**2024-2025学年北京市西城区八年级（下）期末数学试卷**

**一、选择题（共16分，每题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．**

1．（2分）下列各式中，是最简二次根式的是（　　）

A． B． C． D．

2．（2分）以下列各组数为三角形的三边长，能构成直角三角形的是（　　）

A．2，2，2 B．2，3， C．1，1， D．2，3，4

3．（2分）下列计算中正确的是（　　）

A． B． C． D．

4．（2分）在平面直角坐标系*xOy*中，已知*A*（﹣1，*y*1），*B*（2，*y*2）两点在直线*y*＝3*x*﹣5上，下列判断正确的是（　　）

A．*y*1＜*y*2 B．*y*1＝*y*2 C．*y*1＞*y*2 D．*y*1≥*y*2

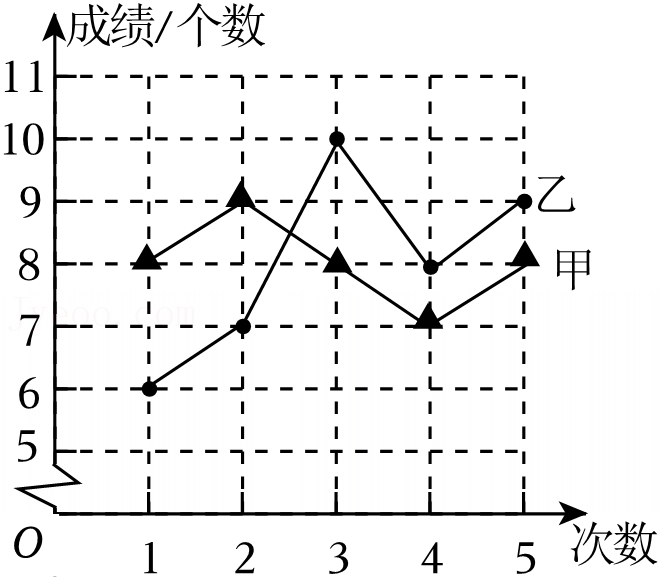
5．（2分）下列命题中，不正确的是（　　）

A．平行四边形的对角线互相平分

B．矩形的对角线互相垂直且平分

C．菱形的对角线互相垂直且平分

D．正方形的对角线相等且互相垂直平分

6．（2分）如图是甲、乙两名同学的5次引体向上练习成绩的折线统计图，下列判断正确的是（　　）

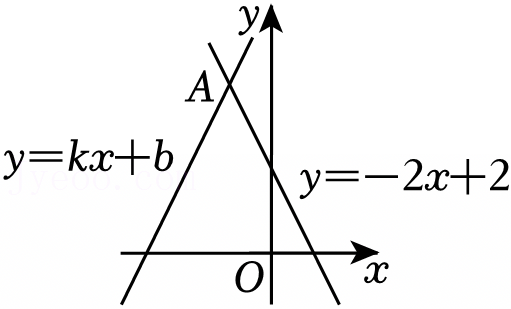
A．甲的成绩比乙的成绩稳定

B．甲的最好成绩比乙的最好成绩高

C．甲的成绩的平均数比乙的成绩的平均数大

D．甲的成绩的中位数比乙的成绩的中位数大

7．（2分）如图，在平面直角坐标系*xOy*中，直线*y*＝﹣2*x*+2与直线*y*＝*kx*+*b*（*k*，*b*为常数，*k*≠0）的交点为*A*（*m*，4），则关于*x*的不等式﹣2*x*+2＜*kx*+*b*的解集为（　　）



A．*x*＜﹣2 B．*x*＞﹣2 C．*x*＜﹣1 D．*x*＞﹣1

8．（2分）如图，在平面直角坐标系*xOy*中，*A*（2，1），*B*（1，﹣1），点*P*在直线*y*＝*x*上．有以下结论：

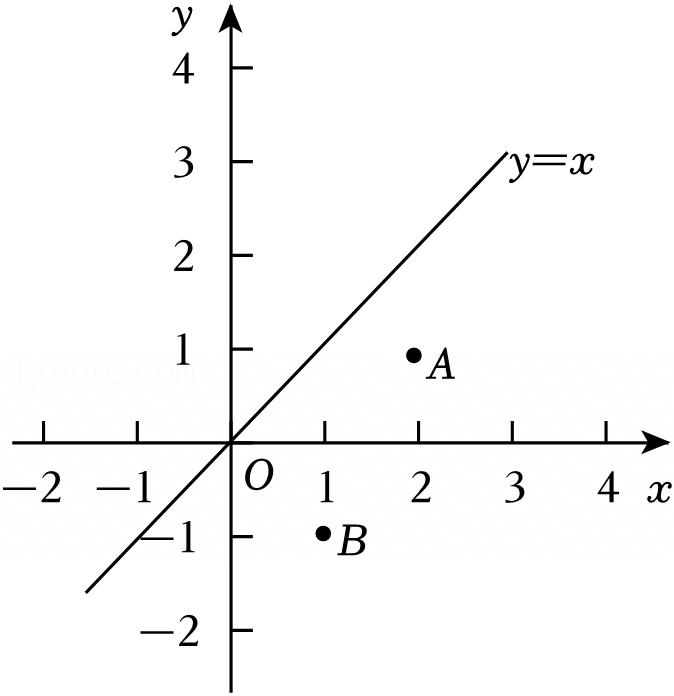
①当点*P*的坐标为（1，1）时，*PA*+*PB*取得最小值；

②当点*P*的坐标为（1，1）时，*PA*+*PB*取得最大值；

③当点*P*的坐标为（2.5，2.5）时，|*PA*﹣*PB*|取得最大值；

④当点*P*的坐标为（0.5，0.5）时，|*PA*﹣*PB*|取得最小值．

上述结论中，所有正确结论的序号是（　　）



A．①③ B．①④ C．②③ D．②④

**二、填空题（共16分，每题2分）**

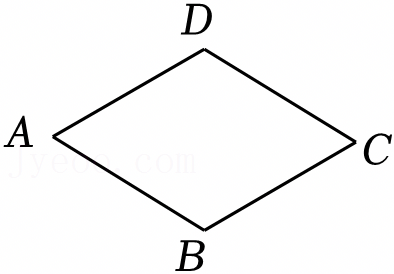
9．（2分）若在实数范围内有意义，则实数*x*的取值范围是 　 　 ．

10．（2分）在▱*ABCD*中，若∠*A*＝3∠*B*，则∠*D*＝　 　 ．

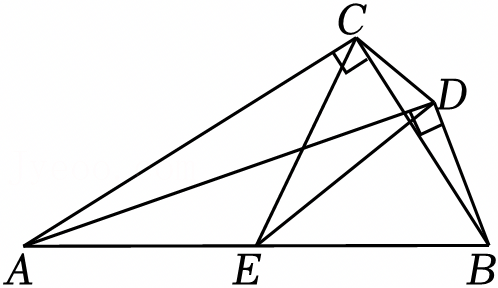
11．（2分）请你写出一个图象经过原点且*y*随着*x*的增大而减小的一次函数的表达式：　 　 ．

12．（2分）在平面直角坐标系*xOy*中，将直线*y*＝2*x*+1向下平移2个单位长度后，所得直线的解析式是 　 　 ．

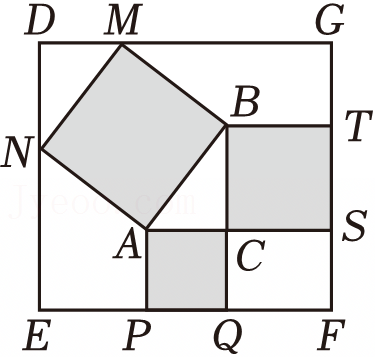
13．（2分）如图，已知菱形*ABCD*的边长为6，∠*BAD*＝60°，则菱形*ABCD*的面积等于 　 　 ．



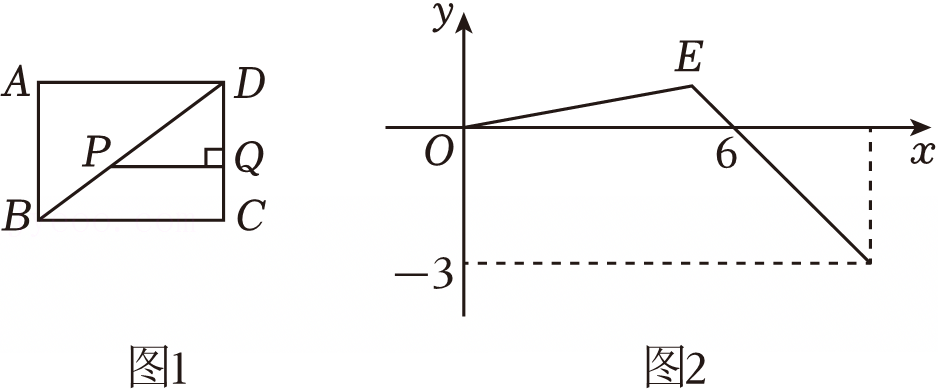
14．（2分）如图，在Rt△*ABC*与Rt△*ABD*中，∠*ACB*＝∠*ADB*＝90°，点*C*和点*D*位于边*AB*的同侧，*E*为边*AB*的中点．连接*EC*，*ED*，*CD*，若∠*CED*＝26°，则∠*CDE*＝ 　 　 °．



15．（2分）如图，在Rt△*ABC*中，∠*ACB*＝90°，*AC*＝3，*BC*＝4．以*AC*，*BC*，*AB*为边分别向外作正方形*ACQP*，正方形*BCST*，正方形*ABMN*，过点*M*，*N*分别作*DG*∥*PQ*，*DE*∥*ST*，再适当延长相关线段得到四边形*DEFG*，那么四边形*DEFG*的面积等于 　 　 ．



16．（2分）如图1，*DB*是矩形*ABCD*的对角线，点*P*从点*D*出发，沿*D*→*B*→*C*在线段*DB*和*BC*上运动，运动到与点*C*重合时停止（当两点重合时，记连接这两点所得线段的长度为0）．作*PQ*⊥*CD*，垂足为点*Q*．记点*P*的运动路程为*x*，线段*PQ*与*DQ*长度的差为*y*，即*PQ*﹣*DQ*＝*y*，图2反映了点*P*运动的过程中，*y*与*x*之间的对应关系，那么*AB*＝ 　 　 ，图2中点*E*的坐标为 　 　 ．



**三、解答题（共68分，第17题8分，第18题10分，第19题7分，第20～22题，每题8分，第23题10分，第24题9分）**

17．（8分）计算：

（1）；

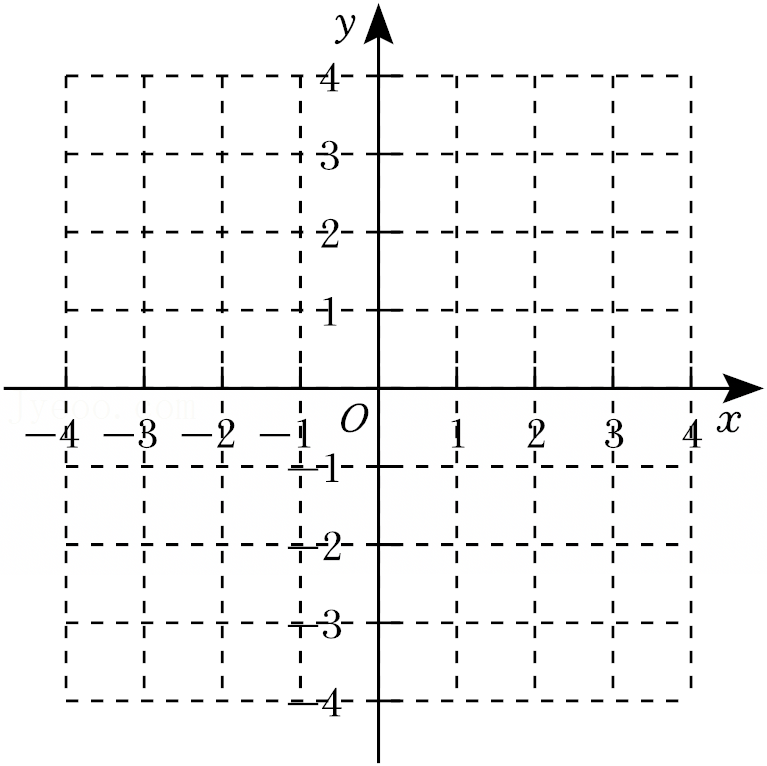
（2）．

18．（10分）在平面直角坐标系*xOy*中，一次函数*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0）的图象经过点（3，3）和（0，﹣3）．

（1）求该一次函数的解析式；

（2）在所给平面直角坐标系中画出该函数的图象；

（3）求直线*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0），直线*y*＝﹣*x*与*x*轴围成的三角形的面积．



19．（7分）已知：如图，∠*MAN*．

求作：射线*AC*，使得*AC*平分∠*MAN*．

作法：①在射线*AM*上取点*B*，以点*A*为圆心，线段*AB*的长为半径画弧，交射线*AN*于点*D*；

②分别以点*B*，点*D*为圆心，线段*AB*的长为半径画弧，两弧交于点*C*（不与点*A*重合），

③作射线*AC*．

射线*AC*就是所求作的射线．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

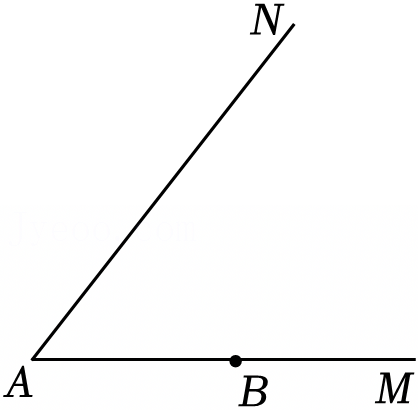
证明：连接*BC*，*CD*．

∵*AB*＝*AD*＝ 　 　 ＝ 　 　 ，

∴四边形*ABCD*是 　 　 （填“矩形”“菱形”或“正方形”）（ 　 　 ）（填推理的依据）．

∴*AC*平分∠*BAD*（ 　 　 ）（填推理的依据）．

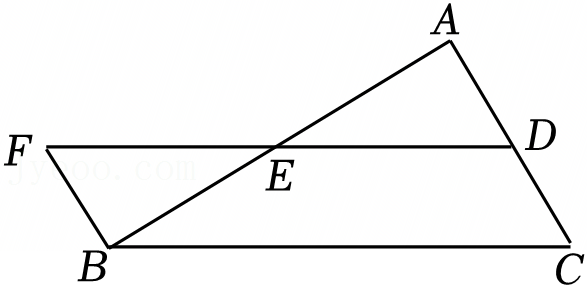
即*AC*平分∠*MAN*．



20．（8分）如图，在△*ABC*中，点*D*，*E*分别是*AC*，*AB*的中点，连接*DE*并延长到点*F*，使*DF*＝*BC*，连接*BF*．

（1）求证：四边形*BCDF*是平行四边形；

（2）连接*BD*，*FA*，若*BD*＝6，求线段*FA*的长．



21．（8分）小高同学在学习“勾股定理”时，向全班展示了他通过查阅相关资料学到的证明思路和证明过程，具体如下．

制作学具：两张直角三角形纸片*ABC*和*DEF*，其中∠*ACB*＝∠*DFE*＝90°，*BC*＝*EF*＝*a*，*AC*＝*DF*＝*b*（*a*＜*b*），*AB*＝*DE*＝*c*．

证明思路：将两张纸片按如图所示方式摆放并固定，使纸片*DEF*的边*EF*落在纸片*ABC*的边*AC*上，点*E*与点*C*重合，连接*AD*，*DB*得到四边形*ACBD*，利用四边形*ACBD*的面积的两种不同表示方法证明*a*2+*b*2＝*c*2．

