

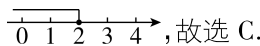
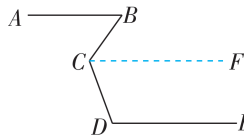
$b=8$  时,  $3a+4b+7=57=19\times 3$ ,  $30a+b+8=30\times 6+8+8=196=14^2$ , 满足条件, 所以  $t=3, k=14$ , 此时  $m=10a+b=68, n=10a+8-b=60$ , 所以  $A=68^2-60=4\ 564$ . 故答案为 82, 4 564.

11. 【解】由题意得每增加一个题图(4)所示的拼接单元, 则增加 1 个正六边形和 6 个正三角形, 长度增加  $20+20+20=60$  (cm), 从而  $y$  个这样的拼接单元拼成一行的长度为  $(60y+10)$  cm.  
令  $40x+10\leq 740$ , 解得  $x\leq 18.25$ , 所以每行可以先

拼 18 块拼接单元, 但剩余  $740-(40\times 18+10)=10$  (cm) 无法继续拼接, 所以共用去 18 个正六边形和 36 个正三角形组件, 所以每行的成本为  $18\times 5+36\times 1=126$  (元). 设拼成  $t$  行, 则  $20\sqrt{3}t\leq 600$ , 解得  $t\leq \frac{600}{20\sqrt{3}}\approx \frac{600}{34.6}\approx 17.34$ , 故需铺 17 行, 总成本为  $126\times 17=2\ 142$  (元).  
故答案为 ① 1, ② 6, ③ 60, ④  $(60y+10)$ , ⑤ 126, ⑥ 2 142.

## 期末综合测试

### 刷速度

1. **D** 【解析】A 选项,  $x^2\cdot x^4=x^{2+4}=x^6$ , 原计算错误. B 选项,  $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$ , 原计算错误. C 选项,  $x$  与  $2x^2$  不是同类项, 无法合并, 原计算错误. D 选项,  $(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$ , 正确. 故选 D.
2. **C** 【解析】A 选项, 当  $m<0$  时,  $-m>0$ , 有平方根, 故本选项不符合题意; B 选项, 当  $m\geq -2$  时,  $m+2\geq 0$ , 有平方根, 故本选项不符合题意; C 选项,  $-m^2-6\leq -6<0$ , 则  $-m^2-6$  一定没有平方根, 故本选项符合题意; D 选项, 当  $m=0$  时,  $-m^2=0$ , 有平方根, 故本选项不符合题意. 故选 C.
3. **B** 【解析】因为  $|\pi|>|-3|>|-\sqrt{5}|>|-\sqrt{3}|>|-\sqrt{2}|$ , 所以  $-\pi<-3<-\sqrt{5}<-\sqrt{3}<-\sqrt{2}$ , 故选 B.
4. **C** 【解析】 $\frac{1}{2}x+1\leq 2$ , 移项, 得  $\frac{1}{2}x\leq 2-1$ , 即  $\frac{1}{2}x\leq 1$ , 系数化为 1, 得  $x\leq 2$ , 解集在数轴上表示为 , 故选 C.
5. **D** 【解析】过  $C$  作  $CF\parallel AB$ ,   
如图. 因为  $AB\parallel DE$ , 所以  $AB\parallel CF\parallel DE$ , 所以  $\angle B=\angle BCF$ ,  $\angle D+\angle DCF=180^\circ$ , 所以  $\angle DCF=180^\circ-\angle D$ . 又因为  $\angle BCD=\angle BCF+\angle DCF$ , 所以  $\angle BCD+\angle D-\angle B=180^\circ$ , 故选 D.
6. **D** 【解析】因为直线  $m\parallel n$ , 点  $P$  在直线  $m$  上移动, 所以点  $P$  到直线  $n$  的距离保持不变. 因为  $A, B$  是直线  $n$  上的两个定点, 所以点  $P$  到  $AB$  的距离不变, 所以三角形  $APB$  的面积不变, 故 D 选项符合题意;  $\angle APB$  的大小、线段  $PA$  的长度、三角形  $APB$  的周长都随着点  $P$  的移动而变化, 故 A、B、C 选项不符

合题意. 故选 D.

