**2024-2025学年湖南省衡阳市八年级（下）期末数学试卷**

**一.选择题（3分/题，共10小题）**

1．（3分）若分式的值为0，则*x*等于（　　）

A．*x*＝0 B．*x*＝2 C．*x*＝﹣2 D．*x*＝±2

2．（3分）白居易在《卖炭翁》中写道：“可怜身上衣正单，心忧炭贱愿天寒．”若科学家测得一片雪花的平均质量约为0.000003千克，则数据0.000003用科学记数法表示为（　　）

A．3×10﹣5 B．0.3×10﹣6 C．0.3×10﹣7 D．3×10﹣6

3．（3分）某校30个班级在学校“书香班级”的创建活动中，以班级为单位进行捐书，根据班级的捐书量制作下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 数量/册 | 160 | 175 | 183 | 190 | 198 | 203 | 212 | 225 |
| 班级数 | 2 | 4 | 7 | 5 | 6 | 3 | 2 | 1 |

这组数据的众数和中位数分别是（　　）

A．7，5.5 B．7，5 C．183，190 D．183，194

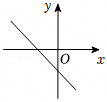
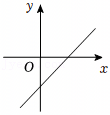
4．（3分）下列函数中，是反比例函数的是（　　）

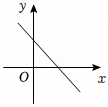
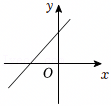
A． B． C．*y*＝*x*2 D．

5．（3分）在平面直角坐标系*xOy*中，点*P*（﹣2，*a*2+1）关于原点对称的点所在的象限是（　　）

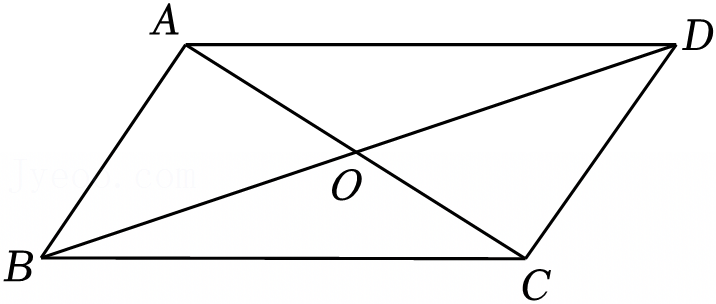
A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

6．（3分）在平面直角坐标系中，已知*m*、*n*是常数，点（*m*，*n*）在第三象限，则函数*y*＝*mx*+*n*的图象大致是（　　）

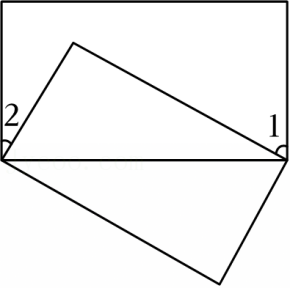
A． B．

C． D．

7．（3分）如图，在▱*ABCD*中，*AB*＝4，*BD*＝10，*AC*⊥*AB*，则▱*ABCD*的面积是 　 　 ．

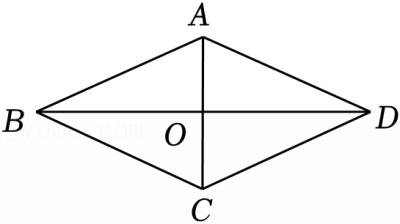


8．（3分）两个矩形的位置如图所示，若∠1＝α，则∠2＝（　　）



A．α﹣90° B．α+45° C．90°﹣α D．180°﹣α

9．（3分）如图，在菱形*ABCD*中，点*O*为*AC*和*BD*的交点，则下列结论不一定成立的是（　　）



A．*AC*＝*BD* B．*AD*＝*BC* C．*OA*＝*OC* D．*AC*⊥*BD*

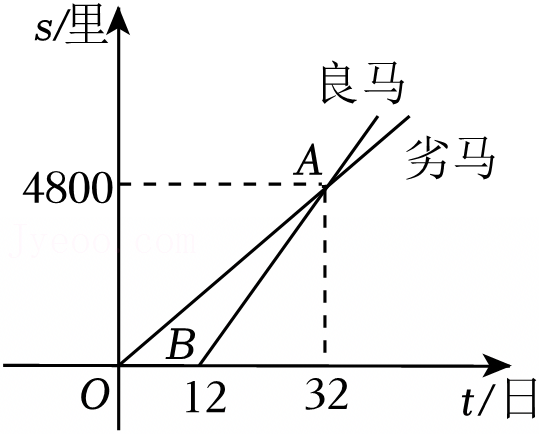
10．（3分）数学的美无处不在．数学家们研究发现，弹拨琴弦发出声音的音调高低，取决于弦的长度，绷得一样紧的几根弦，如果长度的比能够表示成整数的比，发出的声音就比较和谐．例如，三根弦长度之比是6：4：3，把它们绷得一样紧，用同样的力弹拨，它们将分别发出很调和的乐声*do*、*mi*、*so*．研究6、4、3这三个数的倒数发现：.我们称6、4、3这三个数为一组调和数．现有一组调和数：*x*、8、5（*x*＞5），则*x*的值是（　　）

A．5 B．10 C．15 D．20

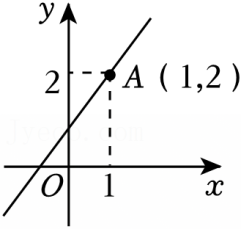
**二.填空题（3分/题，共8小题）**

11．（3分）函数*y*中，自变量*x*的取值范围是　 　 ．

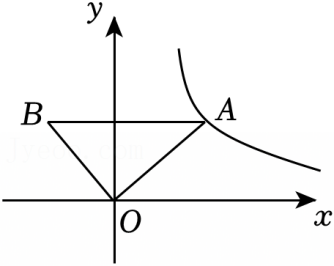
12．（3分）元朝朱世杰的《算学启蒙》一书记载了一个驾马先行的问题，其中良马与劣马行走路程*s*（单位：里）关于行走时间*t*（单位：日）的函数图象如图所示，则良马的速度比劣马的速度快　 　 里/日．



13．（3分）如图，点*A*（1，2）在一次函数*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0）的图象上，则不等式*kx*+*b*＜2的解集为　 　 ．



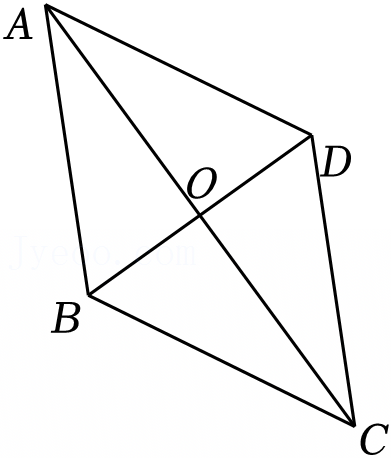
14．（3分）如图，*AB*平行于*x*轴，点*B*的坐标为（﹣2，2），△*OAB*的面积为5．若反比例函数的图象经过点*A*，则*k*的值为 　 　 ．



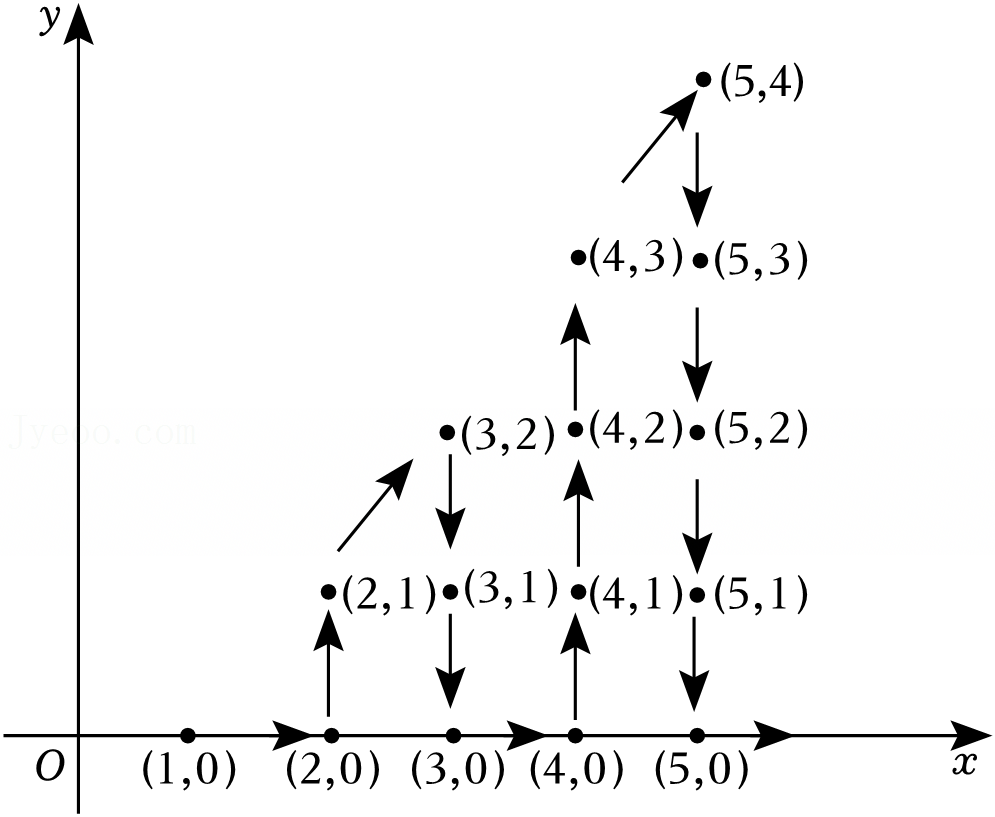
15．（3分）若关于*x*的方程有增根，则*k*的值为　 　 ．

16．（3分）小天想要计算一组数据92，90，94，86，99，85的方差，在计算平均数的过程中，将这组数据中的每一个数都减去90，得到一组新数据2，0，4，﹣4，9，﹣5，记这组新数据的方差为，则 　 　 （填“＞”，“＝”或”＜”）

