

8. 【解】任务一: $\begin{cases} 5x=30, ① \\ x+y=16, ② \end{cases}$ 由①得 $x=6$. 把 $x=6$ 代入②, 得 $y=10$, \therefore 原方程组的解是 $\begin{cases} x=6, \\ y=10. \end{cases}$ 故答案为 6, 10.

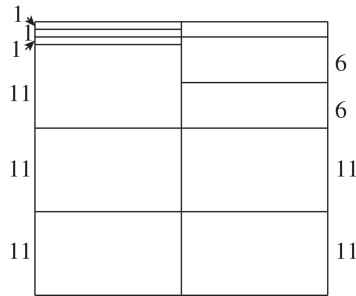
任务二: 设每个小长方形长为 m , 宽为 n . 由题意得 $\begin{cases} m+3n=13, \\ m+2n-3n=5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=7, \\ n=2, \end{cases}$ 则阴影部分的面积为 $13 \times (5+3 \times 2) - 8 \times 7 \times 2 = 31$.

任务三: 能.

由题意得 $\begin{cases} 2 \times 18a + 3 \times 18b + 4 \times 18c + 144 = 36^2, \\ 2a + 2b + 2c = 36, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b=8-2a, \\ c=a+10. \end{cases}$ $\because a < b < c$, 且 a, b, c 均为正整数, $\therefore \begin{cases} a < 8-2a, \\ 8-2a < a+10, \end{cases}$ 解得 $0 < a < \frac{8}{3}$,

$\therefore a=1$ 或 2. 当 $a=2$ 时, $b=8-2a=4$, $c=a+10=12$, 分别取 A、B、C 三种类型的卡片 3 张、2 张、5 张, 拼成的不重叠的图形面积为 $3 \times 18 \times 2 + 2 \times 18 \times 4 + 5 \times 18 \times 12 = 1\,332 > 36^2$, 不合题意;

当 $a=1$ 时, $b=8-2a=6$, $c=a+10=11$, 分别取 A、B、C 三种类型的卡片 3 张、2 张、5 张, 拼成的不重叠的图形面积为 $3 \times 18 \times 1 + 2 \times 18 \times 6 + 5 \times 18 \times 11 = 1\,260 < 36^2$, 符合题意, 放置方式如下图 (放置方式不唯一):



期末综合测试

刷速度

1. C 【解析】A 选项, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 不符合题意; B 选项, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 不符合题意; C 选项, 是轴对称图形, 不是中心对称图形, 符合题意; D 选项, 不是轴对称图形, 是中心对称图形, 不符合题意. 故选 C.

2. B 【解析】把 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1 \end{cases}$ 代入方程组 $\begin{cases} 2ax+by=3, \\ ax-by=1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} 2a-b=3, ① \\ a+b=1, ② \end{cases}$ ①-②得 $a-2b=2$, 故选 B.

3. B 【解析】

- | | |
|---|---|
| A | 若 $-3x=5$, 则 $x=-\frac{5}{3}$, 故原变形错误, 不符合题意 |
| B | 若 $-2x < 6$, 则 $x > -3$, 故原变形正确, 符合题意 |
| C | 若 $5x-6=2x+8$, 则 $5x-2x=8+6$, 故原变形错误, 不符合题意 |
| D | 若 $\frac{x}{3} + \frac{x-1}{2} = 1$, 则 $2x+3(x-1)=6$, 故原变形错误, 不符合题意 |

4. B 【解析】 $\begin{cases} 3x-2 < 1, ① \\ -2x \leq 4, ② \end{cases}$ 解不等式①得 $x < 1$, 解不等式②得 $x \geq -2$, \therefore 不等式组的解集为 $-2 \leq x < 1$, 在数轴上表示为 $\frac{-3}{-2} \frac{-1}{0} \frac{1}{1} \frac{2}{2}$, 故选 B.

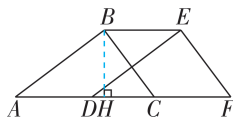
5. C 【解析】根据题意, 设 1 个玻璃球的体积为 $x \text{ cm}^3$, 则 $\begin{cases} 5x \leq 600-420, \\ 6x > 600-420, \end{cases}$ 解得 $30 < x \leq 36$, \therefore 1 个玻璃球的体积范围是 $30 \sim 36 \text{ cm}^3$ (包括 36 cm^3), 故选 C.

