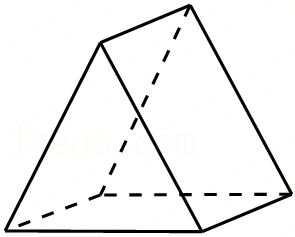
**2024-2025学年重庆市沙坪坝区南开中学八年级（下）期末数学试卷**

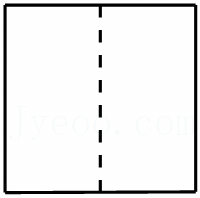
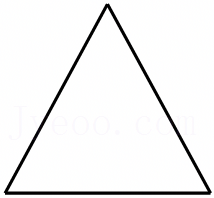
**一、选择题（本大题共10个小题，每小题4分，共40分）**

1．（4分）下列式子中，是分式的是（　　）

A． B． C． D．

2．（4分）如图所示放置的正三棱柱的俯视图是（　　）

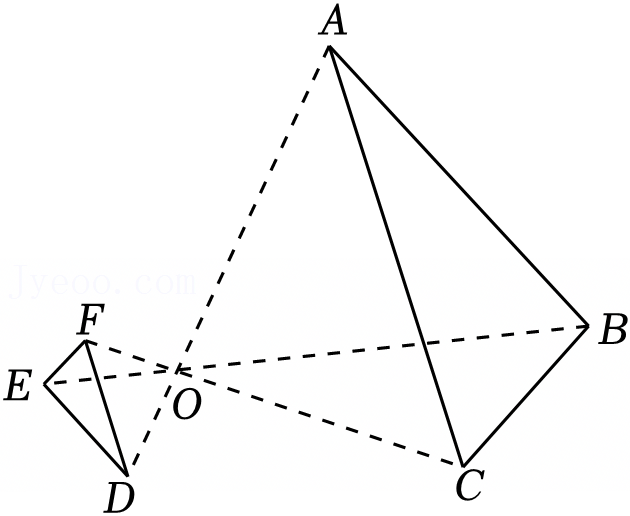


A． B． C． D．

3．（4分）若关于*x*的一元二次方程*x*2+*mx*﹣3＝0的一个根是*x*＝1，则*m*的值为（　　）

A．1 B．﹣1 C．2 D．﹣2

4．（4分）如图，△*ABC*与△*DEF*是以点*O*为位似中心的位似图形，若*OA*：*OD*＝3：1，则△*ABC*的面积与△*DEF*的面积之比为（　　）



A．1：3 B．3：1 C．1：9 D．9：1

5．（4分）关于反比例函数的图象和性质，下列说法正确的是（　　）

A．图象经过点（1，﹣2）

B．图象关于原点中心对称

C．图象位于二、四象限

D．*y*的值随*x*值的增大而减小

6．（4分）习近平总书记说：读书可以让人保持思想活力，让人得到智慧启发，让人滋养浩然之气．我校为响应全民阅读活动，利用节假日面向社会开放学校图书馆．据统计，第一个月进馆1250人次，进馆人次逐月增加，第三个月进馆1800人次，若进馆人次的月平均增长率为*x*，则可列方程为（　　）

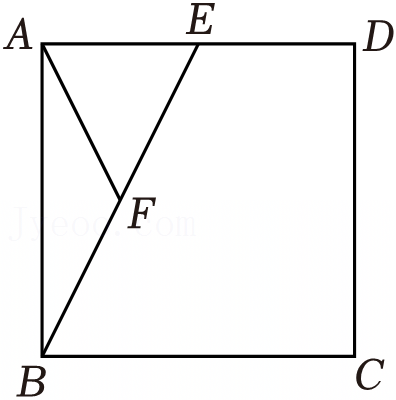
A．1250（1+*x*）＝1800

B．1250（1+*x*）2＝1800

C．1250+1250（1+*x*）+1250（1+*x*）2＝1800

D．1250（1﹣*x*）2＝1800

7．（4分）如图，点*E*为正方形*ABCD*的边*AD*上一点，且，连接*BE*，取*BE*的中点*F*，连接*AF*，若*AF*的长为，则正方形*ABCD*的面积为（　　）

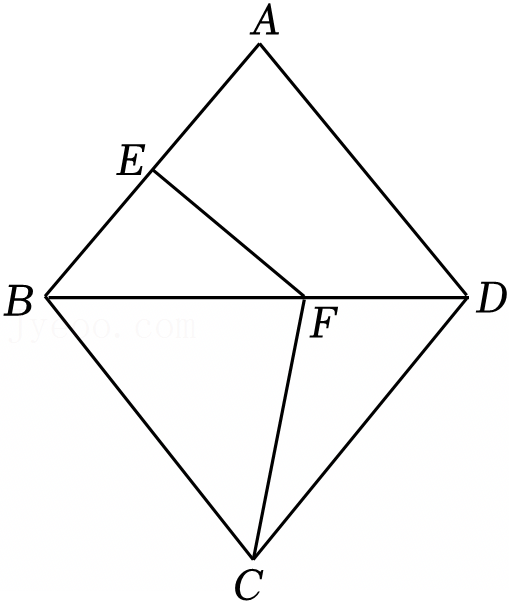


A．9 B．12 C．16 D．20

8．（4分）若关于*x*的一元二次方程*x*2+4*x*+（*a*+6）＝0有两个不相等的实数根，且关于*y*的分式方程的解为正整数，则所有满足条件的整数*a*的值之和是（　　）

A．﹣7 B．﹣9 C．﹣14 D．﹣16

9．（4分）如图，在菱形*ABCD*中，*AB*的中垂线交对角线*BD*于点*F*，点*E*为垂足，连接*CF*，若∠*DCF*＝α，则∠*BFC*的度数为（　　）



A．3α B． C． D．

10．（4分）已知关于*x*的整式*Mn*，其中*n*，*a*0，*a*1，…，*an*均为正整数，且*a*1+*a*2+⋯+*an*＝*t*，下列说法：

①若*n*＝2，*t*＝3，则多项式*M*2可以为整系数多项式；

②若*n*＝3，*t*＝5，且*a*0≤*n*，则满足条件的整式*M*3共有6种；

③若*a*1＝*a*2＝⋯＝*an*，*a*0＝1，*t*＝6，则当*x*＝1，*k*＞0时，满足使为整数的*k*的所有可能取值为1，．

其中正确的个数是（　　）

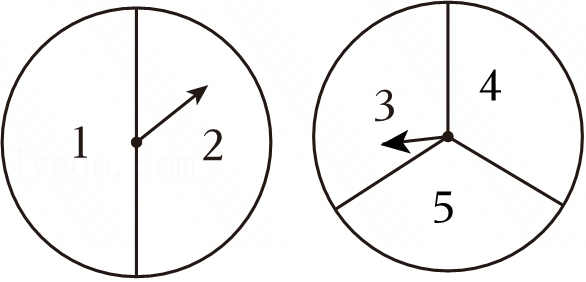
A．0个 B．1个 C．2个 D．3个

**二、填空题（本大题共8个小题，每小题4分，共32分）**

11．（4分）因式分解：4*a*2*b*﹣*b*＝　 　 ．

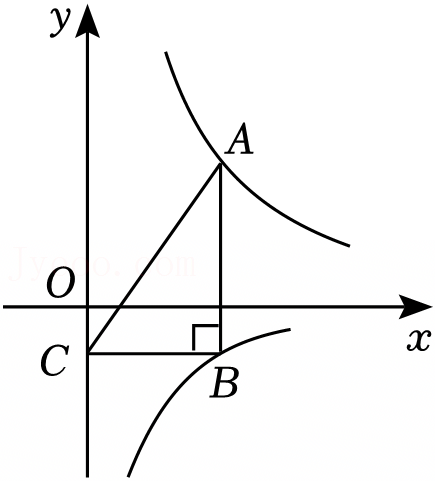
12．（4分）已知，且2*a*﹣*b*＝8，则*a*的值为　 　 ．

13．（4分）如图是两个可以自由转动的转盘，每个转盘被分成面积相等的几个扇形．如果小君转动两个转盘各一次，转盘停止后（指针指在分界线时重转），指针指向的数字之和为奇数的概率是　 　 ．

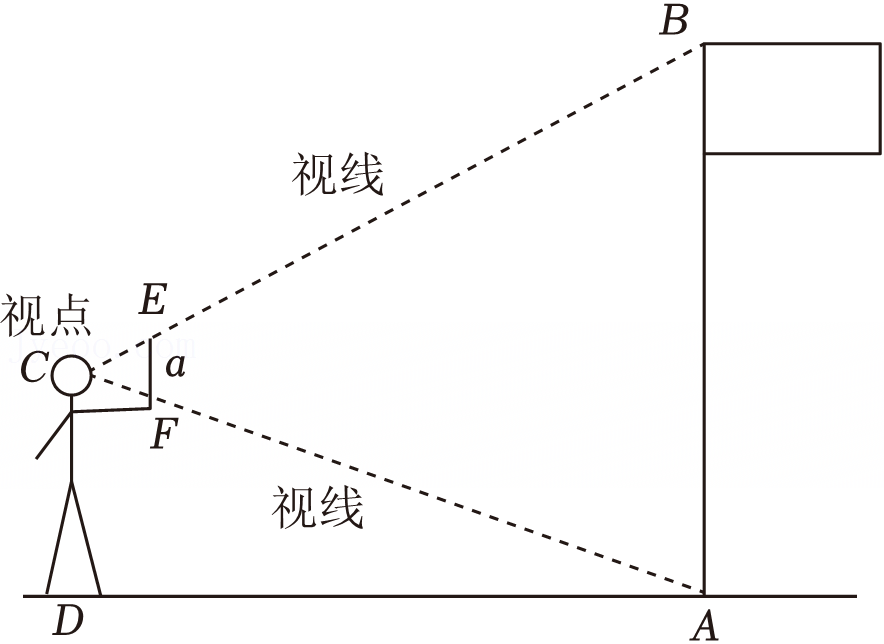


14．（4分）若*m*，*n*是一元二次方程*x*2﹣5*x*+2＝0的两个根，则的值为　 　 ．

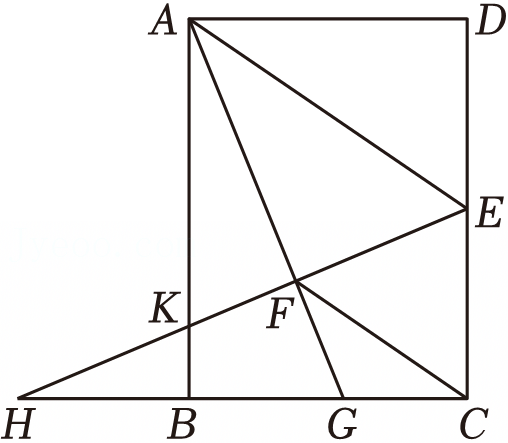
15．（4分）如图，点*A*在反比例函数*y*（*x*＞0）的图象上，点*B*在反比例函数*y*（*x*＞0）的图象上，且*AB*∥*y*轴，*BC*⊥*AB*交*y*轴于点*C*，连接*AC*，若△*ABC*的面积为5，则*k*的值为　 　 ．



