, 故 C 正确, 不符合题意. D 选项, 当  $t = 4$  时, 甲走的路程为  $4 \times 60 = 240$  (m), 此时两人相距 240 m; 当  $t = 8$  时, 两人的距离为  $60 \times 8 - 80 \times (8 - 5) = 240$  (m), 故 D 正确, 不符合题意. 故选 B.

8. 3 【解析】 $\because$  点 Q 在直线  $y = x$  上,  $\therefore$  设  $Q(a, a), \therefore P(-1, 2), \therefore d_{PQ} = |a + 1| + |a - 2|, \therefore d_{PQ}$  可以看成数轴上表示数  $a$  的点到表示数  $-1, 2$  的点的距离之和,  $\therefore$  当  $-1 \leq a \leq 2$  时,  $d_{PQ}$  最小, 最小值为  $2 - (-1) = 3$ . 故答案为 3.

9.  $y = -2x - 2$  【解析】设正比例函数的表达式为  $y = kx$  ( $k \neq 0$ ).  $\therefore$  正比例函数的图象经过点  $(1, -2)$ ,  $\therefore -2 = k$ ,  $\therefore$  函数的表达式是  $y = -2x$ . 将此正比例函数的图象向下平移 2 个单位, 得到图象的函数表达式为  $y = -2x - 2$ .

10.  $7 + 2\sqrt{2}$  【解析】如图(1), 分别过点  $D, B, C$  作直线与已知直线  $y = -x$  平行, 交  $x$  轴于点  $E, B, F$ , 过点  $D$  作  $DG \perp AB$  于  $G$ . 由题意得, 图(1)中点  $A$  对应图(2)中的点  $A'$ , 则  $OA = 2$ , 图(1)中点  $E$  对应图(2)中的点  $E'$ , 则  $OE = 5, DE = b$ ,  $\therefore AE = 3$ . 图(1)中点  $F$  对应图(2)中的点  $F'$ , 则  $OF = 10$ , 图(1)中点  $B$  对应图(2)中的点  $B'$ ,  $\therefore OB = a$ .  $\therefore a = OB = OF - BF$ . 由题易得  $BF = AE = 3$ ,  $\therefore a = 7$ .  $\therefore \square ABCD$  的面积为 10,  $AB = OB - OA = 7 - 2 = 5$ ,  $\therefore DG = 2$ . 在  $\text{Rt} \triangle DGE$  中,  $\angle DEG = 45^\circ$ ,  $\therefore DE = 2\sqrt{2}$ ,  $\therefore b = 2\sqrt{2}$ ,  $\therefore a + b = 7 + 2\sqrt{2}$ . 故答案为  $7 + 2\sqrt{2}$ .

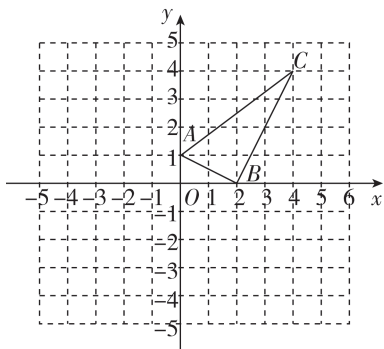


图(1)

图(2)

11.  $(2^{1012}, -2^{1012})$  【解析】 $\therefore$  过点  $(1, 0)$  作  $x$  轴的垂线交  $l_1$  于点  $A_1$ ,  $\therefore A_1(1, 2)$ . 把  $y = 2$  代入  $y = -x$  得  $x = -2$ , 即  $A_2(-2, 2)$ . 把  $x = -2$  代入  $y = 2x$  得  $y = -4$ , 即  $A_3(-2, -4)$ , 同理可得  $A_4(4, -4)$ ,  $A_5(4, 8)$ ,  $A_6(-8, 8)$ ,  $A_7(-8, -16)$ ,  $A_8(16, -16)$ ,  $\dots$ .  $\therefore 2024 \div 4 = 506$ ,  $\therefore$  点  $A_{2024}$  在射线  $OA_4$  上.  $\therefore A_4(4, -4)$ ,  $A_8(16, -16)$ ,  $\dots$ ,  $\therefore A_{4n}(4^n, -4^n)$ , 其中  $n$  为正整数,  $\therefore A_{2024}(4^{506}, -4^{506})$ ,  $\therefore A_{2024}(2^{1012}, -2^{1012})$ . 故答案为  $(2^{1012}, -2^{1012})$ .