请根据小高同学的思路补全以下证明过程．

证明：如图，作*DG*⊥*CB*，垂足为点*G*，设*AB*与*CD*的交点为*H*．

∵*BC*＝*EF*，*AC*＝*DF*，*AB*＝*DE*，

∴△*ABC*≌△*DEF*．

∴∠*CAB*＝∠　 　 ．

∵∠*FDE*+∠*ACH*＝90°，

∴∠*CAB*+∠　 　 ＝90°．

∴∠*AHC*＝90°．

∴*AB*⊥*CD*．

∴*S*四边形*ACBD*＝*S*△*ACB*+*S*△*ADBAB*×　 　 *AB*×　 　 *AB*×　 　 *c*2．

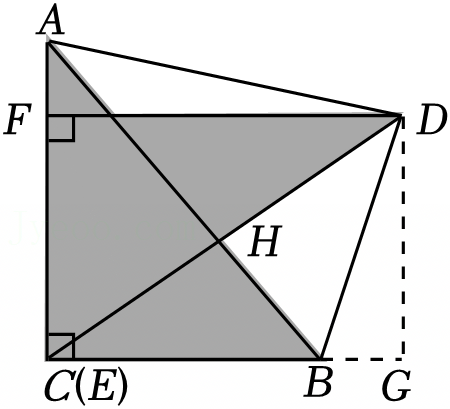
∵∠*CFD*＝∠*FCB*＝∠*G*＝90°，

∴四边形*FCGD*为矩形．

∴*DG*＝*FC*＝*a*．

∴*S*四边形*ACBD*＝*S*△*ACD*+*S*△*BCDAC*×　 　 *BC*×　 　 ＝ 　 　 ．

∴*a*2+*b*2＝*c*2．



22．（8分）某校为了解七年级和八年级学生的体育与健康知识掌握情况，从这两个年级的学生中各随机抽取了30名学生进行有关测试，获得了这些学生的成绩（成绩用*x*表示，满分100分）．并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

*a*．抽取的七年级学生测试成绩：

65 68 72 72 75 78 80 81 82 82 83 83 84 84 85

85 86 86 86 87 88 89 91 93 95 96 97 98 99 100

*b*．抽取的八年级学生测试成绩的频数分布直方图（数据分成5组：75≤*x*＜80，80≤*x*＜85，85≤*x*＜90，90≤*x*＜95，95≤*x*≤100）；

*c*．抽取的八年级学生测试成绩在85≤*x*＜90这一组的是：

85 85 86 87 87 88 89 89 89

*d*．抽取的七，八年级学生测试成绩的平均数、中位数、众数如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 平均数 | 中位数 | 众数 |
| 七年级 | 85 | 85 | *m* |
| 八年级 | 88 | *n* | 89 |

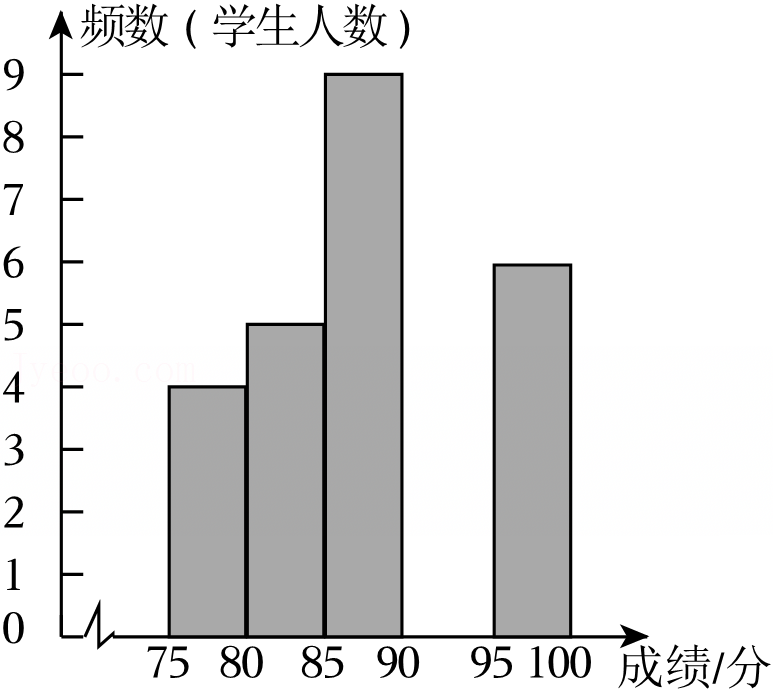
根据以上信息解答下列问题：

（1）请补全频数分布直方图；

（2）表中*m*＝ 　 　 ，*n*＝ 　 　 ；

（3）在此次测试中，七，八年级各有学生考了88分，这个成绩在哪个年级排名更靠前？回答并说明理由；

（4）此次测试成绩85分及85分以上为优秀．若该校八年级有300名学生，假设八年级的学生都参加此次测试，估计八年级学生成绩优秀的人数．



23．（10分）小明探究函数*y*＝|2*x*+4|的图象和性质的过程如下．请将小明的探究过程补充完整，并解决问题．

（1）函数*y*＝|2*x*+4|的自变量*x*的取值范围是 　 　 ，*y*的取值范围是 　 　 ；

（2）由，设计如下画图方案：

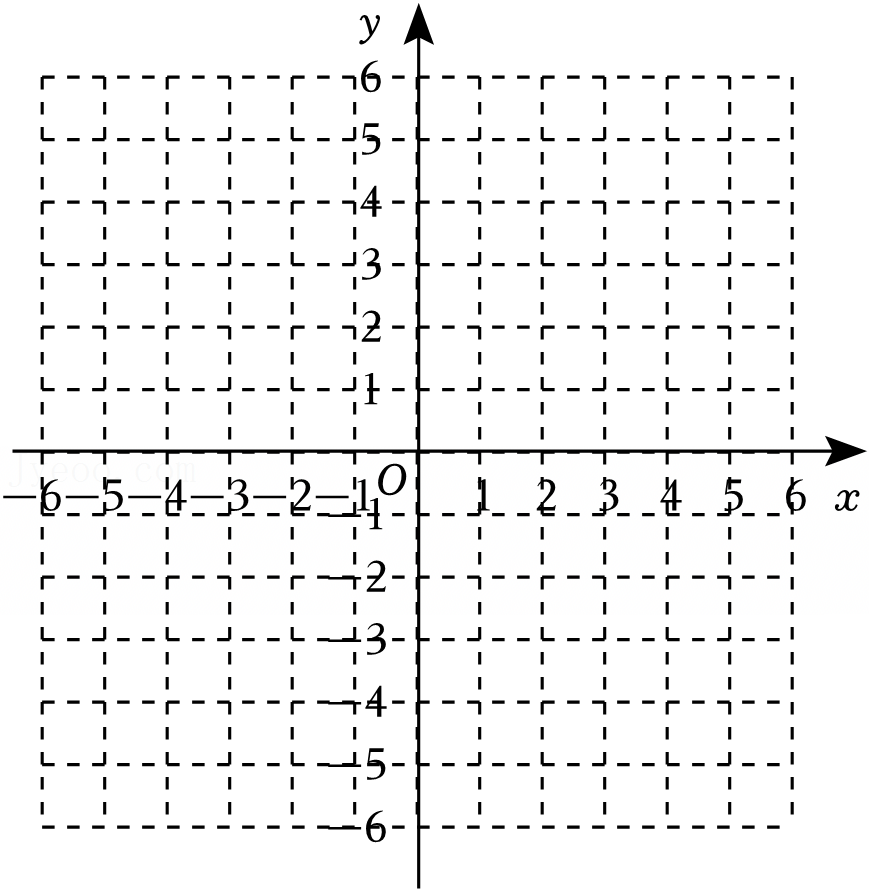
将直线*y*＝2*x*+4在*x*轴下方的部分沿*x*轴翻折，直线的其余部分保持不变，得到函数*y*＝|2*x*+4|的图象．在平面直角坐标系*xOy*中画出函数*y*＝|2*x*+4|的图象；

（3）利用函数图象解决问题：

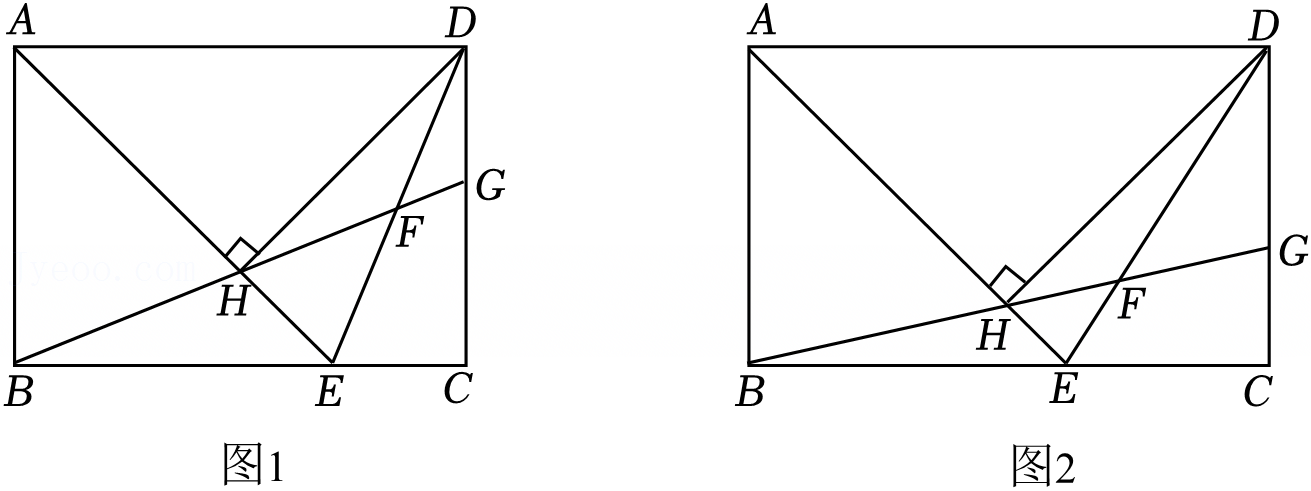
①当*x*＞0时，*y*的取值范围是 　 　 ；

②当*y*≥2时，*x*的取值范围是 　 　 ；

③若对于*x*的每一个值，函数*y*＝*kx*+1（*k*≠0）的值都小于函数*y*＝|2*x*+4|的值，直接写出*k*的取值范围．



24．（9分）在矩形*ABCD*中，*AB*，*BC*两边的长满足*AB*＜*BC*＜2*AB*，∠*BAD*的平分线交边*BC*于点*E*．*DH*⊥*AE*于点*H*，连接*DE*，*BH*，线段*BH*的延长线交*DE*于点*F*，交*DC*于点*G*．



（1）如图1，当*AH*＝*AB*时，求证：*DH*＝*DC*；

（2）如图2，当*AH*≠*AB*时，

①求证：点*H*为线段*BG*的中点；

②用等式表示线段*BG*与*DE*的数量关系，并证明．

**四、选做题（共10分，第25题4分，第26题6分）**

25．在平面直角坐标系*xOy*中，以方程*y*＝*kx*+*b*的解为坐标（*x*，*y*）的点在直线*y*＝*kx*+*b*上；反过来，直线*y*＝*kx*+*b*上的点的坐标（*x*，*y*）是方程*y*＝*kx*+*b*的解．

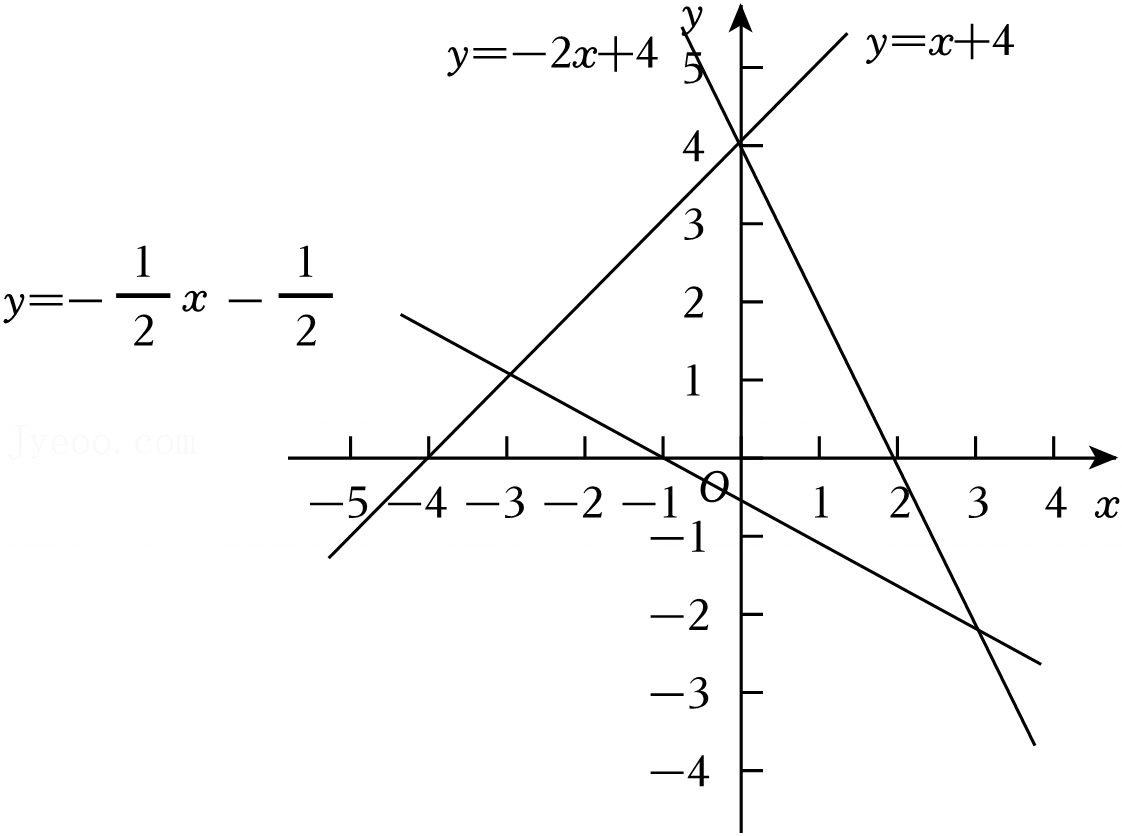
以不等式*y*＞*kx*+*b*的解为坐标（*x*，*y*）的点在直线*y*＝*kx*+*b*的上方；反过来，在直线*y*＝*kx*+*b*的上方的点的坐标（*x*，*y*）是不等式*y*＞*kx*+*b*的解．

以不等式*y*＜*kx*+*b*的解为坐标（*x*，*y*）的点在直线*y*＝*kx*+*b*的下方；反过来，在直线*y*＝*kx*+*b*的下方的点的坐标（*x*，*y*）是不等式*y*＜*kx*+*b*的解．

如图，已知直线*y*＝*x*+4，直线*y*＝﹣2*x*+4和直线．

（1）点（0，0）在直线*y*＝﹣2*x*+4的 　 　 方，点（1，5）在直线*y*＝﹣2*x*+4的 　 　 方（填“上”或“下”）；

（2）以不等式组的解为坐标的点的全体记为图形*M*．已知直线*y*＝*m*（*m*为实数）与图形*M*的公共部分为线段*AB*（点*A*可与点*B*重合），若对于线段*AB*上的任一点*P*，在线段*AB*上都存在点*Q*，使得*PQ*＝1，则*m*的取值范围是 　 　 ．



26．在平面直角坐标系*xOy*中，对于对角线交点为原点*O*的正方形和它的边上任意一点*P*，给出如下定义：记点*P*所在边的中点为*M*，线段*OM*的长度为*m*（*m*＞0）．将线段*OP*沿射线*OM*的方向平移*m*个单位长度得到线段*MQ*，以点*M*为顶角顶点，分别作顶角都为150°的等腰三角形*MQE*和等腰三角形*MQF*，连接*EF*．若线段*EF*上的点都在该正方形的内部或边上，则称点*P*为该正方形的“美好点”．