16．（4分）在数学综合与实践活动课上，小南提出利用现有的小尺来测量学校旗杆的高度．如图，小南把手臂水平向前伸直，手持小尺保持竖直，瞄准小尺的两端*E*、*F*，不断调整站立的位置，使站在点*D*处正好看到旗杆的底部*A*和顶部*B*，如果小南的手臂长*l*＝50*cm*，小尺的长*a*＝15*cm*，点*D*到旗杆底部的距离*AD*＝40*m*，则旗杆的高度为　 　 *m*．



17．（4分）如图，在矩形*ABCD* 中，点*E*为*CD*中点，连接*AE*，将△*ADE* 沿直线*AE*翻折到矩形*ABCD*所在的平面内，得△*AFE*，延长*AF*交*BC*于点*G*，延长*EF*交*AB*于点*K*，交*CB*延长线于点*H*，连接*CF*，若*AB*＝12，*AD*＝9，则*KF*＝　 　 ，　 　 ．



18．（4分）如果一个四位自然数的各个数位上的数字互不相等且均不为0，满足*ab*﹣*bc*＝*bc*﹣*cd*，那么称这个四位数为“等差递减数”例如：四位数9753，∴97﹣75＝75﹣53，∴9753是“等差递减数”；又如四位数5681，∵56﹣68≠68﹣81，∴5681不是“等差递减数”，则最小的“等差递减数”为 　 　 ；对一个“等差递减数”*M*，记*M*'，*M*″，*F*（*M*），若*c*+*F*（*M*）＝21，则满足条件的*M*最大值为 　 　 ．

**三、解答题（本大题共6个小题，19题8分，20-24题每题10分，共58分）**

19．（8分）解下列方程：

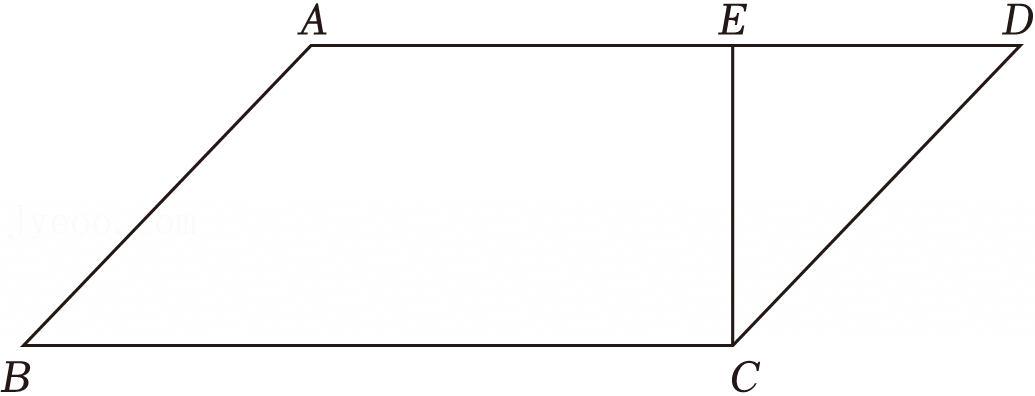
（1）；

（2）（*x*+2）2＝5（*x*+2）．

20．（10分）（1）化简：；

（2）解不等式组：，并写出该不等式组的所有整数解．

21．（10分）如图，在平行四边形*ABCD*中，*CE*⊥*AD*于点*E*，*AB*＝*AE*．



（1）用尺规作∠*ADC*的角平分线，交*BC*于点*F*，连接*AF*（不写作法，保留作图痕迹）．

（2）在（1）的条件下，求证：四边形*AFCE*为矩形．

证明：∵四边形*ABCD*是平行四边形，

∴*AD*∥*BC*，　 　 ．

∴∠*ADF*＝∠*DFC*．

∵*DF*平分∠*ADC*，

∴　 　 ．

∴∠*DFC*＝∠*CDF*，

∴　 　 ．

∵*AB*＝*AE*，

∴*AE*＝*CD*＝*CF*．

∵*AE*∥*CF*且*AE*＝*CF*

∴四边形*AFCE*为平行四边形．

∵*CE*⊥*AD*，

∴　 　 ．

∴平行四边形*AFCE*为矩形（ 　 　 ）（填推理的依据）．

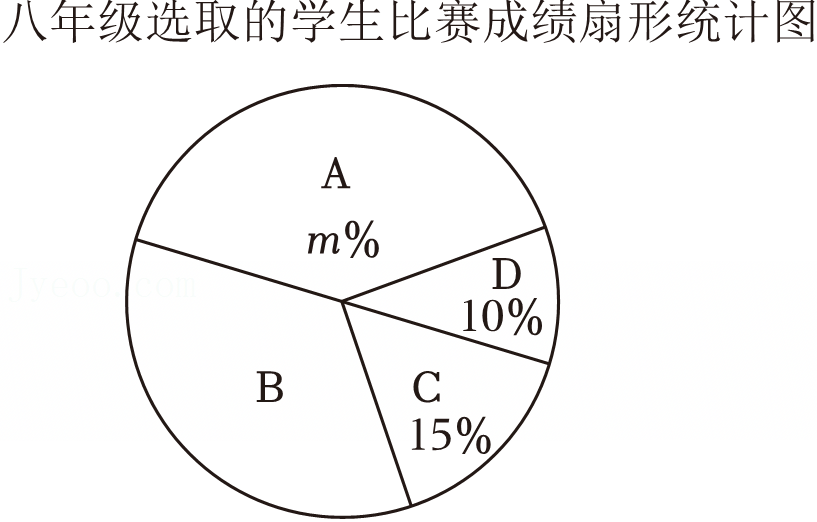
22．（10分）为迎接2025年重庆市青少年信息素养科普创新系列活动，开心中学特开展了“提升信息素养，智领科创未来”的科普讲座，并举行信息知识挑战赛．现从七、八年级参赛学生中各随机抽取20名学生的成绩进行统计、整理和分析（成绩得分用*x*表示，共分为四个组*A*：90≤*x*≤100，*B*：80≤*x*＜90，*C*：70≤*x*＜80，*D*：*x*＜70，得分在90分及以上为优秀）．下面给出了部分信息：

七年级20名学生在挑战赛中的比赛成绩为：99，97，94，92，92，92，92，91，90，83，83，82，81，80，77，75，74，71，69，66．

八年级20名学生在挑战赛中的比赛成绩在*B*组的数据为：81，82，80，86，82，84，88．

七、八年级选取的学生比赛成绩统计表

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 年级 | 平均数 | 中位数 | 众数 | 优秀率 |
| 七年级 | 84 | 83 | *a* | 45% |
| 八年级 | 84 | *b* | 91 | *m*% |