7. **C** 【解析】因为长方形纸片  $ABCD$  沿  $EF$  折叠,  $A, D$  两点分别与  $A', D'$  对应, 所以  $\angle AEF=\angle FEA'$ . 因为四边形  $ABCD$  为长方形, 所以  $AB\parallel CD$ , 所以  $\angle 1+\angle 2+\angle FEA'=180^\circ$ ,  $\angle 1=\angle AEF$ , 所以  $\angle AEF=\angle FEA'=\angle 1$ , 所以  $\angle 1+\angle 2+\angle 1=180^\circ$ . 因为  $\angle 1=2\angle 2$ , 所以  $2\angle 1+\frac{1}{2}\angle 1=180^\circ$ , 所以  $\angle 1=72^\circ$ , 所以  $\angle AEF=\angle 1=72^\circ$ , 故选 C.
8. **C** 【解析】①  $\{1.49\}=1$ , 故正确; ②若  $x=0.4$ , 则  $\{2x\}=\{2\times 0.4\}=\{0.8\}=1, 2\{x\}=2\times\{0.4\}=2\times 0=0$ , 故错误; ③若  $m$  为非负整数, 则  $\{m\}=m$ , 所以当  $x\geq 0$  时,  $\{m+2\ 023x\}=m+\{2\ 023x\}$ , 故正确; ④因为  $\{x-1\}=3$ , 所以  $2.5\leq x-1<3.5$ , 所以  $3.5\leq x<4.5$ , 故错误; ⑤因为  $\{x\}=\frac{6}{5}x$  且  $x$  为非负实数, 所以  $\frac{6}{5}x-\frac{1}{2}\leq x<\frac{6}{5}x+\frac{1}{2}$ , 解得  $0\leq x\leq \frac{5}{2}$ . 因为  $\frac{6}{5}x$  为整数, 所以  $x$  必然是  $\frac{5}{6}$  的倍数, 设  $x=\frac{5}{6}k, k$  为整数, 则  $0\leq \frac{5}{6}k\leq \frac{5}{2}$ , 可得  $0\leq k\leq 3$ , 所以当  $k=0, 1, 2, 3$  时,  $x=0, \frac{5}{6}, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}$ , 满足  $\{x\}=\frac{6}{5}x$  的所有非负实数  $x$  的值有 4 个, 故正确. 综上, 正确的有 ①③⑤, 共 3 个, 故选 C.
9. **全面调查** 【解析】调查神舟十八号载人飞船零件的质量, 适合采用全面调查. 故答案为全面调查.
10. **4** 【解析】因为  $3<\sqrt{13}<4$ , 所以  $a=3, b=\sqrt{13}-3$ , 所以  $(\sqrt{13}+a)b=(\sqrt{13}+3)(\sqrt{13}-3)=(\sqrt{13})^2-3^2=13-9=4$ . 故答案为 4.

11. 10 【解析】因为  $2 \times 4 \times 8 \times 16 = 2^m$ , 所以  $2 \times 2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^m$ , 所以  $2^{10} = 2^m$ , 所以  $m = 10$ . 故答案为 10.

12.  $5 \leq a < \frac{23}{4}$  【解析】解不等式得  $3 \leq x \leq \frac{4a+1}{3}$ . 因为不等式  $2 \leq \frac{3x-1}{4} \leq a$  的整数解有 5 个, 所以该不等式的整数解为 3, 4, 5, 6, 7, 所以  $7 \leq \frac{4a+1}{3} < 8$ , 解得  $5 \leq a < \frac{23}{4}$ , 故答案为  $5 \leq a < \frac{23}{4}$ .

13. ① 【解析】这 4 万名考生的中考数学成绩是总体, 故①正确; 每名考生的中考数学成绩是个体, 故②错误; 2 000 名考生的中考数学成绩是总体的一个样本, 故③错误. 故答案为①.

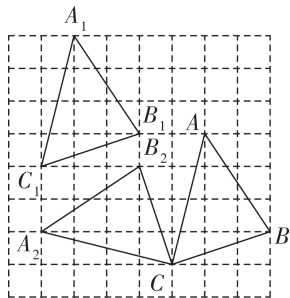
14.  $2^2+3^2$  11 【解析】因为  $13 = 4 + 9 = 2^2 + 3^2$ , 所以 13 写成  $a^2 + b^2$  ( $a, b$  为非零整数) 的形式为  $2^2 + 3^2$ . 因为  $5 < S < 10$ , 且  $S$  为整数, 所以  $S$  取 6, 7, 8, 9. 因为  $S = k - 3$  是一个“完美数”, 且只有  $8 = 2^2 + 2^2$  是“完美数”, 所以  $k - 3 = 8$ , 即  $k = 11$ . 故答案为  $2^2 + 3^2, 11$ .

15. 【解】原式  $= x^2 - 4xy + 4x^2 - y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2 = x^2 - 2y^2$ .

当  $x = 1, y = -\frac{1}{2}$  时, 原式  $= 1^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ .

16. 【解】(1) 如图所示, 三角形  $A_1B_1C_1$  即为所求.

(2) 如图所示, 三角形  $A_2B_2C$  即为所求.