17．（3分）如图，四边形*ABCD*是边长为13的菱形，其中对角线*BD*的长为10，菱形*ABCD*的面积是 　 　 ．



18．（3分）如图，在平面直角坐标系中，有若干个整数点，其顺序按图中“→”方向排列，从（1，0）→（2，0）→（2，1）→（3，2）→（3，1）→（3，0）→（4，0）⋯，根据这个规律探索可得，第2025个点的坐标为 　 　 ．



**三.解答题（共8小题）**

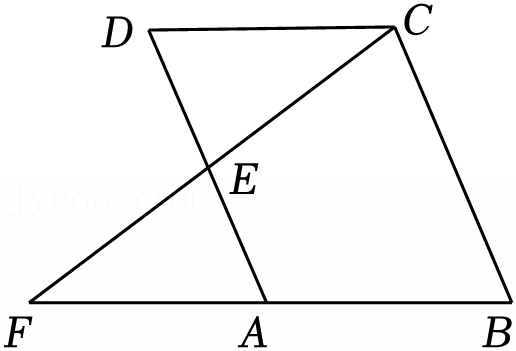
19．（6分）计算：．

20．（6分）先化简，再求值：，其中*x*＝2．

21．（8分）如图，在四边形*ABCD*中，点*E*为*AD*的中点，连接*CE*，并延长交*BA*的延长线于点*F*，已知*DC*∥*AB*．

（1）求证：△*AEF*≌△*DEC*；

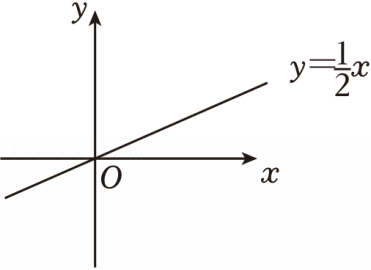
（2）若*AD*∥*BC*，*AE*＝2，求*BC*的长．



22．（8分）如图，在平面直角坐标系中，直线经过平移得到直线*l*：*y*＝*kx*+*b*，且直线*l*过点（4，6）．

（1）求直线*l*的解析式；

（2）求直线*l*坐标轴围成的面积．

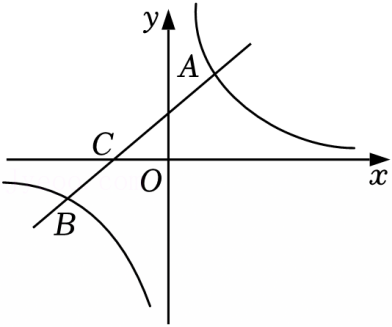


23．（9分）如图，在平面直角坐标系中，一次函数*y*1＝*kx*+*b*（*k*≠0）的图象与反比例函数的图象相交于第一、三象限内的*A*（3，5），*B*（*a*，﹣3）两点，与*x*轴交于点*C*．

（1）求该反比例函数和一次函数的解析式；

（2）当时，直接写出*x*的取值范围；

（3）若点*P*在*x*轴上，且*S*△*ABP*＝20，求*P*点的坐标．



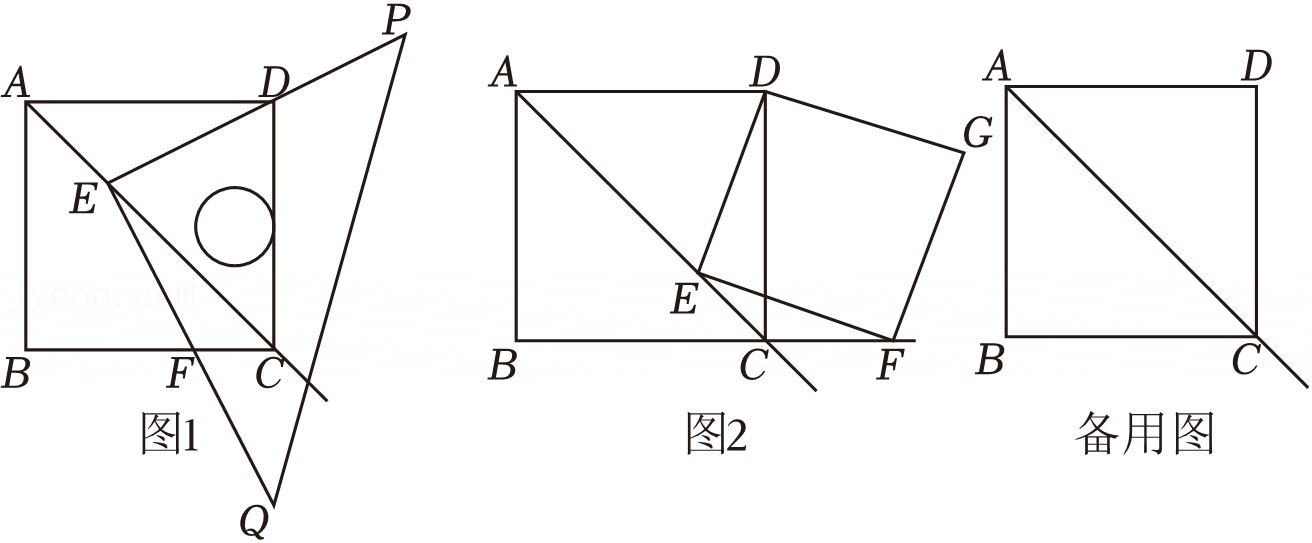
24．（9分）为了有效落实河南省教育厅颁布的《关于推进中小学生研学旅行的实施方案》，某中学进行研学活动．在此次活动中，若每位老师带30名学生，则还剩7名学生没有老师带，若每位老师带31名学生，就会有一位老师少带1名学生．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 甲型客车 | 乙型客车 |
| 载客量（人/辆） | 35 | 30 |
| 租金（元/辆） | 400 | 320 |

（1）参加此次研学活动的老师和同学各有多少名？

（2）现有甲、乙两种型号客车，它们的载客量和租金如表所示．学校要求每位老师负责一辆车的组织工作，因此需按老师人数租车．甲、乙两种型号的客车各租几辆，学校租车总费用最少？并求出最少的费用．

25．（10分）李华学习《平行四边形》以后，利用身边的工具进行了如下操作与探究：如图1，在边长为的正方形纸板*ABCD*上，放置了一个三角板*PEQ*，作射线*AC*，使直角顶点*E*在射线*AC*上运动，*EP*始终经过点*D*，*EQ*交*BC*于点*F*．



依照上面操作，点*E*运动到如图2位置时，连接*DE*，*EF*，过点*F*作*FG*⊥*EF*于点*F*，过点*D*作*DG*⊥*FG*于点*G*．

（1）求证：图2中四边形*DEFG*为正方形．

（2）若点*E*运动到线段*AC*的延长线上时，以上（1）中的结论还成立吗？若成立，直接画出图形？若不成立，理由是什么？

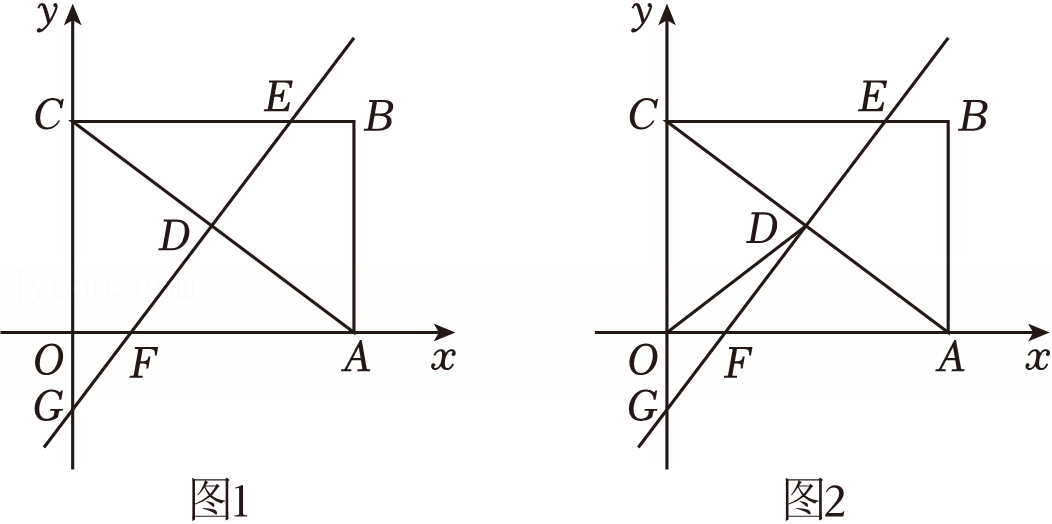
（3）在（2）的情况下，若连接*CG*，*CG*﹣*CE*的值是否为定值？若是，结果是多少并说明理由？若不是，理由是什么？