根据以上信息，解答下列问题：

（1）填空：*a*＝ 　 　 *b*＝ 　 　 ，*m*＝ 　 　 ．

（2）根据以上数据，你认为该校七、八年级学生在挑战赛中，哪个年级学生对“信息知识”的了解情况更好？请说明理由（写出一条理由即可）；

（3）该校七、八年级共有1200名学生参加了此次信息知识挑战赛，请估计该校七、八年级学生在此次比赛中，比赛成绩为优秀的学生总人数．

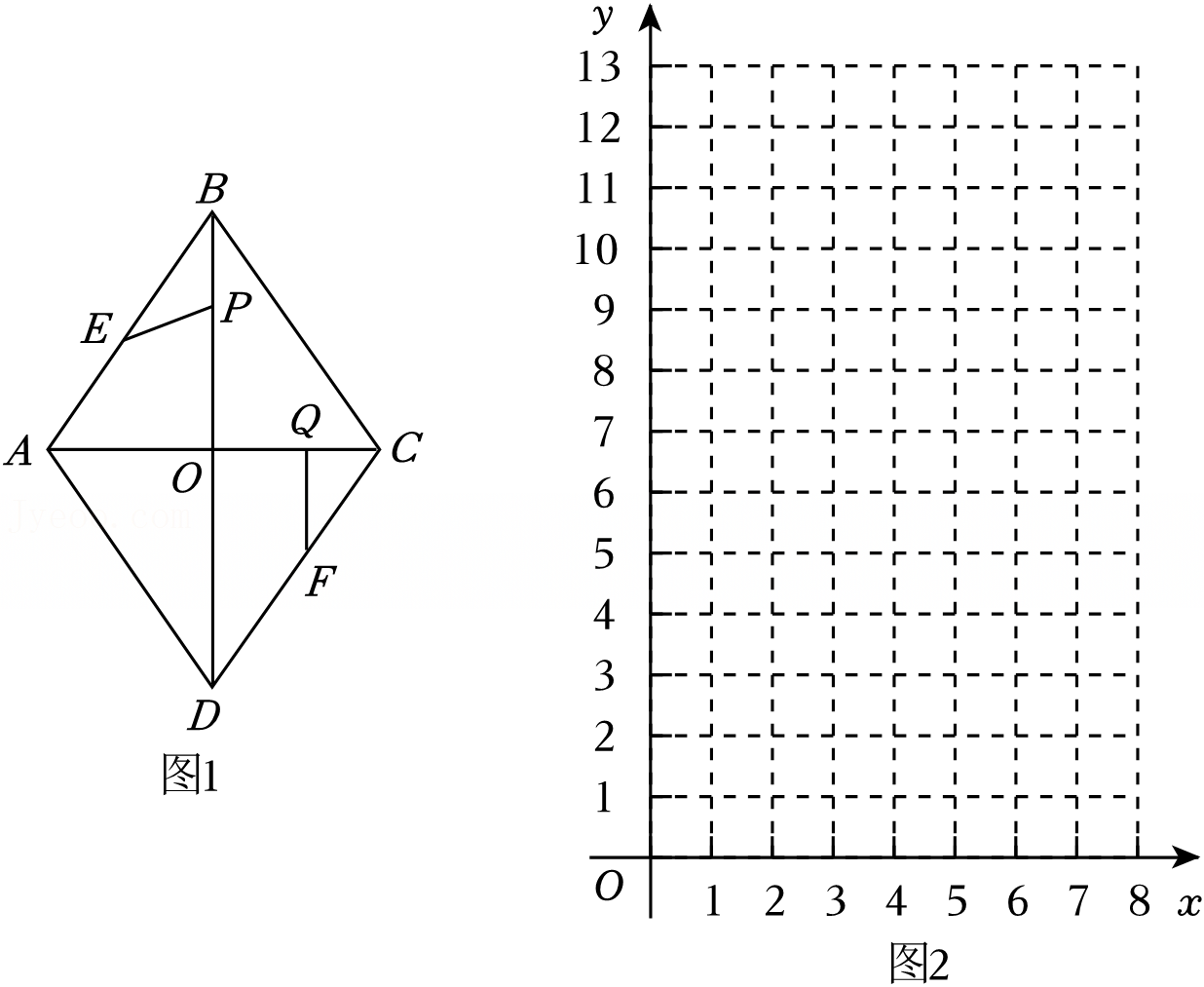
23．（10分）列方程解下列问题：

卤鹅是重庆荣昌非遗美食，深受游客喜爱．五一节前夕，甲、乙两个卤鹅生产商计划卤制卤鹅供应市场．甲、乙两个生产商同一天开始卤制卤鹅．甲生产商计划卤制180只卤鹅，乙生产商计划卤制160只卤鹅．乙生产商平均每天卤制的卤鹅数量是甲生产商的倍，结果乙生产商刚好比甲生产商提前2天完成卤制．

（1）求甲、乙两个生产商计划各用多少天完成卤制？

（2）卤鹅的成本为60元/只，目前可以以99元/只的价格出售．为保证五一期间能顺利供应市场，甲生产商卤制完成后，决定将卤鹅储藏起来择机出售．如果储藏起来，平均每天会有2只卤鹅因变质坏掉，且每天需支付各种费用324元，但同时每天每只卤鹅的价格将上涨3元，若甲生产商想通过出售这批卤鹅获得7020元的利润，需将该批卤鹅储藏多少天后一次性售出？

24．（10分）如图1，在菱形*ABCD*中，对角线*AC*，*BD*相交于点*O*．*AB*＝10，*AC*＝12，点*E*是*AB*的中点．动点*P*从点*B*出发，沿折线*B*→*O*→*A*方向以每秒2个单位长度的速度运动．动点*Q*从*C*出发，沿*C*→*O*方向以每秒0.5个单位长度的速度运动．当点*P*到达点*A*时，点*P*与点*Q*同时停止运动．过点*Q*作*QF*∥*BD*交*CD*于点*F*．设运动时间为*x*秒（0＜*x*＜7），记△*BEP*的面积为*y*1，△*COD*的周长与△*CQF*的周长之比为*y*2．



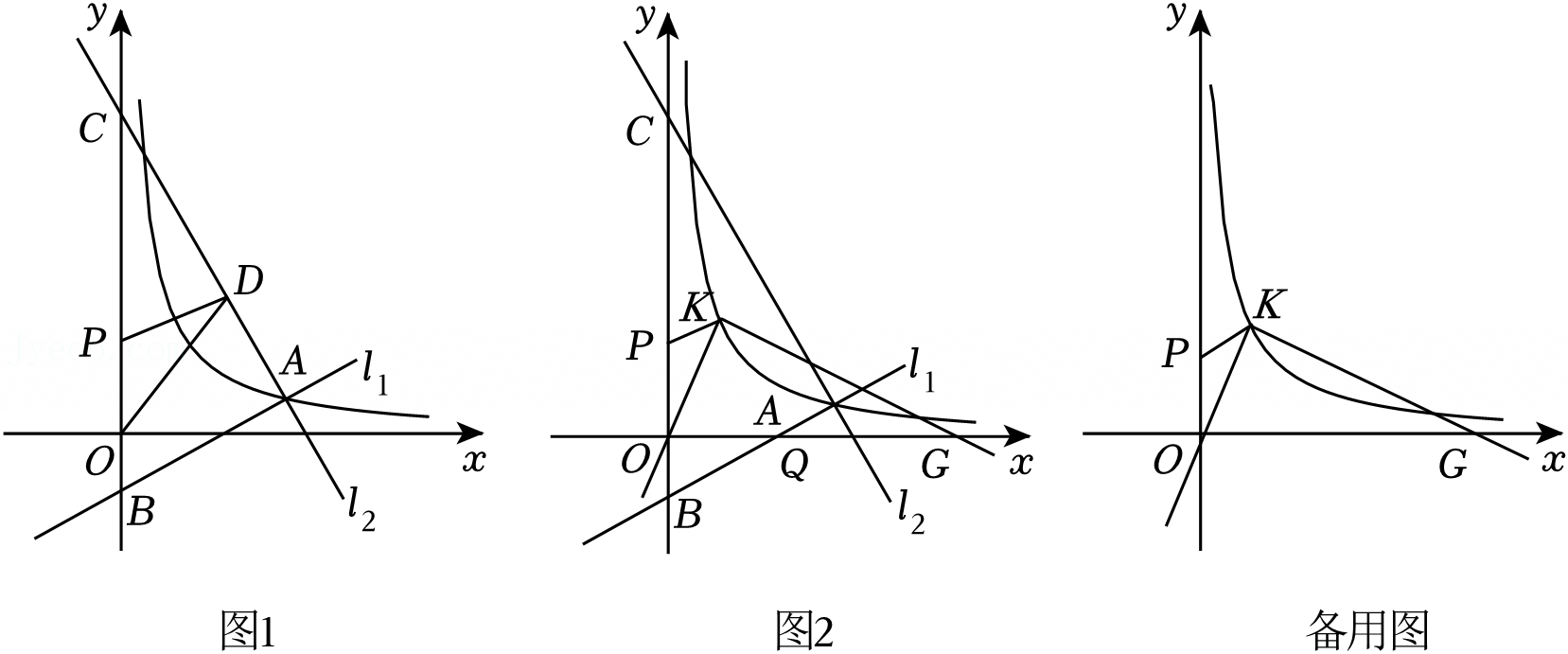
（1）请直接写出*y*1，*y*2分别关于*x*的函数表达式，并注明自变量*x*的取值范围；

（2）在给定平面直角坐标系中，画出函数*y*1，*y*2的图象，并写出函数*y*1的一条性质；

（3）结合函数图象，直接写出*y*1≥*y*2时*x*的取值范围（近似值保留小数点后一位，误差不超过0.2）．

**四、解答题（本大题共2个小题，每小题10分，共20分）**

25．（10分）如图1，直线*l*1：与反比例函数在第一象限内的图象交于*A*（*m*，1）点，交*y*轴于点*B*．

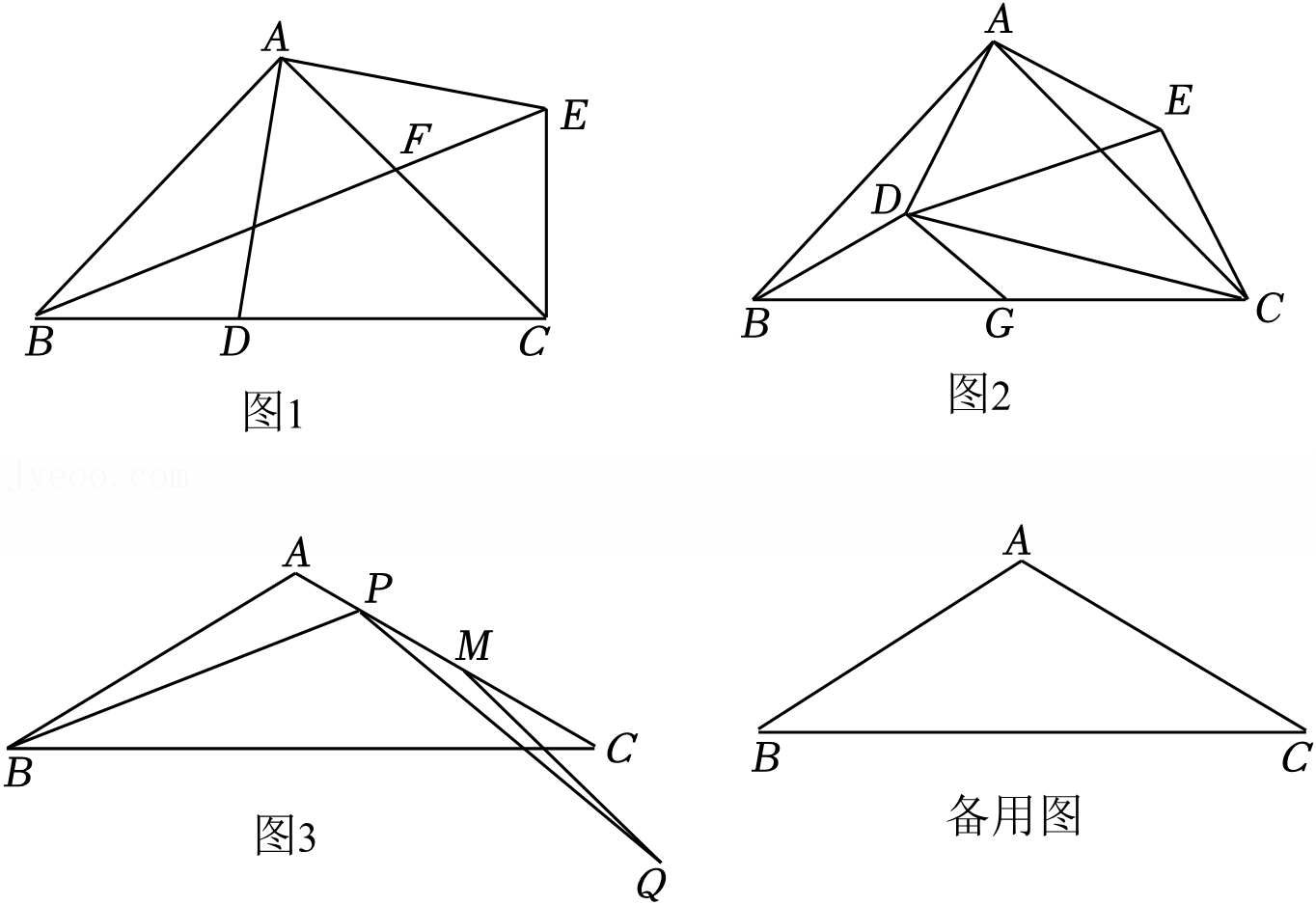


（1）求反比例函数的表达式；

（2）过点*A*作直线*l*2垂直于直线*l*1，交*y*轴于点*C*（0，10），点*D*是线段*AC*上一点，连接*OD*，若四边形*ABOD*的面积为，点*P*为*y*轴上一动点，连接*DP*，求的最小值及此时*P*点的坐标；