已知正方形*ABCD*的顶点坐标分别为*A*（﹣2，2），*B*（﹣2，﹣2），*C*（2，﹣2），*D*（2，2）．

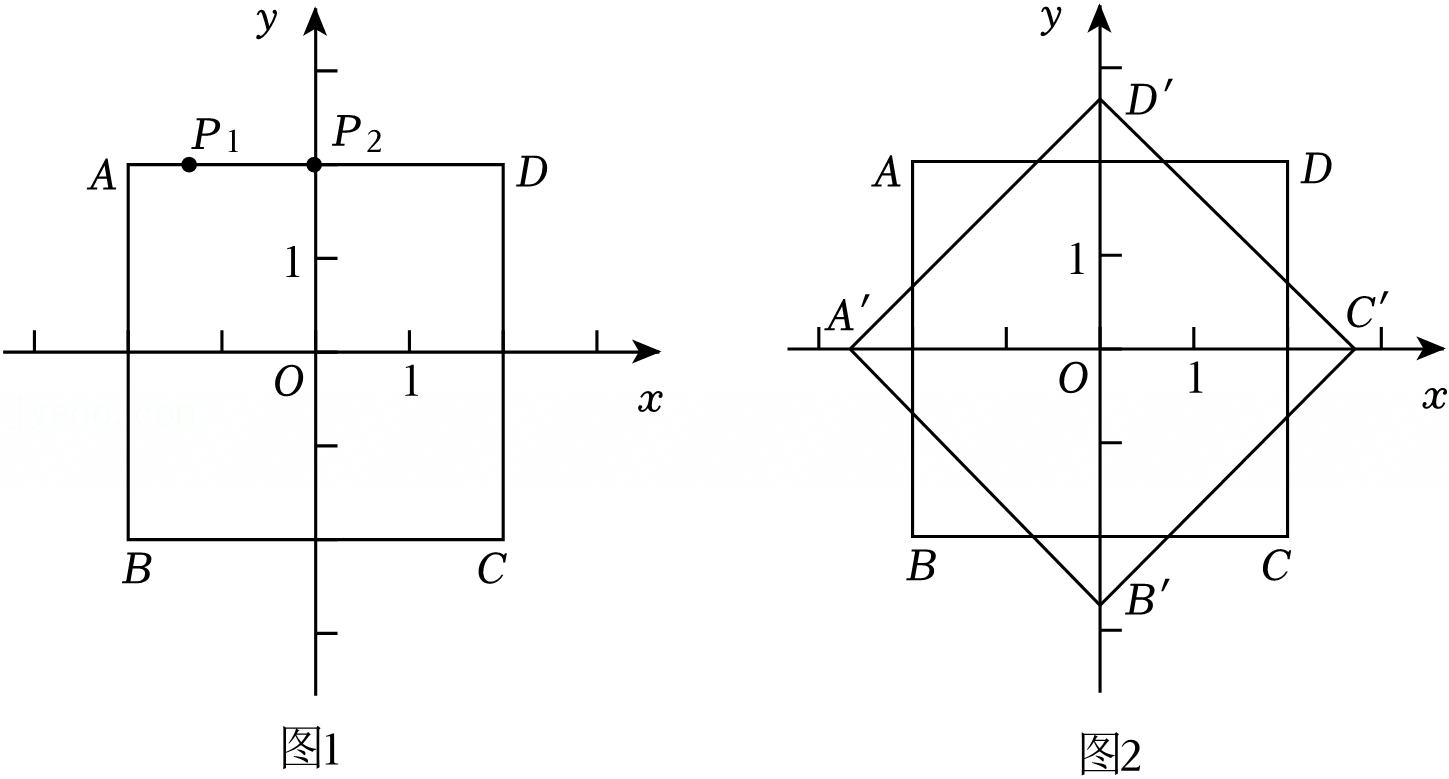
（1）如图1，点*P*在边*AD*上，

①在点*P*1（﹣1.5，2），*P*2（0，2）中，点 　 　 是正方形*ABCD*的“美好点”；

②若点*E*，*F*的横坐标满足*xE*＜*xF*，当∠*AME*＝30°时，点*P*的坐标为 　 　 ；

（2）若直线*y*＝*kx*上存在正方形*ABCD*的“美好点”，则*k*的取值范围是 　 　 ；

（3）如图2，与正方形*ABCD*大小相同的正方形*A*′*B*′*C*′*D*′的顶点在坐标轴上．若直线*y*＝*x*+*b*上既存在正方形*ABCD*的“美好点”又存在正方形*A*′*B*′*C*′*D*′的“美好点”，请直接写出*b*的取值范围．



**2024-2025学年北京市西城区八年级（下）期末数学试卷**

**参考答案与试题解析**

**一．选择题（共8小题）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | B | C | D | A | B | A | D | B |

**一、选择题（共16分，每题2分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．**

1．【分析】满足以下两个条件：①被开方数不含分母；②被开方数中不含能开得尽方的因数或因式，像这样的二次根式叫做最简二次根式，由此判断即可．

【解答】解：*A*、被开方数含有能开得尽方的因数9，不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

*B*、是最简二次根式，故此选项符合题意；

*C*、被开方数含有分母，不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

*D*、被开方数含有能开得尽方的因数9，不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

故选：*B*．

【点评】本题考查了最简二次根式，熟练掌握这个概念是解题的关键．

2．【分析】根据勾股定理的逆定理对各选项进行逐一判断即可．

【解答】解：*A*、22+22≠22，不能构成直角三角形，不符合题意；

*B*、22+（）2≠32，不能构成直角三角形，不符合题意；

*C*、12+12＝（）2，能构成直角三角形，符合题意；

*D*、22+32≠42，不能构成直角三角形，不符合题意；

故选：*C*．

【点评】本题考查的是勾股定理的逆定理，熟知如果三角形的三边长*a*，*b*，*c*满足*a*2+*b*2＝*c*2，那么这个三角形就是直角三角形是解答此题的关键．

3．【分析】根据二次根式混合运算的法则进行计算即可．

【解答】解：*A*、与不是同类二次根式，不能合并，原计算错误，不符合题意；

*B*、65，原计算错误，不符合题意；

*C*、4，原计算错误，不符合题意；

*D*、3，正确，符合题意．

故选：*D*．

【点评】本题考查的是二次根式的混合运算，熟知二次根式混合运算的法则是解题的关键．

4．【分析】根据一次函数图象上点的坐标特征逐项分析判断即可．

【解答】解：∵一次函数的*k*＝3＞0，

∴一次函数*y*随*x*的增大而增大，

∵﹣1＜2，

∴*y*1＜*y*2．

故选：*A*．

【点评】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握该知识点是关键．

5．【分析】根据特殊四边形的性质 一一判断即可．

【解答】解：*A*、正确．平行四边形的对角线互相平分．

*B*、错误．应该是矩形的对角线相等且互相平分．

*C*、正确．菱形的对角线互相垂直且平分．

*D*、正确．正方形的对角线相等且互相垂直平分．

故选：*B*．

【点评】本题考查命题与定理、特殊四边形的性质等知识，解题的关键是熟练掌握特殊四边形的性质，属于中考常考题型．

6．【分析】根据统计量的确定方法确定相应的统计量，再判断即可．

【解答】解：由折线统计图可以看出甲成绩的波动小于乙成绩的波动，即甲的成绩比乙的成绩稳定，故选项*A*正确，符合题意；

由折线统计图可以看，甲的最好成绩为9，乙的最好成绩为10，

所以甲的最好成绩比乙的最好成绩低，故选项*B*不正确，不符合题意；

甲的成绩的平均数为（个），乙的成绩的平均数为8（个），

所以甲的成绩的平均数与乙的成绩的平均数相同，故选项*C*不正确，不符合题意；

甲的成绩的中位数与乙的成绩的中位数均为8个，故选项*D*不正确，不符合题意．

故选：*A*．

【点评】本题考查了折线统计图，平均数、中位数与方差．从折线图中得到必要的信息是解决问题的关键．

7．【分析】先求出*m*的值，结合图象，可求解．

【解答】解：∵直线*y*＝﹣2*x*+2与直线*y*＝*kx*+*b*（*k*、*b*为常数，*k*≠0）相交于点*A*（*m*，4），

∴4＝﹣2*m*+2，

∴*m*＝﹣1，

∴当*x*＞﹣1时，﹣2*x*+2＜*kx*+*b*，

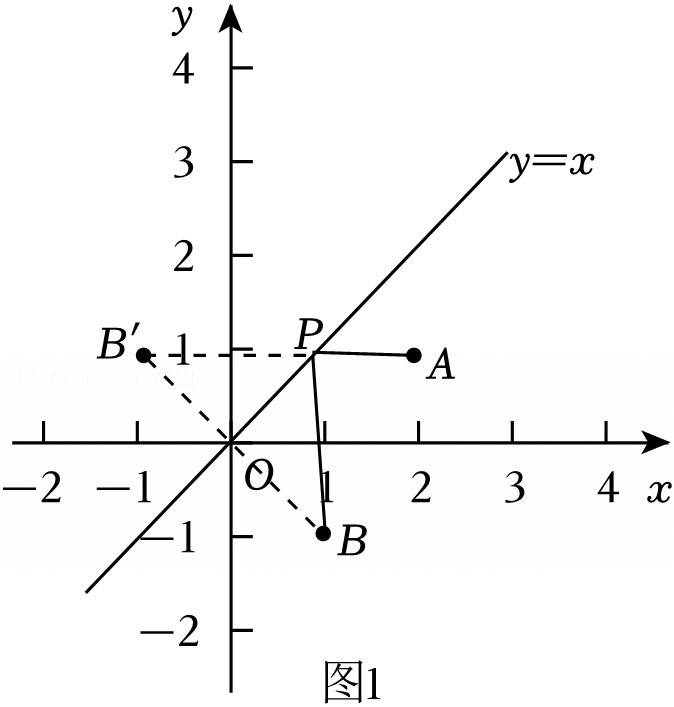
∴不等式﹣2*x*+2＜*kx*+*b*的解集为*x*＞﹣1，

故选：*D*．

【点评】本题考查一次函数与一元一次不等式，利用数形结合思想解决问题是解题的关键．

8．【分析】依据题意，结合函数图象分三种情形计算分析即可逐个判断得解．

【解答】解：由题意，如图1，



∵*B*（1，﹣1），

∴*B*关于直线*y*＝*x*的对称点*B*'（﹣1，1）．

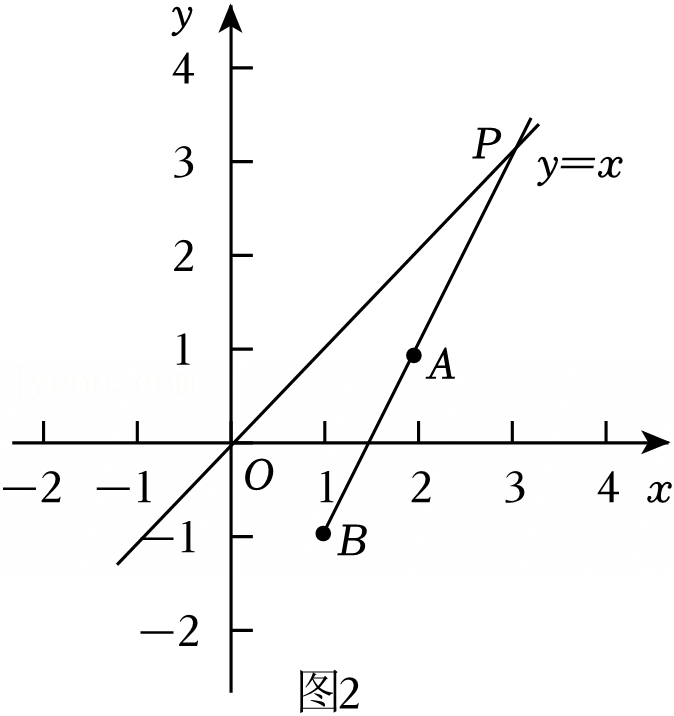
∴连接*AB*'交*y*＝*x* 于点*P*，此时*PA*+*PB*取最小值等于*AB*．

又∵*A*（2，1），*B*'（﹣1，1），

∴*AB*'∥*x*轴．

∴*P*（1，1），故①正确，②错误．

连接*BA*并延长交直线*y*＝*x*于*P*，如图2，



此时，|*PB*﹣*PA*|取最大值等于*AB*．

设直线*AB*为*y*＝*kx*+*b*，

∵*A*（2，1），*B*（1，﹣1），

∴．

∴．

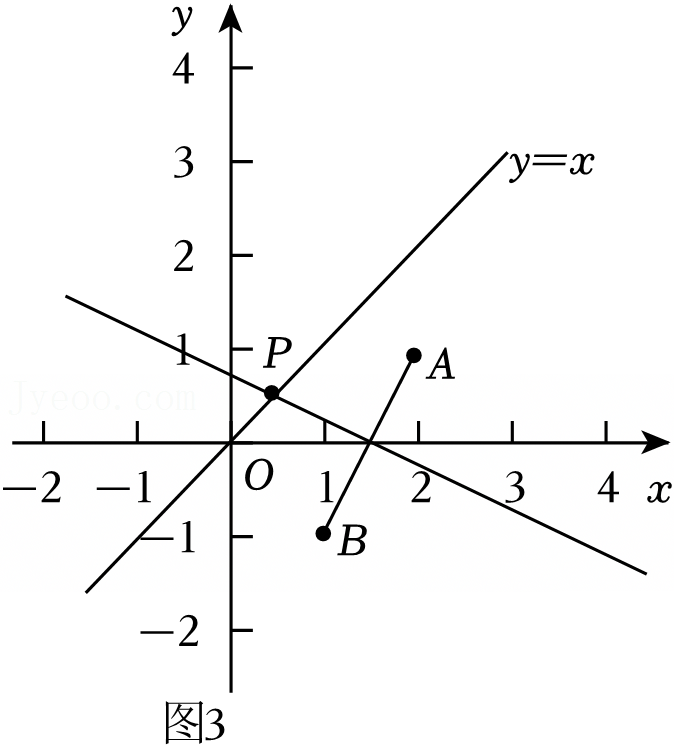
∴直线*AB*为*y*＝2*x*﹣3．

联列方程组，

∴．

∴此时*P*（3，3），故③错误．

由题意，如图3，



∵|*PA*﹣*PB*|≥0，

∴|*PA*﹣*PB*|取得最小值为0，此时*PA*＝*PB*．

∴*P*在*AB*的垂直平分线上．

∵*A*（2，1），*B*（1，﹣1），

∴*AB*的中点为（1.5，0）．

∵直线*AB*为*y*＝2*x*﹣3，

∴*AB*的垂直平分线为*yx*．

∴联列方程组．

∴．

∴*P*（0.5，0.5），此时|*PA*﹣*PB*|取得最小值，故④正确．

综上，正确的有①④．

故选：*B*．

【点评】本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征、正比例函数的性质、轴对称﹣最短路线问题，解题时要熟练掌握并能灵活运用一次函数的性质是关键．