26．（10分）如图1，矩形*OABC*的顶点*A*、*C*分别在*x*轴，*y*轴的正半轴，已知点*B*（*a*，*b*），且*a*，*b*满足．若点*D*为矩形*OABC*的对角线*AC*的中点，过点*D*作*AC*的垂线分别交*BC*，*OA*于点*E*，*F*，交*y*轴于点*G*．

（1）求*a*，*b*的值；

（2）求线段*EF*的长度；

（3）如图2，连接*OD*，若点*P*为射线*GE*上的点，在平面直角坐标系中，是否存在点*Q*，使得以*OD*为边，以点*O*，*D*，*P*，*Q*为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出点*Q*的坐标，若不存在，请说明理由．



**2024-2025学年湖南省衡阳市八年级（下）期末数学试卷**

**参考答案与试题解析**

**一．选择题（共9小题）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
| 答案 | C | D． | C | B | D | A | C | A | D |

**一.选择题（3分/题，共10小题）**

1．（3分）若分式的值为0，则*x*等于（　　）

A．*x*＝0 B．*x*＝2 C．*x*＝﹣2 D．*x*＝±2

【分析】分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零，据此即可求得答案．

【解答】解：若分式的值为0，

则*x*+2＝0且*x*﹣2≠0，

即*x*＝﹣2，

故选：*C*．

【点评】本题考查分式值为零的条件，熟练掌握该条件是解题的关键．

2．（3分）白居易在《卖炭翁》中写道：“可怜身上衣正单，心忧炭贱愿天寒．”若科学家测得一片雪花的平均质量约为0.000003千克，则数据0.000003用科学记数法表示为（　　）

A．3×10﹣5 B．0.3×10﹣6 C．0.3×10﹣7 D．3×10﹣6

【分析】科学记数法的表示形式为*a*×10*n*的形式，其中1≤|*a*|＜10，*n*为整数．确定*n*的值时，要看把原数变成*a*时，小数点移动了多少位，*n*的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10时，*n*是正数；当原数的绝对值＜1时，*n*是负数．

【解答】解：0.000003＝3×10﹣6．

故选：*D*．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为*a*×10*n*的形式，其中1≤|*a*|＜10，*n*为整数，表示时关键要正确确定*a*的值以及*n*的值．

3．（3分）某校30个班级在学校“书香班级”的创建活动中，以班级为单位进行捐书，根据班级的捐书量制作下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 数量/册 | 160 | 175 | 183 | 190 | 198 | 203 | 212 | 225 |
| 班级数 | 2 | 4 | 7 | 5 | 6 | 3 | 2 | 1 |

这组数据的众数和中位数分别是（　　）

A．7，5.5 B．7，5 C．183，190 D．183，194

【分析】根据中位数和众数的定义求解即可．

【解答】解：这组数据中位数为15、16个数据的平均数，而这2个数据分别为190、190，

所以这组数据的中位数为190，

这组数据中183出现7次，次数最多，

所以这组数据的众数为183，

故选：*C*．

【点评】本题主要考查中位数和众数，将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数；一组数据中出现次数最多的数据叫做众数．

4．（3分）下列函数中，是反比例函数的是（　　）

A． B． C．*y*＝*x*2 D．

【分析】形如（*k*为常数，*k*≠0）的函数叫做反比例函数，由此判断即可．

【解答】解：*A*、是正比例函数，故此选项不符合题意；

*B*、是反比例函数，故此选项符合题意；

*C*、是二次函数，故此选项不符合题意；

*D*、不是反比例函数，故此选项不符合题意；

故选：*B*．

【点评】本题考查了反比例函数的定义，熟练掌握反比例函数的定义是解题的关键．

5．（3分）在平面直角坐标系*xOy*中，点*P*（﹣2，*a*2+1）关于原点对称的点所在的象限是（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

【分析】直接利用关于原点对称点的性质得出*m*，*n*的值，进而得出*m*﹣*n*的值，即可判断所在象限．

【解答】解：∵*a*2+1＞0，

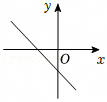
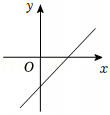
∴点*P*（﹣2，*a*2+1）在第二象限，

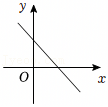
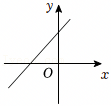
∴点*P*（﹣2，*a*2+1）关于原点对称的点所在的象限是第四象限．

故选：*D*．

【点评】此题主要考查了关于原点对称点的性质，正确得出*m*，*n*的值是解题关键．

6．（3分）在平面直角坐标系中，已知*m*、*n*是常数，点（*m*，*n*）在第三象限，则函数*y*＝*mx*+*n*的图象大致是（　　）

A． B．

C． D．

【分析】根据点（*m*，*n*）在第三象限，可知*m*＜0，*n*＜0，然后即可写出函数*y*＝*mx*+*n*的图象经过哪几个象限，从而可以判断哪个选项符合题意．

【解答】解：∵点（*m*，*n*）在第三象限，

∴*m*＜0，*n*＜0，

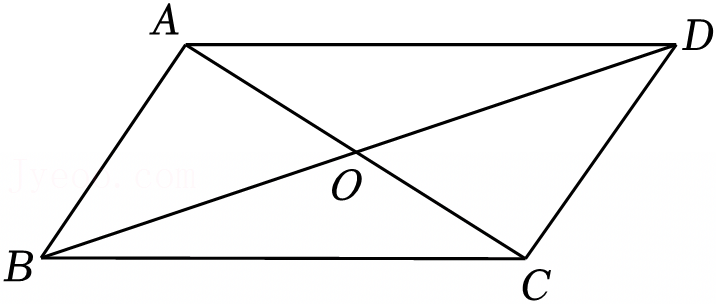
∴函数*y*＝*mx*+*n*的图象经过第二、三、四象限，

故选项*A*符合题意．

故选：*A*．

【点评】本题考查一次函数的图象，解答本题的关键是明确题意，熟练掌握一次函数的图象与系数的关系．

7．（3分）如图，在▱*ABCD*中，*AB*＝4，*BD*＝10，*AC*⊥*AB*，则▱*ABCD*的面积是 　24　 ．



【分析】利用平行四边形的性质求出*OB*＝5，再利用勾股定理求出*OA*可得结论．

【解答】解：∵四边形*ABCD*是平行四边形，

∴*OB*＝*ODBD*＝5，

∵*AB*⊥*AC*，

∴∠*BAO*＝90°，

∴*OC*＝*OA*3，

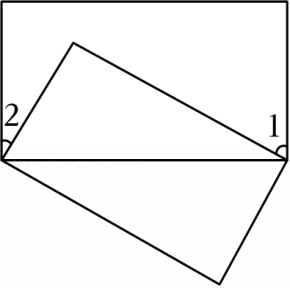
∴*AC*＝2*AO*＝6，

∴平行四边形*ABCD*的面积＝*AB*•*AC*＝24．

故答案为：24．

【点评】本题考查平行四边形的性质，勾股定理，解题的关键是掌握相关知识解决问题．

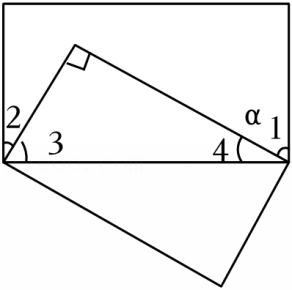
8．（3分）两个矩形的位置如图所示，若∠1＝α，则∠2＝（　　）



A．α﹣90° B．α+45° C．90°﹣α D．180°﹣α

【分析】根据矩形的性质可得∠2+∠3＝90°，∠1+∠4＝90°，∠3+∠4＝90°，进而得出∠3+∠1＝90°，∠1+∠2＝90°，则可得出∠2．

【解答】解：如图：



∵两个矩形，

∴∠2+∠3＝90°，∠1+∠4＝90°，∠3+∠4＝90°，

∴∠3+∠1＝90°，∠1+∠2＝90°，

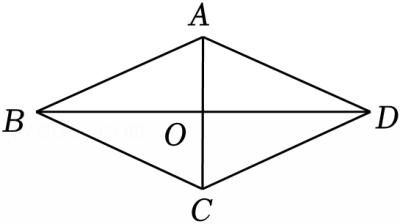
∵∠1＝α，

∴∠2＝90°﹣α．

故选：*C*．

【点评】本题考查了矩形的性质，熟练掌握矩形的性质是解题的关键．

9．（3分）如图，在菱形*ABCD*中，点*O*为*AC*和*BD*的交点，则下列结论不一定成立的是（　　）



A．*AC*＝*BD* B．*AD*＝*BC* C．*OA*＝*OC* D．*AC*⊥*BD*

【分析】由菱形的性质得*AD*＝*BC*，*OA*＝*OC*，*AC*⊥*BD*，可判断*B*不符合题意，*C*不符合题意，*D*不符合题意；由任意菱形的对角线不一定相等可知*AC*与*BD*不一定相等，可判断*A*符合题意，于是得到问题的答案．