6. B 【解析】把 $x=2$ 代入 $2(2x-1)=3(x+a)-2$, 得 $2 \times (4-1) = 3 \times (2+a) - 2$, $6 = 6+3a-2$, $6-6+2=3a$, $a=\frac{2}{3}$, \therefore 原方程为 $\frac{2x-1}{3} = \frac{x+\frac{2}{3}}{2} - 2$, 去分母得 $2(2x-1) = 3(x+\frac{2}{3}) - 2 \times 6$, 去括号得 $4x-2=3x+2-12$, 移项得 $4x-3x=2-12+2$, 合并同类项得 $x=-8$. 故选 B.

7. B 【解析】 \because 五边形 $ABCDE$ 是正五边形, $\therefore \angle CDE = \angle E = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$. \therefore 四边形

$CDFG$ 为正方形, $\therefore \angle CDF = 90^\circ$, $\angle CFD = 45^\circ$,
 $\therefore \angle FDE = 108^\circ - 90^\circ = 18^\circ$, $\angle DFM = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$,
 $\therefore \angle FME = 360^\circ - 18^\circ - 135^\circ - 108^\circ = 99^\circ$, 故选 B.

8. C 【解析】如图, 过点 B 作



$BH \perp AC$ 于点 H . \therefore 在直角三角形 ABC 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $BC = 6$, $AB = 8$, $AC = 10$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AB = \frac{1}{2} AC \cdot BH, \therefore BH =$$

$$\frac{BC \cdot AB}{AC} = \frac{24}{5}. \text{ 由平移的性质得 } BE \parallel CF, BE = CF = x,$$

$$\therefore AF = 10 + x. \therefore S_{\text{四边形}BCFE} = S_{\text{梯形}AFEB} - S_{\triangle ABC} = 24,$$

$$\therefore \frac{1}{2} (BE + AF) \cdot BH - \frac{1}{2} AC \cdot BH = 24, \therefore \frac{1}{2} (x + 10 +$$

$$x) \times \frac{24}{5} - \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{24}{5} = 24, \therefore x = 5. \text{ 故选 C.}$$

9. C 【解析】 $\begin{cases} x - \frac{3x-5}{2} < 2, & \text{①} \\ 2x - a \leq -1, & \text{②} \end{cases}$ 解不等式①得 $x > 1$, 解不

等式②得 $x \leq \frac{a-1}{2}$. 若不等式组的解集是 $1 < x \leq 3$, 则

$\frac{a-1}{2} = 3$, 解得 $a = 7$, \therefore ①正确. 当 $a = 3$ 时, $x \leq 1$, 则

不等式组无解, \therefore ②错误. 若不等式组的整数解仅

有 3 个, 则 $4 \leq \frac{a-1}{2} < 5$, $\therefore a$ 的取值范围是 $9 \leq a < 11$,

\therefore ③正确. 若不等式组有解, 则 $\frac{a-1}{2} > 1$, $\therefore a > 3$, \therefore ④

正确, 故选 C.

10. B 【解析】设 $\angle ABC = \alpha$, 则 $\angle BAC = \angle ABC + 102^\circ =$

$$\alpha + 102^\circ, \angle ABF = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle CAG = \angle BAD = 180^\circ - \angle BAC = 78^\circ - \alpha, \angle ACE =$$

$$\angle ABC + \angle BAC = 2\alpha + 102^\circ. \therefore BD, AE \text{ 分别是 } \triangle ABC$$

$$\text{的外角 } \angle ABF, \angle CAG \text{ 的平分线, } \therefore \angle ABD =$$

$$\frac{1}{2} \angle ABF = 90^\circ - \frac{1}{2} \alpha, \angle CAE = \frac{1}{2} \angle CAG = 39^\circ - \frac{1}{2} \alpha,$$

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle BAD - \angle ABD = 180^\circ - (78^\circ - \alpha) -$$

$$(90^\circ - \frac{1}{2} \alpha) = 12^\circ + \frac{3}{2} \alpha, \angle 2 = 180^\circ - \angle CAE -$$

$$\angle ACE = 180^\circ - (39^\circ - \frac{1}{2} \alpha) - (2\alpha + 102^\circ) = 39^\circ - \frac{3}{2} \alpha.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 + 27^\circ, \therefore 12^\circ + \frac{3}{2} \alpha = 39^\circ - \frac{3}{2} \alpha + 27^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 18^\circ, \text{ 即 } \angle ABC = 18^\circ, \therefore \angle BAC = 18^\circ + 102^\circ =$$

$$120^\circ, \therefore \angle ACB = 180^\circ - 120^\circ - 18^\circ = 42^\circ, \text{ 故选 B.}$$

11. 18 【解析】设第三边长为 x cm. \therefore 三角形一边长

为 7 cm, 另一边长为 3 cm, 第三边是最长边, $\therefore 7 <$

$x < 7 + 3$, 即 $7 < x < 10$. \therefore 第三边长是偶数, $\therefore x = 8$,

\therefore 此三角形的周长为 $3 + 7 + 8 = 18$ (cm). 故答案

为 18.