17. 【解】甲同学的解题过程从第①步开始出现错误, 错误的原因是利用不等式的性质时漏乘常数项. 正确解题过程如下:

不等式两边同时乘 4, 得  $\frac{x-2}{2} \times 4 - 4 \leq \frac{5x+1}{4} \times 4$ ,

整理, 得  $2(x-2) - 4 \leq 5x+1$ ,

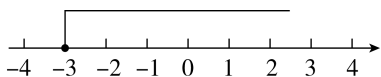
去括号, 得  $2x - 4 - 4 \leq 5x+1$ ,

移项, 得  $2x - 5x \leq 1 + 4 + 4$ ,

合并同类项, 得  $-3x \leq 9$ ,

系数化为 1, 得  $x \geq -3$ .

不等式的解集在数轴上表示如下:



故答案为①, 利用不等式的性质时漏乘常数项.

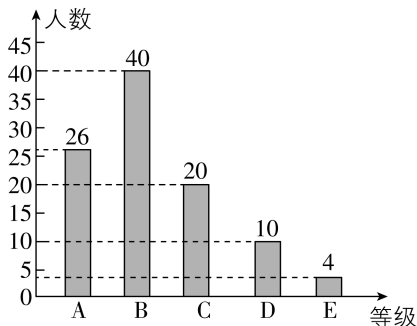
18. 【解】(1)  $26 \div 26\% = 100$  (名).

答: 本次调查中共抽取了 100 名学生.

(2) C 等级对应的人数为  $100 \times 20\% = 20$ ,

则 B 等级对应的人数为  $100 - 26 - 10 - 4 - 20 = 40$ .

补全条形统计图如图所示:



(3) B 等级所对应的扇形圆心角的度数为  $\frac{40}{100} \times 360^\circ = 144^\circ$ .

19. 【解】(1) 设 A 种商品每件进价是  $x$  元, B 种商品每件进价是  $y$  元.

根据题意得  $\begin{cases} 3x - 4y = 60, \\ 5x + 2y = 620, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x = 100, \\ y = 60. \end{cases}$

答: A 种商品每件进价是 100 元, B 种商品每件进价是 60 元.

(2) 设购进  $m$  件 A 商品, 则购进  $(60 - m)$  件 B 商品. 根据题意得

$\begin{cases} 60 - m \geq 2m, \\ (150 - 100)m + (80 - 60)(60 - m) \geq 1770, \end{cases}$

解得  $19 \leq m \leq 20$ , 所以  $m$  的最大值为 20.

答: 购进 A 商品的件数最多为 20 件.

20. 【解】(1) 观察题中所给等式中相同位置数的变化规律, 可知第 5 个等式为  $(2 \times 5 + 1)^2 = (6 \times 10 + 1)^2 - (6 \times 10)^2$ .

故答案为  $(2 \times 5 + 1)^2 = (6 \times 10 + 1)^2 - (6 \times 10)^2$ .

(2) 第  $n$  个等式为  $(2n+1)^2 = [(n+1) \cdot 2n+1]^2 - [(n+1) \cdot 2n]^2$ .

理由:

等式左边:  $(2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1$ ,

等式右边:  $[(n+1) \cdot 2n+1]^2 - [(n+1) \cdot 2n]^2 =$

$[(n+1) \cdot 2n+1 + (n+1) \cdot 2n] \cdot [(n+1) \cdot 2n+1 -$

$(n+1) \cdot 2n] = [(n+1) \cdot 4n+1] \times 1 = 4n^2 + 4n + 1$ ,

故等式  $(2n+1)^2 = [(n+1) \cdot 2n+1]^2 - [(n+1) \cdot 2n]^2$  成立.

21. 【解】(1) 小正方形 EFGH 的面积为  $5^2 - 4 \times 4 = 25 -$

16=9. 故答案为 9.

(2) 根据题意可知  $AB=x+5, BG=7-x$ .

因为长方形  $ABGP$  的面积为 22,

所以  $(x+5)(7-x)=22$ .

因为  $x+5+7-x=12$ ,

所以  $S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}ABHK} + S_{\text{正方形}BMNG} = AB^2 + BG^2 = (x+5)^2 + (7-x)^2 = [(x+5) + (7-x)]^2 - 2(x+5)(7-x) = 12^2 - 2 \times 22 = 144 - 44 = 100$ .

(3) 因为  $3(x+5) - (3x-2) = 3x+15-3x+2=17$ ,  $9(x+5)^2 + (3x-2)^2 = 625$ , 所以  $3(x+5)(3x-2) = \frac{[9(x+5)^2 + (3x-2)^2] - [3(x+5) - (3x-2)]^2}{2} =$

$$\frac{625-17^2}{2} = 168.$$

22. 【解】(1) ① 因为  $PQ \parallel MN$ ,  $\angle ABM = 60^\circ$ ,  $\angle ADM = 45^\circ$ ,

所以  $\angle BAQ = \angle ABM = 60^\circ$ ,  $\angle DAQ = \angle ADM = 45^\circ$ ,

所以  $\angle BAD = \angle BAQ - \angle DAQ = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$ .