【解答】解：∵四边形*ABCD*是菱形，点*O*为*AC*和*BD*的交点，

∴*AD*＝*BC*，*OA*＝*OC*，*AC*⊥*BD*，

故*B*不符合题意，*C*不符合题意，*D*不符合题意；

∵四边形*ABCD*是任意菱形，

∴*AC*与*BD*不一定相等，

故*A*符合题意，

故选：*A*．

【点评】此题重点考查菱形的性质，正确理解和应用菱形的性质定理是解题的关键．

10．（3分）数学的美无处不在．数学家们研究发现，弹拨琴弦发出声音的音调高低，取决于弦的长度，绷得一样紧的几根弦，如果长度的比能够表示成整数的比，发出的声音就比较和谐．例如，三根弦长度之比是6：4：3，把它们绷得一样紧，用同样的力弹拨，它们将分别发出很调和的乐声*do*、*mi*、*so*．研究6、4、3这三个数的倒数发现：.我们称6、4、3这三个数为一组调和数．现有一组调和数：*x*、8、5（*x*＞5），则*x*的值是（　　）

A．5 B．10 C．15 D．20

【分析】根据题意列得分式方程为或，解方程并检验即可．

【解答】解：当5＜*x*＜8时，

，

解得：*x*，

经检验，*x*是分式方程的解，但它不是整数，不符合题意，

当*x*＞8时，

，

解得：*x*＝20，

经检验，*x*＝20是分式方程的解，它符合题意，

故选：*D*．

【点评】本题考查分式方程的应用，理解题意并列得正确的方程是解题的关键．

**二.填空题（3分/题，共8小题）**

11．（3分）函数*y*中，自变量*x*的取值范围是　*x*≥2　 ．

【分析】函数关系中主要有二次根式．根据二次根式的意义，被开方数是非负数．

【解答】解：根据题意得：3*x*﹣6≥0，

即*x*≥2．

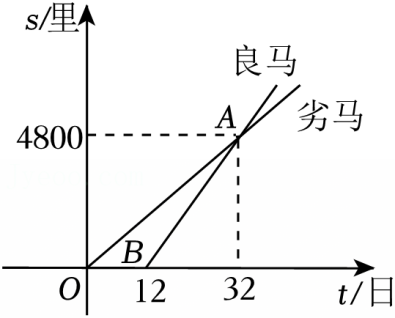
【点评】主要考查了函数自变量的取值范围的确定．函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为0；

（3）当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数．

12．（3分）元朝朱世杰的《算学启蒙》一书记载了一个驾马先行的问题，其中良马与劣马行走路程*s*（单位：里）关于行走时间*t*（单位：日）的函数图象如图所示，则良马的速度比劣马的速度快　90　 里/日．



【分析】根据函数图象特殊点的坐标解答即可．

【解答】解：由图象可知，劣马从第0日出发，良马从第12日出发．劣马比良马早出发12日，

当*t*＝32时，两直线有交点，代表良马追上劣马，此时良马出发32﹣12＝20（日），

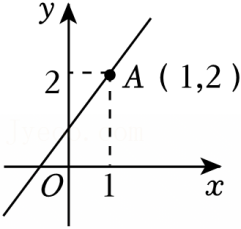
良马行走4800里用了20日，故速度为4800÷20＝240（里/日），劣马行走4800里用了32日，故速度为4800÷32＝150（里/日），

所以良马的速度比劣马的速度快240﹣150＝90（里/日）．

故答案为：90．

【点评】本题考查一次函数的应用，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答问题．

13．（3分）如图，点*A*（1，2）在一次函数*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0）的图象上，则不等式*kx*+*b*＜2的解集为　*x*＜1　 ．

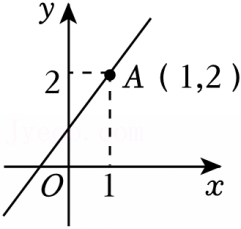


【分析】根据一次函数与一元一次不等式的关系解答即可．

【解答】解：∵点*A*（1，2）在一次函数*y*＝*kx*+*b*（*k*≠0）的图象上，

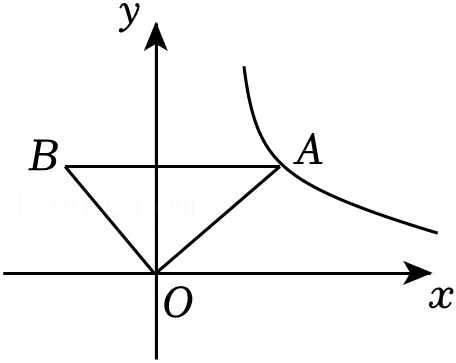
∴不等式*kx*+*b*＜2的解集为*x*＜1，

故答案为：*x*＜1．



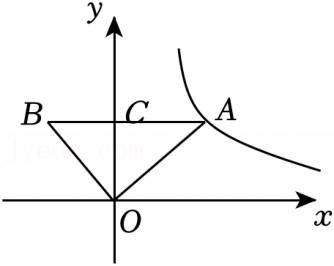
【点评】本题考查了一次函数与一元一次不等式的关系，数形结合是解答本题的关键．

14．（3分）如图，*AB*平行于*x*轴，点*B*的坐标为（﹣2，2），△*OAB*的面积为5．若反比例函数的图象经过点*A*，则*k*的值为 　6　 ．



【分析】根据反比例函数*k*值的几何意义解答即可．

【解答】解：如图，



∵*B*（﹣2，2），

∴*S*△*BOC*2，

∵△*OAB*的面积为5．

∴*S*△*AOC*＝*S*△*AOB*﹣*S*△*BOC*＝5﹣2＝3，

∴*k*＝2*S*△*AOC*＝2×3＝6．

故答案为：6．

【点评】本题考查了反比例函数*k*值的几何意义，熟练掌握该知识点是关键．

15．（3分）若关于*x*的方程有增根，则*k*的值为　1　 ．

【分析】增根是化为整式方程后产生的不适合分式方程的根，所以应先确定增根的可能值，让最简公分母*x*﹣2＝0，得到*x*＝2，然后代入化为整式方程的方程算出*k*的值．

【解答】解：去分母得：1﹣*x*＝﹣*k*﹣2（*x*﹣2），

∵原分式方程有增根，

∴*x*﹣2＝0，即*x*＝2，

∴1﹣2＝﹣*k*，

解得：*k*＝1．

故答案为：1．

【点评】本题考查了分式方程的增根，解决增根问题的步骤：①确定增根的值；②化分式方程为整式方程；③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值．

16．（3分）小天想要计算一组数据92，90，94，86，99，85的方差，在计算平均数的过程中，将这组数据中的每一个数都减去90，得到一组新数据2，0，4，﹣4，9，﹣5，记这组新数据的方差为，则 　＝　 （填“＞”，“＝”或”＜”）

【分析】根据一组数据中的每一个数据都加上或减去同一个非零常数，那么这组数据的波动情况不变，即方差不变，即可得出答案．

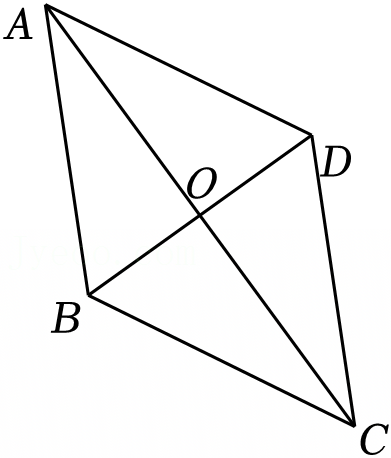
【解答】解：∵一组数据中的每一个数据都加上（或都减去）同一个常数后，它的平均数都加上（或都减去）这一个常数，两数进行相减，方差不变，

∴．

故答案为：＝．

【点评】本题考查方差的意义：一般地设*n*个数据，*x*1，*x*2，…*xn*的平均数为，则方差*S*2[（*x*1）2+（*x*2）2+…+（*xn*）2]，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立，关键是掌握一组数据都加上同一个非零常数，方差不变．

17．（3分）如图，四边形*ABCD*是边长为13的菱形，其中对角线*BD*的长为10，菱形*ABCD*的面积是 　120　 ．



【分析】由菱形的性质及*BD*＝10得*OA*＝*OC*，*OB*＝*ODBD*＝5，*AC*⊥*BD*，而*AB*＝13，所以*OA*12，则*AC*＝2*OA*＝24，求得*S*菱形*ABCDAC*•*BD*＝120，于是得到问题的答案．