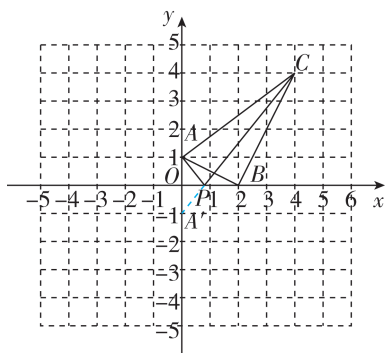
12. 【解】(1) 如图(1),  $\triangle ABC$  即为所求作.



图(1)

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(1+4) \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 5.$$

(2) 如图(2), 作  $A$  关于  $x$  轴的对称点  $A'(0, -1)$ , 连接  $CA'$  交  $x$  轴于点  $P$ , 点  $P$  即为所求.



图(2)

设  $CA'$  所在直线的表达式为  $y = kx + b$ .

将  $C(4, 4)$ ,  $A'(0, -1)$  代入得  $\begin{cases} 4 = 4k + b, \\ -1 = b, \end{cases}$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{5}{4}, \\ b = -1, \end{cases} \therefore y = \frac{5}{4}x - 1.$$

当  $y = 0$  时,  $x = \frac{4}{5}$ ,  $\therefore P(\frac{4}{5}, 0)$ .

(3) 设  $Q(0, m)$ .

$\therefore \triangle ABQ$  的面积与  $\triangle ABC$  的面积相等,

$$\therefore \frac{1}{2}|m-1| \times 2 = 5, \text{解得 } m = 6 \text{ 或 } -4,$$

$\therefore Q(0, 6)$  或  $(0, -4)$ .

13. 【解】(1) 点  $A(2, 6)$  先向右平移 4 个单位长度, 再向下平移 8 个单位长度得到点  $B$ ,  $\therefore B(6, -2)$ .

设直线  $AB$  的表达式为  $y = ax + b$ .

$$\text{把 } A(2, 6), B(6, -2) \text{ 代入得} \begin{cases} 6 = 2a + b, \\ -2 = 6a + b, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -2, \\ b = 10, \end{cases}$$

$\therefore$  直线  $AB$  的表达式为  $y = -2x + 10$ .

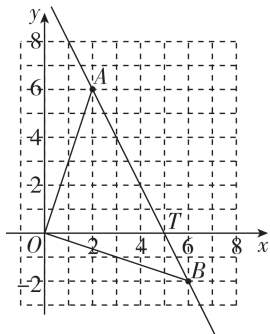
(2) 如图(1), 设直线  $AB$  与  $x$  轴的交点为  $T$ .

对于  $y = -2x + 10$ , 当  $y = 0$  时,  $-2x + 10 = 0$ ,

解得  $x = 5$ , 即  $T(5, 0)$ .

$\therefore \triangle AOB$  的面积为  $\frac{1}{2} \times 5 \times 2 + \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 20$ .

故答案为 20.



图(1)

(3) 对于直线  $l: y = kx - 2k - 3$ ,

当  $x = 2$  时,  $y = 2k - 2k - 3 = -3$ ,

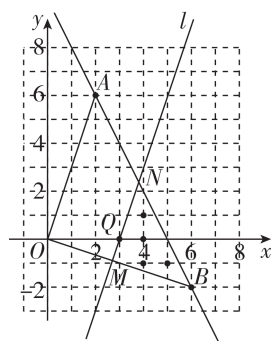
$\therefore$  直线  $l: y = kx - 2k - 3$  过点  $(2, -3)$ .

(4)  $3 < k \leq 4$ . 如图(2),

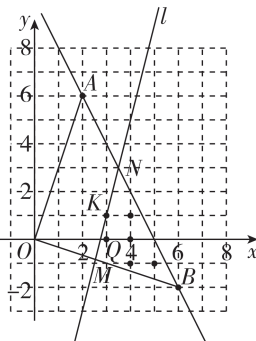
当直线  $l: y = kx - 2k - 3$  过  $Q(3, 0)$  时,  $\triangle BMN$

内部有 4 个整点,

此时  $3k - 2k - 3 = 0$ , 解得  $k = 3$ .



图(2)



图(3)

如图(3), 当直线  $l: y = kx - 2k - 3$  过  $K(3, 1)$

时,  $\triangle BMN$  内部有 5 个整点,

此时  $3k - 2k - 3 = 1$ , 解得  $k = 4$ .

综上所述可知, 如果  $\triangle BMN$  内部只有 5 个整点 (不包括边界),  $k$  的取值范围为  $3 < k \leq 4$ .