（3）如图2，在（2）的条件下，点*K*为反比例函数在第一象限内的图象上一点，连接*KP*，将射线*KO*绕*K*点逆时针旋转90°，交*x*轴于点*G*，若，则在*x*轴上是否存在点*Q*，使得∠*KQO*﹣∠*KGO*＝∠*OKP*，若存在，请写出所有符合条件的*Q*点坐标，并写出求解点*Q*的坐标的其中一种情况的过程．

26．（10分）在△*ABC*中，*AB*＝*AC*，*D*是平面内一点，连接*AD*，将*AD*绕点*A*逆时针旋转90°至*AE*的位置，连接*CE*．



（1）如图1，点*D*在*BC*边上（不与端点重合），当∠*BAC*＝90°时，连接*BE*交*AC*于点*F*，若*BE*平分∠*ABC*，*BD*＝2，求*AF*的长；

（2）如图2，点*D*在△*ABC*内部，当∠*BAC*＝90°时，*G*为*BC*边中点，连接*BD*，*CD*，*DG*，若∠*ABD*＝∠*BCD*，用等式表示线段*DG*与*AD*的数量关系并证明；

（3）如图3，当∠*BAC*＝120°时，点*P*是直线*AC*上一动点，连接*BP*，将*BP*绕点*P*逆时针旋转120°得到*PQ*，*M*为*AC*的中点，在*P*的运动过程中，当*MQ*取得最小值时，在边*AB*上取点*R*、在射线*CQ*上取点*T*，且，连接*PR*、*RT*，在*R*、*T*的运动过程中，直接写出的最小值．

**2024-2025学年重庆市沙坪坝区南开中学八年级（下）期末数学试卷**

**参考答案与试题解析**

**一．选择题（共10小题）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 答案 | C | A | C | D | B | B | D | A | C | C |

**一、选择题（本大题共10个小题，每小题4分，共40分）**

1．【分析】一般地，如果*A*、*B*（*B*≠0）表示两个整式，且*B*中含有字母，那么式子就叫做分式，由此判断即可．

【解答】解：*A*、不是分式，故此选项不符合题意；

*B*、不是分式，故此选项不符合题意；

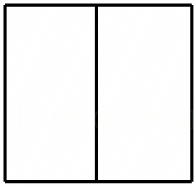
*C*、是分式，故此选项符合题意；

*D*、不是分式，故此选项不符合题意；

故选：*C*．

【点评】本题考查了分式的定义，熟练掌握分式的定义是解题的关键．

2．【分析】根据俯视图的定义，即可得出答案．

【解答】解：如图所示的正三棱柱的俯视图是，

故选：*A*．

【点评】本题考查简单几何体的三视图，熟练掌握俯视图是从上往下看得到的图形是解题的关键．

3．【分析】把*x*＝1代入一元二次方程得到1+*m*﹣3＝0，然后解关于*m*的一次方程即可．

【解答】解：把*x*＝1代入方程*x*2+*mx*﹣3＝0得1+*m*﹣3＝0，

解得*m*＝2．

故选：*C*．

【点评】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解．

4．【分析】根据位似图形的概念得到△*ABC*∽△*DEF*，*AC*∥*DF*，得到△*AOC*∽△*DOD*，根据相似三角形的性质求出*AC*：*DF*，再根据相似三角形的面积比等于相似比的平方计算．

【解答】解：∵△*ABC*与△*DEF*是以点*O*为位似中心的位似图形，

∴△*ABC*∽△*DEF*，*AC*∥*DF*，

∴△*AOC*∽△*DOD*，

∴*AC*：*DF*＝*OA*：*OD*＝3：1，

∴△*ABC*的面积与△*DEF*的面积之比为9：1，

故选：*D*．

【点评】本题考查的是位似变换，掌握位似图形的概念、相似三角形的性质是解题的关键．

5．【分析】根据反比例函数的性质即可逐一分析找出正确选项．

【解答】解：*A*．当*x*＝1时，*y*2，所以图象经过点（1，2），说法不正确，不合题意；

*B*．反比例函数的图象关于原点成中心对称，故说法正确，符合题意；

*C*．*k*＝2＞0，则图象位于第一、三象限，故说法不正确，不合题意；

*D*．*k*＝2＞0，则图象在第一、三象限内，*y*随*x*的增大而减小，所以当*x*＞0时，*y*随*x*的增大而减小，故说法错误，不符合题意；

故选：*B*．

【点评】本题考查反比例函数的性质，准确理解反比例函数的性质是解题关键，可结合图象更易于分析．

6．【分析】根据第一个月的进馆人次数及进馆人次的月平均增长率，可得出第二个月进馆1250（1+*x*）人次，第三个月进馆1250（1+*x*）2人次，结合第三个月进馆1800人次，即可得出关于*x*的一元二次方程，此题得解．

【解答】解：根据题意得：1250（1+*x*）2＝1800．

故选：*B*．

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

7．【分析】设*DE*＝*a*，则*AB*＝*AD*＝2*a*，*AE*＝*a*，由勾股定理得*BE*，根据直角三角形斜边中线的性质得*AFBE*，由此得*a*，进而得*AB*＝2*a*，由此即可得出正方形*ABCD*的面积．

【解答】解：设*DE*＝*a*，

∵*DEAD*，

∴*AD*＝2*DE*＝2*a*，

∴*AE*＝*AD*﹣*DE*＝*a*，

在正方形*ABCD*中，*AB*＝*AD*＝2*a*，∠*BAE*＝90°，

在Rt△*ABE*中，由勾股定理得：*BE*，

∵点*F*是*BE*的中点，

∴*AF*是Rt△*ABE*斜边上的中线，

∴*AFBE*，

∵*AF*的长为，

∴，

∴*a*，

∴*AB*＝2*a*，

∴正方形*ABCD*的面积为：*AB*220．

故选：*D*．

【点评】此题主要考查了正方形的性质，理解正方形的性质，熟练掌握直角三角形斜边中线的性质，勾股定理是解决问题的关键．

8．【分析】由一元二次方程有两个不相等的实数根得到根的判别式大于0，求出*a*的范围，表示出分式方程的解，由解为正整数确定出*a*的值，求出之和即可．

【解答】解：由条件可知：Δ＝42﹣4（*a*+6）＞0，

解得：*a*＜﹣2，

分式方程，

去分母得：*ay*+*y*﹣1＝﹣7，

解得：*y*，

∵分式方程的解为正整数，

∴为负整数，

∵*a*＜﹣2，

∴*a*+1＜﹣1，

∴*a*+1＝﹣2，﹣3，﹣6，

∴整数*a*＝﹣3，﹣4，﹣7，

∵*y*≠1，

∴整数*a*＝﹣3，﹣4，

则符合条件的所有整数*a*的值之和为﹣7．

故选：*A*．

【点评】此题考查了根的判别式，以及分式方程的解，熟练掌握一元二次方程根的判别式与方程解的情况之间的关系是解本题的关键．

9．【分析】设∠*BFC*＝*x*，由外角的性质可得∠*BDC*＝*x*﹣α，由线段垂直平分线的性质可得*AF*＝*BF*，可得∠*ABD*＝∠*BAF*＝*x*﹣α，由*SAS*可证△*ABF*≌△*CBF*，可得∠*AFB*＝∠*BFC*，列出方程可求解．