【解答】解：∵四边形*ABCD*是边长为13的菱形，对角线*AC*、*BD*交于点*O*，*BD*＝10，

∴*AB*＝13，*OA*＝*OC*，*OB*＝*ODBD*＝5，*AC*⊥*BD*，

∴∠*AOB*＝90°，

∴*OA*12，

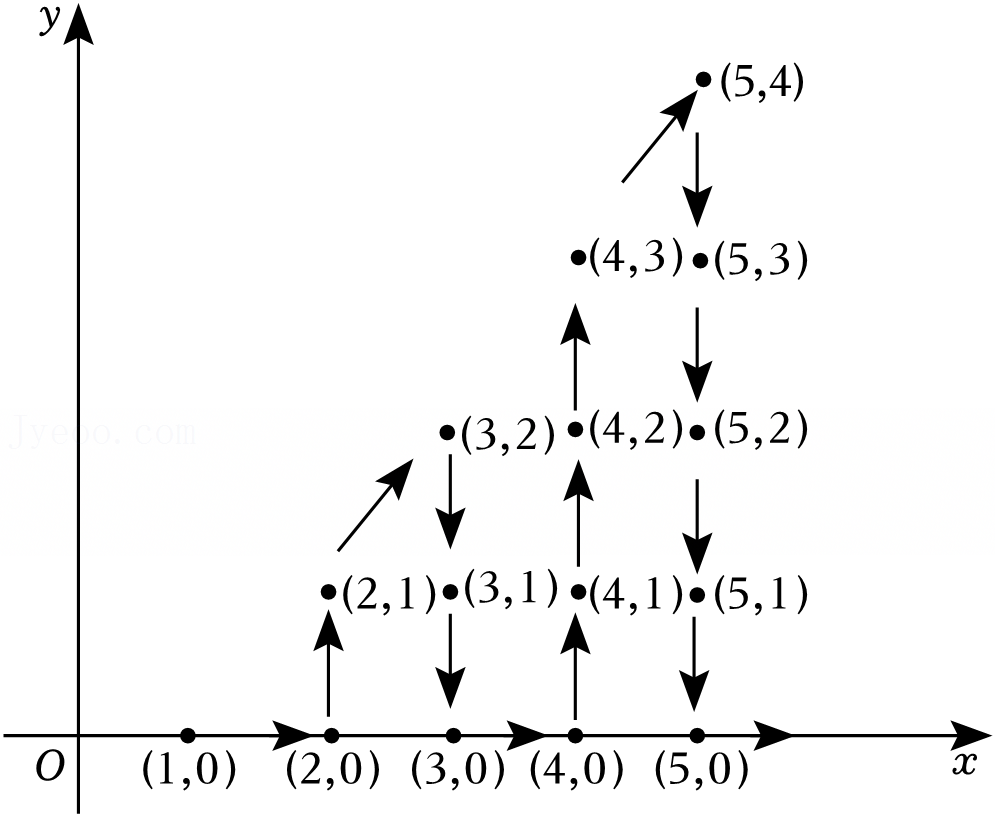
∴*AC*＝2*OA*＝24，

∴*S*菱形*ABCDAC*•*BD*24×10＝120，

故答案为：120．

【点评】此题重点考查菱形的性质、勾股定理等知识，证明*AC*⊥*BD*，并且求得*OA*＝12是解题的关键．

18．（3分）如图，在平面直角坐标系中，有若干个整数点，其顺序按图中“→”方向排列，从（1，0）→（2，0）→（2，1）→（3，2）→（3，1）→（3，0）→（4，0）⋯，根据这个规律探索可得，第2025个点的坐标为 　（64，8）　 ．



【分析】观察图形，把点（1，0）作为第一列，把（2，0），（2，1）作为第二列……以此类推，确定第2025个点在第几列的第几个点，再分析排列的点的坐标特点得出结论．

【解答】解：观察题图发现，第一列有1个点，第二列有2个点，……，第*n*列有*n*个点，

∴*n*列共有 个点，并且在奇数列点的顺序是由上到下排列的，在偶数列点的顺序是由下到上排列的．

∵1+2+3+…+63＝2016，

∴第2025个点在第64列，由下到上的第9个点．

∴第2025个点的坐标是（64，8）．

故答案为：（64，8）．

【点评】本题考查规律型：点的坐标，解题的关键是根据题意找到规律．

**三.解答题（共8小题）**

19．（6分）计算：．

【分析】利用零指数幂，负整数指数幂，有理数的乘方法则，绝对值的性质计算后再算加减即可．

【解答】解：原式＝﹣1﹣3+9+1

＝6．

【点评】本题考查实数的运算，零指数幂，负整数指数幂，熟练掌握相关运算法则是解题的关键．

20．（6分）先化简，再求值：，其中*x*＝2．

【分析】先通分括号内的式子，同时将除法转化为乘法，再约分，然后将*x*的值代入化简后的式子计算即可．

【解答】解：

，

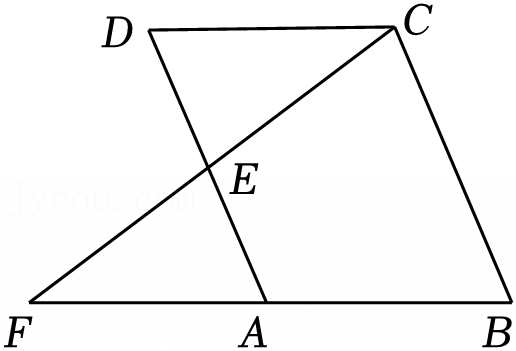
∴当*x*＝2时，原式．

【点评】本题考查分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解答本题的关键．

21．（8分）如图，在四边形*ABCD*中，点*E*为*AD*的中点，连接*CE*，并延长交*BA*的延长线于点*F*，已知*DC*∥*AB*．

（1）求证：△*AEF*≌△*DEC*；

（2）若*AD*∥*BC*，*AE*＝2，求*BC*的长．



【分析】（1）由*DC*∥*AB*，得∠*F*＝∠*DCE*，而*AE*＝*DE*，∠*AEF*＝∠*DEC*，即可根据“*AAS*”证明△*AEF*≌△*DEC*；

（2）由*AE*＝*DE*＝2，求得*AD*＝4，由*DC*∥*AB*，*AD*∥*BC*，证明四边形*ABCD*是平行四边形，则*BC*＝*AD*＝4．

【解答】（1）证明：∵*DC*∥*AB*，

∴∠*F*＝∠*DCE*，

∵点*E*为*AD*的中点，

∴*AE*＝*DE*，

在△*AEF*和△*DEC*中，

，

∴△*AEF*≌△*DEC*（*AAS*）．

（2）解：∵*AE*＝*DE*＝2，

∴*AD*＝2*AE*＝4，

∵*DC*∥*AB*，*AD*∥*BC*，

∴四边形*ABCD*是平行四边形，

∴*BC*＝*AD*＝4，

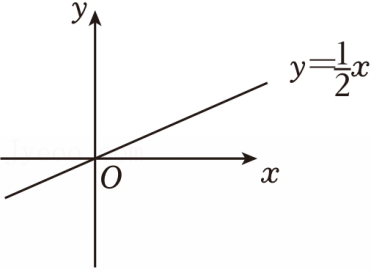
∴*BC*的长为4．

【点评】此题重点考查平行线的性质、全等三角形的判定与性质、平行四边形的判定与性质等知识，推导出∠*F*＝∠*DCE*，并且适当选择全等三角形的判定定理证明△*AEF*≌△*DEC*是解题的关键．

22．（8分）如图，在平面直角坐标系中，直线经过平移得到直线*l*：*y*＝*kx*+*b*，且直线*l*过点（4，6）．

（1）求直线*l*的解析式；

（2）求直线*l*坐标轴围成的面积．



【分析】（1）利用待定系数法来求直线*l*的解析式；

（2）通过直线解析式求的该直线与坐标轴的交点，从而求得相关线段的长度，利用三角形的面积公式作答即可．

【解答】解：（1）∵直线经过平移得到直线*l*：*y*＝*kx*+*b*，且直线*l*过点（4，6），

∴，

解得，

∴直线*l*的解析式为*yx*+4；

（2）由（1）知：直线*l*的解析式为*yx*+4．

∵当*x*＝0时，*y*＝4；当*y*＝0时，*x*＝﹣8，

∴直线*l*与坐标轴围成的面积|﹣8|×4＝16．

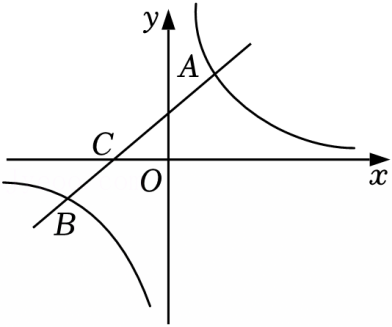
【点评】本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知一次函数平移后的斜率不变是解题的关键．

23．（9分）如图，在平面直角坐标系中，一次函数*y*1＝*kx*+*b*（*k*≠0）的图象与反比例函数的图象相交于第一、三象限内的*A*（3，5），*B*（*a*，﹣3）两点，与*x*轴交于点*C*．

（1）求该反比例函数和一次函数的解析式；

（2）当时，直接写出*x*的取值范围；

（3）若点*P*在*x*轴上，且*S*△*ABP*＝20，求*P*点的坐标．



【分析】（1）利用待定系数法求出两个函数解析式即可；

（2）根据函数图象直接写出不等式的解集即可；

（3）设*P*（*n*，0），则*PC*＝|*n*+2|，利用*S*△*BPC*+*S*△*APC*|*n*+2||*n*+2|＝20求出*n*值，即可得到点*P*坐标．