**14. 【解】**(1) 把点  $P(1, b)$  代入  $y = 2x + 1$ , 得  $b = 2 + 1 = 3$ .

把点  $P(1, 3)$  代入  $y = mx + 4$ , 得  $m + 4 = 3$ ,

$\therefore m = -1$ .

$\therefore$  两直线相交于点  $P(1, 3)$ ,

$\therefore$  方程组  $\begin{cases} 2x - y = -1, \\ mx - y = -4 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x = 1, \\ y = 3. \end{cases}$

(2) 直线  $x = a$  与直线  $l_1$  的交点  $C$  的坐标为

**易错警示**

(3) 由  $CD = 2$

得出  $3a - 3 = 2$

或  $3a - 3 = -2$ ,

则  $a = \frac{5}{3}$  或

$a = \frac{1}{3}$ , 不要

漏解.

**思路分析**

(4) 由 (3) 知  
直线  $l: y = kx -$

$2k - 3$  过点

$(2, -3)$ . 画出

图形可知, 当

直线  $l$  过

$Q(3, 0)$  时,

$\triangle BMN$  内部

有 4 个整点,

可得  $k = 3$ ; 当

直线  $l$  过

$K(3, 1)$  时,

$\triangle BMN$  内部

有 5 个整点,

可得  $k = 4$ , 则

$3 < k \leq 4$ .

$(a, 2a + 1)$ , 与直线  $l_2$  的交点  $D$  的坐标为  $(a, -a + 4)$ .

$\therefore CD = 2, \therefore |2a + 1 - (-a + 4)| = 2$ ,

即  $|3a - 3| = 2$ ,

$\therefore 3a - 3 = 2$  或  $3a - 3 = -2$ ,

$\therefore a = \frac{5}{3}$  或  $a = \frac{1}{3}$ .

**15. 【解】**(1) 由题意可知, 折线  $D-E-F-G-H$  为小华与  $C$  市的距离  $y_1$  (千米) 与行驶时间  $x$  (时) 之间的函数关系图象,

线段  $MN$  是小明与  $C$  市的距离  $y_2$  (千米) 与行驶时间  $x$  (时) 之间的函数关系图象.

由题图(2)知, 小明驾车到达  $C$  市时用了 7.5 小时,

小华驾车到达  $C$  市时用了 2 小时.

(2)  $A$  市与  $B$  市之间的距离为  $75 \times 2 + 100 \times 7.5 = 900$  (千米).

由题图(2)可知, 小华由  $C$  市到  $B$  市中间休息了 1 小时,

$900 \div 75 = 12$  (时),  $1 + 12 = 13$  (时).

若出发时间是 8:00, 则小华到达  $B$  市的时间为 21:00.

(3) 由图象可知,  $B$  市与  $C$  市间的距离为  $7.5 \times 100 = 750$  (千米), 点  $N$  的坐标为  $(7.5, 0)$ ,  $\therefore M$  的坐标为  $(0, 750)$ .

设  $y_2 = kx + b$ ,

则  $\begin{cases} 750 = b, \\ 0 = 7.5k + b, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} k = -100, \\ b = 750, \end{cases}$

$\therefore y_2 = -100x + 750$ .

由图象可知, 点  $E$  的坐标为  $(2, 0)$ .

当  $x = 6$  时, 小华与  $C$  市的距离为  $75 \times (6 - 2) = 300$  (千米),

$\therefore F$  的坐标为  $(6, 300)$ .

设  $EF$  所在直线的表达式为  $y_{EF} = mx + n$ ,

则  $\begin{cases} 0 = 2m + n, \\ 300 = 6m + n, \end{cases}$

解得  $\begin{cases} m = 75, \\ n = -150, \end{cases}$

$\therefore y_1 = 75x - 150 (2 \leq x \leq 6)$ .

当  $y_1 = y_2$  时,  $-100x + 750 = 75x - 150$ ,

解得  $x = \frac{36}{7} = 5 \frac{1}{7}$ ,

故点  $S$  的横坐标为  $5\frac{1}{7}$ , 其表示的实际意义是行驶时间为  $5\frac{1}{7}$  小时时, 小明与小华相遇.

**16. 【解】**(1)  $\because$  将直线  $l$  向上平移  $2\sqrt{3}$  个单位长度得到直线  $m$ ,

$\therefore$  直线  $m$  的表达式为  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3}$ .

(2) 在  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3}$  中, 当  $x = 0$  时,  $y = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore B(0, 2\sqrt{3})$ ,

$\therefore OB = 2\sqrt{3}$ ;

当  $y = 0$  时,  $x = 6$ ,  $\therefore A(6, 0)$ ,  $\therefore OA = 6$ .