【解答】解：如图，连接*AF*，设∠*BFC*＝*x*，

∵∠*BFC*＝∠*BDC*+∠*DCF*，

∴∠*BDC*＝*x*﹣α，

∵四边形*ABCD*是菱形，

∴*AB*∥*CD*，∠*ABD*＝∠*DBC*，*AB*＝*BC*，

∴∠*ABD*＝∠*BDC*＝*x*﹣α，

∵*EF*垂直平分*AB*，

∴*AF*＝*BF*，

∴∠*ABD*＝∠*BAF*＝*x*﹣α，

∴∠*AFB*＝180°﹣2*x*﹣2α，

∵*BF*＝*BF*，∠*ABD*＝∠*DBC*，*AB*＝*BC*，

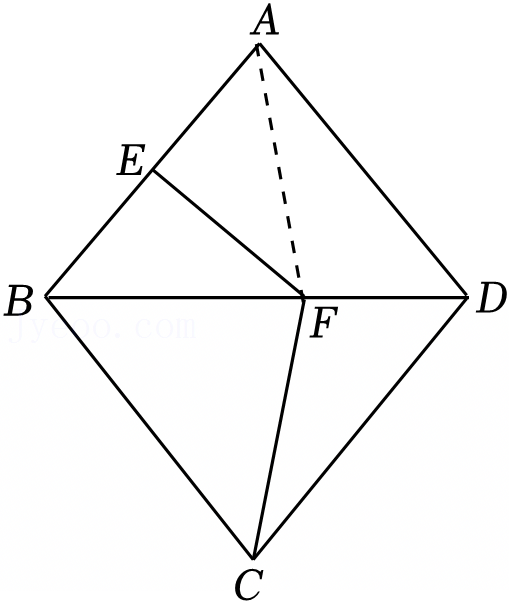
∴△*ABF*≌△*CBF*（*SAS*），

∴∠*AFB*＝∠*BFC*，

∴180°﹣2*x*﹣2α＝*x*，

∴*x*＝60°α，

故选：*C*．



【点评】本题考查了菱形的性质，全等三角形的判定和性质，线段垂直平分线的性质，灵活运用这些性质解决问题是解题的关键．

10．【分析】根据整式的特征，逐一代入对应的特值，分析计算即可，整除问题中，分子的分母的倍数，取值计算即可．

【解答】解：对于①，*n*＝2，*t*＝3时，则*a*1+*a*2＝3，

若*a*1＝1，*a*2＝2，

则*x*2+*x*+*a*0，

系数均为整数，故①符合题意；

对于②，*n*＝3，*t*＝5，则*a*1+*a*2+*a*3＝5，

依次取值可得整式*M*3共有6种，故②符合题意；

对于③，∵*a*1＝*a*2＝⋯＝*an*，*a*0＝1，*t*＝6，

∴6*a*＝6，

∴*a*＝1，

当*x*＝1时，*M*6+6*k*＝22+6*k*，

*M*3+3*k*＝7+3*k*，

为整数，则为整数，

∴当*k*＞0时，，

故③不符合题意．

故选：*C*．

【点评】本题考查了多项式整系数的判定，以及整除问题，理解题意计算是解题的关键．

**二、填空题（本大题共8个小题，每小题4分，共32分）**

11．【分析】先提公因式，再用公式法因式分解即可．

【解答】解：4*a*2*b*﹣*b*

＝*b*（4*a*2﹣1）

＝*b*（2*a*+1）（2*a*﹣1），

故答案为：*b*（2*a*+1）（2*a*﹣1）．

【点评】本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解题的关键．

12．【分析】根据比的性质解答即可．

【解答】解：设（*k*≠0），

则*a*＝3*k*，*b*＝2*k*，

∵2*a*﹣*b*＝8，

∴6*k*﹣2*k*＝8，

解得*k*＝2，

∴*a*＝3*k*＝6．

故答案为：6．

【点评】本题考查了比的应用，掌握比的性质是解答本题的关键．

13．【分析】画树状图展示所有6种等可能的结果，再找出两个指针所指区域的数字之和为奇数的结果数，然后根据概率公式计算．

【解答】解：列表如下：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| 3 | 4 | 5 |
| 4 | 5 | 6 |
| 5 | 6 | 7 |

由表知，共有6种等可能结果，其中指针指向的数字之和为奇数的有3种结果，

所以指针指向的数字之和为奇数的概率为，

故答案为：．

【点评】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有可能的结果求出*n*，再从中选出符合事件*A*或*B*的结果数目*m*，然后根据概率公式计算事件*A*或事件*B*的概率．

14．【分析】利用根与系数的关系得*m*+*n*＝5，*mn*＝2，然后把所给代数式通分后代入求解即可．

【解答】解：由根与系数的关系得，

*m*+*n*＝5，*mn*＝2，

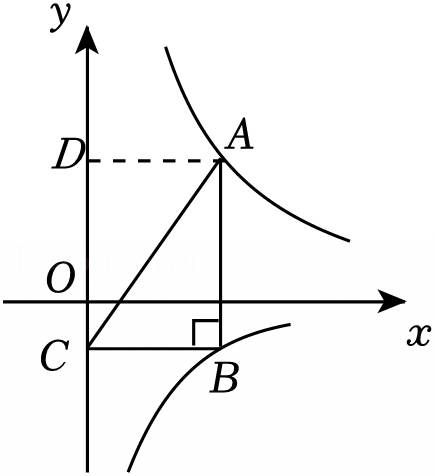
则．

故答案为：．

【点评】此题考查了一元二次方程根与系数的关系，解题的关键是熟记：一元二次方程*ax*2+*bx*+*c*＝0（*a*≠0）的两个根为*x*1，*x*2，则*x*1+*x*2，*x*1•*x*2．

15．【分析】根据反比例函数*k*值的几何意义解答即可．

【解答】解：如图，作*AD*⊥*y*轴，垂足为点*D*，



∵△*ABC*的面积为5，

∴矩形*ABCD*的面积＝10，即*k*﹣（﹣3）＝10，

解得*k*＝7．

故答案为：7．

【点评】本题考查了反比例函数*k*值的几何意义，熟练掌握该知识点是关键．

16．【分析】作*CH*⊥*AB*于*H*，交*EF*于*P*，如图，则*CH*＝*DA*＝40*m*，*CP*＝50*cm*＝0.5*m*，*EF*＝15*cm*＝0.15*m*，证明△*CEF*∽△*CBA*，然后利用相似比计算出*AB*即可．

【解答】解：作*CH*⊥*AB*于*H*，交*EF*于*P*，如图，则*CH*＝*DA*＝40*m*，*CP*＝50*cm*＝0.5*m*，*EF*＝15*cm*＝0.15*m*，

∵*EF*∥*AB*，

∴△*CEF*∽△*CBA*，

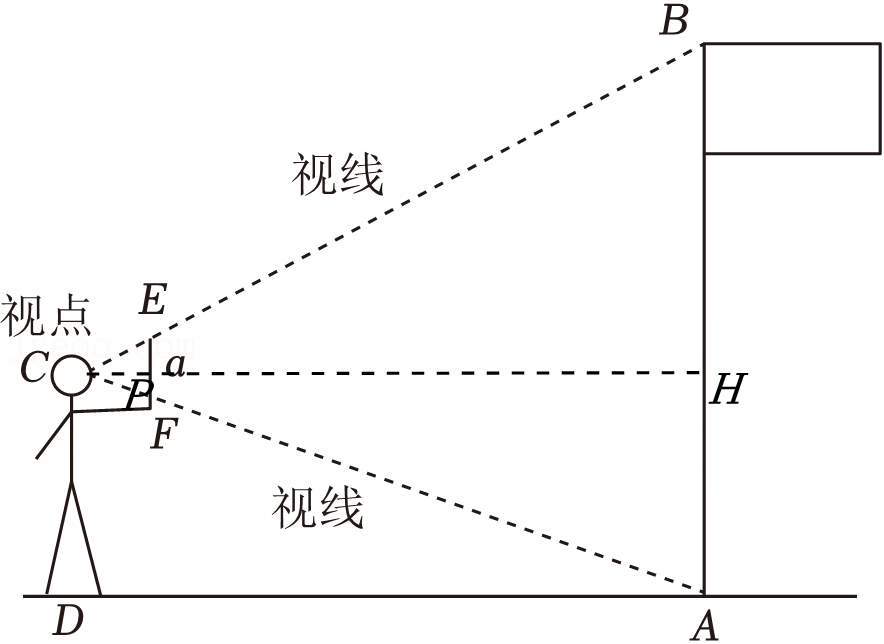
∴，

即，

∴*AB*＝12，

即旗杆的高度12*m*．

故答案为：12．



【点评】本题考查了相似三角形的应用：利用杆或直尺测量物体的高度就是利用杆或直尺的高（长）作为三角形的边，利用视点和盲区的知识构建相似三角形，用相似三角形对应边的比相等的性质求物体的高度．

17．【分析】设*KF*＝*x*，由翻折可得：*EF*＝*DE*＝6，*AF*＝*AD*＝9，∠*D*＝∠*AFE*＝90°＝∠*AFK*，∠*AED*＝∠*AEF*，即可得*AK*＝*EK*＝6+*x*，从而*x*2+92＝（6+*x*）2，解得*xKF*，以*B*为原点，*BC*所在直线为*x*轴，建立直角坐标系，过*F*作*MN*∥*BC*交*AB*于*M*，交*CD*于*N*，用面积法和勾股定理可得*F*（，），即得*CF*，直线*EF*解析式为*yx*，求出*H*（，0），可得*FH*，故．

【解答】解：设*KF*＝*x*，

∵*E*为*CD*中点，*CD*＝*AB*＝12，

∴*DE*＝*CE*＝6，

由翻折可得：*EF*＝*DE*＝6，*AF*＝*AD*＝9，∠*D*＝∠*AFE*＝90°＝∠*AFK*，∠*AED*＝∠*AEF*，

∴*EK*＝*EF*+*KF*＝6+*x*，

∵*AB*∥*CD*，

∴∠*AED*＝∠*EAK*，

∴∠*AEF*＝∠*EAK*，

∴*AK*＝*EK*＝6+*x*，

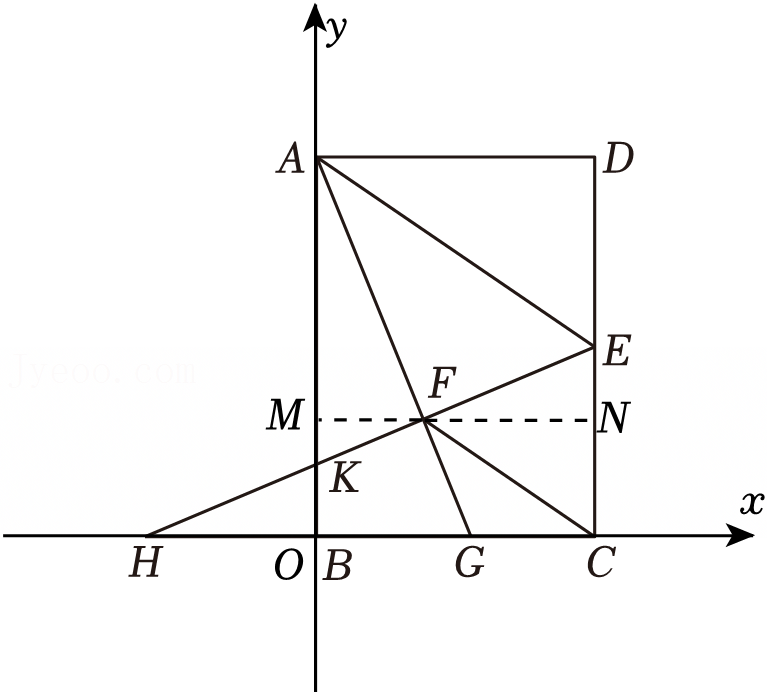
∵*KF*2+*AF*2＝*AK*2，

∴*x*2+92＝（6+*x*）2，

解得*x*，

∴*KF*，

以*B*为原点，*BC*所在直线为*x*轴，建立直角坐标系，过*F*作*MN*∥*BC*交*AB*于*M*，交*CD*于*N*，如图：



∵*KF*，

∴*EK*＝*KF*+*EF*6*AK*，

∵2*S*△*AKF*＝*AF*•*KF*＝*AK*•*FM*，

∴*FM*，

∴*AM*，

∴*BM*＝*AB*﹣*AM*＝12，

∴*F*（，），

∵*BC*＝9，*CE*＝6，

∴*C*（9，0），*E*（9，6），

∴*CF*，

由*E*（9，6），*F*（，）可得直线*EF*解析式为*yx*，

令*y*＝0得*x*，

∴*H*（，0），

∴*FH*，

∴；

故答案为：，．

【点评】本题考查矩形中的翻折问题，解题的关键是掌握翻折的性质，求出*FH*，*CF*的长度．

18．【分析】设一个“等差递减数”是，则根据“等差递减数”的定义可得10*a*﹣19*b*+8*c*+*d*＝0，要使这个数最小，则千位数字最小，先尝试*a*＝1，此时再从*b*＝2开始尝试，可以依次确定*b*，*c*，*d*的值，从而可得最小的“等差递减数”；