12. 10° 【解析】因为 $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, 所以

$\angle BAC = 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ = 100^\circ$. 根据题意得 AF 平

分 $\angle BAC$, 所以 $\angle BAF = \frac{1}{2} \angle BAC = 50^\circ$. 因为 AD 为

高, 所以 $\angle BDA = 90^\circ$, 所以 $\angle BAD = 180^\circ - 50^\circ -$

$90^\circ = 40^\circ$, 所以 $\angle DAF = \angle BAF - \angle BAD = 50^\circ - 40^\circ =$

10° , 故答案为 10° .

13. 75 【解析】甲车速度为 $30 \div \frac{30}{60} = 60$ (千米/时). 设

修车前乙车速度为 v 千米/时, 则 $\frac{45}{60}v = 30 + 60 \times \frac{45}{60}$,

$\therefore v = 100$, \therefore 乙车修好后速度为 $100 - 40 = 60$ (千

米/时). 设修车前乙车走了 x_1 小时, 修好后走了

$$x_2 \text{ 小时, } \therefore \begin{cases} 100x_1 + 60x_2 = 300, \\ 30 + 60(x_1 + x_2 + 1) = 300, \end{cases} \text{ 解得}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{9}{4}, \\ x_2 = \frac{5}{4}, \end{cases} \therefore \text{乙车从出发到修好故障共用 } \frac{9}{4} \times 60 + \frac{5}{4} \times 60 =$$

$$60 + 195 = 255 \text{ (分)}, \text{ 此时甲车行驶了 } 60 \times \frac{30 + 195}{60} = 225$$

(千米), \therefore 甲车距离 B 地还有 $300 - 225 = 75$ (千

米), 故答案为 75.

14. 6 【解析】 $\therefore BD$ 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的中线,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 8. \therefore AE \text{ 是 } \triangle ABD \text{ 的边}$$

BD 上的中线, $\therefore E$ 为 BD 中点, 则 CE 是 $\triangle BCD$ 的

边 BD 上的中线, $\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = 4$,
 $S_{\triangle BEC} = S_{\triangle CED} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCD} = 4$, $\therefore S_{\triangle AEC} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle CED} = 4 + 4 = 8$. $\because BF$ 是 $\triangle ABE$ 的边 AE 上的中线, $\therefore F$ 为 AE 中点, 则 CF 是 $\triangle ACE$ 的边 AE 上的中线,
 $\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABE} = 2$, $S_{\triangle EFC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACE} = 4$, \therefore 阴影部分的面积是 $S_{\triangle BEF} + S_{\triangle EFC} = 2 + 4 = 6$, 故答案为 6.

15. 9.6

思路分析 | 利用轴对称的性质解决最值问题

连结 CP . 点 P 关于直线 AC , BC 对称的点分别为 P_1, P_2 ,
 $\angle ACB = 90^\circ$

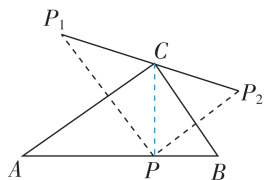
$CP_1 = CP = CP_2$; P_1, C, P_2 三点共线

$P_1 P_2 = 2CP$

求 CP 的最小值

由垂线段最短, 转化为求 AB 边上的高

【解析】 如图, 连结 CP . \because 点 P 关于直线 AC, BC 对称的点分别为 P_1, P_2 , $\therefore P_1 C = PC = P_2 C$, $\angle P_1 C A = \angle P C A$, $\angle P_2 C B = \angle P C B$, $\therefore \angle P_1 C P_2 = 2 \angle A C B = 180^\circ$, $\therefore P_1, C, P_2$ 三点共线, $\therefore P_1 P_2 = 2CP$. 当 $CP \perp AB$ 时, CP 的长最小, 此时线段 $P_1 P_2$ 的长最小. $\because \angle A C B = 90^\circ, B C = 6, A C = 8, A B = 10$, $\therefore C P = \frac{A C \times B C}{A B} = 4.8$, \therefore 线段 $P_1 P_2$ 的长的最小值是 9.6.