【解答】解：（1）∵两个函数的交点*A*（3，5），*B*（*a*，﹣3）两点，

∴*m*＝3×5＝﹣3*a*，

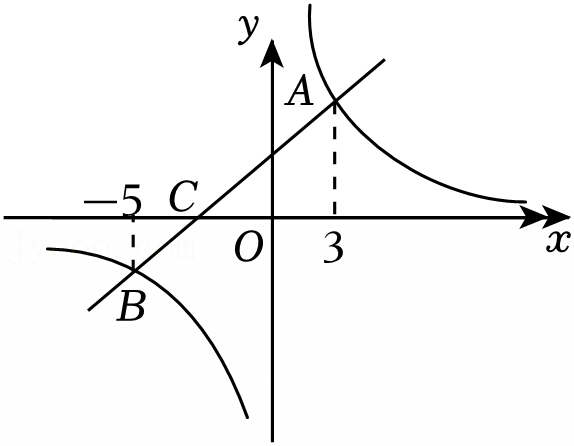
∴*m*＝15，*a*＝﹣5，

∴反比例函数解析式为*y*，

由条件可知，解得，

∴一次函数解析式为*y*＝*x*+2；

（2）如图，由函数图象可知当时*x*的取值范围为*x*＞3或﹣5＜*x*＜0．



（3）由*y*＝*x*+2可知*C*（﹣2，0），设*P*（*n*，0），则*PC*＝|*n*+2|，

∵*S*△*ABP*＝20，

∴*S*△*BPC*+*S*△*APC*|*n*+2||*n*+2|＝20，

解得*n*＝3或﹣7．

∴*P*（3，0）或（﹣7，0）．

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，熟练掌握该知识点是关键．

24．（9分）为了有效落实河南省教育厅颁布的《关于推进中小学生研学旅行的实施方案》，某中学进行研学活动．在此次活动中，若每位老师带30名学生，则还剩7名学生没有老师带，若每位老师带31名学生，就会有一位老师少带1名学生．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 甲型客车 | 乙型客车 |
| 载客量（人/辆） | 35 | 30 |
| 租金（元/辆） | 400 | 320 |

（1）参加此次研学活动的老师和同学各有多少名？

（2）现有甲、乙两种型号客车，它们的载客量和租金如表所示．学校要求每位老师负责一辆车的组织工作，因此需按老师人数租车．甲、乙两种型号的客车各租几辆，学校租车总费用最少？并求出最少的费用．

【分析】（1）设参加此次研学活动的老师有*x*位，则参加此次研学活动的学生有*y*名，根据每位老师带30名学生，则还剩7名学生没有老师带，若每位老师带31名学生，就会有一位老师少带1名学生列出方程组求解即可；

（2）设租用*m*辆甲型客车，则租用（8﹣*m*）辆乙型客车，设租车的总费用为 *W*元，根据载客量之和要大于等于总人数列出不等式求出*m*的值，再列出*W*关于*m*的一次函数关系式，利用一次函数的性质求解即可．

【解答】解：（1）设参加此次研学活动的老师有*x*位，则参加此次研学活动的学生有*y*名，

根据题得：，

解得，

答：参加此次研学活动的老师有8名，学生有247名；

（2）解：设租用*m*辆甲型客车，则租用（8﹣*m*）辆乙型客车，设租车的总费用为 *W*元

根据题意得：35*m*+30（8﹣*m*）≥8+247，

∴*m*≥3，

∵*W*＝400*m*+320（8﹣*m*）＝80*m*+2560，80＞0，

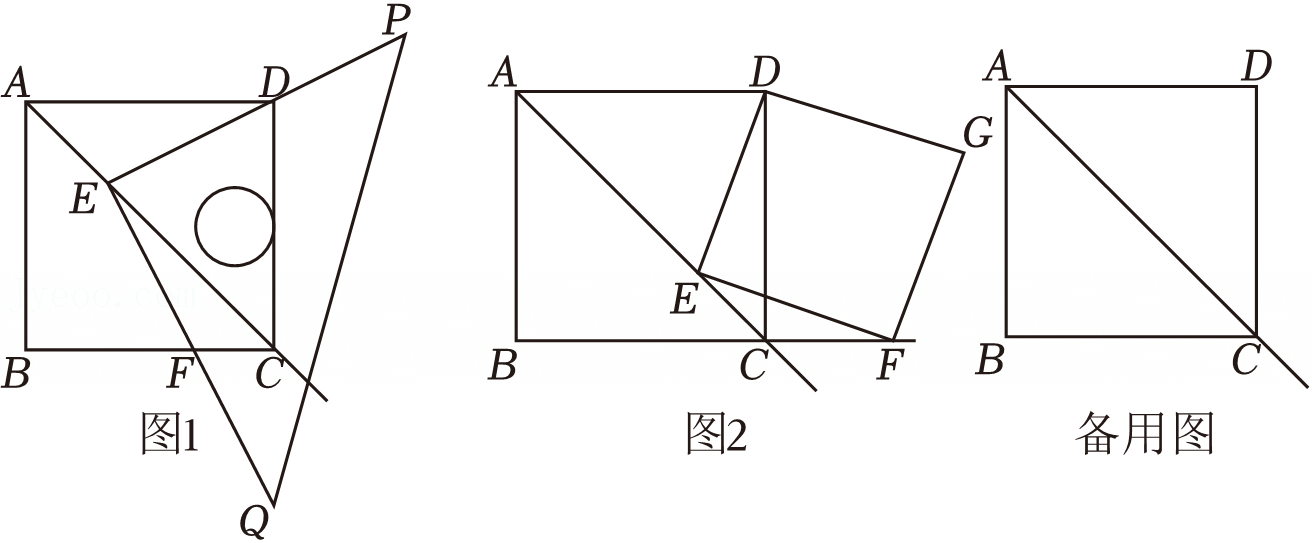
∴*W*随*m*的增大而增大，

∴当*m*＝3时，*W*最小＝240+2560＝2800，

∴租甲型车3辆，乙型车5辆费用最少，最少是2800元．

【点评】本题主要考查了二元一次方程组的实际应用，一次函数的实际应用，一元一次不等式的实际应用，关键是根据题意找到关系式．

25．（10分）李华学习《平行四边形》以后，利用身边的工具进行了如下操作与探究：如图1，在边长为的正方形纸板*ABCD*上，放置了一个三角板*PEQ*，作射线*AC*，使直角顶点*E*在射线*AC*上运动，*EP*始终经过点*D*，*EQ*交*BC*于点*F*．



依照上面操作，点*E*运动到如图2位置时，连接*DE*，*EF*，过点*F*作*FG*⊥*EF*于点*F*，过点*D*作*DG*⊥*FG*于点*G*．

（1）求证：图2中四边形*DEFG*为正方形．

（2）若点*E*运动到线段*AC*的延长线上时，以上（1）中的结论还成立吗？若成立，直接画出图形？若不成立，理由是什么？

（3）在（2）的情况下，若连接*CG*，*CG*﹣*CE*的值是否为定值？若是，结果是多少并说明理由？若不是，理由是什么？

【分析】（1）根据矩形的判定定理得到四边形*DEFG*是矩形，过*E*作*MN*∥*CD*交*AD*于*M*，交*BC*于*N*，根据矩形的性质得到∠*DME*＝∠*DEF*＝∠*ENF*＝90°，根据全等三角形的性质得到*DE*＝*EF*，于是得到四边形*DEFG*为正方形；

（2）过点*E*作*EH*⊥*BF*于点*H*，*EI*⊥*DC*的延长线于点*I*，证明△*EHF*≌△*EID*，得到邻边相等，从而得证；

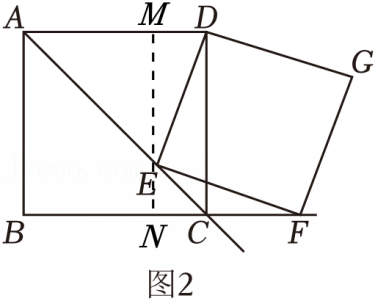
（3）通过证明△*ADE*≌△*CDG*，将线段*CG*转化为*AE*，从而得证．