**二、填空题（共16分，每题2分）**

9．【分析】根据二次根式有意义的条件即可解得．

【解答】解：由题意可得，

∴*x*﹣1≥0，

∴*x*≥1，

故答案为：*x*≥1．

【点评】此题考查了二次根式的意义，解题的关键是列出不等式求解．

10．【分析】平行四边形中，利用邻角互补可求得∠*B*的度数，利用对角相等，即可得∠*D*的值．

【解答】解：如图所示，

∵四边形*ABCD*是平行四边形，∴∠*A*+∠*B*＝180°，

∵∠*A*＝3∠*B*，∴∠*B*＝45°，即∠*D*＝∠*B*＝45°．

故答案为45°．



【点评】运用平行四边形对边平行的性质，得到邻角互补的结论，这是运用定义求四边形内角度数的常用方法．

11．【分析】根据一次函数的性质由一次函数的图象经过原点且随着的增大而减小得到*b*＝0，*k*＜0，然后令*k*＝﹣1即可．

【解答】解：∵一个一次函数的图象经过原点且随着的增大而减小，

∴*b*＝0，*k*＜0，

∴满足条件的一次函数可为*y*＝﹣*x*．

故答案为：*y*＝﹣*x*．

【点评】本题考查了一次函数图象的性质：一次函数*y*＝*kx*+*b*（*k*、*b*为常数，*k*≠0）是一条直线，当*k*＞0，图象经过第一、三象限，*y*随*x*的增大而增大；当*k*＜0，图象经过第二、四象限，*y*随*x*的增大而减小；图象与*y*轴的交点坐标为（0，*b*）．

12．【分析】根据直线*y*＝*kx*+*b*平移*k*值不变，只有*b*发生改变解答即可．

【解答】解：∵直线*y*＝2*x*+1向下平移了2个单位长度，

∴由“上加下减”的原则得：平移后的解析式为：*y*＝2*x*+1﹣2，即*y*＝2*x*﹣1，

故答案为：*y*＝2*x*﹣1．

【点评】本题主要考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减”的原则是解答此题的关键．

13．【分析】由菱形的性质可得*AO*＝*CO*，*BO*＝*DO*，∠*CAD*＝30°，由直角三角形的性质可得*DOAD*＝3，*AODO*＝3，由菱形的面积公式可求解．

【解答】解：连接*AC*，*BD*，

∵菱形*ABCD*的边长为6，∠*BAD*＝60°，

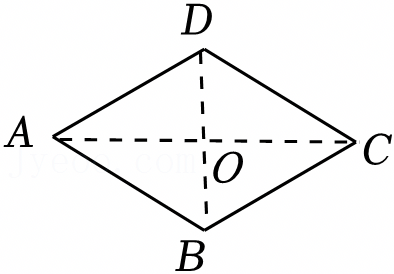
∴*AO*＝*CO*，*BO*＝*DO*，∠*CAD*＝30°，

∴*DOAD*＝3，*AODO*＝3，

∴*AC*＝6，*BD*＝6，

∴菱形*ABCD*的面积*AC*•*BD*＝18，

故答案为：18．



【点评】本题考查了菱形的性质，直角三角形的性质，掌握菱形的性质是解题的关键．

14．【分析】由直角三角形斜边中线的性质推出*CEAB*，*DEAB*，得到*CE*＝*DE*，推出∠*CDE*＝∠*DCE*（180°﹣26°）＝77°．

【解答】解：∵∠*ACB*＝∠*ADB*＝90°，*E*为边*AB*的中点，

∴*CEAB*，*DEAB*，

∴*CE*＝*DE*，

∵∠*CED*＝26°，

∴∠*CDE*＝∠*DCE*（180°﹣26°）＝77°．

故答案为：77．

【点评】本题考查直角三角形斜边中线的性质，等腰三角形的判定和性质，关键是由直角三角形斜边中线的性质推出*CE*＝*DE*．

15．【分析】延长*CA*交*DE*于*M*，延长*CB*交*DG*于*N*，判定四边形*MEFS*是矩形，推出∠*F*＝90°，*EF*＝*MS*，同理四边形*NQFG*是矩形，得到*FG*＝*NQ*，判定四边形*DEFG*是矩形，判定△*AMN*≌△*BCA*（*AAS*），得到*AM*＝*BC*＝4，同理△*MBN*≌△*BAC*（*AAS*），推出*BN*＝*AC*＝3，求出*MS*＝11，*NQ*＝10，得到*EF*＝11，*FG*＝10，即可求出四边形*DEFG*的面积＝*EF*•*FG*＝110．

【解答】解：延长*CA*交*DE*于*M*，延长*CB*交*DG*于*N*，

∵*DG*∥*PQ*，*DE*∥*ST*，

∴四边形*DEFG*是平行四边形，

∵四边形*APQC*是正方形，

∴*MS*∥*EF*，

∵*ME*∥*SF*，

∴四边形*MEFS*是平行四边形，

∵∠*MSF*＝90°，

∴四边形*MEFS*是矩形，

∴∠*F*＝90°，*EF*＝*MS*，

同理：四边形*NQFG*是矩形，

∴*FG*＝*NQ*，

∵四边形*DEFG*是平行四边形，∠*F*＝90°，

∴四边形*DEFG*是矩形，

∵四边形*ABMN*是正方形，

∴*AN*＝*AB*，∠*BAN*＝90°，

∵∠*MNA*+∠*MAN*＝∠*BAC*+∠*MAN*＝90°，

∴∠*MNA*＝∠*BAC*，

∵∠*AMN*＝∠*ACB*＝90°，*AN*＝*BA*，

∴△*AMN*≌△*BCA*（*AAS*），

∴*AM*＝*BC*＝4，

同理：△*MBN*≌△*BAC*（*AAS*），

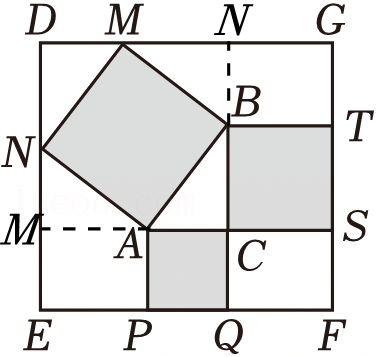
∴*BN*＝*AC*＝3，

∴*MS*＝*MA*+*AC*+*CS*＝4+3+4＝11，*NQ*＝*NB*+*BC*+*CQ*＝3+4+3＝10，

*EF*＝11，*FG*＝10，

∴四边形*DEFG*的面积＝*EF*•*FG*＝110．

故答案为：110．



【点评】本题考查正方形的性质，全等三角形的判定和性质，矩形的判定和性质，关键是判定△*AMN*≌△*BCA*（*AAS*），△*MBN*≌△*BAC*（*AAS*）．

16．【分析】对于第一空：根据题意可知当点*P*到达点*C*的位置时，点*P*、*Q*、*C*三点重合，*y*＝*PQ*﹣*DQ*有最小值﹣3，此时*PQ*＝0，*DC*长为﹣3的相反数从而得解；

对于第二空：先分析出当点*P*的运动路程为*x*＝6时，点*P*在点*BC*上，则设*BP*＝*x*，则*BD*＝6﹣*x*，*PC*＝*DC*＝3，*BC*＝*BP*+*PC*＝*x*+3，再用勾股定理建立方程求出*x*，由点*E*即为点*P*在点*B*处时对应的点即可得解．

【解答】解：当点*P*到达点*C*的位置时，点*P*、*Q*、*C*三点重合，*y*＝*PQ*﹣*DQ*有最小值﹣3，即﹣3＝*PQ*﹣*DQ*＝0﹣*DC*，

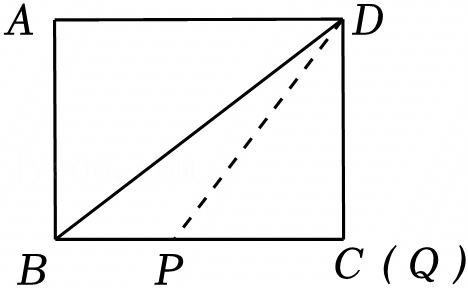
∴在矩形*ABCD*中，*AB*＝*DC*＝3，

由题意可知：当点*P*在*BD*上时，*PQ*﹣*DQ*≠0（点*D*除外），否则由*PQ*＝*DQ*可得△*DPQ*是等腰直角三角形，继而得到∠*BCD*＝45°，

从而得到*PQ*＝*DQ*始终相等，即图象无第一象限部分，

∵当点*P*的运动路程为*x*＝6时，*y*＝*PQ*﹣*DQ*＝0，

∴此时点*P*在点*BC*上，设*BP*＝*x*，则*BD*＝6﹣*x*，



∵*PQ*﹣*DQ*＝0，

∴*PC*＝*DC*＝3，

∴*BC*＝*BP*+*PC*＝*x*+3，

在矩形*ABCD*中，∠*C*＝90°，*BC*2+*DC*2＝*BD*2，即（*x*+3）2+32＝（6﹣*x*）2，解得：*x*＝1，

∴*BD*＝6﹣*x*＝5，*BC*＝*x*+3＝4，

由题意可知：点*E*即为点*P*在点*B*处时对应的点，此时点*Q*与点*C*重合，

∴此时*x*＝*BD*＝5，*y*＝*PQ*﹣*DQ*＝*BC*﹣*DC*＝1，

∴点*E*的坐标为（5，1），

故答案为：3；（5，1）．

【点评】本题考查矩形的性质，勾股定理，图象表示变量之间的关系等知识点，读懂图象上各点表示的意义是解题的关键．

**三、解答题（共68分，第17题8分，第18题10分，第19题7分，第20～22题，每题8分，第23题10分，第24题9分）**

17．【分析】（1）先算乘法，再算加法即可；

（2）先利用平方差公式及算术平方根的定义分别计算出各数，再合并同类二次根式即可．

【解答】解：（1）原式＝2

＝25

＝7；

（2）原式＝（2）2﹣1﹣2

＝12﹣1﹣2

＝9．

【点评】本题考查的是二次根式的混合运算，熟知二次根式混合运算的法则是解题的关键．

18．【分析】（1）利用待定系数法求一次函数解析式；

（2）利用描点法画出函数图象；

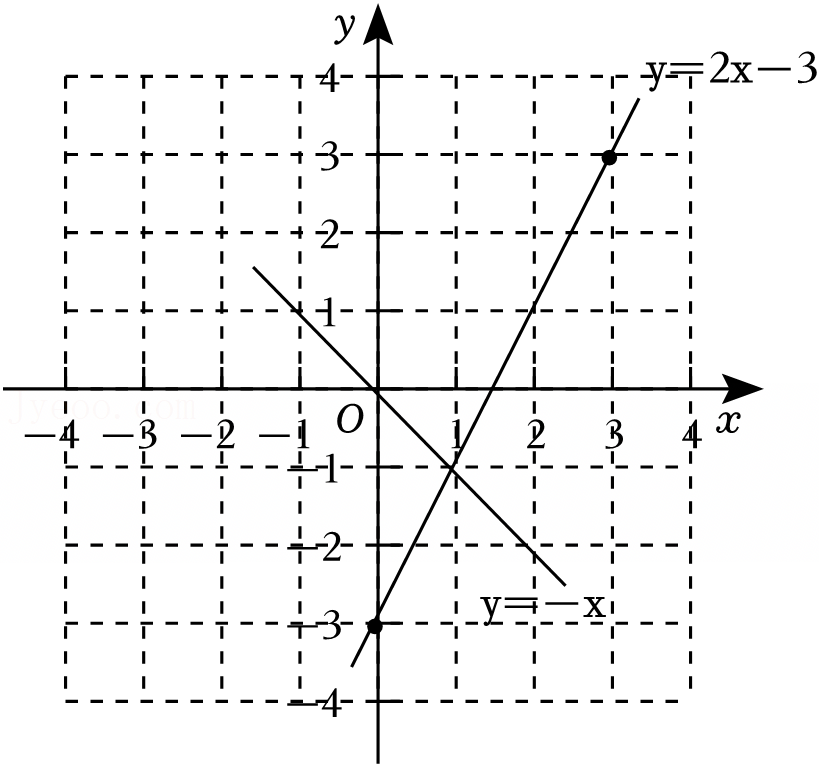
（3）先解方程组得直线*y*＝2*x*﹣3与直线*y*＝﹣*x*的交点坐标，再计算函数值为0所对应的自变量的值得到直线*y*＝2*x*﹣3与*x*轴的交点坐标，然后根据三角形面积公式计算．

【解答】解：（1）把点（3，3）和（0，﹣3）分别代入*y*＝*kx*+*b*得，

解得，

∴该一次函数的解析式为*y*＝2*x*﹣3；

（2）如图，



（3）解方程组得，

∴直线*y*＝2*x*﹣3与直线*y*＝﹣*x*的交点坐标为（1，﹣1），

当*y*＝0时，2*x*﹣3＝0，

解得*x*，

∴直线*y*＝2*x*﹣3与*x*轴的交点坐标为（，0），

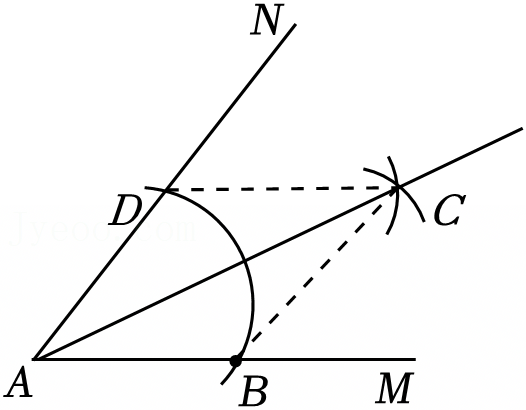
∴求直线*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0），直线*y*＝﹣*x*与*x*轴围成的三角形的面积1．

【点评】本题考查了待定系数法求一次函数解析式：求一次函数*y*＝*kx*+*b*，则需要两组*x*，*y*的值．也考查了一次函数的性质．

19．【分析】（1）根据要求作出图形；

（2）根据菱形的性质证明．

【解答】（1）解：图形如图所示是：



（2）证明：连接*BC*，*CD*．

∵*AB*＝*AD*＝*CD*＝*BC*，

∴四边形*ABCD*是菱形（四边相等的四边形是菱形），

∴*AC*平分∠*BAD*（菱形的对角线平分一组对角），

即*AC*平分∠*MAN*．

故答案为：*CD*，*BC*，菱形，四边相等的四边形是菱形，菱形的对角线平分一组对角．

【点评】本题考查作图﹣复杂作图，角平分线的定义，菱形的判定和性质，

20．【分析】（1）证明*DE*是△*ABC*的中位线，得*DE*∥*BC*，再由平行四边形的判定即可得出结论；

（2）由平行四边形的性质得*BF*＝*CD*，进而证明*BF*＝*AD*，再证明四边形*ADBF*是平行四边形，然后由平行四边形的性质即可得出结论．

【解答】（1）证明：∵点*D*，*E*分别是*AC*，*AB*的中点，

∴*DE*是△*ABC*的中位线，

∴*DE*∥*BC*，

∵*DF*＝*BC*，

∴四边形*BCDF*是平行四边形

（2）解：如图，

由（1）可知，四边形*BCDF*是平行四边形，

∴*BF*＝*CD*，

∵点*D*是*AC*的中点，

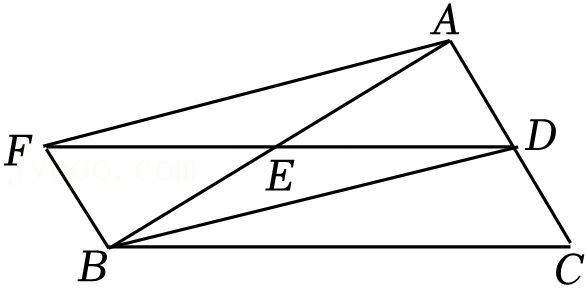
∴*AD*＝*CD*，

∴*BF*＝*AD*，

∴四边形*ADBF*是平行四边形，

∴*FA*＝*BD*＝6，

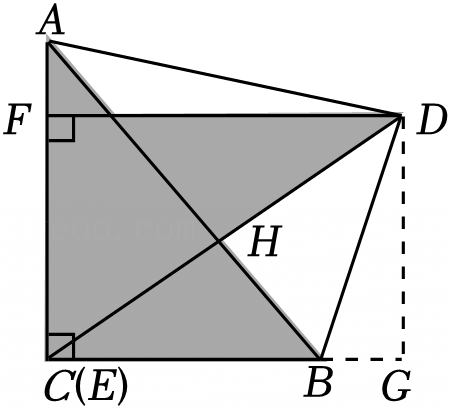
即线段*FA*的长为6．



【点评】本题考查了平行四边形的判定与性质以及三角形中位线定理等知识，熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键．