首先由题意得10*a*﹣19*b*+8*c*+*d*＝0，接着对*F*（*M*）进行化简，结合“各个数位上的数字互不相等且均不为0”和“*c*+*F*（*M*）＝21”，得到*a*﹣*b*＝2，*d*＝1，要使*M*最大，则*a*应尽可能最大，分情况讨论*a*的取值，即可得解．

【解答】解：设一个“等差递减数”是，

则根据“等差递减数”的定义可得（10*a*+*b*）﹣（10*b*+*c*）＝（10*b*+*c*）﹣（10*c*+*d*），

即10*a*﹣19*b*+8*c*+*d*＝0，

要使这个数最小，则*a*应尽可能最小，

先尝试*a*＝1，则10+8*c*+*d*＝19*b*，

此时尝试*b*＝2，则8*c*+*d*＝28，

此时尝试*c*＝3，则*d*＝4，

∵*a*，*b*，*c*，*d*不相等且均不等于0，∴符合题意，

故最小的“等差递减数”为1234；

对于“等差递减数”*M*，由题意得10*a*﹣19*b*+8*c*+*d*＝0．

∵*M*'，*M*″，

∴*F*（*M*）10*a*﹣10*b*﹣*c*+*d*．

∵*c*+*F*（*M*）＝21，

∴10*a*﹣10*b*+*d*＝21，即10（*a*﹣*b*）+*d*＝21．

∵1≤*a*，*b*，*d*≤9，且*a*≠*b*≠*d*，

∴*a*﹣*b*＝2，*d*＝1．

∴10*a*﹣19*b*+8*c*+1＝0．

要使*M*最大，则*a*应尽可能最大，

若*a*＝9，则*b*＝7，此时10×9﹣19×7+8*c*+1＝0，解得*c*＝5.25，不符合题意，舍去；

若*a*＝8，则*b*＝6，此时10×8﹣19×6+8*c*+1＝0，解得*c*＝4.125，不符合题意，舍去；

若*a*＝7，则*b*＝5，此时10×7﹣19×5+8*c*+1＝0，解得*c*＝3，符合题意，此时*M*＝7531，

故满足条件的*M*最大值为7531，

故答案为：1234；7531．

【点评】本题主要考查了整式的加减，掌握“等差递减数”的定义是解题的关键．

**三、解答题（本大题共6个小题，19题8分，20-24题每题10分，共58分）**

19．【分析】（1）去分母、移项、合并同类项、系数化为1即可求得分式方程的解，最后把解代入分母检验即可；

（2）利用因式分解法解一元二次方程即可．

【解答】解：（1）1，

去分母得，*x*+*x*﹣3＝1，

移项得，*x*+*x*＝1+3，

合并同类项得，2*x*＝4，

系数化为1得，*x*＝2，

检验：把*x*＝2代入*x*﹣3中得，*x*﹣3＝2﹣3＝﹣1≠0，

∴*x*＝2是分式方程的解．

（2）（*x*+2）2＝5（*x*+2），

∴（*x*+2）2﹣5（*x*+2）＝0，

（*x*+2）（*x*+2﹣5）＝0，

（*x*+2）（ *x*﹣3）＝0，

∴*x*+2 ＝0或*x*﹣3＝0，

∴*x*1＝﹣2，*x*2＝3．

【点评】本题主要考查了分式方程和一元二次方程的解法，熟练掌握以上方程的运算方法是解题的关键．

20．【分析】（1）先通分括号内的式子，然后将除法转化为乘法，然后约分即可；

（2）先求出每个不等式的解集，即可得到不等式组的解集，然后写出该不等式组的所有整数解即可．

【解答】解：（1）

•

•

；

（2），

解不等式①，得：*x*，

解不等式②，得：*x*≥﹣1，

∴原不等式组的解集为﹣1≤*x*，

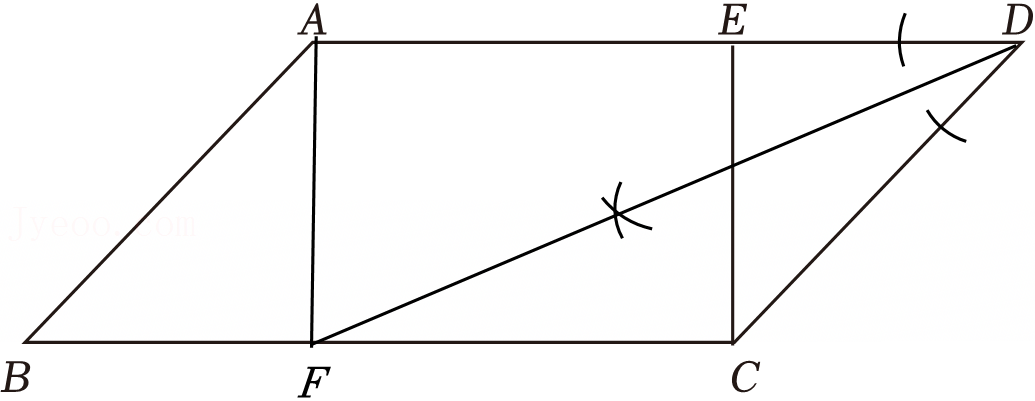
∴该不等式组的所有整数解是﹣1，0，1，2．

【点评】本题考查分式的混合运算、解一元一次不等式组，熟练掌握运算法则和解一元一次不等式（组）的方法是解答本题的关键．

21．【分析】（1）利用基本作图作∠*ADC*的平分线即可；

（2）先根据平行四边形的性质得到*AD*∥*BC*，*AB*＝*CD*，根据平行线的性质得到∠*ADF*＝∠*DFC*，再证明∠*DFC*＝∠*CDF*得到*CD*＝*CF*，所以*AB*＝*AE*＝*CD*＝*CF*，于是可判断四边形*AFCE*为平行四边形．然后利用*CE*⊥*AD*得到∠*AEC*＝90°，则根据矩形的判定方法得到结论．

【解答】解：（1）如图，*AF*为所作；



（2）证明：∵四边形*ABCD*是平行四边形，

∴*AD*∥*BC*，*AB*＝*CD*．

∴∠*ADF*＝∠*DFC*．

∵*DF*平分∠*ADC*，

∴∠*ADF*＝∠*CDF*，

∴∠*DFC*＝∠*CDF*，

∴*CD*＝*CF*，

∵*AB*＝*AE*，

∴*AE*＝*CD*＝*CF*．

∵*AE*∥*CF*且*AE*＝*CF*，

∴四边形*AFCE*为平行四边形，

∵*CE*⊥*AD*，

∴∠*AEC*＝90°，

∴平行四边形*AFCE*为矩形（有一个内角为直角的平行四边形为矩形）．

故答案为：*AB*＝*CD*，∠*ADF*＝∠*CDF*，*CD*＝*CF*，∠*AEC*＝90°，有一个内角为直角的平行四边形为矩形．

【点评】本题考查了作图﹣基本作图：熟练掌握5种基本作图是解决问题的关键．也考查了角平分线的性质、平行四边形的性质和矩形的判定．

22．【分析】（1）根据众数、中位数的定义即可求出*a*和*b*的值；用“1”分别减去其它三组所占百分比可得*m*的值；

（2）从平均数、中位数、众数的比较可得答案（答案不唯一）；

（3）利用样本估计总体解答即可．

【解答】解：（1）在七年级20名学生在挑战赛中的比赛成绩中，92分出现的次数最多，故众数*a*＝92；

把将八年级20名学生的成绩从小到大排列处在中间位置的两个数的平均数为85，即中位数*b*＝85；

*m*%＝1﹣10%﹣15%40%，即*a*＝40；

故答案为：92，85，40；

（2）八年级学生对“信息知识”的了解情况更好，利用如下：

因为两个年级的平均数相同，但八年级学生的中位数比七年级高，所以八年级学生对“信息知识”的了解情况更好．（答案不唯一）；

（3）1200510（人），

答：估计该校七、八年级学生在此次比赛中，比赛成绩为优秀的学生总人数大约为510人．

【点评】本题考查了平均数，中位数和众数，扇形统计图，用样本估计总体，掌握题意读懂统计图是解题的关键．

23．【分析】（1）设甲生产商计划用*x*天完成卤制，则乙生产商计划用（*x*﹣2）天完成卤制，根据甲生产商计划卤制180只卤鹅，乙生产商计划卤制160只卤鹅．乙生产商平均每天卤制的卤鹅数量是甲生产商的倍，列出分式方程，解方程即可；

（2）设需将该批卤鹅储藏*m*天后一次性售出，则售价为（99+3*m*）元，剩余（180﹣2*m*）只卤鹅，根据甲生产商想通过出售这批卤鹅获得7020元的利润，列出一元二次方程，解之取符合题意的值即可．

【解答】解：（1）设甲生产商计划用*x*天完成卤制，则乙生产商计划用（*x*﹣2）天完成卤制，

由题意得：，

解得：*x*＝6，

经检验，*x*＝6是原方程的解，且符合题意，

∴*x*﹣2＝4，

答：甲生产商计划用6天完成卤制，乙生产商计划用4天完成卤制；

（2）设需将该批卤鹅储藏*m*天后一次性售出，则售价为（99+3*m*）元，剩余（180﹣2*m*）只卤鹅，

由题意得：（99+3*m*）（180﹣2*m*）﹣60×180﹣324*m*＝7020，

整理得：*m*2﹣3*m*＝0，

解得：*m*1＝3，*m*2＝0（不符合题意，舍去），

答：需将该批卤鹅储藏3天后一次性售出．

【点评】本题考查了分式方程的应用以及一元二次方程的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出分式方程；（2）找准等量关系，正确列出一元二次方程．