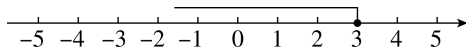
16. 【解】 (1) $\frac{2(x-1)}{3} = 2 - \frac{3(x+1)}{4}$, $8(x-1) = 24 - 9(x+1)$, $8x - 8 = 24 - 9x - 9$, $8x + 9x = 24 + 8 - 9$, $17x = 23$,
 $\therefore x = \frac{23}{17}$.

(2) 方程组整理得 $\begin{cases} 3x - y = 5, & \text{①} \\ 6x - y = 10, & \text{②} \end{cases}$ ② - ① 得 $3x = 5$, 解

得 $x = \frac{5}{3}$. 把 $x = \frac{5}{3}$ 代入 ① 得 $3 \times \frac{5}{3} - y = 5$, $\therefore y = 0$,

\therefore 原方程组的解为 $\begin{cases} x = \frac{5}{3}, \\ y = 0. \end{cases}$

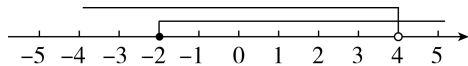
17. 【解】 (1) $2\left(x + \frac{1}{2}\right) - 1 \leq -x + 9$, 去括号得 $2x + 1 - 1 \leq -x + 9$, 移项、合并同类项得 $3x \leq 9$, 解得 $x \leq 3$, 其解集在数轴上表示如图(1).



图(1)

(2) $\begin{cases} 3x - (x - 6) \geq 2, & \text{①} \\ x + 1 > \frac{4x - 1}{3}, & \text{②} \end{cases}$ 解不等式 ① 得 $x \geq -2$, 解不

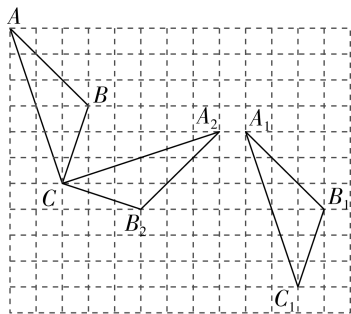
等式 ② 得 $x < 4$, \therefore 不等式组的解集为 $-2 \leq x < 4$, 其解集在数轴上表示如图(2).



图(2)

18. 【解】 (1) 如图所示, $\triangle A_1 B_1 C_1$ 即为所求.

(2) 如图所示, $\triangle A_2 B_2 C$ 即为所求.



19. 【解】 符合. 理由如下: 设技术改进后该汽车的 A 类物质排放量为 x mg/km, 则 B 类物质排放量为 $(40 - x)$ mg/km. 由题意得 $\frac{x}{1 - 50\%} + \frac{40 - x}{1 - 75\%} = 92$, 解得 $x = 34$.

$\because 34 < 35$, \therefore 这次技术改进后该汽车的 A 类物质排放量符合“标准”.

20. 【解】 (1) $\begin{cases} x = 2, \\ y = 2, \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = 1. \end{cases}$ 方程 $x + 2y - 6 = 0$, 整理得 $x + 2y = 6$, 当 $y = 1$ 时, $x = 4$; 当 $y = 2$ 时, $x = 2$, \therefore 方程 $x +$

$2y-6=0$ 的所有正整数解为 $\begin{cases} x=2, \\ y=2, \end{cases} \begin{cases} x=4, \\ y=1. \end{cases}$

(2) 由题意得 $\begin{cases} x+y=0, \\ x+2y-6=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-6, \\ y=6, \end{cases}$

把 $\begin{cases} x=-6, \\ y=6 \end{cases}$ 代入 $x-2y+mx+5=0$, 解得 $m=-\frac{13}{6}$.

(3) 方程 $x-2y+mx+5=0$, 整理得 $(1+m)x-2y=-5$,

当 $x=0$ 时, $y=\frac{5}{2}$, 即固定的解为 $\begin{cases} x=0, \\ y=\frac{5}{2}. \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x+2y-6=0, & \text{①} \\ x-2y+mx+5=0, & \text{②} \end{cases}$ ①+②得 $2x-6+mx+5=0$,

移项、合并同类项得 $(2+m)x=1$, $\therefore x=\frac{1}{2+m}$ 且

$m \neq -2$. $\therefore x$ 恰为整数, m 也为整数, $\therefore 2+m=1$ 或 -1 , $\therefore m=-1$ 或 -3 .