21．【分析】如图，作*DG*⊥*CB*，垂足为点*G*，设*AB*与*CD*的交点为*H*．根据全等三角形的性质得到∠*CAB*＝∠*EDF*．得到*AB*⊥*CD*．根据三角形的面积公式得到*S*四边形*ACBD*＝*S*△*ACB*+*S*△*ADBAB*×*CHAB*×*DHAB*×*CDc*2．根据矩形的性质得到*DG*＝*FC*＝*a*．根据三角形的面积公式即可得到结论．

【解答】证明：如图，作*DG*⊥*CB*，垂足为点*G*，设*AB*与*CD*的交点为*H*．



∵*BC*＝*EF*，*AC*＝*DF*，*AB*＝*DE*，

∴△*ABC*≌△*DEF*（*SSS*）．

∴∠*CAB*＝∠*FDE*．

∵∠*FDE*+∠*ACH*＝90°，

∴∠*CAB*+∠*DCF*＝90°．

∴∠*AHC*＝90°．

∴*AB*⊥*CD*．

∴*S*四边形*ACBD*＝*S*△*ACB*+*S*△*ADBAB*×*CHAB*×*DHAB*×*CDc*2．

∵∠*CFD*＝∠*FCB*＝∠*G*＝90°，

∴四边形*FCGD*为矩形．

∴*DG*＝*FC*＝*a*．

∴*S*四边形*ACBD*＝*S*△*ACD*+*S*△*BCDAC*×*DFBC*×*DG*（*a*2+*b*2）．

∴*a*2+*b*2＝*c*2．

故答案为：*FDE*，*DCF*，*CH*，*DH*，*CD*，*DF*，*DG*，（*a*2+*b*2）．

【点评】本题考查了矩形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，三角形的面积的计算，勾股定理，熟练掌握矩形的判定和性质定理是解题的关键．

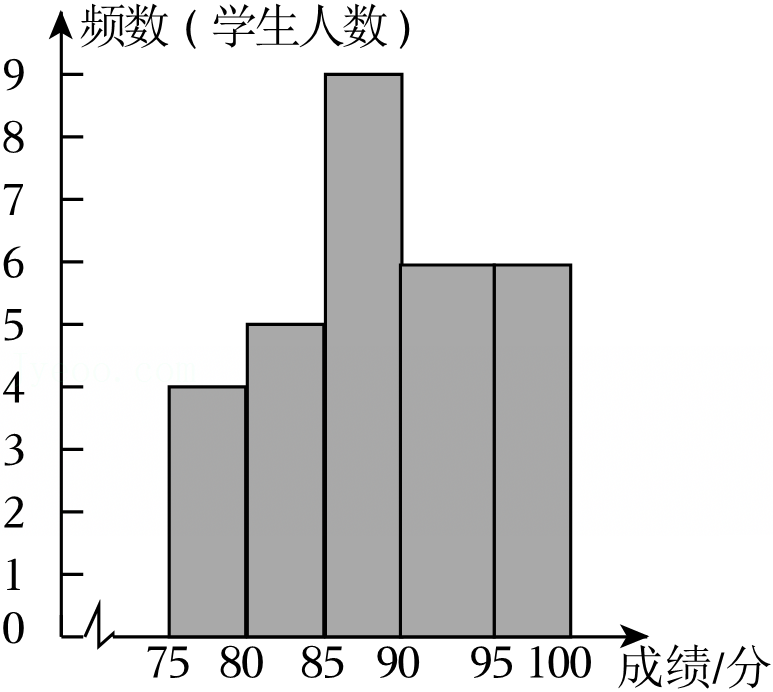
22．【分析】（1）根据总人数为30人即可补全图形．

（2）根据众数和中位数的定义求解即可；

（3）根据中位数的意义求解即可；

（4）总人数乘以样本中优秀人数所占比例即可．

【解答】解：（1）补全直方图如下：



（2）由题意知*m*＝86，*n*88.5，

故答案为：86，88.5；

（3）七年级学生排名更靠前，

因为88分大于七年级学生测试成绩的中位数85，

所以七年级该学生超过七年级一半学生，

故七年级学生排名更靠前；

（4）300210（名），

答：估计八年级学生成绩优秀的人数为210名．

【点评】此题考查了频数（率）分布直方图，利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题．

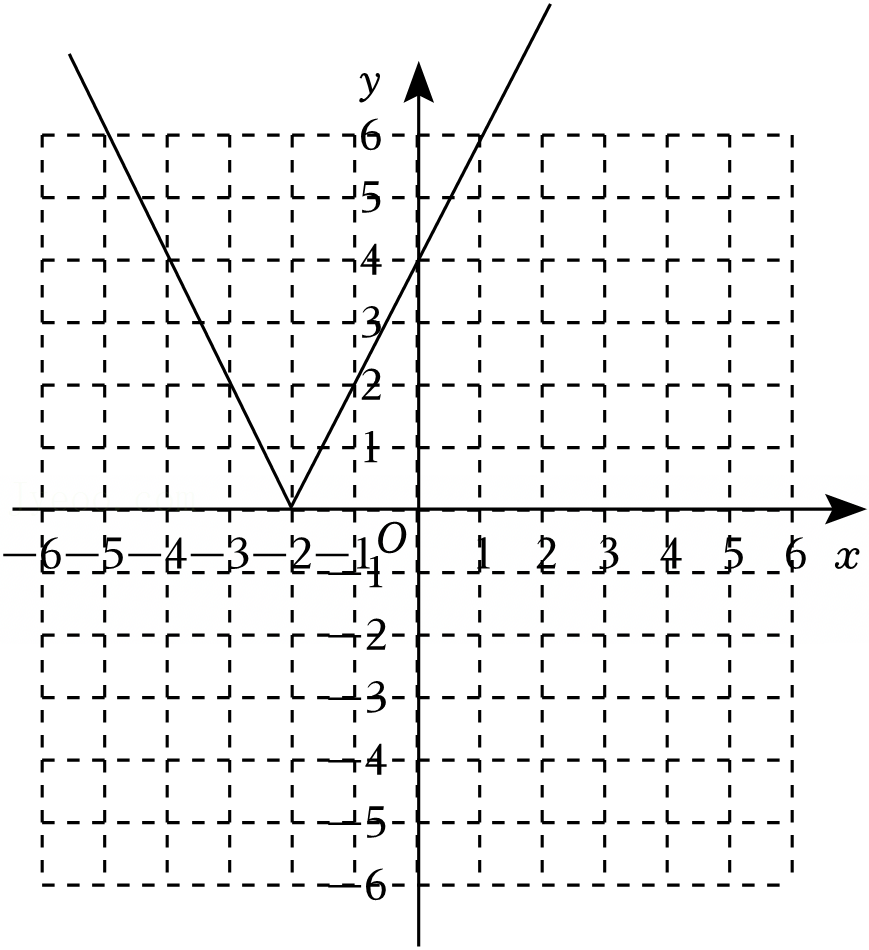
23．【分析】（1）根据整式的定义解答；

（2）根据题意画出函数的图象即可；（3）根据函数图象解答即可．

【解答】解：（1）函数表达式右边是整式的绝对值，所以*x*的取值范围是全体实数；*y*的取值范围是非负数；

故答案为：全体实数，非负数；

（2）画出函数的图象如图：

，

（3）由函数图象可知，

①当*x*＞0时，*y*的取值范围是*y*＞4；

②当*y*≥2时，*x*的取值范围是*x*≤﹣3或*x*≥﹣1；

③把（﹣2，0）代入*y*＝*kx*+1得，0＝﹣2*k*+1，解得*k*，

由图象可知若对于*x*的每一个值，函数*y*＝*kx*+1（*k*≠0）的值都小于函数*y*＝|2*x*+4|的值，则*k*的取值范围是*k*≤2．

故答案为：①*y*＞4；②*x*≤﹣3或*x*≥﹣1；

【点评】本题考查一次函数的性质、一次函数的图象，解答本题的关键是明确题意，画出相应的函数图象，利用数形结合的思想解答．

24．【分析】（1）利用矩形的性质，角平分线的定义和等腰直角三角形的判定与性质解答即可；

（2）①连接*CH*，利用矩形的性质和等腰直角三角形的判定与性质得到△*AHD*为等腰直角三角形，∠*HDC*＝∠*BAH*＝45°，利用全等三角形的判定与性质得到*BH*＝*CH*；利用等腰三角形的性质，三角形的外角的性质得到∠*HME*＝∠*MHD*+∠*MDH*＝2∠*MDH*，∠*CME*＝2∠*CDM*，进而得到△*MHC*为等腰直角三角形，进而得到*MHHC*，再利用等式的性质解答即可得出结论．

【解答】（1）证明：∵四边形*ABCD*为矩形，

∴∠*BAD*＝90°，*AB*＝*CD*，

∵*AH*＝*AB*，

∴*AH*＝*CD*．

∵∠*BAD*的平分线交边*BC*于点*E*，

∴∠*DAEBAD*＝45°，

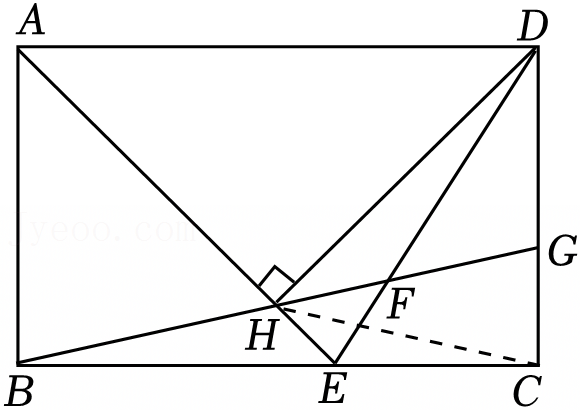
∵*DH*⊥*AE*，

∴△*AHD*为等腰直角三角形，

∴*AH*＝*DH*，

∴*DH*＝*DC*；

（2）①证明：连接*CH*，如图，



∵四边形*ABCD*为矩形，

∴∠*ADC*＝∠*BCD*＝90°，∠*BAD*＝90°，*AB*＝*CD*，

∵∠*BAD*的平分线交边*BC*于点*E*，

∴∠*BAE*＝∠*DAEBAD*＝45°，

∵*DH*⊥*AE*，

∴△*AHD*为等腰直角三角形，

∴*AH*＝*DH*，∠*ADH*＝45°，

∴∠*HDC*＝∠*ADC*﹣∠*ADH*＝45°，

∴∠*HDC*＝∠*BAH*＝45°，

在△*ABH*和△*DCH*中，

，

∴△*ABH*≌△*DCH*（*SAS*），

∴*BH*＝*CH*．

∴∠*HBC*＝∠*HCB*，

∵∠*HBC*+∠*BGC*＝90°，∠*HCB*+∠*HCG*＝90°，

∴∠*BGC*＝∠*HCG*，

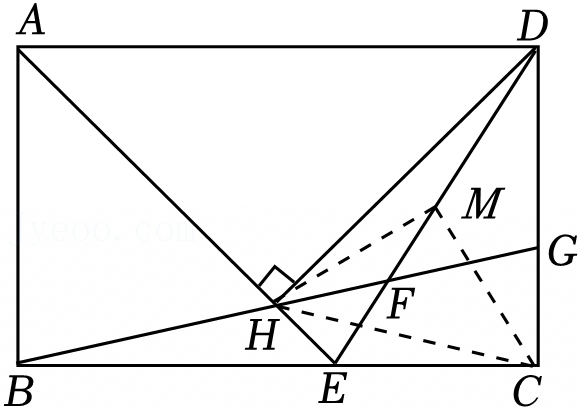
∴*HC*＝*HG*，

∴*BH*＝*HG*，

∴点*H*为线段*BG*的中点；

②解：*BG*与*DE*的数量关系为*BGDE*，证明：

连接*HC*，取*DE*的中点*M*，连接*HM*，*CM*，如图，



由（2）①知：*CH*＝*BH*＝*HC*，

∴*BG*＝2*CH*．

∵点*M*为*DE*的中点，*DH*⊥*AE*，*DC*⊥*BC*，

∴*HM*＝*DM*＝*EM*，*CM*＝*ME*＝*DMDE*，

∴*MH*＝*MCDE*．

∵*MH*＝*MD*，

∴∠*MHD*＝∠*MDH*，

∴∠*HME*＝∠*MHD*+∠*MDH*＝2∠*MDH*，

同理可得：∠*CME*＝2∠*CDM*，

∴∠*HMC*＝∠*HME*+∠*CDM*＝2（∠*HDM*+∠*CDM*）＝2∠*HDC*．

由（2）①知：∠*HDC*＝45°，

∴∠*HMC*＝90°，

∴△*MHC*为等腰直角三角形，

∴*MHHC*，

∴*DHCH*，

∴*DEBG*，

∴*BGDE*．

【点评】本题主要考查了矩形的性质，角平分线的定义，等腰直角三角形的性质与判定，全等三角形的判定与性质，直角三角形的性质，直角三角形的斜边上的中线的性质，等腰三角形的性质，三角形的内角和定理及其推论，添加适当的辅助线构造等腰三角形和全等三角形是解题的关键．

**四、选做题（共10分，第25题4分，第26题6分）**

25．【分析】（1）把*x*＝0和*x*＝1分别代入函数解析式求出函数值和点的纵坐标比较解答即可；

（2）根据题意可得*AB*≥2，然后分为点*A*，*B*在直线*y*＝*x*+4和*y*＝﹣2*x*+4上或点*A*，*B*在直线和*y*＝﹣2*x*+4上，两种情况令*y*＝*m*，根据横坐标的差≥2列不等式求出*m*的取值范围．

【解答】解：（1）当*x*＝0时，*y*＝4＞0，

∴点（0，0）在直线*y*＝﹣2*x*+4的下方，

当*x*＝1时，*y*＝﹣2+4＝2＜5，

∴点（1，5）在直线*y*＝﹣2*x*+4的上方，

故答案为：下，上；

（2）∵对于线段*AB*上的任一点*P*，在线段*AB*上都存在点*Q*，使得*PQ*＝1，

∴*AB*≥2，

当点*A*，*B*在直线*y*＝*x*+4和*y*＝﹣2*x*+4上，

令*y*＝*m*，则*x*+4＝*m*，﹣2*x*+4＝*m*，解得*x*＝*m*﹣4，

，

解得：，

当点*A*，*B*在直线和*y*＝﹣2*x*+4上，

令*y*＝*m*，则2*x*+4＝*m*，

解得*x*＝﹣2*m*﹣1，

，

解得，

∴*m*的取值范围为，

故答案为：．

【点评】本题考查一次函数的图象，一次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是掌握相关知识的灵活运用．

26．【分析】（1）①*P*1和*P*2所在的线段为*AD*，*AD*的中点为点*P*2此时*M*与*P*2重合，连接*OP*1，*OP*2，将*OP*1，*OP*2沿着射线*OP*2方向平移2个单位得到*Q*1*M*，*Q*2*M*，然后将*Q*1*M*，*Q*2*M*绕点*M*顺时针和逆时针旋转150°分别得到*ME*1、*ME*2．*MF*2，连接*E*1*F*1，*E*2*F*2，从图象中即可判断出答案；

②取*AD*的中点为*M*，那么*OM*＝2，连接*OP*，将*OP*沿着射线*OM*的方向平移2个单位，得到*MQ*，将*QM*绕点*M*顺时针和逆时针旋转150°分别得到*ME*和*MF*，过点*Q*作*QK*⊥*y*轴于点*K*，过点*E*作*EV*⊥*AD*于点*V*，可证△*QKM*≌△*KVM*，那么*KM*＝*VM*＝2，*QK*＝*EV*，此时*V*点与*A*点重合，*E*点落在线段*AB*上，然后利用勾股定理可求得*AE*的长度，得到点*P*坐标；