故答案为  $60^\circ, 45^\circ, 15^\circ$ .

②  $y=2x$ . 理由:

因为  $AC$  平分  $\angle PAB$  交  $MN$  于点  $C$ ,  $AE$  平分  $\angle BAD$  交  $MN$  于点  $E$ ,

所以  $\angle DAE = \angle BAE$ ,  $\angle PAC = \angle BAC$ .

设  $\angle DAE = \angle BAE = \alpha$ ,  $\angle PAC = \angle BAC = \beta$ .

因为  $EF \perp AC$ , 所以  $\angle AFE = 90^\circ$ , 所以  $\angle FAE + \angle AEF = 90^\circ$ .

因为  $\angle AEF = x^\circ$ , 所以  $x^\circ + \alpha + \beta = 90^\circ$ ,

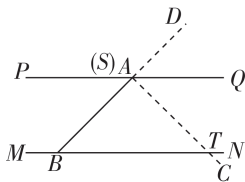
所以  $\alpha + \beta = 90^\circ - x^\circ$ .

因为  $PQ \parallel MN$ ,  $\angle ADB = y^\circ$ , 所以  $\angle PAD + \angle ADB = 180^\circ$ , 即  $2\alpha + 2\beta + y^\circ = 180^\circ$ ,

所以  $y^\circ = 180^\circ - 2(\alpha + \beta)$ , 所以  $y^\circ = 180^\circ - 2(90^\circ - x^\circ)$ , 所以  $y^\circ = 2x^\circ$ , 所以  $y = 2x$ .

(2)  $t$  的值为 15 或 22.5 或 37.5 或 45.

① 当  $BD$  第一次从  $BM$  出发时, 设  $AC$  交  $MN$  于点  $T$ ,  $BD$  交  $PQ$  于点  $S$ , 如图(1).



图(1)

因为  $AC$  与  $BD$  互相垂直,

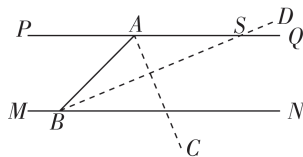
所以  $\angle SBT + \angle ATB = 90^\circ$ .

因为  $PQ \parallel MN$ , 所以  $\angle ATB = \angle QAT = 3t^\circ$ .

因为  $\angle SBT = 180^\circ - \angle MBS = (180 - 9t)^\circ$ ,

所以  $180 - 9t + 3t = 90$ , 解得  $t = 15$ , 此时  $BD$  与  $AB$  重合.

② 如图(2)所示, 当  $BD$  返回, 且  $BD$  与  $AC$  相交时, 设  $BD$  交  $PQ$  于点  $S$ .



图(2)

因为  $AC$  与  $BD$  互相垂直,

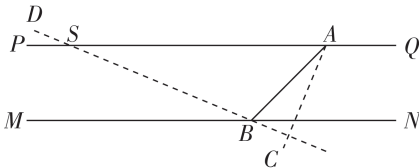
所以  $\angle ASB + \angle SAC = 90^\circ$ .

因为  $PQ \parallel MN$ ,

所以  $\angle ASB = \angle SBN = (9t - 180)^\circ$ ,  $\angle SAC = 3t^\circ$ ,

所以  $9t - 180 + 3t = 90$ , 解得  $t = 22.5$ .

③ 如图(3)所示, 当  $BD$  返回, 且  $BD$  与  $AC$  不相交时, 设  $BD$  交  $PQ$  于点  $S$ .



图(3)

因为  $AC$  与  $BD$  互相垂直,

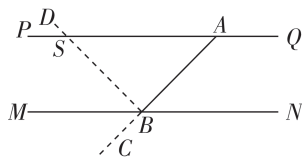
所以  $\angle ASB + \angle PAC = 90^\circ$ .

因为  $PQ \parallel MN$ ,

所以  $\angle MBS = \angle ASB = (360 - 9t)^\circ$ ,  $\angle PAC = (180 - 3t)^\circ$ ,

所以  $360 - 9t + 180 - 3t = 90$ , 解得  $t = 37.5$ .

④ 当  $BD$  第 2 次从  $BM$  出发, 与  $AC$  垂直时, 设  $BD$  交  $PQ$  于点  $S$ , 如图(4)所示.



图(4)

因为  $AC$  与  $BD$  互相垂直,

所以  $\angle PAC + \angle ASB = 90^\circ$ .

因为  $PQ \parallel MN$ , 所以  $\angle MBS = \angle ASB = (9t - 360)^\circ$ ,  $\angle PAC = (180 - 3t)^\circ$ ,

所以  $9t - 360 + 180 - 3t = 90$ , 解得  $t = 45$ , 此时  $AC$  与  $AB$  重合.

综上所述,  $t$  的值为 15 或 22.5 或 37.5 或 45.