24．【分析】（1）由勾股定理可求*BO*＝8，分两种情况讨论，由勾股定理和直角三角形的性质定理可求解；

（2）根据函数关系式画出函数图象即可；

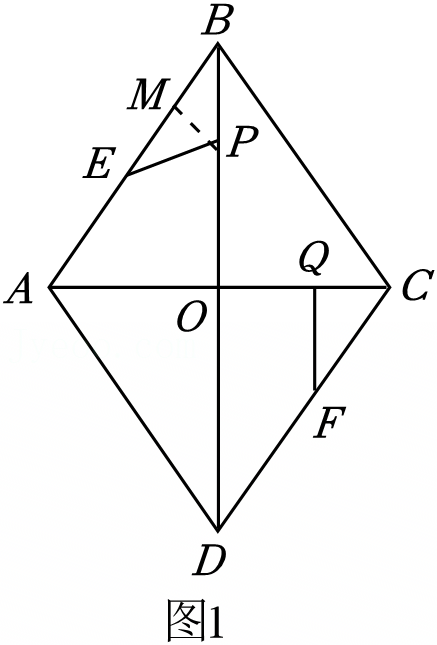
（3）根据函数的图象即可得到结论．

【解答】解：（1）∵四边形*ABCD*是菱形，*AB*＝10，*AC*＝6，

∴*OA*＝*OC*＝6，*AC*⊥*BD*，

∴*BC*8，

过点*P*作*PM*⊥*AB*于点*M*，



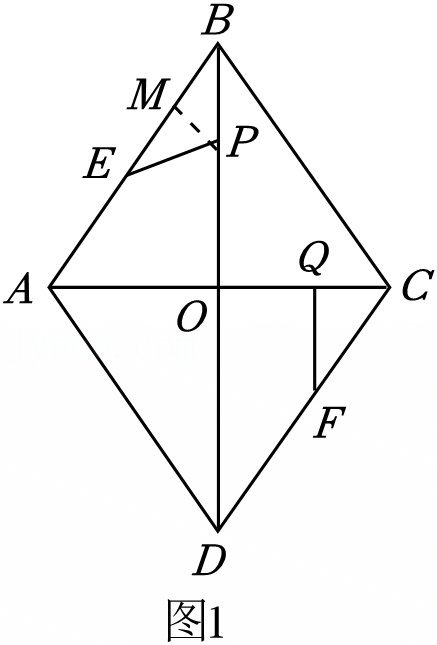
当0＜*x*≤4时，∵*BA*＝10，*BP*＝2*x*，sin∠*ABO*，

∴，

∴*PM*，

∴；

当4＜*x*＜7时，如图，过*P*作*PM*⊥*BA*于*M*，



同理可得sin∠*BAO*，

∴，

∴*PM*，

∴28﹣4*x*；

综上所述，；

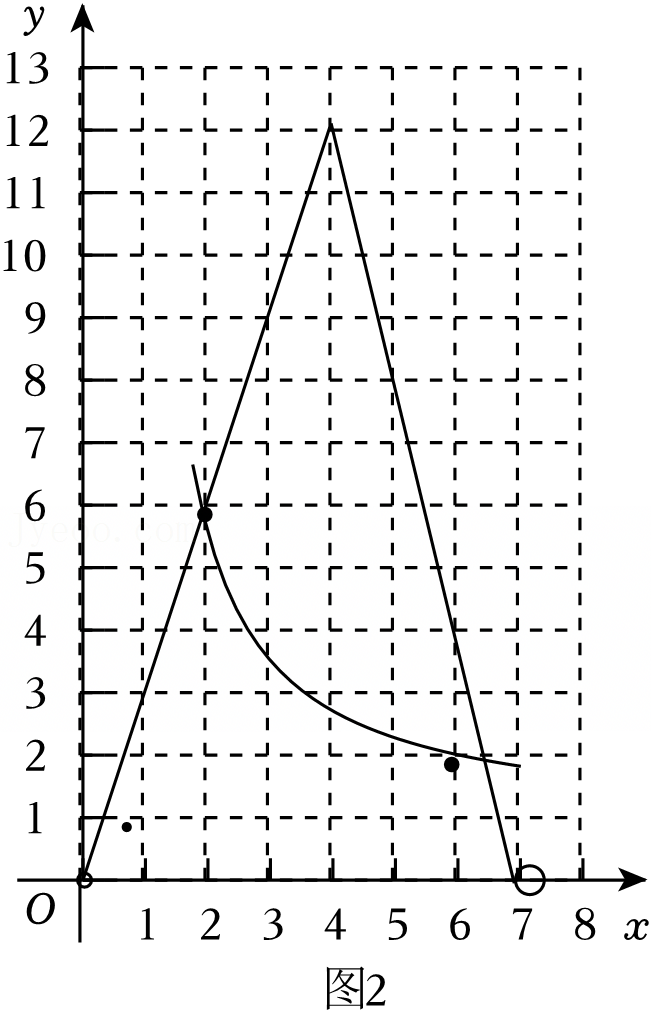
∵*QF*∥*DB*，

∴△*COD*∽△*CQF*，

∴（0＜*x*＜7）．

∴（0＜*x*＜7）；

（2）如图所示；



性质：当0＜*x*≤4时，*y*1随*x*的增大而增大；

（3）由图象知，当*y*1≥*y*2时，*x*的取值范围为2.0≤*x*≤6.5．

【点评】本题考查了一次函数的性质，反比例函数的性质，三角形的周长公式，相似三角形的判定和性质，勾股定理，直角三角形的性质，利用分类讨论思想解决问题是解题的关键．

**四、解答题（本大题共2个小题，每小题10分，共20分）**

25．【分析】（1）求反比例函数表达式，需先确定图象上一点的坐标；

（2）求*DPBP*的最小值及对应*P*点坐标，需结合坐标求解和几何变换；

（3）求符合∠*KQP*＝∠*KOP*的*Q*点坐标，需借助相似三角形和斜率分析．

【解答】解：（1）∵点*A*（*m*，1）在直线*yx*﹣2上，

∴点*A*（*m*，1）代入直线方程可得：*m*＝3；

解得*m*＝3，

∴点*A*的坐标为（3，1），

∵点*A*在反比例函数*y*（*k*＞0）的图象上，

∴将*A*点坐标代入反比例函数可得*k*＝3，

则反比例函数的表达式为*y*；

（2）设直线*AC*的解析式为*y*＝*ax*+*b*，

∵*A*（3，1），*C*（0，10），

∴，

解得*a*．

∴直线*AC*的解析式为*yx*+10，

对于直线*y*，令*x*＝0，则*y*＝﹣2，

∴*B*（0，﹣2），

∴*S*△*AOB*|*OB*|×*xA*2×33，

∵四边形*ABOD*的面积为8，

∴*S*△*AOD*＝*S*四边形*ABOD*﹣*S*△*AOB*＝5，

设*D*（*xD*，*yD*），

∴*S*△*AOD*|*OC*|×3|*OC*|×*xD*＝5，

解得*xD*＝2，

把*xD*＝2代入*yx*+10，得*yD*＝4，

∴*D*（2，4）．

过*B*作*l*3⊥*l*1，过*P*作*PH*⊥*l*3于*H*，过*D*作*DF*⊥*l*3于*F*，

∴四边形*DFBA*为矩形，

∴*DF*＝*AB*，

∵∠*CBA*＝60°，

∴∠*CBH*＝30°，

∴*PHBP*，

∴*DPBP*＝*DP*+*PH*≥*DF*，

∵*ABBC*＝6，

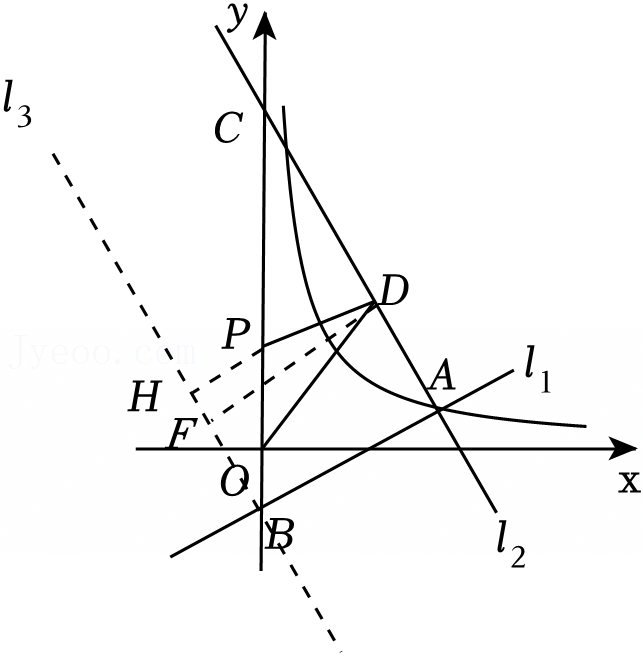
∴*DPBP*最小值为6，

设直线*DF*的解析式为：*yx*+*q*，

∴4＝2+*q*，

∴*q*＝2，

即*P*（0，2），



（3）符合条件的*Q*点坐标有（6，0），（﹣6，0），（9，0），（﹣9，0），

∵*y*，

设*K*为反比例函数上一点，坐标为（*a*，），

令（*O*为原点，*G*在*x*轴上），且∠*KQP*＝∠*KOP*（*Q*在*x*轴上）．

过*K*作*KM*⊥*y*轴于*M*，*KN*⊥*x*轴于*N*，

则*KM*＝|*a*|，*KN*＝||，∠*MKN*＝90°，

∵∠*GKO*＝90°，故∠*MKG*＝∠*NKO*，且∠*KMG*＝∠*KNO*＝90°，

∴△*KMG*∽△*KNO*，

∴，

∴，，

解得*a*2＝9，即*a*＝3（取正值）．

把*K*（*a*，），代入反比例函数*y*，

解得*K*（3，），

∵在Rt△*KQN*中，tan∠*NQK*，∠*NQK*＝30°，

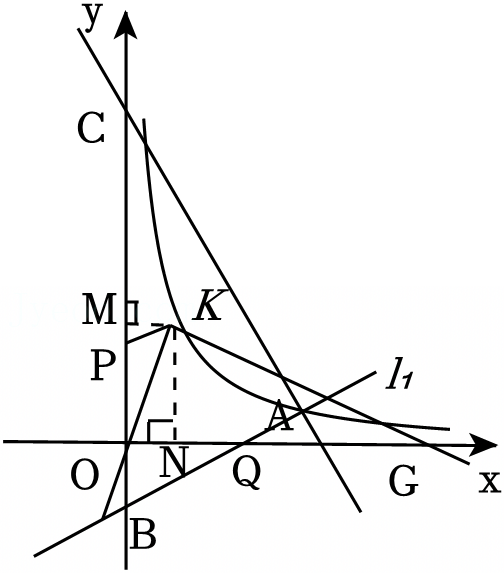
∴，*NK*，

∴解得*NQ*＝3，

∵*N*（3，0），*OQ*＝*NO*+*OQ*，

∴*OQ*＝3+3＝6，即*Q*点横坐标为6，

∴*Q*点坐标为（6，0）．



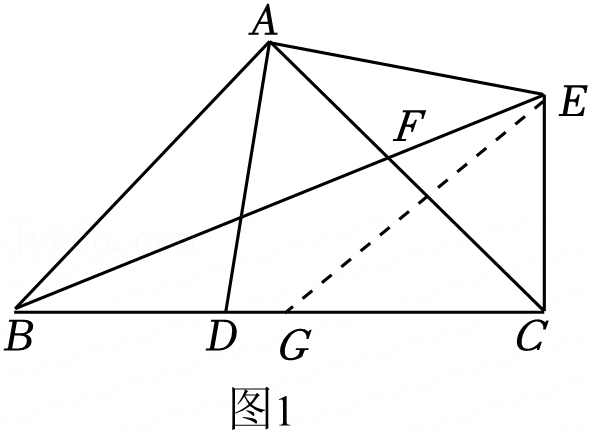
【点评】本题是一道综合性较强的函数与几何结合题，考查函数相关知识点和几何相关知识点．

26．【分析】（1）在*BC*上截取*CG*＝*CE*，可证得△*BAD*≌△*CAE*（*SAS*），从而*CE*＝*BD*＝2，∠*ACE*＝∠*ABC*＝45°，根据角平分线的性质得出，可推出*BG*＝*EG*，从而*BC*＝*BG*+*CG*＝2，进而得出*AC*的值，进一步得出结果；