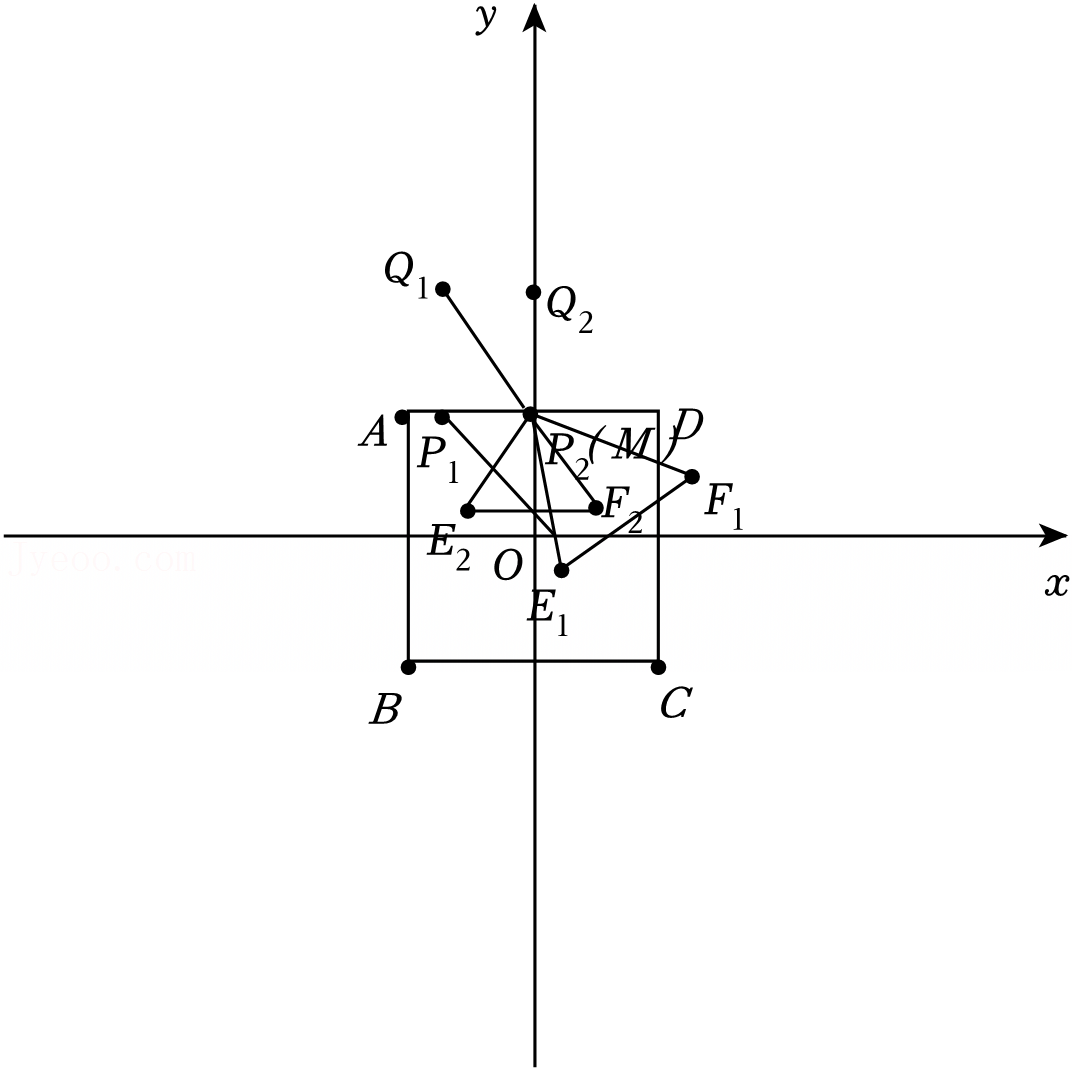
（2）当“美好点”*P*在线段*AD*时，由（1）②可知，当点*P*坐标为时，点*E*点落在线段*AB*上，为保证*EF*一定在正方形*ABCD*的内部或边上，那么点*P*不能再继续往右移动，那么将代入*y*＝*kx*，得到*y*，当“美好点”*P*在线段*AD*时，为保证*EF*一定在正方形*ABCD*的内部或边上，*P*点的横坐标要大于等于小于等于，那么．同理讨论出那么当“美好点”*P*在线段*AB*时，为保证*EF*一定在正方形*ABCD*的内部或边上，*P*点的纵坐标要大于等于小于等于，那么．当“美好点”*P*在线段*CD*时，；当“美好点”*P*在线段*BC*时，那么，从而得出答案．

（3）由（2）可知，正方形*ABCD*的美好点需要在*A*1*W*、*B*1*G*1．*F*1*J*1、*XQ*1上移动，其中，，和，，和*X*（2，，同理可求得正方形*ABC*′*D*的美好点需要在*ZY*、*VC*1，*D*1*E*1，*H*1*K*1上移动，其中，，，，，，，因为直线*y*＝*x*+*b*上既存在正方形*ABCD*的“美好点”又存在正方形*ABC*′*D*的“美好点”，那么直线*y*＝*x*+*b*可以在直线和/之间移动，也可以在*m*和*n*之间移动，也可以与直线*i*、直线*q*重合，从而求得答案．

【解答】解：（1）①由题意可知，*P*1和*P*2所在的线段为*AD*，*AD*的中点为点*P*2，此时*M*与*P*2重合，

连接*OP*1，*OP*2，将*OP*1，*OP*2沿着射线*OP*2方向平移2个单位得到*Q*1*M*，*Q*2*M*，

然后将*Q*1*M*，*Q*2*M*绕点*M*顺时针和逆时针旋转150°分别得到*ME*1、*MF*1、*ME*2、*MF*2连接*E*1*F*1、*E*2*F*2，如图所示：



从上图可知，线段*E*2*F*2上的点都在该正方形的内部，那么在*P*2（0，2）是正方形*ABCD*的“美好点”；

故答案为：*P*2．

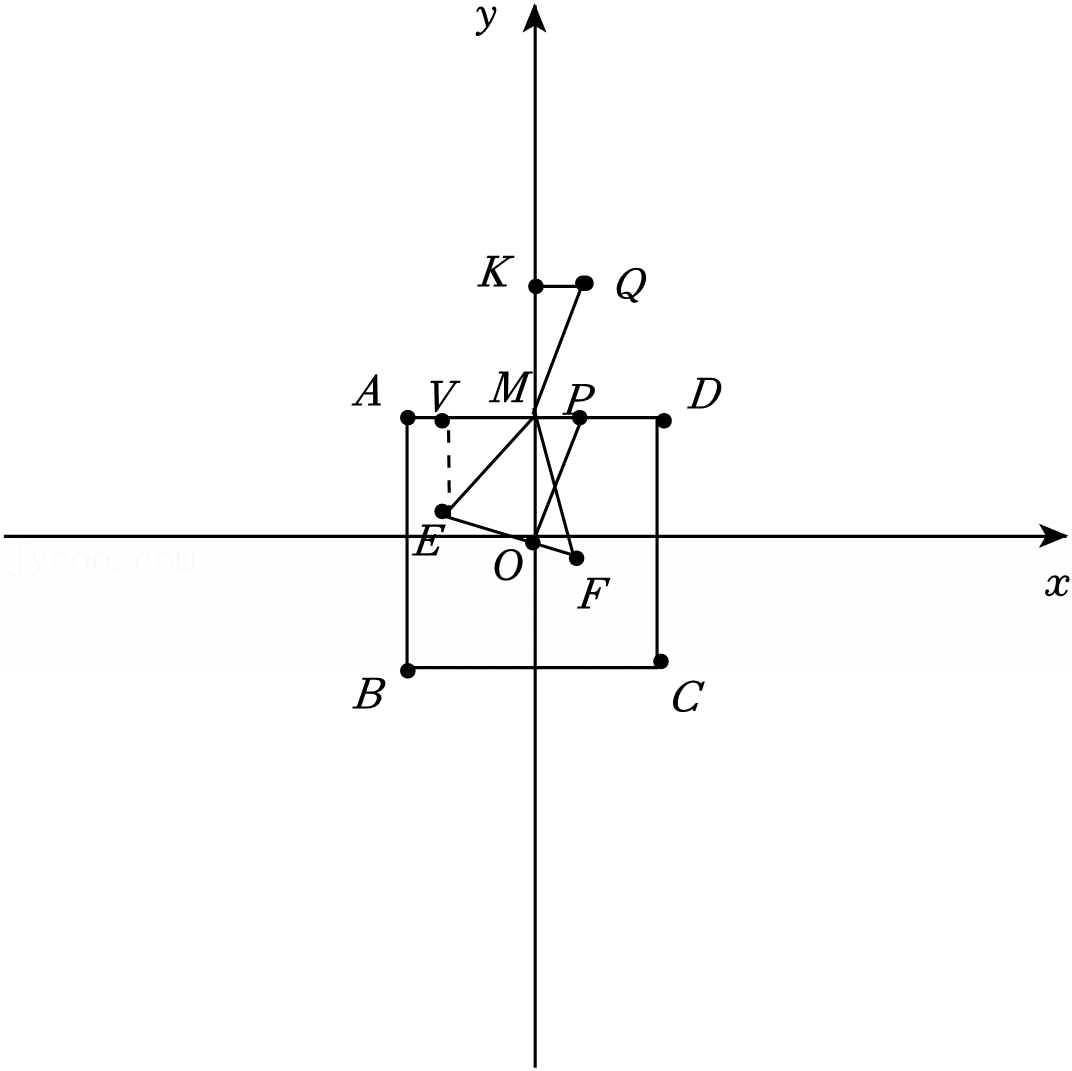
②∵已知正方形*ABCD*的顶点坐标分别为*A*（﹣2，2），*B*（﹣2，﹣2），*C*（2，﹣2），*D*（2，2）．