【解答】（1）证明：∵点*F*作*FG*⊥*EF*于点*F*，过点*D*作*DG*⊥*FG*于点*G*，

∴∠*G*＝∠*GFE*＝∠*DEF*＝90°，

∴四边形*DEFG*是矩形，

过*E*作*MN*∥*CD*交*AD*于*M*，交*BC*于*N*，



则四边形*MNCD*是矩形，

∴∠*DME*＝∠*DEF*＝∠*ENF*＝90°，

∴∠*FEN*+∠*MED*＝∠*MED*+∠*EDM*＝90°，

∴∠*EDM*＝∠*FEN*，

∵∠*ECN*＝45°，

∴*CN*＝*NE*＝*DM*，

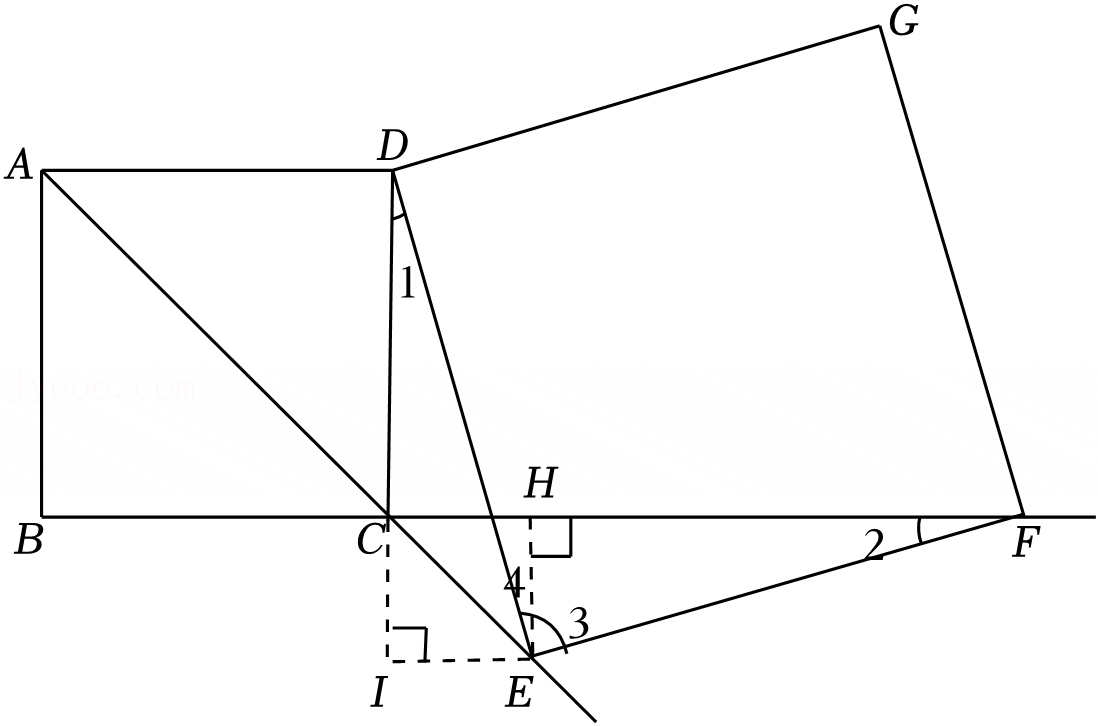
∴△*DEM*≌△*EFN*（*AAS*），

∴*DE*＝*EF*，

∴四边形*DEFG*为正方形；

（2）以上结论仍然成立，

证明：如图，过点*E*作*EH*⊥*BF*于点*H*，*EI*⊥*DC*的延长线于点*I*，



∵四边形*DEFG*为矩形，

∴∠*DEF*＝90°，

∴∠3+∠4＝90°，

∵∠3+∠2＝90°，

∴∠2＝∠4，

∵*DC*∥*HE*，

∴∠4＝∠1，

∴∠2＝∠1，

∵四边形*ABCD*是正方形，

∴四边形*EHCI*为正方形，

∴*EH*＝*EI*，

在△*EHF*和△*EID*中，

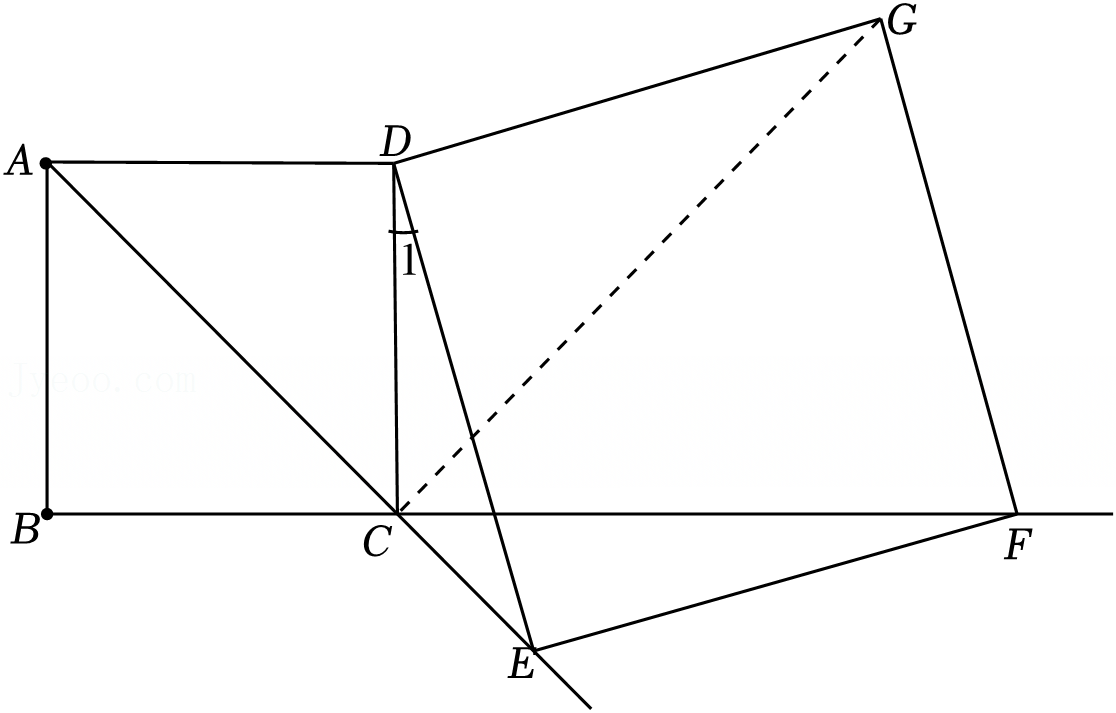
，

∴△*EHF*≌△*EID*（*AAS*），

∴*ED*＝*EF*，

∴矩形*DEFG*为正方形；

（2）*CG*﹣*CE*的值是定值8，如图，



∵矩形*DEFG*为正方形，四边形*ABCD*是正方形，

∴*DE*＝*DG*，*AD*＝*AC*，∠*ADC*＝∠*EDG*＝90°，*AD*＝*CD*，

∴∠*ADC*+∠1＝∠*EDG*+∠1，*AC*，

∴∠*ADE*＝∠*CDG*，

在△*ADE*和△*CDG*中，

，

∴△*ADE*≌△*CDG*（*SAS*），

∴*AE*＝*CG*，

∴*CG*﹣*CE*＝*AE*﹣*CE*＝*AC*，

∴*CG*﹣*CE*的值是定值．

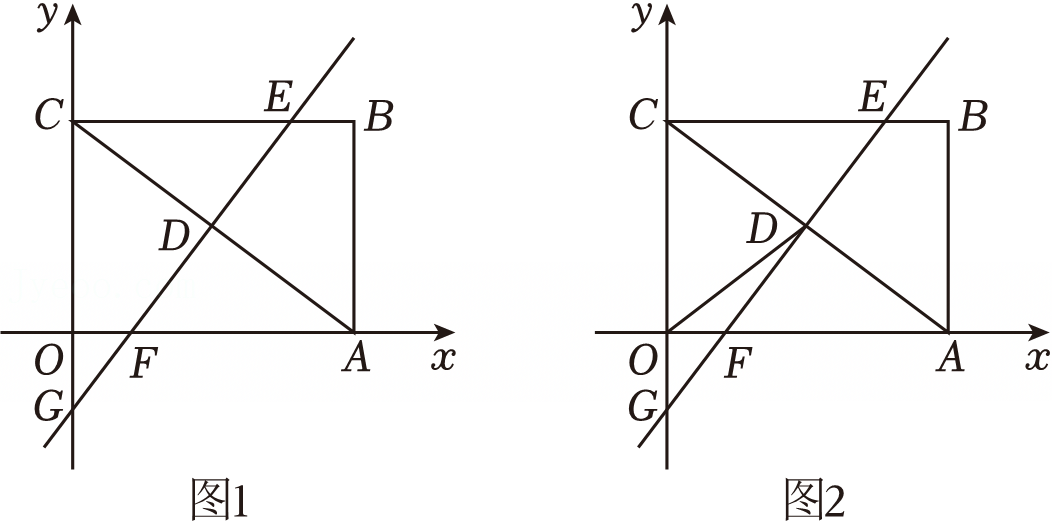
【点评】本题属于四边形综合题，主要考查了正方形的性质、全等三角形的判定和性质，第一问解题关键是能够构造△*EHF*≌△*EID*，从而证明矩形邻边相等为正方形，第二问解题关键是证明△*ADE*≌△*CDG*求解．

26．（10分）如图1，矩形*OABC*的顶点*A*、*C*分别在*x*轴，*y*轴的正半轴，已知点*B*（*a*，*b*），且*a*，*b*满足．若点*D*为矩形*OABC*的对角线*AC*的中点，过点*D*作*AC*的垂线分别交*BC*，*OA*于点*E*，*F*，交*y*轴于点*G*．

（1）求*a*，*b*的值；

（2）求线段*EF*的长度；

（3）如图2，连接*OD*，若点*P*为射线*GE*上的点，在平面直角坐标系中，是否存在点*Q*，使得以*OD*为边，以点*O*，*D*，*P*，*Q*为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出点*Q*的坐标，若不存在，请说明理由．