（2）延长*DG*至*W*，使*GW*＝*DG*，连接*CW*，可证得△*BDG*≌△*CWG*，从而*CW*＝*BD*，∠*WCG*＝∠*DBG*，进而证得△*BAD*≌△*CAE*，从而*CE*＝*BD*，∠*ACE*＝∠*ABD*，进一步得出结论；

（3）可证得△*PAB*∽△*QBC*，从而得出∠*BCQ*＝∠*PAB*＝180°﹣∠*BAC*＝60°，，从而得出点*Q*在与*BC*成60° 的直线*l*上运动，当*MQ*⊥*l*时，*MQ*最小，不妨设*CM*＝*AM*＝2，可得出*PA*＝1，*PC*＝5，取*BC*的中点*V*，连接*AV*，*RV*，*NT*，可证得△*RAV*∽△*TCV*，从而得出，∠*RVA*＝∠*CVT*，进而得出∠*RVT*＝∠*AVC*＝90°，∠*RTV*＝30°，从而得出*RVRT*，从而*PRRT*＝*PR*+*RV*≤*PV*，当*P*、*R*、*V*共线时，*PRPT*最小，解△*PCV*得出*PV*，进一步得出结果．

【解答】解：（1）如图1，



在*BC*上截取*CG*＝*CE*，

∴∠*CGE*＝∠*CEG*，

由题意得，

∠*BAC*＝∠*DAE*＝90°，*AB*＝*AC*，*AD*＝*AE*，

∴∠*BAC*﹣∠*CAD*＝∠*DAE*﹣∠*CAD*，

∴∠*BAD*＝∠*CAE*，

∴△*BAD*≌△*CAE*（*SAS*），

∴*CE*＝*BD*＝2，∠*ACE*＝∠*ABC*＝45°，

∴∠*BCE*＝∠*ACB*+∠*ACE*＝90°，

∴∠*CGE*＝45°，

∵*BE*是∠*ABC*的平分线，

∴∠*ABE*＝∠*CBE*，，

∴∠*BEG*＝∠*CGE*﹣∠*CBE*＝22.5°，

∴∠*CBE*＝∠*BEG*，

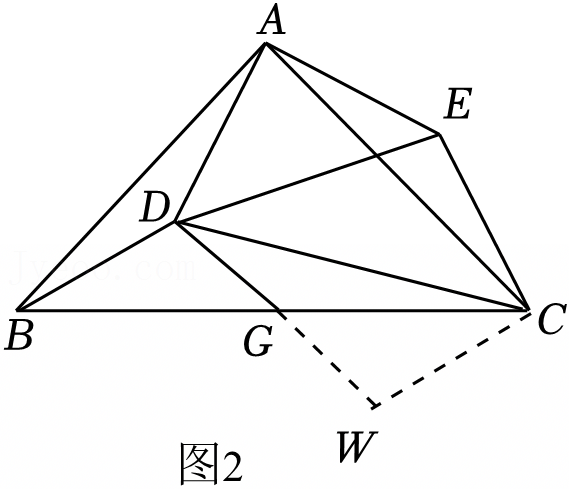
∴*BG*＝*EG*，

∴*BC*＝*BG*+*CG*＝2，

∴*ACBC*＝2，

∴*AF*；

（2）如图2，



*DG*，理由如下：

延长*DG*至*W*，使*GW*＝*DG*，连接*CW*，

∵*G*是*BC*的中点，

∴*BG*＝*CG*，

∵∠*BGD*＝∠*CGW*，

∴△*BDG*≌△*CWG*（*SAS*），

∴*CW*＝*BD*，∠*WCG*＝∠*DBG*，

∵∠*BCD*＝∠*ABD*，

∴∠*WCG*+∠*BCD*＝∠*DBG*+∠*ABD*＝∠*ABC*＝45°，

∴∠*DCW*＝45°，

∵∠*BAC*＝∠*DAE*＝90°，

∴∠*BAD*＝∠*CAE*，

∵*AB*＝*AC*，*AD*＝*AE*，

∴△*BAD*≌△*CAE*（*SAS*），

∴*CE*＝*BD*，∠*ACE*＝∠*ABD*，

∴∠*ACE*＝∠*BCD*，*CE*＝*CW*，

∴∠*ACE*+∠*ACD*＝∠*BCD*+∠*ACD*＝∠*ACB*＝45°，

∴∠*DCE*＝45°，

∴∠*DCE*＝∠*DCW*，

∵*CD*＝*CD*，

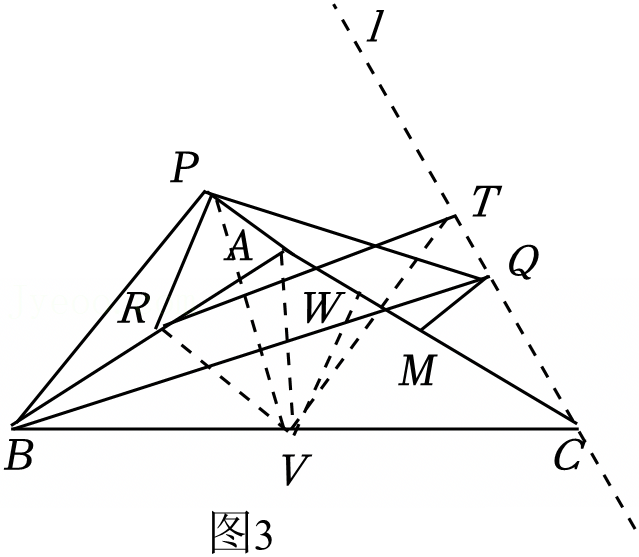
∴△*DCW*≌△*DCE*（*SAS*），

∴*DE*＝*DW*，

∵*DW*＝2*DG*，*DEAD*，

∴*DGAD*；

（3）如图3，



∵*BP*绕点*P*逆时针旋转120°得到*PQ*，

∴∠*BPQ*＝120°，*PB*＝*PQ*，

∴∠*PBQ*＝∠*PQB*＝30°，，

同理可得，

∠*ABC*＝30°，，

∴∠*PBQ*＝∠*ABC*，，

∴∠*PBA*＝∠*QBC*，

∴△*PAB*∽△*QBC*，

∴∠*BCQ*＝∠*PAB*＝180°﹣∠*BAC*＝60°，，

∴点*Q*在与*BC*成60° 的直线*l*上运动，

当*MQ*⊥*l*时，*MQ*最小，

不妨设*CM*＝*AM*＝2，

∴*CQ*，

∴*PA*＝1，

∴*PC*＝*PA*+*AM*+*CM*＝5，

取*BC*的中点*V*，连接*AV*，*RV*，*NT*，

∴∠*BAV*，，

∴∠*BAV*＝∠*VCT*，

∵，

∴，

∴△*RAV*∽△*TCV*，

∴，∠*RVA*＝∠*CVT*，

∴∠*TVA*+∠*AVT*＝∠*CVT*+∠*AVT*，

∴∠*RVT*＝∠*AVC*＝90°，

∴∠*RTV*＝30°，

∴*RVRT*，

∴*PRRT*＝*PR*+*RV*≤*PV*，

当*P*、*R*、*V*共线时，*PRPT*最小，

作*VW*⊥*PC*于*W*，

∵∠*ACB*＝30°，*CVBC*2，

∴*WV*，*CWCV*＝3，

∴*PW*＝*PC*﹣*CW*＝2，

∴*PV*，

∴*PV*最小，

∵2*PR*+*RT*＝2（*PRRT*），

∴（2*PR*+*RT*）最小＝2，

∴最小．

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，解直角三角形，等腰三角形的性质等知识，解决问题的关键是作辅助线，构造相似三角形．

声明：试题解析著作权属菁优网所有，未经书面同意，不得复制发布日期：2025/9/12 13:43:41；用户：于晓丹；邮箱：zhongwang31@xyh.com；学号：50893277