∴*AD*＝*AB*＝*BC*＝*CD*＝4，取*AD*的中点为*M*，那么*OM*＝2，

连接*OP*，将*OP*沿着射线*OM*的方向平移2个单位，得到*MQ*，

将*QM*绕点*M*顺时针和逆时针旋转150°分别得到*ME*和*MF*，

过点*Q*作*QK*⊥*y*轴于点*K*，过点*E*作*EV*⊥*AD*于点*V*，如图所示：



∵*P*在线段*AD*上，不妨设*P*（*a*，2），

∴*P*点纵坐标为2，不妨设*P*（*a*，2），那么*Q*（*a*，4），

∴*OK*＝4，

∴*KM*＝*OK*﹣*OM*＝4﹣2＝2，

∵∠*QME*＝150°，∠*AME*＝30°，∠*KMA*＝90°，

∴∠*KMQ*＝∠*QME*＝∠*AME*＝∠*KMA*＝30°，

∴∠*KMQ*＝∠*AME*＝30°，

∴*Q*点在第一象限，

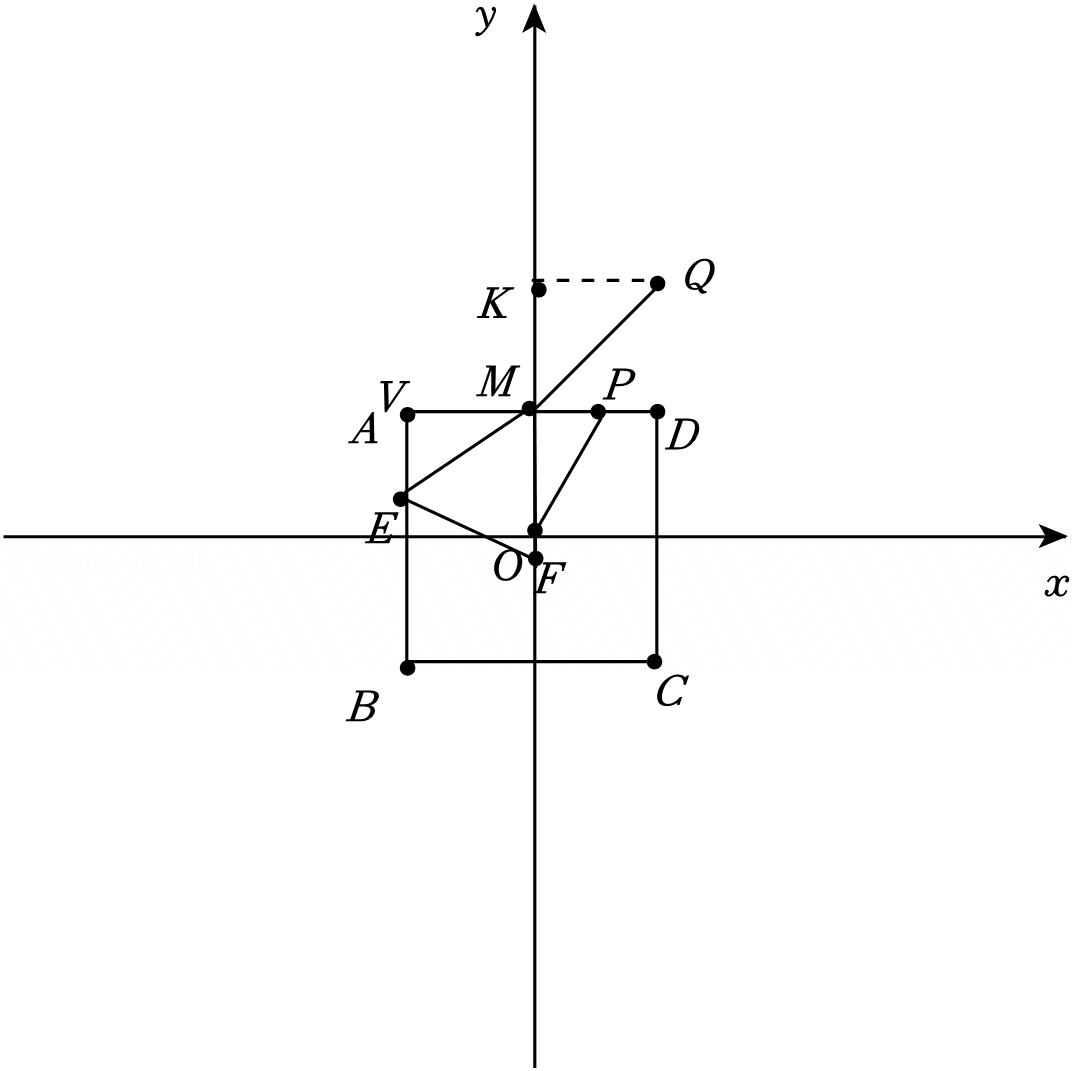
∴*P*点在第一象限，

∵*MQ*＝*ME*，∠*QKM*＝∠*EVM*＝90°，

∴△*QKM*≌△*KVM*（*AAS*），

∴*KM*＝*VM*＝2，*QK*＝*EV*，

∴*V*点与*A*点重合，*E*点落在线段*AB*上，如图所示：



∵将*OP*沿着射线*OM*的方向平移2个单位，得到*MQ*，

∴*QK*＝*PM*＝*a*，

∴*AE*＝*a*，

∵∠*MAE*＝90°，∠*AME*＝30°，

∴*ME*＝2*AE*＝2*a*，

∵*AM*2+*AE*2＝*ME*2，

∴22+*a*2＝（2*a*）2，

∴（舍去负值），

∴，

故答案为：；

（2）∵直线*y*＝*kx*上存在正方形*ABCD*的“美好点”*P*，

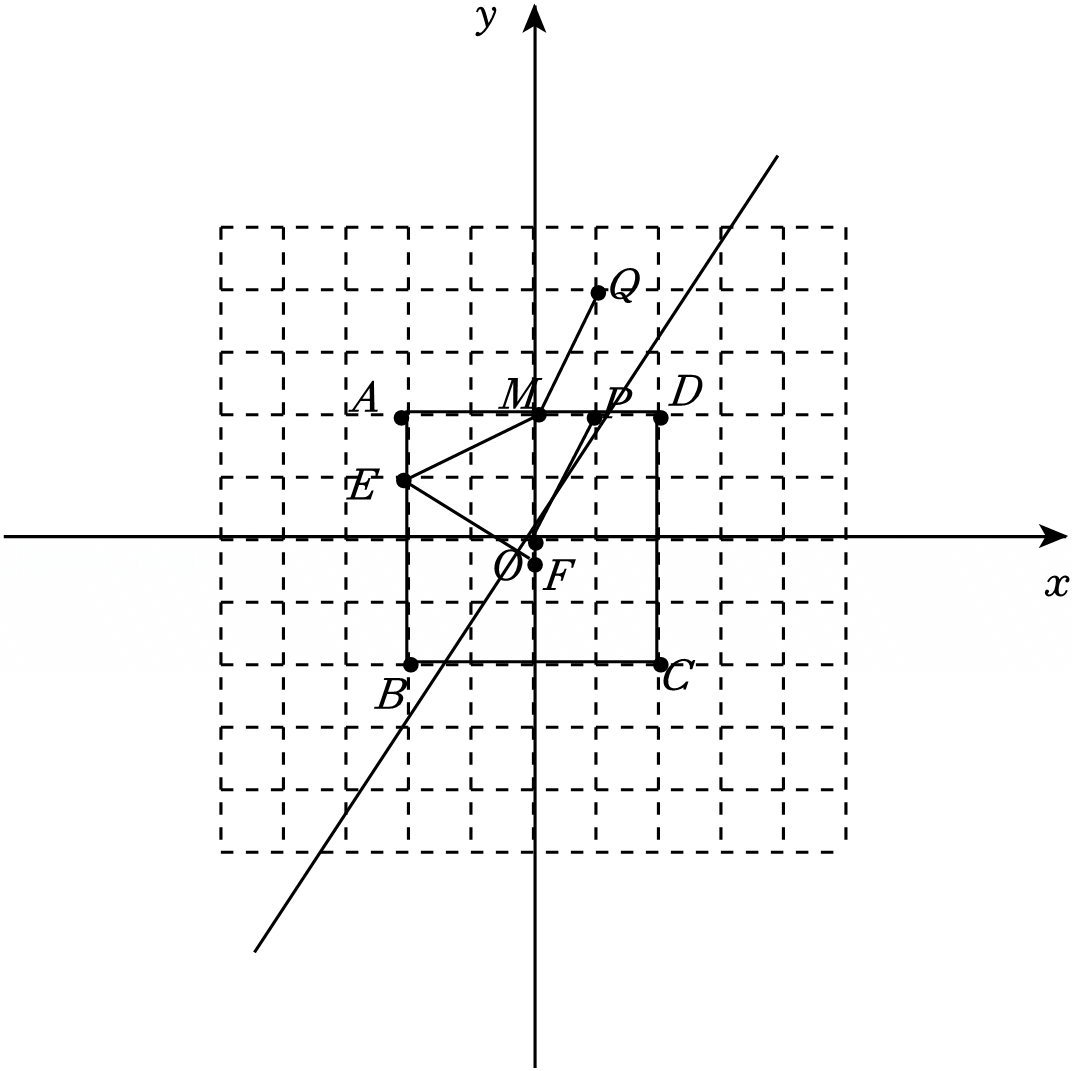
∴点*P*为直线*y*＝*kx*与正方形*ABCD*的交点，当“美好点”*P*在线段*AD*时，

由（1）②可知，当点*P*坐标为时，

点*E*点落在线段*AB*上，为保证*EF*一定在正方形*ABCD*的内部或边上，那么点*P*不能再继续往右移动，那么将代入*y*＝*kx*，得到2，

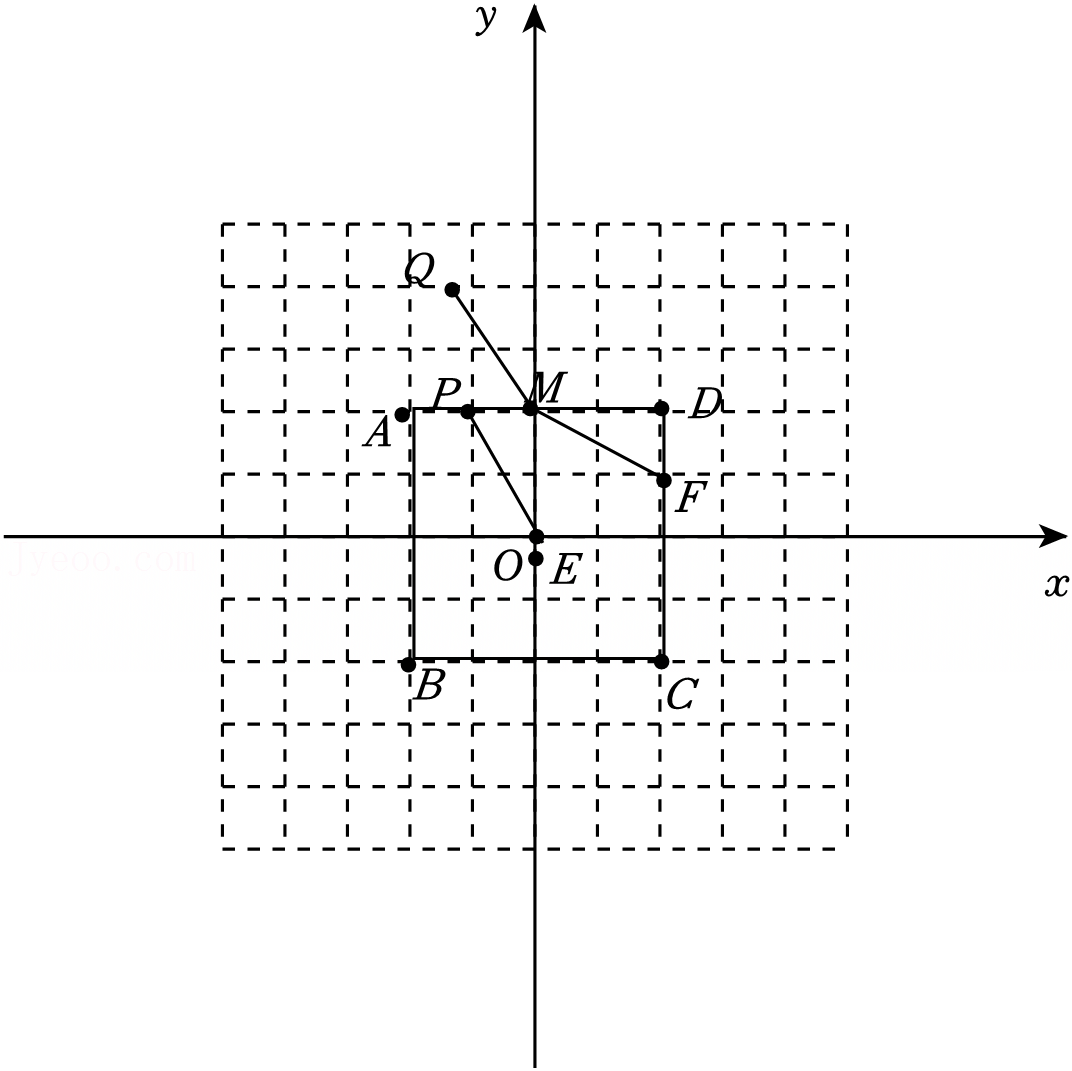
∴，

∴，如图所示：



同理可求得当*F*落在线段*CD*上，可求得，将代入*y*＝*kx*，得到，可求得，

为保证*EF*一定在正方形*ABCD*的内部或边上，那么点*P*不能再继续往左移动，如图所示：

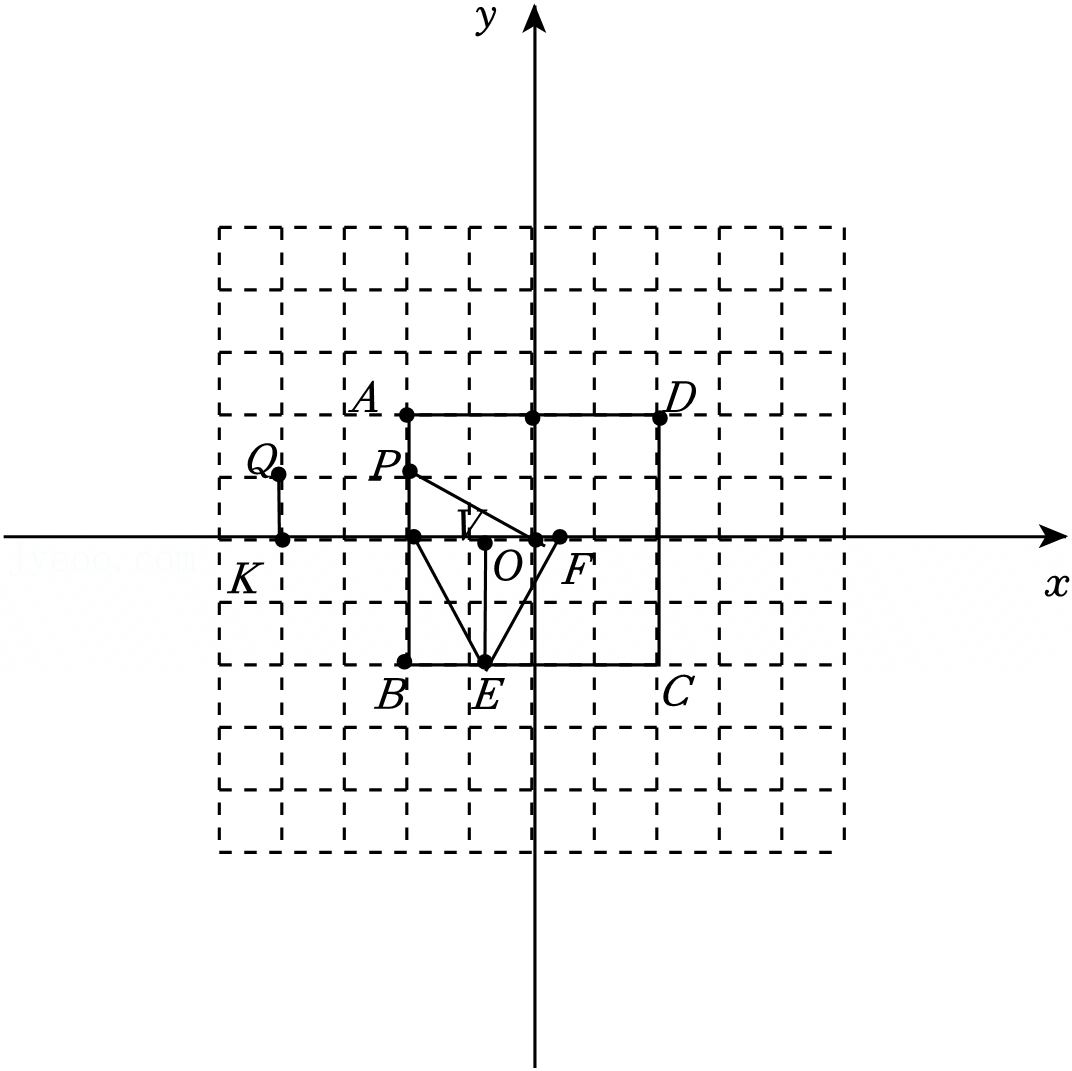


那么当“美好点”*P*在线段*AD*时，为保证*EF*一定在正方形*ABCD*的内部或边上，*P*点的横坐标要大于等于小于等于，

根据正方形的对称性，可知，当“美好点”*P*在线段*BC*时，为保证*EF*一定在正方形*ABCD*的内部或边上，*P*点的横坐标要大于等于小于等于，

当“美好点”*P*在线段*AB*或者*CD*时，可知*M*点在（2，0），连接*OP*，将*OP*沿着射线*OM*的方向平移2个单位，得到*MQ*，

将*QM*绕点*M*顺时针和逆时针旋转150°分别得到*ME*和*MF*，过点*Q*作*QK*⊥*y*轴于点*K*，过点*E*作*EV*⊥*x*轴于点*V*，如图所示：