21. 【解】(1) 选择优惠活动一更合算. 理由如下: 优惠活动一需付款: $10 \times 100 + (16-10) \times 100 \times 0.6 = 1\,360$ (元), 优惠活动二需付款: $16 \times 100 - 200 = 1\,600 - 200 = 1\,400$ (元). $\therefore 1\,360 < 1\,400$, \therefore 选择优惠活动一更合算.

(2) \therefore 该单位购买此款电热水壶原价费用不到 3 000 元, $\therefore 100x < 3\,000$, 解得 $x < 30$. 又 \therefore 选择优惠活动一比选择优惠活动二更合算, \therefore 当 $10 < x < 20$ 时, $1\,000 + 100 \times 0.6 \times (x-10) < 100x - 200$, 解得 $x > 15$, 则 $15 < x < 20$; 当 $20 \leq x < 30$ 时, $1\,000 + 100 \times 0.6 \times (x-10) < 100x - 400$, 解得 $x > 20$, $\therefore 20 < x < 30$. 综上, x 的取值范围为 $15 < x < 30$ 且 $x \neq 20$.

(3) ①该单位需要花费的总费用为 $(500m + 100x - 10mx)$ 元, 故答案为 $(500m + 100x - 10mx)$.

②根据题意可知, 优惠活动一需付款: $10 \times 100 + (x-10) \times 100 \times 0.6 = (60x + 400)$ 元, 优惠活动三需付款: $(500m + 100x - 10mx)$ 元, 当 $m=5$ 时, 优惠活动三需付款: $2\,500 + 100x - 50x = (2\,500 + 50x)$ 元. \therefore 优惠活动三和优惠活动一的花费相同, $\therefore 2\,500 + 50x = 60x + 400$, 解得 $x=210$, \therefore 若 $m=5$,

购买 210 个此款电热水壶时, 优惠活动三和优惠活动一的花费相同.

22. 【解】(1) $\therefore AF$ 是 $\angle DAB$ 的平分线, BG 是 $\angle CBE$ 的平分线,

$\therefore \angle BAD = 2\angle BAF, \angle EBC = 2\angle EBG$.

$\therefore AF \parallel BG, \therefore \angle BAF = \angle EBG$,

$\therefore 2\angle BAF = 2\angle EBG, \therefore \angle BAD = \angle EBC$,

$\therefore AD \parallel BC, \therefore \alpha + \beta = 180^\circ$.

(2) $2\angle AMB = \alpha + \beta - 180^\circ$.

理由: 如图(1), 延长 AD, BC 交于点 H .

$\therefore \angle EBM = \frac{1}{2}\angle EBC, \angle BAM = \frac{1}{2}\angle BAD$,

$\therefore \angle AMB = \angle EBM - \angle BAM = \frac{1}{2}(\angle EBC - \angle BAD) =$

$\frac{1}{2}\angle H$,

$\therefore 2\angle AMB = \angle H$.

$\therefore \angle H = 180^\circ - (\angle HDC + \angle HCD) = 180^\circ - (180^\circ - \alpha + 180^\circ - \beta) = \alpha + \beta - 180^\circ$,

$\therefore 2\angle AMB = \alpha + \beta - 180^\circ$.

(3) $2\angle AMB = 180^\circ - \alpha - \beta$.

如图(2), 延长 DA, CB 交于点 L .

$\therefore \angle ABM = \angle EBG, \angle EBC = \angle ABL$,

$\therefore \angle ABM = \angle EBG = \frac{1}{2}\angle EBC = \frac{1}{2}\angle ABL$.

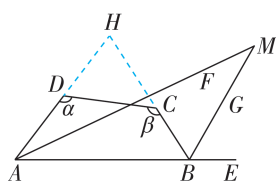
$\therefore \angle BAF = \frac{1}{2}\angle BAD$,

$\therefore \angle AMB = \angle BAF - \angle ABM = \frac{1}{2}(\angle BAD - \angle ABL) =$

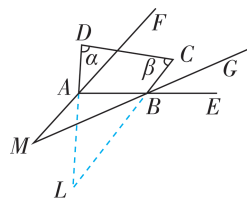
$\frac{1}{2}\angle L, \therefore 2\angle AMB = \angle L$.

$\therefore \angle L = 180^\circ - \alpha - \beta$,

$\therefore 2\angle AMB = 180^\circ - \alpha - \beta$.



图(1)



图(2)