由平移可知, 直线  $m \parallel$  直线  $l$ ,  $\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO}$ ,

$\therefore S_{\triangle ABO} = 2S_{\triangle BOE}$ ,

$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} = 2 \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \cdot OE$ ,

解得  $OE = 3$ ,

$\therefore E(3, 0)$ .

(3) 设  $C\left(t, -\frac{\sqrt{3}}{3}t\right)$ , 则  $C'\left(t-3, -\frac{\sqrt{3}}{3}t+6\sqrt{3}\right)$ .

过  $A$  点作  $AG \parallel BC$  交  $l$  于点  $G$ , 连接  $C'G$ , 如图, 则  $AB \parallel CG$ ,

#### 思路分析

(3) 设  $C\left(t, -\frac{\sqrt{3}}{3}t\right)$ , 则

$C'\left(t-3, -\frac{\sqrt{3}}{3}t+6\sqrt{3}\right)$ . 过  $A$  点

作  $AG \parallel BC$  交  $l$  于点  $G$ . 连接  $C'G$ , 可得四边形  $BCGA$  为平行四边形, 进而可得当  $G, A, C'$  三点共线时,  $BC + C'A$  取得最小值.

设直线  $BC, AC'$  的表达式分别为  $y = kx + 2\sqrt{3}, y = k'(x-6)$ , 分别代入点  $C, C'$  的坐标求出  $k, k'$ , 令  $k = k'$ , 解得  $t = \frac{18}{5}$ , 即可得解.

$\therefore$  四边形  $BCGA$  是平行四边形,

$\therefore AG = BC$ ,

$\therefore BC + AC' = AG + C'A \geq C'G$ ,

$\therefore$  当  $G, A, C'$  三点共线时,  $BC + C'A$  取得最小值.

设直线  $BC$  的表达式为  $y = kx + 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore kt + 2\sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}t$ ,

$\therefore k = \frac{-2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}t}{t}$ .

设直线  $AC'$  的表达式为  $y = k'(x-6)$ ,

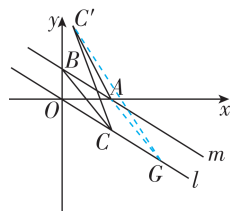
$\therefore -\frac{\sqrt{3}}{3}t + 6\sqrt{3} = k'(t-3-6)$ ,

解得  $k' = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{3}t + 6\sqrt{3}}{t-9}$ ,

$\therefore \frac{-2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}t}{t} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{3}t + 6\sqrt{3}}{t-9}$ ,

解得  $t = \frac{18}{5}$ ,

$\therefore C'\left(\frac{3}{5}, \frac{24\sqrt{3}}{5}\right)$ .



## 第4章 数据分析

### 4.1 平均数、中位数、众数

#### 课时1 平均数

#### 刷基础

**1. B 【解析】**  $(7+10+14+7+12) \div 5 = 50 \div 5 = 10$  (元).

**2. B 【解析】** 由题意得  $\frac{1}{6} \times (3+4+5+x+6+7) = 5$ , 解得  $x = 5$ . 故选 B.

**3. D 【解析】** 平均分是  $\frac{9.5+9.4+9.6+9.3+9.7}{5} = 9.5$  (分).

**4. A 【解析】**  $\because a, b, c$  的平均数为  $M$ ,  $a$  和  $b$  的

#### 关键点拨

由题意得出

$\frac{a+b+c}{3} = M$ ,

$\frac{a+b}{2} = N, \frac{N+c}{2} =$

$P$  是解题关键.

平均数为  $N$ ,  $N$  和  $c$  的平均数为  $P$ ,  $\therefore \frac{a+b+c}{3} =$

$M, \frac{a+b}{2} = N, \frac{N+c}{2} = P. \therefore M > P, \therefore \frac{a+b+c}{3} > \frac{\frac{a+b}{2} + c}{2}$ ,

整理得  $a+b > 2c$ , 故选 A.

**5. -3 【解析】** 求 30 个数据的平均数时, 错将其中的一个数据 105 输入成 15, 即少加了 90, 则由此求出的平均数与实际平均数的差是  $-\frac{90}{30} = -3$ . 故答案为 -3.

**6. 95 【解析】** 除 99 分和 76 分外其他分数之和为  $92.5 \times 6 - 99 - 76 = 380$  (分), 由于最高分是 99 分, 所以按分数从高到低排第 2 名的同学