【分析】（1）由，根据非负数的性质得0，（*b*﹣6）2＝0，则*a*＝8，*b*＝6；

（2）连接*CF*、*AE*，由线段的垂直平分线的性质得*AF*＝*CF*，*AE*＝*CE*，再证明△*CDE*≌△*ADF*，得*CE*＝*AF*，即可证明四边形*AECF*是菱形，在Rt△*OCF*中根据勾股定理列方程求出*AF*的长，再根据菱形的面积一定列方程求出*EF*的长；

（3）存在点*Q*，使得以*OD*为边，点*O*，*D*，*P*，*Q*为顶点的四边形是菱形，分两种情况，一是点*P*在线段*GD*上，四边形*PDOQ*是菱形，则*DP*＝*OD*＝*AD*，作*DM*⊥*AB*于点*M*，作*PN*⊥*DM*交*MD*的延长线于点*N*，证明△*PDN*≌△*DAM*，得*PN*＝*DM*＝8﹣4＝4，*DN*＝*AM*＝3，求出点*P*的坐标，连接*OP*，可求出*OP*的中点的坐标，再根据菱形的对称性求出点*Q*的坐标；二是点*P*在射线*DE*上，四边形*PDOQ*是菱形，则*DP*＝*OD*＝*AD*，作*DM*⊥*AB*于点*M*，作*PN*⊥*DM*于点*N*，证明△*PDN*≌△*DAM*，求出点*P*的坐标，连接*OP*，求出*OP*的中点坐标，再根据菱形的对称性求出点*Q*的坐标．

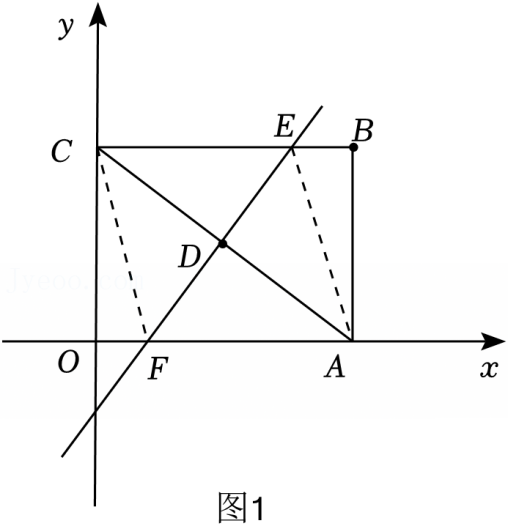
【解答】解：（1）

∵0，（*b*﹣6）2≥0，且（*b*﹣6）2＝0，

∴0，（*b*﹣6）2＝0，

∴*a*＝8，*b*＝6；

（2）如图1，连接*CF*、*AE*，



∵*CD*＝*AD*，*EF*⊥*AC*，

∴*AF*＝*CF*，*AE*＝*CE*，

∵*BC*∥*OA*，

∴∠*DCE*＝∠*DAF*，∠*DEC*＝∠*DFA*，

∴△*CDE*≌△*ADF*（*AAS*），

∴*CE*＝*AF*，

∴*CF*＝*AF*＝*AE*＝*CE*，

∴四边形*AECF*是菱形，

∵*BC*⊥*y*轴，*BA*⊥*x*轴，

∴*A*（8，0），*C*（0，6），

∴*OA*＝8，*OC*＝6，

∴*OF*＝8﹣*AF*，

∵∠*AOC*＝90°，

∴*AC*10，

∴*OF*＝8﹣*AF*，

∵*OF*2+*OC*2＝*CF*2，

∴（8﹣*AF*）2+62＝*AF*2，

∴*AF*，

∵*S*菱形*AECFAC*•*EF*＝*AF*×*OC*，

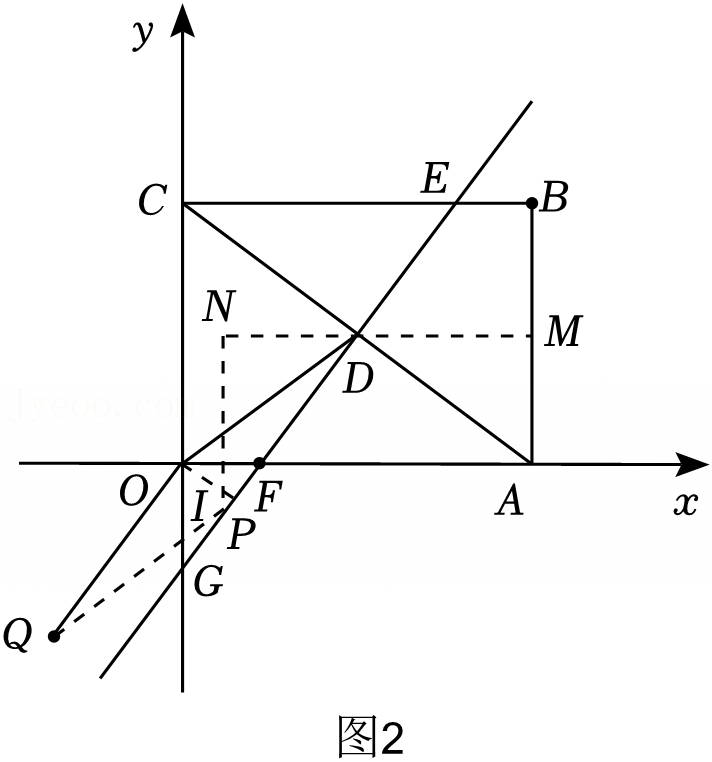
∴10*EF*6，

∴*EF*，

∴线段*EF*的长度为．

（3）存在，理由如下：

如图2，点*P*在线段*GD*上，四边形*PDOQ*是菱形，则*DP*＝*OD*＝*AD*，



作*DM*⊥*AB*于点*M*，作*PN*⊥*DM*交*MD*的延长线于点*N*，

∵*A*（8，0），*C*（0，6），*D*是*AC*的中点，

∴*D*（4，3），

∴*M*（8，3），

∵∠*N*＝∠*AMD*＝∠*ADP*＝90°，

∴∠*PDN*＝∠*DAM*＝90°﹣∠*ADM*，

∴△*PDN*≌△*DAM*（*AAS*），

∴*PN*＝*DM*＝8﹣4＝4，*DN*＝*AM*＝3，

∴*MN*＝*DN*+*DM*＝3+4＝7，

∴*xN*＝8﹣7＝1，

∴*N*（1，3），

∵*yP*＝3﹣4＝﹣1，

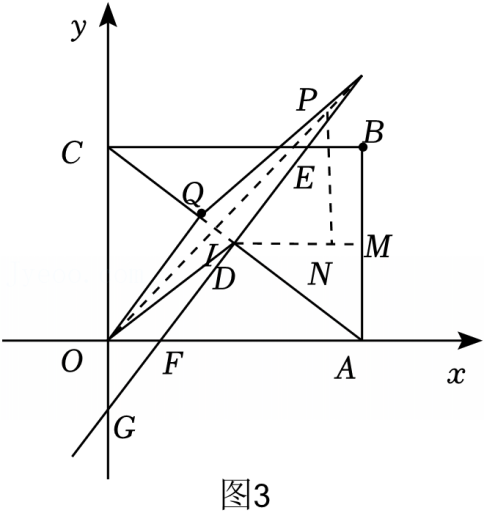
∴*P*（1，﹣1），

连接*OP*，取*OP*的中点*I*，则*I*（，），

∵点*Q*与点*D*（4，3）关于点*I*（，）对称，

∴*Q*（﹣3，﹣4）；

如图3，点*P*在射线*DE*上，四边形*PDOQ*是菱形，则*DP*＝*OD*＝*AD*，



作*DM*⊥*AB*于点*M*，作*PN*⊥*DM*于点*N*，

∵∠*DNP*＝∠*AMD*＝∠*ADP*＝90°，

∴∠*PDN*＝∠*DAM*＝90°﹣∠*ADM*，

∴△*PDN*≌△*DAM*（*AAS*），

∴*PN*＝*DM*＝4，*DN*＝*AM*＝3，

∴*MN*＝*DM*﹣*DN*＝4﹣3＝1，

∴*xN*＝8﹣1＝7，

∴*N*（7，3），

∵*yP*＝3+4＝7，

∴*P*（7，7），

连接*OP*，取*OP*的中点*I*，则*I*（，），

∵点*Q*与点*D*（4，3）关于点*I*（，）对称，

∴*Q*（3，4），

综上所述，*P*（1，﹣1），*Q*（﹣3，﹣4）或*P*（7，7），*Q*（3，4）．

【点评】此题是四边形的综合题，考查图形与坐标、矩形的性质、线段的垂直平分线的性质、菱形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、非负数的性质、线段的中点坐标、中心对称的性质等知识点，解答本题的关键是分类讨论数学思想的运用，解题时应注意检验相应计算结果的正确性．

声明：试题解析著作权属菁优网所有，未经书面同意，不得复制发布日期：2025/9/13 14:59:55；用户：于晓丹；邮箱：zhongwang31@xyh.com；学号：50893277