当*E*落在线段*BC*上，点*P*在第二象限，由（1）②可知，∠*BME*＝30°，*BM*＝2，

∵∠*QME*＝150°∴∠*QMK*＝∠*QME*﹣∠*BME*﹣∠*KMB*＝150°﹣30°﹣90°＝30°，

∵*OP*∥*QM*，

∴∠*POM*＝30°不妨设*P*（0，*b*），那么*PM*＝*b*，*PO*＝2*b*，

∵*PM*2+*MO*2＝*PO*2，

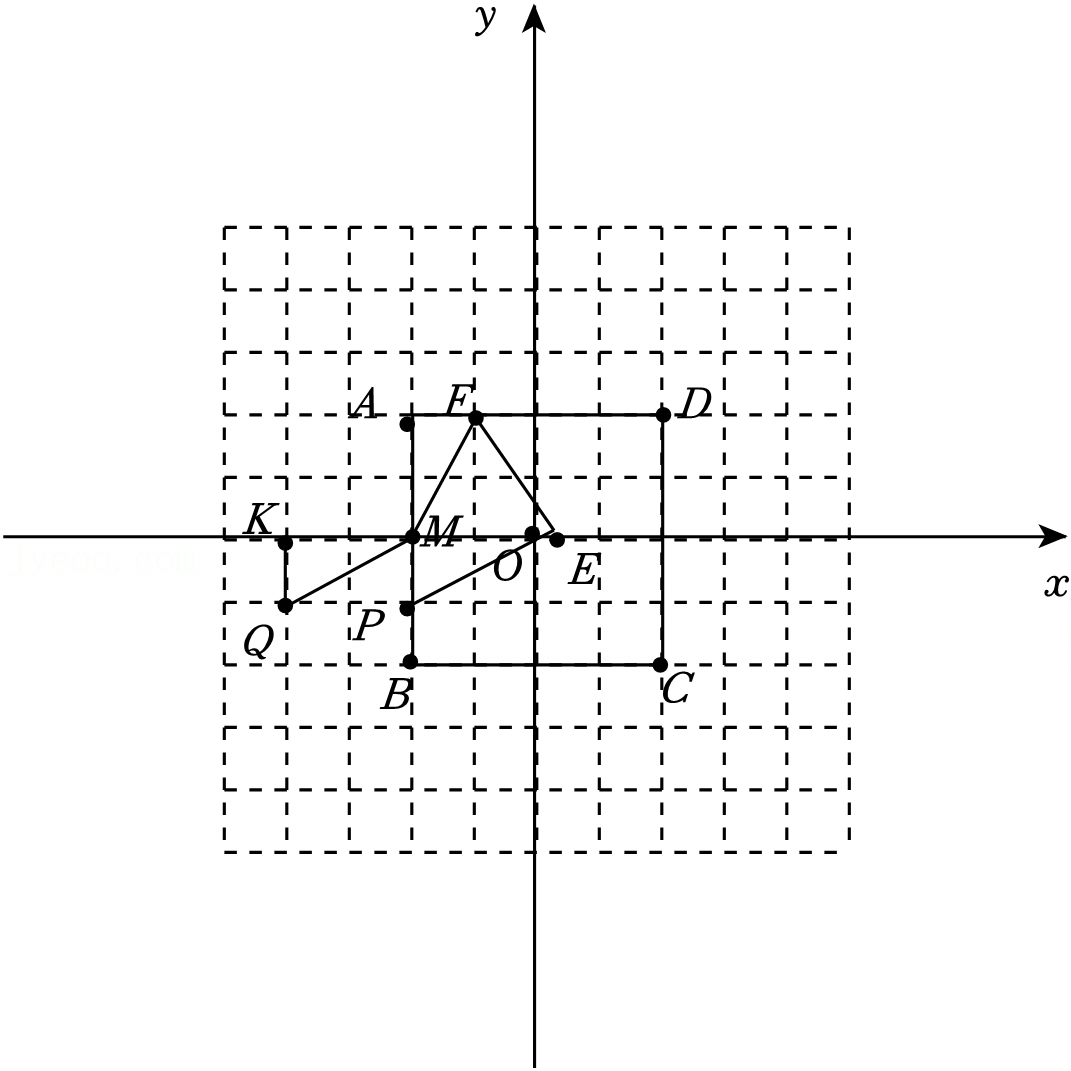
∴*b*2+22＝（2*b*）2，

∴（舍去负值），

∴，

为保证*EF*一定在正方形*ABCD*的内部或边上，那么点*P*不能再继续往上移动；同理可求得当*F*落在线段*AD*上，，

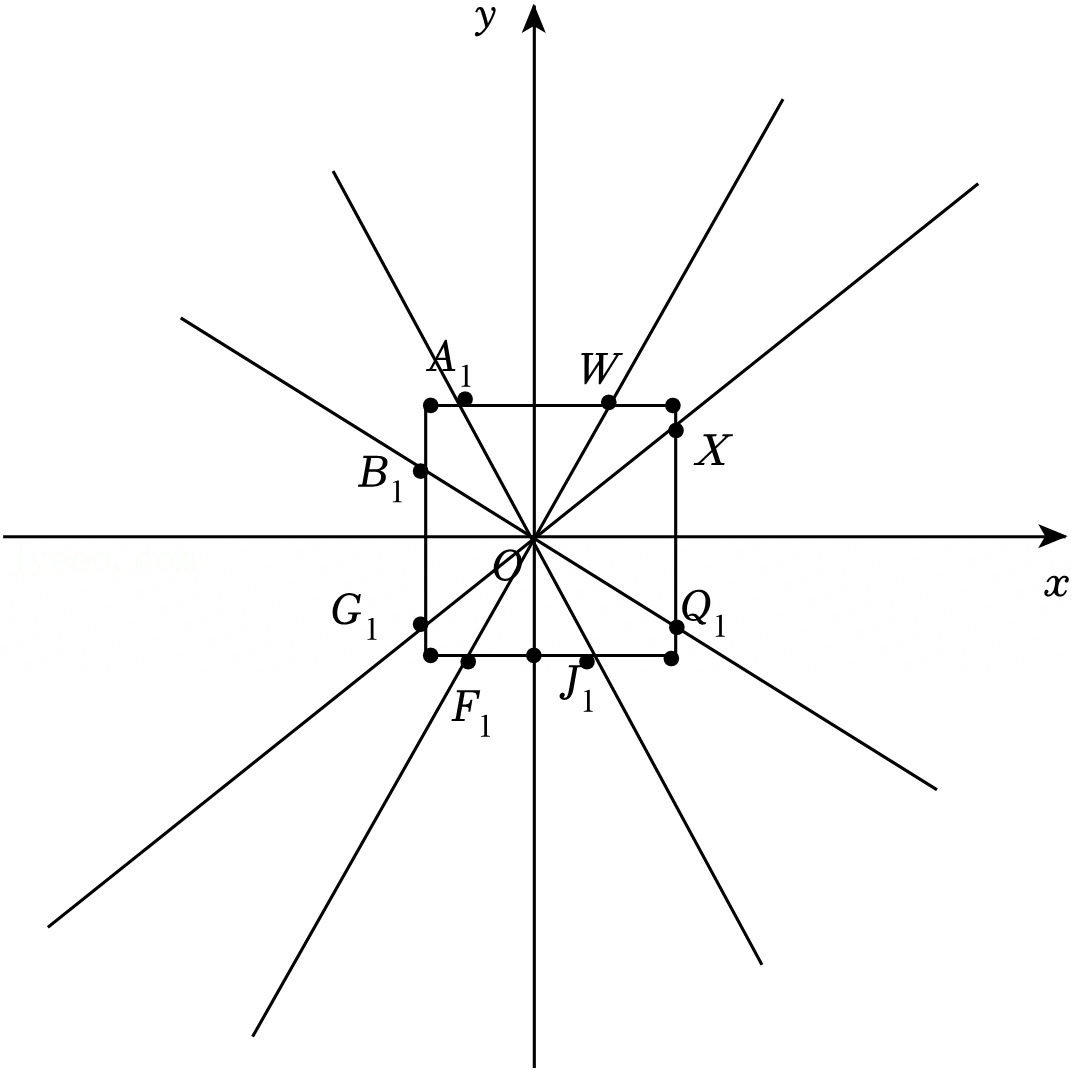
为保证*EF*一定在正方形*ABCD*的内部或边上，那么点*P*不能再继续往下移动，如图所示：



那么当“美好点”*P*在线段*AB*或*CD*时，为保证*EF*一定在正方形*ABCD*的内部或边上，*P*点的纵坐标要大于等于小于等于，

综上，可知正方形*ABCD*的美好点需要在*A*1*W*．*B*1*G*1，*F*1*J*1，*XQ*1上移动，

其中，，*J*1，和，如图所示：



当正方形*ABCD*的美好点在*A*1*W*、*F*1*J*1上移动时，

当直线*y*＝*kx*过*W*时，将代入，得到，解得，那么，

将代入，得到可知*F*1也过直线，

当直线*y*＝*kx*过*A*1时，将代入，得到解得，

那么，将代入，得到，

可知*J*1也过直线；

综上，当正方形*ABCD*的美好点在*A*1*W*．*F*1*J*1上移动时，；

当正方形*ABCD*的美好点在*B*1*G*1.*XQ*1上移动时，当直线*y*＝*kx*过*B*1时，将代入，得到，解得，那么

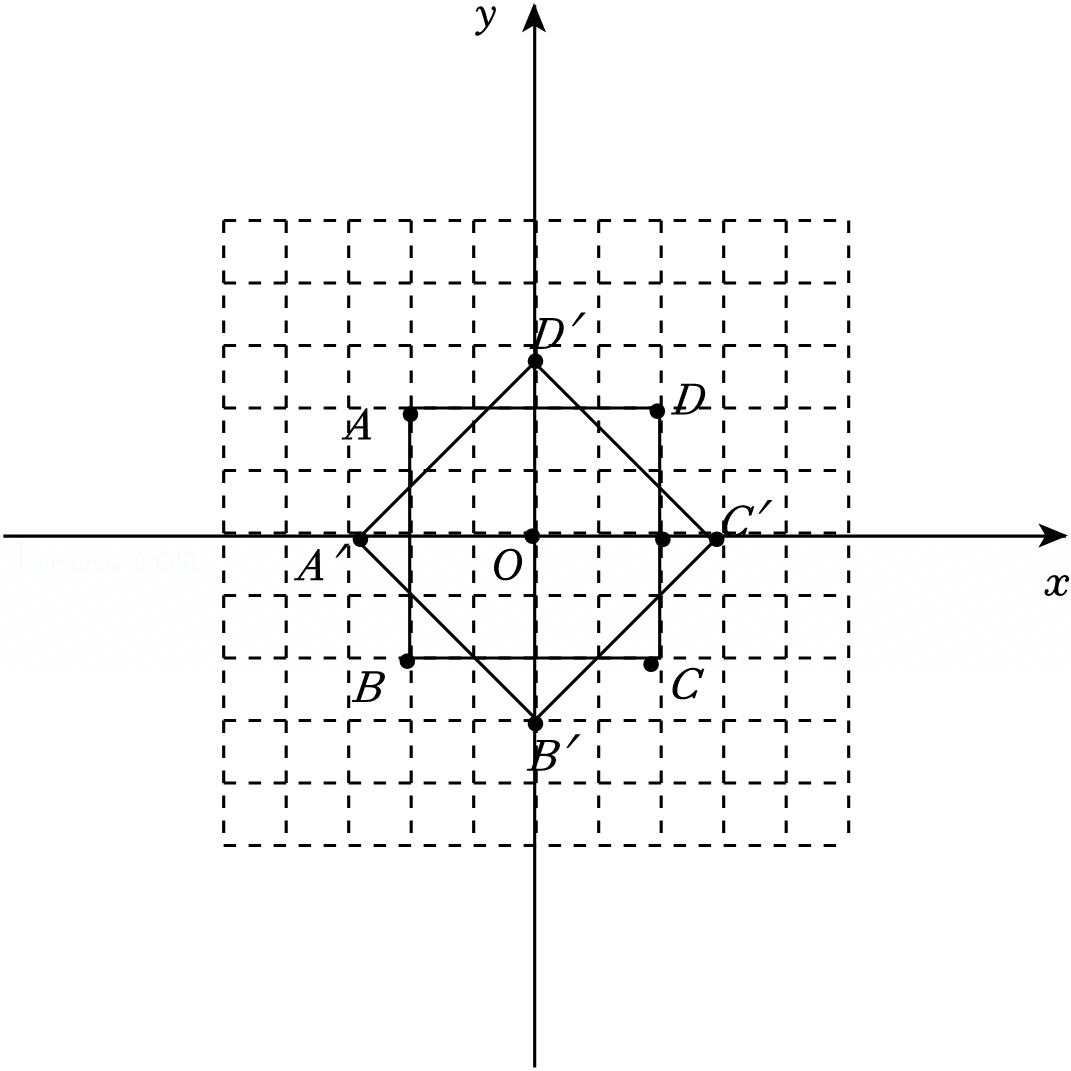
将*x*＝2代入，得到，可知*Q*1也过直线，

当直线*y*＝*kx*过*X*时，将代入，得到，解得，

那么将*x*＝﹣2代入，得到，

可知*G*1也过直线那么当正方形*ABCD*的美好点在*B*1*G*1，*XQ*1上移动时，或或；

（3）解：与正方形*ABCD*大小相同的正方形*ABC*′*D*的顶点在坐标轴上，如图所示：



由题意可知，*OD*＝*OA*＝*OC*＝*OB*＝*OD*，

∵已知正方形*ABCD*的顶点坐标分别为*A*（﹣2，2），*B*（﹣2，﹣2），*C*（2，﹣2），*D*（2，2），

∴，

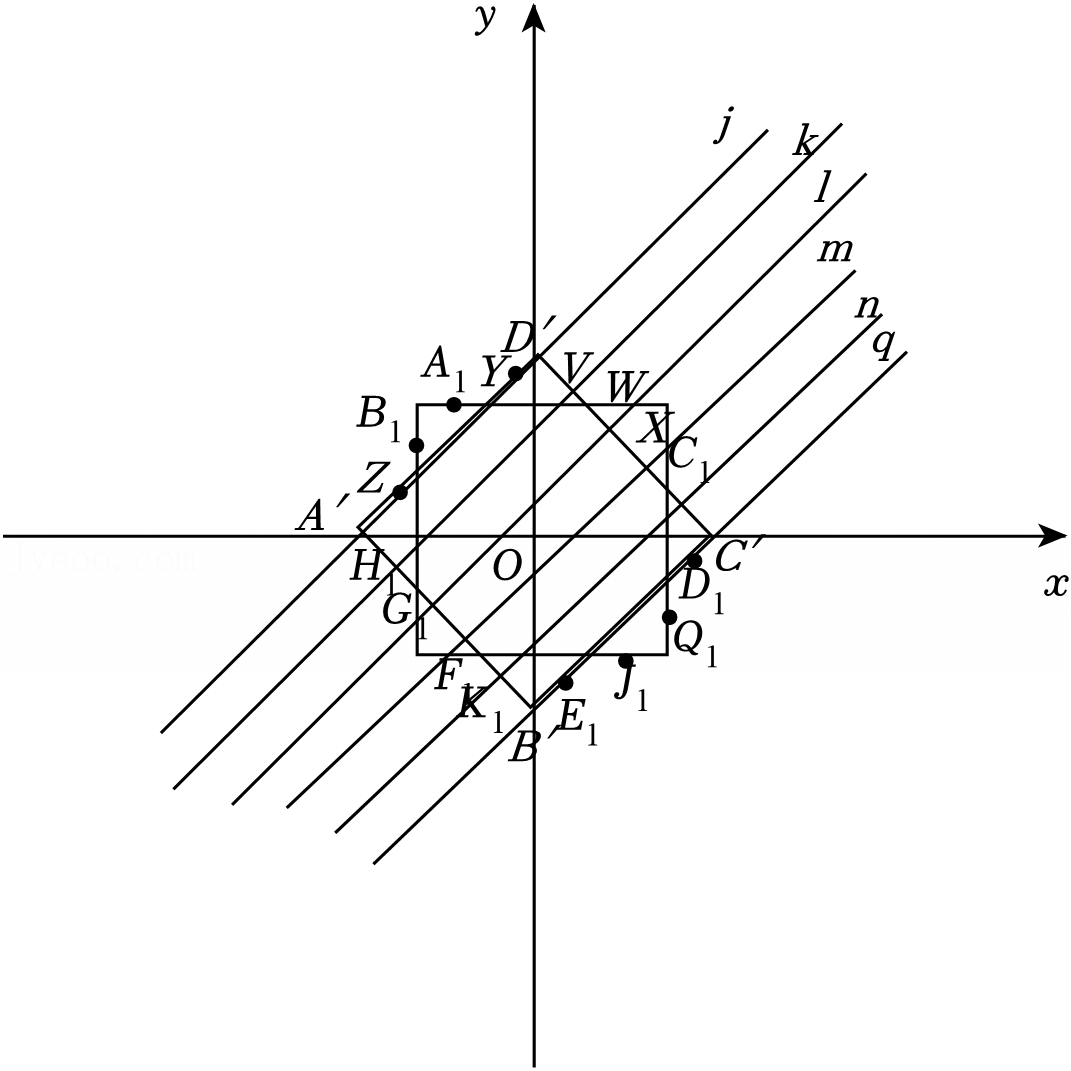
∴*A*.，，*B*'（0，），

由

（2）可知，正方形*ABCD*的美好点需要在*A*1*WB*1*G*1*F*1*J*1*XQ*1上移动，其中，*F*1（﹣2，﹣2），和，，，和，

同理可求得正方形*ABC*′*D*的美好点需要在*ZY*、*VC*1．*D*1*E*1*H*1*K*1上移动，其中；，，，，，

即如图所示：



设直线*k*为*y*＝*k*1*x*+*b*1（*k*1≠0）代入和

有解得那么直线*k*为；

同理可求得直线/为：；直线为：；

直线*l*为：直线*m*为：，直线*n*为：，

因为直线*y*＝*x*+*b*上既存在正方形*ABCD*的“美好点”又存在正方形*ABCD*的“美好点”，

那么直线*y*＝*x*+*b*可以在直线*k*和*l*之间移动，也可以在*m*和*n*之间移动，也可以与直线*i*、直线*q*重合，

当*y*＝*x*+*b*与直线*i*重合时，那么有当*y*＝*x*+*b*与直线*q*重合时，那么有；

当*y*＝*x*+*b*与直线*k*重合时，那么有；

当*y*＝*x*+*b*与直线*l*重合时，那么有，

当*y*＝*x*+*b*与直线*m*重合时，那么有；

当*y*＝*x*+*b*与直线*n*重合时，那么有，

那么当直线*y*＝*x*+*b*在直线*k*和*l*之间移动，；

直线*y*＝*x*+*b*在*m*和*n*之间移动，

综上，或．

【点评】本题考查了“美好点”，旋转的性质，一次函数与几何综合，30度所对的直角边等于斜边的一半，勾股定理，熟练掌握以上知识点并能读懂“美好点”的含义是解题的关键．

声明：试题解析著作权属菁优网所有，未经书面同意，不得复制发布日期：2025/9/12 13:47:22；用户：于晓丹；邮箱：zhongwang31@xyh.com；学号：50893277